

Universidad Autónoma de Madrid

Escuela Politécnica Superior



Grado en Ingeniería de Tecnologías y Servicios de
Telecomunicación

TRABAJO DE FIN DE GRADO

**MODELOS EQUIVALENTES CIRCUITALES PARA
SUPERFICIES SELECTIVAS EN FRECUENCIA CON
DIPOLOS Y PARCHES METÁLICOS Y SU POSTERIOR
APLICACIÓN EN EL ANÁLISIS Y DISEÑO DE FILTROS**

Diego Manuel Zamora Rodríguez
Tutor: Juan Córcoles Ortega

Febrero 2021

**MODELOS EQUIVALENTES CIRCUITALES PARA
SUPERFICIES SELECTIVAS EN FRECUENCIA CON
DIPOLOS Y PARCHES METÁLICOS Y SU POSTERIOR
APLICACIÓN EN EL ANÁLISIS Y DISEÑO DE FILTROS**

Autor: Diego Manuel Zamora Rodríguez

Tutor: Juan Córcoles Ortega

Grupo de Radiofrecuencia: Circuitos, Antenas y Sistemas (RFCAS)

Dpto. de Tecnología Electrónica y de Comunicaciones

Escuela Politécnica Superior

Universidad Autónoma de Madrid

Febrero 2021

Agradecimientos

Quisiera empezar dándoles las gracias a mis padres, ya que ellos me lo han dado todo en esta vida y siempre han estado ahí cuando les he necesitado. Os quiero mucho. Tengo que agradecer también al Colegio Patrocinio de María, al IES Santamarca y a la Universidad Autónoma de Madrid, por haberme proporcionado una gran educación y por fomentar los valores que tengo a día de hoy. Y más concretamente, me gustaría dar las gracias a todos y cada uno de los profesores que se han implicado conmigo y se han esforzado por conseguir transmitirme sus conocimientos. Quiero agradecerle a mi tutor, Juan Córcoles, por haber sido mi fundamental apoyo para la elaboración de este trabajo, y porque junto con el resto de profesores de las asignaturas enfocadas a la rama de Radiofrecuencia, habéis conseguido que me interesara por vuestras clases y que me esforzara siempre, dando lo mejor de mí. Por último, quiero darles las gracias a mis amigos de la infancia Nacho y Oscar por haber crecido juntos. A mi gran amigo Pablo, por ser una persona tan alegre y especial para mí. También quiero agradecerle a mi amigo Yahia por haberme acompañado en todo momento durante esta última etapa académica y por conseguir motivarme siempre para que trabajara más y mejor. Y en definitiva, a todos mis amigos y familiares, ya que sin ellos no sería la persona que soy hoy. A todos vosotros, gracias de corazón.

“La educación es el arma más poderosa que puedes usar para cambiar el mundo”
Nelson Mandela

Abstract

This document addresses the necessary previous knowledge regarding the Frequency Selective Surfaces, to be able to use these periodic structures to design radio frequency filters. As well as the fact of using techniques based on circuit equivalents in order to obtain a correct approximation of the frequency response of these structures. Frequency Selective Surfaces (FSS) are mainly periodic arrays of patches or metallic dipoles with different shapes (cross, ring, patch, grid, etc). In order to design a spatial filter using this technology, we will need to know in advance the type of response (low-pass, high-pass, band-pass, etc.) that they will have. Based on this, different associations of the grouped elements, coil and capacitor, will be used for the circuit equivalents. The main parameters that model any FSS are the periodicity of the structure, the angle of incidence of the EM wave, the shape and size of the metallizations of the unit cell and finally the thickness and type of dielectric substrate used, in case there is any used. One of the main problems of using these structures resides in the fact that the high-order Floquet harmonics propagate as we move to higher frequencies, this leads to the emergence of an unstable region known as the Region of the Grating Lobes where the circuit equivalents exposed in this document will no longer be valid. Full wave simulations carried out with commercial 3D EM simulation and analysis software such as *CST Studio Suite* take a long time due to the high computational cost, which is why is crucial to be able to correctly establish a circuit equivalent that can be considered valid in the frequency range for which said structure will be used. It is essential for the analysis and design of filters using Frequency Selective Surfaces.

Key words — Frequency Selective Surfaces (FSS), spatial filters, Floquet modes, grating lobes, resonance frequency, metasurfaces, metamaterials, unit cell, Babinet's principle, Method of Moments (MoM), circuit equivalents, average focus, grouped model, Cascade Matrix Method (MMC), multilayer FSS, patch, grid, circular ring, square ring, dipole cross, Jerusalem cross, cross frame, dielectric substrates, transmission lines.

Resumen

El presente documento trata sobre los conocimientos previos necesarios, acerca de las Superficies Selectivas en Frecuencia, para poder utilizar estas estructuras periódicas en el diseño de filtros de radiofrecuencia. Así como del hecho de utilizar técnicas basadas en equivalentes circuitales, para poder obtener una correcta aproximación de la respuesta en frecuencia de estas estructuras. Las Superficies Selectivas en Frecuencia (FSS), son principalmente arrays periódicos de parches o dipolos metálicos con diferentes formas (cruz, anillo, parche, rejilla, etc). Para poder diseñar un filtro espacial haciendo uso de esta tecnología necesitaremos conocer de antemano el tipo de respuesta (paso-bajo, paso-alto, paso-banda, etc) que tendrán. En función de ello, se recurrirá a diferentes asociaciones de los elementos agrupados, bobina y condensador, para los equivalentes circuitales. Los principales parámetros que modelan una FSS cualquiera son la periodicidad de la estructura, el ángulo de incidencia de la onda EM, la forma y tamaño de las metalizaciones de la celda unidad y por último el grosor y tipo de sustrato dieléctrico empleado, en el caso de utilizarlo. Uno de los principales problemas en el uso de estas estructuras reside en el hecho de la propagación de los armónicos de Floquet de alto orden. A medida que nos vamos situando en frecuencias más altas, esto conlleva la aparición de una región inestable, conocida como Región de los “*Grating Lobes*”, en donde los equivalentes circuitales expuestos en el presente documento dejarán de ser válidos. Las simulaciones de onda completa, llevadas a cabo con software comercial de simulación y análisis de EM 3D, como podría ser *CST Studio Suite*, necesitan mucho tiempo debido al alto coste computacional. Es por ello, que la necesidad de poder establecer de manera correcta un equivalente circuital, que se pueda considerar válido en el rango de frecuencias, para el que se utilizará dicha estructura, resulta indispensable, para el análisis y diseño de filtros utilizando Superficies Selectivas en Frecuencia.

Palabras clave — Superficies Selectivas en Frecuencia (FSS), filtros espaciales, modos de Floquet, “*grating lobes*”, frecuencia de resonancia, metasuperficies, metamateriales, celda unidad, principio de Babinet, Método de los Momentos (MoM), equivalentes circuitales, enfoque promedio, modelo agrupado, Método de las Matrices en Cascada (MMC), FSS multicapa, parche, rejilla, anillo circular, anillo cuadrado, cruz de dipolos, cruz de Jerusalén, marco de cruz, sustratos dieléctricos, líneas de transmisión.

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Motivación	1
1.2. Alcance	2
1.3. Estructura del documento	2
2. Estado del Arte	3
2.1. Metamateriales y metasuperficies	3
2.2. Superficies Selectivas en Frecuencia (FSS)	4
2.3. Celda unidad	6
2.4. Ondas Planas, modos de Floquet	7
2.5. Grating lobes	9
2.6. Efectos de los sustratos dieléctricos	9
2.7. Principio de Babinet	10
2.8. Filtros espaciales	11
3. Estudio paramétrico	13
3.1. Arreglos de tipo parche	13
3.1.1. Variación del grosor del sustrato dieléctrico	15
3.1.2. Variación del tipo de sustrato dieléctrico	15
3.1.3. Variación de la periodicidad	16
3.1.4. Variación de la separación entre parches metálicos	16
3.1.5. Variación del ángulo de incidencia de la onda plana	17
4. Modelos y técnicas de equivalentes circuitales	19
4.1. Enfoque Promedio	21
4.1.1. Arreglos de tipo parche	22
4.1.2. Arreglos de tipo rejilla	24
4.2. Modelo Agrupado	26
4.2.1. Elementos no resonantes o de resonancia única	26
4.2.2. Elementos multirresonantes	30
4.3. Método de las matrices en cascada (MMC)	33
5. Conclusiones y futuras líneas de investigación	37

Índice de tablas

3.1. Valores iniciales de una FSS de tipo parche.	14
4.1. Valores de los elementos del circuito equivalente para la FSS de tipo parche.	22
4.2. Equivalentes circuitales rejilla.	24
4.3. Parámetros de la FSS de tipo parche.	28
4.4. Parámetros de las FSS de tipo Anillo cuadrado, Anillo circular y Cruz de dipolos.	28
4.5. Valores para el cálculo del equivalente circuital, mediante la técnica del modelo agrupado.	28
4.6. Parámetros de las FSS de tipo Cruz de Jerusalén y Marco de cruz.	32
4.7. Valores para el calculo del equivalente circuital mediante la técnica del modelo agrupado.	32
4.8. Parámetros de los sustratos dieléctricos de la FSS de cinco capas.	34
4.9. Valores para el calculo del equivalente circuital mediante la técnica del modelo agrupado.	35

Índice de figuras

2.1.	Configuraciones básicas: array de parches capacitivos y estructura de rejilla.	4
2.2.	Agrupación en una misma FSS de las dos configuraciones básicas.	5
2.3.	Posibles estructuras para el elemento resonante de la celda unidad.	5
2.4.	FSS con elemento resonante tipo cruz de dipolo.	6
2.5.	Celda unidad.	6
2.6.	Representación Onda Plana.	7
2.7.	Estructura de FSS con dos capas de sustratos dieléctricos.	9
2.8.	Arreglos complementarios.	10
2.9.	Clasificación genérica de filtros de radiofrecuencia.	11
2.10.	Transformaciones de frecuencia e impedancia.	12
3.1.	Celda unidad en un arreglo de tipo parche.	13
3.2.	Respuesta en frecuencia de la FSS tipo parche.	14
3.3.	Respuesta en frecuencia de la FSS tipo parche ante la variación del grosor del sustrato.	15
3.4.	Respuesta en frecuencia de la FSS tipo parche ante la variación del tipo de sustrato dieléctrico.	15
3.5.	Respuesta en frecuencia de la FSS tipo parche ante la variación de la periodicidad.	16
3.6.	Respuesta en frecuencia de la FSS tipo parche ante la variación de la separación entre metalizaciones.	16
3.7.	Respuesta en frecuencia para el modo fundamental TM, de la FSS tipo parche ante la variación de la incidencia de la onda plana.	17
3.8.	Respuesta en frecuencia para el modo fundamental TE, de la FSS tipo parche ante la variación de la incidencia de la onda plana.	17
4.1.	FSS de tipo parche junto a su circuito equivalente.	22
4.2.	Respuesta en frecuencia para las distintas estructuras de tipo parche y las de sus equivalentes circuitales.	23
4.3.	FSS de tipo rejilla junto a su circuito equivalente.	24
4.4.	Respuesta en frecuencia para la estructura de tipo rejilla junto con la de la de su equivalente circuital.	24
4.5.	Demstración del Principio de Babinet.	25
4.6.	FSS prototipo junto a su equivalente circuital.	26

4.7. Respuesta en frecuencia para las estructuras de tipo Parche y Anillo circular, junto a las de sus equivalentes circuitales.	29
4.8. Respuesta en frecuencia para las estructuras de tipo Anillo cuadrado y Cruz de dipolos, junto a las de sus equivalentes circuitales.	29
4.9. FSS de tipo Cruz de Jerusalén, junto a su circuito equivalente.	30
4.10. FSS de tipo Marco de cruz junto a su circuito equivalente.	31
4.11. Respuesta en frecuencia para las estructuras de tipo Cruz de Jerusalén y Marco de cruz, junto a las de sus equivalentes circuitales.	32
4.12. Prototipo de FSS multicapa.	33
4.13. Respuesta en frecuencia para la estructura de cinco capas.	34
4.14. Anillo circular.	36
4.15. Anillo circular con dieléctrico	36
4.16. Anillo circular doble con dieléctrico	36

1

Introducción

1.1. Motivación

En un mundo donde la transmisión de información tiene un valor incalculable, la radiofrecuencia desempeña un papel fundamental en las comunicaciones. Toda aplicación de telecomunicaciones, y especialmente las espaciales, necesitan poder eliminar las señales contenidas en otras bandas de frecuencia (las cuales serán conocidas como ruido para nuestro sistema), añadiendo siempre las mínimas pérdidas posibles. Debido a ello la necesidad de poder diseñar e implementar filtros espaciales con tal fin, cobra gran importancia a día de hoy.

El concepto de Superficie Selectiva de Frecuencia se conoce en microondas desde principios del siglo XX, pero las capacidades de filtrado de estas estructuras están aún por explotar. El principal problema al realizar filtros espaciales, haciendo uso de esta tecnología, reside en el hecho de que los métodos numéricos utilizados para el análisis de dichas superficies, son computacionalmente muy costosos, lo que conlleva emplear una gran cantidad de tiempo en la realización de dicha tarea [1]. Las Superficies selectivas en Frecuencia han demostrado ya ser de gran utilidad en aplicaciones de protección electromagnética de antenas (radomos), así como en otras aplicaciones, en las que sus capacidades como filtro electromagnético puedan resultar de gran interés.

1.2. Alcance

El objetivo principal de este Trabajo de Fin de Grado es el de proporcionar al lector las herramientas necesarias para el análisis y diseño de filtros espaciales, utilizando para ello dipolos y parches metálicos, sobre estructuras periódicas dieléctricas multicapa. Además, se pretende establecer una equivalencia con modelos circuitales de forma que el diseño de filtros utilizando superficies selectivas en frecuencia, pueda realizarse de forma rápida y sencilla.

1.3. Estructura del documento

El presente trabajo se ha estructurado dividiéndose en cuatro grandes bloques, que se detallarán a continuación:

■ ESTADO DEL ARTE

Breve repaso acerca de los conocimientos previos necesarios para poder entender y analizar estas estructuras, así como del papel que pueden desempeñar a la hora de diseñar filtros espaciales de radiofrecuencia.

■ ESTUDIO PARAMÉTRICO

Estudio de una FSS, con metalizaciones de tipo parche, para ver el efecto que tienen, por separado, los diferentes parámetros que la modelan (periodicidad, separación entre parches, incidencia de la onda, grosor y tipo de sustrato dieléctrico).

■ MODELOS Y TÉCNICAS DE EQUIVALENTES CIRCUITALES

Se presentan las principales metodologías para establecer el equivalente circuitual de una FSS cualquiera y se validan mediante la elaboración de ejemplos concretos. Además, en esta sección se llevará a cabo una clasificación de los distintos tipos de FSS, en función de la forma y del número de resonancias, que tendrá su respuesta en frecuencia antes de iniciarse la región de los "*grating lobes*".

■ CONCLUSIONES Y FUTURAS LINEAS DE INVESTIGACIÓN

Análisis sobre el uso de equivalentes circuitales, para obtener la respuesta en frecuencia de una FSS. También se comenta la posibilidad de crear un software, que nos permita llevar esta tarea de forma automatizada, además de la posibilidad de encontrar utilidad a nuevos tipos de metalizaciones.

2

Estado del Arte

Se procederá a realizar un breve repaso acerca de aquellos conceptos más relevantes los cuales, nos serán de gran utilidad, a la hora de entender el papel que pueden desempeñar las Superficies Selectivas de Frecuencia en las comunicaciones. Además, se hablará brevemente sobre los tipos más comunes de FSS y de las aplicaciones que tienen a día de hoy.

2.1. Metamateriales y metasuperficies

Las propiedades electromagnéticas de todos los materiales existentes en la naturaleza pueden ser determinadas a partir dos parámetros, la permeabilidad magnética y la permitividad eléctrica, los cuales nos permiten caracterizar la respuesta de cualquier material, cuando este interactúa con una onda electromagnética (OEM). Dentro de la ingeniería electromagnética uno de los tópicos en los que se está trabajando es el de ser capaces de modificar las propiedades que ofrecen determinados materiales y estructuras. Estos materiales fabricados, reciben el nombre genérico de metamateriales [2].

Las metasuperficies no son más que metamateriales planos que pueden fabricarse fácilmente utilizando técnicas de litografía y nanoimpresión. Son arreglos periódicos bidimensionalmente y delgados, cuya celda unitaria es pequeña en comparación con la longitud de onda. Estos arreglos periódicos se componen de estructuras metálicas que se acoplan de manera resonante a las componentes eléctricas y/o magnéticas de las ondas incidentes. Toda metasuperficie se puede clasificar según sus funcionalidades (superficies selectivas de frecuencia, superficies de alta impedancia, superficies reflectantes, convertidores de polarización, etc) [3].

2.2. Superficies Selectivas en Frecuencia (FSS)

El hecho de que las superficies no continuas puedan exhibir distintas propiedades de transmisión, para diferentes frecuencias de ondas incidentes, fue demostrado por primera vez por el físico estadounidense David Rittenhouse, quien descubrió que algunos colores del espectro de la luz se suprimían cuando se observaba una farola a través de un pañuelo de seda. No obstante, la primera aplicación en radiofrecuencia fue, probablemente, la invención de Marconi y Franklin, quienes diseñaron en 1919 un reflector parabólico construido con secciones de alambres, en lugar de utilizar superficies continuas. Durante los últimos 50 años, se ha prestado mucha atención a las FSS. Los primeros trabajos se centraban en el uso de superficies selectivas en frecuencia en aplicaciones espaciales, para diseñar subreflectores Cassegrain en antenas parabólicas [4]. Hoy en día, las FSS se emplean en ródomos terrestres y aéreos, blindaje electromagnético, filtros de guías de onda y ventanas selectivas de frecuencia.

Las FSS son metasuperficies cuyo objetivo principal, es el filtrado en bandas de frecuencia, de ondas electromagnéticas. Estas superficies están formadas por matrices planas y periódicas de metalizaciones con diferentes formas. Como filtros espaciales que son, nos permiten controlar la propagación del campo EM. En el momento en que una onda plana incide sobre la estructura periódica, algunas bandas de frecuencias son transmitidas y otras son reflejadas. Este comportamiento vendrá marcado en su totalidad por la composición de la celda unidad [5].

Dependiendo de la estructura implementada, se pueden obtener distintos tipos de filtrados. Las dos configuraciones más básicas se corresponden con arreglos de tipo parche, llamados “capacitivos,” que actúan como filtro paso bajo o arreglos de tipo apertura (rejilla) llamados “inductivos,” que actúan como filtro paso alto. La agrupación de estas dos estructuras nos será de gran utilidad para poder diseñar filtros paso banda o de banda eliminada.

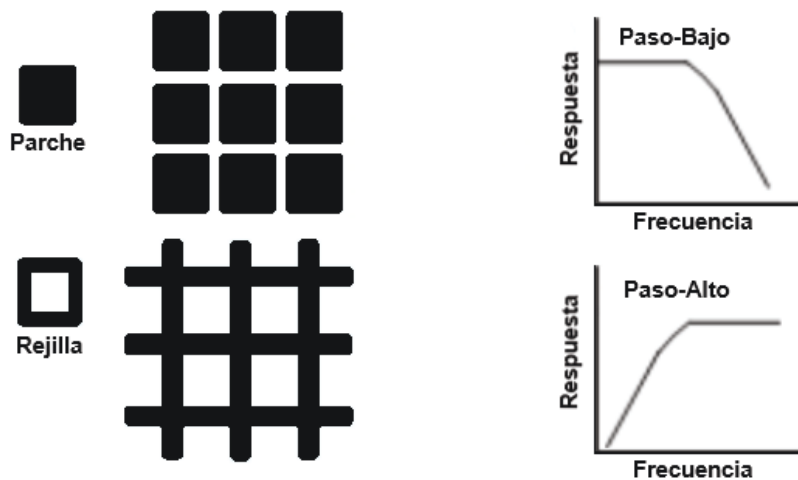


Figura 2.1: Configuraciones básicas: array de parches capacitivos y estructura de rejilla.

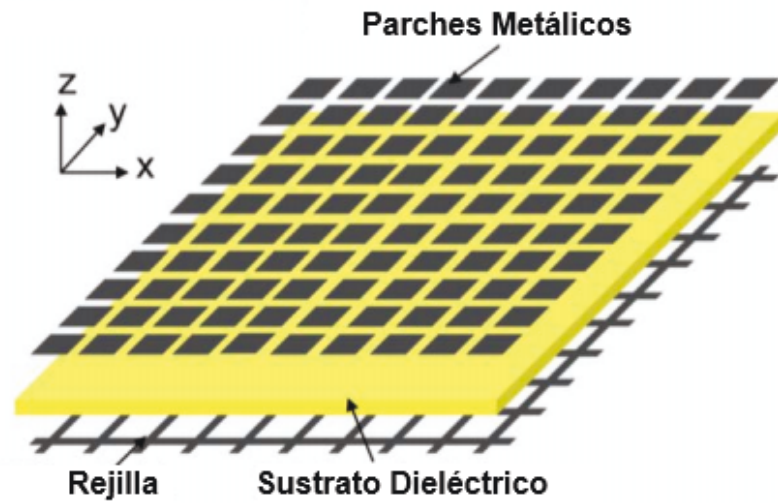


Figura 2.2: Agrupación en una misma FSS de las dos configuraciones básicas [6].

Con el paso del tiempo y ante las exigencias de las nuevas tecnologías, se fueron introduciendo nuevas estructuras como elementos resonantes, lo que permitió conseguir otros tipos de filtrados, como pueden ser el de paso banda o el de banda eliminada, sin la necesidad de tener que agrupar las dos estructuras más básicas, lo que conlleva un menor grosor de la estructura periódica.

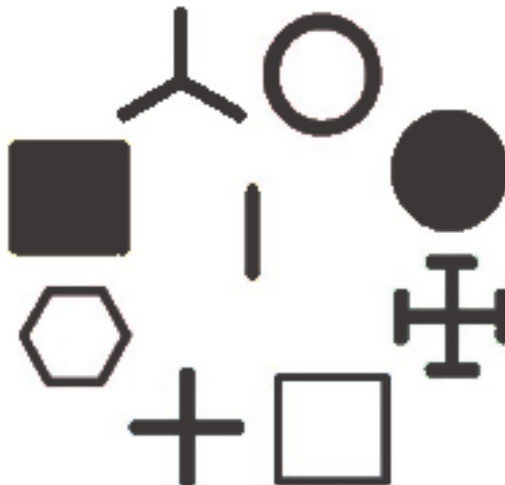


Figura 2.3: Posibles estructuras para el elemento resonante de la celda unidad.

2.3. Celda unidad

La celda unidad, también conocida como celda unitaria, es la mínima porción de la FSS que compone un periodo de la misma [7]. Toda estructura FSS consistirá, por lo tanto, en un array bidimensional periódico en donde a cada elemento del array se le considerará dentro de una celda. A la hora de realizar nuestros diseños de filtros de radiofrecuencia solo tendremos que ser capaces de parametrizar las dimensiones de esta celda unidad. Esta estará compuesta siempre por “capas metálicas,” en las cuales se encontrarán los elementos resonantes de la estructura (parches, dipolos, anillos, cruces, etc), y podrá contar también de “capas dieléctricas,” cuya finalidad principal es la de envolver las capas metálicas, dando soporte a los elementos resonantes que las conforman. No obstante, se verá más adelante que el grosor y el tipo del material dieléctrico, así como el número de capas de dieléctrico, influirán de manera directa en la respuesta EM de la estructura diseñada.

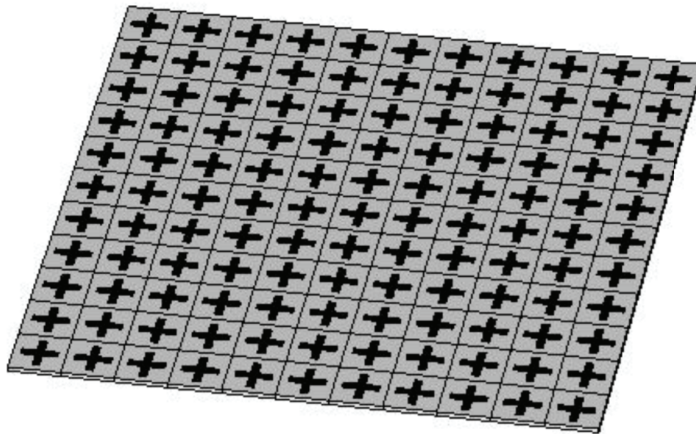


Figura 2.4: FSS con elemento resonante tipo cruz de dipolo [7].

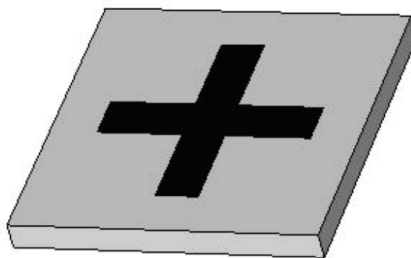


Figura 2.5: Celda unidad [7].

2.4. Ondas Planas, modos de Floquet

En la situación de estar en un medio sin fuentes, isótropo y homogéneo (aunque podría tener dispersión temporal), las ecuaciones de Maxwell conducen al fenómeno ondulatorio: “El campo electromagnético es una onda”. Las Ondas Planas son un caso particular de las Ondas TEM (transversales electromagnéticas). En una onda plana y en una onda TEM, el campo electromagnético (\vec{E} y \vec{H}) siempre va a estar contenido en planos perpendiculares a la dirección de propagación de la onda. Pero además, en una onda plana este campo será siempre perpendicular entre sí [8].

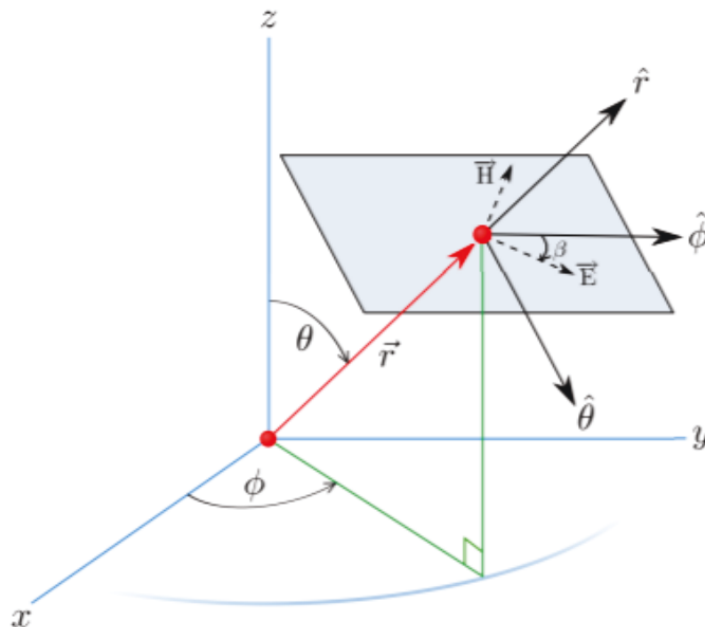


Figura 2.6: Representación Onda Plana [9].

La teoría de Floquet-Bloch calcula la solución del campo EM en la celda unitaria. Nos proporciona una estrategia para analizar el comportamiento de sistemas con una estructura periódica. El artículo fundamental de Floquet se ocupó de la solución de ecuaciones diferenciales parciales 1D, con coeficientes periódicos. En física del estado sólido, Bloch generalizó los resultados de Floquet a sistemas 3D [10]. Por lo tanto, la teoría de Floquet-Bloch aplicada a superficies selectivas de frecuencia nos sirve para validar el hecho de que cuando una estructura periódica plana infinita es iluminada por una onda plana, tanto las corrientes como el campo EM que se encuentran en la celda unidad son iguales a toda la estructura, y lo único que cambiará será la fase.

Los modos que se originan en estas estructuras periódicas reciben el nombre de “Modos de Floquet”. Estos se refieren a cada una de las posibles configuraciones que adoptan las ondas electromagnéticas, que viajan a través de la estructura periódica. Dependiendo de la frecuencia, algunos modos se propagan y otros modos decaen a lo largo de la dirección de propagación. Las primeras se denominan generalmente ondas o modos de propagación y las últimas a menudo se denominan ondas o modos evanescentes. Ambos estarán indexados por m y n . El número de modos de propagación depende de la frecuencia, el ángulo de incidencia y el tamaño de la celda unitaria, pero para una matriz dada, idealmente existe solo un par de modos de propagación (TE y TM) correspondientes a $m = n = 0$. Estos son los llamados modos fundamentales, los cuales representan una onda plana, que se transmite en la dirección de propagación. Algunos experimentos numéricos han demostrado que para FSS con celdas unitarias de un único elemento resonante, solo se necesitan los modos de Floquet de propagación y algunos modos Floquet evanescentes para producir soluciones muy precisas [11].

Siendo el ángulo de incidencia de la onda (θ_s, ϕ_s) , la diferencia de fase entre subconjuntos adyacentes de la estructura situados a lo largo de las direcciones x e y son $\psi_x = k_0 D_x \sin \theta_s \cos \phi_s$ y $\psi_y = k_0 D_y \sin \theta_s \sin \phi_s$, respectivamente, donde k_0 representa el número de onda en el espacio libre. Los vectores de campo eléctrico normalizados, correspondientes a los modos Floquet resultantes, están dados por:

$$E_{m,n}^{TE}(x, y, \psi_x, \psi_y) = \frac{\hat{x}k_{yn} - \hat{y}k_{xm}}{\sqrt{D_x D_y (k_{xm}^2 + k_{yn}^2)}} \exp(-jk_{xm}x - jk_{yn}y) \quad (2.1)$$

$$E_{m,n}^{TM}(x, y, \psi_x, \psi_y) = \frac{\hat{x}k_{xm} + \hat{y}k_{yn}}{\sqrt{D_x D_y (k_{xm}^2 + k_{yn}^2)}} \exp(-jk_{xm}x - jk_{yn}y) \quad (2.2)$$

donde $D_x \times D_y$ representa el tamaño de la celda unidad y tanto k_{xi} como k_{yi} son los números de onda de Floquet a lo largo de las direcciones x e y , respectivamente, para el i -ésimo modo Floquet [12]. Para una cuadrícula rectangular, los números de onda están dados por:

$$k_{xm} = \frac{\psi_x + 2m\pi}{D_x} \quad (2.3)$$

$$k_{yn} = \frac{\psi_y + 2n\pi}{D_y} \quad (2.4)$$

2.5. Grating lobes

Poder conocer de antemano la frecuencia a partir de la cual la transmisión/reflexión de la FSS modifica su comportamiento de forma drástica, nos será de gran utilidad a la hora de dar validez a los modelos de equivalentes circuitales que se establecerán más adelante. Para ello deberemos ser capaces de determinar la longitud de onda a la que se inician los indeseados "grating lobes".

$$\lambda_{gl} = D(1 + \sin \theta) \quad (2.5)$$

$$f_{gl} = \frac{c}{\lambda_{gl}} \quad (2.6)$$

donde D representa la periodicidad de la estructura (supondremos que es la misma para las direcciones x e y), θ es el ángulo de incidencia de la onda EM y c se corresponde con la velocidad de la luz.

Para longitudes de onda más largas que λ_{gl} (o frecuencias más bajas que f_{gl}), el único armónico de Floquet que se propaga es el fundamental. Los modos de Floquet superiores son evanescentes, en este caso y decaen de manera exponencial. Este será el caso deseado en nuestros estudios, ya que nos permitirá establecer el equivalente circuital de la estructura periódica, el cual será válido hasta dicha frecuencia. En incidencia normal ($\theta = 0^\circ$), la longitud de onda a la que se inician los grating lobes es igual a la periodicidad de la FSS.

2.6. Efectos de los sustratos dieléctricos

La frecuencia resonante de una FSS, en presencia de sustratos dieléctricos gruesos en ambos lados, se reducirá, aproximadamente, por un factor $\sqrt{\epsilon_r}$; mientras que, si el dieléctrico está presente solo en uno de los lados, la frecuencia se reducirá solo por un factor $\sqrt{(\epsilon_r + 1)/2}$ [4]. Esta aproximación será válida también cuando nos encontremos en la región cuasiestática ($D \ll \lambda$).



Figura 2.7: Estructura de FSS con dos capas de sustratos dieléctricos.

La presencia de sustratos dieléctricos delgados aumentará la complejidad del problema. Por lo tanto, ya no será tan simple obtener una fórmula que nos indique el efecto que están teniendo los sustratos dieléctricos en la respuesta frecuencial de nuestra estructura. El objetivo será ahora la derivación de una fórmula, que coincida exactamente con la variación de la permitividad efectiva, en función del espesor y tipo de sustratos dieléctricos. Ya que, esta permitividad efectiva será la que se utilizará en las fórmulas del factor de reducción, vistas anteriormente.

Filippo Costa, Agostino Monorchio y Giuliano Manara en [4], fueron capaces de obtener esta fórmula, tras numerosas simulaciones, utilizando el Método de los Momentos (MoM):

$$\epsilon_{eff} = \epsilon_r^{av} + (\epsilon_r^{av} - 1) \left[\frac{-1}{\exp^N(x)} \right] \quad (2.7)$$

donde $x = 10(d/D)$, $\epsilon_r^{av} = (d_1\epsilon_{r1} + d_2\epsilon_{r2})/(d_1 + d_2)$ siendo d_1 y d_2 los grosores de los sustratos dieléctricos y donde N es un factor exponencial que tiene en cuenta la pendiente de la curva. $N = 1,3$ en el caso de los parches, $N = 1,8$ para el anillo rectangular y la cruz de dipolos [4].

2.7. Principio de Babinet

El análisis del campo EM que atraviesa una FSS no es tarea fácil, sin embargo existen algunos procedimientos que nos permiten facilitar algo las cosas, como por ejemplo utilizar equivalentes circuitales o llevar acabo el análisis sobre la estructura complementaria, en lugar del arreglo original. Siendo esta, una estructura de la que ya conozcamos la forma de su respuesta en frecuencia. Dos arreglos son complementarios si la superposición de ambos da lugar a un plano metálico perfecto, mientras que la intersección es nula. El principio de Babinet establece que la curva de transmisión de un arreglo coincide con la curva de reflexión de su arreglo complementario [13]. Por lo tanto, la radiación que atraviesa un arreglo, sumada a la que atraviesa a su arreglo complementario, debe igualarse en su totalidad a la del campo incidente.

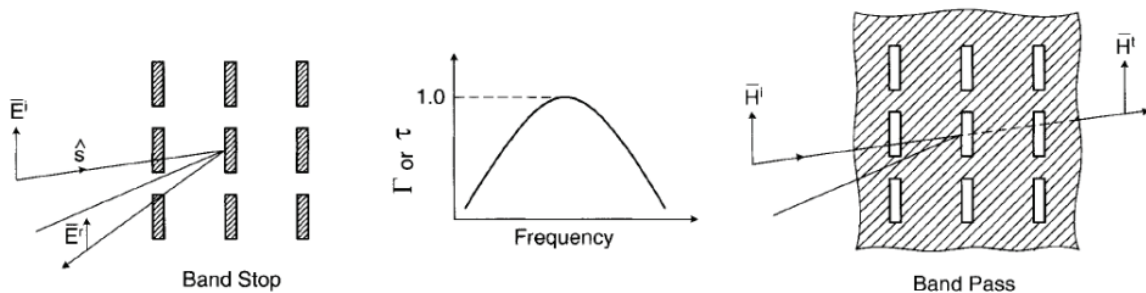


Figura 2.8: Arreglos complementarios [13].

2.8. Filtros espaciales

El diseño de filtros para radiofrecuencia sigue siendo a día de hoy una temática muy activa de investigación, que puede clasificarse en varias áreas: Los filtros activos, utilizan elementos activos, tales como amplificadores operacionales o transistores. Tienen una ganancia de potencia, por lo que requieren una fuente de alimentación externa. Y los filtros pasivos, utilizan elementos pasivos, tales como bobinas, resistencia o condensadores. Consumen la energía de la señal, pero no hay ganancia de potencia disponible, por lo que no necesitan una fuente de alimentación externa para funcionar. A su vez, los filtros pasivos se pueden clasificar en filtros pasivos por absorción (con pérdidas) y en filtros pasivos por reflexión (sin pérdidas) [14]. Atendiendo a esta clasificación, las superficies selectivas en frecuencia, FSS, se considerarían filtros pasivos por reflexión.

Las cuatro configuraciones básicas de filtros de radiofrecuencia son: Filtros Paso-Bajo (LPF), Filtros Paso-Alto (HPF), Filtros Paso-Banda (BPF) y Filtros Banda-Eliminada (BSF).

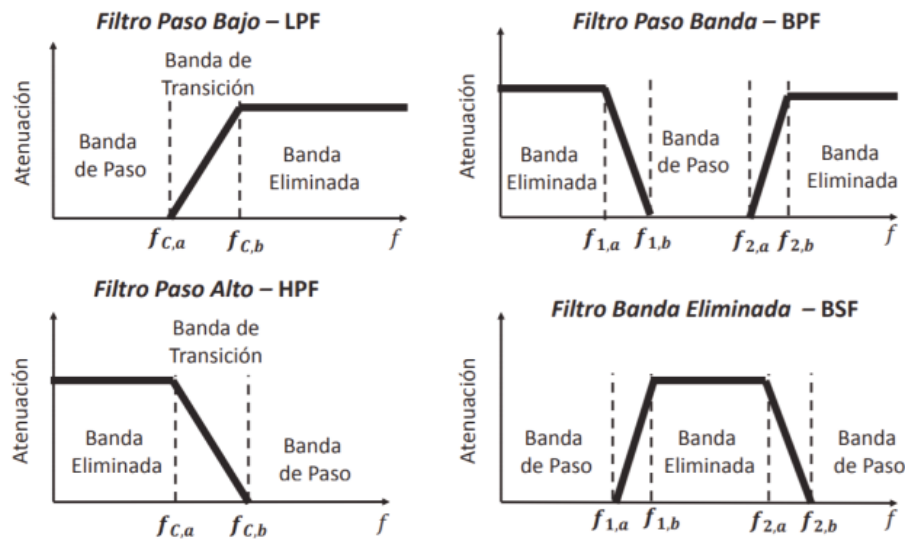


Figura 2.9: Clasificación genérica de filtros de radiofrecuencia [14].

Es importante saber que el diseño de un filtro siempre va a depender de la frecuencia de operación y de la tecnología en la que se quiera implementar. Típicamente el proceso de diseño de filtros pasivos sin pérdidas se divide en cuatro etapas. La primera etapa consiste en la elección del tipo de filtro y del orden (N), requeridos para cumplir con las especificaciones dadas. En la segunda etapa se realiza el diseño del prototipo paso-bajo. Una vez obtenido el filtro paso-bajo, mediante las transformaciones de frecuencia e impedancia, se consigue el tipo de filtro que se desea (paso-alto, paso-banda o banda-eliminada). Por último, se llevará a cabo la implementación del filtro en la tecnología requerida (elementos concentrados, líneas de transmisión, FSS, etc).

Normalizado	Paso Bajo	Paso Alto	Paso Banda	Banda Eliminada
Transformación de frecuencia asociada	$\omega \leftarrow \frac{\omega}{\omega_c}$	$\omega \leftarrow \frac{\omega_c}{\omega}$	$(\Delta = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_0}, \omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2})$ $\omega \leftarrow \frac{1}{\Delta} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)$	$\omega \leftarrow \Delta \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) - 1$

Figura 2.10: Transformaciones de frecuencia e impedancia [14].

Los elementos concentrados (bobinas y condensadores) funcionan bien a frecuencias bajas, pero su utilización en radiofrecuencia presenta varios problemas: Son difíciles de construir, tienen un rango de valores limitados, la distancia entre los elementos no se puede despreciar y el tamaño tampoco. En la asignatura de Electrónica de Comunicaciones [14], se estudian distintas técnicas, que nos permiten solventar estos problemas. Utilizando conjuntamente las “Transformaciones de Richard” junto con las “Identidades de Kuroda” éramos capaces de convertir los elementos concentrados en stubs de líneas de transmisión, acabadas en cortocircuito o en circuito abierto. Además, nos permitía separar los elementos del filtro y poner todos los stubs en serie o en paralelo, manteniendo la respuesta del mismo. En dicha asignatura se ve también como la “Síntesis con Secciones Cortas” resultaba ser una forma muy sencilla de implementar filtros paso-bajo, la cual consistía en alternar secciones cortas de líneas de transmisión, con impedancia alta e impedancia baja. Esta implementación no nos ofrece unas prestaciones tan buenas como los filtros con stubs, pero son muy usados actualmente en aplicaciones que no requieran una caída muy abrupta, en la banda de transición. Por último, vimos cómo utilizar las transformaciones de Richard, junto con las identidades de Kuroda, para diseñar filtros paso-banda o banda-eliminada se antojaba inviable, ya que en ellos aparecían bloques LC serie o paralelo. Por ello vimos como transformar los resonadores LC (concentrados) en “Resonadores Distribuidos”.

Este trabajo se centrará y proporcionará los conocimientos necesarios, para una nueva forma de solventar los problemas que surgen utilizando elementos concentrados en el diseño de filtros de radiofrecuencia, siendo esta, la implementación a través de Superficies Selectivas en Frecuencia.

3

Estudio paramétrico

En este capítulo se pretende dar a conocer los efectos, sobre la respuesta en frecuencia, que tienen los distintos parámetros que modelan la celda unidad de una FSS. Esto nos permitirá observar el desplazamiento de la frecuencia de resonancia, a medida que se va modificando la estructura. Por simplicidad, realizaremos el análisis sobre una las dos configuraciones más básicas, arreglos de tipo parche.

3.1. Arreglos de tipo parche

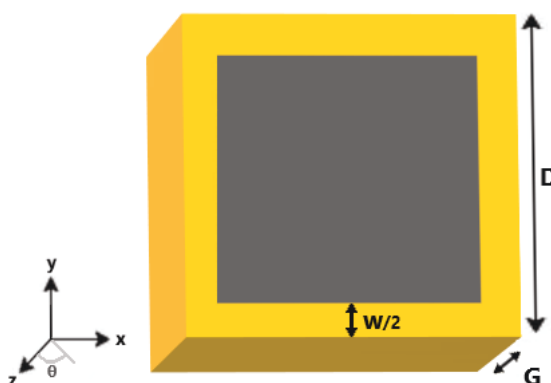


Figura 3.1: Celda unidad en un arreglo de tipo parche.

Se presenta, a continuación, una primera simulación, que nos servirá como punto de partida, para poder llevar a cabo una comparación exhaustiva, sobre los distintos

parámetros que modelan la FSS. Para ello, se utilizará el software de simulación y análisis de EM 3D *CST Studio Suite*. El sustrato dieléctrico, utilizado para el diseño de la FSS, será el material comercial Arlon AD 250C (sin pérdidas). Los valores que modelan esta estructura pueden observarse en la **Tabla 3.1**

Haciendo uso de las **ecuaciones 2.5** y **2.6**, junto con el factor de reducción de la frecuencia de resonancia al utilizar un solo dieléctrico para envolver las metalizaciones, somos capaces de obtener la frecuencia del primer grating lobe, la cual se da a aproximadamente a 22.7 GHz. Como ya vimos anteriormente, esta aproximación será más válida cuanto más gruesos sean los sustratos dieléctricos utilizados. En la **Figura 3.2** se obtiene la respuesta en frecuencia (coeficientes de reflexión y de transmisión) tanto para el modo fundamental TE, como para el modo fundamental TM, esta igualdad solo ocurre en el caso de tener incidencia normal de la onda plana sobre la estructura periódica.

$D(mm)$	$W(mm)$	$\theta(^{\circ})$	$G(mm)$	ϵ_r
10	0.625	0	2	2.5

Tabla 3.1: Valores iniciales de una FSS de tipo parche.

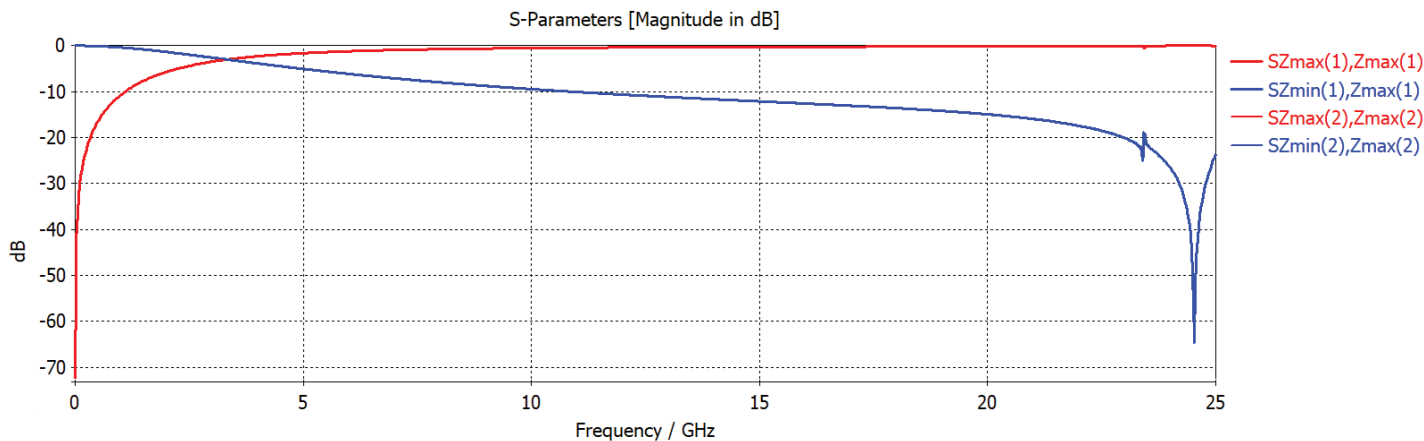


Figura 3.2: Respuesta en frecuencia de la FSS tipo parche. $SZ_{max(1),Z_{max}(1)}$ representa el coeficiente de reflexión para el primer modo fundamental TE, el cual será equivalente al del modo fundamental TM, $SZ_{max(2),Z_{max}(2)}$. Análogamente, $SZ_{min(1),Z_{max}(1)}$ representa el coeficiente de transmisión, para el primer modo fundamental TE, el cual será equivalente al del modo fundamental TM, $SZ_{min(2),Z_{max}(2)}$.

3.1.1. Variación del grosor del sustrato dieléctrico

Variación desde $G = 2 \text{ mm}$ hasta 5 mm . Se observa en la **Figura 3.3** la variación del coeficiente de transmisión ante un aumento del grosor. Se puede ver como a medida que va aumentando el grosor, la frecuencia de resonancia se va desplazando hacia la izquierda. Este suceso se debe a que al aumentar el grosor del sustrato, se está aumentando ϵ_{eff} .

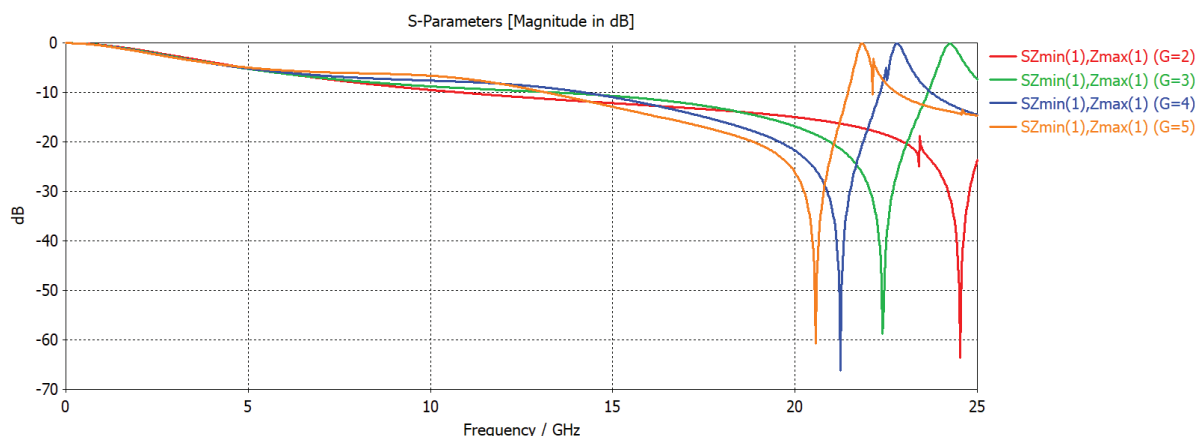


Figura 3.3: Respuesta en frecuencia de la FSS tipo parche ante la variación del grosor del sustrato.

3.1.2. Variación del tipo de sustrato dieléctrico

Variación desde $\epsilon_r = 2,5$ hasta 4 . Al igual que ocurría al aumentar el grosor del sustrato, a medida que se utilizan sustratos con mayor ϵ_r la frecuencia de resonancia se va desplazando hacia la izquierda. Tanto el grosor como el ϵ_r del sustrato están relacionados de forma directa con el valor de ϵ_{eff} , según la **Ecuación 2.7**.

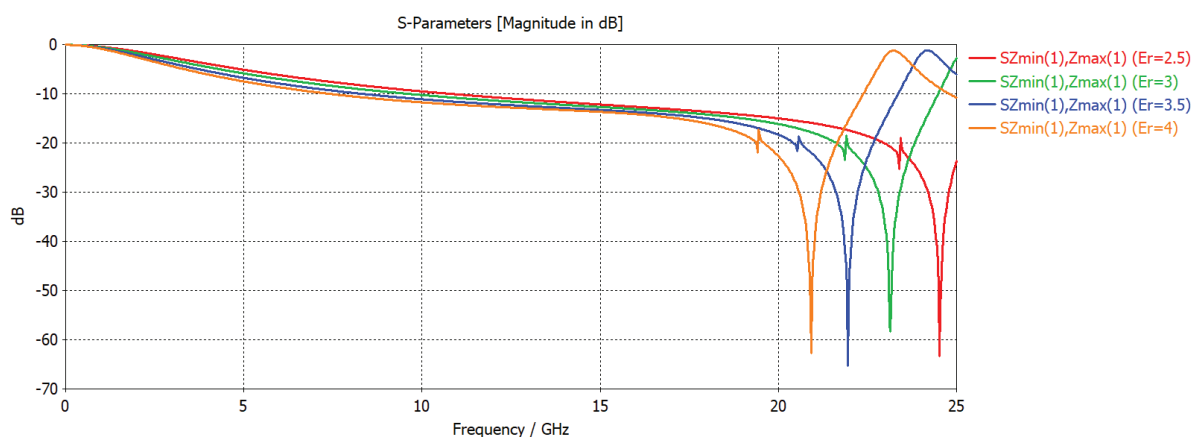


Figura 3.4: Respuesta en frecuencia de la FSS tipo parche ante la variación del tipo de sustrato dieléctrico.

3.1.3. Variación de la periodicidad

Variación desde $D = 10 \text{ mm}$ hasta 13 mm . Haciendo uso de las **ecuaciones 2.5** y **2.6** se puede ver como, a medida que se aumenta las periodicidad de la estructura, la frecuencia de resonancia se irá desplazando hacia la izquierda.

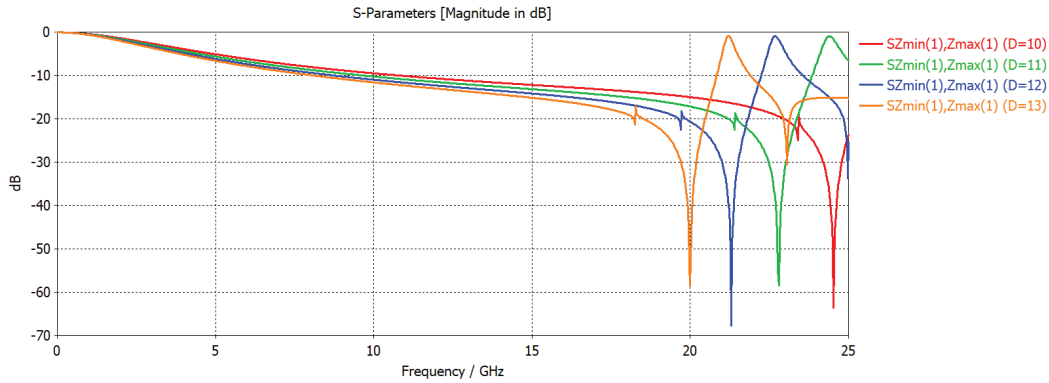


Figura 3.5: Respuesta en frecuencia de la FSS tipo parche ante la variación de la periodicidad.

3.1.4. Variación de la separación entre parches metálicos

Variación desde $W = 0,625 \text{ mm}$ hasta $2,5 \text{ mm}$. Aunque la separación entre parches no debería influir en la frecuencia de resonancia, ya que su término no aparece en las **ecuaciones 2.5** y **2.6**, vemos que esta se está desplazando ligeramente hacia la izquierda. Esto se debe a que a medida que se aumenta la separación entre parches, la onda plana incidente se encuentra en su camino una mayor superficie de sustrato dieléctrico y, por consiguiente, se está aumentando el ϵ_{eff} . Es importante destacar también que la modificación de este parámetro es el que mayor influencia tiene en la atenuación de la respuesta en frecuencia. A medida que se aumenta W la transición, desde la banda de paso hasta la banda de parada, requerirá un menor ancho de banda frecuencial.

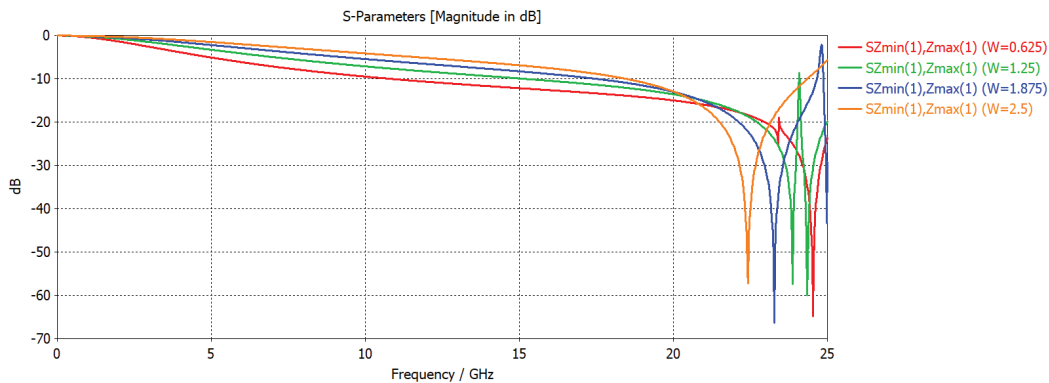


Figura 3.6: Respuesta en frecuencia de la FSS tipo parche ante la variación de la separación entre metalizaciones.

3.1.5. Variación del ángulo de incidencia de la onda plana

Variación desde $\theta = 0^\circ$ hasta 15° . Por la relación directa del ángulo de incidencia θ en la **ecuación 2.5**, a medida que este aumenta, la longitud de onda a la que se produce el primer armónico de Floquet es mayor y, por ello, la primera frecuencia de resonancia de la estructura disminuirá tal y como sucede en la **Figura 3.7**.

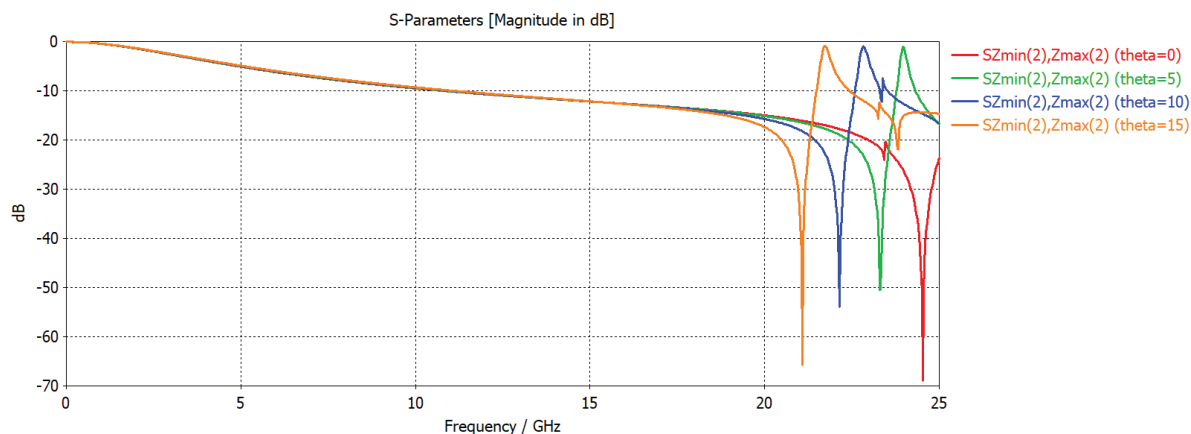


Figura 3.7: Respuesta en frecuencia para el modo fundamental TM, de la FSS tipo parche ante la variación de la incidencia de la onda plana.

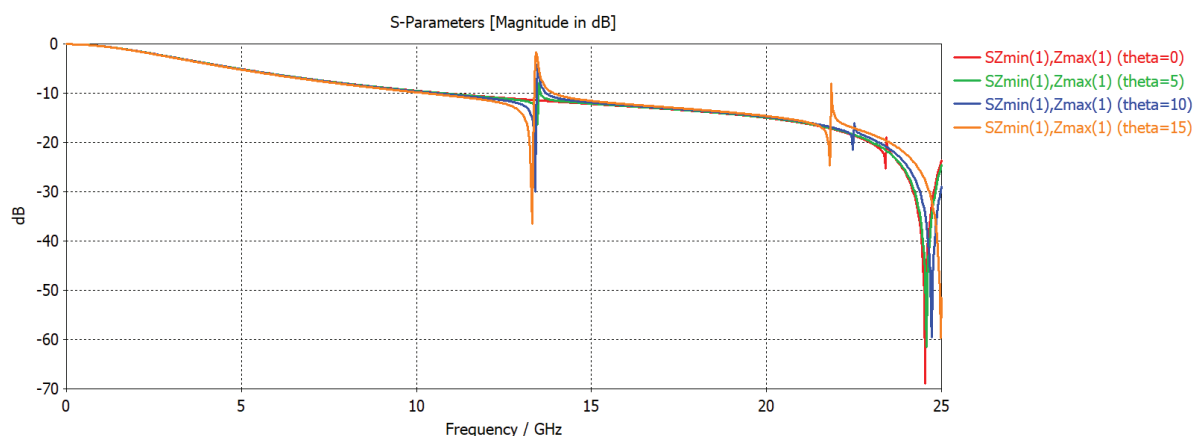


Figura 3.8: Respuesta en frecuencia para el modo fundamental TE, de la FSS tipo parche ante la variación de la incidencia de la onda plana.

La **Figura 3.8** sirve para recalcar el hecho de que al modificar el ángulo de incidencia de la onda plana, de forma que $\theta \neq 0^\circ$, la respuesta en frecuencia de los modos fundamentales TE y TM dejan de ser iguales. Debido a la disposición de la estructura, el modo que nos interesaría para transmitir la información será el modo fundamental TM, ya que en el modo fundamental TE nos están apareciendo una resonancia entorno a los 13 GHz la cual es considerablemente mayor cuanto mayor es el ángulo de incidencia y, por tanto, nos limitará mucho el rango de frecuencia disponible a la hora de realizar nuestro diseño de filtros.

Salvo el parámetro W , todos los demás parámetros que modelan la celda unidad son comunes a los distintos tipos de FSS (rejilla, cruz, anillo, dipolo, etc) y, por lo tanto, las conclusiones obtenidas ante la variación de estos, para las FSS de tipo parche, son válidas para el resto de estructuras. La separación entre parches metálicos, W , será equivalente al parámetro o parámetros utilizados en el resto de estructuras, para determinar el grosor de las metalizaciones o la separación existente entre estas. Al igual que ocurría con los parches, a medida que disminuye el tamaño de la metalización existente en la celda unidad, la frecuencia de resonancia se desplazará hacia la izquierda como consecuencia de que se esté aumentando el ϵ_{eff} .

4

Modelos y técnicas de equivalentes circuitales

Para obtener un conocimiento rápido de las propiedades electromagnéticas de las superficies selectivas en frecuencia, se puede optar por un análisis de circuito equivalente, basado en la aproximación de la superficie selectiva en frecuencia, como una red de combinación de elementos tipo RLC.

Muchos investigadores han intentado derivar fórmulas precisas capaces de reproducir adecuadamente la respuesta de las superficies selectivas en frecuencia. Los elementos simples de superficie selectiva en frecuencia, como rejillas o arreglos de parches, bajo la condición de que el período de repetición sea mucho menor que la longitud de onda, tienen comportamientos inductivos y capacitivos puros, respectivamente. A medida que la frecuencia sube y se va acercando a la región de “Grating Lobes”, este modelo del enfoque promedio falla claramente, ya que no tiene en cuenta ningún fenómeno resonante. No obstante, estas fórmulas, solo se pueden aplicar a formas específicas de superficies selectivas en frecuencia. Por este motivo, se trató de derivar relaciones analíticas para elementos más complejos (por ejemplo, un anillo, un anillo doble, una cruz, una cruz de Jerusalén, etc). Sin embargo, las fórmulas derivadas a menudo resultan bastante complicadas, perdiendo la comprensión intuitiva en la que se basa un modelo circuital. Además, los enfoques mencionados solo tienen en cuenta la presencia de sustratos gruesos (más gruesos que la mitad de la periodicidad de la FSS). Sin embargo, en casos prácticos, los dieléctricos de soporte suelen ser mucho más delgados que la periodicidad de la celda unitaria. Si el objetivo final del análisis es un resultado muy preciso, podría ser preferible un procedimiento MoM riguroso. Sin embargo, en muchos casos, es deseable un análisis preliminar rápido y simple, especialmente en el diseño de estructuras complejas, donde la superficie selectiva en frecuencia es sólo uno de los componentes básicos.

En este capítulo se pretende realizar un análisis circuital de las Superficies Selectivas en Frecuencia, con el objetivo de dar validez a los diferentes modelos o técnicas existentes. Cuando no se dispone de un circuito equivalente de una FSS, el método utilizado en su diseño es la teoría del “ensayo y error”. Para evitar esto, nuestro objetivo es encontrar un circuito equivalente que represente una estructura particular. Dependiendo de la geometría, el circuito equivalente se podrá modelar solo con una L, solo con una C, como una LC serie, como una LC paralelo, u otras combinaciones, cuyos valores se obtendrán en función de los parámetros eléctricos y geométricos de la FSS. Una vez que se ha obtenido un circuito equivalente, es posible calcular la respuesta en frecuencia del FSS, de una manera más rápida y eficiente, lo que reduce el tiempo de diseño.

Los modelos empleados para resolver arrays de elementos metálicos excitados por ondas planas, generalmente se suelen dividir en dos categorías: métodos computacionales y métodos analíticos. Los métodos computacionales están basados en la expansión de Floquet del campo disperso, donde la periodicidad de la estructura, permite simplificar el problema a la incidencia de una onda plana sobre la celda unidad. El campo en la celda unitaria se puede resolver usando, por ejemplo, el método de momentos (MoM). Sin embargo, el mayor problema que tiene la utilización de software comercial (métodos computacionales), es que este está pensado para analizar todo tipo de estructuras por lo que no acaba siendo tan eficiente cuando se quiere analizar solo estructuras concretas en las que existen métodos de análisis más rápidos como, por ejemplo, los equivalentes circuitales.

En el análisis de estructuras periódicas, como son las Superficies Selectivas en Frecuencia, se pueden distinguir tres regiones fundamentales diferentes [1]:

- **Región cuasiestática** ($D \ll \lambda$). Se corresponde con aquellas frecuencias en las que la longitud de onda es mucho mayor que la periodicidad de la estructura. En el caso de querer aproximar la respuesta en frecuencia de una FSS, en la región cuasiestática, nos bastará simplemente con utilizar un modelo completamente analítico, como lo es la teoría del enfoque promedio.
- **Región intermedia** ($D < \lambda$). El rango de frecuencias donde la periodicidad de la FSS sigue siendo menor, pero ahora es comparable, con la longitud de onda. En el caso de querer aproximar la respuesta en frecuencia de una FSS, hasta la región intermedia, tendremos que utilizar un modelo semi-analítico, como lo es el modelo agrupado.
- **Región de los “Grating Lobes”** ($D > \lambda$). En esta región de frecuencias, habrá más de un simple armónico de Floquet propagándose por la estructura periódica, una sola impedancia equivalente no sería suficiente para la descripción de las propiedades EM. Existen técnicas para poder aproximar la respuesta en frecuencia en dicha región, no obstante, debido a su complejidad será preferible obtener los resultados a través de simulaciones de onda completa en software comercial como, por ejemplo, CST.

4.1. Enfoque Promedio

Para elementos simples, como los arreglos de tipo parche o de tipo rejilla, la impedancia es principalmente capacitiva o inductiva, respectivamente. El cálculo de estos valores de impedancia se podrá lograr promediando las corrientes que fluyen en la estructura periódica. La impedancia equivalente obtenida de la FSS, dependerá del ángulo de incidencia de la onda plana, así como de los parámetros que modelan la celda unidad, y tendrá una expresión diferente para los modos fundamentales TE y TM.

$$Z_{parche}^{TE/TM} = \frac{1}{j\omega C_{parche}} \begin{cases} C_{parche}^{TE} = \frac{D\epsilon_0(\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2})}{\pi} \ln\left(\frac{1}{\sin(\pi W/2D)}\right) \left(1 - \frac{k_0^2}{k_{eff}^2} \frac{\sin^2(\theta)}{2}\right) \\ C_{parche}^{TM} = \frac{D\epsilon_0(\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2})}{\pi} \ln\left(\frac{1}{\sin(\pi W/2D)}\right) \end{cases} \quad (4.1)$$

$$Z_{rejilla}^{TE/TM} = j\omega L_{rejilla} \begin{cases} L_{rejilla}^{TE} = \frac{D\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{1}{\sin(\pi W/2D)}\right) \\ L_{rejilla}^{TM} = \frac{D\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{1}{\sin(\pi W/2D)}\right) \left(1 - \frac{k_0^2}{k_{eff}^2} \frac{\sin^2(\theta)}{2}\right) \end{cases} \quad (4.2)$$

donde D representa la periodicidad de la estructura, W se corresponde con la separación entre parches metálicos o con el grosor de las rejillas, ϵ_{r1} y ϵ_{r2} son las permitividades dieléctricas relativas de los sustratos, que envuelven las metalizaciones (típicamente se suele utilizar el aire), θ representa el ángulo de incidencia de la onda EM, ϵ_0 y μ_0 son la permitividad dieléctrica en el vacío y la permeabilidad magnética en el vacío, respectivamente.

El término k_0 representa el número de onda en el vacío, mientras que k_{eff} nos indica el número de onda del vector de onda incidente en el medio anfitrión efectivo. La división al cuadrado, de estos dos términos, se podrá simplificar como veremos a continuación:

$$k_{eff} = k_0 \sqrt{(\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2}/2)} \quad (4.3)$$

$$\frac{k_0^2}{k_{eff}^2} = 2/(\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2}) \quad (4.4)$$

4.1.1. Arreglos de tipo parche

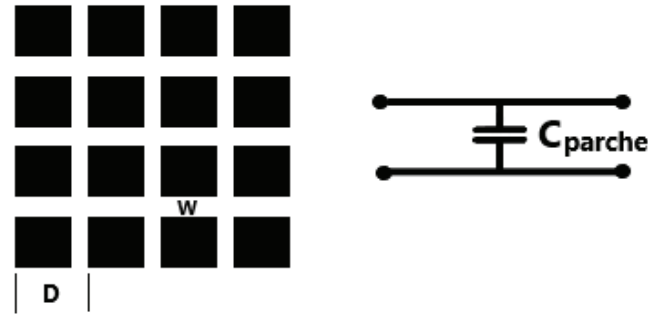


Figura 4.1: FSS de tipo parche junto a su circuito equivalente.

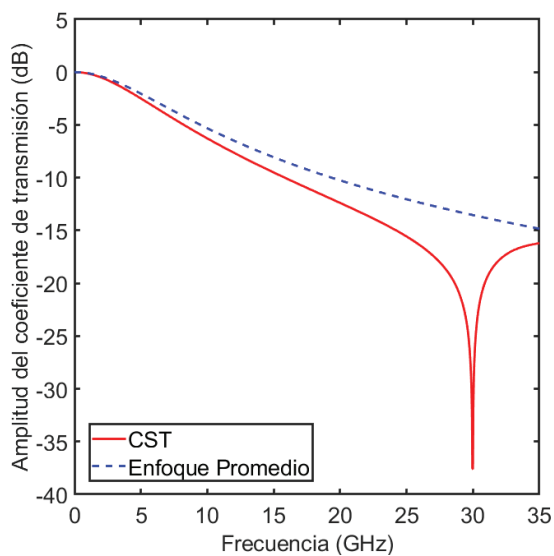
A continuación, se mostrarán cuatro ejemplos con el fin de dar validez a los equivalentes circuitales obtenidos mediante el desarrollo de las **Ecuaciones 4.1**. En todos los casos la periodicidad de la estructura D será igual a 10 mm , la separación entre parches W será igual a $0,625\text{ mm}$ y la incidencia de la onda plana θ será de 0° . En la primera comparación **Figura 4.2a** nos encontramos en el caso de tener los parches metálicos en el aire ($\epsilon_{r1} = \epsilon_{r2} = 1$). En la práctica, este caso no es viable ya que necesitaríamos, al menos, una capa de dieléctrico, que nos permita sujetar los parches. El resto de representaciones, **Figuras 4.2b, 4.2c, 4.2d**, nos muestran el caso de tener dos capas de dieléctrico que envuelven los parches metálicos, cuyos valores de permitividad eléctrica relativa son $\epsilon_{r1} = 2,5$ y $\epsilon_{r2} = 2$ y cuyos grosores varían de 1 a 3 mm .

Los valores de condensador equivalente obtenidos mediante la formulación de la teoría del enfoque promedio quedan recogidos en la **Tabla 4.1**. Para obtener la respuesta de estos equivalentes circuitales, y poder así compararla, utilizaremos el software comercial de circuitos Advanced Design Systems (ADS).

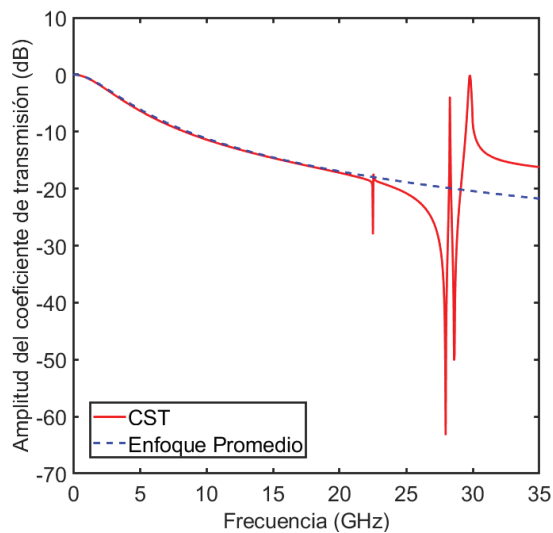
Vacío	$C_{parche}^{TE,TM} = 130,8\text{ (fF)}$
Sustratos	$C_{parche}^{TE,TM} = 294,4\text{ (fF)}$

Tabla 4.1: Valores de los elementos del circuito equivalente para la FSS de tipo parche.

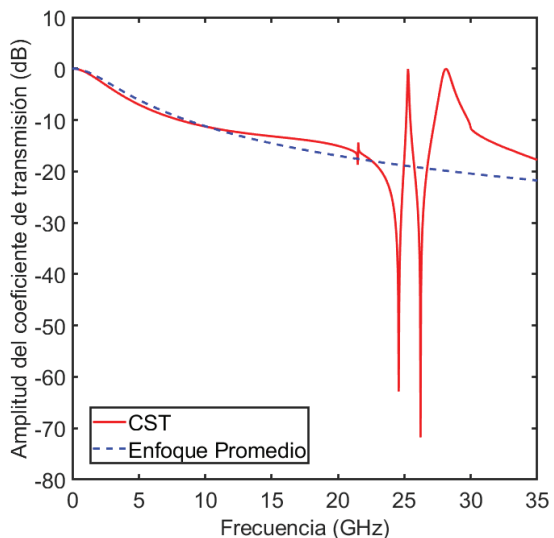
Como conclusión de dichas comparaciones, podemos reafirmar lo ya mencionado al inicio de este capítulo, donde decíamos que en el caso de encontrarnos a bajas frecuencias (en la región cuasiestática) un modelo completamente analítico, como lo es el enfoque promedio, nos proporciona buenas aproximaciones a la respuesta en frecuencia real de la FSS. Y dichas aproximaciones dejan de ser válidas a medida que nos acercamos a la región de resonancia o de “*grating lobes*”.



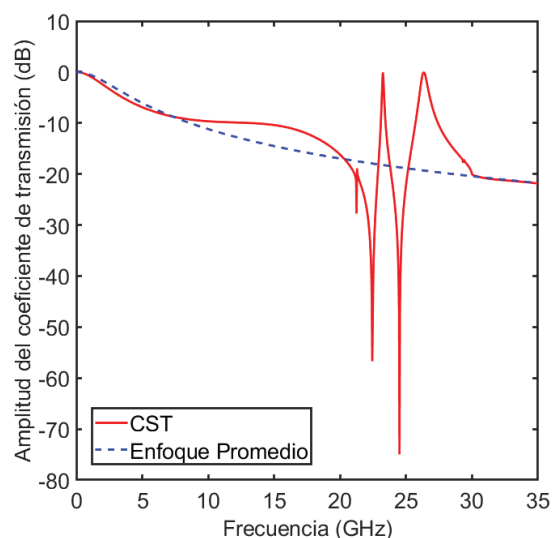
(a) En el vacío



(b) Sustratos de grosor = 1 mm



(c) Sustratos de grosor = 2 mm



(d) Sustratos de grosor = 3 mm

Figura 4.2: Respuesta en frecuencia para las distintas estructuras de tipo parche y las de sus equivalentes circuitales.

4.1.2. Arreglos de tipo rejilla

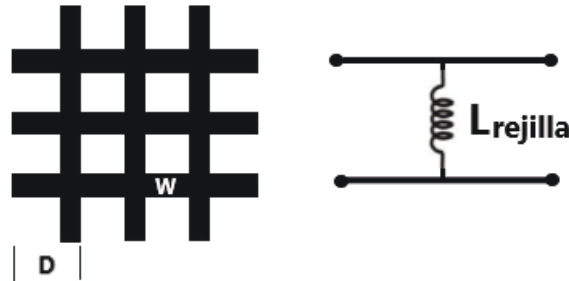


Figura 4.3: FSS de tipo rejilla junto a su circuito equivalente.

Los parámetros que modelan la estructura de rejilla son exactamente los mismos que los que modelaban la estructura de tipo parche, vista anteriormente. Esto nos permitirá demostrar aquí el Principio de Babinet, puesto que la estructura de rejilla será la complementaria a la de parche simulada en la **Figura 4.2a**. Y, por lo tanto, la transmisión del parche será equivalente a la reflexión de la rejilla, a la vez que, la reflexión del parche será equivalente a la transmisión de la rejilla. En este caso, no realizaremos ninguna prueba con sustratos dieléctricos envolviendo la capa metálica, puesto que ahora dejan de ser necesarias. Los valores de inductancia equivalente obtenidos mediante la formulación de la teoría del enfoque promedio, quedan recogidos en la siguiente tabla:

Vacío	$L_{rejilla}^{TE,TM} = 4,64 \text{ (nH)}$
-------	---

Tabla 4.2: Equivalentes circuitales rejilla.

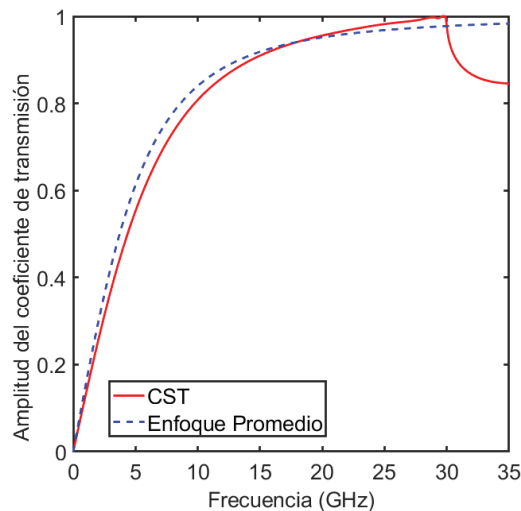
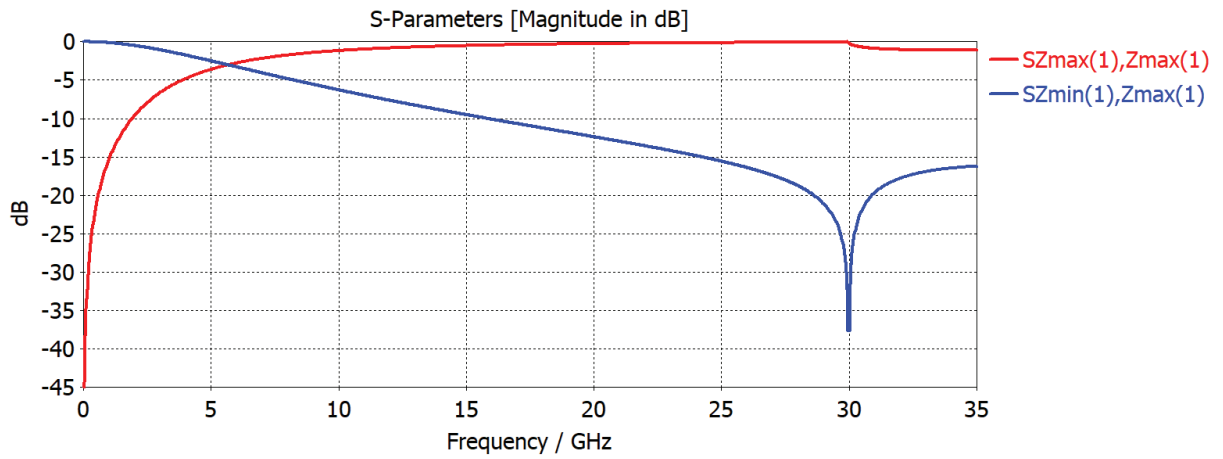
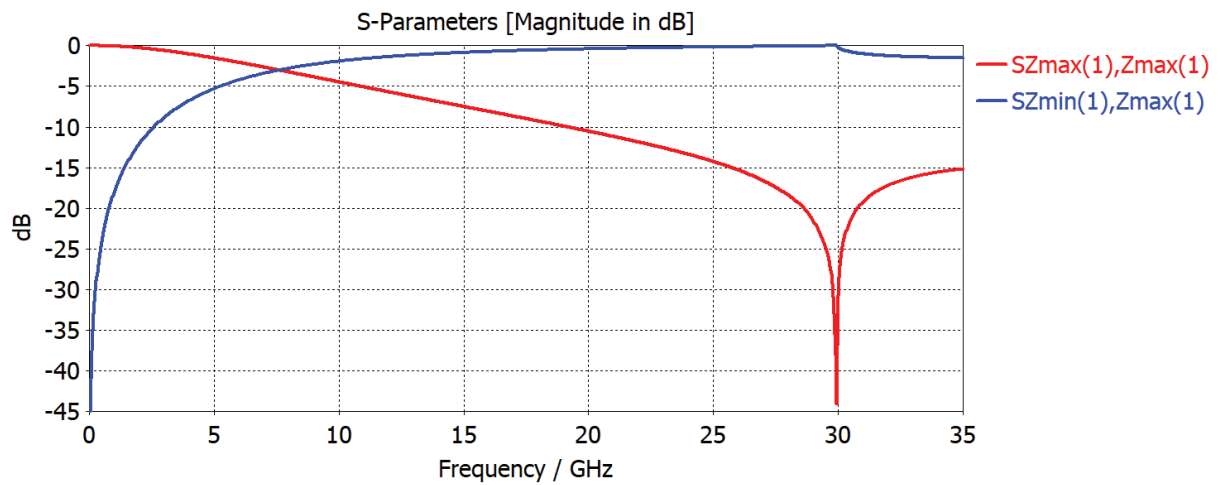


Figura 4.4: Respuesta en frecuencia para la estructura de tipo rejilla junto con la de la de su equivalente circuital.



(a) Parche.



(b) Rejilla.

Figura 4.5: Demostración del Principio de Babinet.

4.2. Modelo Agrupado

El equivalente circuitual de la sección anterior se puede mejorar añadiendo elementos agrupados adicionales, que permiten aproximar la respuesta FSS incluso en la segunda zona, es decir, la resonante. Por ello, el análisis será, más o menos, válido hasta la frecuencia en la que se producen los “*grating lobes*” ($\lambda = D$ en el caso de incidencia normal).

4.2.1. Elementos no resonantes o de resonancia única

Bajo la hipótesis de elementos con ninguna o con solo una resonancia (antes de que se empiecen a propagar el resto de armónicos de Floquet de orden superior, es decir, antes de llegar a la región de los “Grating Lobes”), se podrá utilizar simplemente un circuito LC simple, para obtener la respuesta en frecuencia equivalente a la estructura. Para FSS capacitivas, como las de parches, esta unión de los elementos agrupados se realizará en serie, mientras que para FSS inductivas, como las de rejilla, se realizará en paralelo. En ausencia de pérdidas, la impedancia del FSS es puramente imaginaria. Las pérdidas se pueden introducir fácilmente agregando una resistencia en serie al circuito. Si la superficie selectiva de frecuencia está incrustada dentro de capas dieléctricas, se deben considerar líneas de transmisión adicionales, que representarán los sustratos dieléctricos empleados, como se puede observar en la **Figura 4.6**. De acuerdo con la teoría clásica de la líneas de transmisión, es posible obtener la impedancia de la FSS de la siguiente forma:

$$Z_{FSS} = -\frac{Z_0^2(1 + \tau_{in})}{2Z_0\tau_{in}} \quad (4.5)$$

Donde τ_{in} es el coeficiente de reflexión de la estructura periódica, calculado al inicio de la capa de metalizaciones y Z_0 representa la impedancia característica del vacío.

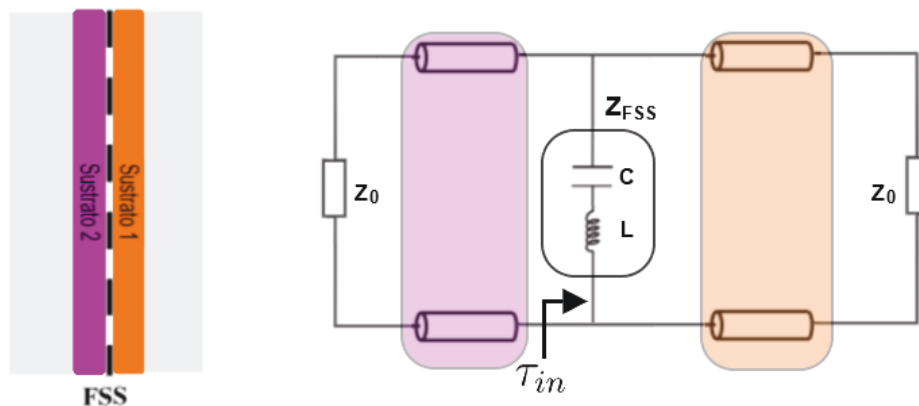


Figura 4.6: FSS prototipo junto a su equivalente circuitual.

El primer paso de esta metodología consistirá en ser capaces de escoger dos puntos de frecuencia, f_1 y f_2 , que nos permitan aproximar correctamente la respuesta en frecuencia del sistema. Para ello, tendremos que conocer, de antemano, el tipo de respuesta en frecuencia que tendrá la estructura (paso-bajo, paso-alto, paso-banda, etc) y en qué frecuencia se producirá la primera resonancia indeseada o frecuencia del primer “*grating lobe*”. Para cada una de estas dos frecuencia se obtendrá el valor del coeficiente de reflexión, τ_{in} , lo que nos permitirá calcular el valor de impedancia, Z_{FSS} . Una forma de obtener los valores de τ_{in} consiste en realizar simulaciones de onda completa mediante CST u otros softwares de electromagnetismo 3D. No tendría sentido realizar la simulación de onda completa, de la estructura periódica para todo el rango de frecuencias en el que se quiere aproximar, puesto que los equivalentes circuitales tienen el fin de reducir el tiempo que se tarda en diseñar estas estructuras. Por tanto, tendríamos que realizar dos simulaciones en CST ajustando los rangos de frecuencia a las frecuencias escogidas f_1 y f_2 , aun así este paso nos consume bastante tiempo ya que, CST, tardaba casi más tiempo realizando el mallado de la estructura, que calculando la respuesta en frecuencia. Es por eso que se ha utilizado para ello un programa propio perteneciente al grupo de RFCAS de la Universidad Autónoma de Madrid, que nos implementaba el método de los momentos (MoM), para metalizaciones de tipo parches o dipolos en la celda unidad.

Una vez calculada la impedancia FSS en dos puntos de frecuencia, es posible calcular los valores de la capacitancia y la inductancia aproximándose a la impedancia real, resolviendo un sistema de dos ecuaciones:

$$\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C} = Z_{\omega_1} \quad (4.6)$$

$$\omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C} = Z_{\omega_2} \quad (4.7)$$

Donde Z_{ω_1} y Z_{ω_2} son los valores de impedancia calculados para las dos frecuencias escogidas. La resolución de este sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas nos proporcionará los valores del condensador y de la bobina, que se tendrán que utilizar en el equivalente circuital:

$$C = \frac{\omega_1 - \omega_2^2/\omega_1}{\omega_2^2 Z_{\omega_1} - \omega_1 \omega_2 Z_{\omega_2}}, \quad L = \frac{Z_{\omega_1} + 1/\omega_1 C}{\omega_1} \quad (4.8)$$

Este procedimiento tiene la pega de que en función de los valores de frecuencia escogidos (f_1 y f_2) se pueden producir ciertas inexactitudes en el cálculo de los valores de L y C . Para que este procedimiento sea más confiable necesitamos determinar la frecuencia a la que la impedancia de la FSS se vuelve nula, f_{zero} . Correspondiente a dicha frecuencia (equivalente a la frecuencia de resonancia de la estructura), la inductancia se puede relacionar con la capacitancia a través de la siguiente ecuación:

$$L = 1/\omega_{zero}^2 C \quad (4.9)$$

$D(mm)$	$W(mm)$	$\theta(^{\circ})$
10	2.5	0

Tabla 4.3: Parámetros de la FSS de tipo parche.

	$D(mm)$	$W(mm)$	$g(mm)$	$\theta(^{\circ})$
Anillo cuadrado	10	1.25	0.625	0
Cruz de dipolos	10	1.25	1.25	0
Anillo circular	10	1.25	0.5	0

Tabla 4.4: Parámetros de las FSS de tipo Anillo cuadrado, Anillo circular y Cruz de dipolos.

	$f_1(GHz)$	$f_2, f_{zero}(GHz)$	$\tau_{in,1}$	$\tau_{in,2}$	$C(fF)$	$L(nH)$
Parche	3.885	28.805	0.2405	1	43.66	0.6992
Anillo cuadrado	2.52	10.08	0.2572	1	71.5875	3.4824
Cruz de dipolos	7.5	16.926	0.2472	1	21.753	4.0645
Anillo circular	4.1	14.79	0.2538	1	43.3454	2.6715

Tabla 4.5: Valores para el cálculo del equivalente circuital, mediante la técnica del modelo agrupado.

Se puede observar en la **Figura 4.7a** como para frecuencias menores, aproximadamente, de unos $13 GHz$, ambos equivalentes circuitales nos dan una buena aproximación a la respuesta en frecuencia real de la FSS. No obstante, a medida que avanzamos en frecuencia y dejamos de estar en la región cuasiestática, el único procedimiento válido es el del modelo agrupado. Finalmente, para frecuencias mayores de $30 GHz$, entramos en la región de los “*grating lobes*”, y ni el enfoque promedio ni el modelo agrupado nos proporcionan una buena aproximación en este rango de frecuencias.

Una red LC en serie simple también permite modelar formas de superficie selectivas de frecuencia más complejas, como por ejemplo: anillos circulares, cruces de dipolos y anillos cuadrados. Estructuras en las que aparece la primera frecuencia resonante antes de que surjan los “*grating lobes*”. La primera resonancia de la FSS de tipo anillo cuadrado se corresponde con la frecuencia donde el perímetro del anillo se convierte en λ . La primera resonancia de la FSS de tipo cruz de dipolos se corresponde con la frecuencia donde la longitud de los dipolos se convierte en $\lambda/2$. Mientras que la segunda resonancia, en ambas estructuras de FSS, se da cuando la periodicidad de la estructura se acerca a λ . Esta segunda es la debida a los modos superiores de Floquet, que se están propagando en la estructura, a partir de dicha frecuencia.

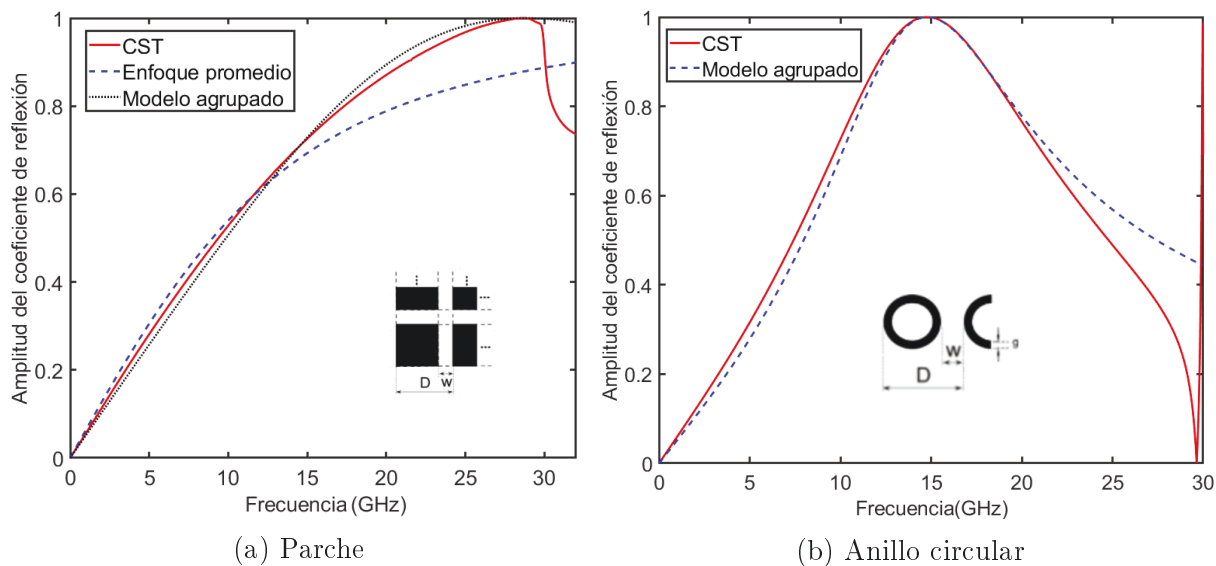


Figura 4.7: Respuesta en frecuencia para las estructuras de tipo Parche y Anillo circular, junto a las de sus equivalentes circuitales.

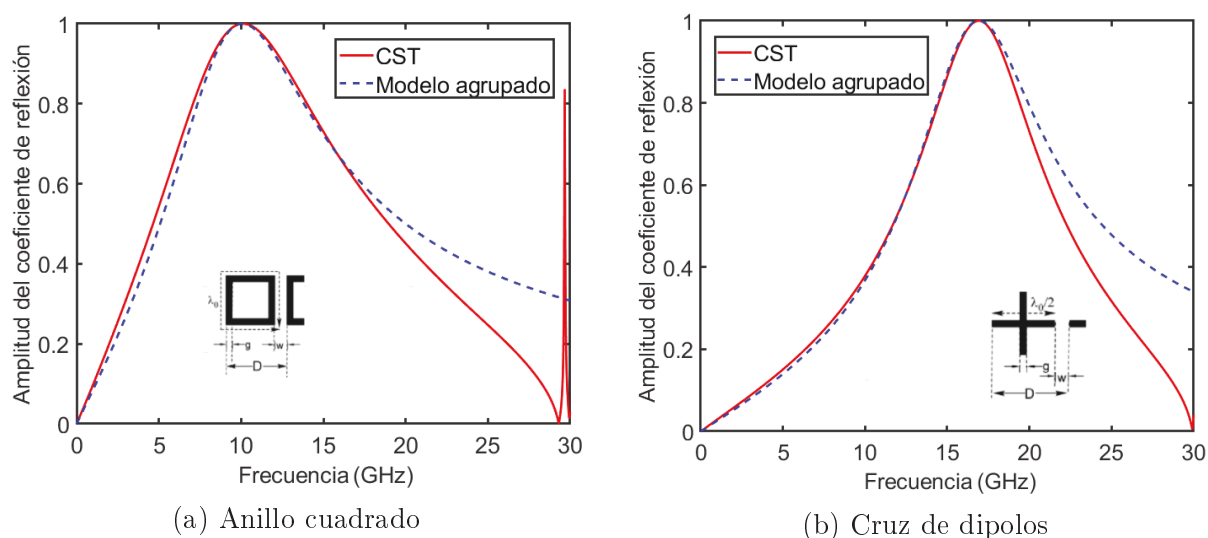


Figura 4.8: Respuesta en frecuencia para las estructuras de tipo Anillo cuadrado y Cruz de dipolos, junto a las de sus equivalentes circuitales.

4.2.2. Elementos multirresonantes

A menudo existe la necesidad de emplear elementos más complejos en la celda unidad de nuestras FSS, para poder diseñar filtros de banda estrecha, filtros multibanda o superficies multirresonantes de alta impedancia. Una forma de superficie selectiva de frecuencia muy común es la llamada Cruz de Jerusalén, ya que nos permite diseñar un filtro de banda muy estrecho. Este tipo de elemento es básicamente una Cruz de dipolos a la que se le han añadido metalizaciones en los extremos, para mejorar el valor de la capacitancia. Las FSS de este tipo, necesitarán la presencia de un circuito LC en serie adicional, en paralelo con el circuito original propio de la estructura de Cruz de dipolos.

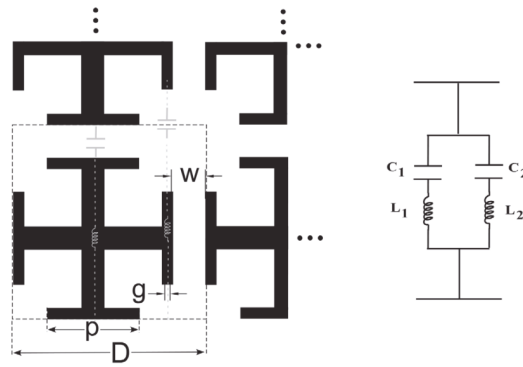


Figura 4.9: FSS de tipo Cruz de Jerusalén, junto a su circuito equivalente [4].

La impedancia del nuevo circuito es:

$$Z_{FSS} = \frac{(1 - \omega^2 L_1 C_1)(1 - \omega^2 L_2 C_2)}{j\omega[C_1 + C_2 - \omega^2 C_1 C_2(L_1 + L_2)]} \quad (4.10)$$

Las tres frecuencias de resonancia, ω_{z1} , ω_{z2} y ω_{z3} se calculan para los nulos de la derivada de la función de impedancia, y nos permitirán calcular los valores de los elementos agrupados del circuito equivalente. Se deben imponer las siguientes relaciones, que se obtienen igualando a cero el numerador y denominador de la **Ecuación 4.10**:

$$C_1 = \frac{1}{L_1 \omega_{z1}^2} \quad (4.11)$$

$$L_2 = \frac{\left(\frac{\omega_{p2}^2}{\omega_{z2}^2}\right)L_1 C_1 - \left(\frac{1}{\omega_{z2}^2}\right)}{C_1 \left(1 - \frac{\omega_{p2}^2}{\omega_{z2}^2}\right)} \quad (4.12)$$

$$C_2 = \frac{1}{L_2 \omega_{z2}^2} \quad (4.13)$$

donde ω_{z1} , ω_{z2} y ω_{p2} representan los dos ceros y el segundo polo de la **Ecuación 4.10**. El primer polo, ω_{p1} se corresponde con 0 GHz. El valor de la inductancia, L_1 ,

se determina mediante un procedimiento iterativo, que minimiza la distancia Euclidiana, entre la impedancia obtenida con software de simulación electromagnético y la impedancia calculada con el modelo de equivalente circuital.

Otra forma de superficie selectiva en frecuencia, muy útil, es la conocida como Marco de cruz. Debido a la disposición de los polos y ceros, esta estructura podría ser modelada con el mismo circuito equivalente visto para la cruz de Jerusalén, no obstante se demostró que una representación más apropiada para dicho circuito consistía en una unión LC, serie a la que se le añadía una unión LC paralelo.

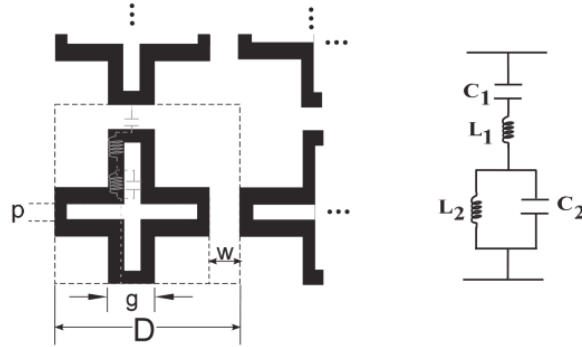


Figura 4.10: FSS de tipo Marco de cruz junto a su circuito equivalente [4].

La expresión de la impedancia, del circuito nuevo, es la siguiente:

$$Z_{FSS} = \frac{\omega^2 L_2 C_1 - (1 - \omega^2 L_2 C_2)(1 - \omega^2 L_1 C_1)}{j\omega C_1 (1 - \omega^2 L_2 C_2)} \quad (4.14)$$

Las frecuencias de resonancia se calculan buscando los nulos de la derivada de la función de impedancia. En correspondencia con estas resonancias, son válidas las siguientes relaciones, obtenidas al imponer que tanto el numerador como el denominador de la **Ecuación 4.14** sean iguales a cero:

$$C_2 = \frac{1}{L_2 \omega_{p2}^2} \quad (4.15)$$

$$C_1 = \frac{(\omega_{p2}^2 - \omega_{z1}^2)(\omega_{p2}^2 - \omega_{z2}^2)}{-L_2 \omega_{p2}^2 \omega_{z1}^2 \omega_{z2}^2} \quad (4.16)$$

$$L_1 = \frac{(\omega_{p2}^2 - \omega_{z1}^2) - L_2 C_1 \omega_{p2}^2 \omega_{z1}^2}{C_1 \omega_{z1}^2 (\omega_{p2}^2 - \omega_{z1}^2)} \quad (4.17)$$

Donde ω_{z1} , ω_{z2} y ω_{p2} representan los dos ceros y el segundo polo de la **Ecuación 4.14**. El primer polo, ω_{p1} se corresponde siempre con 0 GHz . El valor de la inductancia, L_2 , se determina mediante un procedimiento iterativo, que minimiza la distancia Euclidiana entre la impedancia obtenida con software de simulación electromagnético y la impedancia calculada con el modelo de equivalente circuital.

	$D(mm)$	$W(mm)$	$g(mm)$	$p(mm)$	$\theta(^{\circ})$
Cruz de Jerusalén	10	1.25	0.625	4.85	0
Marco de cruz	10	1.25	2.5	0.625	0

Tabla 4.6: Parámetros de las FSS de tipo Cruz de Jerusalén y Marco de cruz.

	$f_{z1}(GHz)$	$f_{p2}(GHz)$	$f_{z2}(GHz)$	$L_1(nH)$	$C_1(fF)$	$L_2(nH)$	$C_2(fF)$
Cruz de Jerusalén	11.61	19.90	29.97	5.15	36.49	2.68	10.51
Marco de Cruz	14.04	22.44	24.75	3.416	30.924	0.45	111.78

Tabla 4.7: Valores para el calculo del equivalente circuital mediante la técnica del modelo agrupado.

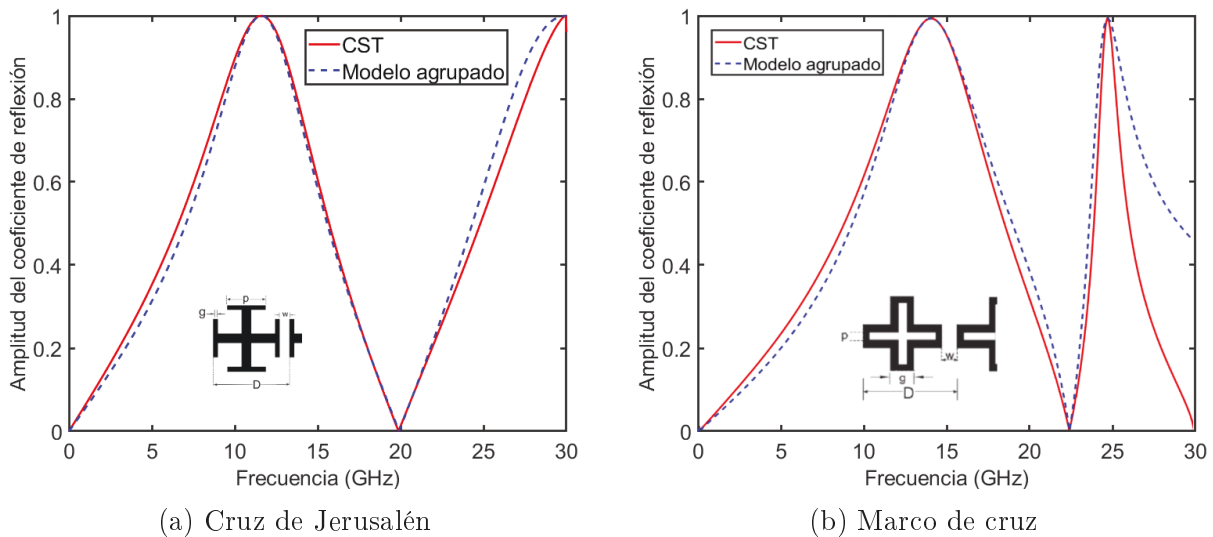


Figura 4.11: Respuesta en frecuencia para las estructuras de tipo Cruz de Jerusalén y Marco de cruz, junto a las de sus equivalentes circuitales.

4.3. Método de las matrices en cascada (MMC)

El método de las matrices en cascada nos permite encontrar la respuesta de un dispositivo el cual está formado por la conexión en cascada de varias estructuras individuales, a través de la multiplicación de sus parámetros ABCD. La siguiente ecuación nos define la matriz ABCD, que caracteriza a una FSS cualquiera:

$$[M_{FSS}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/Z_{FSS} & 1 \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

Los parámetros ABCD, que modelan las capas de dieléctricos que envuelven las de metalizaciones, quedan definidos de la siguiente forma:

$$[M_n] = \begin{bmatrix} \cos(k_n g_n) & j Z_n \sin(k_n g_n) \\ j \frac{\sin(k_n g_n)}{Z_n} & \cos(k_n g_n) \end{bmatrix}, \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (4.19)$$

Donde g nos indica el espesor de la capa de sustrato dieléctrico (que en este estudio se considerará siempre, por simplicidad, libre de pérdidas y en incidencia normal). El número de onda k y la impedancia característica del dieléctrico Z están definidos por las siguientes ecuaciones:

$$k_n = \sqrt{\epsilon_r k_0^2 - k_t^2}, \quad \text{donde } k_t = k_o \sin(\theta). \quad \text{Si } (\theta = 0^\circ) \Leftrightarrow k_n = (2\pi f \sqrt{\epsilon_r})/c \quad (4.20)$$

$$\left. \begin{aligned} Z_n^{TE} &= (\omega \mu_r \mu_0) / k_n \\ Z_n^{TM} &= k_n / (\omega \epsilon_r \epsilon_0) \end{aligned} \right\} \text{Si } (\theta = 0^\circ, \mu_r = 1) \Leftrightarrow Z_n = Z_0 / \sqrt{\epsilon_r} \quad (4.21)$$

Siendo c la velocidad de la luz en el vacío y ϵ_r la permitividad eléctrica relativa del sustrato. Con todo lo anterior, si quisiéramos ahora caracterizar los parámetros ABCD de una FSS multicapa cualquiera, utilizaremos el MMC multiplicando los parámetros ABCD de cada una de las capas de la estructura, ya sean metálicas o de sustrato dieléctrico.

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = [M_1] \dots [M_{n-1}] [M_{FSS}] [M_n] [M_{FSS}] [M_{n+1}] \dots [M_N] \quad (4.22)$$

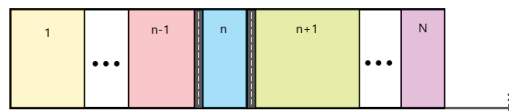


Figura 4.12: Prototipo de FSS multicapa.

A partir de los parámetros ABCD obtenidos utilizando la **Ecuación 4.22**, podemos expresar los coeficientes de transmisión (T) y de reflexión (R) de la estructura completa de la siguiente manera, donde Z_0 se corresponde con la impedancia característica del espacio libre.

$$R = \frac{AZ_0 + B - CZ_0^2 - DZ_0}{AZ_0 + B + CZ_0^2 + DZ_0} \quad (4.23)$$

$$T = \frac{2Z_0}{AZ_0 + B + CZ_0^2 + DZ_0} \quad (4.24)$$

Para comprobar este procedimientos vamos a realizar el siguiente ejemplo. Se va a analizar una estructura compuesta por cuatro capas de sustratos dieléctricos y una capa de metalizaciones, que consistirá en un array de parches colocada entre los sustratos dos y tres. Este array de parches se caracteriza por tener una periodicidad $D = 10 \text{ mm}$ y una separación entre parches $W = 2 \text{ mm}$. Los parámetros que modelan los sustratos dieléctricos se pueden encontrar en la **Tabla 4.8**.

	Capa 1	Capa 2	Capa 3	Capa 4
ϵ_r	5	3	2	4
$g \text{ (mm)}$	5	3	2	4

Tabla 4.8: Parámetros de los sustratos dieléctricos de la FSS de cinco capas.

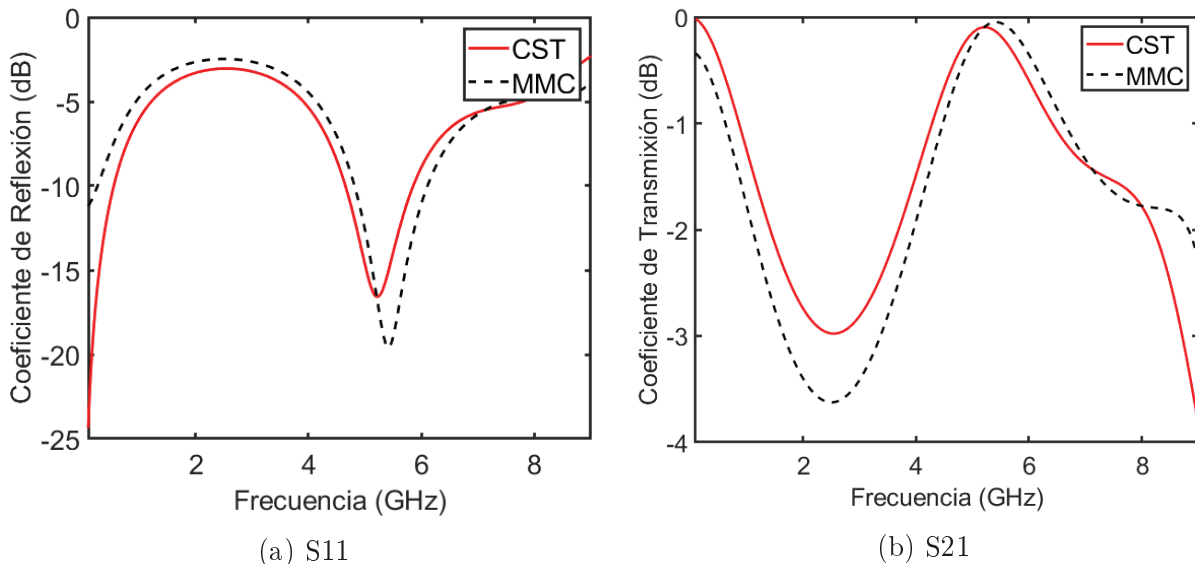


Figura 4.13: Respuesta en frecuencia para la estructura de cinco capas.

Las superficies selectivas en frecuencia multicapa son aquellas en las que se combinan varias estructuras de elemento resonante usando capas de sustratos dieléctricos entre medias. Esto nos permite mejorar, en cuanto al diseño de filtros, ya que nos da la posibilidad de modificar la forma que tendrá la respuesta en frecuencia de la estructura diseñada. Es decir, ya no estaremos limitados a las respuestas por defecto que tienen cada una de las estructuras resonantes individualmente. A medida que se han ido estudiando las FSS, se han desarrollado numerosas técnicas que nos permiten mejorar en cuanto a términos de ancho de banda, polarización de la onda, atenuación, etc. Incluso se han formulado modelos que nos permiten obtener la respuesta en frecuencia deseada, aún cuando el ángulo de incidencia de la onda, en la estructura periódica, es grande.

Consideremos una estructura formada por tres capas, la primera y la última serán capas de metalizaciones de tipo anillo circular, cuyo grosor será $g = 0,2 \text{ mm}$, una periodicidad $D = 3,5 \text{ mm}$ y una separación entre anillos $W = 0,3 \text{ mm}$. Entre medias de estas dos, se colocará una capa de sustrato dieléctrico de espesor $d = 2,54 \text{ mm}$ y $\epsilon_r = 2,54$. Pues bien, si se compara esta estructura con una FSS compuesta simplemente por un anillo circular con las mismas dimensiones, podemos observar como el hecho de introducir un segundo anillo, junto con el sustrato dieléctrico, nos permite cambiar la forma que tendrá la respuesta en frecuencia, permitiéndonos diseñar un filtro banda-eliminada, cuyo ancho de banda eliminada será mucho mayor.

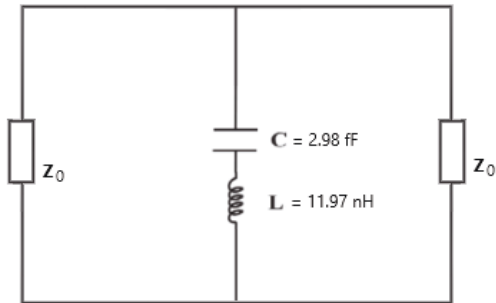
	$f_1(\text{GHz})$	$f_2, f_{\text{zero}}(\text{GHz})$	$\tau_{in,1}$	$\tau_{in,2}$	$C(\text{fF})$	$L(\text{nH})$
Anillo circular	20	26.64	0.15	1	2.98	11.97
Anillo circular + dieléctrico	15	22.28	0.69	1	27.79	1.84

Tabla 4.9: Valores para el calculo del equivalente circuital mediante la técnica del modelo agrupado.

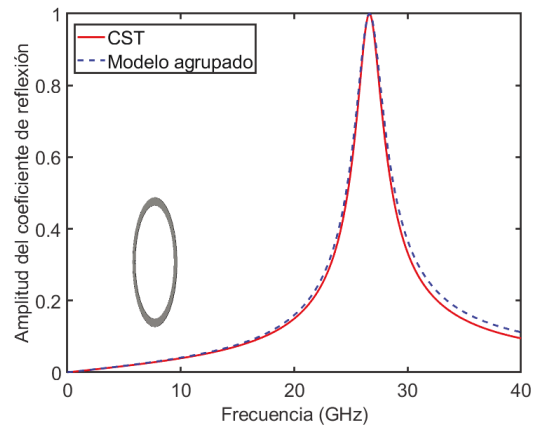
Para el equivalente circuital del sustrato dieléctrico utilizaremos simplemente una línea de transmisión ideal, cuyos valores de impedancia y longitud eléctrica se calculan de la siguiente forma:

$$Z = Z_0/\sqrt{\epsilon_r} \quad (4.25)$$

$$E^\circ = \left(\frac{360^\circ}{\lambda}\right)d \quad \text{siendo} \quad \lambda = \frac{c}{f\sqrt{\epsilon_r}} \quad (4.26)$$

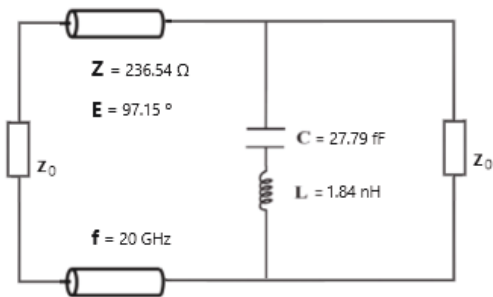


(a) Equivalente circuitual

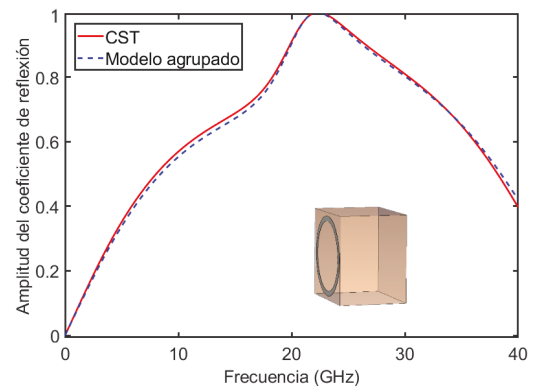


(b) Respuesta en frecuencia

Figura 4.14: Anillo circular.

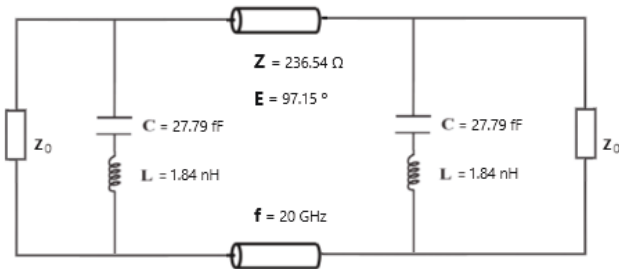


(a) Equivalente circuitual

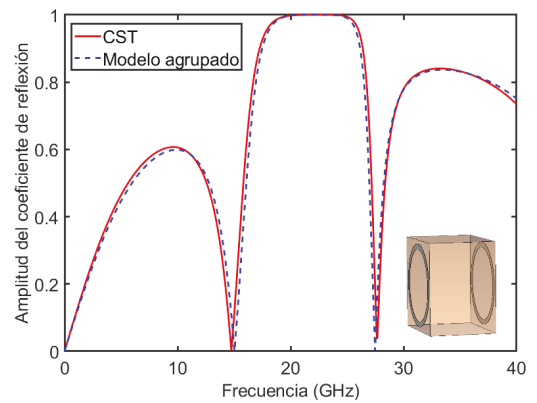


(b) Respuesta en frecuencia

Figura 4.15: Anillo circular con dieléctrico



(a) Equivalente circuitual



(b) Respuesta en frecuencia

Figura 4.16: Anillo circular doble con dieléctrico

5

Conclusiones y futuras líneas de investigación

Como principal conclusión de este trabajo, podemos afirmar con certeza el hecho de que utilizar equivalentes circuitales para el análisis y diseño de filtros espaciales, utilizando superficies selectivas en frecuencia, resulta de gran utilidad para reducir el tiempo que se lleva a cabo en esta tarea. No obstante, ha quedado demostrado que para sacarle el máximo rendimiento a esta metodología es necesario tener conocimientos previos sobre la materia, ya sea conociendo a qué frecuencia se empezarán a propagar los “grating lobes”, la forma que tendrá la respuesta en frecuencia o el tipo de equivalente circuital que tendrá la estructura periódica, entre otras cosas.

A día de hoy, se sigue trabajando en nuevas técnicas, que nos permitan mejorar estos modelos, en términos de ancho de banda, polarización, atenuación, ángulo de incidencia, etc. Además, aunque los principales tipos de metalizaciones ya han sido estudiados, en función de su uso, todavía se podrían implementar nuevas formas, que nos permitan obtener otros tipos de respuestas. En un futuro cercano, se podría intentar juntar todos estos conocimientos acerca de las FSS, para desarrollar un software que nos permita obtener una buena aproximación de la respuesta frecuencial de la estructura que queremos diseñar, utilizando simplemente equivalentes circuitales, lo que nos permitiría ahorrarnos las simulaciones de onda completa. Este software tendría una interfaz sencilla donde lo único que se pediría sería indicar el tipo de FSS a utilizar (parche, rejilla, cruz de dipolos, etc) y las dimensiones de los parámetros que la modelan. Una vez proporcionados estos datos, el programa establece cual es su equivalente circuital y nos muestra su respuesta en frecuencia. Incluso se podría dotar a este software con una gran base de datos, que nos sugiera distintas posibilidades que tenemos, para crear un determinado filtro de radiofrecuencia, haciendo uso de estas estructuras periódicas. Es decir, conociendo las especificaciones de un determinado filtro, como lo son su forma (paso-bajo, paso-alto, paso-banda, etc) y las frecuencias donde el diseño del filtro tiene que cumplir con ciertos requisitos, el programa podrá sugerirnos distintas estructuras para su realización.

Bibliografía

- [1] Filippo Costa, Agostino Monorchio, Giuliano Manara. “*An Overview of Equivalent Circuit Modeling Techniques of Frequency Selective Surfaces and Metasurfaces*”. ACES Journal, Diciembre 2014.
- [2] Luis M. Castellanos, Francisco López, Erick Reyes-Vera. “*Metamateriales: principales características y aplicaciones*”. Facultad de Ingenierías, Instituto Tecnológico Metropolitano, Medellín, Colombia, Septiembre 2016. <http://www.scielo.org.co/pdf/racefn/v40n156/v40n156a02.pdf>
- [3] Rana Sadaf Anwar, Lingfeng Mao, Huansheng Ning. “*Frequency Selective Surfaces: A Review*”. Escuela de Ingeniería en Computación y Comunicaciones, Universidad de Ciencia y Tecnología de Beijing, 6 Agosto 2018. <https://www.mdpi.com/2076-3417/8/9/1689/htm>
- [4] Filippo Costa, Agostino Monorchio, Giuliano Manara. “*Efficient Analysis of Frequency-Selective Surfaces by a Simple Equivalent-Circuit Model*”. IEEE, 21 Septiembre 2012. <https://ieeexplore.ieee.org/document/6309153>
- [5] Víctor Guijarro Gómez. “*Estudio y diseño de una metasuperficie en banda X para la monitorización de la salud estructural de los aviones*”. Universidad Politécnica de Madrid (UPM), 2019.
- [6] Carolina Sainz Bautista. “*Análisis de configuraciones básicas de FSS compactas*”. Universidad de Cantabria, Octubre 2016.
- [7] E. de Lera, E. García, E. Rajo, L. Inclán-Sánchez. “*Análisis de Superficies selectivas en Frecuencia de caras Asimétricas*”. Dpto. de Teoría de la Señal y Comunicaciones, Universidad Carlos III de Madrid.
- [8] Juan Córcoles Ortega. “*Asignatura sobre los Fundamentos de la Transmisión y Propagación de Ondas (FTPO)*”. RFCAS, Escuela Politécnica Superior, Universidad Autónoma de Madrid.
- [9] “*Simple Plane Wave (Fundamental Floquet Mode)*”. <https://zinka.files.wordpress.com/2010/07/a-physical-insight-into-the-floquet-modes.pdf>
- [10] Pablo Gómez García, José-Paulino Fernández-Álvarez. “*Floquet-Bloch Theory and Its Application to the Dispersion Curves of Nonperiodic Layered Systems*”. <https://www.hindawi.com/journals/mpe/2015/475364/>

- [11] Lal Mohan Bhowmik, Caleb J Fulton. “*Floquet Modal Analysis of Grating Lobe Effects for Finite Planar Arrays*”. https://www.researchgate.net/publication/330465400_Floquet_Modal_Analysis_of_Grating_Lobe_Effects_for_Finite_Planar_Arrays
- [12] Arun K. Bhattacharyya. “*An Accurate Model for Finite Array Patterns Based on Floquet Modal Theory*”. IEEE Antennas and Propagation, 2015. <https://ieeexplore.ieee.org/document/7004804>
- [13] Ben A.Munk. “*Frequency Selective Surfaces Theory and Design*”. Wiley-Interscience, 26 Abril 2000.
- [14] Juan Córcoles Ortega. “*Asignatura de Electrónica de Comunicaciones (ELECOM)*”. RFCAS, Escuela Politécnica Superior, Universidad Autónoma de Madrid.
- [15] Ben A.Munk. “*Finite Antenna Arrays and FSS*”. Wiley-IEEE Press, 22 Julio 2003.