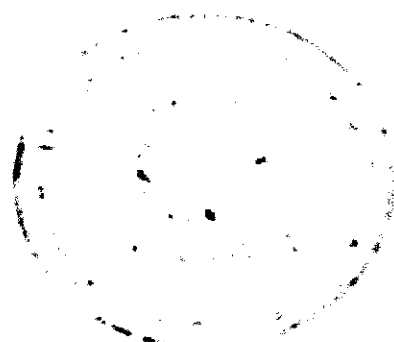


TESIS DOCTORAL

Tesis
218

**TRATAMIENTO ECONOMÉTRICO DEL CAMBIO
ESTRUCTURAL**

El Método de Estimación Paramétrica Ponderada



R.º. F. E. E. 60 836
M

Director:

JOSÉ VICÉNS OTERO

Autor:

JULIÁN PÉREZ GARCÍA

A Julián, el cuarto, y a Milagros

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	9
Cap. 1.- EL CONCEPTO DE CAMBIO ESTRUCTURAL Y SU DESARROLLO EN LA LITERATURA ECONOMETRICA.	17
1.1.- Consideraciones iniciales	17
1.2.- Problemática del cambio estructural.	25
1.3.- Errores de especificación y cambio de estructura.	32
1.4.- Principales aportaciones en la literatura econométrica.	40
Cap. 2 CONTRASTES DE CAMBIO ESTRUCTURAL	53
2.1.- Contraste F o Test de Chow.	56
2.2.- Test clásicos de restricción paramétrica aplicados al cambio estructural.	63
2.3.- Contrastes no paramétricos.	68
2.4.- Estimación recursiva y contrastes tipo BDEs.	76
Cap. 3.- ESTIMACIÓN DE MODELOS EN PRESENCIA DE CAMBIO ESTRUCTURAL.	87
3.1.- Tipología de los métodos de estimación con parámetros cambiantes.	93
3.2.- Planteamiento de los principales métodos de estimación.	95
3.2.1.- Modelos Estacionarios Deterministas.	96
3.2.2.- Métodos deterministas tendenciales.	112
3.2.3.- Métodos Estocásticos Estacionarios.	115
3.2.4.- Modelos estocásticos no estacionarios.	129
Cap. 4.- EL MÉTODO DE ESTIMACIÓN PARAMÉTRICA PONDERADA.	145
4.1.- Investigaciones preliminares.	146
4.2.- Otros antecedentes econométricos.	150
4.3.- Formalización de la propuesta. Ampliación del método EPP.	152
4.4.- Propiedades y distribución del estimador EPP ampliado (EPPa).	160

4.5.- Contrastación del cambio estructural a partir de las estimaciones del método EPP ampliado.	162
4.6.- El método EPP ampliado en el contexto de los modelos de parámetros cambiantes.	175
4.6.1.- El EPP ampliado como método de estimación.	176
4.6.2.- Utilización auxiliar del método EPP ampliado.	180
Cap. 5.- APLICACIÓN DEL METODO DE ESTIMACION PARAMÉTRICA PONDERADA.	189
5.1.- Implementación informática del Método EEPa.	190
5.1.1.- Generación de las series de ponderación a utilizar. . .	192
5.1.2.- Obtención de las series de parámetros.	192
5.1.3.- Obtención de las series de parámetros estimados y los correspondientes contrastes de cambio estructural derivados de los mismos.	198
5.2.- Posibilidades de análisis derivadas de la estimación paramétrica ponderada.	202
5.3.- Aplicación del método EEPa al Modelo Wharton-UAM.	210
5.3.1.- Planteamiento de la aplicación.	221
5.3.2.- Análisis comparado de los distintos métodos de determinación del cambio estructural.	225
5.3.3.- Determinación de los principales puntos de cambio estructural.	233
5.3.4.- Análisis económico de las principales ecuaciones. . . .	244
Cap.6. RESUMEN Y CONCLUSIONES.	269
6.1.- Principales contenidos de los distintos capítulos.	271
6.2.- Conclusiones básicas del trabajo.	276
BIBLIOGRAFIA:	285
ANEXOS	311

INTRODUCCIÓN



INTRODUCCIÓN

Quiero comenzar la redacción de esta tesis doctoral exponiendo los motivos que me han conducido a su elaboración y el porqué de dedicar este amplio esfuerzo al análisis de un tema como el del cambio de estructura en el contexto de los modelos econométricos.

En primer lugar, debemos poner de manifiesto la enorme importancia que tiene la problemática del cambio estructural en el campo de la investigación económica aplicada y más concretamente en el ámbito del análisis y predicción de los fenómenos económicos mediante modelos econométricos.

En efecto, todos los resultados empíricos obtenidos mediante este tipo de técnicas están basados en la cuantificación de las relaciones observadas entre un conjunto de variables a lo largo de un rango temporal o espacial que seleccionamos como muestra.

Ahora bien, si detectamos algún tipo de alteración en este comportamiento medio de la muestra analizada, la validez de los resultados quedaría restringida precisamente a esa muestra, no pudiendo extraerse conclusiones aplicables a otros períodos temporales (predicción) o a contextos alternativos (simulación).

Estas restricciones, que dieron origen a una de las más fuertes críticas con las que se ha enfrentado la econometría aplicada, [Lucas(1976)], convierten el problema de la contrastación y análisis del cambio estructural, en uno de los puntos clave en el desarrollo e implementación de los modelos econométricos.

En segundo lugar, la propia dinamicidad de los fenómenos económicos y la incidencia de distintos impactos exógenos, están constantemente poniendo a prueba la capacidad de los modelos para explicar y predecir la evolución de los distintos sistemas económicos, de forma tal, que se hace necesaria la elaboración de modelos, cada vez más flexibles y que sean capaces de responder adecuadamente en entornos permanentemente cambiantes.

De esta forma, el estudio y análisis de las alteraciones producidas en las estructuras que relacionan las distintas variables que componen el sistema económico, se convierte en un tema de especial interés para poder, por un lado, adaptar nuestros modelos a una realidad cambiante, y por otro, tratar de adelantarnos a esos cambios.

Finalmente, y desde una óptica estrictamente econométrica, este problema, explicitado como una alteración en el valor medio de los parámetros que componen la estructura de un modelo econométrico, supone una alteración de las hipótesis básicas sobre las que se elaboran los mismos, de forma tal que las buenas propiedades de que gozan los distintos estimadores se verían alteradas, haciéndose necesario, bien un replanteamiento del modelo inicial, o bien, un cambio de las técnicas estadísticas utilizadas para la estimación.

Una vez esbozada la importancia del tema planteado, tanto desde la óptica del análisis económico como puramente econométrico, me gustaría resaltar uno de los aspectos que, a mi parecer, es muy importante a la hora de plantearse una labor de investigación del tipo de una tesis doctoral, que como tal marca un hito importante en el desarrollo de la formación de un investigador.

Me estoy refiriendo al necesario enlace que debe existir entre la tesis doctoral y la labor investigadora realizada con anterioridad, la tarea profesional desarrolla y los caminos futuros sobre los que transcurrirá la misma.

En este sentido, mi formación como economista, licenciado en la especialidad de métodos cuantitativos para el estudio de los sistemas empresariales en la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de la Universidad Autónoma de Madrid, ya marcaba mi inclinación hacia los temas que tuvieran relación con el análisis cuantitativo de los sistemas económicos. Mi posterior formación en los cursos de doctorado del Departamento de Economía Aplicada, dirigidos por el profesor Antonio Pulido, centraron aún más mis intereses hacia la modelización econométrica y el análisis de los sistemas económicos a través de modelos estadísticos de representación simplificada de la realidad económica.

Adicionalmente mi incorporación al equipo de investigación del Instituto "Lawrence R. Klein", bajo la tutela de los profesores Dña. Ana del Sur y D. José Vicéns, que hoy es el director de esta tesis doctoral, junto con mi posterior ingreso en el Departamento de Economía Aplicada, en calidad de profesor asociado, con dedicación a la docencia en la asignatura de Econometría, terminaron de asentar mis inquietudes sobre los temas que pretendo tratar en esta tesis y sobre los que espero poder realizar mi modesta aportación.

En el momento actual, el trabajo que desempeño se concentra sobre mi calidad de profesor de econometría y métodos de simulación, y la tarea de responsable operativo del Modelo Wharton-UAM, con el que, bajo la dirección del profesor Pulido, y en el marco de un convenio de colaboración entre la Universidad Autónoma de Madrid y el Centro de Predicción Económica (CEPREDE), se vienen elaborando predicciones continuadas de la evolución de la economía española desde hace más de diez años.

Una vez fijada la importancia general del tema, así como mi propio interés como profesional e investigador en economía aplicada, es necesario poner de relieve un factor adicional que fue determinante en la elección del tema del cambio estructural como el objetivo central de este trabajo.

Durante mi etapa de formación como doctorando, el que hoy es director de esta tesis doctoral, el profesor Vicéns, me transmitió una inquietud, que le había surgido a menudo en su carrera profesional, proponiéndome que centrara mi trabajo de investigación de tesina precisamente en este campo.

Esta propuesta consistía básicamente en la posibilidad de realizar la estimación de los modelos econométricos ponderando en mayor medida las observaciones más recientes, de forma que las predicciones elaboradas con esos modelos fueran más acordes con las estructuras más recientes.

A partir de este momento comenzamos a trabajar con estimaciones ponderadas aplicadas al campo de los modelos econométricos de predicción, dando origen a una primera publicación, que bajo el título de "ESTIMACIÓN PARAMÉTRICA PONDERADA", fue presentada como mi tesina de licenciatura en Junio de 1991, en el Departamento de Economía Aplicada y dirigida, lógicamente, por el profesor Vicéns.

En este trabajo inicial se contrastó una mejora significativa de las predicciones obtenidas con ecuaciones estimadas con ponderación, frente a las estimadas con el método clásico de Mínimos cuadrados ordinarios.

Este éxito inicial, nos confirmó la idea que subyacía bajo el planteamiento inicial de ponderación de observaciones y que no era otra que la evolución en las estructuras de correlación de variables, y por tanto, la no permanencia de los parámetros.

Por este motivo, a la hora de elegir el tema apropiado para la elaboración de la tesis doctoral pensamos que sería oportuno abordar, en un sentido amplio, el problema del cambio estructural y tratar de realizar una sportación diferencial desde el campo de la ponderación de observaciones.

Con todos estos antecedentes nos propusimos abordar el cambio estructural, analizando en primer lugar su problemática global y las distintas aportaciones que se habían ido realizando a lo largo de la literatura econométrica, presentándose los resultados de esta primera etapa en el capítulo primero.

A continuación, concentramos la investigación en las distintas alternativas propuestas para la contrastación del cambio estructural, tratando de detectar las principales virtudes y puntos débiles de cada una de ellas, resumiéndose de forma necesariamente breve, en el capítulo segundo.

El paso siguiente, recogido en el tercer capítulo, consistió en el estudio de los modelos desarrollados a lo largo de la historia de la econometría y que tenían como objetivo la modelización con parámetros variables.

Una vez delimitada, la problemática y los planteamientos alternativos para su tratamiento nos propusimos aportar una nueva metodología para el tratamiento del cambio estructural, que desde la óptica de la estimación paramétrica ponderada, tratara de mejorar algunas de las deficiencias detectadas en los procedimientos y metodologías anteriormente analizadas.

De esta forma se planteó el método de ESTIMACIÓN PARAMÉTRICA PONDERADA AMPLIADO, como una alternativa que nos permitía obtener una serie de coeficientes estimados a partir de una única muestra sobre los que poder realizar distintos análisis de estabilidad.

Este nuevo método, cuyo planteamiento y principales desarrollos se encuentran recogidos en el capítulo cuarto, consiste básicamente en la aplicación sistemática de estimaciones ponderadas sobre una misma muestra, alterando en cada ocasión la ponderación de las distintas observaciones, siendo un punto muestral diferente el que tiene mayor peso en cada estimación.

Con este conjunto de estimaciones así realizadas, se proponen distintas vías de análisis de los coeficientes, concentrando nuestra aportación en un conjunto de tres contrastes paramétricos, distribuidos como una T de Student, y que deducidos a partir de la distribución teórica del estimador elaborado, nos permiten la determinación de cambios en los parámetros de un modelo, explicitando, tanto el punto de cambio, como los coeficientes específicos de cada ecuación que han sufrido alteración.

En una segunda línea de utilización del método de estimación paramétrica ponderada, se proponen distintas alternativas para, a partir de los coeficientes estimados, deducir el comportamiento de distintas matrices necesarias para la aplicación de métodos complejos de estimación con parámetros cambiantes, tales como el modelo de Cooley y Prescott(1973) o modelos basados en el Filtro de Kalman [Belsley(1973b)].

Por nuestra propia trayectoria profesional de "económetras aplicados", no podíamos terminar este trabajo sin plasmar de forma empírica la utilidad de nuestro nuevo método; y así, hemos desarrollado la implementación informática del mismo y realizado una aplicación sistemática sobre el conjunto de ecuaciones de comportamiento que componen el modelo Wharton-UAM, como un ejemplo representativo de la econometría aplicada, planteando algunos de los múltiples análisis que pueden llevarse a cabo a partir de estas estimaciones, conteniéndose todo ello en el quinto capítulo.

A modo de resumen de esta introducción podemos reseñar que se ha realizado un esfuerzo de recopilación de la literatura existente en el campo del análisis del cambio estructural, aportándose un nuevo y original método de estimación que, a nuestro parecer, abre una línea importante de investigación y análisis de la dinamicidad de los fenómenos económicos.

CAPITULO 1

**EL CONCEPTO DE CAMBIO ESTRUCTURAL
Y SU DESARROLLO EN LA LITERATURA ECONOMETRICA**



Cap. 1.- EL CONCEPTO DE CAMBIO ESTRUCTURAL Y SU DESARROLLO EN LA LITERATURA ECONOMÉTRICA.

El objetivo de este primer capítulo consiste en la delimitación de problema del cambio estructural, así como las implicaciones que éste tiene sobre la aplicación de las técnicas econométricas en la investigación económica aplicada.

Con este objetivo comenzaremos presentando el problema a tratar y realizando algunas consideraciones de tipo general sobre la problemática del cambio estructural en el contexto de la investigación económica aplicada. Posteriormente describiremos el proceso de análisis y tratamiento del cambio estructural, así como sus interacciones con otros problemas que pueden presentarse en el proceso de construcción de modelos econométricos, para terminar finalmente realizando un breve repaso de las principales aportaciones recogidas en la literatura econométrica.

1.1.- Consideraciones iniciales.

Antes de comenzar a exponer las distintas acepciones y problemáticas del cambio estructural es necesario acotar previamente el fenómeno que pretendemos definir. En este sentido, a partir de ahora y sin pérdida de generalidad, vamos a referirnos al cambio de estructura como el fenómeno de alteración de los modelos que habitualmente utilizamos para representar los sistemas económicos. Lógicamente, estas alteraciones en los modelos deben venir provocadas por modificaciones en los procesos generadores que se representan en los mismos, por lo que la incorporación de esta acotación no supone la desaparición del sentido puramente económico de la misma.

Una vez centrado el problema sería conveniente realizar algunos comentarios sobre el proceso de elaboración de modelos econométricos y las implicaciones que el cambio de estructura tienen sobre dicho proceso.

- El cambio estructural como un problema intrínseco de los modelos econométricos.

Como señalan Anderson y Mizon (1989), cualquiera de los procesos generadores de los datos que habitualmente usan los economistas están, más bien, caracterizados por no-linealidades, interacciones dinámicas y simultáneas, con errores de medida y otras muchas complicaciones, que hacen que estos procesos generadores de datos sean desconocidos e incognoscibles, dada la limitada información con la que cuentan los economistas.

De esta forma, la investigación econométrica no se centra en el conocimiento de "la verdad", sino más bien en una aproximación de la norma, es decir, la búsqueda de modelos de tipo estadístico y económico que tengan un cierto valor para el problema a tratar y que sean congruentes con la información disponible y que proviene de cuatro fuentes principalmente:

- Una teoría desarrollada a priori.
- Datos muestrales.
- La medición del sistema.
- Modelos alternativos.

En la discusión de cuál debe ser la forma de incorporar esta información en los modelos, debe tener un papel primordial el tratamiento paramétrico de los mismos, particularmente aquellos que incorporan información de series temporales.

Como quiera que el cambio estructural es un fenómeno inminentemente asociado a datos temporales y los problemas económicos están expresados

generalmente en términos de modelos paramétricos o semi-paramétricos, esta es desafortunadamente una seria limitación de los mismos.

- Delimitación del problema.

Si tratáramos de recoger una definición concreta del cambio de estructura, bajo esta óptica de alteración en los modelos estimados, nos encontraríamos con un amplio abanico de posibilidades en las que, dependiendo del autor de la definición, se resaltarían más unos aspectos que otros y que abarcarían diferentes niveles de alteración de los modelos.

Así, Poirier(1991), en un reciente artículo en el que realiza una visión retrospectiva de la econometría del cambio estructural pone de manifiesto el hecho de que a pesar de la larga historia del cambio estructural en la econometría, la conceptualización del mismo resulta poco específica.

Poirier afirma que un sentido simple, el cambio estructural estaría determinado por cambios en los parámetros a lo largo de las observaciones. Esta definición es según el autor, demasiado amplia en un sentido y demasiado restringida en otro.

Por una parte, es demasiado restringida puesto que esta definida en términos paramétricos y dado el amplio desarrollo de las técnicas semi-paramétricas y no-paramétricas en la econometría, este concepto debe ser reemplazado por alguna forma menos "paramétrica"; y por otra, es demasiado amplia puesto que abarca múltiples problemas diferentes, de forma que sería necesaria una mayor acotación para hacerla mucho más comprensible.

Por otra parte, el concepto de "Cambio Estructural" en sí, es en cierto modo paradójico, pues la característica esencial de "estructura" si acudimos a los inicios de la "Econometric Society", es su insensibilidad a los cambios.

En este sentido, Poirier cree en una definición sin controversia, en la que un "Modelo estructural" es aquel que permanece invariante ante un tipo específico de intervenciones hipotéticas. Mientras que un sistema que presenta "cambios estructurales" no puede tener una "estructura" definida en sentido estricto.

Un cambio estructural se refiere, entonces, a la ruptura de un modelo estructural específico con la esperanza de ser reemplazado por otro nuevo.

Mientras que en los modelos paramétricos la forma más fácil de recoger estas rupturas es la incorporación de la posibilidad de variación de los parámetros a lo largo del tiempo, existen mucho tipos de variación paramétrica que caen fuera del tópico del cambio estructural.

Por ejemplo, existe una amplia literatura que se centra sobre el tratamiento de 'outliers', en las que un pequeño número de observaciones, se obtienen de un proceso de muestreo que contiene parámetros diferenciados de la mayoría de las observaciones, y que no tienen en cuenta la característica esencial de los cambios de estructura, y que es su dimensión temporal.

Por otra parte existen una gran número de modelos que, aún teniendo en cuenta la dimensión temporal, recogen variaciones permanentes en los parámetros, rompiendo con la característica propia de estructura.

Para una correcta conceptualización del cambio de estructura, deben existir estructuras o modelos, definidos a priori, antes y después del punto de ruptura, o como mucho tras un cierto proceso de adaptación.

Además, los modelos estructurales están basados en una determinada teoría lo que significa que debería existir igualmente una teoría que sustentara los cambios en las estructuras.

Tratando de concentrar las aportaciones de Poirier, podemos afirmar que las características del cambio de estructura deben ser las siguientes:

- El cambio de estructura es un fenómeno temporal, es decir recoge la evolución del fenómeno económico a través del tiempo mediante las alteraciones en las relaciones de las variables que lo integran.
- Existencia de una teoría que explique el comportamiento del fenómeno antes y después del punto de cambio, así como la propia existencia de éste.
- El número de puntos de cambio en un corte temporal concreto debe ser reducido, existiendo como máximo dos o tres regímenes diferenciados.
- El cambio de estructura debe abarcar un conjunto amplio de relaciones entre las variables de un sistema, de forma que una visión excesivamente concentrada en un reducido número de variables o de observaciones, puede conducirnos a conclusiones erróneas.

Considerando esta propuesta de Poirier, quedarían fuera del contexto de cambio estructural dos grandes líneas de desarrollo econométrico, que están recibiendo una amplia atención en los últimos años como son los modelos de datos mixtos o espacio-temporales (datos de panel), y los modelos de parámetros permanentemente variables, (Filtro de Kalman, parámetros adaptativos, etc.).

Dado el especial interés que puedan tener este tipo de modelos y aún estando de acuerdo con la conceptualización de Poirier, realizaremos, no obstante, un breve análisis de los mismos en los capítulos posteriores.

- **Implicaciones del cambio estructural en la investigación económica aplicada.**

El cambio estructural ha sido un problema endémico en la construcción de modelos, tanto desde el punto de vista del análisis estadístico, cuya labor consiste en la determinación de su existencia, la búsqueda de vías para incorporarlo en los modelos, y el desarrollo de métodos de inferencia que sean robustos en su presencia, como desde la óptica de los economistas, que en su búsqueda de modelos simples e interpretables sobre la evolución de los fenómenos económicos, se ha visto cazados por el fantasma de perniciosos impactos en el sistema económico.

Sin embargo, como afirman Anderson y Mizon (1989), este monstruo cuando es debidamente analizado puede ayudar al economista a evaluar la utilidad y permanencia de sus modelos, así como a discriminar entre modelos alternativos para un mismo fenómeno e incluso, en algunas ocasiones, apuntan las vías sobre las que modificar los modelos para ampliar su rango y durabilidad.

Por ejemplo, la crisis del petróleo en 1972/73 proporcionó uno de los mejores test para los modelos que se realizaban en el pasado, y aún hoy, el amplio conjunto de modelos que fallan ante este shock, proporcionan un importante estímulo para la mejora de los modelos.

La existencia de los cambios de estructura, proporcionan la posibilidad de revelar lo inadecuado de los modelos, y han impulsado a los investigadores a desarrollar modelos que, abarcando a los anteriores, proporcionaran una adecuada caracterización de los datos observados al lo largo de un amplio período de tiempo, de forma que esos temidos e inesperados cambios en las estructuras de

correlación entre variables pueden tener un gran valor para la prueba y mejora de los modelos.

Existe además una larga historia de economistas que se han visto fascinados por el cambio de estructura como una forma de analizar cómo el crecimiento y la prosperidad se han ido introduciendo y manteniendo en la economía.

Mediante el examen del progreso técnico y la realización de simulaciones de crecimiento, los economistas esperan iniciar y controlar la evolución de los cambios de estructura, en lugar de tratar de adaptarse y responder a los cambios de estructura inesperados.

Es, por tanto, en el ámbito del análisis de largas muestras de datos donde el economista puede intentar modelizar los grandes cambios económicos, los cuáles, al margen de grandes revoluciones puntuales, han sido ajustados gradualmente a la evolución de las nuevas tecnologías.

Sin embargo, se debe resaltar el hecho de que para asimilar estos cambios en los modelos econométricos, es necesario ser capaces de identificar las distintas épocas asociadas con estos cambios de estructura o tecnología y, para tener un conocimiento suficientemente profundo de la evolución del sistema económico, debemos ser capaces, en la línea que apuntaba Poirier, de modelizar las transición entre estas épocas.

Con el objeto de obtener un mayor conocimiento de los sistemas económicos, los economistas acuden a modelos que representan la relación entre las distintas variables. Mientras que estos modelos, necesariamente, sólo pueden aproximarse a la caracterización del proceso generador de los datos, se mantiene la esperanza de que éstos capturen las principales relaciones y que estas se mantengan constantes a lo largo del tiempo.

Claramente, aquellos modelos que presentan frecuentes o continuos cambios de estructura que son impredecibles, tienen muy poca utilidad. Por lo tanto, los economistas que buscan la caracterización de los fenómenos económicos en modelos relativamente simples, precisan de un alto grado de constancia o estacionalidad, si bien somos conscientes de que existen importantes cambios en la conducta básica de unos períodos a otros.

En el proceso de aprendizaje, y como resultado de la investigación y el desarrollo de actividades, los agentes económicos cambian sus conductas de consumo, producción, etc; existiendo además shocks inducidos por cambios institucionales, tales como cambios del sistema de tipos de cambio fijo, o cambios en la política económica de corte monetarista a keynesiana, etc, que contribuyen a aumentar la inestabilidad de los modelos.

La complejidad del sistema económico, nuestro escaso conocimiento del mismo y la carencia o imperfección de los datos, se manifiestan en aparentes cambios de estructura de los modelos econométricos. Dado que uno de los principales objetivos de los modelos macroeconómicos es el de predecir, cuando este objetivo falla para períodos de inestabilidad, los citados autores indican que el principal punto de análisis constituiría en la diferenciación entre un cambio de estructura en los fenómenos económicos, o una incorrecta especificación del modelo.

En general, los fallos de predicción son más bien provocados por malas especificaciones del modelo (variables omitidas, forma funcional incorrecta, mala especificación dinámica, errores en la exogeneización, etc), que por cambios reales en el sistema. De esta forma, los test de cambio de estructura en los modelos econométricos, son a menudo muy buenos test de errores en la especificación, aunque si bien raramente son capaces de identificar el problema por si solos.

Estas implicaciones de los errores de especificación en los modelos que pueden inducir la existencia aparente de falsos cambios de estructura, resaltadas en el artículo de Anderson y Mizon, han sido uno de los aspectos que mayor atención han recibido en la evolución del tratamiento del cambio estructural, por lo que serán desarrolladas específicamente en un apartado posterior.

1.2.- Problemática del cambio estructural.

Una vez fijados los límites del problema a analizar, vamos a tratar de precisar cuál son los puntos básicos en el tratamiento del problema y que serán ampliamente desarrollados en los capítulos siguientes.

En el proceso de elaboración de un modelo econométrico que podemos representar siguiendo el esquema propuesto por Maddala (1977) , y durante la etapa de contrastación del modelo estimado, debemos plantearnos la posibilidad de existencia de un cambio de estructura en el fenómeno que nos ocupa, de manera que las conclusiones que podemos extraer del análisis de dicho modelo, análisis de sensibilidad, predicciones, simulaciones, etc. se vean en cierto modo sesgadas por dicho cambio.

En este sentido, y ante la posibilidad de existencia de este cambio en la estructura de correlación entre las distintas variables, el modelizador debe acometer un proceso de análisis y corrección del modelo que debe cubrir al menos tres etapas:

1º) Contrastación de la existencia del posible cambio de estructura.

2º) Si mediante los distintos contrastes aplicados en la primera etapa se ha detectado la presencia de algún tipo de cambio estructural se deberá determinar la localización temporal del punto o puntos de cambio.

3º) Una vez contrastado el tipo de cambio estructural y su localización temporal, el modelizador tendrá que acometer un proceso de reespecificación del modelo, para tratar de incorporar al mismo la evolución del fenómeno en estudio bajo los diferentes regímenes definidos por ese cambio estructural.

Anderson y Mizon (1989), en el ya citado primer capítulo de la monografía editada por Peter Hackl, realizan unas interesantes reflexiones sobre cada una de estas tres etapas.

- Contrastación de la existencia de cambio estructural.

Respecto a la determinación de la presencia del cambio estructural los citados autores señalan que uno de los requerimientos más importantes de los modelos estadísticos y econométricos es la existencia de relaciones relativamente constantes entre variables. En la modelización econométrica el objetivo es la representación de estas regularidades estadísticas paramétricamente, como propensiones marginales o elasticidades. Un contraste importante del modelo, sería entonces el chequeo de la constancia de estos parámetros.

Este contraste se puede realizar mediante una amplia familia de test basados en alguno de los siguientes análisis:

- Ausencia de errores de predicción.
- Métodos de estimación recursiva, normalmente asociados a técnicas de análisis gráfico.
- Métodos no paramétricos.

Uno de los pioneros y más conocidos test de cambio estructural es el análisis de la varianza de los residuos en base a la distribución F-Snedecor. Este test estadístico es uno de los óptimos en el contexto de los modelos de regresión normales, para contrastar la permanencia de los coeficientes a los largo de dos o

más regímenes, cada uno de los cuales tiene un número suficiente de observaciones muestrales para obtener los correspondientes coeficientes en cada régimen y condicionado a que la varianza del error de predicción permanece constante entre los distintos regímenes. Ver Chow (1960).

Sería necesario entonces contrastar la hipótesis de constancia de las varianzas antes de aplicar el contraste de permanencia de los coeficientes. De hecho, el que el ratio de varianzas y el análisis de test estadísticos de la varianza sean estadísticamente independientes (ver Phillips y McCabe(1983)), significa que es posible controlar la probabilidad del error de tipo I en estos contrastes; es decir la probabilidad de aceptar la hipótesis nula siendo falsa.

En situaciones donde no hay un suficiente número de observaciones para realizar las estimaciones separadas para cada régimen, el propio Chow propone un test alternativo que es óptimo para la hipótesis de no existencia de cambio en la media condicional de la variable dependiente entre los distintos regímenes. Este test es, sin embargo, efectivamente un test de ausencia de errores de predicción y tiene diferentes propiedades para el análisis de la varianza. (ver Anderson y Mizon(1989) y Breusch(1986)).

Los estadísticos usados normalmente para contrastar la permanencia estructural y la ausencia de errores de predicción, en particular cuando éstos se usan como una parte del diagnóstico de un modelo, requieren que el investigador asigne los posibles puntos de cambio de los parámetros. En el caso de análisis ex-post del impacto de determinados fenómenos, tales como el impacto de la crisis del petróleo, la selección de estos puntos de cambio no presenta ninguna dificultad. Sin embargo, cuando no existen discontinuidades claras, la selección arbitraria de puntos de ruptura, pueden conducir a conclusiones erróneas sobre las propiedades del modelo. De esta forma, existe una importante labor estadística de detección de los posibles puntos de ruptura y la identificación de los regímenes separados cuando existe este cambio de estructura.

- **Determinación del punto o puntos de cambio estructural.**

En cuanto a la segunda de las etapas apuntadas anteriormente Anderson y Mizon resaltan el papel de la observación de los gráficos de variables en el tiempo como un conocido instrumento de análisis de los posibles puntos de ruptura.

Sin embargo, puntualizan que en el uso de la información gráfica, es necesario resaltar que es la relación entre variables, más que la propia evolución univariante de las series, lo que tiene especial relevancia en los modelos econométricos.

Mientras que es posible representar unas variables frente a otras, este análisis está limitado a dos o en algún caso tres variables, por lo que últimamente es el análisis de la distribución conjunta, o la distribución de la variable endógena condicionada a las exógenas, lo que tiene especial relevancia.

Una vía muy potente de identificación de los puntos de ruptura en el contexto de las relaciones entre variables es, más que la simple representación gráfica univariante de la variable, la utilización de la estimación recursiva y el análisis de los residuos recursivos. Desde el trabajo pionero de Brown, Durbin y Evans (1975) el valor de las estimaciones recursivas y el cálculo de sus residuos analizados mediante técnicas de sumas acumuladas (CUSUMS) y otros test relacionados con ellas, se ha incrementado sensiblemente, habiendo sido incorporado en numerosos programas informáticos de tratamiento econométrico.

Una vía alternativa aunque muy próxima, para la identificación de los puntos de ruptura está basada en el comportamiento de suma de cuadrados de residuos en las predicciones extramuestrales.

Métodos recursivos y no recursivos se han utilizado en el análisis de las propiedades de test no paramétricos para la determinación de los puntos de

ruptura. Estas técnicas son un buen exponente de cómo el análisis estadístico puede contribuir al análisis de los cambios de estructura.

En ausencia de información a priori para la identificación de los cambios de estructura, el análisis estadístico para la determinación de los puntos de ruptura ex-post puede tener un gran valor. Sin embargo, una vez detectado el punto de ruptura, es necesario determinar si es realmente un punto de cambio en la estructura, o el resultado de una mala especificación. Si se produce este último hecho habrá que adaptar el modelo para que sea capaz de asumir este aparente cambio de estructura.

- Adaptación del modelo a los cambios de estructura.

Por último, y respecto a la fase de adaptación del modelo para recoger los cambios de estructura detectados, estos mismos autores señalan la necesidad de decidir qué tipo de cambio estamos detectando.

En este sentido, Anderson y Mizon identifican cuatro tipos diferentes de cambio estructural:

- **Alteraciones puntuales**, que consistirían en cambios típicamente deterministas, en los que el valor de los parámetros retorna a su nivel anterior una vez superado el evento que causó la alteración,

- **épocas específicas**, que representarían aquellos cambios de estructura, igualmente deterministas, en los que se identifican valores diferentes de los parámetros entre las distintas épocas,

- **regímenes diferenciados**, como un tipo de cambio de estructura, que puede ser estocástico o aleatorio, y en el que se pueden alterar tanto los valores de los

parámetros, como el propio conjunto de variables que actúan como explicativas de un determinado fenómeno entre los distintos regímenes.

- Finalmente, nos encontraríamos con un tipo de cambio de estructura en el que los parámetros sufren un proceso de cambio evolutivo.

Además de esta primera identificación del tipo de cambio de estructura al que nos enfrentamos, es necesario especificar si el cambio estructural afecta o no a todos los parámetros del modelo, e incluso si el cambio afecta únicamente a la media condicional de las variables endógenas o también cambian los segundos momentos condicionales (varianzas), pues pueden existir casos en los que el cambio de estructura afecte a esos segundos momentos condicionales, como en el caso de los procesos de tipo ARCH.

Estas decisiones son las más importantes dado que el rango de posibles modelos que representen el cambio de estructura es enorme. De esta forma el uso de información a priori acerca del conocimiento de los cambios institucionales en los mercados, junto con alguna información acerca de la naturaleza del cambio, obtenida de las técnicas estadísticas utilizadas para detectar el posible cambio de estructura, pueden facilitar enormemente la elección del modelo más apropiado para asimilar el cambio de estructura.

Pero incluso, con la utilización de esta información para limitar el rango de posibles modelos aplicables, el conjunto de posibles alternativas válidas sigue siendo muy amplio.

Una vez que el modelo general ha sido seleccionado y se ha determinado la no existencia de autocorrelación, heterocedasticidad, procesos ARCH, excesos de curtosis o asimetrías, y que aparentemente presenta parámetros constantes, es apropiado entonces, el uso de ese modelo como base para la realización de inferencia condicional. En particular, una vez encontrado el modelo

estadísticamente adecuado, es posible entonces el uso de test de significación estadística para determinar simplificaciones estadísticamente adecuadas de ese modelo general.

En esta etapa los econométricos tendrían un modelo que caracterizaría el cambio estructural y que sería congruente con la teoría a priori, las propiedades de los datos y el sistema de medida, y los datos muestrales. Sin embargo, afirman estos autores que no es el momento de relajar la investigación, pues debemos reconocer que una parte importante del ejercicio de modelización ha sido la toma de decisiones, tanto sobre la clase de modelo inicial, en la primera parte, como sobre la forma de corregir los problemas detectados, en la segunda parte.

En cada uno de estos puntos habrían existido otras muchas opciones a seleccionar y que nos hubieran conducido igualmente a un modelo con los mismos niveles de congruencia. Es entonces de la mayor importancia el hecho de la comparación entre los distintos posibles modelos que cumplen las condiciones de congruencia. Esta comparación puede realizarse mediante test estadísticos no anidados tipo Cox con un grado de libertad, test completos de abarcamiento de parámetros, o test de abarcamiento de predicciones.

En relación a los test de abarcamiento de predicciones, es necesaria la combinación de predicciones de varios modelos con el objeto de mejorar la predicción, y concretamente para obtener predicciones menos susceptibles de sufrir cambios de estructura.

Esta sería la principal evidencia de que cada modelo aislado es inadecuado y no puede abarcar las predicciones de los otros.

En general cuando es necesario combinar predicciones sería preferible desarrollar un nuevo modelo que abarcara las predicciones de todos los

alternativos, pues en general es mejor combinar modelos que combinar predicciones.

1.3.- Errores de especificación y cambio de estructura.

A lo largo de los apartados anteriores hemos podido comprobar que el fenómeno del cambio estructural está estrechamente ligado con un amplio conjunto de errores de especificación de los modelos econométricos, en el sentido de que dichos errores pueden conducirnos a detectar falsos cambios de estructura.

En un sentido amplio podemos considerar que esta interrelación entre el cambio estructural y otros errores de especificación es bidireccional, pues así como la existencia de un cambio de estructura no recogido por el modelo puede inducir la existencia de otros errores de especificación (Autocorrelación, heterocedasticidad, omisión de variables relevantes, etc), la presencia de estos errores puede conducirnos a un tratamiento erróneo del problema que nos ocupa.

Dado que el objetivo principal de esta tesis es el análisis del cambio estructural y sus posibilidades de corrección, vamos a centrarnos únicamente en los efectos que esos otros errores de especificación pueden tener sobre el correcto diagnóstico y tratamiento del mismo.

Con el fin de precisar los posibles efectos del incumplimiento de las hipótesis básicas del modelo de regresión, vamos a distinguir entre dos vías de afectación, cuyas consecuencias sobre el tratamiento del cambio estructural son, lógicamente, diferentes.

- Alteraciones en los contrastes.

El primer problema que pueden provocar los distintos incumplimientos de las hipótesis básicas, vendría determinado por la alteración que sufren algunos contrastes habituales de cambio estructural en presencia de determinados fenómenos de incumplimiento de hipótesis de partida, y que están generalmente asociados a la distribución de la perturbación aleatoria.

Como veremos en el capítulo siguiente, gran parte de los contrastes que habitualmente son utilizados en la práctica econométrica para la determinación de la existencia del algún tipo de cambio estructural, son de tipo paramétrico, lo que significa que están basados en unas distribuciones concretas, tanto de los propios parámetros, como de la perturbación aleatoria.

De esta forma asumimos que, en general, la perturbación aleatoria U , bajo las hipótesis básicas del modelo de regresión lineal, se distribuye como una normal multivariante con esperanza nula y matriz diagonal de varianzas y covarianzas igual a $I_n \sigma^2$, lo que nos conduce a que el vector de coeficientes estimados $\hat{\beta}$ siga también una distribución normal multivariante, cuya esperanza es el vector de coeficientes β y cuya matriz de varianzas y covarianzas es igual a $\sigma^2(X'X)^{-1}$.

$$U \sim N(0, I_n \sigma^2) \quad [1]$$

$$B \sim N(\beta, \sigma^2(X'X)^{-1}) \quad [2]$$

Sobre esta base de distribuciones se construyen una serie de contrastes cuya robustez depende en gran parte del cumplimiento real de dichas distribuciones, de manera que ante situaciones de autocorrelación, heterocedasticidad, no normalidad de las perturbaciones, etc, la validez de estos contrastes se vería ampliamente reducida.

Por otra parte, debemos tener en cuenta la calidad asintótica que presentan la mayoría de las propiedades de los contrastes paramétricos, que asociada con la aplicabilidad del teorema central del límite en situaciones de suficiencia del tamaño muestral, hacen que la potencia de estos contrastes se vea igualmente afectada por el tamaño de la muestra disponible.

En vista de lo anteriormente expuesto podemos concluir que el incumplimiento de hipótesis básicas del tipo mencionado (Autocorrelación, heterocedasticidad, no normalidad, muestras pequeñas, etc), afecta de forma importante al diagnóstico del cambio estructural realizado mediante los contrastes paramétricos más utilizados habitualmente, incrementándose, en general, la probabilidad de cometer errores tipo I de rechazar la hipótesis básica (permanencia estructural), siendo esta correcta.

La forma correcta de evitar estos problemas inducidos debería ser la adecuada corrección de estos incumplimientos en una etapa previa a la contrastación del cambio de estructura. Ahora bien, dado que la existencia de un cambio de estructura real puede inducir la presencia de alguno de estos fenómenos citados, (autocorrelación, heterocedasticidad), en muchas ocasiones es muy difícil discriminar entre causa y efecto, por lo que el orden de corrección de los diferentes problemas que puede presentar un modelo se convierte en un complejo problema.

La gran importancia de esta necesidad de discriminación entre los distintos fenómenos, ha llevado a numerosos autores a analizar la robustez de los diferentes contrastes de cambio estructural ante esta diversidad de situaciones y, en algunos casos, a desarrollar contrastes alternativos que no se vean afectados por esos fenómenos.¹

¹ Ver apartado 1.3.

Por otra parte, son también numerosos los estudios dedicados al análisis de los distintos contrastes en situaciones de escasez de datos muestrales, y la comparación entre las propiedades asintóticas de los mismos y los resultados obtenidos en pequeñas muestras.

- Inducción de cambio estructural.

El segundo de los problemas provocados por los errores de especificación sobre el cambio estructural, y que resulta bastante más pernicioso que el anterior, consistiría en la inducción artificial de un cambio estructural fruto de una incorrecta selección del modelo aplicable.

En este caso, el proceso generador de los datos en estudio, presentaría una permanencia estructural, mientras que la contrastación del modelo estimado nos conduciría a una especificación con parámetros variables en el tiempo.

Son muchos los fenómenos que pueden conducirnos a falsos cambios de estructura, desde la omisión de variables relevantes, o la inadecuación de la estructura dinámica, hasta la selección de una forma funcional incorrecta, pasando por las recientes teorías de cointegración y la realización de regresiones con variables no estacionarias que no estén cointegradas (ver Engle y Granger(1987)).

No obstante, existen dos motivos de inducción de cambio estructural que tienen una especial relevancia en el campo de los modelos uni y multiecuacionales respectivamente.

Nos estamos refiriendo a la utilización de variables "proxi" en el ámbito de modelos uniecuacionales y la asignación incorrecta de exogeneidad, en el campo multiecuacional.

Ambos problemas tienen un denominador común que sería la imposibilidad del investigador de abordar el problema de una forma suficientemente amplia, por carencia de datos estadísticos en un caso, y de métodos de estimación adecuados en otro, de forma que en la mayoría de las ocasiones se hace necesaria la estimación de modelos con parámetros cambiantes a pesar de que, como decíamos, el fenómeno en estudio no presente tal cambio estructural.

El problema de la utilización de variables proxy surge ante la imposibilidad de obtener muestras suficientemente significativas de la variable que realmente explica el comportamiento de la variable en estudio, teniendo que utilizar variables denominadas proxy que aparentemente presentan un alto nivel de correlación con la variable explicativa real.

Ahora bien, cuando el nivel de correlación entre la variable real y la proxy se alteran en el período muestral, esta alteración induce un cambio en el parámetro estimado de la variable proxy, de forma que el modelo presenta una aparente inestabilidad estructural.

Supongamos que el modelo real que pretendemos estimar viene determinado por la siguiente expresión:

$$Y_i = \alpha + \beta \cdot X_i + u_i \quad \forall i=1, \dots, N \quad [3]$$

siendo u_i el componente de perturbación aleatoria $NID(0, \sigma^2)$

Al no disponerse de los datos de la variable X , la estimación se realiza con una proxy de X , que denotaremos por X^1 , de manera que el modelo que realmente se estima es el siguiente:

$$Y_i = \alpha^1 + \beta^1 \cdot X_i^1 + u_i \quad \forall i=1, \dots, N$$

Aplicando cualquier método simple de estimación sobre un conjunto suficientemente amplio de observaciones, obtendríamos un estimador ELIO que tendría la conocida expresión:

$$\begin{pmatrix} \hat{\alpha} \\ \hat{\beta} \end{pmatrix} = (X'X)^{-1}X'Y$$

Si suponemos que la relación entre la variable X y la proxi utilizada X^1 viene condicionada por la expresión:

$$X = a + b \cdot X_i^1 \quad \forall i=1, \dots, N \quad [4]$$

Sustituyendo la ecuación [4] en [3] obtendremos la expresión de los parámetros del modelo estimado, utilizando la variable proxi, en función de los parámetros reales:

$$Y_i = \alpha + \beta \cdot (a + b \cdot X_i^1) + u_i \quad \forall i=1, \dots, N$$

$$Y_i = \alpha + \beta a + \beta b \cdot X_i^1 + u_i \quad \forall i=1, \dots, N$$

$$\alpha^1 = \alpha + \beta a \quad [5]$$

$$\beta^1 = \beta b \quad [6]$$

En el caso de producirse una alteración en la estructura de correlación entre la variable proxi y la real, este hecho nos induciría un cambio de estructura en el modelo estimado, aún cuando en el proceso real los parámetros a y β , permanecieran invariantes.

Si en la ecuación [4] consideramos una alteración en la pendiente b , pasando a tener un valor b' a partir de un momento de tiempo t ($t < N$), esta alteración se manifestaría como un cambio de estructura en el modelo estimado con la variable proxi:

$$X = a + b \cdot X_i^1 \quad \forall i=1, \dots, t$$

$$X = a + b' \cdot X_i^1 \quad \forall i=t+1, \dots, N$$

$$\beta^1 = \beta + b \quad \forall i=1, \dots, t$$

$$\beta^1 = \beta + b' = \beta' \quad \forall i=t+1, \dots, N$$

Quedando finalmente el modelo estimado como:

$$Y_i = \alpha^1 + \beta^1 \cdot X_i^1 + u_i \quad \forall i=1, \dots, t$$

$$Y_i = \alpha^1 + \beta' \cdot X_i^1 + u_i \quad \forall i=t+1, \dots, N$$

Como acabamos de comprobar la utilización de variables proxy puede conducirnos a la existencia de un falso cambio de estructura, siempre y cuando se produzca una alteración en la relación existente entre la variable real y la proxy.

En el fondo, lo que estamos asumiendo es que se produce un cambio de estructura en una parte del proceso generador de datos no recogida por el modelo, (la que liga la variable proxy y la real), que se traslada a la parte del proceso generador que sí intentamos recoger con el mismo.

En el caso de modelos multiecuacionales, el proceso generador de datos no recogido por el modelo sería el correspondiente a las variables exógenas, de forma que si la selección de estas variables exógenas no se realiza correctamente, existiendo alteraciones en los parámetros que rigen la generación de estas variables, esta mala selección de variables exógenas nos conducirá a modelos con cambios de estructura inducidos.

Según recogen Anderson y Mizon (1989), dado el conjunto de variables relevantes de un problema concreto, para un total de N observaciones disponibles

$X(t)$, vamos a asumir que proceso estocástico secuencial usado en la modelización del proceso generador de datos $X(1,N) = [x(1)', \dots, x(t)']$ tiene la forma:

$$D[X(1,N)/X(0,0); \psi] = \prod_{t=1}^N D[x(t)/X(0,t-1); \psi]$$

Donde $d(\cdot)$ es una función de densidad genérica, y $X(0,0)$ es una matriz de condiciones iniciales.

El análisis estadístico del cambio estructural en este tipo de modelos paramétricos consiste en la posibilidad de que ψ pueda variar a lo largo del tiempo t . Con objeto de hacer posible el análisis estadístico, vamos a asumir una cierta constancia en los parámetros, (Pocos cambios).

Particionando $x(t)'$ en $[y(t)', z(t)']$, podemos hacer que $D(\cdot)$

$$D[x(t) | X(0,t-1); \psi] = D[y(t) | z(t), X(0,t-1); \theta] D[z(t) | X(0,t-1); \lambda]$$

Los economistas, generalmente, se centran en el modelo condicional para $y(t)$ $D[y(t) | z(t), X(0,t-1); \theta]$, en el que típicamente $y(t)$ y $z(t)$ son tratadas respectivamente como variables endógenas y exógenas.

Para que sea adecuada la omisión de la información del modelo marginal $D[z(t) | X(0,t-1); \lambda]$, $z(t)$ debe ser claramente un vector de variables exógenas para los parámetros de interés θ . Esta condición requiere que θ sea función únicamente de θ , y que θ y λ sean independientes.

Si se realiza una asignación de exogeneidad errónea, teniendo en cuenta las condiciones anteriormente expuestas, y se produce un cambio estructural en el proceso marginal $D[z(t) | X(0,t-1), L]$, es muy factible que los parámetros del proceso condicional sean aparentemente inestables, de forma que la detección de un posible

cambio de estructura sea la contrastación de una selección errónea de las variables asignadas como exógenas.

Para el análisis de modelos con cambio estructural, el concepto de exogeneidad clara (aplicable dentro de un régimen determinado), debe ser ampliado al concepto de super exogeneidad (válido a lo largo de varios regímenes), pues el objetivo de la modelización econométrica debe ser la determinación de un conjunto de parámetros relativamente invariantes en el modelo condicionado (parámetros Θ), aún cuando los parámetros del proceso marginal puedan verse alterados.

1.4.- Principales aportaciones en la literatura econométrica.

Si tratáramos de realizar una retrospectiva temporal de los distintos hitos que han marcado la literatura del cambio estructural deberíamos remontarnos al principio de la década de los 60, en la que los trabajos de Chow (1960) y Quandt (1958, 1960), marcan el inicio del tratamiento moderno del cambio estructural. Si bien, unos pocos años antes, ya se habían desarrollado trabajos en el campo de la estadística y el análisis de las distribuciones de probabilidad cuyo objetivo era la contrastación de cambios en las distribuciones de probabilidad y el desarrollo de métodos de inferencia para la estimación de parámetros y elaboración de predicciones en situaciones de no estabilidad.

Este es el caso de los trabajos pioneros de Page (1955, 1957) en los que desarrolla métodos para detectar el cambio en la distribución de una secuencia de variables aleatorias independientes, basados en procedimientos de sumas acumuladas (CUSUM).

Sin embargo, las raíces del tratamiento econométrico del cambio estructural se remontan propiamente a la época de los inicios de la econometría.

En la década de los 30, John Maynard Keynes, en una crítica de los trabajos realizados por Jan Tinbergen para la Sociedad de Naciones ofrece el siguiente comentario sobre el importante papel del cambio de estructura en la extrapolación que Tinbergen realiza entre los comportamientos pasados y los futuros.

" En un sentido amplio, la condición más importante no se centra tanto en las fluctuaciones de aquellos factores recogidos específicamente en el modelo, sino que el entorno, en sus aspectos mas relevantes, debe mantenerse constante y homogéneo a lo largo de los distintos períodos. No podemos estar seguros de que las condiciones del entorno vayan a permanecer en el futuro, incluso aunque lo hayan hecho en el pasado.

No obstante, si encontramos estos cambios en el pasado, dispondremos, en cierta medida, de alguna base para un argumento inductivo. La primera etapa debe ser, entonces, la partición de la muestra analizada en distintos subperíodos, con el objetivo último de tratar de aplicar los resultados obtenidos de un subperíodo sobre otro, y comprobar que su comportamiento es razonablemente uniforme. Si hacemos esto, tendremos algunos argumentos para proyectar nuestros resultados hacia el futuro....

... La primera objeción a la aplicación del método de correlación múltiple a complejos problemas económicos viene de la aparente carencia de un cierto grado de uniformidad en el entorno". (Keynes, 1973 pp.315-316)

Tryge Haavelmo fue menos pesimista que Keynes en lo respectivo a la constancia de las relaciones entre variables a lo largo del tiempo, y en uno de sus trabajos iniciales, resaltó la necesidad de ese salto inductivo entre las observaciones pasadas y el comportamiento futuro, aunque considerando el siguiente interrogante:

" ¿Pero puede mantenerse el modelo para futuras observaciones ?. Nosotros no podemos dar razones a priori para esta suposición. Únicamente podemos decir que de acuerdo con un amplio conjunto de observaciones actuales, parece haber sido fructífero creer en la posibilidad de estas deducciones empíricas". (Haavelmo, 1944, p. 10)

Adicionalmente, y dada la inevitabilidad del cambio en las relaciones económicas, Haavelmo añade:

" Y la frase 'En las ciencias naturales existen leyes estables' significa ni más ni menos que las ciencias naturales han elegido caminos muy fructíferos para analizar la realidad física. De esta forma, frases como 'En la vida económica no existen leyes constantes' no es solo demasiado pesimista sino que además carece de sentido, pues no puede ser contrastada a ningún nivel.... No importa cuánto lo intentemos y fallemos, nunca seremos capaces de establecer una conclusión como 'En la vida económica no existen leyes constantes'. (Haavelmo, 1944, pp.12,16)

Si bien estas contribuciones iniciales de autores como Keynes o Haavelmo, ya ponían de manifiesto la preocupación de los economistas y los económetras por la existencia de los cambios de estructura, no es hasta finales de los años 50 y principios de los 60, cuando se producen los grandes desarrollos en los campos teórico y aplicado, siendo como apuntábamos antes, los trabajos de Chow y Quandt, los que despertaron un gran interés sobre el tratamiento del cambio estructural, tanto en estadística como en econometría.

El cambio estructural en el ámbito del análisis de regresión debe ser definido como un cambio en la ecuación de la regresión, es decir, que uno o más coeficientes cambien. Chow(1960) propuso un test F para el caso de dos regresiones diferentes para dos regímenes separados por un punto de ruptura conocido, si bien Maddala (1977) puso de manifiesto que el trabajo de Chow había

sido precedido por otros de Rao(1952) y Kempthorne(1952), en los años 70 el criterio de la F de Chow ya era ampliamente utilizado en la contrastación de los cambios de estructura empíricos.

A partir de estos años, y siguiendo la taxonomía realizada por Broemeling y Tsurumi (1987), podemos diferenciar los avances realizados en el tratamiento del cambio estructural entre los que provienen del ámbito estadístico y los proporcionados desde el campo de la economía o econometría.

- Aportaciones desde el campo de la estadística.

Desde el punto de vista estadístico, y con posterioridad a los citados trabajos de Page, Chernoff y Zacks (1964) y Kadner y Zacks (1966) estudiaron secuencias de variables aleatorias normales y encontraron un test de tipo bayesiano para detectar cambios en la esperanza matemática. Las propiedades muestrales de este test fueron desarrolladas por Bhattacharyya y Johnson (1968).

A finales de los 60 y principios de los 70 . Hinkley (1969,1971) estudió el cambio estructural en secuencias de variables aleatorias y modelos de regresión lineal empleando métodos paramétricos no-bayesianos. Por ejemplo, se utilizó el ratio de verosimilitud para detectar cambios y estimadores máximo verosímiles para secuencias de variables normales y binomiales. Las propiedades asintóticas de estos test fueron estudiadas igualmente por Hinkley.

En una de las primeras contribuciones bayesianas Bacon y Watts (1971) introdujeron la función de transición para modelizar cambios alisados en la función de regresión. Con anterioridad al trabajo de Bacon y Watts, el cambio era representado por un punto de cambio $m = 1, 2, \dots, n-1$, donde n es el número de observaciones, de forma que las m primeras variables aleatorias X_1, X_2, \dots, X_m tenían una distribución común y la restantes X_{m+1}, \dots, X_n seguían una distribución

diferente, de esta forma el punto de ruptura marcaba cuando o donde se producía el cambio.

La función de transición, permite modelizar el cambio estructural, dejando que el número de cambios (abruptos o alisados) sean incorporados en el modelo. Bacon y Watts encontraron para pequeñas muestras, la inferencia en los parámetros de la función de transición, siendo adaptados más tarde sus métodos a la investigación.

Motivados por Bacon y Watts la década de los 70 fue una etapa de múltiples contribuciones bayesianas, recibiendo gran atención el cambio estructural en modelos lineales uni y multivariantes. Por ejemplo Ferreira (1975), Holbert y Broemeling (1977) y Chin Choy y Broemeling (1980) estudiaron los modelos de regresión en dos fases:

$$Y_i = B_{11} + B_{12} X_i + e_i \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$Y_i = B_{21} + B_{22} X_i + e_i \quad i = m + 1, \dots, n$$

donde $(B_{11}, B_{12}) \neq (B_{21}, B_{22})$ y e_i son v.a. independientes e igualmente distribuidas.

Asumiendo distribuciones normales en los errores se resolvían dos problemas:

- Primero, asumiendo que el cambio existía, los parámetros eran estimados encontrando la función de distribución marginal a posteriori.

- Segundo, la detección del cambio en los parámetros se realizaba contrastando al hipótesis de que $1 \leq m \leq n-1$, contraste que está basado en la distribución marginal a posteriori del punto de cambio.

Ferreira también estudió las propiedades muestrales del estimador bayesiano con tres distribuciones a priori diferentes. Chin Choy y Broemeling proporcionan

un procedimiento bayesiano para detectar un futuro punto de cambio en los parámetros de un modelo lineal general. Smith (1975) realizó numerosas contribuciones bayesianas al cambio de estructura, incluyendo algunas primeras aproximaciones a los procesos ARMA.

- Aportaciones desde el campo de la econometría.

Otras importantes contribuciones al cambio estructural fueron los análisis de intervención de Box y Tiao(1975), que encontraron una vía para estudiar cambios en la esperanza matemática de series temporales que seguían procesos ARMA. Ellos representaban el cambio por una función de transferencia que permitía una amplia variedad de efectos de intervención. Estas contribuciones fueron pioneras al cambio de estructura en el análisis de series temporales desarrollado por Box y Jenkins (1970), que asumían que el punto de cambio era conocido, mientras que en el libro de Broemeling se desarrollan técnicas bayesianas con puntos de cambio desconocidos.

Desde una óptica más puramente económica o econométrica, a partir de los años 60, se desarrollaron muchos intentos para describir cambios en las relaciones económicas basados en modelos de regresión. Sengupta y Tintner(1963), por ejemplo, usaron los datos per-cápita de los Estados Unidos (1869-1953) para ajustar una curva logística en cuatro subperiodos, tratando de demostrar que el límite asintótico superior cambiaba de unos subperiodos a otros, demostrando este cambio de una forma descriptiva mas que contrastándolo estadísticamente.

Desde que Goldfeld (1976) estudiara la estabilidad de una ecuación de demanda de dinero en U.K., numerosos estudios sobre este aspectos han sido desarrollados con posterioridad. El análisis de la estabilidad de la demanda de dinero se ha realizado en dos aspectos, por una parte el examen de predicciones extramuestrales mediante criterios de inferencia estadística, y por otra contrastando la estabilidad de los parámetros.

Los test estadísticos de ajuste de predicciones se han realizado a menudo mediante las técnicas desarrolladas por Brown, Durbin y Evans (1975), denominadas BDEs. Esta técnica está basada en las series de residuos normalizados en la predicción a un período, en muestras ampliadas secuencialmente.

La principal duda que se plantea sobre estos métodos BDEs se centra sobre el hecho de que, a menudo, los cambios en las relaciones entre variables, manifestadas como cambios en los parámetros, son insignificantes en el corto plazo, pero sí que son detectables en muestras largas.

Como ya se ha mencionado con anterioridad, los contrastes de hipótesis de permanencia estructural dentro del período muestral, se realizan a menudo mediante test F, conocidos entre los econométricos como el Test de Chow. Este test, sin embargo está basado sobre las hipótesis de ausencia de autocorrelación y heterocedasticidad, siendo muy sensible ante la aparición de estos fenómenos. Toyoda(1974) y Smith(1977) demostraron la sensibilidad ante la Heterocedasticidad, mientras que Goldfeld y Quandt (1978) Y Tsurumi y Sheflin (1984) proponen contrastes F corregidos de este problema.

Contrastes basados en cambios individuales de los parámetros mediante la T-Student y sus correspondientes correcciones de Autocorrelación y Heterocedasticidad se proponen en Tsurumi y Sheflin(1985) y Ilmakunnas y Tsurumi(1984).

En muchas ocasiones el punto de cambio puede no ser conocido con certeza, y es necesario realizar inferencia sobre este punto. Quandt(1960) fue uno de los primeros en proponer un método de inferencia sobre el punto de cambio, identificando este punto cuando el ratio de verosimilitud se hacía máximo. Ferreira(1975) derivó una función de masa para el punto de cambio entre dos regímenes. Bacon y Watts (1971) y Tsurumi (1980) proponen modelos de regresión

en los cuales el punto de cambio entre dos regímenes y el paso gradual hacia el nuevo régimen eran tratados como parámetros a estimar.

Sería ideal disponer de test que permitieran contrastar el cambio estructural sin necesidad de especificar el punto de cambio a priori, el test propuesto por Brown y otros (BDE) puede ser un test de esta naturaleza, mientras que la contrastación de una amplia familia de modelos con parámetros cambiantes puede ser una vía adicional para contrastar estos cambios.

Una vía adicional para modelizar el cambio estructural planteada desde el campo de la econometría es la desarrollada por Poirier(1976) y formulada en base a funciones segmentadas "spline functions" y a la que haremos referencia con posterioridad.

Para terminar este primer capítulo, hemos realizado una breve clasificación de las principales aportaciones históricas realizadas en el campo del análisis y tratamiento del cambio estructural; lógicamente, con posterioridad a estas aportaciones recogidas en el primero de los cuadros, se han ido realizando múltiples avances en el estudio del cambio estructural, si bien, la mayoría de ellas consisten básicamente en desarrollos y perfeccionamientos de los distintos métodos y técnicas planteadas inicialmente por los autores aquí citados, por lo que sería imposible realizar una clasificación exhaustiva de las mismas.

Por este motivo hemos recogido, en el cuadro que figura a continuación, las publicaciones básicas, clasificadas por períodos históricos, donde pueden encontrarse las principales referencias bibliográficas relacionadas con el cambio estructural.

BREVE RESUMEN DE APORTACIONES AL ANÁLISIS DEL CAMBIO ESTRUCTURAL

Fecha	Autor	Aportaciones
1930	Keynes	<i>Critica a los trabajos de Tinbergen</i>
1944	Haavelmo	<i>Se cuestiona la permanencia de las relaciones históricas en periodos futuros</i>
1954	Page	<i>Desarrollo de contrastes para determinar alteraciones en la distribución de un conjunto de variables aleatorias</i>
1960	Quandt	<i>Planteamiento de ratios de verosimilitud para detectar puntos de cambio estructural</i>
1960	Chow	<i>Contraste de cambio estructural basado en la suma cuadrática de residuos</i>
1963	Sengupta y Tinter	<i>Estimación de curvas logísticas por subperiodos</i>
1966	Kadner y Zacks	<i>Test de tipo bayesiano para detectar cambios en la esperanza de una serie de variables aleatorias</i>
1968	Hildreth y Houck	<i>Modelo de coeficientes aleatorios</i>
1970	Swamy	<i>Modelos de coeficientes aleatorios</i>
1971	Bacon y Watts	<i>Modelos de transición entre dos periodos con distintas estructuras</i>
1973	Belsley	<i>Modelos de variación sistemática</i>
1973	Cooley, Prescott	<i>Modelo de parámetros cambiantes</i>
1973	Rosenberg	<i>Modelo de parámetros convergentes</i>
1974	Hsiao	<i>Modelo de coeficientes aleatorios</i>
1975	Box	<i>Análisis de intervención en modelos ARIMA</i>
1975	Brown, Durbin y Evans	<i>Planteamiento de contrastes basados en estimaciones recursivas</i>
1976	Poirier	<i>Modelos de funciones segmentadas</i>
1976	Lucas	<i>Critica a los modelos econométricos</i>

PRINCIPALES REFERENTES BIBLIOGRÁFICOS

PERÍODO	AUTOR(ES)	AÑO	PUBLICACIÓN
Hasta 1976	Poirier	1976	The Econometrics of Structural Change
De 1977 a 1982	Broemeling (Editor)	1982	Structural Change in Econometrics
De 1983 a 1985	Hackl y Westlund	1985	Statistical Analysis of Structural Change. An Annotated Bibliography
De 1985 a 1987	Broemeling y Tsurumi	1987	The Econometrics of Structural Change
De 1987 a 1989	Hackl (Editor)	1989	Statistical Analysis and Forecasting of Structural Change
Desde 1989	Varios		Revista: "Structural Change and Economic Dynamics"

Fuente: Poirier (1991) y Elaboración Propia.

CAPITULO 2

CONTRASTES DE CAMBIO ESTRUCTURAL



Cap. 2 CONTRASTES DE CAMBIO ESTRUCTURAL

A lo largo del capítulo precedente hemos puesto de manifiesto los distintos problemas e implicaciones que lleva implícito el tratamiento del cambio estructural desde la óptica de los modelos econométricos.

Veamos igualmente que una de las primeras etapas en el tratamiento de ese cambio estructural es, lógicamente, la determinación de su existencia, así como el tipo de cambio producido y su ubicación temporal.

No obstante, y aunque aparentemente estemos tratando un único problema, el de la identificación del cambio estructural, históricamente se ha venido tratando desde dos ópticas diferentes.

Por una lado nos encontramos con un amplio conjunto de técnicas destinadas a la contrastación de la existencia de un cambio estructural en un momento concreto de tiempo, fijado a priori, es decir, una contrastación *ex-post*, en la que la determinación del punto de ruptura se realizaría en una etapa previa a la propia aplicación del test.

No es raro encontrarse con ampliaciones de estos test en los que, en lugar de fijar a priori el punto de ruptura, se realiza una aplicación secuencial del mismo para todos los posibles puntos muestrales, de forma que se podría llegar a detectar la presencia de un cambio estructural sin necesidad de disponer de información a priori sobre su ubicación.

Por otra parte, el problema de la fijación del tipo de cambio estructural producido, se ha afrontado frecuentemente desde la óptica del desarrollo de modelos alternativos que recogen cambios en sus parámetros, de forma que la

validación global de estos modelos sería el instrumento utilizado para contrastar cada tipo concreto de cambio estructural.

Dada la especial importancia de estos problemas de identificación del cambio estructural, son prácticamente inabarcables las referencias bibliográficas de los numerosos autores que han dedicado sus investigaciones al desarrollo de algún tipo de contraste para determinar la existencia del cambio estructural, o el desarrollo de modelos que presentan variaciones en sus parámetros.

A pesar de ello vamos a tratar de recoger en este capítulo las principales aportaciones realizadas desde la óptica de la contrastación ex-post, tanto con los puntos de ruptura determinados a priori o con métodos simultáneos de ubicación y contrastación del cambio; dejando para el siguiente capítulo, las aportaciones realizadas en el campo de los modelos con parámetros cambiantes.

Antes de entrar en el planteamiento concreto de cada uno de los test, sería importante poner de manifiesto la diferencia que existe entre el tratamiento del cambio estructural en ecuaciones aisladas y en modelos de ecuaciones simultáneas.

Como norma general, los distintos contrastes se han desarrollado en el campo de las ecuaciones aisladas, desarrollándose, en algunos casos, especificaciones paralelas en el campo de los modelos multiecuacionales.

En nuestro caso vamos a seguir este mismo esquema de actuación, planteando los distintos contrastes en el ámbito uniecuacional, si bien realizaremos algunas breves referencias al tratamiento del cambio estructural en los modelos de ecuaciones simultáneas.

A modo de resumen del contenido del presente capítulo hemos elaborado el cuadro que figura a continuación donde se recogen los principales contrastes desarrollados a lo largo del mismo.

CLASIFICACIÓN DE LOS PRINCIPALES CONTRASTES DE CAMBIO ESTRUCTURAL

1º) Contrates basados en la suma cuadrática de errores:
Propuesta original del Test de Chow Formulación de Fisher para el Test de Chow
2º) Contrastes de restricción paramétrica aplicados al cambio estructural
Test de Wald Ratio de verosimilitud Test del Multiplicador de Lagrange
3º) Contrastes no paramétricos
Test basados en el número de variables "excepcionales" Test basados en los signos de las diferencias entre pares de variables Test basados en funciones dicotómicas {0,1} Test basados en estadísticos de tipo Wilcoxon y medianas
4º) Contrastes basados en estimaciones recursivas
Test CUSUM Test CUSUM-SQ Test MOSUM-SQ

2.1.- Contraste F o Test de Chow.

Como ya poníamos de manifiesto en capítulo precedente, fue Gregori C. Chow (1960) uno de los primeros autores que desarrollaron contrastes efectivos para la determinación del cambio estructural, y si bien su conocido artículo publicado en 1960 en la revista *Econometría*, tenía como objetivo primordial el desarrollo de un contraste de igualdad entre conjuntos de coeficientes de dos regresiones lineales, como una forma de contrastar intervalos de predicción, las propuestas realizadas por Chow son las más ampliamente utilizadas para detectar cambios de estructura en modelos de regresión.

En el planteamiento original de Chow partimos de un modelo en el que, bajo la hipótesis alternativa, tendríamos dos submodelos diferenciados:

$$y_1 = X_1\beta_1 + \varepsilon_1 = Z_1\gamma_1 + W_1\delta_1 + \varepsilon_1$$

$$y_2 = X_2\beta_2 + \varepsilon_2 = Z_2\gamma_2 + W_2\delta_2 + \varepsilon_2$$

o bien, expresado en términos matriciales,

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_1 & 0 & W_1 & 0 \\ 0 & Z_2 & 0 & W_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \delta_1 \\ \delta_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{bmatrix}$$

donde: Y_i son los subconjuntos de observaciones de la variable endógena.

X_i son subconjuntos de la matriz de observaciones de las variables exógenas.

Z_i son los subconjuntos de observaciones de las variables exógenas cuyos parámetros permanecen fijos

W_i son los subconjuntos de observaciones de las variables exógenas cuyos parámetros son susceptibles de alteración.

β_i son los vectores de parámetros del modelo en cada submuestra i .

γ_i es el subconjunto de parámetros que permanecen fijos.

δ_i es el subconjunto de parámetros susceptibles de alteración.

ε_i son las respectivas componentes de perturbación aleatoria.

En esta expresión el conjunto de coeficientes β_1 está dividido en dos subconjuntos γ_1 y δ_1 , igualmente la matriz X_1 se subdivide en Z_1 y W_1 ; realizando la misma operación para β_2 y X_2 , tendremos el conjunto de coeficientes cuya igualdad pretendemos contrastar será γ_2 y δ_2 .

La hipótesis nula de igualdad de coeficientes supone que:

$$\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$$

con lo que el modelo quedaría con la siguiente expresión:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_1 & W_1 & 0 \\ Z_2 & 0 & W_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma \\ \delta_1 \\ \delta_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix}$$

Bajo esta hipótesis nula el estimador mínimo cuadrático de los coeficientes vendría dado por:

$$\begin{bmatrix} c_0 \\ d_{10} \\ d_{20} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_1'Z_1 + Z_2'Z_2 & Z_1'W_1 & Z_2'W_2 \\ W_1'Z_1 & W_1'W_1 & 0 \\ W_2'Z_2 & 0 & W_2'W_2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Z_1' & Z_2' \\ W_1' & 0 \\ 0 & W_2' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$$

La suma de cuadrados de residuos bajo H_0 será:

$$[e_1' e_2'] \left[I - \begin{bmatrix} Z_1 & W_1 & 0 \\ Z_2 & 0 & W_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_1'Z_1 + Z_2'Z_2 & Z_1'W_1 & Z_2'W_2 \\ W_1'Z_1 & W_1'W_1 & 0 \\ W_2'Z_2 & 0 & W_2'W_2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Z_1' & Z_2' \\ W_1' & 0 \\ 0 & W_2' \end{bmatrix} \right] \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix}$$

con $m + n - 2p + q$ grados de libertad, siendo m y n el tamaño muestral de cada uno de los subperíodos, p en número total de parámetros a estimar y q el número de parámetros a contrastar.

Bajo la hipótesis alternativa $\gamma_1 \neq \gamma_2$ el estimador mínimo cuadrático sería de la forma:

$$\begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ d_1 \\ d_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} Z_1'Z_1 & 0 & Z_1'W_1 & 0 \\ 0 & Z_2'Z_2 & 0 & Z_2'W_2 \\ W_1'Z_1 & 0 & W_1'W_1 & 0 \\ 0 & W_2'Z_2 & 0 & W_2'W_2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} Z_1' & 0 \\ 0 & Z_2' \\ W_1' & 0 \\ 0 & W_2' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$$

y, al igual que el caso anterior, la suma de cuadrados de residuos bajo H, quedaría como :

$$\begin{aligned} & \left| y_1 - X_1 b_1 \right|^2 + \left| y_2 - X_2 b_2 \right|^2 = \left| y_1 - X_1 b_1 \right|^2 + \left| y_2 - X_2 b_2 \right|^2 = \\ & = \varepsilon_1' [I - X_1 (X_1' X_1)^{-1} X_1'] \varepsilon_1 + \varepsilon_2' [I - X_2 (X_2' X_2)^{-1} X_2'] \varepsilon_2 \end{aligned}$$

con $m+n-2p$ grados de libertad, y siendo b_1 y b_2 los subconjuntos de coeficientes correspondientes a cada uno de los dos períodos.

Ahora bien, esta suma de cuadrados de residuos bajo H_0 , se puede descomponer en la suma de cuadrados bajo H, más la suma de cuadrados de las diferencias entre los dos subconjuntos de estimaciones,

$$\begin{aligned} & \left| \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} Z_1 & W_1 & 0 \\ Z_2 & 0 & W_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_0 \\ d_{10} \\ d_{20} \end{pmatrix} \right|^2 = \left| \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} Z_1 & 0 & W_1 & 0 \\ 0 & Z_2 & 0 & W_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ d_1 \\ d_2 \end{pmatrix} \right|^2 \\ & + \left| \begin{pmatrix} Z_1 & 0 & W_1 & 0 \\ 0 & Z_2 & 0 & W_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ d_1 \\ d_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} Z_1 & W_1 & 0 \\ Z_2 & 0 & W_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_0 \\ d_{10} \\ d_{20} \end{pmatrix} \right|^2 \end{aligned}$$

o bien, puesto de forma abreviada:

$$Q_1^* = Q_2 + Q_3$$

Dado que los rangos de Q_1^* y Q_2 son respectivamente $m+n-2p+q$ y $m+n-2p$, el rango de Q_3^* debe ser al menos q , pudiéndose demostrar que el máximo rango que puede alcanzar es igualmente q (Ver Chow (1960)).

De mismo modo Chow demuestra que Q_3^* tiende a hacerse mayor cuando $\gamma_1 \neq \gamma_2$, de forma que podemos construir un estadístico F cuya expresión es la siguiente:

$$F_{(q, m+n-2p)} = \frac{Q_3/q}{Q_2/(m+n-2p)} = \frac{|Z_1c_1 + W_1d_1 - Z_1c_0 - W_1d_{10}|^2 + |Z_2c_2 + W_2d_2 - Z_2c_0 - W_2d_{20}|^2}{|y_1 - Z_1c_1 - W_1d_1|^2 + |y_2 - Z_2c_2 - W_2d_2|^2} \times \frac{(m+n-2p)}{q}$$

Una vez definido el estadístico F para el caso general en el que ambas submuestras tienen un suficiente número de observaciones, el propio Chow en el mismo artículo obtiene una expresión alternativa para el caso en el que una de las dos estimaciones a realizar no tuviera suficientes grados de libertad, obteniendo un nuevo estadístico cuya expresión es la siguiente:

$$F_{(m-p+q, n-p)} = \frac{|Z_1c_1 + W_1d_1 - Z_1c_0 - W_1d_{10}|^2 + |y_2 - Z_2c_0 - W_2d_{20}|^2}{|y_1 - Z_1c_1 - W_1d_1|^2} \times \frac{(n-p)}{(m-p+q)}$$

El propio Chow resume las conclusiones de su artículo afirmando que "para contrastar la igualdad entre subconjuntos de coeficientes de dos regresiones lineales, debemos obtener la suma de cuadrados de residuos asumiendo la igualdad, y la suma de cuadrados de residuos sin asumir esta igualdad. El cociente de la diferencia entre ambas sumas y la segunda de ellas, ajustada por los correspondientes grados de libertad, se distribuye como una F bajo la hipótesis nula".

Si bien, como hemos visto, fue Chow quién desarrolló la teoría que sustenta el Test F, fue Franklin M. Fisher (1970), quien dedujo una expresión simplificada de este contraste de Chow en el caso de que todos los coeficientes sean susceptibles de cambio, y que es la formulación más conocida y utilizada de este contraste.

Si consideramos una muestra total de n elementos, dividida en dos submuestras de n_1 y n_2 elementos respectivamente, siendo ambas lo suficientemente amplias n_1 y $n_2 > k$, siendo k el número total de parámetros a estimar, podremos realizar una estimación con cada una de las submuestras y una tercera estimación con el total de observaciones n .

Si denominamos por e^1 , e^2 y e a los errores cometidos en cada una de las estimaciones respectivamente,

$$e_i^1 = y_i^1 - X_i^1 \hat{\beta}^1 \quad \forall i=1,2,\dots,n_1$$

$$e_i^2 = y_i^2 - X_i^2 \hat{\beta}^2 \quad \forall i=n_1+1,\dots,n$$

$$e_i = y_i - X_i \hat{\beta} \quad \forall i=1,2,\dots,n$$

tendremos que la suma cuadrática de residuos para cada estimación vendrá dada por $e^{1'e^1}$, $e^{2'e^2}$ y $e'e$, pudiendo expresar entonces el contraste de Chow como,

$$F_{(k, n-2k)} = \frac{[e'e - (e^{1'e^1} + e^{2'e^2})]/k}{(e^{1'e^1} + e^{2'e^2})/(n-2k)}$$

En el caso de que una de las dos submuestras no sea lo suficientemente grande ($n_2 < k$), la expresión alternativa del contraste de Chow vendría dada por la expresión:

$$F_{(n_2, n_1-k)} = \frac{(e'e - e^{1'e^1})/n_2}{(e^{1'e^1})/n_1 - k}$$

Tal vez por ser este contraste uno de los más antiguos en la literatura econométrica es, al mismo tiempo que el más utilizado, el que más ha sido analizado y puestas de manifiesto sus carencias y sus virtudes.

Desde el punto de vista de las carencias, el principal inconveniente planteado al test de Chow ha sido su falta de robustez ante el incumplimiento de las hipótesis asumidas en el modelo básico de regresión, y fundamentalmente ante la existencia de heterocedasticidad y autocorrelación en la perturbación aleatoria.

Los primeros análisis de sensibilidad de este contraste se centraron, en el caso de la heterocedasticidad, siendo Toyoda(1974), Jayatissa(1977) y Schmidt y Sickles (1977) los primeros que pusieron de manifiesto el efecto de la heterocedasticidad sobre el test de Chow. Como ya se indicaba en la introducción, Goldfeld y Quandt (1978) y Tsurumi y Shefflin (1984), propusieron contrastes alternativos tipo F, que no se veían afectados por este problema.

El problema de la autocorrelación y su efecto sobre el contraste propuesto por Chow, ha sido bastante menos estudiado, probablemente debido al hecho de la aparente intratabilidad de una solución analítica general.

No obstante Corsi, Pollock y Prakken (1982), obtienen una expresión alternativa del test en presencia de autocorrelación de primer orden, aunque si bien esta expresión es válida únicamente en el campo asintótico, los propios autores realizan varios experimentos de tipo Montecarlo con muestras finitas, llegando a la conclusión de que su expresión puede ser válida con tamaños muestrales superiores a cincuenta observaciones.

Posteriormente Krämer y Sonnberger (1986), pusieron de manifiesto que la significatividad del test de Chow se reducía drásticamente después de aplicar una transformación de tipo Cochrame-Orcutt. Tres años mas tarde, el propio Krämer (1989), realizando un análisis similar al citado de Corsi et al., llega a la conclusión de que la probabilidad de rechazar la hipótesis nula siendo cierta, puede llegar a valer la unidad bajo determinadas condiciones de autocorrelación en la perturbación aleatoria.

A pesar de todos estos inconvenientes, el contraste de Chow tiene también gran cantidad de desarrollos alternativos que potencian su ya amplia utilización en la práctica econométrica.

Así, por ejemplo, Lo y Newey (1985), proponen una extensión del test de Chow para el caso de ecuaciones simultáneas cuando ambas submuestras son suficientemente amplias, mientras que Eriat (1983) realizaba esta extensión en el caso de que una de las dos muestras sea insuficiente. Este trabajo inicial de Eriat, es precisado y ampliado por Yuzo Honda (1992), planteando un test J que se distribuye como una X^2 bajo la hipótesis nula y que es perfectamente válido en muestras finitas.

Otras extensiones del test de Chow se han realizado en el campo de las estimaciones recursivas, en las que se van realizando estimaciones sucesivas partiendo de una muestra mínima y añadiendo una observación más cada vez, calculándose en cada etapa el valor del estadístico F.

Algunos autores como Charemza y Deadman (1992), proponen un análisis gráfico en el que se representan los sucesivos valores del estadístico calculado dividido entre el valor real de tablas, detectando un cambio de estructura en aquellos puntos donde este valor supere la unidad.

No obstante, y a pesar de la utilidad de este tipo de análisis recursivo, éste debe ser realizado teniendo en cuenta la alteración de los niveles de confianza que se produce al realizar múltiples cálculos sucesivos de un determinado estadístico, en el mismo sentido en que consideramos los procesos de desgaste de datos "Data Mininig". (Ver Hawkins, 1977)

2.2.- Test clásicos de restricción paramétrica aplicados al cambio estructural.

Bajo esta denominación de "Test clásicos" ampliamente utilizada en la literatura econométrica, vamos a tratar de exponer las posibilidades que, para la determinación de la existencia de un cambio estructural, tienen tres contrastes, que si bien no han sido desarrollados explícitamente para este problema, si que han tenido su aplicación en este campo.

Nos estamos refiriendo, obviamente, al Test de Wald, el ratio de verosimilitud y test del multiplicador de Lagrange.

Estos tres estadísticos (W, RV y ML), que son utilizados para contrastar cualquier tipo de restricción paramétrica, tienen un denominador común que consiste en la comparación entre un modelo restringido, que constituye la hipótesis básica a contrastar, y un modelo sin restringir, que constituye la hipótesis alternativa.

En los tres casos el valor del estadístico calculado sigue una distribución $\chi^2_{(m)}$, donde el número de grados de libertad s corresponde con el número total de restricciones aplicadas².

Bajo las hipótesis generales de modelo de regresión lineal, se puede demostrar (Ver Godfrey (1988)) que cuando la matriz de varianzas y covarianzas de la perturbación aleatoria es conocida, los tres estadísticos son coincidentes, si bien, en el caso más general de desconocimiento de dicha matriz, se produce una

² Para demostración ver Godfrey (1988)

inecuación de forma que los valores de los estadísticos quedarían ordenados de la siguiente manera:

$$W \geq RV \geq ML$$

Para el caso concreto en el que las perturbaciones sean independientes y homocedásticas, es decir, el caso general de matriz de varianzas y covarianzas escalar, estos tres estadísticos vendrían dados por las siguientes expresiones:

$$W = n \frac{(\hat{\sigma}^2 - \bar{\sigma}^2)}{\bar{\sigma}^2}$$

$$RV = n \ln\left(\frac{\hat{\sigma}^2}{\bar{\sigma}^2}\right)$$

$$ML = n \frac{(\hat{\sigma}^2 - \bar{\sigma}^2)}{\bar{\sigma}^2}$$

donde $\hat{\sigma}^2$ y $\bar{\sigma}^2$ son respectivamente las varianzas del modelo restringido y sin restringir.

Para la aplicación concreta de estos contrastes a la determinación del cambio estructural, podemos plantear, siguiendo el análisis realizado por Godfrey (1988), un modelo similar al de Chow (1960), en el que el modelo restringido y que constituye la hipótesis nula, vendría dado por:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} \beta + \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad - y = X\beta + u$$

donde los subíndices 1 y 2 hacen referencia a cada una de las submuestras separadas por el punto de cambio estructural.

El modelo sin restringir, hipótesis alternativa, podríamos expresarlo como:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} \beta + \begin{bmatrix} 0 \\ X_2 \end{bmatrix} \alpha + \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

o bien,

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 & 0 \\ 0 & X_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

donde $\beta_1 = \beta$ y $\beta_2 = \beta + \alpha$.

La hipótesis básica podría definirse entonces como $\alpha = 0$, en el primer caso, o bien, $\beta_1 = \beta_2$ en el segundo.

En el caso más general en el que ambas submuestras tengan un tamaño suficientemente amplio ($n_i > k$), podremos realizar la estimación de cada uno de los dos submodelos, obteniendo los parámetros del modelo sin restringir mediante la expresión del estimador de MCO:

$$\hat{\beta}_i = (X_i' X_i)^{-1} X_i' y_i \quad \forall i=1,2$$

A continuación podemos calcular los residuos y las varianzas estimadas para cada submuestra haciendo:

$$\hat{u}_i = y_i - X_i \hat{\beta}_i \quad \forall i=1,2$$

$$\hat{\sigma}_i^2 = \frac{\hat{u}_i' \hat{u}_i}{n_i} \quad \forall i=1,2$$

En el modelo restringido los parámetros para cada una de las submuestras coinciden y son iguales al estimador de MCO del modelo total, quedando entonces:

$$\hat{\beta}_1 = \hat{\beta}_2 = \hat{\beta} = (X' X)^{-1} X' y$$

$$\hat{u} = y - X \hat{\beta} \quad \hat{\sigma}^2 = \frac{\hat{u}' \hat{u}}{n}$$

En base a estos resultados y teniendo en cuenta que la suma de errores del modelo sin restringir vendría dada por la suma de los errores de cada una de las dos submuestras, es decir:

$$\bar{u}'\bar{u} = \bar{u}'_1\bar{u}_1 + \bar{u}'_2\bar{u}_2$$

los distintos contrastes quedarían formulados, según la especificación general anteriormente expuesta, de la siguiente manera:

$$W = n \frac{\bar{u}'\bar{u} - (\bar{u}'_1\bar{u}_1 + \bar{u}'_2\bar{u}_2)}{\bar{u}'_1\bar{u}_1 + \bar{u}'_2\bar{u}_2}$$

$$RV = n \ln \left(\frac{\bar{u}'\bar{u}}{\bar{u}'_1\bar{u}_1 + \bar{u}'_2\bar{u}_2} \right)$$

$$ML = n \frac{\bar{u}'\bar{u} - (\bar{u}'_1\bar{u}_1 + \bar{u}'_2\bar{u}_2)}{\bar{u}'\bar{u}}$$

Tal como vemos en el apartado anterior, y según recoge Godfrey (1988) en el capítulo dedicado a la contrastación de la permanencia de los parámetros de regresión, el contraste F de Chow, no es robusto ante violaciones de las hipótesis de la perturbación aleatoria y así, los fenómenos de autocorrelación, heterocedasticidad y no normalidad afectan a la validez de este contraste.

Igualmente, señalábamos que era el fenómeno de la heterocedasticidad el que mayor atención había suscitado entre los econométricos, debido tal vez al hecho, como indica Godfrey, de que no parece razonable que la varianza permanezca constante cuando se produce una alteración en el valor de los parámetros.

En esta situación de no permanencia de la varianza, y en el caso de disponerse de dos submuestras suficientemente amplias, podemos calcular una sencilla variante del test de Wald, que siendo asintóticamente válida, es además robusta ante situaciones de heterocedasticidad.

En este caso el test de Wald vendría dado por la expresión:

$$W = (\bar{\beta}_1 - \bar{\beta}_2)' [s_1^2(X_1'X_1)^{-1} + s_2^2(X_2'X_2)^{-1}]^{-1} (\bar{\beta}_1 - \bar{\beta}_2)$$

siendo,

$$s_i^2 = \frac{(y_i - X_i\bar{\beta}_i)'(y_i - X_i\bar{\beta}_i)}{n_i - k} = \frac{\bar{u}_i'\bar{u}_i}{n_i - k} \quad \forall i=1,2$$

Bajo la hipótesis nula de igualdad de parámetros en ambas submuestras, este nuevo contraste W se distribuye asintóticamente como una $\chi_{(k-1)}^2$.

Watt (1979) y Honda (1982) realizaron distintos experimentos de tipo Montecarlo sobre el comportamiento de este contraste en muestras pequeñas. Los resultados obtenidos por Watt indican que los valores críticos asintóticos pueden ser bastante mas pequeños que los valores críticos reales y en algunas ocasiones conducen a estimar niveles de significación en muestras finitas que suponen más del doble del valor nominal.

Los resultados de Honda (1982) son algo más favorables e indican que el estadístico W proporciona buenos resultados en los casos en los que ninguno de los dos subperíodos tiene menos de 30 observaciones, añadiendo que el test W supera los resultados obtenidos por el contraste propuesto por Jaytissa (1977) para situaciones de heterocedasticidad.

Adicionalmente, y en el caso en que debamos estimar el modelo tanto en la muestra total como en cada uno de los subperíodos, podemos utilizar el ratio de verosimilitud (RV) para contrastar la hipótesis nula de igualdad de coeficientes e igualdad de varianzas simultáneamente, calculando dicho estadístico como:

$$RV = n \ln \hat{\sigma}^2 - n_1 \ln \hat{\sigma}_1^2 - n_2 \ln \hat{\sigma}_2^2$$

y comparar el valor obtenido con el valor crítico tabulado de una distribución $\chi_{(k-1)}^2$.

Obviamente las formulaciones que acabamos de presentar estarían restringidas al caso más simple de un modelo de regresión lineal que cumple la mayoría de las hipótesis básicas exigidas. Ahora bien, la utilidad de este tipo de contrastes no queda lógicamente limitada a este tipo de modelos, pudiendo ser aplicados a cualquier otro tipo de modelos complejos, ya sean multiecuacionales, dinámicos, no lineales, etc.

Andrews y Fair (1988) en un excelente trabajo publicado en *Review of Economic Studies* bajo el título de "Inference in Nonlinear Econometric Models with Structural Change", realizan un planteamiento generalizado de los contrastes de W, RV y ML, en un amplio contexto de diferentes modelos y métodos de estimación.

Dado que el objetivo del presente trabajo es el de ofrecer una visión global de los distintos enfoques de tratamiento del cambio estructural, y no tanto el de profundizar en cada uno de los enfoques hasta sus últimas deducciones, me remitiré al citado trabajo de Andrews y Fair (1988) para una mayor ampliación de este tema.

2.3.- Contrastes no paramétricos.

Bajo esta denominación de contrastes no paramétricos vamos a englobar un conjunto de técnicas que, si bien, no han tenido una amplia aplicación en el campo de la contrastación del cambio de estructura en modelos econométricos, sí que han sido ampliamente desarrollados y utilizados en el campo de la estadística.

En efecto, este tipo de contrastes han sido diseñados para determinar si varias muestras pertenecen o no a una misma población, o dicho de otra forma, contrastar si un conjunto de variables aleatorias tienen o no la misma distribución.

Formalmente expresado y según recoge A.N. Pettitt (1979) en un artículo que, bajo el título de "A Non-Parametric Approach to the Change-point Problem", fue publicado en el volumen 28 de Applied Statistics:

Considerando una secuencia de variables aleatorias $X_1, X_2, X_3, \dots, X_N$, podemos afirmar que esta secuencia de variables presenta un cambio de estructura en un momento de tiempo r , si X_t para $t = 1, 2, \dots, r$ tienen una función de distribución común $F_1(x)$ y X_t para todo $t = r+1, r+2, \dots, N$, tienen otra función de distribución común igual a $F_2(x)$, siendo $F_1(x)$ distinta de $F_2(x)$.

El problema de la contrastación del cambio de estructura, en un sentido amplio, se plantearía según este autor, como la discriminación entre la hipótesis nula de no existencia de cambio, es decir $r = N$, frente a la hipótesis alternativa de existencia del cambio de estructura, definida como $1 \leq r \leq N$.

La característica esencial de contraste "no-paramétrico", vendría dada por no asunción a priori de ninguna distribución concreta de $F_1(x)$ ó $F_2(x)$.

Con anterioridad a Pettitt (1979), muchos otros autores han abordado el problema del punto de cambio de estructura en una secuencia de variables aleatorias, desde los primeros trabajos de Page (1955, 1957) en los que se introduce el concepto de sumas acumuladas (CUSUM), pasando por la derivación del ratio de verosimilitud para valores concretos de r (distintos de N) y estimación de r , realizada por Hinkley(1970), hasta los trabajos mas generales de Sen y Srivasta(1975), Smith(1975), o McGilchrist y Woodyer(1975); si bien muchos de estos trabajos no pueden ser considerados estrictamente como no paramétricos, puesto que parten de distribuciones concretas de las variables aleatorias (generalmente distribuciones normales).

Este problema del cambio en la distribución de una secuencia de variables aleatorias puede plantearse con distintas pautas de alteración de las funciones de

distribución, de forma que los diferentes autores proponen test alternativos para cada tipo de cambio, siendo las opciones más frecuentes las que presentamos a continuación.

1) Cambio repentino en la localización de las variables:

$$H_0^{(1)} : F_1(x) = \dots = F_{m-1}(x) = F_m(x-\Delta) = \dots = F_N(x-\Delta)$$

con $\Delta > 0$.

2) Funciones de distribución tendenciales:

$$H_0^{(2)} : F_1(x) \geq F_2(x) \geq \dots \geq F_N(x)$$

3) Cambios tendenciales en la localización de las variables:

$$H_0^{(3)} : F_i(x) = F(x-\Delta_i)$$

donde $0 \leq \Delta_1 \leq \Delta_2 \leq \dots \leq \Delta_N$, con al menos una desigualdad estricta.

Peter Hackl y Walter Katzenbeisser (1989), realizan una clasificación de los principales contrastes no paramétricos basados en estadísticas simples de recuento, diferenciando cuatro familias diferentes de test:

1*) Test basados en el número de variables "excepcionales" N_n , considerando que X_i es una variable excepcional (v.e.) si $X_i > \max(X_1, \dots, X_{i-1})$, siendo siempre X_i una v.e..

Los test basados en el número de estas variables N_n fueron sugeridos por Brunk(1980), en referencia a un teorema formulado por Andersen(1954).

2º) Test basados en los signos de las diferencias entre pares de variables (X_i, X_j) , teniendo una formulación general del tipo:

$$T = \sum_{i,j} c_{ij} \Psi_{ij}$$

siendo,

$$\Psi_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } X_i < X_j \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

y c_{ij} un factor de ponderación mayor o igual que cero.

Las principales propuestas de este tipo de contrastes serían las siguientes:

Mann (1945) : $M = \sum \sum_{i,j} \Psi_{ij}$

Daniels (1950) : $D = \sum \sum_{i,j} (j-i) \Psi_{ij}$

Cox y Stuart (1955) : $CS_1 = \sum_{i=1}^{n/2} (n-2i+1) \Psi_{i, n-i+1}$

$$CS_2 = \sum_{i=1}^{n/2} \Psi_{i, \frac{n+1}{2}}$$

Wolfe y Schechtman (1984): $WS_1 = \sum_i \sum_j (i-1) \Psi_{ij}$

3º) Un tercer tipo de tests sería el propuesto por Wolfe y Schechtman (1984) en el que la función base $\Psi(z)$ vendría definida por:

$$\Psi(z) = \begin{cases} 1 & z > 0 \\ 0 & z \leq 0 \end{cases}$$

siendo el contraste a evaluar del tipo de:

$$WS_2 = \sum_{i=1}^n (i-1) \Psi(X_i - \text{mediana}_{1, \dots, n}(X_j))$$

4º) El cuarto y último grupo de contrastes, estaría formado por aquellos test basados en estadísticos tipo Wilcoxon y medianas, que en la notación de Wolfe y Schechtman (1984) puede expresarse como:

$$U_{k,n-k} = \sum_{i=k+1}^n \sum_{j=1}^k \Psi(X_i - X_j)$$

$$M_{k,n-k} = \sum_{i=k+1}^n \Psi(X_i - \text{mediana}_{1, \dots, k}(X_j))$$

Dentro de este grupo de test los mas conocidos serían los propuestos por Sen y Srivasta(1975)

$$D_1 = \max_{1 \leq k \leq n-1} \left\{ \frac{M_{k,n-k} - E_0(M_{k,n-k})}{\sqrt{\text{Var}_0(M_{k,n-k})}} \right\}$$

$$D_2 = \max_{1 \leq k \leq n-1} \left\{ \frac{U_{k,n-k} - E_0(U_{k,n-k})}{\sqrt{\text{Var}_0(U_{k,n-k})}} \right\}$$

junto a la propuesta de Pettitt (1979), que esta basada en el cálculo de una versión del test de Mann-Whitney para dos muestras siendo:

$$D_{ij} = \text{sgn}(X_i - X_j)$$

donde

$$\text{sgn}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \\ -1 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

se calcula el valor del estadístico como:

$$U_{i,N} = \sum_{i=1}^i \sum_{j=i+1}^N D_{ij}$$

Calculando el valor de $U_{i,N}$ para todos los valores comprendidos entre 1 y N ($1 \leq i \leq N$), Pettitt propone el contraste de cambio de estructura utilizando el valor máximo de este estadístico:

$$K_N = \max_{1 \leq i \leq N} |U_{i,N}|$$

y para los cambios en una sola dirección,

$$K_N^+ = \max_{1 \leq i \leq N} U_{LN}$$

$$K_N^- = - \min_{1 \leq i \leq N} U_{LN}$$

Obviamente el valor del estadístico total será igual al máximo de los dos test unidireccionales, haciéndose éstos tanto más grandes cuando $F_1(x) = > F_2(x)$, o $F_1(x) < = F_2(x)$ respectivamente.

Para cada uno de los distintos estadísticos propuestos, se calculan los valores críticos a partir de sus distribuciones asintóticas bajo la hipótesis nula, (ver Hackl y Katzenbeisser (1989)), rechazándose ésta hipótesis de igualdad de distribuciones si el valor del estadístico calculado supera estos niveles críticos.

Como hemos podido comprobar a lo largo de este apartado, todo este conjunto de contrastes no paramétricos están basados en la disponibilidad de un conjunto de variables aleatorias que teóricamente siguen una misma distribución. Ahora bien, las posibilidades de aplicación de este tipo de contrastes al problema del cambio en los parámetros de un modelo econométrico estructural pasan por la obtención de un conjunto suficientemente amplio de coeficientes correspondientes a un mismo modelo.

En la situaciones normales en las que se encuentra un modelizador, las muestras disponibles no tienen el tamaño suficiente como para que, al particionarlas en distintas submuestras, podamos realizar un número suficiente de estimaciones alternativas.

Por este motivo se han desarrollado métodos alternativos de obtención de un número suficiente de estimaciones, basadas en una única muestra, de forma que

se puedan aplicar los distintos contrastes no paramétricos planteados anteriormente.

Una de las opciones que ha tenido mayor difusión ha sido la de la estimación recursiva y la obtención de series de residuos recursivos, dando origen a una amplia familia de contrastes, denominados en la literatura econométrica como BDEs, haciendo referencia a los primeros autores que plantearon este tipo de contrastes (Brown, Durbin y Evans (1975)), y a los que, por su especial relevancia, dedicaremos el apartado siguiente.

Adicionalmente y en un apartado posterior, plantearemos un método alternativo de obtención de distintas estimaciones a partir de una única muestra limitada, que basado en un método propio de estimación paramétrica ponderada desarrollado en mi tesina de licenciatura [Pérez(1991)], puede ser empleado para aplicar los distintos contrastes no paramétricos propuestos.

Así, por ejemplo, si dispusiéramos de un conjunto suficientemente amplio de estimaciones de los coeficientes de un modelo econométrico, obtenidos por estimación recursiva o por algún otro método alternativo como el que se propone en la presente tesis, podríamos aplicar los distintos contrastes, anteriormente expuestos, de la siguiente forma:

Partimos de un conjunto de l estimaciones realizadas sobre un determinado coeficiente k : $\beta_{k,j}$

1º) Para los tests basados en el número de variables excepcionales, calcularíamos el total de dichas variables N_i , considerando que:

$$N_i = N_{i-1} + 1 \text{ si } \beta_{k,j} > \text{Max}(\beta_{k,j}) \quad \forall j < i \quad i=1,2,\dots,N.$$

2º) En los contrastes basados en el signo de las diferencias entre dos pares de variables deberíamos construir en primer lugar una nueva variable

$$\Psi_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{si } \beta_{k,i} > \beta_{k,j} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \text{ para todos los posibles pares de observaciones } (i,j).$$

determinando el valor de los distintos estadísticos considerando las formulaciones anteriormente expuestas.

3º) El contraste de Wolfe y Schectman precisaría igualmente del cálculo de una nueva variable Ψ_i para cada una de las i estimaciones, definida como:

$$\Psi_i = \begin{cases} 1 & \text{si } \beta_{k,i} > \bar{\beta}_k \\ 0 & \text{si } \beta_{k,i} \leq \bar{\beta}_k \end{cases}$$

siendo $\bar{\beta}_k$ la mediana del conjunto de estimaciones $\beta_{k,i}$

4º) Finalmente, para el cuarto tipo de contrastes propuestos, los basados en estadísticos de tipo Wilcoxon y medianas, tenderíamos que calcular las siguientes variables:

$$\Psi_{k,i,j}^1 = \beta_{k,i} - \beta_{k,j}$$

$$\Psi_{k,i,j}^2 = \beta_{k,i} - \bar{\beta}_k$$

donde $\bar{\beta}_k$ es la mediana de todas las estimaciones en las que $i \neq j \neq N$, siendo N el número total de estimaciones disponibles.

Igualmente tendríamos que calcular los correspondientes valores de esperanza matemática y varianza bajo la hipótesis nula (E_0 y Var_0) de los distintos estadísticos $U_{k,n-k}$ y $M_{k,n-k}$ planteados en base a las anteriores funciones $\Psi_{k,i,j}^1$ y $\Psi_{k,i,j}^2$

Una vez realizados estos cálculos, determinaríamos la existencia de cambio estructural si el valor de los estadísticos calculados es superior a los valores teóricos obtenidos bajo la hipótesis nula.

La determinación de estos valores críticos resulta, en general, bastante difícil de deducir analíticamente, por lo que en la mayoría de los casos estos valores han

sido tabulados por los distintos autores de los contrastes, que a su vez los han deducido a partir de experimentos de tipo montecarlo.

Como puede comprobarse, la aplicación práctica de este tipo de contrastes en el ámbito de los modelos econométricos es, como decíamos, bastante ardua, por lo que su utilización en la práctica es muy reducida, ya que no están plenamente demostradas sus ventajas frente a otro tipo de contrastes bastante más sencillos de aplicar.

2.4.- Estimación recursiva y contrastes tipo BDEs.

Bejo la denominación de estimación recursiva nos encontramos en la literatura econométrica con un procedimiento de estimación mediante el cual, partiendo de un número mínimo de observaciones (generalmente tantas como parámetros a estimar), se van realizando secuencialmente estimaciones alternativas, añadiendo una observación más en cada etapa hasta cubrir el total de la muestra.

Este proceso así realizado nos permite obtener, por una parte, un conjunto de coeficientes estimados, que inicialmente pertenecen a un mismo modelo, y por otra, un conjunto de estimaciones de la variable endógena que, al compararlos con los valores reales disponibles, nos proporcionan un secuencia de residuos alternativos que son de gran utilidad para el análisis del modelo en estudio.

En particular, tiene especial interés el análisis de los errores de predicción a un período, que serían el resultado de comparar el valor real de la variable en un período t y el valor estimado de dicha variable utilizando la información disponible en $t-1$. Estos residuos, una vez estandarizados, dan origen a lo que en la terminología de Brown, Durbin y Evans (1975), se conoce como "residuos recursivos".

Este tipo de análisis fue introducido inicialmente por Brown y Durbin (1968) y Brown, Durbin y Evans (1975), para el estudio de la estabilidad de los parámetros en un modelo de regresión utilizando test del tipo CUSUM o CUSUM-SQ. Alternativamente, Heyadat y Robson (1970), propusieron un método similar para contrastar la heterocedasticidad, aplicándose posteriormente para la contrastación de otros muchos fenómenos. A título de ejemplo, Harvey y Phillips (1974) propusieron un test alternativo de heterocedasticidad basado en los resultados de Heyadat y Robson, así como un contraste de autocorrelación (Harvey y Phillips(1974)), mientras que Collier y Harvey (1977) utilizaron estas mismas técnicas para el contraste de formas funcionales incorrectas.

Siguiendo la notación de Brown et al.(1975), podemos plantear la estimación recursiva partiendo de un modelo general de parámetros variables cuya formulación sería del tipo:

$$y_t = x_t' \beta_t + u_t \quad \forall t=1,2..N$$

$$u_t \sim N[0, \sigma_t^2]$$

Sobre esta formulación, la hipótesis nula de permanencia estructural vendría determinada por la igualdad de parámetros y comportamiento homocedástico, de forma que el modelo general anteriormente planteado quedaría reducido al modelo clásico de regresión.

Una forma natural de examinar la estabilidad de estos parámetros consistiría, según estos autores, en la realización secuencial de diferentes estimaciones utilizando cada vez un período muestral mas amplio, partiendo, lógicamente, de un número mínimo de observaciones igual al número de parámetros.

Este conjunto de estimaciones vendría determinado por la siguiente expresión,

$$\hat{\beta}_r = (X_r' X_r)^{-1} X_r' Y_r \quad \forall r = K, K+1, \dots, N$$

siendo,

$$X_r' = (x_1, x_2, \dots, x_r) \quad Y_r = (y_1, y_2, \dots, y_r)'$$

las r primeras observaciones de la muestra.

Una vez obtenidas cada una de estas observaciones, se procedería el cálculo de los "errores de predicción a una etapa", y que serían, como hemos mencionado, la diferencia entre el valor real de la variable endógena en período r y la predicción obtenida utilizando los parámetros estimados con $r-1$ observaciones.

$$v_r = y_r - x_r' \hat{\beta}_{r-1} \quad \forall r = K+1, \dots, N$$

Con estos residuos así calculados puede demostrarse fácilmente que, bajo la hipótesis nula, v_r se distribuye como una normal con media cero y varianza igual a $\sigma^2 d_r$, donde

$$d_r = [1 + x_r'(X_{r-1}' X_{r-1})^{-1} x_r]^{-1/2} \quad \forall r = K+1, \dots, N$$

Dividiendo v_r entre d_r y considerando la misma varianza σ^2 , obtendremos lo que, en la terminología de Brown, Durbin y Evans, se conoce como "residuos recursivos".

$$w_r = \frac{v_r}{d_r} = \frac{y_r - x_r' \hat{\beta}_{r-1}}{[1 + x_r'(X_{r-1}' X_{r-1})^{-1} x_r]^{-1/2}}$$

Considerando válida la hipótesis nula, Brown et al. (1975) demuestran que estos residuos recursivos son independientes y se distribuyen como una normal de media cero y varianza igual a σ^2 .

$$w_r \sim N(0, \sigma_2), \quad \forall r = K+1, \dots, N$$

$$E[w_r w_s] = 0 \quad \forall r \neq s$$

Para facilitar el cálculo de las series de residuos recursivos se han desarrollado formulaciones que permiten el cálculo iterativo de los mismos a partir de las series de estimaciones recursivas:

$$(X'_r X_r)^{-1} = (X'_{r-1} X_{r-1})^{-1} - \frac{(X'_{r-1} X_{r-1})^{-1} x_r x'_r (X'_{r-1} X_{r-1})^{-1}}{1 + x'_r (X'_{r-1} X_{r-1})^{-1} x_r}$$

$$\hat{\beta}_r = \hat{\beta}_{r-1} + (X'_r X_r)^{-1} x_r (y_r - x'_r \hat{\beta}_{r-1})$$

$$S_r = S_{r-1} + w_r^2$$

siendo,

$$S_r = (Y_r - X_r \hat{\beta}_r)' (Y_r - X_r \hat{\beta}_r)$$

Sobre la misma base de estimaciones recursivas se han desarrollado algunas alternativas de cálculo, diferentes a los conocidos residuos recursivos y que pueden resultar de gran interés para el análisis de la estabilidad de los parámetros.

Algunas de estas alternativas son, por ejemplo, las que recoge Jean-Marie Dufour (1982) en su artículo dedicado a la estimación recursiva y el análisis de las relaciones de regresión lineal, y que denomina "primeras diferencias estandarizadas de las estimaciones recursivas" o "residuos recursivos de varias etapas".

La primera de las alternativas propuestas por Dufour esta basada en la distribución de las diferencias entre los coeficientes estimados en dos etapas sucesivas, demostrando que, bajo la hipótesis nula, estas diferencias son normales e independientemente distribuidas con media 0 y matriz de varianzas covarianzas según la siguiente expresión:

$$E[\hat{\beta}_r - \beta_{r-1}] = 0 \quad \forall r = K+1, \dots, N$$

$$E[(\hat{\beta}_r - \beta_{r-1})(\hat{\beta}_s - \beta_{s-1})] = \sigma^2 d_r^2 (X_r' X_r)^{-1} x_r x_s' (X_s' X_s)^{-1}$$

En la segunda de las alternativas, Dufour propone el cálculo de residuos recursivos basados en errores de predicción de dos o más etapas, y que serían similares a los residuos recursivos normales (de una etapa), pero considerando el valor de predicción de la variable endógena que se obtendría teniendo en cuenta la estimación realizada con la información de dos o más períodos anteriores.

- Contrastes basados en estimaciones recursivas.

Una vez realizado el proceso de estimación recursiva y los diferentes cálculos propuestos dispondremos de, al menos, cuatro tipos de variables aleatorias sobre las que aplicar los diferentes contrastes no paramétricos recogidos en el apartado 2.3.:

- Series de coeficientes estimados recursivamente.
- Series de errores de predicción (De una o varias etapas).
- Series de errores de predicción estandarizados (igualmente sobre una o varias etapas).
- Series de primeras diferencias estandarizadas de los coeficientes estimados recursivamente.

No obstante, y aunque podamos emplear el método de estimación recursiva con una amplia familia de contrastes no paramétricos de uso general, la idea inicial desarrollada por Brown, Durbin y Evans (1975) se centraba sobre un tipo de contrastes específicos denominados CUSUM (Cumulative Sums) y CUSUM-SQ (Cumulative Sums of Squares) y cuyas expresiones son las siguientes.

CUSUM:

$$CS_t = \frac{1}{\hat{\sigma}} \sum_{r=K+1}^t w_r \quad \forall t = K+1, \dots, N$$

siendo $\hat{\sigma}^2$ el estimador insesgado de σ^2 basado el total de observaciones N.

CUSUM-SQ:

$$CS_t^{SQ} = \frac{\sum_{r=K+1}^t w_r^2}{\sum_{r=K+1}^N w_r^2} \quad \forall t=K+1, \dots, N$$

Como puede comprobarse, el primero de estos contrastes (CUSUM) considera directamente los valores de los residuos recursivos, mientras que la segunda variante (CUSUM-SQ) contempla los cuadrados de los residuos relativizados con la suma total de los mismos. Bajo este planteamiento, el primer test estaría destinado específicamente a la determinación de variaciones sistemáticas en los parámetros β_j , mientras que el segundo sería más sensible a cualquier tipo de variación fortuita o no sistemática de los mismos.

Como en los casos anteriores, la forma de aplicar el contraste consistiría en la comparación de los valores calculados con los límites de las distribuciones teóricas, generalmente tabulados, y que para el más comúnmente utilizado (CUSUM-SQ), Brown, Durbin y Evans demuestran que coincide con una distribución Beta con parámetros $(r-k)/2$ y $(N-r)/2$; rechazándose la hipótesis nula de estabilidad de los parámetros si el valor obtenido supera el valor de esa distribución teórica.

Sobre la misma base de los contrastes desarrollados por los citados autores, Heckl (1980) propone una nueva variante, que denomina MOSUM-SQ (MOving SUMs of SQuared recursive residuals) y cuya expresión analítica vendría dada por:

$$MS_t^{SQ} = \frac{\sum_{r=t-G+1}^t w_r^2}{\sum_{r=K+1}^{t-G} w_r^2 + \sum_{r=t+1}^N w_r^2} \cdot \frac{N-K-G}{G} \quad \forall t=G+K, \dots, N$$

donde G determinaría el orden de movimiento, de la misma forma que en una media móvil.

Este estadístico así calculado sigue una distribución F con G y N-K-G grados de libertad respectivamente (ver Heckl(1980)), rechazándose la hipótesis nula cuando el valor calculado supera el valor límite fijado en las tablas de dicha distribución.

Adicionalmente podemos encontrar otros planteamientos alternativos de contrastes, basados en el mismo principio de estimación recursiva, destinados a la determinación de la estabilidad de los parámetros de un modelo de regresión y que, aprovecharían el hecho de que una variación sistemática de los parámetros provoca a su vez un error sistemático de sobre o infravaloración.

Este sería el caso de un contraste simple del tipo T de Student, desarrollado por Dufour (1982) sobre la base de un contraste de formas funcional incorrecta de Harvey y Collier (1977) denominado Ψ -Test y que vendría dado por la expresión:

$$\bar{t} = \sqrt{N-K} \bar{w} / s_w$$

siendo

$$\bar{w} = \frac{\sum_{i=K+1}^N w_i}{N-K}$$

y

$$s_w^2 = \frac{\sum_{i=K+1}^N (w_i - \bar{w})^2}{N-K-1}$$

En este caso rechazaríamos la hipótesis nula si $|\bar{t}| > c$, siendo c el valor tabulado de una t de Student con N-K-1 grados de libertad.

Este tipo de contraste t podemos plantearlo, según Dufour (1982), como el resultado de una regresión de los residuos recursivos con respecto a un vector columna unitario de $N-K$ elementos siguiendo un modelo del tipo:

$$w = i\gamma + e, \quad e \sim N[0, \sigma^2 I_v]$$

donde $v = N-K$ e $i = (1, 1, \dots, 1)'$, contrastando la hipótesis nula de $\gamma = 0$.

Generalizando este modelo simple mediante una matriz no estocástica Z de $v \times g$ elementos, siendo $g < v$.

$$w = Z\gamma + e, \quad e \sim N[0, \sigma^2 I_v]$$

Sobre este modelo podemos contrastar la hipótesis nula de $\gamma = 0$, utilizando un test F definido por la siguiente expresión:

$$\hat{F} = \frac{\hat{\gamma}'(Z'Z)\hat{\gamma}}{gs^2}$$

que, bajo la hipótesis nula, se distribuye como una F con g y $v-g$ grados de libertad respectivamente, siendo

$$\hat{\gamma} = (Z'Z)^{-1}Z'w$$

$$s^2 = \frac{(w - Z\hat{\gamma})'(w - Z\hat{\gamma})}{v-g}$$

Este planteamiento presentado por Dufour (1982), proporciona un amplio rango de posibilidades de contrastación de distintas evoluciones de los parámetros del modelo; así por ejemplo, si tenemos fundamentos para pensar en la existencia de dos o más regímenes diferenciados a lo largo de la muestra, podemos construir la matriz Z como un conjunto de variables ficticias que toman el valor 0 ó 1 dependiendo de si la observación concreta pertenece o no a un determinado régimen.

Un caso especialmente interesante de este tipo de planteamientos puede presentarse cuando trabajamos con series de frecuencia superior al año y en las que los efectos estacionales pueden provocar alteraciones en los valores de los parámetros. En este caso consideraríamos una matriz Z con variables ficticias que se corresponderían con los distintos períodos intraanuales (trimestres, meses, semanas, etc)

CAPITULO 3

**ESTIMACIÓN DE MODELOS EN PRESENCIA DE
CAMBIO ESTRUCTURAL**



Cap. 3.- ESTIMACIÓN DE MODELOS EN PRESENCIA DE CAMBIO ESTRUCTURAL.

En los dos capítulos precedentes hemos tratado de explicitar el problema del cambio estructural en los modelos econométricos así como las posibilidades de detectar la existencia de estos cambios en un modelo previamente estimado.

Lógicamente, la contrastación de una permanencia estructural nos proporciona una validación adicional del modelo y facilita la utilización del mismo para cualesquiera que sean los objetivos para los que se planteó. (Contrastación de teorías, análisis estructural, predicción, simulación etc.)

Ahora bien, cuando por alguno de los distintos métodos alternativos propuestos en los capítulos precedentes, determinamos la existencia de una alteración en los valores de los parámetros estimados en nuestro modelo, o bien simplemente descartamos la hipótesis de permanencia estructural, la utilización posterior del modelo quedaría fuertemente limitada, cuando no anulada por completo; por lo que, una vez rechazada esta hipótesis de permanencia estructural, debemos plantearnos las vías de actuación en función del uso que pretendamos dar posteriormente al modelo.

En efecto, si diferenciamos los cuatro usos básicos de los modelos econométricos anteriormente citados, la incidencia y formas de actuación en presencia de un cambio estructural serían diferentes:

* **Contrastación de teorías** : De los cuatro usos básicos de los modelos econométricos es este de la contrastación de teorías el más clásico y, tal vez, el que en menor medida se aplica en la actualidad, ya que, si bien fue el origen y la razón de ser de los primeros modelos, tras las múltiples críticas sufridas, algunas

de las cuales han sido recogidas en el primer capítulo, la utilización de los modelos se ha ido encauzando hacia otras aplicaciones.

No obstante, en el caso de que el objetivo para el que se plantea un modelo sea el de contrastar, ya no una teoría económica en su sentido más puro, sino una simple relación causal entre diferentes fenómenos, el modelo estimado seguiría siendo válido, aún en presencia de un cambio estructural, si el resto de las hipótesis de partida no han sido rechazadas, (especificación correcta, significatividad individual de parámetros, porcentaje de varianza explicada, etc).

En este caso podríamos afirmar, con toda la cautela que el método requiere, la existencia de las relaciones causales entre los fenómenos y por tanto la veracidad de la teoría subyacente, si bien siendo conscientes de que la cuantificación de estas relaciones no es constante.

Una vez que se ha verificado la teoría, el objetivo para el que se diseñó el modelo estaría cubierto, por lo que no sería necesario ningún tipo de actuación posterior sobre el mismo.

Sin embargo, y desde otro punto de vista, la existencia de un cambio en la estructura estimada de un determinado modelo desarrollado a partir de una teoría concreta, puede estar indicándonos precisamente la incapacidad de la teoría subyacente para explicar el comportamiento del fenómeno en estudio.

En este sentido podemos encontrarnos ante determinados casos en los que la teoría explicitada no ha sido planteada con la suficiente amplitud, de forma que la contrastación de la existencia de cambios estructurales nos estaría indicando la necesidad de ampliar nuestros planteamientos iniciales y formular una teoría de carácter más general que sea capaz de incorporar, precisamente, esos cambios detectados.

- **Análisis estructural:** Esta segunda aplicación de los modelos econométricos, aún teniendo un componente similar a la anterior, puesto que para analizar una estructura es preciso contrastar previamente la existencia de las relaciones causales, da un nuevo paso adelante, siendo el objetivo fundamental la cuantificación de estas relaciones.

En este sentido, la contrastación de una evolución en la estructura causal de un determinado fenómeno, representada por el conjunto de parámetros, puede ser en sí misma una parte del objetivo perseguido, es decir, que una vez determinada la no constancia de esa estructura podríamos haber cubierto una primera etapa del análisis estructural.

Si el tipo de análisis que se pretende realizar, como sucede en la mayoría de los casos, va más allá de la mera determinación de la permanencia estructural y el interés se centra en la cuantificación de la estructura con el fin, por ejemplo, de realizar comparaciones intertemporales o interespaciales (distintos productos o mercados, distintos países o épocas, etc); nos podemos encontrar con dos casos diferenciados. Un primer caso en el que el interés se centre en un comportamiento medio para el conjunto de observaciones, y un segundo caso en el que se precise concretar la estructura dentro de la propia selección de observaciones.

Bajo la primera de las hipótesis, no sería necesario realizar ninguna transformación adicional del modelo, ya que los propios parámetros estaría representando el comportamiento medio a lo largo de un determinado período o en un determinado espacio.

Sin embargo, la segunda de las opciones precisaría de un tratamiento adicional del modelo para diferenciar los distintos valores de los parámetros estructurales, por lo que habría que aplicar alguno de los métodos de estimación con parámetros variables que describiremos a continuación.

• **Predicción:** Si el objetivo básico que se persigue en la elaboración de un modelo econométrico es el de la realización de predicciones, y alguno de los métodos alternativos de determinación del cambio estructural nos obliga a rechazar la hipótesis de permanencia de los parámetros, no podríamos utilizar directamente el modelo, so pena de cometer sesgos y errores en nuestras predicciones.

Si bien bajo cualquiera de los objetivos anteriores sería conveniente, en el caso de la predicción, sería necesario determinar previamente cuál es el tipo de ruptura a la que nos estamos enfrentando en la línea apuntada en el capítulo primero y extraída de las reflexiones de Anderson y Mizon (1989), ya que, dependiendo del tipo de cambio estructural nuestra actuación puede ser diferente:

- Si el tipo de cambio estructural es debido a alteraciones puntuales sería necesario en primer lugar tratar de identificar y cuantificar las causas y efectos de esas alteraciones.

Una vez identificadas las causas y cuantificados los efectos, tendríamos que tratar de prever su contingencia futura, realizando la predicción con aquella estructura adecuada a cada circunstancia.

Este tipo de análisis se realizaría mediante una sobreparametrización del modelo incorporando algún tipo de variable cualitativa que reflejase la existencia o no de las causas que provocan la alteración, o en general utilizando algún método de estimación con parámetros cambiantes.

En el caso en que no sea posible esta identificación, o bien, una vez identificada no se pueda prever su contingencia a futuro, una posible vía de actuación consistiría en la eliminación de la muestra de aquellos puntos en los que se detectan estas alteraciones y utilizar para la predicción la estructura que se derivaría de reestimar el modelo sin considerar estos puntos.

- Si nos encontramos ante un cambio estructural del tipo de épocas específicas o regímenes diferenciados, podríamos seguir un esquema de actuación similar al descrito anteriormente, tratando de determinar la estructura más adecuada al período en el que se va a realizar la predicción.

Si no fuera posible identificar las distintas etapas o regímenes, sería más adecuado realizar la predicción utilizando la estructura media obtenida en el modelo inicial y analizar dicha predicción en la cautela adecuada, ya que las predicciones así obtenidas, aún siendo sesgadas, estarían cometiendo menor error medio que las que podrían obtenerse utilizando una estructura inadecuada.

- Finalmente, en el caso de cambio estructural evolutivo, deberíamos cuantificar tanto el valor de la última estructura observada en el período muestral como la ley de evolución de los parámetros, utilizando nuevamente mediante métodos de estimación con parámetros cambiantes.

En defecto de una adecuada especificación de la ley de evolución de los parámetros sería más conveniente realizar la predicción utilizando la última estructura estimada, ya que, al igual que en el caso anterior, el error que podría cometerse con una extrapolación inadecuada de los parámetros podría ser mayor que el cometido sin dinamizar los coeficientes en la predicción.

* **Simulación:** Un modelo econométrico elaborado con el fin primordial de realizar simulaciones de los efectos que, sobre la variable o variables en estudio, provocan determinadas medidas de actuación o alteraciones en los valores de las variables explicativas, precisa necesariamente de una cuantificación lo más exacta posible de la estructura representativa del fenómeno a analizar.

De esta forma, si se pretende utilizar un modelo a efectos de simulación, y los contrastes iniciales nos están apuntando la existencia de algún tipo de cambio estructural, es preciso realizar una nueva especificación del modelo que contemple

la evolución de dicha estructura, es decir, hay que recurrir a métodos de estimación con parámetros cambiantes.

En cualquier caso, no debemos olvidar que la ya mencionada Crítica de Lucas hacia la utilización de los modelos econométricos se centra precisamente en su función de simulación y en la alteración que sufren los parámetros de respuesta de los agentes sociales ante cambios en el entorno político o económico.

A modo de resumen hemos elaborado el cuadro que aparece a continuación donde se describen brevemente las distintas actuaciones a realizar en presencia de un cambio estructural y dependiendo del objetivo que se persiga con la elaboración del modelo.

POSICIONES ALTERNATIVAS DE UN INVESTIGADOR ANTE LA EXISTENCIA DE UN CAMBIO ESTRUCTURAL

OBJETIVOS	CONDICIONANTES	ACTUACIÓN
Contratación de teorías	Sólo relaciones cualitativas	Generalizar la teoría
Análisis estructural	Determinación de permanencia	Contrastar cambio
	Análisis cualitativo	Estimar con parámetros cambiantes
Predicción	Se identifican los cambios	Parámetros cambiantes o la estructura más adecuada
	Cambio evolutivo	Parámetros cambiantes o última estructura
Simulación	En cualquier caso	Estimar con parámetros cambiantes

Como quiera que, a la vista de los comentarios anteriores, es preciso acudir en muchas ocasiones a la estimación mediante parámetros cambiantes, vamos a realizar, en principio, una breve recopilación de los principales métodos propuestos

para la estimación de modelos en presencia de cambio estructural a lo largo de la literatura econométrica, para posteriormente ubicar el método de estimación propuesto en esta tesis, (Método EPP ampliado), como una alternativa simple y adecuada en determinadas circunstancias.

3.1.- Tipología de los métodos de estimación con parámetros cambiantes.

A lo largo del apartado precedente hemos venido citando en varias ocasiones la terminología de "Estimación con parámetros cambiantes" o simplemente "Parámetros cambiantes" para referimos a un conjunto de alternativas de estimación aplicables en situaciones de cambio estructural.

En un sentido amplio podríamos incluir como técnicas de parámetros cambiantes a cualquier método de estimación, o variaciones sobre el modelo básico de regresión, que incorporen la posibilidad de cuantificar más de una estructura, definida dentro de una misma muestra representativa de un determinado fenómeno.

Bajo esta definición podríamos incluir, entonces, desde sencillos procedimientos de inclusión de variables ficticias dicotómicas en un modelo simple de regresión, con el fin de recoger alteraciones puntuales o regímenes diferenciados; hasta complejos procedimientos de estimación, derivados de otras ramas del conocimiento, como pueda ser el Filtro de Kalman.

Dado este amplio abanico de posibilidades, creemos que es conveniente realizar una taxonomía de los procedimientos mas usuales, agrupándolos en función de determinadas características diferenciadoras.

Si bien podemos encontrar en la literatura econométrica numerosos tipos de clasificaciones, hemos optado por utilizar un doble criterio de agrupación que recoge, a nuestro entender, los dos factores más comúnmente utilizados en dichas

clasificaciones y que se centran en el tipo de evolución que siguen los parámetros estimados:

- CARÁCTER ESTOCÁSTICO O DETERMINISTA.
- CARÁCTER ESTACIONARIO O TENDENCIAL.

Con el primero de los criterios diferenciaremos aquellos modelos o métodos de estimación que consideran que las diferencias entre las distintas estructuras son de carácter determinista frente a los que consideran tales diferencias como aleatorias.

En términos generales podemos formular ambos tipos de modelos como:

DETERMINISTAS: $\beta_n = \varphi(Z_n)$; siendo Z_n no estocástica.

ALEATORIOS: $\beta_n = \varphi(\xi_n)$; siendo ξ_n aleatoria.

Por otro lado, y mediante el segundo criterio, diferenciaremos aquellos métodos que consideran que los parámetros oscilan alrededor de un media, (estacionarios), de los que admiten una cierta evolución o tendencia en los mismos.

Al igual que en caso anterior podemos generalizar esta clasificación considerando las siguientes formulaciones:

$$\text{ESTACIONARIOS: } \frac{\sum_{t=a}^{t=b} \beta_t}{N_{ab}} = B, \quad \forall a, b \in \{t=1, 2, \dots, N\}.$$

$$\text{TENDENCIALES: } \frac{\sum_{t=a}^{t=b} \beta_t}{N_{ab}} \neq B, \quad a, b \in \{t=1, 2, \dots, N\}.$$

Bajo estas consideraciones hemos elaborado el cuadro que aparece a continuación en el que se resumen los principales modelos con parámetros cambiantes que se han recogido en la literatura econométrica.

**CLASIFICACIÓN DE LOS PRINCIPALES MODELOS
CON PARÁMETROS CAMBIANTES**

Por el tipo de evolución	Por la naturaleza de la evolución	
	ESTACIONARIOS	TENDENCIALES
DETERMINISTAS	<ul style="list-style-type: none"> - Variación sistemática sin tendencia. - Regresiones cambiantes (Switching Regression) 	<ul style="list-style-type: none"> - Regresiones cambiantes (Switching Regression): - V. ficticias con tendencia - Modelos de transición Poirier
ESTOCASTICOS	<ul style="list-style-type: none"> - Hildred Houck - Swamy - Hsiao 	<ul style="list-style-type: none"> - Cooley Prescott - Rosenberg - Filtro de Kalman

Si bien somos plenamente conscientes de la existencia de otros muchos modelos de estimación con parámetros cambiantes, así como distintas variaciones sobre los aquí citados, consideramos que es una recopilación suficientemente representativa de lo que es en la actualidad el "estado del arte" en cuanto a estimación con parámetros cambiantes.

3.2.- Planteamiento de los principales métodos de estimación.

Una vez realizada la introducción a la problemática de la estimación con parámetros cambiantes y esbozada la clasificación de los mismos, vamos a pasar a plantear brevemente cada uno de los modelos citados, si bien y por razones de extensión que consideramos obvias no entraremos en los detalles ni variantes que presentan cada uno de ellos.

Para la exposición de los distintos métodos utilizaremos un criterio de complejidad, comenzando por los métodos más simples y avanzando hacia formulaciones más complejas, criterio que, aún teniendo lógicamente un cierto paralelismo con la evolución histórica, no tiene por qué ser necesariamente coincidente.

3.2.1.- Modelos Estacionarios Deterministas.

Dentro de este primer grupo en el que se integran aquellos métodos de estimación que consideran una evolución no estocástica de los parámetros y que no implican necesariamente una tendencia en los mismos, nos encontramos básicamente con dos tipos de modelos, los denominados de forma genérica como **Modelos de Variación sistemática (Systematically Varying Parameter Models)** y los **de Regresiones cambiantes (Switching Regression)**.

- Modelos de variación sistemática

En un planteamiento general, los modelos de este tipo podrían ser considerados dentro de cualquiera de las cuatro categorías en las que hemos dividido el conjunto de los métodos, ya que como podrá comprobarse, engloban a casi todos los planteamientos alternativos.

No obstante, y por tratarse de una formulación muy general y que puede plantearse como estacionario y no estocástico, hemos considerado oportuno presentarlo en primer lugar.

Este tipo de modelos son generalmente atribuidos a Belsley y como muchos otros de los métodos que veremos a continuación tienen su origen en la estimación con datos de tipo mixto (espacio-temporales) o datos de panel, en los que

disponemos de un conjunto de observaciones en distintos momentos del tiempo y para distintos individuos o agrupaciones espaciales.

No obstante, el método puede generalizarse considerando que en lugar de distintos individuos tenemos distintos regímenes dentro de la evolución temporal de un determinado fenómeno.

El planteamiento general del modelo, desarrollado como decíamos sobre datos espacio-temporales, parte de considerar que los parámetros beta tienen tanto una dimensión temporal como espacial quedando inicialmente especificado como:

$$y_{it} = x_{it}'\beta_{it} + e_{it} \text{ con } e_{it} \sim NID(0, \sigma^2)$$

siendo:

- y_{it} el valor de la variable endógena en el grupo i y en el período t .
- x_{it} un vector $K \times 1$ conteniendo las K variables explicativas no estocásticas, que afectan al grupo i en el período t .
- β_{it} vector de $K \times 1$ coeficientes asociados a la observación t -ésima del grupo i .

Ahora bien, con este planteamiento inicial deberíamos de estimar un total de: K (variables explicativas) $\times I$ (grupos) $\times T$ (períodos) $+ 1$ (varianza), parámetros, disponiendo únicamente de $I \times T$ observaciones, por lo que sería necesario introducir información adicional para poder resolver el sistema.

Belsley (1973) propone introducir la información extramuestral necesaria mediante un conjunto de M relaciones lineales, en principio no estocásticas, del tipo:

$$\beta_n = Z_n \gamma$$

donde:

- Z_n es una matriz de $K \times M$ elementos, siendo M el número de variables que explican la variación de los parámetros a lo largo de las observaciones.
- γ es un vector $M \times 1$ coeficientes asociados a dichas variables.

Bajo este planteamiento inicial, si consideramos la matriz Z_n como conocida y no estocástica, podríamos replantear el modelo como:

$$\begin{aligned} y_n &= x_n' Z_n \gamma + e_n \\ y_n &= w_n \gamma + e_n \end{aligned}$$

siendo : $w_n = x_n' Z_n$

Con esta nueva especificación y asumiendo las hipótesis básicas sobre el comportamiento de la perturbación aleatoria e_n , podemos utilizar el estimador de MCO, como un estimador óptimo para γ , y por tanto para β .

Este, aparentemente sencillo, planteamiento se vuelve, en general, bastante complejo, cuando no se conocen las variables Z_n , o bien cuando asumimos que la transición entre los distintos parámetros es una relación aleatoria.

En este caso, llegaríamos a una nueva especificación de tipo general, planteada igualmente por Belsley (1973), y que desarrollaremos con mayor detalle dentro del apartado de modelos con variación estocástica.

- Modelos de regresiones cambiantes (Switching Regressions).

Bajo esta denominación de "Switching Regressions", nos encontramos con un amplio abanico de modelos, que pueden ser especificados, en general, como casos concretos dentro del modelo general de variación sistemática considerando distintos tipos de matrices Z_{it} .

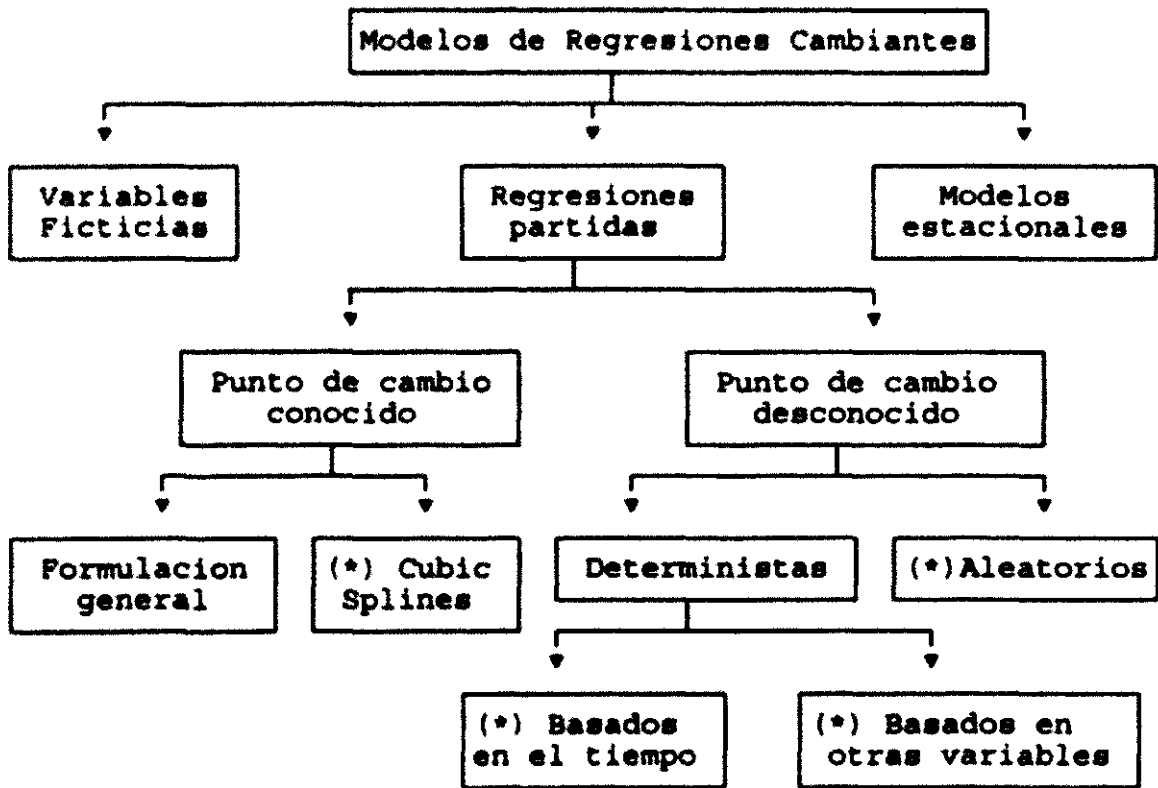
Así, nos encontramos con modelos de Variables ficticias, Modelos estacionales, o modelos de Regresiones partidas (Piecewise regression) del tipo de los desarrollados por Hinkley(1971), McGee y Carlton (1970); Gallant y Fuller(1973), Poirier(1973,1976), Quandt(1958), o Goldfeld y Quandt(1973).

Puesto que sería una labor demasiado ardua el plantear todos y cada uno de los modelos que podemos encontrar en la literatura econométrica y que pertenecerían a este grupo, vamos a referirnos únicamente a un algunos modelos específicos y que podemos considerar como representativos de esta familia:

- Modelos de variables ficticias.
- Modelos estacionales.
- Modelos de regresiones partidas:

En esta última categoría diferenciaremos a su vez los modelos de punto de cambio conocido, de los de punto de cambio desconocido, y dentro de estos los de cambio determinístico y aleatorio, si bien dentro de este punto solo desarrollaremos los considerados estrictamente como estacionarios y no estocásticos.

A modo de resumen, los distintos modelos a tratar podemos ordenarlos como:



(*) Algunos de los modelos aquí recogidos no pertenecen exactamente a la categoría de deterministas y estacionales, si bien se han incluido en el gráfico por pertenecer a la misma familia de modelos.

- Modelos de variables ficticias.

Comenzando nuevamente por los modelos más simples plantearemos el Modelo de Variables ficticias bajo los siguientes condicionantes:

Supongamos que para un modelo dado podemos diferenciar dos o más regímenes con estructuras diferenciadas, bien sea con observaciones de tipo temporal en las que conozcamos la existencia de un cambio de estructura en un

período o períodos dados, o bien con observaciones de tipo espacio-temporal en las que disponemos de información para varias unidades o individuos.

De esta forma si denominamos por m ($m = 1, 2, \dots, l$) a cada uno de los distintos regímenes, nuestro problema consistirá en determinar un conjunto de $\beta_{m,k}$ parámetros, asociados a cada uno de los m -regímenes de las k -variables explicativas que intervienen en el modelo.

En un planteamiento simple el que consideramos la existencia de dos regímenes diferenciados y todos los parámetros se ven afectados por el cambio podemos replantear el modelo con las siguientes etapas.

a) Construir una variable ficticia D que tome valor 0 para aquellas observaciones pertenecientes al primer régimen ($1 < t < t_0$, siendo t_0 el punto de cambio de régimen) y 1 para el resto ($t_0 < t < N$, siendo N el número total de observaciones).

b) Para cada variable explicativa x_i se construye una nueva variable auxiliar x_{n_i} , como resultado de multiplicar la variable original x_i por la ficticia D .

c) Se estima un nuevo modelo en el que además de las variables originales x_i , se incluyen las variables auxiliares x_{n_i} .

De esta forma se obtendrán un total de $2K$ parámetros estimados cuya interpretación debe realizarse de la forma siguiente:

Si denominamos por $\hat{\beta}_i$, $\forall i=1, 2, \dots, k$, al conjunto de los k parámetros asociados a las variables originales x_i , y $\hat{\beta}_n$, $\forall i=k+1, k+2, \dots, 2k$ a los parámetros asociados a las variables auxiliares, podemos deducir que para el primero de los regímenes:

$$E[Y_t] = \sum_{i=1}^K x_{it} \cdot \hat{\beta}_i, \quad \forall t=1,2,\dots,t_0$$

mientras que para el segundo:

$$E[Y_t] = \sum_{i=1}^K x_{it} \cdot (\hat{\beta}_i + \hat{\beta}_{\mu}) \quad \forall t=t_0+1,\dots,N$$

Este planteamiento general se puede modificar, considerando que el cambio de regímenes no afecta al total de variables explicativas sino únicamente a un subconjunto de ellas, o bien, considerando que existen más de dos regímenes.

En el primero de los casos, bastaría con generar variables auxiliares únicamente para aquellas variables que se ven afectadas por el cambio, pudiendo utilizarse los propios contrastes individuales de parámetros, aplicados a las variables auxiliares, para determinar la incidencia o no del cambio en cada una de las variables.

Ante la existencia de más de dos regímenes diferenciados, la forma de actuación consistiría en ir añadiendo una nueva variable ficticia por cada régimen adicional que se detecte, e incorporando tantas variables auxiliares como regímenes diferenciados menos uno (para evitar el problema de colinealidad que se deriva de la denominada "trampa de las variables ficticias").

- Modelos Estacionales.

Tal como señalan Kmenta(1971) o Johnston (1972), los modelos de tipo estacional pueden plantearse como un caso particular de la existencia de más de dos regímenes diferenciados, de forma que podríamos plantear el modelo utilizando tantas variables como períodos estacionales, nuevamente menos uno.

A modo de ejemplo se plantea en la página siguiente como quedaría expresado un modelo con estacionalidad trimestral utilizando el método de las variables ficticias.

PLANTEAMIENTO DE UN MODELO DE ESTACIONALIDAD TRIMESTRAL UTILIZANDO VARIABLES FICTICIAS

$$\begin{array}{c}
 y_{q1,1} \\
 y_{q2,1} \\
 y_{q3,1} \\
 y_{q4,1} \\
 \vdots \\
 \vdots \\
 \vdots \\
 y_{q1,N} \\
 y_{q2,N} \\
 y_{q3,N} \\
 y_{q4,N}
 \end{array}
 =
 \begin{array}{cccccccccccc}
 x_{1,q11} & \dots & x_{L,q11} & x_{1,q11} & \dots & x_{L,q11} & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\
 x_{1,q21} & \dots & x_{L,q21} & 0 & \dots & 0 & x_{1,q21} & \dots & x_{L,q21} & 0 & \dots & 0 \\
 x_{1,q31} & \dots & x_{L,q31} & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & x_{1,q31} & \dots & x_{L,q31} \\
 x_{1,q41} & \dots & x_{L,q41} & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\
 \vdots & & \vdots & & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\
 \vdots & & \vdots & & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\
 \vdots & & \vdots & & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\
 x_{1,q1N} & \dots & x_{L,q1N} & x_{1,q1N} & \dots & x_{L,q1N} & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\
 x_{1,q2N} & \dots & x_{L,q2N} & 0 & \dots & 0 & x_{1,q2N} & \dots & x_{L,q2N} & 0 & \dots & 0 \\
 x_{1,q3N} & \dots & x_{L,q3N} & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & x_{1,q3N} & \dots & x_{L,q3N} \\
 x_{1,q4N} & \dots & x_{L,q4N} & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0
 \end{array}
 \cdot
 \begin{array}{c}
 \beta_{1,a} \\
 \vdots \\
 \vdots \\
 \beta_{L,a} \\
 \beta_{1,b} \\
 \vdots \\
 \vdots \\
 \beta_{L,b} \\
 \beta_{1,c} \\
 \vdots \\
 \vdots \\
 \beta_{L,c} \\
 \beta_{1,d} \\
 \vdots \\
 \vdots \\
 \beta_{L,d}
 \end{array}
 +
 \begin{array}{c}
 M_{q1,1} \\
 M_{q2,1} \\
 M_{q3,1} \\
 M_{q4,1} \\
 \vdots \\
 \vdots \\
 \vdots \\
 M_{q1,N} \\
 M_{q2,N} \\
 M_{q3,N} \\
 M_{q4,N}
 \end{array}$$

El valor final de los parámetros se obtendría de la siguiente forma:

$$\left. \begin{array}{l}
 \hat{\beta}_{L,q1} = \hat{\beta}_{L,a} + \hat{\beta}_{L,b} \\
 \hat{\beta}_{L,q2} = \hat{\beta}_{L,a} + \hat{\beta}_{L,c} \\
 \hat{\beta}_{L,q3} = \hat{\beta}_{L,a} + \hat{\beta}_{L,d} \\
 \hat{\beta}_{L,q4} = \hat{\beta}_{L,a}
 \end{array} \right\} \forall i=1, \dots, k$$

Ahora bien, si según demuestran Wallis(1974) y Sims(1974), el uso de variables previamente desestacionalizadas en la estimación de modelos produce serias alteraciones estadísticas, sobre todo en modelos de tipo dinámico, la utilización de modelos de variables ficticias tampoco está exenta de dificultades para la obtención de la forma final de los coeficientes así como sus correspondientes desviaciones, siendo necesaria la realización de algunos cálculos adicionales, tal como vemos en la formulación precedente.

Por este motivo en algunos manuales como el de Judge et al. se propone la utilización del modelo de Zellner(1979) de regresiones aparentemente incorrelacionadas (Seemingly Unrelated Regressions) para la estimación de este tipo de modelos cuando el comportamiento estacional esta determinado exógenamente y es estable.

En este sentido, podríamos plantear un conjunto de ecuaciones trimestrales:

$$\begin{aligned} Y_1 &= X_1 \beta_1 + e_1 \\ Y_2 &= X_2 \beta_2 + e_2 \\ Y_3 &= X_3 \beta_3 + e_3 \\ Y_4 &= X_4 \beta_4 + e_4 \end{aligned}$$

que en términos de matrices podríamos reescribir como:

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ Y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 & & & \\ & X_2 & & \\ & & X_3 & \\ & & & X_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \beta_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix}$$

o simplemente: $Y = Z\gamma + \omega$

Sobre este sistema así planteado podremos utilizar el estimador de MCO siempre que la matriz de varianzas y covarianzas de las perturbaciones sea homocedástica y no exista correlación entre los distintos trimestres, es decir $\omega \sim N(0, \sigma^2 \eta)$.

En el caso más frecuente en el que las ecuaciones trimestrales estén correlacionadas, ($\omega \sim N(0, \Phi)$), sería más eficiente la utilización del estimador de M.C.G., o bien el de Aitken utilizando una estimación de la matriz Φ .

En el citado manual de Judge et al. se recoge igualmente una modificación del modelo inicial considerando que la estacionalidad no afecta al total de parámetros sino únicamente al término constante, modificación que puede ser ampliada, lógicamente, a un subconjunto de parámetros.

- Regresiones partidas (Piecwise Regression).

Dentro del conjunto de técnicas aplicadas a la modelización en presencia de cambio estructural es la de regresiones partidas, tal vez, la más directa, e incluso intuitiva, que podría utilizar un modelizador que se enfrentara al incumplimiento de la hipótesis básica de permanencia estructural.

En efecto, si hemos detectado la presencia de un cambio estructural y conocemos, o podemos conocer, el punto de cambio, la solución más directa consistiría en realizar una regresión independiente para cada uno de los regímenes identificados, siempre y cuando, lógicamente, se dispongan de suficientes grados de libertad en cada uno de los subperíodos.

Esta forma de actuación es la que subyace en los modelos de regresiones partidas más simples, es decir, aquellos en los que el punto de cambio es conocido.

Para el planteamiento del modelo general vamos a suponer el caso más simple de existencia de dos regímenes diferenciados, cuyas observaciones son, bien correlativas en el tiempo (en el caso de modelos con series temporales), o bien son estructuras comunes para cada individuo o espacio (en el caso de datos espacio-temporales).

Si denotamos por i_0 al punto de cambio estructural, podemos diferenciar dos subconjuntos de observaciones, de forma que la muestra total de N observaciones quedaría dividida en estos dos subgrupos:

$$\begin{aligned} n_1 - i &= 1, 2, \dots, i_0 \\ n_2 - i &= i_0 + 1, \dots, N \end{aligned}$$

Una vez diferenciados ambos grupos de observaciones podemos plantear el modelo como:

$$y_i = \begin{cases} x_i' \beta_1 + u_{1i} & \text{si } i \in \{n_1\} \\ x_i' \beta_2 + u_{2i} & \text{si } i \in \{n_2\} \end{cases}$$

o bien, utilizando la notación matricial:

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 & 0 \\ 0 & X_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

Sobre este modelo general se pueden presentar distintas alternativas, dependiendo de las condiciones en que se produzca el cambio estructural.

Así por ejemplo, podemos admitir que el cambio estructural afecte únicamente a un subconjunto de variables explicativas, realizando de forma adecuada la partición de la matriz X .

Denotando por i_0 al punto de cambio de estructura y por k_0 al subconjunto de variables que no se ven afectadas por el cambio estructural, siendo i_1 la primera observación del segundo régimen y k_1 la primera variable que se ve afectada por el cambio, podemos replantear el modelo general como:

Otra variante que podemos plantear a este el modelo general de regresiones partidas con punto de cambio conocido, sería la existencia de un punto común entre los dos regímenes, de forma tal que $\exists n_0 / n_0 \in \{n_1\}, n_0 \in \{n_2\}$, en cuyo caso $n_1 + n_2 = N + 1$.

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_{k_0} \\ y_{k_1} \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{11} & \dots & x_{k_0 1} & x_{k_1 1} & \dots & x_{n1} & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ y_{k_0} & x_{1 k_0} & \dots & x_{k_0 k_0} & x_{k_1 k_0} & \dots & x_{n k_0} & 0 & \dots & 0 \\ y_{k_1} & x_{1 k_1} & \dots & x_{k_0 k_1} & 0 & \dots & 0 & x_{k_1 k_1} & \dots & x_{n k_1} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ y_n & x_{1 n} & \dots & x_{k_0 n} & 0 & \dots & 0 & x_{k_1 n} & \dots & x_{n n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_{k_0} \\ \beta_{k_1} \\ \vdots \\ \beta_k \\ \beta_{k_1}^* \\ \vdots \\ \beta_k^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_{k_0} \\ u_{k_1} \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix}$$

En este caso el modelo general debería ser estimado con una restricción adicional del tipo:

$$E[y_{k_0}] = x'_{k_0} \beta_1 = x'_{k_0} \beta_2$$

o bien,

$$x'_{k_0} (\beta_1 - \beta_2) = 0$$

Si bien, hasta el momento hemos planteado distintos enfoques de regresiones partidas considerando que el punto de ruptura era conocido, en muchas ocasiones debemos enfrentarnos ante modelos en los que se desconoce el punto de ruptura por lo que se hace necesaria la estimación adicional de dicho punto.

Goldfeld y Quandt (1973), se enfrentan a este problema del desconocimiento del punto de ruptura, considerando dos regímenes diferenciados con perturbaciones aleatorias u_{1t} y u_{2t} , distribuidas normalmente con media cero y desviación típica σ_1^2 y σ_2^2 respectivamente, y asumiendo que $(\beta_1, \sigma_1^2) \neq (\beta_2, \sigma_2^2)$. Sobre este punto de partida se pueden plantear distintas alternativas para determinar el cambio de regímenes:

- Selección determinista basada en el tiempo, o en otro tipo de variables económicas.

- Selección aleatoria, en base a probabilidades desconocidas.

En la primera de las opciones planteadas, la selección determinista basada en el tiempo, trataríamos de obtener un valor t_0 , de forma que cada uno de los regímenes estaría constituido por las observaciones anteriores o contemporáneas a t_0 , y las posteriores a dicho punto.

Considerando la función de verosimilitud condicionada a t_0 que presentamos a continuación, se seleccionaría aquel valor de $t_0 \in \{N\}$, que maximizara dicha función.

$$L(\beta_1, \beta_2, \sigma_1^2, \sigma_2^2 | t_0) = (2\pi)^{-\frac{n}{2}} \sigma_1^{-k} \sigma_2^{-(N-k)} \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_1^2} \sum_{i=1}^k (y_i - x_i' \beta_1)^2 - \frac{1}{2\sigma_2^2} \sum_{i=k+1}^N (y_i - x_i' \beta_2)^2\right\}$$

Como puede comprobarse este tipo de procedimiento sería bastante similar a la aplicación recursiva del test de Chow, ya que en ambos métodos se realizan estimaciones sucesivas de distintas submuestras, pudiendo plantearse igualmente un contraste de cambio estructural mediante un ratio entre el valor de la función de verosimilitud en t_0 y el que se obtendría en el total de la muestra, llegando a conclusiones similares al citado test de chow recursivo.

La segunda de las opciones a que hacíamos referencia, consistiría en la determinación del punto de ruptura en base a la evolución de otro tipo de variables.

En este caso Goldfeld y Quandt (1973), consideran la existencia de un conjunto de variables z_t , con observaciones disponibles para el total del período

muestral N de forma que diferencian los distintos regímenes del modelo original en función de que el producto $z_i'\gamma$, sea menor o igual que cero o mayor que cero.

$$E(y_i) = x_i'\beta_1 \quad \forall i / z_i'\gamma \leq 0$$

$$E(y_i) = x_i'\beta_2 \quad \forall i / z_i'\gamma > 0$$

siendo γ un vector de coeficientes desconocidos.

Para estimar este tipo de modelos, se genera una nueva variable D_i , considerando que:

$$D_i = 0 \quad \forall i / z_i'\gamma \leq 0$$

$$D_i = 1 \quad \forall i / z_i'\gamma > 0$$

Con esta nueva variable podemos replantear el modelo, recogiendo ambos regímenes, como:

$$y_i = x_i'[(1-D_i)\beta_1 + D_i\beta_2] + (1-D_i)u_{1i} + D_i\mu_{2i}$$

debiendo estimar $\beta_1, \beta_2, \sigma_1^2, \sigma_2^2$ y D_i .

Para poder tratar el problema, la variable D_i deber ser aproximada mediante una función continua, por ejemplo de tipo probit:

$$D_i = \int_{-\infty}^{z_i'\gamma} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[-\frac{u^2}{2\sigma^2}\right] du$$

La función de verosimilitud a maximizar vendría entonces definida por:

$$L = -\frac{N}{2} \ln 2\pi - \frac{1}{2} \sum_1^N \ln[\sigma_1^2(1-D_i)^2 + \sigma_2^2 D_i^2] - \frac{1}{2} \sum_1^N \frac{(y_i - x_i'[\beta_1(1-D_i) + \beta_2 D_i])^2}{\sigma_1^2(1-D_i)^2 + \sigma_2^2 D_i^2}$$

Reemplazando en esta función D_i por su función de aproximación, podemos maximizarla con respecto a β_1, β_2, γ y las correspondientes varianzas σ_i^2 .

Un problema con el que frecuentemente nos encontraríamos sería que los valores estimados de $\hat{\beta}_1 - z_i'\hat{\gamma}$, no fueran exactamente ceros y unos, en cuyo caso deberíamos diferenciar los regímenes considerando los valores de $\hat{\beta}_1$, por encima o por debajo de 0.5.

Los propios Goldfeld y Quandt, proponen una alternativa distinta en el caso de que la discriminación no sea perfecta, ($0 < \hat{\beta}_1 < 1$) y que consistiría en separar la muestra original en base a que los valores $z_i'\hat{\gamma}$ sean, bien menores o iguales a cero o bien superiores; planteando dentro de cada submuestra un ratio de verosimilitud para determinar la no existencia de regímenes separados.

Finalmente, la tercera de las opciones planteadas para estimar un modelo de regresión partida desconociendo el punto de cambio, consistiría en la determinación estocástica del punto de cambio en base a una probabilidad desconocida.

Si denotamos λ a la probabilidad de pertenencia al primer régimen, lógicamente la probabilidad de pertenencia al segundo vendría dada por $(1-\lambda)$, pudiendo plantear la función de densidad de y_i como:

$$g(y_i|x_i) = \lambda f_1(y_i|x_i) + (1-\lambda)f_2(y_i|x_i) =$$

$$= \frac{\lambda}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{(y_i - x_i'\beta_1)^2}{\sigma_1^2}\right] + \frac{1-\lambda}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{(y_i - x_i'\beta_2)^2}{\sigma_2^2}\right]$$

Sobre esta función de densidad se maximizaría la correspondiente función de verosimilitud con respecto a los parámetros β , las varianzas σ^2 , y la probabilidad λ .

Nuevamente, sobre este planteamiento básico se pueden realizar distintas variantes haciendo que la probabilidad λ , sea a su vez función de otras variables exógenas.

En el citado trabajo de Goldfeld y Quandt (1973), se propone como alternativa a este modelo general, una nueva formulación basada en los Modelos de Markov, y en la que las probabilidades de seleccionar el primer régimen en un determinado punto t_0 , se hacen depender del estado del sistema en la etapa previa.

Sin posibilidades de desarrollar mas ampliamente este apartado dedicado a las regresiones partidas, podemos concluir generalizando los distintos modelos de selección del punto de ruptura, con una formulación global en términos de los modelos que Lin y Teräsvirta(1994) denominan como Regresiones de transición *alisada* (Smooth Transition Regresión³), y que ya hablan sido planteados con anterioridad por Maddala(1977) o Bacon y Watts (1971).

Lin y Teräsvirta, plantean el modelo de forma genérica de la siguiente forma:

$$y_t = x_t' \beta_1 + x_t' \beta_2 F(z_t) + u_t$$

siendo $F(z_t)$ la función de transición que permite el cambio desde un régimen a otro.

Los citados autores, proponen la utilización de una función de transición lo suficientemente flexible como para poder recoger cualquier tipo de relación entre los distintos regímenes.

³ Según las referencias consultadas, una discusión detallada sobre la especificación y estimación de los modelos de tipo STR puede encontrarse en una reciente publicación de Granger y Teräsvirta (1993), a la que desgraciadamente no hemos tenido acceso hasta el momento.

3.2.2.- Métodos deterministas tendenciales.

Esta segunda agrupación de modelos en la que se incluirían aquellos métodos de estimación que consideran una evolución determinista de los parámetros en el tiempo, esta constituida básicamente por variantes de los métodos estacionarios en los que incorpora una cierta dependencia temporal de los parámetros.

Así, por ejemplo, no encontramos desde sencillas variantes del modelo de variables ficticias, en las que en lugar de considerar variables dicotómicas (0,1), introducimos variables tendenciales del tipo: $T_i = 1, 2, 3, \dots, N$; hasta planteamientos bastante más elaborados teóricamente, como la propuestas de Poirier (1976) de las funciones cúbicas segmentadas (Cubic Spline functions), para las estimación de regresiones partidas (Piecewise Regression).

- Modelo de variables ficticias tendenciales.

Comenzando nuevamente con la propuesta más simple, podemos plantear el modelo de variables ficticias sustituyendo la variable original de tipo {0,1} por una variable tendencial que recoja el transcurso del tiempo, generando igualmente un nuevo conjunto de variables explicativas como resultado del producto entre dicha variable y las explicativas originales, de forma que el modelo para una determinada observación i quedaría planteado como⁴:

$$y_i = \beta_1^0 x_{1i} + \dots + \beta_k^0 x_{ki} + \beta_1^1 T_i x_{1i} + \dots + \beta_k^1 T_i x_{ki} + u_i$$

siendo $T_i = 1, 2, \dots, N$.

Si operamos sobre la expresión anterior agrupando los términos en cada variable explicativa podemos replantear el modelo para cada observación i como:

⁴ Como puede comprobar el lector este tipo de modelos, tanto con variables tendenciales, como puramente dicotómicas, presenta problemas de colinealidad entre las variables explicativas, por lo que en cualquier análisis posterior del mismo deben tenerse en cuenta los efectos de dicha multicolinealidad.

$$y_i = \beta_{1j}^0 x_{1j} + \dots + \beta_{kj}^0 x_{kj} + u_i$$

siendo $\beta_{ij}^1 = \beta_{ij}^0 + \beta_j^1 \cdot T, \quad \forall j=1,2,\dots,k.$

Como puede comprobarse este planteamiento nos conduciría a una expresión similar a la desarrollada por Farley y Hinich (1970) para determinar la estabilidad estructural de los modelos.

En la propuesta de los citados autores consideran un modelo, expresado en términos matriciales, del tipo:

$$y_i = x_i' \beta_i + u_i$$

con $\beta_i = \beta + t\delta$

Planteando un ratio de verosimilitud para determinar la nulidad de δ , y por tanto la constancia de la estructura.

Sobre este modelo básico de variables ficticias tendenciales podemos plantear distintas alternativas, bien en función del período sobre el que se hacen variar los parámetros, o bien en función del tipo de evolución del parámetro en relación al tiempo.

De esta forma, por ejemplo, podemos combinar la variable ficticia dicotómica $\{0,1\}$ con una variable tendencial, creando así una nueva variable con valores 0 para una determinada submuestra y valores tendenciales para el resto. Si operamos con esta variable sobre el conjunto de las k variables explicativas podremos estimar un modelo en el que la primera etapa presenta un parámetro constante y a partir de un determinado punto, presentaría evolución tendencial, tal como recogemos a continuación:

Partiendo de la variable $Z_i = 0, \dots, 0, 1, 2, 3, \dots, N_2$, generamos un total de k nuevas variables explicativas como producto de las originales y la variable Z_i ,

estimando el modelo resultante con el total de $2k$ variables explicativas, obteniendo como resultado final una especificación en la que para cada variable explicativa k tendríamos un parámetro del tipo:

$$\beta_{j,i}^* = \begin{cases} \beta_j^0 & \forall i=1, \dots, N_1, j=1, 2, \dots, k \\ \beta_j^0 + \beta_j^1 Z_i & \forall i=N_1+1, \dots, N, j=1, 2, \dots, k \end{cases}$$

Una segunda variante que se puede plantear sería que la evolución de los parámetros β no respondiera a una tendencia lineal, sino que fuera una función cuadrática, cúbica o de algún otro orden superior, en cuyo caso deberíamos generar tantas variables auxiliares T_i como órdenes tuvieran los polinomios correspondientes.

Así por ejemplo, si la evolución estimada para los parámetros fuera cuadrática, $\beta_{j,i}^* = \beta_j^0 + \beta_j^1 T_i + \beta_j^2 \cdot T_i^2$ deberíamos generar una nueva variable $T_i^2 = 1, 4, 9, \dots, N^2$ y aplicarla a cada una de las variables explicativas.

Lógicamente, y del mismo modo que veíamos en los modelos estacionarios, el planteamiento de cambio en los parámetros se puede aplicar al conjunto de las k variables explicativas o únicamente a un subconjunto de ellas.

- Funciones cúbicas segmentadas. (Cubic Splines Functions)

Sobre un contexto, en cierto modo diferente, Poirier (1976) propone una nueva alternativa de estimaciones partidas (Piecewise Regression) en la que supone que la transición entre dos regímenes diferenciados producida en un punto conocido, t_0 , no se realiza de forma brusca sino que sigue un cierto proceso de alisado entre los parámetros de ambos regímenes.

La propuesta de Poirier se concreta en un modelo de una única variable independiente en el que el valor para una determinada observación i vendría dado por:

$$y_i = g_1(t)I_{[1, t_0)}(t) + g_2(t)I_{[t_0, \infty)}(t) + u_i$$

en el que $I(\cdot)$ son funciones de indicador que toman valor 1 si el argumento pertenece al intervalo definido y cero en caso contrario; mientras que las funciones $g_j(t)$ ($j = 1, 2$), son polinomios cúbicos del tipo:

$$g_j(t) = at^3 + bt^2 + ct + d_j$$

debiendo cumplir, a su vez, una serie de condiciones para el punto de unión de los dos regímenes t_0 , denominado habitualmente como nudo ("knot" point).

Estas restricciones, están basadas en la necesaria identidad tanto de las funciones, como se sus respectivas derivadas de primer y segundo orden, en el punto de unión de ambos regímenes (t_0).

$$g_1(t_0) = g_2(t_0), \quad g_1'(t_0) = g_2'(t_0), \quad g_1''(t_0) = g_2''(t_0)$$

Este tipo de modelos, que tal como demuestran Buse y Lim (1977) pueden ser estimados mediante mínimos cuadrados con restricciones paramétricas, si bien presentan una gran flexibilidad en las funciones de transición entre regímenes, son sin embargo, muy rígidos en cuanto al tipo de cambio estructural que llevan implícito, por lo que sus aplicaciones se han visto, en cierto modo, limitadas a determinados campos de la investigación de fenómenos físicos.

3.2.3.- Métodos Estocásticos Estacionarios.

El conjunto de modelos de parámetros variables que hemos agrupado dentro de esta categoría han sido desarrollados, en general, dentro del contexto de los modelos de datos espacio-temporales, también conocidos como datos de panel.

En este sentido, todos los planteamientos se realizarán en base precisamente a este tipo de datos, ya que su aplicabilidad a datos puramente temporales está bastante limitada y no ofrece ventajas especiales con respecto a los procedimientos vistos con anterioridad o a los que presentaremos en el apartado siguiente.

Al igual que en los casos anteriores, al no ser específicamente el objetivo de esta tesis, no hemos tratado, ni mucho menos, de realizar una recopilación sistemática de todas las variantes que se han planteado en la literatura econométrica para la estimación de datos de panel.

Entre nuestros objetivos, no obstante, sí que se encuentra el de poner de manifiesto la estrecha relación existente entre la modelización del cambio estructural utilizando series temporales, y el tratamiento de datos de panel. Por este motivo hemos intentado recoger aquí los que, a nuestro juicio, son los planteamientos más difundidos para la realización de este tipo de estimaciones.

Comenzando nuevamente desde los planteamientos más generales vamos a iniciar este apartado, al igual que hacíamos en el primero, con el modelo general de variación sistemática, si bien en esta ocasión consideraremos un comportamiento aleatorio en la evolución de los parámetros.

Como veíamos en ese primer apartado, podíamos plantear el modelo general de variación sistemática, para una determinada observación como:

$$y_n = x_n' \beta_n + e_n \text{ con } e_n \sim NID(0, \sigma_e^2)$$

que considerando un comportamiento estocástico en la evolución de los parámetros, éstos vendrían definidos por una expresión del tipo:

$$\beta_n = Z_n \gamma + v_n$$

donde v_n es una perturbación aleatoria normalmente distribuida con media cero y matriz de covarianzas V_v .

En esta ocasión, y a diferencia del planteamiento no estocástico, el modelo resultante sería del tipo:

$$\begin{aligned} y_n &= x_n' Z_n \gamma + x_n' v_n + u_n = \\ &= W_n' \gamma + \omega_n \end{aligned}$$

donde: $W_n' = x_n' Z_n$

$$\omega_n = x_n' v_n + u_n$$

Como puede fácilmente comprobarse las nuevas perturbaciones ω_n , se distribuyen como una normal de media cero y varianza $E[\omega_n^2] = x_n' V_v x_n + \sigma^2$, es decir son perturbaciones heterocedásticas, por lo que deberemos utilizar el estimador de Aitkien para determinar los valores esperados de γ , y deducir entonces los correspondientes valores de los parámetros β_n .

Este tipo de formulación puede, como decíamos, englobar distintos tipos de modelos dependiendo del contenido de la matriz Z_n , contenido que en general podemos agrupar en alguna de las siguientes categorías:

- Funciones de las propias variables explicativas incluidas en la matriz x_n . En cuyo caso las relaciones estimadas se convertirían en no lineales.
- Funciones de otras variables no incluidas en x_n .
- Variables cualitativas, pudiendo ser tanto deterministas como estocásticas.
- Modelo de coeficientes aleatorios de Hildreth y Houck.

Hildreth y Houck en un artículo publicado en 1968 por el Journal of American Statistical Association, plantean un caso particular de estos modelos de variación sistemática considerando la matriz de transición de los parámetros como una matriz identidad.

De esta forma los citados autores consideran un modelo del tipo:

$$y_i = x_i' \beta_i$$

donde $\beta_i = Z_i \gamma + u_i$, $Z_i = I_i$ y $\gamma = \bar{\beta}$.

En la ecuación del modelo no aparecería el término de perturbación ya que éste sería matemáticamente indistinguible del término constante que se asume incluido en la matriz x_i .

Con estos condicionantes el modelo final podría ser expresado como:

$$y_i = x_i' \bar{\beta} + v_i$$

donde $v_i = x_i' u_i$.

Si tenemos en cuenta que

$$E[u_i] = 0$$

$$E[u_i u_j] = \begin{cases} U & \forall i=j \\ 0 & \forall i \neq j \end{cases}$$

podemos deducir fácilmente que

$$v_i \sim N(0, \sigma_i^2)$$

siendo $\sigma_i^2 = x_i' U x_i$,

Es decir, el modelo propuesto por Hildreth y Houck, podría plantearse como un modelo clásico con heterocedasticidad, de forma tal que conocida la matriz U , podrían estimarse los distintos parámetros mediante mínimos cuadrados generalizados:

$$\hat{\bar{\beta}} = \left(\sum_{i=1}^N \sigma_i^{-2} x_i x_i' \right)^{-1} \sum_{i=1}^N \sigma_i^{-2} x_i y_i$$

siendo su varianza igual a $\left(\sum_{i=1}^N \sigma_i^{-2} x_i x_i' \right)^{-1}$

Griffiths(1972), Swamy y Mehta(1975) y Lee y Griffiths(1979), proponen utilizar como predictor insesgado del vector de parámetros una expresión del tipo:

$$\hat{\beta} = \bar{\beta} + Ux(x'Ux)^{-1}(y - x'\bar{\beta})$$

demostrando que presenta la mínima varianza de todos los estimadores insesgados posibles.

Ahora bien, como en la mayoría de los casos, el problema se presenta por el desconocimiento de la matriz U , y por tanto de la necesidad de su estimación.

Si tenemos en cuenta que, además de estimar los elementos de dicha matriz, esta estimación debe restringirse a valores positivos de la misma, por tratarse de una matriz de varianzas y covarianzas, nos enfrentamos con un importante problema de no linealidad.

Son diversos los autores que han propuestos distintas alternativas para estimar dicha matriz, entre ellos los propios Hildreth y Houck, si bien, en general, no existe un buen estimador de la matriz de varianzas y covarianzas del modelo propuesto por los citados autores.

En una etapa posterior Harvey y Phillips (1982) proponen una generalización del modelo de Hildreth y Houck, en lo que denominan "Modelo de retorno a la normalidad" (Return-to-normality Model), considerando que los parámetros siguen un proceso autorregresivo de tipo estacionario con la siguiente especificación:

$$y_t = x_t'\beta_t$$

$$\text{donde } \beta_t - \bar{\beta} = \Phi(\beta_{t-1} - \bar{\beta}) + u_t$$

Al igual que en el modelo de Hildreth y Houck, no aparece un término de perturbación en el modelo, ya que este no sería diferenciable del término constante que se asume existente en la matriz de variables explicativas.

Para garantizar la estacionaridad del proceso la matriz ϕ es una matriz diagonal ($K \times K$) de parámetros cuyas raíces características son menores que la unidad.

Si estos elementos de la matriz ϕ se igualan a 0, el modelo de Harvey y Phillips, sería exactamente igual al de Hildreth y Houck, por lo que podemos entenderlo como una generalización dinámica del mismo.

Los autores del modelo proponen utilizar estimadores de máxima verosimilitud y procedimientos en dos etapas, basados en el filtro de Kalman y enlazándolo con la estimación recursiva.

Dado que posteriormente dedicaremos un apartado a este tipo de modelos (Filtro de Kalman) no consideramos oportuno extendernos mucho más en los desarrollos de este tipo de estimación.

- Modelo de coeficientes aleatorios de Swamy.

Partiendo de una formulación similar a la de Hildreth y Houck, Swamy(1970,1971) plantea un nuevo modelo aplicado a datos de tipo espacio-temporal, en el que asume que los vectores de parámetros β_m que afectan al conjunto de observaciones temporales de cada individuo, provienen de una misma distribución con media $\bar{\beta}$, y matriz de varianzas y covarianzas Δ .

Para la elaboración de este modelo se dispone M individuos, con un total de N observaciones temporales para cada uno, quedando especificado el modelo para cada individuo m de la siguiente forma:

que expresado en términos matriciales quedaría como:

$$y_m = X_m(\bar{\beta} + \mu_m) + u_m$$

$$\begin{bmatrix} y_{m,1} \\ y_{m,2} \\ \cdot \\ \cdot \\ y_{m,N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{1m,1} & \cdot & \cdot & \cdot & x_{1m,1} \\ x_{1m,2} & \cdot & \cdot & \cdot & x_{1m,2} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ x_{1m,N} & \cdot & \cdot & \cdot & x_{1m,N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\beta}_1 + \mu_{1m} \\ \bar{\beta}_2 + \mu_{2m} \\ \cdot \\ \cdot \\ \bar{\beta}_2 + \mu_{2m} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_{m,1} \\ u_{m,2} \\ \cdot \\ \cdot \\ u_{m,N} \end{bmatrix}$$

teniendo el componente aleatorio μ_m las siguientes características:

$$E[\mu_m] = 0$$

$$E[\mu_m \mu_n'] = \begin{cases} \Delta & \forall m=n \\ 0 & \forall m \neq n \end{cases}$$

Sobre este modelo básico se pueden presentar distintas alternativas acerca del comportamiento de la perturbación aleatoria u_m , si bien, en general se asume la existencia de heterocedasticidad a lo largo de los individuos y ausencia de correlación entre ellos:

$$E[u_m u_n'] = \begin{cases} \sigma_m & \forall m=n \\ 0 & \forall m \neq n \end{cases}$$

Bajo estas hipótesis, si elimináramos la parte aleatoria de los parámetros, y asumiéramos cada uno de los β_m como fijos, podríamos utilizar el estimador de MCO como un estimador insesgado de los mismos ($b_m = (X_m' X_m)^{-1} X_m' Y_m$).

Ahora bien, una vez asumido el comportamiento aleatorio de dichos parámetros debemos deducir un nuevo estimador lineal e insesgado para el vector de parámetros medios $\bar{\beta}$, y deducir a partir de estos los distintos estimadores insesgados para cada individuo $\hat{\beta}_m$.

Con esta finalidad debemos plantear el modelo extendiéndolo para el conjunto de observaciones de todos los individuos, tal como se refleja a continuación:

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{|c|} \hline Y_1 \\ \hline \dots \\ \hline Y_2 \\ \hline \dots \\ \hline \dots \\ \hline \dots \\ \hline \dots \\ \hline Y_M \\ \hline \end{array}
 \quad = \quad
 \begin{array}{|c|} \hline X_1 \\ \hline \dots \\ \hline X_2 \\ \hline \dots \\ \hline \dots \\ \hline \dots \\ \hline X_M \\ \hline \end{array}
 \quad \begin{array}{|c|} \hline \bar{\beta}_1 \\ \hline \bar{\beta}_2 \\ \hline \dots \\ \hline \bar{\beta}_K \\ \hline \end{array}
 \quad + \quad
 \begin{array}{|c|} \hline X_1 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \\ \hline \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \\ \hline 0 \quad X_2 \quad \dots \quad 0 \\ \hline \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \\ \hline \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \\ \hline \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \\ \hline 0 \quad 0 \quad \dots \quad X_M \\ \hline \end{array}
 \quad \begin{array}{|c|} \hline \mu_1 \\ \hline \dots \\ \hline \mu_2 \\ \hline \dots \\ \hline \dots \\ \hline \mu_M \\ \hline \end{array}
 \quad + \quad
 \begin{array}{|c|} \hline U_1 \\ \hline \dots \\ \hline U_2 \\ \hline \dots \\ \hline \dots \\ \hline U_M \\ \hline \end{array}
 \end{array}$$

$(MN \times 1)$ $(MN \times K)$ $(K \times 1)$ $(MN \times MK)$ $(MK \times 1)$ $(MN \times 1)$

o bien, utilizando la notación matricial:

$$Y = X\bar{\beta} + Z\mu + U$$

Sobre este modelo global la varianza de la perturbación aleatoria compuesta $(Z\mu + U)$, vendría definida por una matriz bloque-diagonal de MN filas y MN columnas del tipo:

$$\Phi = E[(Z\mu + U)(Z\mu + U)']$$

en la que cada bloque de la diagonal estaría compuesto por:

$$\Phi_{mm} = X_m \Delta X_m' + \sigma_{mm}^2 I_{(mm)}$$

Finalmente el estimador M.C.G. para el vector de parámetros medios $\hat{\beta}^{\Delta}$.

vendría dado por la expresión:

$$\begin{aligned} \hat{\beta}^{\Delta} &= (X' \Phi^{-1} X)^{-1} X' \Phi^{-1} Y \\ &= \left(\sum_{m=1}^M X_m' \Phi_m^{-1} X_m \right)^{-1} \sum_{m=1}^M X_m' \Phi_m^{-1} Y_m \\ &= \sum_{m=1}^M W_m b_m \end{aligned}$$

siendo W_m una matriz de orden $K \times K$ definida por:

$$W_m = \left\{ \sum_{m=1}^M [\Delta + \sigma_{mm} (X_m' X_m)^{-1}]^{-1} \right\}^{-1} [\Delta + \sigma_{mm} (X_m' X_m)^{-1}]^{-1}$$

y b_m un vector columna de K elementos obtenido mediante M.C.O. aplicados sobre el conjunto de observaciones temporales de cada individuo:

$$b_m = (X_m' X_m)^{-1} X_m' Y_m.$$

Dado que el objetivo perseguido en la estimación del comportamiento diferencial de cada uno de los individuos, tendríamos, por tanto, que obtener predictores lineales insesgados y óptimos para cada uno de los vectores de parámetros β_m .

Lee y Griffiths(1979), proponen utilizar para cada individuo los predictores deducidos de la siguiente expresión:

$$\hat{\beta}_m = \hat{\beta}^{\Delta} + \Delta X_m' (X_m \Delta X_m' + \sigma_{mm} I_{(N_m \times N_m)})^{-1} (Y_m - X_m \hat{\beta}^{\Delta})$$

Dicho predictor, que goza de las buenas propiedades exigibles, puede ser interpretado como una estimación del vector de parámetros medios $\hat{\beta}^{\Delta}$ más una estimación del componente aleatorio μ_m ; obtenido este último como una ponderación de los residuos M.C.G..

Como sucede en la mayoría de las ocasiones, los verdaderos valores de las varianzas son desconocidos por lo que el estimador de M.C.G. debe ser reemplazado por el estimador de Aitkien en el que se sustituyen las varianzas reales por estimaciones de las mismas.

El propio Swamy(1970) propone utilizar, como estimadores de las varianzas, los obtenidos con las siguientes expresiones:

$$\hat{\sigma}_{mm} = \frac{\bar{e}'_m \bar{e}_m}{N-K}$$

siendo $\bar{e}_m = Y_m - X_m b_m$ los residuos obtenidos de la estimación M.C.O. sobre las observaciones temporales de cada individuo.

$$\hat{\Delta} = \frac{S_b}{M-1} - \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \hat{\sigma}_{mm} (X'_m X_m)^{-1}$$

donde:

$$S_b = \sum_{m=1}^M b_m b'_m - \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M b_m \sum_{m=1}^M b'_m$$

Tal como demuestra Swamy(1970), el estimador de los vectores de parámetros medios, obtenido mediante la sustitución de varianzas las reales por sus estimaciones es, bajo determinadas condiciones, consistente y asintóticamente eficiente.

Nuevamente el problema de la estimación de las varianzas surge cuando aparecen valores no positivos de las mismas, en cuyo caso, y al igual que en el modelo de Hildreth y Houck, es preciso realizar determinadas modificaciones sobre las varianzas estimadas, pudiendo alterarse la eficiencia del estimador obtenido con las mismas.

- Modelo de coeficientes aleatorios de Hsiao.

Sobre la misma base del modelo de Swamy, Hsiao(1974,1975), plantea una nueva alternativa, en la que los parámetros, además de variar entre los distintos individuos, varían también a lo largo del tiempo.

Con esta nueva hipótesis el modelo propuesto por Hsiao, podemos representarlo, para un individuo concreto, como:

O bien, expresado en términos matriciales,

$$Y_m = X_m \bar{\beta} + X_m \mu_m + Z_m^0 \alpha + U_m$$

$$\begin{matrix} \begin{matrix} y_{m,1} \\ y_{m,2} \\ \vdots \\ y_{m,N} \end{matrix} \begin{matrix} (N \times 1) \\ \\ \\ \\ \\ (N \times 1) \end{matrix} = \begin{matrix} \begin{bmatrix} x_{1m,1} & \dots & x_{2m,1} \\ x_{1m,2} & \dots & x_{2m,2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{1m,N} & \dots & x_{2m,N} \end{bmatrix} \begin{matrix} \bar{\beta}_1 + \mu_{1m} \\ \bar{\beta}_2 + \mu_{2m} \\ \vdots \\ \bar{\beta}_K + \mu_{Km} \end{matrix} \begin{matrix} (K \times 1) \\ \\ \\ \\ (K \times 1) \end{matrix} + \begin{matrix} \begin{bmatrix} x_{1m,1} & \dots & x_{2m,1} & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & x_{1m,2} & \dots & x_{2m,2} & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & x_{1m,N} & \dots & x_{2m,N} \end{bmatrix} \begin{matrix} \alpha_{1,1} \\ \vdots \\ \alpha_{L,1} \\ \vdots \\ \alpha_{L,N} \end{matrix} \begin{matrix} (L \times 1) \\ \\ \\ \\ \\ (L \times N) \end{matrix} + \begin{matrix} \begin{bmatrix} u_{m,1} \\ u_{m,2} \\ \vdots \\ u_{m,N} \end{bmatrix} \begin{matrix} (N \times 1) \\ \\ \\ \\ (N \times 1) \end{matrix} \end{matrix}$$

donde Z_m^0 es una matriz bloque diagonal, conteniendo los valores de las variables explicativas para cada período de tiempo.

Tal como veíamos en el modelo anterior, Hsiao establece una serie de hipótesis sobre los distintos componentes aleatorios μ_m, α , y U_m , asumiendo que son distribuciones normales que cumplen las siguientes características:

$$\begin{aligned}
 E[U_m] &= 0 & E[\mu_m] &= 0 & E[\pi_j] &= 0 \\
 E[U_m U'_m] &= \begin{cases} \sigma_u^2 J & \forall m=n \\ 0 & \forall m \neq n \end{cases} & E[\mu_m \mu'_m] &= \begin{cases} \Delta & \forall m=n \\ 0 & \forall m \neq n \end{cases} & E[\pi_j \pi'_j] &= \begin{cases} A & \forall j=s \\ 0 & \forall j \neq s \end{cases}
 \end{aligned}$$

teniendo en cuenta, además, que $U_m \perp \mu_m \perp \pi_j$, $\forall m, j$ y que las matrices de covarianzas Δ y A son diagonales.

El modelo, planteado en su conjunto para el total de observaciones (M individuos, N observaciones temporales y K variables explicativas), tendría un formato como el que se recoge en la página siguiente y que podemos expresar matricialmente como:

$$Y = X\beta + Z_\mu + Z^\pi + U$$

Sobre este modelo, así planteado, se puede deducir la expresión de la varianza de la perturbación aleatoria compuesta, y suponiendo conocidas las distintas varianzas, aplicar nuevamente un estimador de M.C.G. para obtener los valores estimados de los parámetros medios $\hat{\beta} = (X' \Phi^{-1} X)^{-1} X' \Phi^{-1} Y$, siendo la matriz de varianzas y covarianzas de la perturbación aleatoria compuesta:

$$\begin{aligned}
 \Phi &= E[(Z_\mu + Z^\pi + U)(Z_\mu + Z^\pi + U)'] = \\
 &= Z(U_m \otimes \Delta)Z' + Z^\pi(U_n \otimes A)Z'^\pi + \sigma_u^2 J_{MN}
 \end{aligned}$$

Como quiera que la matriz Φ es de orden $(MN \times MN)$, suele presentar problemas computacionales para su inversión, por lo que Hsiao (1974) propone un expresión alternativa de Φ^{-1} en la que el rango a invertir es el máximo entre MK y NK .

$$\begin{aligned}
 \Phi^{-1} &= I - ZGZ' - Z^\pi C Z'^\pi (I - ZGZ') - \\
 &(I - Z^\pi C Z'^\pi) Z (Z' Z^\pi C Z'^\pi Z - G^{-1})^{-1} Z' Z^\pi C Z'^\pi (I - ZGZ')
 \end{aligned}$$

siendo $C = (Z^\pi Z^\pi + U_n \otimes A^{-1})^{-1}$ y $G = (Z' Z + (U_m \otimes \Delta^{-1}))^{-1}$

Una vez más nos enfrentamos con el problema del desconocimiento de los valores reales de las varianzas por lo que tendremos que realizar una estimación de las mismas y utilizar el estimador de Aitkien en lugar de M.C.G. en sentido estricto.

Las posibilidades de estimación de dichas varianzas vendrían por el lado de la estimación máximo verosímil, tal como sugiere el propio Hsiao(1974), o bien utilizando la técnica propuesta por Hildreth y Houck(1968) considerando el modelo, para cada individuo, como: $Y_n = X_n\beta_n + u_n$, siendo $\beta_n = \bar{\beta} + \mu_n$ y $u_n = X_n\pi + U_n$.

PLANTEAMIENTO DEL MODELO GLOBAL DE HSIAO

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{c}
 \mathbf{Y}_{1,1} \\
 \vdots \\
 \mathbf{Y}_{1,M} \\
 \vdots \\
 \mathbf{Y}_{M,1} \\
 \vdots \\
 \mathbf{Y}_{M,M} \quad (\text{vector})
 \end{array}
 =
 \begin{array}{c}
 \mathbf{X}_{1,1,1} \quad \dots \quad \mathbf{X}_{1,1,M} \\
 \vdots \\
 \mathbf{X}_{1,1,M} \quad \dots \quad \mathbf{X}_{1,1,M} \\
 \vdots \\
 \mathbf{X}_{1,M,1} \quad \dots \quad \mathbf{X}_{1,M,1} \\
 \vdots \\
 \mathbf{X}_{1,M,M} \quad \dots \quad \mathbf{X}_{1,M,M} \quad (\text{matrix})
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \mathbf{\beta}_1 \\
 \vdots \\
 \mathbf{\beta}_M \quad (\text{vector})
 \end{array}
 +
 \begin{array}{c}
 \mathbf{X}_{1,1,1} \quad \dots \quad \mathbf{X}_{1,1,1} \quad \dots \quad \mathbf{X}_{1,1,1} \quad \dots \quad \mathbf{X}_{1,1,1} \\
 \vdots \\
 \mathbf{0} \quad \dots \quad \mathbf{0} \quad \dots \quad \mathbf{X}_{1,1,M} \quad \dots \quad \mathbf{X}_{1,1,M} \\
 \vdots \\
 \mathbf{X}_{1,M,1} \quad \dots \quad \mathbf{X}_{1,M,1} \quad \dots \quad \mathbf{0} \quad \dots \quad \mathbf{0} \\
 \vdots \\
 \mathbf{0} \quad \dots \quad \mathbf{0} \quad \dots \quad \mathbf{0} \quad \dots \quad \mathbf{X}_{1,M,M} \quad \dots \quad \mathbf{X}_{1,M,M} \quad (\text{matrix})
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \mathbf{\mu}_{1,1} \\
 \vdots \\
 \mathbf{\mu}_{1,M} \\
 \vdots \\
 \mathbf{\mu}_{M,1} \\
 \vdots \\
 \mathbf{\mu}_{M,M} \quad (\text{matrix})
 \end{array}
 +
 \begin{array}{c}
 \mathbf{X}_{1,1,1} \quad \dots \quad \mathbf{X}_{1,1,1} \\
 \vdots \\
 \mathbf{X}_{1,1,M} \quad \dots \quad \mathbf{X}_{1,1,M} \\
 \vdots \\
 \mathbf{X}_{1,M,1} \quad \dots \quad \mathbf{X}_{1,M,1} \\
 \vdots \\
 \mathbf{X}_{1,M,M} \quad \dots \quad \mathbf{X}_{1,M,M} \quad (\text{matrix})
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \mathbf{\epsilon}_{1,1} \\
 \vdots \\
 \mathbf{\epsilon}_{1,M} \\
 \vdots \\
 \mathbf{\epsilon}_{M,1} \\
 \vdots \\
 \mathbf{\epsilon}_{M,M} \quad (\text{matrix})
 \end{array}
 \end{array}$$

3.2.4.- Modelos estocásticos no estacionarios.

Esta cuarta y última categoría de modelos de parámetros cambiantes engloba a un conjunto de planteamientos en los que los parámetros de un modelo de regresión evolucionan en el tiempo siguiendo un proceso estocástico y no necesariamente estacionario.

Como ya adelantábamos en el cuadro resumen incluido al principio de este segundo apartado, son básicamente tres los modelos que vamos a desarrollar, y que se corresponden con el planteamiento de Cooley y Prescott(1973), el modelo de parámetros convergentes de Rosenberg(1973), y un conjunto de modelos que tienen como denominador común el estar basados en el Filtro de Kalman [Kalman y Bucy(1961)].

Estos tres tipo de modelos, aún teniendo la característica común del comportamiento estocástico y no estacionario de los parámetros, han tenido, sin embargo, campos de aplicación diferentes; pues mientras la propuesta de Cooley y Prescott se centra fundamentalmente en modelos causales con series temporales, el modelo de Rosenberg esta diseñado para aplicaciones de datos espacio-temporales.

Por otro lado, los planteamientos basados en el filtro de Kalman, aún habiéndose desarrollado sobre modelos de naturaleza muy variada, la mayor parte de las aplicaciones se han centrado sobre modelos univariantes de series temporales.

- Modelo de Cooley y Prescott.

Tomando como punto de partida, los modelos estructurales clásicos Cooley y Prescott (1973) plantearon una especificación alternativa, en el contexto de los modelos de variación sistemática, tratando de dar respuesta a las numerosas críticas que ya se estaban planteando sobre la idoneidad de los modelos que asumían una constancia temporal de los parámetros.

De esta forma, sobre un modelo clásico de regresión del tipo $y_t = x_t' \beta_t$, los citados autores proponen una nueva especificación en la que los parámetros tienen dos componentes de variación, denominados por ellos mismos como "permanentes" y "transitorios", pudiendo expresar, entonces, el vector de k parámetros en un momento del tiempo t según la siguiente formulación:

$$\begin{aligned}\beta_t &= \beta_t^p + u_t \\ \beta_t^p &= \beta_{t-1}^p + v_t\end{aligned}$$

donde β_t^p representaría el componente permanente del vector de parámetros.

Los componentes aleatorios u_t y v_t , se distribuirían respectivamente como variables normales de media 0 y matriz de varianzas y covarianzas:

$$\begin{aligned}\text{Cov}(u_t, u_t) &= (1-\gamma)\sigma^2 \Sigma_u \\ \text{Cov}(v_t, v_t) &= \gamma\sigma^2 \Sigma_v\end{aligned}$$

donde Σ_u y Σ_v se asumen como conocidas y normalizadas generalmente con valor 1 para el término constante, lo que implica que los respectivos elementos $\Sigma_{u,1} = \Sigma_{v,1} = 1$.

El factor de escala $\gamma \in [0,1]$, viene a medir la importancia de los cambios permanentes frente a los transitorios, de forma tal que, cuanto más próximo se encuentre a 1, mayor será la importancia de los cambios permanentes frente a los transitorios.

Como quiera que el proceso generador de los parámetros no es estacionario, no es posible plantear una estimación máximo-verosímil sencilla de los componentes permanentes de los parámetros β_t , así como de la medida de la varianza σ_v , o del factor de escala $\gamma \in [0,1]$, haciéndose necesario el planteamiento de una función de verosimilitud referida a un momento específico del tiempo.

En la propuesta de Cooley y Prescott, este momento del tiempo en el que se va a centrar la estimación es precisamente el primer período post-muestral, es decir en el punto $t = N + 1$, siendo N el número total de observaciones disponibles.

En dicho punto la componente permanente del vector de parámetros vendría definida por:

$$\beta_{N+1}^p = \beta_N^p + v_N$$

Para ese mismo punto $N + 1$ y en relación con el valor del componente permanente en un punto genérico t , la expresión anterior podría replantearse como:

$$\beta_{N+1}^p = \beta_t^p + \sum_{s=t}^{N+1} v_s$$

Considerando que el valor total del vector de parámetros en un momento t es igual a la suma de la componente transitoria mas la permanente y despejando esta última de la expresión inmediatamente anterior, podemos expresar dicho vector de parámetros como:

$$\beta_t = \beta_{N+1}^p - \sum_{s=t}^{N+1} v_s + \pi_t$$

Utilizando esta última expresión podemos reescribir el modelo en los siguientes términos:

$$y_t = x_t' \beta + \mu_t$$

donde $\beta = \beta_{N+1}^p$ y $\mu_t = x_t' \mu_t - x_t' \sum_{s=t}^{N+1} v_s$.

Esta nueva perturbación aleatoria μ se distribuye como una normal de media cero y matriz de covarianzas:

$$\text{Cov}(\mu) = \sigma^2 [(1-\gamma)R + \gamma Q] = \sigma^2 \Omega(\gamma)$$

siendo R una matriz diagonal con elementos característicos $r_i = (x_i' \Sigma_i x_i)$, y Q una segunda matriz compuesta por elementos $q_i = \text{Min}(N-i+1, N-j+1) x_i' \Sigma_i x_i$.

Con el nuevo modelo planteado, y supuestamente conocido el valor de γ , podríamos utilizar el estimador clásico de M.C.G., para obtener el valor estimado de β , que al igualarlo a la componente permanente en el período $N+1$, nos permitiría calcular los sucesivos valores esperados de los parámetros en el tiempo.

Ahora bien, dado que por norma general dicho parámetro de escala γ es desconocido, es necesario realizar una estimación del mismo partiendo de la función de verosimilitud completa del modelo, definida como:

$$\begin{aligned} L(Y, \beta, \sigma^2, \gamma, X) = & -\frac{N}{2} \ln 2\pi - \frac{N}{2} \ln \sigma^2 - \frac{1}{2} \ln |\Omega(\gamma)| \\ & - \frac{1}{2\sigma^2} (Y - X\beta)' \Omega(\gamma)^{-1} (Y - X\beta) \end{aligned}$$

Maximizando parcialmente esta función respecto a β y σ^2 , podemos obtener los respectivos estimadores condicionados a γ :

$$\hat{\beta}(\gamma) = [X' \Omega(\gamma)^{-1} X]^{-1} X' \Omega(\gamma)^{-1} Y$$

$$\hat{\sigma}^2(\gamma) = \frac{1}{N} [Y - X\hat{\beta}(\gamma)]' \Omega(\gamma)^{-1} [Y - X\hat{\beta}(\gamma)]$$

Sustituyendo estos estimadores sobre la función de verosimilitud completa podemos obtener, finalmente, la función de verosimilitud concentrada sobre γ :

$$L_c(Y, \gamma) = -\frac{N}{2} \ln 2\pi - \frac{N}{2} \ln \hat{\sigma}^2(\gamma) - \frac{1}{2} \ln |\Omega(\gamma)| - \frac{N}{2}$$

Cooley y Prescott proponen dividir el rango de los posibles valores de γ en un total de r puntos y evaluar la función de verosimilitud concentrada para cada uno de ellos, seleccionando finalmente un valor g , tal que,

$$L_i(Y, g) = L_i(Y, \gamma_i) \quad \forall i=1,2,\dots,r$$

Los correspondientes valores de $\beta(\gamma)$ y $\sigma^2(\gamma)$ se obtendrían sustituyendo el valor de γ por su estimación, g en las respectivas ecuaciones.

El problema fundamental que plantea la aplicación práctica de este tipo de modelos es la necesidad de conocer a priori los valores de las matrices Σ_γ y Σ_β , ya la estimación del modelo considerándolas como desconocidas, no sería factible.

En el trabajo de Cooley y Prescott, se presentan algunas alternativas sobre las posibles formulaciones de dichas matrices tales como:

- suponer que la importancia de los cambios permanentes y transitorios es la misma para cada parámetro y que no existe correlación entre la varianza de los distintos parámetros; en cuyo caso ambas matrices serían diagonales e idénticas.

$$\Sigma_\beta = \Sigma_\gamma = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_{\beta\beta} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_{\beta\beta} \end{bmatrix}$$

- asumir que únicamente el término constante esta sujeto a variaciones permanentes, siendo los cambios transitorios, como veíamos en el caso anterior, independientes entre si. En este caso la matriz Σ_β sólo tendría un elemento distinto de cero y unitario, mientras que la matriz Σ_γ sería diagonal.

$$\Sigma_\beta = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad \Sigma_\gamma = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_{\gamma\gamma} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_{\gamma\gamma} \end{bmatrix}$$

- considerar que únicamente el término constante está sujeto a variación estocástica, con lo que ambas matrices únicamente tendrían un elemento no nulo de valor unitario.

$$\Sigma_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad \Sigma_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

En cualquier caso y como puede comprobarse por las expresiones anteriores, salvo en la restrictiva tercera alternativa, en las otras dos sería preciso realizar un análisis previo para determinar las magnitudes de las distintas variaciones.

- Modelo de parámetros aleatorios convergentes de Rosenberg

Del conjunto de modelos vistos hasta el momento, tal vez sea el propuesto Rosenberg(1973), el que conlleva la mayor complejidad de planteamiento y por lo tanto de estimación.

En efecto, Rosenberg realiza una formulación general sobre un modelo con datos de tipo espacio-temporal en el que se dispone de un total de N observaciones temporales de un conjunto de M individuos.

Para ese mismo conjunto de individuos y observaciones se cuenta además con un total de K variables explicativas, de las cuales un subconjunto r (r < K) presenta efectos comunes entre los distintos individuos, aunque cambiantes en el tiempo, y el resto de las s variables explicativas (s = k-r) presenta efectos diferenciales por individuos y por momentos del tiempo.

De esta forma, el modelo planteado sobre la observación t ($t \in [1, N]$) del individuo i ($i \in [1, M]$) quedaría de la siguiente forma:

$$y_{it} = \sum_{k=1}^K x_{kit} \beta'_{ki} + \sum_{k=1}^K x_{kit} \beta''_{kit} + u_{it}$$

siendo β'_{ki} , el conjunto de parámetros de efectos fijos entre los distintos individuos, y β''_{kit} , el conjunto de parámetros con efectos variables.

Las características básicas de este modelo serían las siguientes:

- La perturbación aleatoria del modelo u_{it} , se distribuye normalmente con media 0 y desviación típica:

$$E[u_{it}, u_{jt}] = \delta_{ij} \sigma^2 (\delta_{im} R_m + R_0)$$

donde δ_{ij} es la "delta de Kronecker", que toma valor 1 cuando $i = j$ y 0 en el resto;

- R_0 vendría a recoger el efecto de perturbación global del modelo, y
- R_m recogería un efecto de perturbación propio de cada grupo m .

- Las relaciones de transición de los parámetros, serían diferentes para los dos grupos de parámetros y vendrían dadas, en términos matriciales, por las siguientes expresiones:

- Para los parámetros de efectos fijos,

$$\beta'_{ki} = \beta'_{ki-1} + \gamma_i$$

- Para los parámetros de efectos variables,

$$\beta''_{kit} = \bar{\beta}''_{ki} + \Delta_{\phi} (\beta''_{kit-1} - \bar{\beta}''_{ki}) + \eta_{kit}$$

siendo $\bar{\beta}''_{ki}$ un vector columna ($s \times 1$) con elementos característicos

$$\bar{\beta}''_{ki} = \sum_{m=1}^M \frac{\beta''_{kmi}}{M}, \quad \text{y} \quad \Delta_{\phi}$$
 una matriz diagonal de s elementos ϕ_{ki} , con valores

comprendidos entre 0 y 1, denominados "ratios de convergencia" y que se puede interpretar como la proporción de la divergencia, existente en el período $t-1$ entre el parámetro del individuo y la media total, que permanece en el período t .

* Los componentes aleatorios de las relaciones de transición de los parámetros se distribuyen como normales y cumplen las siguientes características:

$$\begin{aligned}
 E[\gamma_i] &= 0 \\
 E[\gamma_{it}, \gamma_{it}'] &= \delta_{it} \sigma^2 Q_i \\
 E[\eta_{it}] &= 0 \\
 E[\eta_{it}, \eta_{it}'] &= \delta_{it} \sigma^2 (\delta_{it} Q_i + Q_0) \\
 E[\mu_{it}, \gamma_{it}'] &= 0 \\
 E[\mu_{it}, \eta_{it}'] &= 0 \\
 E[\gamma_{it}, \eta_{it}'] &= \delta_{it} \sigma^2 Q_i
 \end{aligned}$$

Como puede comprobarse, el planteamiento general de Rosenberg estaría englobando dos especificaciones diferentes de parámetros cambiantes, la primera de las cuales (efectos fijos entre los distintos individuos), sería similar a la propuesta por Cooley y Prescott si eliminamos el efecto de la componente transitoria.

La segunda de las especificaciones, (efectos variables entre los individuos), es la aportación diferencial mas importante del planteamiento de Rosenberg, siendo además la que proporciona el nombre al método general (Parámetros estocásticos convergentes).

Centrándonos pues en esta segunda especificación, y según recogen Judge et al.(1980), se pueden plantear algunas simplificaciones que faciliten la comprensión global del modelo.

En efecto, si consideramos un único individuo ($M = 1$) y asumimos la igualdad de los ratios de convergencia de los distintos parámetros ($\phi_i = \lambda \quad \forall i=1,2,\dots,K$) podemos expresar las funciones de transición de los parámetros como:

$$\beta_t = (1-\lambda)\bar{\beta} + \lambda\beta_{t-1} + \eta_t$$

o bien, en términos del operador retardo D:

$$(1-\lambda D)\beta_t = (1-\lambda)\bar{\beta} + \eta_t$$

Despejando en la anterior ecuación el valor del parámetro en el momento t , podemos expresar éste como:

$$\beta_t = \frac{(1-\lambda)\bar{\beta}}{1-\lambda D} + \frac{\eta_t}{1-\lambda D}$$

y sustituyendo esta expresión en la ecuación básica del modelo $y_t = x_t'\beta_t + u_t$, podríamos obtener la formulación general del mismo en términos de los parámetros medios $\bar{\beta}$:

$$(1-\lambda D)y_t = x_t'[(1-\lambda)\bar{\beta}] + x_t'\eta_t + (1-\lambda D)u_t$$

o bien,

$$y_t = x_t'[(1-\lambda)\bar{\beta}] + \lambda y_{t-1} + \omega_t$$

donde $\omega_t = x_t'\eta_t + u_t + \lambda u_{t-1}$

Esta última formulación nos facilitaría la estimación de los vectores de parámetros medios, considerando métodos similares a los utilizados para los modelos de infinitos retardos geométricos, Judge et. al (1980), si bien la estructura del error es bastante más compleja.

Volviendo al modelo general desarrollado por Rosenberg (1973), éste plantea diferentes alternativas de estimación del conjunto de parámetros incluidos en el modelo, que comprenden, desde la máxima verosimilitud, hasta estimadores bayesianos o aproximaciones recursivas, que por su extensión y complejidad se escapan de los objetivos perseguidos en la elaboración de esta tesis, por lo que nos permitimos remitir al lector interesado a las referencias bibliográficas originales, para obtener un mayor detalle de los mismos.

- Modelos basados en el Filtro de Kalman.

Esta última categoría de modelos que vamos a analizar, tienen como denominador común la utilización del denominado Filtro de Kalman para obtener las sucesivas estimaciones de los parámetros cambiantes en el tiempo.

Por este motivo, y apartándonos, en cierto modo, de la línea de presentación que veníamos manteniendo en los anteriores apartados, no haremos referencia a un tipo de especificación concreta, sino a una técnica específica para la obtención de los valores estimados de los parámetros.

Este tipo de técnicas denominadas genéricamente como Ecuaciones de Kalman o Filtro de Kalman (Kalman y Bucy (1961)), provienen originariamente del campo de la ingeniería, y fueron adaptadas bastante más tarde al ámbito de las ciencias sociales, [Belsley (1973), Sarris(1973)].

Por tratarse de una formulación bastante flexible, permite que muchos de los modelos que hemos venido analizando en este tercer capítulo puedan ser reformulados desde la óptica de la ecuaciones de Kalman sin más que imponer determinadas restricciones en el comportamiento de los parámetros; de hecho Sarris(1973) demuestra la equivalencia formal entre el filtro de Kalman y determinadas técnicas de alisado o estimaciones mínimo cuadráticas generalizadas, aplicadas a modelos "clásicos" bajo determinadas hipótesis (p.e. Modelo de Cooley y Prescott).

Entrando ya en la formulación propia del Filtro de Kalman, es necesario realizar previamente una breve referencia de lo que se denomina el Espacio de los Estados, sobre el que se aplica dicho filtro.

Este Espacio de los Estados, consiste, a grandes rasgos, en una representación formal de un determinado fenómeno en base a dos tipos de ecuaciones, denominadas respectivamente: Ecuación de medida y Ecuación de transición.

La primera de las ecuaciones, la de Medida, pone en relación las distintas observaciones o mediciones del estado de un sistema a lo largo del tiempo, con un conjunto de variables, en general no observables, que interactúan con un vector de parámetros, conocido, para determinar el estado esperado del sistema en cada período t .

Esta relación entre el valor observado del sistema y el valor esperado, se convierte en una identidad mediante la adición de un componente de error o perturbación aleatoria, tal como aparece a continuación:

$$S_t = \omega'Z_t + \varepsilon_t$$

siendo S_t Estado observado del sistema en el período t .

ω , vector de parámetros conocidos.

Z_t , Conjunto de variables no observables que definen el comportamiento esperado del sistema.

ε_t , Componente de error o perturbación aleatoria, distribuido como $N(0, \Gamma_t)$.

Por otro lado, la ecuación de Transición, vendría a recoger el comportamiento de las variables no observables a lo largo del tiempo, de forma tal que el valor de dichas variables en un determinado período t , estaría condicionado por el valor del período precedente ($t-1$) afectado por un nuevo conjunto de parámetros, mas un nuevo componente de error o perturbación aleatoria,

$$Z_t = \Psi Z_{t-1} + \psi_t$$

donde, Ψ es la matriz de parámetros y,

ψ_t es la componente aleatoria, distribuida como $N(0, \Phi_t)$

Sobre esta representación formal del espacio de los estados el Filtro de Kalman estaría compuesto por un conjunto de ecuaciones que nos permitirían obtener los sucesivos valores esperados de las variables no observables, y en consecuencia, el estado esperado del sistema.

El primer grupo de ecuaciones define el valor esperado de las variables no observables, así como su matriz de varianzas, para un determinado momento t , y antes de disponer del valor del estado del sistema en dicho período. (S_t).

Un segundo grupo de ecuaciones, definiría finalmente el valor esperado de las variables no observables, junto con sus respectivas varianzas, una vez conocido el estado del sistema.

Si definimos por $\hat{z}_{t|t-1}$ a la mejor predicción que podemos realizar sobre el valor de Z_t considerando toda la información disponible hasta $t-1$, y denominamos $P_{t|t-1}$ a su matriz de varianzas y covarianzas, las dos primeras ecuaciones del Filtro de Kalman vendrían definidas por:

$$[1] \quad \hat{z}_{t|t-1} = \Psi \hat{z}_{t-1}$$

$$[2] \quad P_{t|t-1} = \Psi P_{t-1} \Psi' + \Theta_t$$

Una vez conocido el valor del sistema en el período t (S_t) podemos adaptar las estimaciones precedentes según las siguientes ecuaciones:

$$[3] \quad \hat{z}_t = \hat{z}_{t|t-1} + K_t(S_t - \omega' \hat{z}_{t|t-1})$$

$$[4] \quad P_t = P_{t|t-1} - K_t \omega P_{t|t-1}$$

siendo $K_t = P_{t|t-1} \omega' [\omega P_{t|t-1} \omega' + \Gamma_t]^{-1}$

Este conjunto de ecuaciones [1] hasta [4] se irían resolviendo secuencialmente para cada período t , partiendo de unos valores iniciales de las variables no observables y sus varianzas \hat{z}_0, P_0 .

Entrando en el terreno de la modelización econométrica, podríamos plantear un modelo general, en términos del espacio de los estados, asimilando la ecuación del medida a la expresión general de un modelo con parámetros cambiantes, convirtiendo la ecuación de transición en la función de evolución de los parámetros, quedando finalmente planteado como:

$$y_t = x_t' \beta_t + u_t$$

$$\beta_t = \Psi \beta_{t-1} + \psi_t$$

Siendo ambas componentes aleatorias, distribuciones normales con media cero y matrices de covarianzas Σ_u , Σ_ψ , respectivamente.

Es decir, en un modelo econométrico expresado en términos del espacio de los estados, la variable endógena se convierte en la medición del sistema, los parámetros del modelo en las variables no observables, y las variables explicativas en parámetros de la ecuación de medida.

Con el modelo así definido, podemos plantear entonces las ecuaciones del filtro de Kalman en los siguientes términos:

$$[1] \quad \hat{\beta}_{t|t-1} = \Psi \hat{\beta}_{t-1}$$

$$[2] \quad P_{t|t-1} = \Psi P_{t-1} \Psi' + \Sigma_\psi$$

$$[3] \quad \hat{\beta}_t = \hat{\beta}_{t|t-1} + K_t (y_t - x_t' \hat{\beta}_{t|t-1})$$

$$[4] \quad P_t = P_{t|t-1} - K_t x_t' P_{t|t-1}$$

siendo $K_t = P_{t|t-1} x_t' (x_t' P_{t|t-1} x_t' + \Sigma_u)^{-1}$

Si analizamos con detalle el proceso, podemos deducir que, en esencia, consiste en la corrección sistemática de los valores de los parámetros en función del error de predicción cometido en el período inmediatamente anterior ponderado en función de la varianza del mismo.

Como puede comprobarse fácilmente el planteamiento del modelo en términos del espacio de los estados, es bastante similar al propuesto por Cooley y Prescott(1973), y al igual que vemos en aquel caso, la estimación del mismo requiere de una serie de conocimientos previos sobre el comportamiento de las varianzas de los componentes aleatorios. Adicionalmente, la aplicación del filtro de Kalman precisa del conocimiento del estado inicial de proceso, es decir, en nuestro caso deberíamos conocer los parámetros iniciales y sus varianzas.

Como quiera que tanto los parámetros de transición ψ , como las varianzas de las perturbaciones aleatorias Σ_u , Σ_v , son en general desconocidas, es necesario, bien realizar alguna estimación de las mismas, por algún tipo de procedimiento indirecto, o bien plantear algún tipo de restricción sobre su comportamiento.

Las restricciones más habituales que suelen considerarse en las distintas aplicaciones podemos resumirlas en las siguientes variantes:

- Comportamiento homocedástico de la perturbación aleatoria del modelo u_t , quedando su matriz de varianzas y covarianzas como $\Sigma_u = \sigma_u^2 I$.

- Comportamiento Pseudo-homocedástico de la perturbación de la función de transición: $\Sigma_v = \sigma_v^2 Q$, siendo Q una matriz conocida.

- Comportamiento estacionario de los parámetros: $\psi = I$.

En cualquier caso, y a pesar de estas restricciones, tendríamos que obtener estimaciones, tanto de los parámetros iniciales, como de las respectivas varianzas (β_0 , σ_u^2 , σ_v^2). Sarris(1973), propone algunas alternativas de estimación por Mínimos cuadrados generalizados, considerando distintos comportamientos de las matrices ψ , Q .

CAPITULO 4

EL MÉTODO DE ESTIMACIÓN PARAMÉTRICA PONDERADA.



Cap. 4.- EL MÉTODO DE ESTIMACIÓN PARAMÉTRICA PONDERADA.

Como hemos venido poniendo de manifiesto a lo largo del segundo capítulo el problema del cambio estructural, desde la óptica de los modelos econométricos, viene definido por la alteración de los valores de los parámetros estimados a lo largo del tiempo.

Según este planteamiento, si realizamos una o varias estimaciones diferentes ("Switching Regressions") teniendo en cuenta los distintos subperíodos en los que quedaría seccionada la muestra global considerando los distintos puntos de ruptura, "Break-points", llegaríamos a obtener estimaciones insesgadas de los parámetros para cada uno de los subperíodos, puesto que la información de cada submuestra no se vería "contaminada" por el resto.

Ahora bien, este planteamiento, que a priori podría parecer teóricamente satisfactorio, presenta, como vemos, serios inconvenientes a la hora de llevarlo a la práctica.

En primer lugar precisa del conocimiento a priori de los puntos de cambio de estructura para poder determinar la extensión de cada una de las submuestras; y en segundo lugar, aún conociendo los puntos de ruptura, la situación habitual con la que nos encontramos es que las distintas submuestras no tienen un tamaño suficiente como para proporcionar los grados de libertad necesarios para garantizar la bondad de la estimación.

El primero de estos inconvenientes ha dado lugar al desarrollo de múltiples técnicas de estimación recursiva cuyo objetivo último es la aplicación de distintos contrastes estadísticos sobre una serie de parámetros, estimados con distintas submuestras, con el fin de determinar su pertenencia o no a una misma población.

Si bien este tipo de técnicas tienen una amplia difusión y aceptación que no pretendemos poner en duda, siguen presentando, a nuestro juicio, un problema de insuficiencia de grados de libertad, dado que el punto de arranque de estos procesos recursivos sería el de cero grados de libertad.

Ante esta situación nos hemos propuesto realizar un planteamiento alternativo al de la estimación recursiva, que no tuviera este problema de grados de libertad y que nos proporcionara igualmente una serie suficientemente amplia de parámetros estimados sobre los que realizar distintos contrastes, paramétricos y no paramétricos, y determinar así su pertenencia o no a una misma población.

4.1.- Investigaciones preliminares.

Este enfoque alternativo, que hemos denominado "ESTIMACIÓN PARAMÉTRICA PONDERADA", tiene su origen en los trabajos realizados para mi propia tesina de licenciatura [Pérez,J.(1991)], que tal como apuntábamos en la introducción, surgió a partir de las propuestas iniciales del director de esta tesis, el profesor Vicéns, y cuyo objetivo central era el desarrollo de un método de estimación de modelos econométricos destinados a la predicción, y en el que se incorporara una ponderación diferente para cada uno de los puntos muestrales considerando su proximidad al período de predicción.

Básicamente, el método desarrollado consistía en la utilización del estimador de Aitkien, reemplazando el contenido clásico de la matriz Σ por otra matriz diagonal conteniendo una distribución de ponderaciones que cumplieran una serie de características fijadas a priori.

$$\hat{\beta}^{EPP} = (X'\hat{\theta}^{-1}X)^{-1}X'\hat{\theta}^{-1}Y$$

siendo: $\hat{\theta} = \hat{\sigma}^2 \Sigma$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{e'e}{n-k}$$

$\Sigma = \text{Diag}(\omega_i)$, ω_i Ponderación de la observación i

Las condiciones que debían cumplir estas ponderaciones podemos resumirlas en los siguientes puntos:

- La suma de todas las ponderaciones debe ser igual a la unidad. Siguiendo una norma común en el cálculo de cualquier media ponderada, se mantendrá el sumatorio de ponderaciones igual a la unidad con el objeto de no distorsionar las magnitudes de las distintas variables.

$$\sum_{i=1}^n \omega_i = 1$$

- La ley de formación de los pesos debe ser una función monótona creciente con el fin de garantizar el mayor peso de las últimas observaciones sobre las primeras.

$$\omega_i > \omega_j \quad \forall i > j$$

- Todos los pesos deben ser positivos y no nulos de forma que todas las observaciones, por muy lejanas que se encuentren, tengan un peso relativo, respetando de esta forma la filosofía de los modelos econométricos, a la vez que se evita la pérdida de grados de libertad.

$$\omega_i \geq 0$$

Una vez definidas las propiedades que deben cumplir las leyes de formación de pesos de las distintas observaciones, se plantearon diferentes hipótesis de cálculo de dichos pesos basados en progresiones tanto aritméticas como

geométricas, que vendrían determinadas por el valor de sus puntos extremos (a_1 y a_N) y el valor de la diferencia (d) o razón (r).

Para cada uno de los tipos de progresiones se determinaron los valores máximos y mínimos, tanto de los extremos como de la diferencia o razón, que cumplieran las condiciones impuestas a priori sobre las leyes de formación de pesos.

Dado que el rango de posibilidades para generar las distintas ponderaciones era prácticamente infinito, tanto en progresiones aritméticas como geométricas, se seleccionaron cuatro tipos de ponderaciones que, a nuestro juicio, venían a representar los distintos intervalos de ponderación; de esta forma se seleccionaron cuatro tipos de ponderaciones:

(1) **Ponderación lineal simple**, que vendría determinada por una p.a. de $N + 1$ términos, siendo el primer elemento 0, y cuya suma del resto de los N términos fuera igual a la unidad, siendo éstos los que se utilizarían para la ponderación.

Como se demuestra en el citado trabajo, este tipo de ponderación sería el equivalente al resultado de ponderar cada uno de los elementos por el cociente entre el ordinal asignado a cada uno de ellos y la suma total de los mismos:

$$\omega_i = \frac{i}{\sum_{i=1}^N i} \quad \forall i=1, \dots, N$$

(2) **Ponderación lineal máxima**, que sería el resultado de aplicar una p.a cuya diferencia fuera la máxima posible entre los distintos elementos.

Esta diferencia máxima viene dada por la siguiente expresión:

$$d = \frac{2}{N(N^2 - N + 1)}$$

Siendo la ponderación del primer elemento:

$$\omega_1 = \frac{1}{N(N^2 - N + 1)}$$

calculándose los sucesivos pesos como:

$$\omega_i = \omega_{i-1} + d \quad \forall i=2, \dots, N$$

(3) Ponderación geométrica de razón $r = 2$. En el caso de las ponderaciones geométricas no existiría un límite concreto para el valor de la razón, si bien a partir de este valor de $r = 2$, el peso de la última observación sería superior a 0.5, es decir, que una sola observación pesaría más que el resto de la muestra, por lo que las estimaciones se verían fuertemente condicionadas por este último valor.

Bajo esta hipótesis, el primero de los pesos vendría dado por la expresión:

$$\omega_1 = \frac{2-1}{2^N - 1}$$

mientras que el resto de los elementos se obtendrían como:

$$\omega_i = \omega_{i-1} \cdot 2 \quad \forall i=2, \dots, N$$

(4) Ponderación geométrica de razón $r = 1.5$. Este valor de la razón se toma como el punto medio de los valores factibles, ya que, como hemos visto, valores superiores a 2 nos conducirían a estimaciones demasiado condicionadas por el último punto muestral, mientras que valores inferiores a la unidad nos conducirían a valores progresivamente decrecientes.

Como en el caso anterior, los diferentes pesos vendrían definidos por:

$$\omega_1 = \frac{1.5 - 1}{1.5^N - 1}$$

$$\omega_i = \omega_{i-1} * 1.5 \quad \forall i=2, \dots, N$$

La contrastación empírica se realizó sobre el conjunto de las 22 ecuaciones que componían en ese momento el bloque de demanda de Modelo Wharton-UAM, utilizándose datos muestrales de 1971 a 1989, y analizando los errores de predicción ex-post derivados de cinco horizontes de predicción diferentes.

De las conclusiones de este trabajo se deducía que la utilización de ponderaciones en las observaciones reducía sensiblemente los errores de predicción, siendo el sistema de ponderación lineal simple el que ofrecía los mejores resultados conjuntos.

4.2.- Otros antecedentes econométricos.

Si bien en el momento de la elaboración de la tesina no conocíamos ningún antecedente de aplicaciones similares en el campo de la econometría, durante el proceso de ampliación de este trabajo inicial, que nos ha llevado a la realización de la presente tesis, hemos localizado una serie de trabajos realizados por Peter Pauly (University of Pennsylvania) y Francis X. Diebold (Board of Governors of the Federal Reserve System, Washington), publicados originalmente en *Journal of Forecasting*, Vol.6 (1987), en los que estos autores realizan una aplicación similar sobre la combinación de predicciones alternativas.

El objetivo final de las aplicaciones propuestas por Diebold y Pauly (1987), consistía en la obtención de una estimación única mediante la ponderación de un

conjunto de estimaciones alternativas realizadas mediante distintos métodos y en diferentes momentos del tiempo.

Esta única estimación se obtendría mediante la determinación por regresión de una ponderación para cada una de las estimaciones alternativas, incorporando en el proceso de estimación una matriz diagonal que otorgara un mayor peso a aquellas estimaciones que se hubieran realizado más recientemente.

La formalización de la propuesta de Diebold y Pauly vendría dada por las siguientes expresiones:

$f'_{it-1} \quad \forall i=1, \dots, m$: Conjunto de m estimaciones alternativas de una misma variable y_t , realizadas en el período $t-1$.

$\beta_i \quad \forall i=1, \dots, m$: Ponderaciones de las m estimaciones alternativas.

$C_t = \beta_1 f'_{1t-1} + \beta_2 f'_{2t-1} + \dots + \beta_m f'_{mt-1}$: Estimación única obtenida por ponderación de las iniciales.

La determinación de los distintos parámetros β_i vendría dada por la minimización de la suma de cuadrados de los errores de predicción ponderados:

$$\sum_{t=1}^N \omega_t (y_t - \sum_{i=1}^m \beta_i f'_{it-1})^2$$

siendo el estimador mínimo cuadrático el definido por la expresión de Aitkien:

$$\hat{\beta}_{WLS} = (F'WF)^{-1} F'Wy$$

La matriz de ponderaciones W es comúnmente una matriz diagonal $W = \text{diag}(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_N)$ de forma que los distintos pesos van siendo progresivamente mayores a medida que nos acercamos a las observaciones más recientes $N (\omega_t \geq \omega_{t-1} \quad \forall t=2, \dots, N)$.

Diebold y Pauly proponen cinco tipos diferentes de distribuciones de pesos, de los cuales los dos primeros serían casos particulares de las otras tres formulaciones:

(1) Ponderación constante: $\omega_n = 1 \quad \forall t=1, \dots, N$

(2) Ponderación lineal: $\omega_n = t \quad \forall t=1, \dots, N$

(3) Ponderación geométrica:

$\omega_n = \lambda^{n-1} \quad 0 < \lambda \leq 1$, o bien, $\omega_n = \lambda^t \quad \lambda \geq 1$

(4) Ponderación t-lambda: $\omega_n = t^\lambda \quad \lambda \geq 0$

(5) Ponderación de Box-Cox: $\omega_n = \begin{cases} (t^\lambda - 1)/\lambda & \text{si } 0 < \lambda < 1 \\ \ln t & \text{si } \lambda = 0 \end{cases}$

Como puede comprobarse, tanto nuestra propuesta inicial del método de estimación paramétrica ponderada, como los trabajos de Diebold y Pauly, tienen una base común que es la minimización de la suma de errores ponderados por la cercanía en el tiempo de las distintas observaciones muestrales, utilizándose en ambos casos el estimador de Aitken para la determinación de los parámetros.

Por el contrario, mientras que Diebold y Pauly, aplican el método sobre distintas estimaciones alternativas, en nuestro caso la aplicación se realiza sobre una única estimación y considerando las distintas observaciones muestrales disponibles.

4.3.- Formalización de la propuesta. Ampliación del método EPP.

Una vez detectadas las posibilidades que ofrecía este nuevo método para la estimación de modelos de predicción tratamos de ampliar su utilidad hacia otros campos de la econometría aplicada.

Trabajando en esta línea y considerando que la causa última que motivaba los mejores resultados ofrecidos por nuestro método de estimación era la existencia de una cierta evolución en los parámetros, nos planteamos la posibilidad de utilizar este tipo de estimaciones para la contrastación de la existencia o no de un cambio estructural en determinados modelos.

En efecto, si no existiera ningún cambio ni evolución en los parámetros reales de un modelo, los resultados de la estimación mediante MCO o utilizando el método EPP no deberían ser significativamente diferentes.

De esta forma se planteó inicialmente la determinación de las diferencias entre los parámetros estimados por ambos métodos (MCO y EPP) de forma que si esta diferencia era estadísticamente significativa nos estaría indicando que el parámetro estaba experimentando una cierta evolución en el tiempo, de manera que al ponderar más las últimas observaciones nos estaríamos aproximando más al verdadero valor del parámetro al final de la muestra.

Ahora bien, una vez contrastada esta evolución del parámetro deberíamos tratar de evaluar si el cambio se estaba produciendo de forma paulatina a lo largo de la muestra, o bien si se había producido algún impacto especial durante el período analizado que hubiera alterado el valor de dicho parámetro, produciéndose un cambio de estructura en el sentido clásico de la literatura econométrica.

Con el fin de explorar esta última posibilidad es por lo que planteamos un nuevo procedimiento ampliado del método EPP, que básicamente consistiría en realizar tantas estimaciones como observaciones disponibles, utilizando siempre la misma muestra y alterando en cada ocasión la distribución de ponderaciones utilizadas.

Estas ponderaciones alternativas deben cumplir las mismas condiciones que exigíamos en la propuesta inicial, pero variando el punto muestral en el que se concentra el máximo peso, y teniendo en cuenta que las observaciones equidistantes de este punto deben tener el mismo peso.

De esta forma, si denominamos ω_i^t a la ponderación de la observación i en la estimación t , variando ambas a lo largo del período muestral N , las condiciones que deben cumplir este conjunto de ponderaciones alternativas podríamos resumirlas en los siguientes puntos:

- La suma de todas las ponderaciones i de una misma estimación t debe ser igual a la unidad.

$$\sum_{i=1}^N \omega_i^t = 1 \quad \forall t=1, \dots, N$$

- La ley de formación de los pesos debe ser una función monótona creciente hasta el punto de máxima ponderación ($i = t$) y monótona decreciente a partir de este punto y hasta el final de la muestra.

$$\omega_i^t > \omega_j^t \quad \forall i > j, 1 < i < t$$

$$\omega_i^t < \omega_j^t \quad \forall i > j, t+1 < i < N$$

- Todos los pesos deben ser positivos y no nulos

$$\omega_i^t \geq 0 \quad \forall i, t=1, \dots, N$$

A estas tres condiciones, que ya se consideraban en la aplicación originaria del método EPP, debemos añadir ahora una cuarta condición, cuya justificación vendría dada por el hecho de que las observaciones equidistantes a un mismo punto muestral t tienen, a priori, la misma carga informativa para determinar la estructura más aproximada de ese punto muestral.

- Las ponderaciones de las observaciones equidistantes del punto de máximo peso ($i = t$) deben ser iguales.

$$\omega_i = \omega_j \quad \forall |i-t| = |j-t|$$

Al igual que en la aplicación originaria las distintas distribuciones de ponderaciones podemos obtenerlas mediante una ponderación lineal simple, o bien aplicando distintas progresiones aritméticas o geométricas que cumplan las condiciones reflejadas anteriormente.

Como puede deducirse fácilmente de las condiciones impuestas a las t distribuciones alternativas, éstas serán simétricas respecto al punto medio de la muestra ($t = N/2$), presentando un perfil cada vez menos apuntado a medida que nos acercamos desde los extremos a ese punto central.

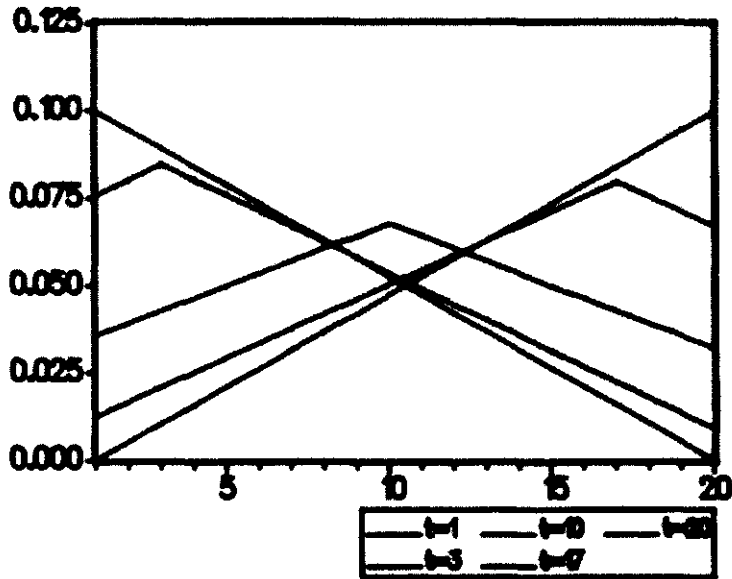
Este "achataamiento" supone que la carga relativa de las distintas observaciones es menor a medida que nos acercamos a ese punto central, y vendría justificado por el hecho de que, en los puntos centrales de la muestra, existen mas observaciones "próximas" que en los puntos extremos, estando éstas teóricamente mas influenciadas por el verdadero valor del parámetro.

Una vez seleccionado el tipo de ponderación a aplicar se realizarían tantas estimaciones como puntos muestrales disponibles obteniéndose así una serie de parámetros estimados que no deberían ser significativamente diferentes si no se ha registrado ningún cambio de estructura durante el período analizado.

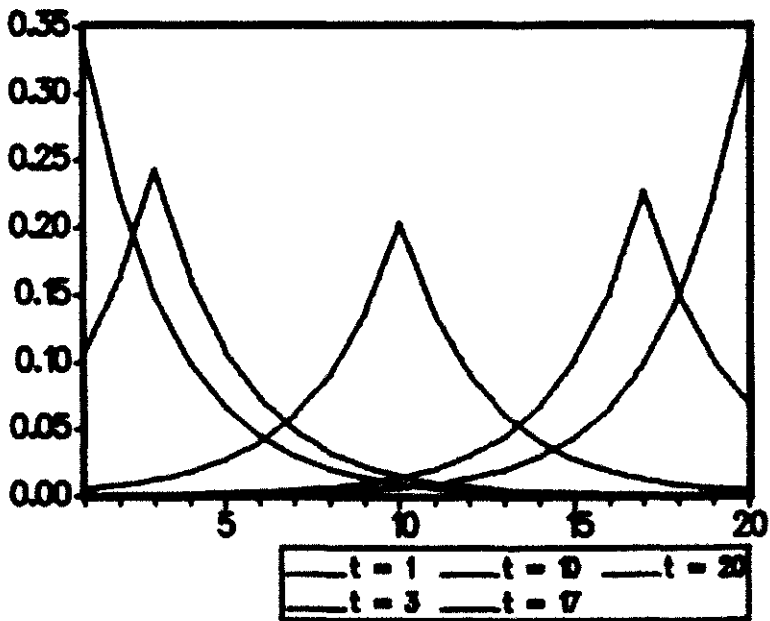
De esta forma si se observara un comportamiento no puramente aleatorio en esta serie de parámetros, (evolución tendencial, evolución diferenciada por tramos, efectos escalón, etc), podríamos afirmar que estamos en presencia de un cambio estructural en el modelo estimado.

Para ilustrar estas últimas afirmaciones hemos elaborado los gráficos que aparecen a continuación, donde recogemos las distintas distribuciones de pesos que se derivarían de una ponderación lineal basada en una progresión aritmética de máxima diferencia y de una progresión geométrica de razón $r=1.5$, respectivamente.

PROGRESIONES BASADAS EN PROGRESIONES ARITMETICAS



PONDERACIONES BASADAS EN PROGRESIONES GEOMETRICAS



En estos gráficos aparecen representadas cinco de las 20 series de ponderación que deberíamos utilizar para realizar una estimación mediante el método EPPa y en el que la muestra disponible sería de 20 observaciones.

Si denotamos por t ($t = 1, 2, \dots, 20$) a cada una de las veinte estimaciones que deberíamos realizar para aplicar el método EPPa, cada una de las cinco series representadas en los gráficos, serían precisamente las ponderaciones a aplicar en las estimaciones $t = 1$, $t = 3$, $t = 10$, $t = 17$ y $t = 20$.

A continuación y una vez hecha la aproximación intuitiva al método vamos a expresar formalmente el proceso que se debe seguir para utilizar el método EPP ampliado.

1º) Selección del tipo de ponderación a aplicar.

2º) Obtención de las series de ponderaciones en función del tamaño muestral disponible, y que para cada tipo de ponderación podemos expresar según las siguientes fórmulas:

Ponderación lineal simple:

$$\omega_i^t = \frac{N - |i - t|}{\sum_{q=t}^{N-1} q + \sum_{q=N-t+1}^N q} \quad \forall i=t$$

Ponderación en base a progresiones aritméticas:

$$\omega_i = \frac{[\frac{2}{N} \cdot (N-1) \cdot d] \sqrt{2}}{\sum_{i=1}^N \omega_i} \quad \forall i=1$$

$$\omega_i = \left\{ \begin{array}{l} \frac{\omega_{i-1} - d}{\sum_{i=1}^N \omega_i} \quad \forall 1 < i < N \\ \frac{\omega_{i+1} - d}{\sum_{i=1}^N \omega_i} \quad \forall 1 < i < N \end{array} \right.$$

Siendo d el valor de la diferencia.

Ponderación en base a progresiones geométricas:

$$\omega_i = \frac{r^N - r^{N-1}}{\sum_{i=1}^N \omega_i} \quad \forall i=1$$

$$\omega_i = \left\{ \begin{array}{l} \frac{\omega_{i-1} \cdot r}{\sum_{i=1}^N \omega_i} \quad \forall 1 < i < N \\ \frac{\omega_{i+1} \cdot r}{\sum_{i=1}^N \omega_i} \quad \forall 1 < i < N \end{array} \right.$$

Siendo r el valor de la razón.

3.- Realizar tantas estimaciones como puntos muestrales aplicando la técnica de EPP, bien utilizando directamente el estimador de Aitkien,

$$\beta_i^{EPP} = (X'W_i^2X)^{-1}X'W_i^2Y$$

siendo $W_i^2 = \text{diag} \{(\omega_i^2)\}_{N \times N}$.

o bien aplicando MCO sobre las variables transformadas,

$$\beta_i^{EPP} = (X'X)^{-1}X'Y$$

siendo, $X' = W_i \cdot X$, $Y' = W_i \cdot Y$

y $W_i = \text{diag}\{w_i\}_{n \times n}$

4.4.- Propiedades y distribución del estimador EPP ampliado (EPPa).

Para poder utilizar de forma adecuada los estimadores calculados mediante este método, es preciso que conozcamos previamente, tanto su distribución, como sus propiedades.

Si partimos de la expresión original del estimador EPPa y denotamos por R a la expresión $(X'W_i^2X)^{-1}X'W_i^2$, podemos considerar que el estimador es una combinación lineal de los valores de la variable endógena.

$$\beta_i^{EPPa} = (X'W_i^2X)^{-1}X'W_i^2Y = RY$$

Adicionalmente, si sustituimos la variable endógena por su expresión en función de las exógenas, los parámetros y la perturbación aleatoria, observaremos que cada uno de los parámetros estimados coincide con el valor original del parámetro mas un determinado valor proporcional a la varianza de la perturbación aleatoria.

$$\begin{aligned} \beta_i^{EPPa} &= (X'W_i^2X)^{-1}X'W_i^2(X\beta + U) = \\ &= (X'W_i^2X)^{-1}X'W_i^2X\beta + (X'W_i^2X)^{-1}X'W_i^2U = \\ &= \beta + (X'W_i^2X)^{-1}X'W_i^2U \quad [4.4.1] \end{aligned}$$

Tomando esperanzas sobre la expresión obtenida en [4.4.1] podemos deducir fácilmente que nuestro estimador EPPa es insesgado, pues su esperanza matemática coincide con el valor real del parámetro.

$$\begin{aligned} E[\beta_i^{EPPa}] &= E[\beta \cdot (X'W_i^2X)^{-1}X'W_i^2U] = \\ &= \beta \cdot (X'W_i^2X)^{-1}X'W_i^2E[U] = \beta \quad [4.4.2] \end{aligned}$$

La varianza del estimador EPPa definida como:

$$Var[\beta_i^{EPPa}] = E[(\beta_i^{EPPa} - E[\beta_i^{EPPa}])(\beta_i^{EPPa} - E[\beta_i^{EPPa}])']$$

y podemos calcularla utilizando nuevamente la expresión deducida en [4.4.1]

$$\begin{aligned} Var[\beta_i^{EPPa}] &= E[(X'W_i^2X)^{-1}X'W_i^2U((X'W_i^2X)^{-1}X'W_i^2U)'] = \\ &= E[(X'W_i^2X)^{-1}X'W_i^2UU'W_i^2X(X'W_i^2X)^{-1}] = \\ &= (X'W_i^2X)^{-1}X'W_i^2E[UU']W_i^2X(X'W_i^2X)^{-1} = \\ &= \sigma^2(X'W_i^2X)^{-1}X'W_i^2W_i^2X(X'W_i^2X)^{-1} \quad [4.4.3] \end{aligned}$$

Observando la expresión anteriormente calculada podemos añadir a nuestro estimador la propiedad de consistencia pues su varianza tiende a anularse en el infinito, ya que cada uno de los elementos que componen la expresión de la varianza son las matrices de momentos de las variables exógenas ponderados con las distribuciones de pesos, y éstas tienden a anularse cuando la muestra se extiende al infinito.

A modo de resumen podemos concluir que nuestro estimador, que es lineal, insesgado y consistente, se distribuye como una normal multivariante, por ser combinación lineal de variables normales, cuya esperanza matemática es el valor del parámetro, y cuya matriz de varianzas y covarianzas queda recogida en la expresión [4.4.3].

$$\beta_i^{EPPa} \sim N(\beta, \sigma^2(X'W_i^2X)^{-1}X'W_i^2W_i^2X(X'W_i^2X)^{-1})$$

4.5.- Contratación del cambio estructural a partir de las estimaciones del método EPP ampliado.

La obtención de las series de parámetros que se derivan de la aplicación del método EPP ampliado, aún teniendo un cierto interés para el propio análisis descriptivo de las mismas, no tendrían mayor sentido si no se utilizaran para la contrastación de la existencia de cambios de estructura.

En este sentido diferenciaremos tres niveles de análisis que se pueden realizar una vez obtenidas las series de parámetros EPP:

- Análisis gráfico.
- Contrastes no paramétricos.
- Contrastes paramétricos.

El primero y mas sencillo de estos niveles de análisis consistiría simplemente en la observación del gráfico de evolución temporal de los parámetros con el fin de determinar la posible tendencia o alteración puntual en los niveles del mismo.

Si de este primer análisis pareciera deducirse algún comportamiento sistemático en dicha evolución, o bien algún cambio en los niveles del mismo, podríamos proceder a la aplicación del algún contraste clásico de cambio estructural (p.e.Chow) sobre la ecuación normal estimada por MCO, o continuar aplicando alguno de los contrastes, paramétricos o no paramétricos, que recogemos a continuación.

El segundo de los niveles de análisis a los que hacíamos referencia la aplicación contrastes no paramétricos sobre las series de parámetros estimadas, puede realizarse con las siguientes variantes:

- a) Aplicación de alguno de los contrastes no paramétricos recogidos en apartado 2.3.

b) Realización de un análisis tipo ANOVA sobre los distintos niveles apreciados en el análisis gráfico, o bien aplicar este tipo de análisis de forma recursiva sobre distintas submuestras de parámetros.

En el caso de la contrastación de dos niveles diferentes en los valores del parámetro, según la aproximación por regresión al análisis de la varianza, plantearíamos una regresión en la que la variable endógena sería la serie de parámetros estimados y las variables explicativas serían, para el modelo restringido un término constante, y un término constante más una variable ficticia que recoja la diferencia de niveles en el modelo ampliado, planteándose un test F, considerando la suma de cuadrados de residuos de ambas regresiones:

- Modelo restringido: $\beta_i^{EPP} = c_1 + u_1$

- Modelo ampliado : $\beta_i^{EPP} = c_2 + F_0^i + u_2$

Con c_1 y c_2 , términos constantes, u_1 y u_2 variables normales $N(0, \sigma^2)$, y F_0^i variable ficticia que toma valor 1 para todas las observaciones pertenecientes al primer nivel y 0 en el resto.

El contraste F quedaría planteado, de una forma similar al contraste de Chow, como el cociente entre la suma de cuadrados de residuos del modelo restringido menos el ampliado sobre la suma de cuadrados de residuos del modelo restringido, divididos ambos entre sus respectivos grados de libertad.

$$F_{(1, N-2)} = \frac{(e_1'e_1 - e_2'e_2)/1}{(e_2'e_2)/(N-2)}$$

Lógicamente este contraste podría ampliarse a más de dos niveles diferenciados, aumentando simplemente en número de variables ficticias del modelo ampliado.

c) Realizar algún tipo de ajuste por regresión sobre la serie de parámetros estimados.

Esta tercera opción, que partiría de la citada aproximación por regresión al análisis de la varianza, consistiría en la determinación de la existencia de un cambio estructural mediante un contraste t clásico, sobre la variable o variables que actuarían como explicativas (excluido el término constante), de una regresión en la que la variable dependiente sería la serie de parámetros estimados.

Con esta tercera alternativa podríamos plantear distintos modelos explicativos de la evolución de los parámetros, (variables de tendencia, variables de escalón, efectos puntuales, etc), dependiendo del tipo de estructura observada en la primera etapa de análisis gráfico.

Así, por ejemplo, si observáramos una cierta tendencia en alguno de los parámetros estimados podríamos plantear una regresión de dicha serie sobre un término constante y una variable de tendencia, detectando la existencia de un cambio de estructura evolutivo si esta variable de tendencia resulta significativa en el modelo.

$$\beta_i^{EPP} = c + \gamma \cdot T + u$$

siendo T una variable de tendencia (1,2,...N)

Podríamos afirmar que existe un cambio de estructura en el modelo original (sobre el que se estimaron los parámetros β_i), si el valor del estadístico t, calculado según la fórmula siguiente, supera el valor tabulado de dicha distribución t-Student para un determinado nivel de significación.

$$t_{(T)} = \frac{\hat{\gamma}}{\sqrt{\sigma_{\hat{\gamma}}^2}}$$

El tercero y último de los niveles de análisis planteados consiste en el desarrollo de contrastes paramétricos a partir de las distribuciones teóricas de la serie de parámetros estimados.

Para el desarrollo de este tipo de contrastes es preciso que determinemos previamente cuál son las distribuciones que siguen cada uno de los parámetros estimados.

Tal como se demostró en el apartado anterior cada uno de los vectores de parámetros estimados β_i^{EPP} , sigue una distribución normal multivariante cuyo vector de medias y matriz de varianzas y covarianzas vendrían determinadas, para cada conjunto de parámetros t , por las siguientes expresiones:

$$\beta_i^{EPP} \sim N(\beta, \sigma^2(X'W_i^2X)^{-1}X'W_i^2W_i^2X(X'W_i^2X)^{-1})$$

siendo σ^2 la varianza de la perturbación aleatoria U .

Una vez determinadas las características de la distribución de los parámetros debemos plantearnos los distintos contrastes partiendo de distribuciones del tipo t-Student, ya que al no conocer el verdadero valor de la varianza no podríamos aplicar ningún contraste sobre la distribución normal, para lo que tendremos en cuenta que, sobre el modelo básico de regresión, se puede demostrar que la suma de cuadrados de residuos dividido por la varianza de la perturbación aleatoria se distribuye como una χ_{n-t}^2 .

$$\frac{e'e}{\sigma^2} \sim \chi_{n-t}^2$$

Considerando entonces la distribución del estimador EPPa y la χ_{n-t}^2 anteriormente citada podemos plantear al menos tres contrastes alternativos:

1º) Contraste de diferencias con la media precedente.

En este primer contraste consideraremos como hipótesis nula la igualdad entre en un determinado parámetro $\beta_{i,t}^{EPP}$ y la media de todos los parámetros

anteriores, frente a una hipótesis alternativa de diferencia entre ellos, que estaría implicando un cambio de estructura en el modelo original.

$$H_0(\beta_{i,t}^{EPP} = \bar{\beta}_i^{EPP})$$

$$H_1(\beta_{i,t}^{EPP} \neq \bar{\beta}_i^{EPP})$$

$$\text{siendo : } \bar{\beta}_i^{EPP} = \sum_{j=1}^{t-1} \beta_{i,j}^{EPP}$$

Si nos abstraemos del origen del valor medio calculado y lo consideramos como una constante podremos calcular la distribución conjunta de la diferencia entre el estimador EPPa calculado para un determinado punto muestral t , y la media de todos los parámetros anteriores.

En efecto, dado que $\beta_{i,t}^{EPP}$ se distribuye como una normal, la diferencia con el valor medio de los anteriores parámetros calculados se distribuirá igualmente como una normal, con media 0, bajo la hipótesis nula de igualdad entre ambas, y con la misma desviación típica que el estimador original.

$$\beta_{i,t}^{EPP} - \bar{\beta}_i = N(0, \sigma \sqrt{a_{i,t}})$$

siendo $\sigma a_{i,t}$ los elementos de la diagonal principal de la matriz de varianzas y covarianzas del estimador $\beta_{i,t}^{EPP} : \sigma^2(X'W_t^2X)^{-1}X'W_t^2W_t^2X(X'W_t^2X)^{-1}$

Para construir el contraste t utilizaremos como denominador la variable de diferencia entre el estimador en el momento t y la media de los anteriores, dividida entre su desviación típica, y como denominador la citada distribución χ_{n-k}^2 dividida entre sus grados de libertad $(n-k)$:

$$T_{n-t}^1 = \frac{\beta_{LU}^{EPn} - \bar{\beta}_t}{\sqrt{\hat{\sigma}_{\beta_{LU}}^2}} = \frac{\beta_{LU}^{EPn} - \bar{\beta}_t}{\sqrt{\frac{e'e}{\sigma^2}/n-k}}$$

Dado que:

$$\hat{\sigma}_{\beta_{LU}}^2 = \sigma^2 (X'W_t^2X)^{-1}X'W_t^2W_t^2X(X'W_t^2X)^{-1}$$

y

$$\frac{e'e}{n-k} = \hat{\sigma}^2$$

siendo $\hat{\sigma}^2$ el estimador insesgado de la varianza de la perturbación aleatoria calculada mediante la estimación clásica por MCO, podemos reformular la expresión de este primer contraste T^1 , eliminado el valor desconocido de σ^2 , quedando finalmente como:

$$T_{n-t}^1 = \frac{\beta_{LU}^{EPn} - \bar{\beta}_t}{\sqrt{\hat{\sigma}_{\beta_{LU}}^2}}$$

siendo :

$$\hat{\sigma}_{\beta_{LU}}^2 = \hat{\sigma}^2(X'W_t^2X)^{-1}X'W_t^2W_t^2X(X'W_t^2X)^{-1}$$

De esta forma, una vez estimados los N parámetros procederíamos a calcular para un determinado punto t la diferencia entre el valor del parámetro estimado y la media de los t-1 parámetros anteriores. Dividiendo este valor entre la desviación típica del parámetro, calculada según la anterior expresión, obtendríamos finalmente el valor del estadístico calculado. Si este estadístico supera el valor tabulado de la distribución para un nivel de confianza dado, rechazaríamos la hipótesis nula, pudiendo afirmar que se produce un cambio de estructura en el período t.

Este tipo de estadístico podemos calcularlo de forma recursiva para el total de parámetros menos uno y realizar un gráfico con los resultados del mismo y sobre la banda de oscilación de los valores tabulados para un nivel de confianza dado, detectando un cambio de estructura en aquellos puntos que superen estos niveles.

2º) Contraste de diferencia de medias.

Un segundo contraste que podemos plantear utilizando la misma distribución t-Student, sería similar al contraste clásico de diferencia de medias entre dos muestras alternativas de una misma población.

En nuestro caso pretendemos contrastar la diferencia entre los parámetros estimados en dos puntos muestrales diferentes denotados por $\beta_{1,1}^{EPP}$ $\beta_{1,2}^{EPP}$.

Al igual que el caso precedente es preciso determinar la distribución conjunta de la diferencia entre estos dos parámetros estimados.

Al tratarse de la combinación lineal de dos variables normales la nueva distribución será igualmente una variable normal, cuya media será igual a cero bajo la hipótesis nula, siendo su varianza la suma de las varianzas de cada una de las dos distribuciones menos el doble de la covarianza entre ambas, dado que no podemos asumir la hipótesis de independencia de las dos distribuciones.

Utilizando los resultados obtenidos en el apartado precedente podemos calcular la covarianza entre los parámetros estimados en dos puntos diferentes partiendo de la expresión original de la matriz de varianzas y covarianzas:

$$\begin{aligned} \text{Cov}(\beta_{1,1}^{EPP}, \beta_{1,2}^{EPP}) &= E[(\beta_{1,1}^{EPP} - E[\beta_{1,1}^{EPP}]) (\beta_{1,2}^{EPP} - E[\beta_{1,2}^{EPP}])] = \\ &= E[(\beta - (X'W_{11}^2 X)^{-1} X'W_{11}^2 U - \beta) (\beta - (X'W_{12}^2 X)^{-1} X'W_{12}^2 U - \beta)] = \\ &= E[(X'W_{11}^2 X)^{-1} X'W_{11}^2 U U' W_{12}^2 X (X'W_{12}^2 X)^{-1}] = \\ &= (X'W_{11}^2 X)^{-1} X'W_{11}^2 E[U U'] W_{12}^2 X (X'W_{12}^2 X)^{-1} = \\ &= \sigma^2 (X'W_{11}^2 X)^{-1} X'W_{11}^2 W_{12}^2 X (X'W_{12}^2 X)^{-1} \end{aligned}$$

Si denotamos por $\sigma_{\beta_1, \beta_2}^2$ a la matriz de varianzas y covarianzas de la diferencia entre los dos parámetros estimados en t_1 y t_2 , cuya expresión es la siguiente:

$$\sigma_{(\beta_1, \beta_2)}^2 = \sigma^2 \cdot [(X'W_{t_1}^2X)^{-1}X'W_{t_1}^2W_{t_1}^2X(X'W_{t_1}^2X)^{-1} + (X'W_{t_2}^2X)^{-1}X'W_{t_2}^2W_{t_2}^2X(X'W_{t_2}^2X)^{-1} - 2 \cdot (X'W_{t_1}^2X)^{-1}X'W_{t_1}^2W_{t_2}^2X(X'W_{t_2}^2X)^{-1}]$$

Podemos plantear el segundo contraste T, utilizando como numerador la distribución de la diferencia de parámetros estimados dividida por su desviación típica, y como denominador el mismo del contraste anterior:

$$T_{(n-k)}^2 = \frac{\beta_{L1}^{EPPn} - \beta_{L2}^{EPPn}}{\sqrt{\sigma_{\beta_1, \beta_2}^2}} \cdot \sqrt{\frac{e'e/n-k}{\sigma^2}}$$

Realizando una transformación similar a la planteada en el primer contraste, eliminado de la expresión el valor desconocido de σ^2 , podemos reformular el contraste como:

$$T_{n-k}^2 = \frac{\beta_{L1}^{EPPn} - \beta_{L2}^{EPPn}}{\sqrt{\hat{\sigma}_{\beta_1, \beta_2}^2}}$$

siendo :

$$\hat{\sigma}_{(\beta_1, \beta_2)}^2 = \hat{\sigma}^2 \cdot [(X'W_{t_1}^2X)^{-1}X'W_{t_1}^2W_{t_1}^2X(X'W_{t_1}^2X)^{-1} + (X'W_{t_2}^2X)^{-1}X'W_{t_2}^2W_{t_2}^2X(X'W_{t_2}^2X)^{-1} - 2 \cdot (X'W_{t_1}^2X)^{-1}X'W_{t_1}^2W_{t_2}^2X(X'W_{t_2}^2X)^{-1}]$$

Aplicando este segundo contraste podríamos determinar la presencia de un cambio estructural entre dos períodos dados t_1 y t_2 , siempre que el valor del estadístico calculado superara el valor tabulado para un nivel de confianza dado.

Al igual que el caso anterior podríamos calcular el valor de este estadístico de forma secuencial, bien entre dos estimaciones consecutivas, o bien fijando una determinada "ventana" temporal Q , es decir calculando todos los posibles estadísticos entre dos parámetros separados por Q periodos. Representando gráficamente los valores de estos estadísticos sobre las bandas de confianza para un nivel dado podríamos determinar los puntos en los que se producen posibles cambios de estructura.

3º) Contraste de diferencias con MCO.

El tercer contraste que vamos a plantear se basa en la diferencia que existe entre los parámetros estimados por MCO y los estimados por el método EPPa cuando efectivamente se produce un cambio de estructura.

Cuando se estima un modelo mediante MCO y este modelo presenta un cambio de estructura, los parámetros obtenidos vienen a representar una media de los verdaderos parámetros en cada de los regímenes diferenciados por ese cambio de estructura. Por este motivo, los parámetros así obtenidos presentarán, a lo largo de la muestra, sesgos, positivos o negativos, antes y después del punto de ruptura.

Si estimamos ese mismo modelo, que presenta cambio estructural, con el método EPPa estos sesgos tenderán a reducirse, de forma que la diferencia entre los estimadores EPPa y el de MCO, será más elevada cuanto mayor sea la diferencia entre los verdaderos parámetros de ambos regímenes, o dicho de otra forma, cuanto mayor sea el cambio de estructura.

Partiendo de esta hipótesis, vamos a plantear este tercer contraste, teniendo en cuenta que, al contrario de lo que sucedía con los dos contrastes precedentes, en esta ocasión únicamente se podrá detectar la presencia de un cambio estructural en el conjunto del modelo, no pudiéndose precisar con exactitud el punto de ruptura.

Al igual que en los casos anteriores este tercer contraste está basado en una distribución del tipo T-Student, en la que el denominador es similar a los anteriores y el numerador es la distribución conjunta de la diferencia entre los parámetros estimados por MCO y los estimados por EPPa.

Esta distribución conjunta será igualmente una distribución normal, con media cero, bajo la hipótesis nula, y varianza igual a la suma de las varianzas individuales (MCO y EPPa) menos la covarianza entre ambas, puesto que tampoco podemos admitir la independencia entre ambas.

Para calcular la covarianza entre el estimador de MCO y el EPPa, vamos a acudir, una vez más a la formulación general de la matriz de varianzas y covarianzas.

Así y considerando los resultados generales obtenidos en el apartado anterior, y la conocida expresión del estimador de MCO en función del verdadero valor del parámetro y la perturbación aleatoria, podemos llegar fácilmente a deducir los componentes de esta matriz de varianzas y covarianzas.

Sea, $\hat{\beta} = \beta + (X'X)^{-1}X'U$ la expresión del estimador de MCO y $\hat{\beta}_i^{EPPa} = \beta + (X'W_i^2X)^{-1}X'W_i^2U$ la del estimador EPPa.

Definimos la matriz de varianzas y covarianzas como:

$$\text{Cov}(\hat{\beta}_i^{EPPa}, \hat{\beta}) = E[(\hat{\beta}_i^{EPPa} - E[\hat{\beta}_i^{EPPa}])(\hat{\beta} - E[\hat{\beta}])']$$

Sustituyendo cada una de los términos por sus expresiones desarrolladas llegamos a determinar el valor de la matriz de varianzas y covarianzas como:

Partiendo de este valor de la covarianza, podemos deducir la matriz de varianzas y covarianzas de la distribución conjunta de $(\hat{\beta}_i^{EPPa} - \hat{\beta})$:

$$\begin{aligned}
\text{Cov}(\beta, \beta^{EPN}) &= E[(\beta \cdot (X'W^2X)^{-1}X'W^2U - \beta)(\beta \cdot (X'X)^{-1}X'U - \beta)] = \\
&= E[(X'W^2X)^{-1}X'W^2UU'X(X'X)^{-1}] = \\
&= (X'W^2X)^{-1}X'W^2E[UU']X(X'X)^{-1} = \\
&= \sigma^2(X'W^2X)^{-1}X'W^2X(X'X)^{-1} = \\
&= \sigma^2(X'X)^{-1} \\
\text{Var}(\beta, \beta^{EPN} - \hat{\beta}) &= \text{Var}(\beta, \beta^{EPN}) + \text{Var}(\hat{\beta}) - 2 \cdot \text{Cov}(\beta, \beta^{EPN}, \hat{\beta}) = \\
&= \sigma^2(X'W^2X)^{-1}X'W^2W^2X(X'W^2X)^{-1} + \sigma^2(X'X)^{-1} - 2 \cdot \sigma^2(X'X)^{-1} = \\
&= \sigma^2(X'W^2X)^{-1}X'W^2W^2X(X'W^2X)^{-1} - \sigma^2(X'X)^{-1} = \\
&= \sigma^2 \cdot [(X'W^2X)^{-1}X'W^2W^2X(X'W^2X)^{-1} - (X'X)^{-1}] = \\
&= \hat{\sigma}_{(\beta, \beta^{EPN} - \hat{\beta})}^2
\end{aligned}$$

Finalmente el contraste T quedaría planteado como:

$$T_{(n-k)}^2 = \frac{\frac{\beta, \beta^{EPN} - \hat{\beta}}{\sqrt{\hat{\sigma}_{(\beta, \beta^{EPN} - \hat{\beta})}^2}}}{\sqrt{\frac{e'e/n-k}{\sigma^2}}}$$

De nuevo podemos eliminar el valor desconocido de σ^2 quedando definido el contraste como:

$$T_{n-k}^2 = \frac{\beta, \beta^{EPN} - \hat{\beta}}{\sqrt{\hat{\sigma}_{(\beta, \beta^{EPN} - \hat{\beta})}^2}}$$

siendo :

$$\hat{\sigma}_{(\beta, \beta^{EPN} - \hat{\beta})}^2 = \hat{\sigma}^2 \cdot [(X'W^2X)^{-1}X'W^2W^2X(X'W^2X)^{-1} - (X'X)^{-1}]$$

La interpretación de este contraste sería similar a los dos anteriores, es decir, si los valores calculados superan a los tabulados para un nivel de confianza dado, podemos rechazar la hipótesis nula de permanencia estructural.

Si realizáramos un ejercicio paralelo a los anteriores y calculáramos este contraste de forma secuencial para el conjunto de los parámetros estimados por EPPa, podríamos comprobar que, ante la existencia de un cambio de estructura, prácticamente todos los valores del mismo resultarían significativos, ya que como mencionábamos anteriormente, la estimación por MCO produce resultados mucho más sesgados que el método EPPa para el conjunto de la muestra.

El hecho de presentar este tercer contraste que aparentemente presenta mayores desventajas frente a los dos primeros, en el sentido de no detectar el punto de cambio de estructura, estaría justificada por la posibilidad de su aplicación sin necesidad de calcular los N parámetros.

En este sentido, y volviendo a la aplicación originaria del método EPP para la estimación de modelos destinados a la predicción (Pérez (1991)), podríamos estimar los parámetros ponderando en mayor medida las observaciones más recientes y aplicar este tercer contraste. Si los resultados son positivos, es decir, se detecta la presencia de un cambio estructural, utilizaríamos los coeficientes estimados por EPP para realizar la predicción, mientras que si no hay cambio de estructura, sería más conveniente utilizar los coeficientes estimados por MCO, ya que la estimación sería, por definición, más eficiente en términos de varianza.

Una vez desarrollado el método de estimación y los contrastes aplicables, vamos a definir las principales ventajas e inconvenientes, que a priori, pueden deducirse del mismo:

Ventajas :

- Como se deduce de los resultados de los trabajos previos Pérez (1991), para la utilización de los modelo con fines predictivos, ofrece mejores resultados que el método clásico de MCO, ya que aún no existiendo una ruptura estructural clara, sí que debemos admitir una cierta evolución en los patrones de comportamiento de los agentes económicos.

- Permite la aplicación de diferentes tipos de contrastes alternativos (paramétricos y no paramétricos).

- Para la aplicación de los distintos contrastes, no es necesario fijar a priori el punto de cambio de estructura. (Chow, test clásicos, etc).

- Adicionalmente, y ante muestras pequeñas, los contrastes planteados no se ven influidos por los sesgos que se producen en la estimación recursiva clásica, ya que en todas las estimaciones se dispone del total de la muestra.

Frente a estas ventajas nos encontramos con los siguientes inconvenientes del método:

- La fijación del tipo de ponderación a utilizar se realiza independientemente del modelo a analizar y en general de forma subjetiva.

- Puede verse muy influenciado por la existencia de puntos raros ("Outliers") sobre todo si se utilizan distribuciones excesivamente "cargadas" sobre un conjunto pequeño de estimaciones, por lo que podría ser recomendable utilizar métodos de estimación robustos del tipo de los M-Estimadores (ver Yohai(1987)).

- Al realizar el conjunto de las N estimaciones no podemos admitir la independencia de las perturbaciones aleatorias entre las distintas ecuaciones por

lo que podría ser necesaria la utilización de métodos de estimación con información completa, del tipo del propuesto por Zellner para los Sistemas de ecuaciones aparentemente incorrelacionadas (SUR).

Para finalizar este último apartado, vamos a plantear las líneas de desarrollo que deberían acometerse en un futuro próximo y que aún teniendo un gran interés implícito nos ha sido imposible desarrollar en el contexto de la presente tesis doctoral.

- Desarrollar un método que permita seleccionar de forma automática o semiautomática, el tipo de ponderación más adecuado para cada tipo de modelo, de forma que se elimine, en la mayor medida posible, la componente subjetiva del método.

- Cabría la posibilidad de plantear un contraste, similar a los correlogramas utilizados en la modelización tipo ARIMA, mediante el que poder identificar la casuística del cambio estructural, basado en los valores significativos de los contrastes paramétricos planteados.

Este tipo de contraste, que podríamos bautizar como "parametrograma", tendría como objetivo tanto ubicar temporalmente el cambio estructural, como identificar la variable o variables que se ven afectadas por el cambio, así como el tipo de transición que se produce entre dos estructuras consecutivas, (cambio brusco, etapa de transición, evolución permanente, etc).

4.6.- El método EPP ampliado en el contexto de los modelos de parámetros cambiantes.

Una vez analizadas las posibilidades del método EPPa para la contrastación de la existencia de cambio estructural, consideramos que es oportuno analizar

dicho método como una alternativa más en el contexto del conjunto de modelos de estimación con parámetros cambiantes desarrollados en el capítulo tercero.

Este análisis se realizará desde un punto de vista doble. En primer lugar se analizarán las ventajas e inconvenientes que presenta el método EPP ampliado como procedimiento de estimación de parámetros cambiantes propiamente dicho; y en segundo lugar, valoraremos las posibilidades de este método como una etapa previa o de apoyo a la estimación de modelos más complejos.

4.6.1.- El EPP ampliado como método de estimación.

En primer lugar, y antes de entrar en consideraciones más específicas, debemos recordar que el método EPP ampliado, se desarrolla en el contexto de los modelos estructurales con series temporales, y si bien, podría reformularse para especificaciones con datos mixtos (espacio-temporales), por el momento nos ceñiremos a su formulación original.

Por este motivo, no se realizará, en general, ninguna referencia a los modelos desarrollados específicamente en el campo de los datos mixtos.

Dado que la comparación de nuestro método con todos y cada uno de los modelos analizados resultaría bastante ardua y tediosa, vamos a realizar una labor previa de selección de las características comunes de los distintos modelos, diferenciando las alternativas más simples, generalmente asociadas a los modelos que hemos clasificado como no aleatorios, de las más complejas, en general los de comportamiento aleatorio.

1º) Características comunes de los modelos no estocásticos:

- Simplicidad de cálculo, con posibilidad de aplicación con software convencional.
- Se conocen las funciones de evolución de los parámetros, ya que hay que definirlos a priori.
- Es preciso conocer los puntos de cambio de los parámetros.

2º) Características comunes de los modelos estocásticos³.

- Complejidad de cálculo, precisando de software específico, o muy avanzado, para su aplicación.
- Conocimiento de las funciones de evolución de los parámetros, ya que se definen a priori.
- Precisan de hipótesis o conocimiento previo de determinadas variables (Varianzas, Parámetros de transición).

Si realizamos un análisis similar sobre el método EPP ampliado, y extraemos sus principales características, podremos fácilmente determinar las ventajas o inconvenientes del mismo frente a resto de alternativas.

³ Dentro de este apartado nos referimos especialmente a los modelos no estacionarios, ya que, los estacionarios se desarrollan en general en el ámbito de los datos mixtos espacio-temporales.

3º) Características generales del Método EPP ampliado.

- * Simplicidad en el cálculo, con posibilidad de aplicación con software convencional.
- * Desconocimiento de la función de evolución de los parámetros.
- * No necesitan definir a priori la forma funcional de los parámetros.
- * No precisa de información adicional.
- * Incorpora un cierto componente subjetivo en la selección de ponderaciones.

Sobre esta base podemos sistematizar las ventajas e inconvenientes de nuestra propuesta, tanto frente al total de alternativas, como específicamente frente a cada uno de los dos grupos definidos, quedando resumidas en el siguiente cuadro:

Análisis comparativo del Método EPP ampliado frente a otras alternativas de estimación con parámetros cambiantes.

VENTAJAS	INCONVENIENTES
FRENTE AL CONJUNTO DE ALTERNATIVAS	
<ul style="list-style-type: none"> • No necesita definir a priori la función de evolución de los parámetros 	<ul style="list-style-type: none"> • Incorpora un componente subjetivo en los pesos. • Se desconoce la evolución del parámetro a futuro.
FRENTE A LOS MODELOS SIMPLES	
<ul style="list-style-type: none"> • No necesita conocer el punto de cambio de parámetros 	
FRENTE A LOS MODELOS COMPLEJOS	
<ul style="list-style-type: none"> • Sencillez de cálculo y aplicación. • No precisa de información adicional. 	

Como puede comprobarse en el cuadro anterior los principales inconvenientes del método EPP ampliado, se deben desconocimiento de la función de evolución de los parámetros y al componente subjetivo que incorporan las ponderaciones.

Respecto al desconocimiento de la función de evolución de los parámetros, ésta podría suponer un importante inconveniente a la hora de realizar predicciones con el modelo, sobre todo si se considera que la variación de los parámetros, como es lógico, puede continuar en el futuro.

Este problema de predicción, no es exclusivo del método EPP ampliado y se produce también en los modelos más complejos cuando la variación del parámetro se reduce a la componente aleatoria, en cuyo caso el valor esperado del parámetro en los períodos post-muestrales es igual al del último período muestral.

Las posibilidades de solventar este inconveniente estarían centradas en la realización de un ajuste funcional de la serie de parámetros estimados, propuesto en el apartado correspondiente del capítulo 2, como una alternativa de contrastación de la evolución paramétrica. Una vez realizado el ajuste, podríamos inferir los valores futuros de los parámetros del modelo sin más que realizar una predicción con dicha función estimada.

En cuanto a la incorporación del componente subjetivo en las ponderaciones aplicadas, seguimos considerando que es uno de los puntos que precisan de mayor desarrollo posterior, tal como poníamos de manifiesto cuando proponíamos el método en el apartado precedente.

No obstante, queremos hacer constar que la vía de investigación, que queda abierta, estaría centrada en la fijación de los pesos en base a alguna ordenación de los modelos dependiendo de las varianzas relativas de las variables implicadas, obtenida a partir de experimentación de tipo Montecarlo.

Solamente cabría añadir, entonces, que serían muy bienvenidas cualesquiera sugerencias que el lector interesado pudiera aportar al respecto.

4.6.2.- Utilización auxiliar del método EPP ampliado.

Tal como adelantábamos al principio de este sexto apartado, además de la utilidad directa del método EPP ampliado, como una alternativa más de estimación de parámetros cambiantes, éste puede ser utilizado en combinación con otros métodos de estimación facilitando así la aplicación de los mismos.

Esta utilización auxiliar, puede realizarse en una amplia gama de variantes, que abarcarían, desde la simple utilización para detectar el posible punto de cambio de estructura, necesario para aplicar los modelos regresiones cambiantes en su

sentido más amplio, hasta inferir los valores desconocidos de las matrices que utiliza el filtro de Kalman.

A continuación vamos a tratar de concretar algunas de las aplicaciones más directas que pueden realizarse:

- **Determinación del punto o puntos de cambio estructural que separan los distintos regímenes, necesario para la aplicación de los modelos de regresiones cambiantes.**

Los puntos de cambio estructural se determinan aplicando los correspondientes contrastes desarrollados en el capítulo segundo, a los parámetros estimados con el método EPP ampliado.

- **Utilización de los parámetros estimados con EPPa para inferir el tipo de evolución de los parámetros y decidir qué modelo de parámetros cambiantes se adecua más al fenómeno en análisis.**

Mediante la simple observación gráfica de los parámetros estimados o bien realizado algún tipo de ajuste funcional sobre los mismos, podremos inferir la función de evolución de los parámetros y por tanto el tipo de modelo más adecuado.

- **Estimación de las matrices Σ_x y Σ_y del modelo de Cooley y Prescott(1973).**

Para la estimación de estas matrices, tendríamos que realizar las siguientes operaciones:

- **Realizar un ajuste funcional para cada uno de los parámetros estimados por EPPa sobre el tiempo.**

$$\hat{p}_{k,t}^{EPP} = \alpha_{k,0} + \alpha_{k,1}f + \dots + \alpha_{k,r}f^r + e_{k,t}$$

- Determinar los valores esperados de dichos parámetros deducidos del ajuste funcional.

$$\hat{\beta}_{k,t}^{EPP} = \hat{\alpha}_{k,0} + \hat{\alpha}_{k,1}f + \dots + \hat{\alpha}_{k,r}f^r$$

- Estimar un modelo autorregresivo sobre cada serie de valores esperados de los parámetros deducidos del ajuste funcional:

$$\hat{\beta}_{k,t}^{EPP} = \rho_k \hat{\beta}_{k,t-1}^{EPP} + e_{k,t}$$

- Utilizar las varianzas residuales del ajuste funcional como elementos de la matriz de varianzas del componente transitorio:

$$\hat{\Sigma}_k = \begin{bmatrix} \hat{\sigma}'_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \hat{\sigma}'_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \hat{\sigma}'_k \end{bmatrix}$$

siendo $\hat{\sigma}'_k = \frac{\hat{e}_k \hat{e}_k'}{N-(r+1)}$ y \hat{e}_k los residuos del ajuste funcional del parámetro k.

- Utilizar las varianzas residuales de los modelos autorregresivos como elementos de la matriz de varianzas del componente permanente:

$$\hat{\Sigma}_v = \begin{bmatrix} \hat{\sigma}_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \hat{\sigma}_2^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \hat{\sigma}_k^2 \end{bmatrix}$$

siendo $\hat{\sigma}_k^2 = \frac{\varepsilon_k' \varepsilon_k}{N-1}$ y ε_k los residuos del modelo autorregresivo del parámetro

k.

• Estimación de las matrices Σ_v y ψ del Filtro de Kalman.

Para la estimación de estas matrices podemos seguir un procedimiento similar al utilizado para el modelo de Cooley y Prescott, aunque ligeramente más simple, pues bastaría con estimar un modelo autorregresivo para cada uno de los parámetros EPPa y utilizar los correspondientes coeficientes como elementos de la matriz ψ y las varianzas de los residuos como elementos de la matriz Σ_v , tal como se describe a continuación:

$$\beta_{k,t}^{EPPM} = \theta_k \beta_{k,t-1}^{EPPM} + \varepsilon_{k,t}$$

$$\hat{\theta} = \begin{bmatrix} \hat{\theta}_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \hat{\theta}_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \hat{\theta}_k \end{bmatrix}$$

$$\hat{\Sigma}_\Psi = \begin{bmatrix} \hat{\sigma}_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \hat{\sigma}_2^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \hat{\sigma}_k^2 \end{bmatrix}$$

siendo $\hat{\sigma}_i^2 = \frac{\varepsilon_i' \varepsilon_i}{N-1}$ y ε_i los residuos del modelo autorregresivo del parámetro

k.

* Estimación de los parámetros de adaptación y varianzas del modelo de Rosenberg.

Esta última aplicación, al contrario que las anteriores, no aportaría ventajas adicionales sobre la aplicabilidad del modelo en cuestión, en este caso el de los parámetros convergentes, ya que, tal como pusimos de manifiesto al analizar este modelo, existen estimadores ya desarrollados para todos los elementos integrantes de este modelo.

Ahora bien, dado que estos estimadores están basados fundamentalmente en cálculos sucesivos de funciones de verosimilitud sobre el rango total de posibles valores de los parámetros, la disponibilidad de unos valores adecuados de partida facilita en gran medida estos procesos.

La forma de obtener estos valores iniciales, o estimaciones previas sería similar a las planteadas para el modelo de Cooley-Prescott o el filtro de Kalman; es decir, estimaríamos las relaciones necesarias entre los parámetros EPPa y utilizaríamos los valores deducidos de esta estimaciones en la aplicación del correspondiente modelo.

En el caso del planteamiento de Rosenberg, y dado que éste se realiza sobre datos mixtos, necesitaríamos disponer de muestras suficientes para cada individuo, de forma tal que se pudiera realizar una estimación EPPa para cada uno de ellos.

Una vez realizada esta estimación podríamos calcular los valores poblacionales (medias) para cada período, y deducir los valores de los coeficientes de adaptación así como sus covarianzas, planteando una serie de regresiones que reflejaran la especificación de Rosenberg, tal como aparece a continuación:

$$\beta_{k,m,t}^{EPPa} = \bar{\beta}_{k,t}^{EPPa} + \Delta(\beta_{k,m,t-1}^{EPPa} - \bar{\beta}_{k,t}^{EPPa}) + v_{k,t}$$

donde $\beta_{k,m,t}^{EPPa}$ son los correspondiente parámetros estimados por EPPa para cada grupo m y variable k.

$\bar{\beta}_{k,t}^{EPPa}$ sería la estimación del parámetro poblacional realizada mediante el método EPPa adaptado a datos mixtos (espacio-temporales).

Δ sería una matriz de parámetros a estimar.

Como puede comprobarse la utilización auxiliar del método EPP ampliado en combinación con el modelo de Rosenberg, sería bastante compleja y precisaría de algunas adaptaciones del método, por lo que habría que evaluar la ganancia relativa que se produciría en la estimación global por la incorporación de esta información adicional.

Lógicamente, las distintas utilizaciones auxiliares que se han planteado, responden a una aplicación muy directa de nuestro método, y por supuesto podrían

deducirse otras tantas aplicaciones alternativas, tanto o más útiles que las aquí presentadas.

En cualquier caso, no nos gustaría cerrar este apartado sin poner de manifiesto que, en cualquiera de las aplicaciones en que se utilice el método EPPa como procedimiento auxiliar, el citado componente de subjetividad que se incorpora en el mismo, se trasladaría a la "aplicación principal", con lo cual, aún reduciéndose la arbitrariedad que esta aplicación principal pudiera tener, no podríamos eliminarla por completo.

CAPITULO 5

**APLICACIÓN DEL MÉTODO DE ESTIMACIÓN
PARAMÉTRICA PONDERADA**



Cap. 5.- APLICACIÓN DEL METODO DE ESTIMACION PARAMÉTRICA PONDERADA.

Al lo largo de los capítulos precedentes hemos venido analizando la problemática del cambio estructural en los modelos econométricos desde un punto de vista teórico, planteando inicialmente el problema, presentando las distintas alternativas para su contrastación y determinando finalmente las posibilidades de corrección, que nos ofrece la literatura econométrica.

Dentro de las distintas alternativas para la contrastación y corrección del cambio estructural, hemos centrado el estudio en nuestra propio planteamiento del método EEP ampliado, como una opción novedosa para el tratamiento del citado problema.

Con esta finalidad, presentaremos, en primer lugar, la problemática de la implementación práctica del método, ya que al no estar, lógicamente, incorporado directamente en ningún software econométrico de tipo estándar, es preciso desarrollar subrutinas, expresadas en términos de ficheros de archivo por lotes (Batch files), que faciliten la aplicación sistemática del mismo.

A continuación, plantearemos las distintas posibilidades de análisis empírico que se derivan de la estimación paramétrica ponderada, para finalmente presentar los resultados obtenidos de una aplicación concreta realizada sobre las ecuaciones de comportamiento del Modelo Wharton-UAM.

5.1.- Implementación informática del Método EEPa.

Tal como recogíamos en el capítulo cuarto, la estimación mediante el método EEPa consiste básicamente en la realización por Mínimos cuadrados ponderados, de tantas estimaciones como puntos muestrales se disponga, alterando en cada estimación la variable utilizada para la ponderación. En este sentido, las etapas a cubrir para la aplicación del citado método serían las siguientes:

Etapas 1°.- Especificación de la ecuación a estimar.

Etapas 2°.- Selección del tipo de ponderación a aplicar.

Etapas 3°.- Generación de las correspondientes series de ponderaciones, en base al tamaño muestral disponible y el método seleccionado en el punto 2°.

Etapas 4°.- Realización de tantas estimaciones por Mínimos cuadrados ponderados, como puntos muestrales se dispongan, utilizando en cada estimación una ponderación diferente, de forma que, en cada estimación, sea un punto muestral diferente el tenga el mayor peso relativo.

Etapas 5°.- Calcular, si se considera oportuno, el valor de los distintos contrastes paramétricos planteados en el capítulo cuarto y que, a modo de resumen, se recogen en el cuadro siguiente.

CONTRASTES DE CAMBIO ESTRUCTURAL BASADOS EN EL METODO EPPs

Nº contraste	Descripción	Formulación
EPPs 1	Diferencias con la media precedente	$T_{n-1}^1 = \frac{\beta_{L1}^{EPPs} - \bar{\beta}_1^{EPPs}}{\sqrt{\hat{\sigma}_{\beta_{L1}}^2}}$ <p>siendo :</p> $\hat{\sigma}_{\beta_{L1}}^2 = \hat{\sigma}^2 (X'W_1^2X)^{-1} X'W_1^2W_1^2X(X'W_1^2X)^{-1}$
EPPs 2	Diferencias con coeficiente anterior	$T_{n-1}^2 = \frac{\beta_{L1}^{EPPs} - \beta_{L2}^{EPPs}}{\sqrt{\hat{\sigma}_{(\beta_{L1}, \beta_{L2})}^2}}$ <p>siendo :</p> $\hat{\sigma}_{(\beta_{L1}, \beta_{L2})}^2 = \hat{\sigma}^2 \cdot [(X'W_{11}^2X)^{-1} X'W_{11}^2W_{11}^2X(X'W_{11}^2X)^{-1} + (X'W_{22}^2X)^{-1} X'W_{22}^2W_{22}^2X(X'W_{22}^2X)^{-1} - 2 \cdot (X'W_{11}^2X)^{-1} X'W_{11}^2W_{22}^2X(X'W_{22}^2X)^{-1}]$
EPPs 3	Diferencias con coeficiente de MCO.	$T_{n-1}^3 = \frac{\beta_1^{EPPs} - \hat{\beta}}{\sqrt{\hat{\sigma}_{(\beta_1^{EPPs}, \hat{\beta})}^2}}$ <p>siendo :</p> $\hat{\sigma}_{(\beta_1^{EPPs}, \hat{\beta})}^2 = \hat{\sigma}^2 \cdot [(X'W_1^2X)^{-1} X'W_1^2W_1^2X(X'W_1^2X)^{-1} - (X'X)^{-1}]$

Teniendo en cuenta las etapas anteriormente explicitadas y una vez cubiertas las dos primeras, que hacen referencia no tanto al método, como a la aplicación concreta a realizar, el primer paso a ejecutar en la aplicación del método consistirá en la generación de dichas series de ponderación a partir de determinadas progresiones, aritméticas o geométricas y siguiendo la formulación recogida en el capítulo cuarto.

5.1.1.- Generación de las series de ponderación a utilizar.

Como quiera que las distintas ponderaciones dependen directamente del tamaño muestral disponible, sería preciso recalculer todas las ponderaciones cada vez que se alterara dicho período muestral.

Para facilitar esta labor de generación de las series de ponderaciones, hemos desarrollado un programa en Clipper⁶ de forma tal que, una vez seleccionado el tamaño muestral y el tipo de ponderación a aplicar (ponderación simple, ponderación lineal máxima o ponderación geométrica con razón variable desde 1.1 hasta 2), el programa genera un fichero ASCII con las correspondientes series de ponderación y que puede ser fácilmente incorporado en los distintos programas convencionales de estimación econométrica.

Este programa, cuya desarrollo e instrucciones de manejo se incluyen en el anexo, se encuentra disponible en el diskette adjunto.

Una vez construidas las series de ponderaciones, procederíamos a la aplicación del método EEPa, pudiendo diferenciar dos situaciones alternativas:

- obtención de las series de parámetros estimados.
- obtención de las series de parámetros estimados y los correspondientes contrastes de cambio estructural derivados de los mismos.

5.1.2.- Obtención de las series de parámetros.

Si el objetivo de la investigación a realizar se centra únicamente en la obtención de las series de parámetros EPPa, el problema se simplifica de forma importante pudiendo llevarse a cabo en cualquier programa de estimación estándar que incorpore la opción de mínimos cuadrados ponderados.

⁶ CLIPPER es una marca registrada por NANTUCKED CORPORATION.

El proceso de estimación se llevaría a cabo en las siguientes etapas:

1º) Determinación del período muestral (N)

2º) Generación de las N variables de ponderación mediante el programa desarrollado al efecto. (GENERA.EXE).

3º) Incorporación de las series así obtenidas al espacio de trabajo donde se encuentran los datos originales de las series, teniendo en cuenta que las distintas series aparecen recogidas en el fichero ASCII de forma secuencial, es decir, aparecen en primer lugar todos los datos de la primera serie, seguidos de la segunda, tercera, etc, hasta completar el total de las N series necesarias, (tantas como períodos muestrales se disponga).

4º) Realización de N estimaciones por Mínimos cuadrados ponderados modificando en cada estimación la variable de ponderación, y almacenando sistemáticamente los distintos valores de los parámetros estimados.

A título de ejemplo vamos a presentar la secuencia de operaciones que deberíamos realizar en un software convencional como es el MicroTSP⁷, para la realización de dicha estimación.

a) En un espacio de trabajo previamente creado, incorporamos las variables necesarias para la estimación; p.e Y X1 X2 X3. (si hubiera que introducir término constante sería recomendable generar directamente una variable con valor unitario en todas las observaciones).

b) Una vez determinado el tamaño muestral (p.e. 25 observaciones) se ejecutaría el programa GENERA.EXE seleccionándose tanto el número de observaciones (25) como el tipo de ponderación a aplicar (p.e. geométrica

⁷ MicroTSP es una marca registrada por Quantitative Micro Software.

de razón 1.2), así como el nombre del fichero ASCII donde se generan las distintas variables.(p.e. PESOS.PRN)

c) Para incorporar las ponderaciones generadas al espacio de trabajo de MicroTSP, es necesario ejecutar el comando de lectura de ficheros (READ) seleccionando la opción de "Datos ordenados por series " (S), seguido del nombre del fichero a leer (PESOS.PRN) y los nombres de las variables de ponderación (p.e. V1, V2,...V25).

d) Realizadas estas operaciones procederíamos a la obtención de los distintos parámetros mediante el comando de estimación por Mínimos cuadrados ponderados, con cada una de las series de ponderación: LS(W = V1) Y X1 X2 X3, LS(W = V25) Y X1 X2 X3, almacenando los coeficientes estimados en cada una de las etapas.

Para facilitar esta labor se ha desarrollado un nuevo programa en CLIPPER que "escribe" un fichero de archivo por lotes conteniendo las instrucciones básicas para la realización de la estimación.

Este programa, que se incluye igualmente en el diskette adjunto y cuyas instrucciones básicas de manejo se recogen en el anexo, realiza las siguientes operaciones:

1º) Creación de un espacio de trabajo en MicroTSP

2º) Lectura del fichero original de datos, que debe contener, por columnas los datos de la variable endógena seguida de los correspondientes a las variables explicativas.

3º) Lectura del fichero que contiene las series de ponderaciones generadas previamente con el programa GENERA.

4º) Realización de todas las estimaciones necesarias mediante Mínimos cuadrados ponderados.

5º) Creación de un fichero ASCII de resultados de la estimación, conteniendo tanto los resultados básicos de la estimación por MCO, incluyendo gráfico de residuos, como los datos de las series de coeficientes estimados por EPPa.

Para ejecutar este fichero de archivo por lotes en MicroTSP, bastará con cargar el programa y ejecutar la instrucción: > RUN seguida del nombre del fichero generado, que tendrá la extensión .TSP

En los cuadros siguientes se presentan, a título de ejemplo, el fichero de archivo por lotes generado por el programa FICHEROS, así como el fichero ASCII de resultados.

```

FICHERO DE ENTRADA EN EBBOTOP

create s 73 93
read(s) DATA.PRM Y X1 X2 X3
read(s) P21.PRM 21
for 10=1 to 21
  la(s=var(0) Y X1 X2 X3
  amp1 10-72 10+72
  parm P21-C(1)
  parm P22-C(2)
  parm P23-C(3)
  amp1 73 93
next
option output EJEMPLO.SAL
run
la(r) Y X1 X2 X3
parm1 px1 px2 px3
poff
option output off
    
```

En las tablas de resultados que se generan a partir de la ejecución del archivo anterior, y que se recogen en la página siguiente, todas las variables aparecen con denominaciones genéricas, debiendo interpretarse tal como aparece a continuación:

Y: Variable endógena.

X0: Término constante (si existiera).

X1,X2,...: Variables explicativas.

PX0, PX1, PX2,...: Valores de los coeficientes estimados por el método EPPa.

EJEMPLO DE RESULTADOS DE LA ESTIMACIÓN ERPa EN MicroTOP

14 // Dependent Variable: 10 Y
 Date: 1-10-1995 / Time: 17:11
 User: user / 1973 - 1993
 Number of observations: 21

VARIABLE	COEFFICIENT	STD. ERROR	T-STAT.	2-TAIL SIG.
C1	1.383446	0.0741664	17.09967	0.0000
C2	0.2331795	0.0960406	2.383415	0.0131
C3	-13.352107	0.0235501	-1.713073	0.037

R-squared: 0.94022 Mean of dependent var: 2.72430
 Adjusted R-squared: 0.942691 S.D. of dependent var: 1.14616
 S.E. of regression: 3.104823 Sum of squared resid: 1.174884
 Log likelihood: -51.96936 F-statistic: 169.4914
 Durbin-Watson stat: 1.938839 Prob(F-statistic): 0.000000

Residual Plot obs RESIDUAL ACTUAL FITTED

obs	RESIDUAL	ACTUAL	FITTED
1973	-1.60138	10.3527	13.0371
1974	-3.63023	0.50330	3.63161
1975	-3.81963	0.40771	4.32733
1976	3.09094	-14.1054	-16.2043
1977	-3.43208	-11.5867	-8.15432
1978	0.70991	0.96036	-1.61637
1979	3.34810	14.2413	10.8932
1980	-3.35716	0.10772	-1.83056
1981	0.51305	32.3102	33.8233
1982	1.80905	-16.0259	-17.8349
1983	4.18485	23.3011	19.1167
1984	4.26477	-10.7002	-16.9648
1985	1.19703	8.48703	6.28966
1986	-1.04446	21.4405	20.3959
1987	-1.15706	13.2317	14.4000
1988	0.49152	5.93301	6.4229
1989	3.07865	-1.61341	-0.53495
1990	4.15804	16.1831	12.0278
1991	3.67134	2.99609	3.66943
1992	3.61632	1.93609	0.37744
1993	-4.10307	-19.8366	-15.7335

obs	RES	RES	RES
1973	1.133002	0.149004	-59.08039
1974	1.121707	0.134606	-59.67971
1975	1.112971	0.129345	-59.40006
1976	1.126085	0.151363	-61.01292
1977	1.190436	0.172314	-43.91661
1978	1.130921	0.120059	-45.02736
1979	1.140022	0.138134	-41.71177
1980	1.133377	0.140099	-41.19076
1981	1.164702	0.121797	-31.22028
1982	1.107106	0.109097	-29.30804
1983	1.110002	0.103010	-29.10007
1984	1.137104	0.131819	-28.12003
1985	1.191303	0.172735	-17.30000
1986	1.127000	0.150436	-18.59113
1987	1.100314	0.104908	-7.113000
1988	1.101345	0.125193	-8.032438
1989	1.137407	0.137019	-5.468025
1990	1.148003	0.109300	-6.36111
1991	1.145116	0.109070	-7.341197
1992	1.131001	0.104092	-8.900005
1993	1.104703	0.105003	-15.90490

5.1.3.- Obtención de las series de parámetros estimados y los correspondientes contrastes de cambio estructural derivados de los mismos.

El problema principal que surge para la obtención de los tres contrastes alternativos, planteados en el capítulo cuarto con el fin de determinar la existencia de posibles cambios estructurales, se centra en la obtención de los valores de las varianzas estimadas que figuran en el denominador de dichos contrastes; pues, si bien el valor de los parámetros estimados se puede obtener, como hemos visto, con una opción simple de mínimos cuadrados ponderados, la obtención de estas varianzas requiere de la realización de algunos cálculos matriciales complementarios.

Para la aplicación concreta que presentamos en este trabajo se ha utilizado el programa TSP⁸, que además de incorporar la mayoría de las alternativas estándar de estimación, permite la realización de cálculo matricial de una forma muy sencilla e inmediata.

Lógicamente, la obtención de los valores de los distintos contrastes no se realiza de forma automática y precisa nuevamente de la elaboración de un fichero de trabajo por lotes.

Por la forma especial que tiene éste programa de ejecutar bucles es preciso particularizar estos ficheros de trabajo por lotes para cada tamaño muestral y número de variables explicativas incorporadas en la ecuación.

Nuevamente, para facilitar esta labor de creación del fichero de trabajo por lotes a aquellos posibles usuarios no familiarizados con este tipo de aplicaciones, se ha incorporado al citado programa FICHEROS, una opción, que al igual que en

⁸ TSP es una marca registrada por TSP International.

el caso anterior, "escribe" el programa concreto para cada estimación, realizando las siguientes operaciones:

1º) Lectura de los ficheros de datos.

2º) Estimación de la ecuación por MCO.

3º) Formación de las matrices de entrada :

Y: Variable endógena

X: Variables exógenas

WW_i: Matrices de ponderaciones

4º) Cálculo de los parámetros recursivos:

$$\beta = (X'WW'X)^{-1}X'WW'Y$$

5º) Cálculo de las varianzas de cada uno de los contrastes.

$$\sigma^2_1 = (X'WW'X)^{-1}X'WW'WW'X(X'WW'X)^{-1}$$

$$\sigma^2_2 = (X'WW_{12}'X)^{-1}X'WW_{12}'WW_{12}'X(X'WW_{12}'X)^{-1} + \\ (X'WW_{22}'X)^{-1}X'WW_{22}'WW_{22}'X(X'WW_{22}'X)^{-1} - \\ 2(X'WW_{12}'X)^{-1}X'WW_{12}'WW_{22}'X(X'WW_{22}'X)^{-1}$$

$$\sigma^2_3 = (X'WW'X)^{-1}X'WW'WW'X(X'WW'X)^{-1} - (X'X)^{-1}$$

6º) Cálculo de los estadísticos de los distintos contrastes.

7º) Generación del fichero de salida.

La secuencia de operaciones a realizar para obtener la estimación mediante EPPa, así como las series de los tres contrastes alternativos desarrollados, es la siguiente:

1º) Determinación del período muestral y el número de variables explicativas a incorporar en la regresión.

2º) Obtención de las series de ponderaciones necesarias para el tamaño muestral seleccionado, mediante el programa GENERA.

3º) Ejecutar el programa de generación de ficheros de archivo por lotes, seleccionando la opción de TSP.

4º) Finalmente, se obtendrían los resultados de la estimación ejecutando en TSP el fichero de archivo por lotes anteriormente generado.

Los resultados obtenidos son similares a los recogidos en el cuadro de la página siguiente y donde, como puede comprobarse, aparece el resultado de la estimación por MCO, así como una matriz para cada uno de los coeficientes estimados, denominadas respectivamente, RESEPP1, RESEPP2, ..., etc, con tantas filas como puntos muestrales se disponga y cuatro columnas, la primera de las cuales contiene el valor del parámetro estimado y las otras tres los valores de los estadísticos calculados respectivamente para cada uno de los tres contrastes propuestos, tal como figura en la tabla siguiente:

CONTENIDO DE LAS MATRICES DE RESULTADOS

Nº col.	Contenido
1	Valor del parámetro estimado por EPPs.
2	Estadístico de diferencia con la media precedente
3	Estadístico de diferencia con el parámetro precedente
4	Estadístico de diferencia con el parámetro estimado por MCO.

Todos los resultados presentados en la salida estándar están referidos, como en el caso anterior, a variables genéricas, es decir, la variable endógena siempre vendrá representada por Y, el término constante, en esta ocasión representado por K, y cada una de las variables explicativas como X1, X2, ..., etc.

RESULTADO TIPO DE LA ESTIMACION POR EPP₂ EN TSP

Equation 1
 ESTIMACION

Method of estimation - Ordinary Least Squares

Dependent variable: Y
 Current sample: 1968 to 1993
 Number of observations: 14

MEAN 13.6558 S2 1.153100 SMOO 877775 SREO -5.64001
 SDV 2.64245 S 1.073929 DV 1.85004 LOGL -5.74191
 SSR 1.86216 R2 0.978496 FST 373.952

Variable	Estimated Coefficient	Standard Error	t-statistic
K	-2.14921	0.60434	-3.55636
X1	1.06094	0.48393	2.19244

RESRPP1

	1	2	3	4
1	-2.27529	0.00000	0.00000	-0.24822
2	-2.29168	-0.0097740	-0.51805	-0.27972
3	-2.31307	-0.022704	-0.69915	-0.32052
4	-2.33223	-0.036110	-0.72247	-0.34062
5	-2.33213	-0.032894	-0.054140	-0.43813
6	-2.25104	0.055065	0.38739	-0.26163
7	-2.37100	-0.079244	-0.43182	-0.53014
8	-1.75038	0.60934	2.36090	0.90263
9	-1.29710	0.96265	1.57883	1.92314
10	-1.13361	1.03832	0.77668	1.83905
11	-1.05920	0.97329	0.25289	1.76388
12	-0.97302	0.91496	0.34807	1.66001
13	-1.09566	0.65793	-0.35817	1.24494
14	-1.25346	0.39400	-0.37825	0.80309

RESRPP2

	1	2	3	4
1	1.10121	0.00000	0.00000	0.49419
2	1.10404	0.026140	0.51804	0.59196
3	1.10448	0.022693	0.12322	0.59135
4	1.10280	-0.0059885	-0.51386	0.51335
5	1.10163	-0.022776	-0.097706	0.59561
6	1.09296	-0.15971	-0.69285	0.26154
7	1.09226	-0.13893	0.017022	0.25089
8	1.04702	-0.83603	-2.52656	-1.23700
9	1.01769	-1.11987	-1.49725	-1.74681
10	1.00581	-1.15242	-0.74571	-1.92128
11	1.00344	-1.01360	-0.11057	-1.73152
12	0.99981	-0.92843	-0.22657	-1.64008
13	1.00952	-0.67172	0.37106	-1.25561
14	1.01924	-0.41195	0.37825	-0.81602

5.2.- Posibilidades de análisis derivadas de la estimación paramétrica ponderada.

A partir de este punto, y una vez planteado el método de estimación paramétrica ponderada y desarrollada la aplicación informática necesaria para su aplicación, se abren múltiples posibilidades de realización de análisis alternativos, tanto desde un punto de vista estrictamente econométrico, como desde una perspectiva más puramente económica.

En este sentido hemos realizado una primera clasificación de este amplio abanico de posibilidades, atendiendo precisamente a ese doble punto de vista aludido; y que, si bien no son privativas del método de estimación paramétrica ponderada, sí que pueden ofrecer interesantes resultados diferenciales.

- ANÁLISIS DE TIPO ECONOMETRICO

Bajo esta denominación hemos incluido algunas de las posibilidades de aplicación del método EPPa y cuyo objetivo básico se centra en el análisis metodológico del mismo y que podemos resumir en los siguientes puntos.

- Comparación de la evolución de los coeficientes estimados mediante EPPa frente a otros métodos alternativos tales como estimación recursiva, regresiones deslizantes, regresiones partidas, etc.
- Análisis del comportamiento de los distintos contrastes desarrollados a partir de los estimadores EPPa, ante incumplimientos de la hipótesis básicas del modelo básico de regresión lineal.
- Comparación de los resultados obtenidos con distintas ponderaciones alternativas.

- Incidencia de los puntos atípicos, ("outliers") sobre los parámetros estimados.

- Análisis comparado de la potencia de los contraste basados en estimación paramétrica ponderada frente a otros contrastes propuestos en la literatura econométrica.

- Comparación de las predicciones obtenidas con estimaciones EPPa frente las obtenidas con estimadores clásicos.

- **ANÁLISIS DE TIPO ECONOMICO.**

En este segundo grupo hemos incorporado un conjunto de posibles estudios a realizar cuyo objetivo básico consiste en el análisis de la evolución de los fenómenos económicos, representados mediante ecuaciones estimadas con el método EPPa; pudiendo concretarlos en los siguientes aspectos:

- Determinación de la existencia de cambios estructurales en el sistema económico.

- Fijación de los períodos de cambio en las estructuras, tratando de determinar cuál han sido los puntos más "dinámicos" en nuestra historia reciente.

- Determinación de los tipos de evolución de los coeficientes, tratando de averiguar si responden a unas tipologías específicas.

- Análisis económico de la evolución de los coeficientes, comparando las magnitudes de los mismos ante situaciones diferentes del entorno.

- **Determinación de las posibles causas que provocan la alteración en los coeficientes, tratando de explicar porqué han variado en el pasado, e intentar predecir sus posibles variaciones futuras.**
- **Realización de simulaciones dentro del rango de variación de los coeficientes, pudiendo ofrecer distintos escenarios alternativos de predicción.**

Como es lógico, a este catálogo inicial podríamos ir añadiendo nuevas alternativas o variantes de las mismas, de forma tal que su puesta en práctica de forma sistemática quedaría, como puede enterse fácilmente, fuera de las dimensiones razonables de una tesis doctoral.

Por este motivo, hemos seleccionado alguna de estas alternativas, cuyos resultados se expondrán a continuación a título casi de ejemplo, siendo plenamente conscientes de la necesidad, tanto de ampliar en el futuro las líneas aquí apuntadas, como de profundizar en los resultados inicialmente obtenidos.

Esta selección de alternativas a la que hacíamos referencia se ha concentrado en aquellas aplicaciones, de tipo esencialmente económico, susceptibles de realizarse sobre las ecuaciones de comportamiento del modelo Wharton-UAM, ya que de esta forma cubriríamos el doble objetivo de plantear las posibilidades reales del método, a la vez que se analizaba la adecuación de dicho modelo a la realidad económica española de los últimos años.

Dado que la opción seleccionada consiste precisamente en una aplicación sistemática del método EPPa al conjunto de ecuaciones del citado modelo Wharton-UAM, es necesario que determinemos previamente cuál va a ser el tipo de ponderación que se va a utilizar.

Considerando que una elección puramente subjetiva de esta ponderación podría conducirnos a resultados erróneos, intentamos plantearnos esta selección

basándonos en los resultados obtenidos en un experimento controlado en el que, trabajando con series generadas empíricamente y utilizando distintas ponderaciones, representativas del rango total de posibilidades, poderíamos inferir la distribución más adecuada.

Con esta finalidad se diseñó un ejercicio de tipo montecarlo, en el que se realizaban estimaciones alternativas de un mismo modelo mediante el método EPPa utilizando ponderaciones diferentes.

El desarrollo de este ejercicio se llevó a cabo en las siguientes etapas:

1º) En primer lugar se generaban distintas variables aleatorias que actuarían como explicativas, partiendo de distribuciones normales y realizando distintos tipos de transformaciones para obtener variables tanto estacionarias como tendenciales, considerando las siguientes formulaciones:

• Para las variables con tendencia:

$$X_t = \text{ABS}(XX) \cdot A_t + N$$

siendo:

XX un valor aleatorio generado mediante una distribución normal de con media y desviación típica unitarias

A_t una variable que toma secuencialmente valores 1,2,3,... etc, hasta completar el total de puntos muestrales.

N el número de la simulación realizada y que variaba desde 1 a 50.

• Para las variables estacionarias:

$$X_t \sim N(2,3)$$

Es decir se utilizaban directamente los valores aleatorios generados a partir de una variables normal de media 2 y desviación típica 3.

2º) A continuación se calculaban los valores de las distintas variables endógenas como el resultado de multiplicar la variable exógena correspondiente por el valor de la pendiente, añadiéndole el valor del término constante más una perturbación aleatoria, generada a partir de una distribución, igualmente normal con media cero y desviación típica 2, tal como se recoge en la siguiente expresión.

$$Y_t = \alpha_t + \beta_t \cdot X_t + U_t$$

$$U_t \sim N(0,2)$$

Los distintos valores de la pendiente y del término constante se determinaron considerando distintas situaciones de cambio estructural teniendo en cuenta dos factores, el punto muestral donde se producía el cambio, y el parámetro o parámetros que se veían afectados, planteándonos las combinaciones que se presentan en el cuadro siguiente:

Parámetros afectados	Puntos de ruptura	
	Al principio de la muestra	En el centro de la muestra
Ninguno	$\left. \begin{matrix} \alpha_t = \alpha \\ \beta_t = \beta \end{matrix} \right\} \forall t=1,2,\dots,T$	$\left. \begin{matrix} \alpha_t = \alpha \\ \beta_t = \beta \end{matrix} \right\} \forall t=1,2,\dots,T$
Término constante	$\alpha_t = \alpha \quad \forall t=1,2,\dots,5$ $\alpha_t = 1.5 \cdot \alpha \quad \forall t=5,6,\dots,T$ $\beta_t = \beta \quad \forall t=1,2,\dots,T$	$\alpha_t = \alpha \quad \forall t=1,2,\dots,T/2$ $\alpha_t = 1.5 \cdot \alpha \quad \forall t=T/2+1,\dots,T$ $\beta_t = \beta \quad \forall t=1,2,\dots,T$
Pendiente	$\alpha_t = \alpha \quad \forall t=1,2,\dots,T$ $\beta_t = \beta \quad \forall t=1,2,\dots,5$ $\beta_t = 1.5 \cdot \beta \quad \forall t=5,6,\dots,T$	$\alpha_t = \alpha \quad \forall t=1,2,\dots,T$ $\beta_t = \beta \quad \forall t=1,2,\dots,T/2$ $\beta_t = 1.5 \cdot \beta \quad \forall t=T/2+1,\dots,T$
Ambos	$\left. \begin{matrix} \alpha_t = \alpha \\ \beta_t = \beta \end{matrix} \right\} \forall t=1,2,\dots,5$ $\left. \begin{matrix} \alpha_t = 1.5 \cdot \alpha \\ \beta_t = 1.5 \cdot \beta \end{matrix} \right\} \forall t=5,6,\dots,T$	$\left. \begin{matrix} \alpha_t = \alpha \\ \beta_t = \beta \end{matrix} \right\} \forall t=1,2,\dots,T/2$ $\left. \begin{matrix} \alpha_t = 1.5 \cdot \alpha \\ \beta_t = 1.5 \cdot \beta \end{matrix} \right\} \forall t=T/2+1,\dots,T$

3º) Realizar las correspondientes estimaciones EPPa de la variable endógena Y , en función de la exógena X , y un término constante.

Para cada uno de los modelos así planteados se realizaron estimaciones considerando tres tamaños muestrales diferentes, de 15, 25 y 50 observaciones respectivamente, y utilizando en cada caso tres tipos de ponderaciones diferentes siguiendo las siguientes distribuciones, que consideramos como representativas del rango total de posibilidades:

- Ponderación lineal máxima.
- Ponderación geométrica de razón $r = 1.2$.
- Ponderación geométrica de razón $r = 1.7$.

4º) Finalmente y para cada uno de los caso analizados se calculo el valor del primer tipo de contraste planteado, el de diferencias con la media precedente, evaluando a posteriori si este contraste detectaba correctamente los cambios de estructura inducidos.

- Principales resultados del experimento

Considerando todas las combinaciones posibles entre los diferentes tipos de modelos el experimento quedó finalmente configurado de la siguiente forma:

- 2 Tipos de series, estacionarias y con tendencia.
- 2 Puntos de cambio estructural, al principio y en el medio de la muestra.
- 3 Tipos de cambio estructural, en el termino constante, en la pendiente y en ambos.
- 3 Tipos de muestras alternativas, de 15, 25 y 50 datos respectivamente.

El número de combinaciones posibles ascendería al producto de todas las variantes incluidas es decir 36 ($2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$), al que añadiéndole el producto de los dos tipos de series y las tres muestras alternativas en las que se mantenía el valor

de los parámetros, alcanzarían un total de 42 casos ($36 + 2 \cdot 3$), que se estimaron con cada una de las tres ponderaciones alternativas.

En cada una de las 126 estimaciones planteadas (42 casos \cdot 3 ponderaciones), se repitió la estimación en un total de 50 ocasiones, con lo que el total de regresiones analizadas fueron de 6300 ($126 \cdot 50$).

Para determinar la bondad relativa de cada una de las ponderaciones utilizadas, que era el objetivo perseguido, se calculó la probabilidad de cometer errores de tipo I (no detectar cambio de estructura cuando lo hay), y la probabilidad de cometer errores de tipo II (Detectar cambio cuando no lo hay), determinando siempre dicha probabilidad en términos frecuentistas, es decir, número de casos favorables entre número total de casos.

Del análisis inicial de los resultados obtenidos, pudimos comprobar, en primer lugar la no adecuación de las generadas para el análisis que se pretendía realizar, ya que al presentar un comportamiento excesivamente errático, en comparación con las variables que habitualmente se manejan en los modelos aplicados, los resultados aquí obtenidos no eran directamente extrapolables a modelos con variables "reales".

Ahora bien, como quiera que el objetivo básico no era el de analizar específicamente la potencia de cada una de las distribuciones utilizadas, sino tratar de apoyar una selección de la ponderación a aplicar en el ejercicio que nos proponíamos, y que de otro modo hubiera sido arbitraria, se seleccionó la ponderación que en este experimento se presentaba como más adecuada, quedando pendiente para futuras investigaciones la depuración del experimento realizado y su replanteamiento si fuera necesario.

Esta ponderación que inicialmente se mostraba mas adecuada era precisamente que se deriva de una progresión geométrica de razón $r = 1.2$, ya que ponderaciones más "cargadas" como la de razón $r = 1.7$, elevaban en exceso la

probabilidad de cometer errores de tipo II (Detectar cambio de estructura cuando no lo hay), mientras que la ponderación lineal presentaba una fuerte probabilidad de cometer errores de tipo I (No detectar el cambio de estructura cuando lo hay).

En efecto, cuando la diferencia entre los pesos máximos y mínimos de una distribución es relativamente pequeña, como es el caso de la ponderación lineal máxima, las diferencias entre los coeficientes estimados tienden a ser, igualmente pequeñas, y aún cuando se produzca una alteración en los parámetros del modelo, ésta no es recogida de forma adecuada por los coeficientes estimados por EPPa.

En el extremo contrario, cuando las distribuciones están excesivamente cargadas (ponderación geométrica de razón $r = 1.7$), se produce una pérdida de información en las estimaciones, pues aún cuando las ponderaciones hayan sido calculadas de forma que todas las observaciones tengan una cierta ponderación, aunque ésta sea muy pequeña, en la práctica y tal como se recoge en el cuadro siguiente, las ponderaciones de los extremos son inferiores a una milésima lo que supone prácticamente una pérdida de la información contenida en dichas observaciones.

Para ilustrar estos últimos comentarios, hemos elaborado el cuadro que figura a continuación, donde presentamos las ponderaciones máximas y mínimas, en los puntos extremos de la muestra ($t = 1$ y $t = N$), de las distribuciones de ponderación analizadas y para cada uno de los tamaños muestrales estudiados.

Muestra	Pond.lineal máxima		Pond.Geométrica $r = 1.2$		Pond.Geométrica $r = 1.7$	
	Máximo	Mínimo	Máximo	Mínimo	Máximo	Mínimo
15	0.08	0.04	0.17	0.013	0.41	0.0002
25	0.05	0.02	0.17	0.002	0.41	0.00001
50	0.02	0.01	0.17	0.00002	0.41	$< 10^{-4}$

Teniendo en cuenta las anteriores consideraciones, y en espera de la elaboración de un análisis más detallado, vamos a continuar realizando nuestra

aplicación, considerando una ponderación basada en una progresión geométrica de razón $r = 1.2$, que si bien no está demostrado que sea la ponderación óptima, sí que parece comportarse inicialmente mejor que las otras ponderaciones analizadas.

Lógicamente, todos los resultados y comentarios que se realizarán a continuación, deben considerarse como lo que son, es decir, una primera aproximación a los análisis que pueden plantearse a partir de la estimación paramétrica ponderada, y su validez esta condicionada por la selección del tipo de ponderación utilizada.

5.3.- Aplicación del método EPPa al Modelo Wharton-UAM.⁹

Como ya hemos adelantado al principio de este quinto capítulo, se ha desarrollado una aplicación concreta del Método EPPa sobre el conjunto de ecuaciones de comportamiento que se incorporan en el Modelo econométrico Wharton-UAM.

Ahora bien, antes de entrar en el análisis concreto de la experiencia realizada hemos considerado oportuno incluir una breve descripción del dicho modelo con el fin de facilitar la comprensión de cada una de las ecuaciones analizadas.

⁹ Dado que el objetivo de esta tesis no esta centrado específicamente en el Modelo Wharton-UAM, la presentación y características del mismo se realizará de una forma superficial, por lo que remitimos, al lector interesado, a las distintas publicaciones realizadas por el Instituto "L.R.Klein" sobre dicho modelo y cuya relación detallada puede encontrarse en el Documento 94/2, elaborado por Eritio Ferrer en Marzo de 1994.

- Características generales.

El Modelo Wharton-UAM es un modelo econométrico multicuacional, de corte Keynesiano y que se viene manteniendo y perfeccionando desde finales de los años 70 en el seno del Instituto "L.R.Klein" con el patrocinio de la asociación de empresas CEPREDE.

El objetivo principal con el que se elabora el modelo, es la realización de predicciones anuales sobre un conjunto de mas de 600 variables con un horizonte de cinco años.

En la actualidad se realizan un mínimo de cuatro simulaciones anuales, reestimándose el conjunto del modelo, al menos una vez cada año.

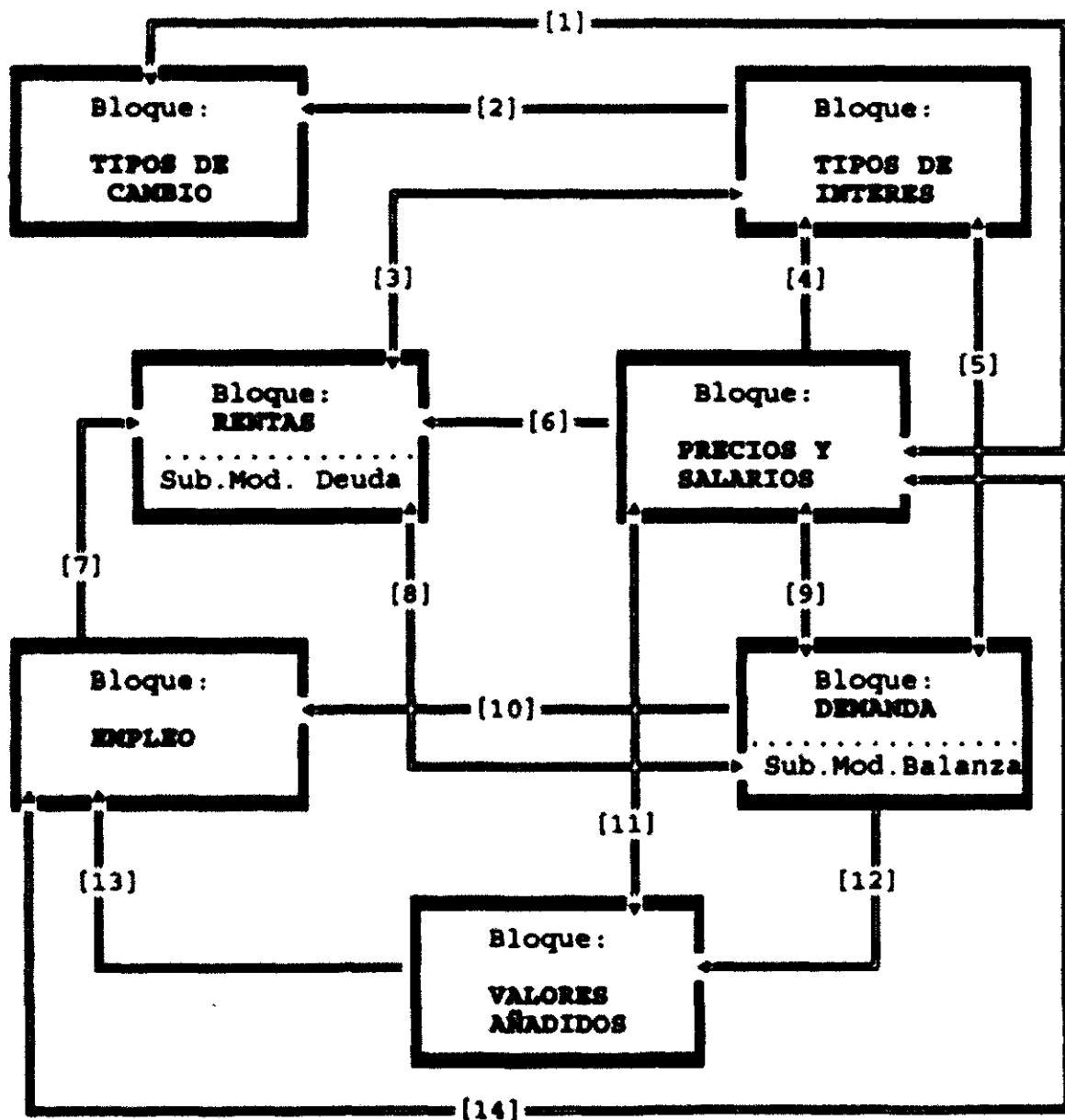
- Estructura y composición.

Por tratarse de un modelo en continuo perfeccionamiento su estructura y composición han ido variando sustancialmente a lo largo del tiempo, pasando de las 46 ecuaciones que componían el modelo inicial desarrollado por el profesor Vicéns(1979) y denominado "ESPAÑA CERO", hasta cerca del millar de ecuaciones que lo componen en la actualidad.

Dada la complejidad que suponen este tipo de modelos, se hace necesaria una segmentación del mismo en varios bloques centrados en las distintas vertientes de la realidad económica, y así, en la versión actual del modelo, se identifican un total de 7 bloques cuya denominación y relaciones se presentan en el esquema siguiente:

ESQUEMA DE INTERDEPENDENCIA ENTRE BLOQUES

MODELO WHARTON-UAM



- | | | | |
|------|------------------------|----|------------------------------------|
| [1] | Precios de exportación | -> | Tipo de cambio efectivo real. |
| | Precios de importación | <- | Tipo de cambio pta/\$. |
| [2] | Tipos de interés | -> | Tipo de cambio . |
| [3] | Tipos de interes | -> | Pagos por intereses AA.PP. |
| | Tipos de interes | <- | Deuda de las AA.PP. |
| [4] | Deflactor de Consumo | -> | Tipos de interes reales. |
| [5] | Tasa de crecimiento | -> | Tipos de interes reales. |
| | Inversión privada | <- | Tipos de interés. |
| [6] | Crecimiento salarial | -> | Rentas salariales. |
| [7] | Nivel de empleo | -> | Rentas salariales. |
| [8] | Nivel de crecimiento | -> | Renta global de la nación. |
| | Consumo público | <- | Renta y ahorro público. |
| | Consumo privado | <- | Renta disponible y ahorro privado. |
| [9] | Nivel de crecimiento | -> | Crecimiento salarial. |
| | Consumo e Inversión | <- | Precios de consumo e inversión. |
| | Valores corrientes | <- | Deflatores de demanda. |
| [10] | Nivel de crecimiento | -> | Nivel de empleo. |
| [11] | Productividad | -> | Precios de producción. |
| | Valores corrientes | <- | Deflatores de oferta. |
| [12] | Niveles de demanda | -> | Niveles de producción. |
| [13] | Niveles de producción | -> | Niveles de empleo. |
| [14] | Crecimiento salarial | <- | Tasa de desempleo. |
| | Salarios | -> | Niveles de empleo. |

Cada uno de estos bloques, está compuesto a su vez de un conjunto de ecuaciones de comportamiento e identidades cuya distribución cuantitativa se recoge en la tabla siguiente:

Dimensión actual del Modelo Wharton-UAM

Bloques	Ec.Comportamiento	Identidades	Variables exógenas	Total variables
TIPOS DE CAMBIO	2	41	29	72
TIPOS DE INTERES	5	30	37	72
PRECIOS	92	154	79	325
DEMANDA	35	101	104	240
RENTAS	33	61	45	139
EMPLEO	18	30	24	72
VALORES AÑADIDOS	9	308	37	354
TOTAL	194	722	166	1082

Nota al cuadro anterior: El total de variables exógenas no coincide con la suma de cada uno de los bloques ya que existen variables consideradas como exógenas de un determinado bloque pero que son endógenas de alguno de los otros.

- Consideraciones sobre las ecuaciones de comportamiento.

Como puede deducirse del cuadro precedente, el número de posibles ecuaciones a analizar mediante el método EPPa ascendería a un total de 194 (Ecuaciones de comportamiento).

Ahora bien, en este total de casi 200 ecuaciones, están incluidas unas 90 que, aún siendo tratadas como ecuaciones de comportamiento en el contexto del modelo global, (es decir no reflejen relaciones exactas entre variables), no son estimadas econométricamente en el sentido clásico.

Dentro de este conjunto de ecuaciones "especiales", se integran, tanto relaciones de ajuste entre variables de oferta y demanda, como relaciones de determinación de precios no observables y cuyos parámetros se obtienen directamente de las Tablas Input-Output.

Por este motivo, el total de ecuaciones sobre las que finalmente se ha realizado la aplicación ascienden a un total de 105, distribuidas entre los distintos bloques de la siguiente forma:

Tipos de cambio: 1	Tipos de interés: 5
Precios: 30	Demanda: 34
Rentas: 25	Empleo: 10

Como puede comprobarse, no aparece ninguna de las ecuaciones del bloque de Valores Añadidos, ya que éste se desarrolla en función de un modelo de tipo Input-Output expresado en términos de ecuaciones lineales, de forma que las 9 ecuaciones de comportamiento que aparecían en la tabla anterior sirven únicamente para garantizar la equivalencia entre oferta y demanda.

Finalmente, la lista de ecuaciones seleccionada para la aplicación del método EPPa es la que se recoge en la tablas siguientes, donde, junto al número de la ecuación y el nombre de la variable endógena correspondiente, aparece el período muestral utilizado y el número total de observaciones.

La especificación concreta, así como las variables que intervienen en cada ecuación se encuentran recogidas, junto con los resultados de la aplicación, en el diskette que se adjunta como anexo.

BLOQUE DE TIPO DE CAMBIO Y TIPO DE INTERÉS			
Num.	Período	VARIABLE ENDOGENA	Nº obs.
1	73-93	Índice de tipo de cambio \$/pta.	21
2	73-93	Tipo de interés real interbancario a 3 meses	21
3	80-93	Rendimiento de las letras del tesoro a 3 meses	14
4	78-93	Rendimiento real de la deuda pública a más de cuatro años	16
5	79-93	Rendimiento real de las obligaciones eléctricas	15
6	78-93	Tipo de interés real de los préstamos bancarios a L.P.	16

BLOQUE DE PRECIOS			
Num.	Período	VARIABLE ENDOGENA	Nº obs.
7	73-93	Precios de importación: Productos alimenticios	21
8	74-93	Precios de importación: Productos energéticos	20
9	73-93	Precios de importación: Bienes de consumo	21
10	72-93	Precios de importación: Bienes de equipo	22
11	74-93	Precios de importación: Bienes intermedios	20
12	73-93	Precios de importación: Otros servicios	21
13	74-93	Precios de importación de turismo	20
14	75-93	Crecimiento salarial por asalariado	19
15	74-93	Deflactor V.A.B.: Construcción	20
16	74-93	Deflactor V.A.B.: Bienes de equipo	20
17	74-93	Deflactor V.A.B.: Bienes intermedios	20
18	72-93	Deflactor V.A.B.: Bienes de consumo	22
19	74-93	Deflactor V.A.B.: Servicios destinados a la venta	20
20	74-93	Deflactor V.A.B.: Servicios no destinados a la venta	20
21	72-93	Deflactor de los impuestos a la importación	22
22	72-93	Deflactor del IVA	22
23	74-93	Deflactor del Consumo privado en alimentación	20
24	71-93	Deflactor del Consumo privado en no alimentación	23
25	71-93	Deflactor del Consumo público	23
26	77-93	Precios de exportación: Productos alimenticios	17
27	74-93	Precios de exportación: Productos energéticos	20
28	73-93	Precios de exportación: Bienes de consumo	21
29	72-93	Precios de exportación: Bienes de equipo	22
30	73-93	Precios de exportación: Bienes intermedios	21
31	70-93	Precios de exportación de Otros servicios	24
32	71-93	Precios de exportación de Turismo	23
33	71-93	Deflactor de la inversión privada en construcción no residencial	23
34	71-93	Deflactor de la inversión privada en equipo	23
35	71-93	Deflactor de la inversión en construcción residencial	23
36	70-93	Deflactor de la variación de existencias	24

BLOQUE DE DEMANDA			
Num.	Período	VARIABLE ENDOGENA	Nº obs.
37	71-93	Consumo privado real en alimentación	23
38	71-93	Consumo privado real en no alimentación	23
39	70-93	Consumo público real	24
40	72-93	Inversión real en construcción residencial	22
41	72-93	Inversión privada real en equipo	22
42	72-93	Inversión privada real en construcción no residencial	22
43	71-93	Exportaciones reales: Productos alimenticios	23
44	72-93	Exportaciones reales: Productos energéticos	22
45	71-93	Exportaciones reales: Bienes intermedios	23
46	71-93	Exportaciones reales: Bienes de equipo	23
47	71-93	Exportaciones reales: Bienes de consumo	23
48	70-93	Exportaciones reales de otros servicios	24
49	70-93	Exportaciones reales de turismo	24
50	72-93	Importaciones reales: Productos alimenticios	22
51	71-93	Importaciones reales: Productos energéticos	23
52	72-93	Importaciones reales: Bienes intermedios	22
53	70-93	Importaciones reales: Bienes de equipo	24
54	72-93	Importaciones reales: Bienes de consumo	22
55	71-93	Importaciones reales de otros servicios	23
56	71-93	Importaciones reales de turismo	23
57	70-93	Exportaciones de bienes (C.N.)	24
58	70-93	Importaciones de bienes (C.N.)	24
59	70-93	Exportaciones de bienes (B.P.)	24
60	70-93	Importaciones de bienes (B.P.)	24
61	70-93	Exportaciones de otros servicios (B.P.)	24
62	70-93	Importaciones de otros servicios (B.P.)	24
63	73-93	Rentas de la propiedad del resto del mundo	21
64	73-93	Pagos de la propiedad al resto del mundo	21
65	73-93	Transferencias privadas netas del resto del mundo	21
66	72-93	Transferencias públicas netas del resto del mundo	22
67	72-93	Importaciones de turismo (B.P.)	22
68	72-93	Exportaciones de turismo (B.P.)	22
69	78-93	Inversión extranjera directa	16
70	78-93	Inversión extranjera en inmuebles	16

BLOQUE DE RENTAS			
Num.	Período	VARIABLE ENDOGENA	N° obs.
71	71-93	Subvenciones a la explotación	23
72	71-93	Impuestos especiales a la producción	23
73	70-93	Rentas salariales del resto del mundo	24
74	70-93	Discrepancia estadística (B.P.- C.N.)	24
75	71-93	Transferencias netas de capital	23
76	71-93	Excedente Bruto de explotación: empresas no financieras	23
77	70-93	Excedente Bruto de explotación: familias	24
78	71-93	Rentas no salariales de las familias	23
79	78-93	Prestaciones sociales pagadas por las empresas	16
80	71-93	Prestaciones sociales pagadas por las AA.PP.	23
81	70-93	Otras transferencias privadas netas	24
82	78-93	Impuesto de la renta y patrimonio: familias	16
83	70-93	Cotizaciones sociales pagadas por las familias	24
84	79-93	Tasa de amortización del capital público	15
85	70-93	Impuesto de la renta y patrimonio: empresas	24
86	70-93	Cotizaciones sociales percibidas por las AA.PP.	24
87	70-93	Otras transferencias corrientes percibidas por las AA.PP.	24
88	78-93	Rentas de la propiedad y operaciones de seguro: AA.PP.	16
89	72-93	Capacidad o necesidad de financiación de la nación.	22
90	70-93	Transferencias netas de capital	24
91	70-93	Adquisiciones netas de terrenos de las AA.PP.	24
92	70-93	Formación bruta de capital: familias	24
93	70-93	Impuestos sobre el capital percibidos por las AA.PP.	24
94	70-93	Transferencias netas de capital AA.PP.	24
95	70-93	Impuestos a la importación	24

REDUCE DE EMPLEO			
Num.	Período	VARIABLE ENDOGENA	Nº obs.
96	71-93	Crecimiento del número total de ocupados	23
97	71-93	Horas medias trabajadas por persona y año	23
98	72-93	Población activa hombres de 16 a 19 años	22
99	70-93	Población activa hombres de 25 a 54 años	24
100	71-93	Población activa hombres de mas de 55 años	23
101	72-93	Población activa mujeres de 25 a 54 años	22
102	71-93	Población activa hombres de 20 a 24 años	23
103	72-93	Población activa mujeres de 16 a 19 años	22
104	72-93	Población activa mujeres de 20 a 24 años	22
105	71-93	Población activa hombres de mas de 55 años	23

5.3.1.- Planteamiento de la aplicación.

Una vez explicitado el procedimiento de aplicación del método EPPa y seleccionado el conjunto de ecuaciones, vamos a pasar a comentar los principales resultados obtenidos de la estimación de las mismas utilizando la distribución de ponderaciones que, según se derivaba del experimento de Montecarlo, parecía ofrecer los mejores resultados empíricos; es decir la ponderación geométrica de razón $r = 1.2$.

Para la realización de la estimación de las 105 ecuaciones seleccionadas mediante el método EPPa, se han utilizado los ficheros de archivo por lotes diseñados para TSP, de forma tal que, a la vez que se obtenían las distintas series de parámetros estimados, se procedía al cálculo de los estadísticos correspondientes a cada uno de tres contrastes planteados.

Adicionalmente, y con el fin de comparar la eficacia de nuestro método en relación con la estimación recursiva clásica, se han realizado otras tantas estimaciones en MicroTSP, calculando tanto el valor de los coeficientes recursivos, como el estadístico CUSUM-SQ y sus correspondientes bandas de fluctuación con el 95% de nivel de confianza.

Los resultados de ambos conjuntos de estimaciones, se encuentran recogidos en el diskette adjunto, donde para cada ecuación se presenta la siguiente información:

Nº de la ecuación.

A) Descripción de las variables.

B) Estimación por M.C.O.

C) Resultados de la estimación recursiva:

Valor de los parámetros.

Valor del estadístico CUSUM-SQ (Valores significativos *).

D) Resultados de la estimación EPPa.

A título de ejemplo presentamos en las páginas siguientes los resultados obtenidos para la primera de las ecuaciones.

Para facilitar la labor de puesta en práctica de la aplicación se adaptó el programa de generación de los ficheros de archivo por lotes (FICHTSP.EXE) para que recogiera la información de una base de datos, previamente creada con la información necesaria para cada ecuación, de forma que el programa elaborara automáticamente todos los ficheros necesarios.

Tanto la estimación de las ecuaciones por MCO así como la recursiva, que como decíamos le llevó a cabo en MicroTSP, fue realizada igualmente mediante un conjunto de ficheros Batch, que ofrecían automáticamente los resultados necesarios.

Una vez obtenidos los resultados globales se procedió a análisis de los mismos desde una triple vertiente:

- En primer lugar, se analizaron cuantitativamente el número de ecuaciones que presentaban cambio estructural según cada uno de los métodos utilizados.

- En segundo lugar se procedió a la determinación de los puntos muestrales, años, que presentaban los principales problemas de cambio estructural, diferenciando tanto bloques del modelo como métodos de determinación del cambio.

- Finalmente se realizó un análisis cualitativo de la evolución de los parámetros EPPa en aquellas ecuaciones que se consideraran más representativas del comportamiento de nuestra economía.

A continuación vamos a pasar a describir los principales resultados y conclusiones de cada una de tres vertientes del análisis.

2ª sección 1

A) Descripción de las variables:

INDICIA: Índice de precios de consumo (base 1970=100).
 DIFINDIA: Índice de precios de consumo (base 1970=100).
 APRI: Diferencial de precios de consumo (base 1970=100).
 Nota: En la descripción de estas variables se han considerado los períodos:

B) Estadísticas por año:

1970-1994 (variables de INDI y DIFINDIA)
 Base 1970=100 / 1970=100
 N=25 (datos 1970 - 1994)
 Rango de observaciones: 25

Variable	Media	Desviación estándar	Varianza	Coeficiente de correlación
INDIA	1.00000	0.00000	0.00000	0.00000
DIFINDIA	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
APRI	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
INDIA	1.00000	0.00000	0.00000	0.00000
DIFINDIA	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
APRI	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
INDIA	1.00000	0.00000	0.00000	0.00000
DIFINDIA	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
APRI	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
INDIA	1.00000	0.00000	0.00000	0.00000
DIFINDIA	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
APRI	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
INDIA	1.00000	0.00000	0.00000	0.00000
DIFINDIA	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
APRI	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000

C) Resultados de la estimación recursiva

Año	Parámetros recursivos			1994		
	INDIA	DIFINDIA	APRI	INDIA	DIFINDIA	APRI
1970	NA	NA	NA	NA	NA	NA
1971	NA	NA	NA	NA	NA	NA
1972	NA	NA	NA	NA	NA	NA
1973	4.910730	0.002232	-1709.199	0.010000	-0.0100	0.3517
1974	0.000001	-0.354710	49.35199	0.007000	-0.1001	0.4073
1975	1.130945	0.006740	-31.34000	0.000000	-0.1209	0.4630
1976	1.301700	0.209523	-91.99041	0.170000	-0.0739	0.5100
1977	1.331430	0.263393	-74.07000	0.104720	-0.0104	0.5739
1978	1.266307	0.240994	-66.00000	0.200000	0.0372	0.6293
1979	1.200937	0.241321	-66.90000	0.200000	0.0007	0.6801
1980	1.300000	0.149010	-47.37000	0.200000	0.1400	0.7400
1981	1.301100	0.199979	-34.19000	0.200000	0.2000	0.7900
1982	1.201200	0.152992	-31.51000	0.200000	0.2594	0.8517
1983	1.200000	0.119434	-47.70000	0.200000	0.3100	0.9073
1984	1.277000	0.130022	-47.44000	0.200000	0.3700	0.9600
1985	1.207100	0.165430	-43.00000	0.200000	0.4201	1.0100
1986	1.277500	0.200230	-30.40000	0.200000	0.4016	1.0700
1987	1.207000	0.207177	-17.30000	0.200000	0.5372	1.1200
1988	1.207000	0.250020	-0.07000	0.200000	0.5007	1.1801
1989	1.200000	0.200000	-4.00000	0.200000	0.4000	1.2000
1990	1.200000	0.273571	-13.75000	0.200000	0.7000	1.2900

5.3.2.- Análisis comparado de los distintos métodos de determinación del cambio estructural.

Como ya hemos adelantado el primer tipo de análisis realizado fue la determinación del número de ecuaciones que presentaban cambio estructural según cada uno de los métodos utilizados.

Así, y para cada una de las ecuaciones, se considera que presenta cambio estructural si,

a) el valor del estadístico CUSUM-SQ calculado, presentaba valores superiores o inferiores al intervalo de confianza fijado.

Este intervalo de confianza viene determinado por dos líneas paralelas a una distancia d por encima y por debajo del valor de la de la esperanza matemática del estadístico CUSUM-SQ, definida para cada período t como:

$$E\{CUSUM-SQ\} = \frac{t-k}{N-k}$$

siendo N : N° total de observaciones.

k : N° de variables explicativas.

El valor de la distancia d viene tabulado para los distintos tamaños muestrales y niveles de significación deseados.

b) Si los valores de los estadísticos calculados para cada uno de los tres contrastes, (EPPa 1, EPPa 2, o EPPa 3), superaba en valor absoluto, los valores de una distribución T-Student, con los grados de libertad correspondientes.

Comoquiera que los grados de libertad para el conjunto de las ecuaciones es bastante homogéneo, y que los valores tabulados de la citada distribución T, presentan escasa variación para dichos grados de libertad, se ha considerado, sin pérdida de generalidad, que los valores significativos son los superiores a 2,

siguiendo la misma norma que en la práctica se utiliza para determinar la significatividad individual de parámetros.

En un primer análisis de los datos obtenidos se comprobó la existencia de aparentes incongruencias entre los resultados ofrecidos por los contrastes derivados del método EPPa y los derivados de la estimación recursiva.

En efecto, se detectaron un buen número de ecuaciones en las que el contraste CUSUM-SQ no indicaba la presencia de cambio estructural, mientras que, o bien todos, o bien alguno de los tres contrastes EPPa, apuntaban hacia la existencia de ese cambio.

El caso contrario, aunque mucho menos frecuente, en el que el contraste CUSUM-SQ indicaba la presencia de cambio estructural, y ninguno de los contrastes EPPa parecían confirmarlo, también se detectó en algunas ecuaciones.

Para tratar de confirmar el nivel de acierto o error, de ambos métodos, se utilizó un contraste clásico de tipo Chow, aplicado en aquellos períodos que indicaban cada uno de los contrastes, ya que aún siendo conscientes de las limitaciones de este tipo de contraste, algunas de las cuales ya se pusieron de manifiesto en el capítulo segundo, podemos admitir, en general, que el contraste de Chow tiende a infravalorar los cambios de estructura, es decir, que la probabilidad de cometer errores de tipo II (detectar cambio de estructura cuando no lo hay) es bastante reducida, siempre que no se produzcan incumplimientos de las hipótesis básicas de la perturbación aleatoria.

Los resultados de este primer análisis se presentan de forma resumida en los siguientes cuadros, en los que aparecen los resultados de los distintos contrastes, aplicados al total de las ecuaciones estimadas y clasificadas en los distintos bloques del modelo.

En cada uno de los cuadros aparecen, por filas, los distintos contrastes aplicados, y por columnas cada una de las ecuaciones numeradas del 1 al 105.

Los cuadros que aparecen en cada celda (cruce de filas y columnas) significan que el contraste definido en la fila indica la existencia de cambio estructural en la ecuación definida en la columna.

En la última de las filas se ha recogido la confirmación o no, de la existencia de cambio estructural mediante el Test de Chow.

Las dos últimas columnas que aparecen en cada cuadro recogen el número de ecuaciones en las que se detectó cambio estructural así como el porcentaje que éstas representan sobre el total.

BLOQUE: Tipos de cambio

Contratos	Nº	Total	Cambio
CEBON	2	1	1000
EPPa 1	2	1	1000
EPPa 2	2	1	1000
EPPa 3	2	1	1000
CEBON	2	1	1000

BLOQUE: Tipos de cambio

Contratos	Nº					Total	Cambio
	2	3	4	5	6		
CEBON			1			1	1000
EPPa 1						0	000
EPPa 2	1	1	1	1		4	600
EPPa 3	1		1	1		3	600
CEBON	1	1	1	1	1	5	600

BLOQUE: Prácticas

Contratos	Nº																												Total	Cambio	
	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32					
CEBON																														10	1000
EPPa 1																														14	1000
EPPa 2																														20	1000
EPPa 3																														25	1000
CEBON																														30	1000

BLOQUE: Básico

Contrastes	N° Edificación															Total (25)	% Cambio
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15		
CUSUM	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0%
EPPa 1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0%
EPPa 2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0%
EPPa 3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0%
CROW	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0%

BLOQUE: Básico

Contrastes	N° Edificación															Total (25)	% Cambio
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15		
CUSUM	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0%
EPPa 1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0%
EPPa 2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	100%
EPPa 3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0%
CROW	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	100%

BLOQUE: Simple

Contrastes	N° Edificación										Total (10)	% Cambio
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
CUSUM	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0%
EPPa 1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0%
EPPa 2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	70%
EPPa 3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	70%
CROW	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0%

Como resumen de los cuadros presentados en las páginas anteriores, y para facilitar el análisis de los mismos, hemos elaborado la tabla que aparece a continuación, donde además de la información contenida en las dos últimas columnas de los cuadros anteriores, es decir, número de ecuaciones que presentan cambio y porcentaje que representan sobre el total para cada uno de los bloques, hemos calculado los siguientes valores:

- Probabilidades de acierto de cada uno de los contrastes, definidas como el número de cambios detectados que han sido confirmados por el Test de Chow en relación al número de ecuaciones que presentan cambio estructural.

- Probabilidades de cometer error de tipo II, es decir detectar cambio de estructura cuando no lo hay, definido como el número de cambios de estructura que no han sido confirmados.

Además de estos resultados diferenciados por bloques, se presentan los resultados calculados para el total de las 105 ecuaciones analizadas y que integran el Modelo Wharton-UAM.

CUADRO RESUMEN DE LOS CAMBIOS DETECTADOS POR CADA CONTRASTE

Bloques	Total ecuaciones		Contrastes				
			CONSTANTE	RENTAS	PRECIOS	EMPLEO	DEMANDA
TIPOS DE CAMBIO	1	Nº Cambios	1	1	1	1	1
		% Cambios	100 %	100 %	100 %	100 %	100 %
		Prob. acierto	1.00	1.00	1.00	1.00	-
		Prob. EI	0.00	0.00	0.00	0.00	-
TIPOS DE INTERES	5	Nº Cambios	1	0	4	4	4
		% Cambios	20 %	0 %	80 %	80 %	80 %
		Prob. acierto	0.00	0.00	1.00	0.75	-
		Prob. EI	0.00	0.00	0.00	0.00	-
PRECIOS	30	Nº Cambios	15	16	25	23	26
		% Cambios	50 %	53 %	83 %	77 %	87 %
		Prob. acierto	0.54	0.62	0.96	0.81	-
		Prob. EI	0.25	0.00	0.00	0.50	-
DEMANDA	34	Nº Cambios	22	22	28	30	33
		% Cambios	65 %	65 %	82 %	88 %	97 %
		Prob. acierto	0.67	0.67	0.85	0.91	-
		Prob. EI	0.00	0.00	0.00	0.00	-
RENTAS	25	Nº Cambios	21	15	25	22	25
		% Cambios	84 %	60 %	100 %	88 %	100 %
		Prob. acierto	0.84	0.60	1.00	0.88	-
		Prob. EI	0.00	0.00	0.00	0.00	-
EMPLEO	10	Nº Cambios	5	5	7	7	8
		% Cambios	50 %	50 %	70 %	70 %	80 %
		Prob. acierto	0.63	0.63	0.88	0.75	-
		Prob. EI	0.00	0.00	0.00	0.50	-
TOTAL	105	Nº Cambios	65	59	90	87	97
		% Cambios	62 %	56 %	86 %	83 %	92 %
		Prob. acierto	0.64	0.61	0.93	0.85	-
		Prob. EI	7.0	0.0	0.0	0.19	-

A la vista de la tabla y cuadros anteriores podemos resumir como primeras conclusiones de nuestra aplicación los siguientes aspectos:

- Mas de un 90 % de las ecuaciones que se integran en el modelo Wharton-UAM presentan algún tipo de cambio estructural, lo que vendría a poner de manifiesto, desde el punto de vista económico, el dinamismo de la estructura económica española en los últimos 20 años, y desde el punto de vista puramente econométrico, la necesidad de incorporar este dinamismo en nuestras estimaciones.
- Los aspectos de nuestra economía que habrían sufrido mayores transformaciones en estos últimos años, serían la distribución de la renta y la demanda agregada, si bien el resto de componentes también habrían sufrido un elevado porcentaje de cambio.
- Desde un punto de vista estrictamente econométrico, podríamos afirmar que los contrastes basados en la Estimación Paramétrica Ponderada ofrecerían mejores resultados que los basados en estimaciones recursivas, pues la probabilidad de detectar los cambio estructurales es sensiblemente superior.
- De los tres contrastes propuestos sobre el método EPPa, el que parece mostrarse mas potente es el de Diferencias entre dos parámetros consecutivos (EPPa 2), pues alcanza una probabilidad media de acierto en la determinación de la existencia de cambio estructural del 0.93.
- El contraste basado en la Diferencia con respecto a la media de los parámetros anteriores (EPPa 1) tiende a comportarse de forma muy similar al CUSUM-SQ en cuanto al grado de acierto, si bien comete menos errores en la determinación de falsos cambios.

5.3.3.- Determinación de los principales puntos de cambio estructural.

La segunda de las vertientes de análisis a las que hacíamos referencia al principio de este apartado, consistía en la determinación de los puntos donde se producirían los principales cambios estructurales de nuestra economía, una vez contrastada su existencia.

Con esta finalidad hemos procedido al cálculo, para cada año, del porcentaje de veces en las que se detectan cambios de estructura en relación con el total de veces en las que se utilizan observaciones de dicho año.

En el caso de las estimaciones recursivas, (Test CUSUM-SQ) sólo se ha considerado en el total aquellos años en los que dispone de valor del contraste, es decir, que del rango muestral disponible en cada ecuación habría que restar el número de variables explicativas más una (Mínimo de grados de libertad con los que se puede calcular dicha estimación recursiva).

Por el contrario, en el caso de las estimaciones EPPa, el total de apariciones considerado para cada año es el producto de número de ecuaciones por el número de parámetros que se estiman en cada ecuación.

Según este procedimiento, a partir del año 1983 (mínimo rango muestral disponible para la estimación recursiva) el total del "apariciones" de cada uno de los años hasta 1993, coincide con el total de ecuaciones (105), mientras que desde 1980 (mínimo rango muestral de la estimación EPPa) el total de apariciones es de 334, es decir, el total de parámetros estimados. (Ver tabla de Total del Modelo).

En los resultados de estos cálculos, que aparecen recogidos en las páginas siguientes, se presentan los datos del porcentaje de cambios detectados en cada año por los distintos procedimientos alternativos, así como el total de ecuaciones y de parámetros considerados en cada caso.

TOTAL MODELO						
AÑO	% de cambios detectados				Total analizado	
	CUSUM	EPPs 1	EPPs 2	EPPs 3	Estadístico	Perímetros
1970	0.0	0.0	0.0	5.6	0	72
1971	0.0	0.0	0.0	9.4	4	160
1972	0.0	0.0	2.2	10.6	12	226
1973	0.0	0.0	3.1	12.3	29	261
1974	0.0	0.0	3.7	14.2	41	295
1975	0.0	0.0	4.0	14.1	61	298
1976	2.9	0.0	3.7	10.7	78	298
1977	6.7	0.7	4.0	9.6	89	301
1978	16.2	2.5	6.8	9.5	93	325
1979	20.0	4.2	7.2	11.1	94	332
1980	32.4	5.4	6.9	11.4	95	334
1981	37.1	8.4	9.9	11.7	99	334
1982	39.1	10.8	6.9	14.7	104	334
1983	41.0	12.0	5.7	12.0	105	334
1984	43.8	12.6	8.7	10.5	105	334
1985	43.8	12.6	9.6	12.9	105	334
1986	35.2	13.2	8.7	13.5	105	334
1987	30.5	12.9	10.5	13.5	105	334
1988	25.7	13.2	7.5	12.6	105	334
1989	21.9	12.3	8.4	13.5	105	334
1990	16.2	10.8	6.9	14.4	105	334
1991	15.2	9.9	8.1	12.6	105	334
1992	9.5	9.9	6.6	12.9	105	334
1993	0.0	10.2	8.7	15.6	105	334

BLOQUE DE TIPOS DE CAMBIO Y TIPO DE DIVISA						
Año	Tipo de cambio				Tipo de divisa	
	US\$/M\$	ESP\$/M\$	US\$/M\$	US\$/M\$	US\$/M\$	US\$/M\$
1970	0.0	0.0	0.0	0.0	0	0
1971	0.0	0.0	0.0	0.0	0	0
1972	0.0	0.0	0.0	0.0	0	0
1973	0.0	0.0	0.0	25.0	0	8
1974	0.0	0.0	62.5	25.0	0	8
1975	0.0	0.0	50.0	25.0	0	8
1976	0.0	0.0	12.5	0.0	1	8
1977	0.0	0.0	0.0	0.0	1	8
1978	0.0	0.0	6.7	20.0	2	15
1979	0.0	0.0	0.0	31.6	2	19
1980	0.0	0.0	0.0	33.3	2	21
1981	0.0	0.0	0.0	33.3	3	21
1982	0.0	0.0	4.8	33.3	5	21
1983	0.0	0.0	4.8	14.3	6	21
1984	0.0	0.0	19.0	0.0	6	21
1985	16.7	0.0	14.3	0.0	6	21
1986	16.7	4.8	4.8	0.0	6	21
1987	16.7	4.8	9.5	0.0	6	21
1988	33.3	4.8	0.0	4.8	6	21
1989	16.7	4.8	0.0	4.8	6	21
1990	0.0	4.8	0.0	0.0	6	21
1991	0.0	4.8	0.0	0.0	6	21
1992	0.0	0.0	0.0	0.0	6	21
1993	0.0	0.0	0.0	4.8	6	21

BLOQUE DE PRECIOS						
AÑO	E de variables dependientes				E de variables independientes	
	EPa.1	EPa.2	EPa.3	EPa.4	EPa.5	EPa.6
1970	0.0	0.0	0.0	0.0	0	5
1971	0.0	0.0	0.0	0.0	0	18
1972	0.0	0.0	0.0	6.1	2	33
1973	0.0	0.0	0.0	8.2	6	49
1974	0.0	0.0	0.0	7.2	9	83
1975	0.0	0.0	5.8	7.0	12	86
1976	0.0	0.0	7.0	4.7	17	86
1977	3.3	0.0	3.4	6.7	25	89
1978	10.0	0.0	5.6	13.5	28	89
1979	13.3	0.0	6.7	15.7	29	89
1980	26.7	1.1	11.2	19.1	30	89
1981	30.0	3.4	21.3	18.0	30	89
1982	20.0	5.6	12.4	14.6	30	89
1983	20.0	6.7	10.1	10.1	30	89
1984	23.3	10.1	13.5	7.9	30	89
1985	23.3	9.0	9.0	13.5	30	89
1986	13.3	9.0	7.9	14.6	30	89
1987	10.0	9.0	4.5	11.2	30	89
1988	3.3	7.9	4.5	7.9	30	89
1989	3.3	7.9	3.4	7.9	30	89
1990	3.3	5.6	2.2	7.9	30	89
1991	3.3	4.5	0.0	6.7	30	89
1992	0.0	4.5	0.0	6.7	30	89
1993	0.0	4.5	3.4	7.9	30	89

MODELO DE DEMANDA						
Año	Variables Exógenas				Total analizado	
	CONST	R ² 1	R ² 2	R ² 3	Ecuaciones	Parámetros
1970	0.0	0.0	0.0	7.7	0	26
1971	0.0	0.0	0.0	9.1	4	66
1972	0.0	0.0	0.0	9.0	5	100
1973	0.0	0.0	0.0	9.9	7	111
1974	0.0	0.0	1.8	14.4	10	111
1975	0.0	0.0	0.0	16.2	20	111
1976	8.8	0.0	0.0	15.3	29	111
1977	14.7	0.9	4.5	13.5	32	111
1978	14.7	4.2	6.7	10.9	32	119
1979	20.6	5.0	12.6	9.2	32	119
1980	23.5	7.6	7.6	6.7	32	119
1981	29.4	10.9	9.2	6.7	32	119
1982	44.1	12.6	5.9	12.6	34	119
1983	47.1	14.3	3.4	11.8	34	119
1984	50.0	14.3	4.2	9.2	34	119
1985	50.0	15.1	6.7	10.9	34	119
1986	38.2	13.4	5.9	10.9	34	119
1987	38.2	14.3	5.9	11.8	34	119
1988	38.2	14.3	6.7	11.8	34	119
1989	35.3	10.9	8.4	10.9	34	119
1990	35.3	10.1	10.1	13.4	34	119
1991	29.4	10.1	12.6	11.8	34	119
1992	20.6	12.6	13.4	11.8	34	119
1993	0.0	15.1	15.1	17.6	34	119

BLOQUE DE PUNTAS						
AÑO	% de cambio estructural				Puntos	
	CIENNA	EPN-1	EPN-2	EPN-3	CIENNA	EPN-3
1970	0.0	0.0	0.0	5.3	0	38
1971	0.0	0.0	0.0	7.4	0	54
1972	0.0	0.0	5.3	8.8	5	57
1973	0.0	0.0	1.8	12.3	15	57
1974	0.0	0.0	0.0	17.5	20	57
1975	0.0	0.0	0.0	17.5	21	57
1976	0.0	0.0	0.0	12.3	21	57
1977	4.0	1.8	0.0	14.0	21	57
1978	32.0	3.0	3.0	4.5	21	66
1979	36.0	5.8	4.3	8.7	21	69
1980	68.0	5.8	5.8	8.7	21	69
1981	68.0	10.1	2.9	11.6	24	69
1982	68.0	14.5	4.3	14.5	25	69
1983	68.0	15.9	5.8	14.5	25	69
1984	72.0	15.9	8.7	15.9	25	69
1985	64.0	15.9	14.5	15.9	25	69
1986	56.0	18.8	14.5	18.8	25	69
1987	48.0	15.9	20.3	21.7	25	69
1988	32.0	20.3	14.5	20.3	25	69
1989	32.0	23.2	20.3	26.1	25	69
1990	16.0	23.2	11.6	27.5	25	69
1991	20.0	21.7	15.9	26.1	25	69
1992	12.0	17.4	8.7	27.5	25	69
1993	0.0	15.9	11.6	27.5	25	69

BLOQUE DE EMPLEO						
AÑOS	% de nombrados detectados				Total empleado	
	CUSUM	EPPa 1	EPPa 2	EPPa 3	Estadísticos	Paramétricos
1970	0.0	0.0	0.0	0.0	0	3
1971	0.0	0.0	0.0	22.7	0	22
1972	0.0	0.0	5.6	22.2	0	36
1973	0.0	0.0	19.4	22.2	1	36
1974	0.0	0.0	11.1	22.2	2	36
1975	0.0	0.0	8.3	16.7	8	36
1976	0.0	0.0	11.1	11.1	10	36
1977	0.0	0.0	11.1	0.0	10	36
1978	10.0	2.8	16.7	0.0	10	36
1979	10.0	11.1	0.0	0.0	10	36
1980	10.0	11.1	0.0	0.0	10	36
1981	30.0	13.9	2.8	0.0	10	36
1982	30.0	16.7	2.8	11.1	10	36
1983	40.0	16.7	2.8	11.1	10	36
1984	40.0	13.9	5.6	16.7	10	36
1985	40.0	13.9	8.3	19.4	10	36
1986	40.0	16.7	11.1	16.7	10	36
1987	20.0	16.7	22.2	16.7	10	36
1988	10.0	13.9	8.3	16.7	10	36
1989	0.0	11.1	2.8	16.7	10	36
1990	0.0	5.6	2.8	16.7	10	36
1991	0.0	2.8	2.8	11.1	10	36
1992	0.0	5.6	0.0	11.1	10	36
1993	0.0	2.8	0.0	11.1	10	36

Al igual que hacíamos en el apartado anterior vamos a resumir las principales conclusiones derivadas de este segundo análisis en los siguientes puntos, referidos, en primer lugar, al total de ecuaciones, y a continuación, a las diferencias entre los distintos bloques.

- Respecto al total de ecuaciones:

* Atendiendo a los resultados ofrecidos por el contraste EPPa 2, la mayoría de los cambios estructurales producidos en nuestra economía se detectan en torno al año 1987, es decir un año después de nuestra integración en la C.E.E.,

* A pesar de que los distintos métodos presentan una cierta congruencia en cuanto a los puntos de mayor porcentaje de cambio, existen peculiaridades bastante relevantes:

- Por las pruebas adicionales realizadas con el Test de CHOW podemos concluir que el método que más aproxima los puntos reales de cambio estructural es el EPPa 2, que en todos los casos observados veía confirmados sus cambios mediante dicho test.

- El test CUSUM-SQ tiende a centrar los cambios entre dos y tres períodos antes que los contrastes EPPa 1 y EPPa 2 y pierde bastante potencia en los extremos de la muestra.

- El contraste EPPa 3, tiene relativamente poca eficacia en la determinación de los puntos de cambio de estructura, por lo que su utilidad se centra en la determinación de los diferencias detectadas en los últimos períodos muestrales, sobre todo si los modelos se utilizan para predicción.

- Nuevamente, el contraste EPPa 1 se comporta de forma bastante similar al CUSUM-SQ, si bien tiende a aproximar los puntos de cambio a los detectados mediante EPPa 2.

* Los porcentajes de cambio calculados sobre el total de ecuaciones (CUSUM-SQ) son en general menores que los calculados sobre el total de parámetros (EPPa), por lo que podemos concluir que la existencia de cambios estructurales no afecta a todos los coeficientes de las ecuaciones, es decir, que los cambios se concentran sobre los efectos de una o dos variables concretas en cada ecuación.

- Respecto a cada uno de los bloques.

* En el bloque de tipos de cambio y tipos de interés, la escasez de ecuaciones analizadas provoca una fuerte diferenciación entre los distintos métodos, si bien, y atendiendo al mejor comportamiento general del contraste EPPa 2 podríamos afirmar que los principales cambios se centran en torno a los períodos 74-75 y 84-85.

Cabe destacar no obstante, la importante acumulación de puntos de cambio detectados por el test CUSUM-SQ en torno a los años 87-88, y que podría ser fruto de la política de elevados tipos de interés y fuerte apreciación de la peseta.

* En el conjunto de ecuaciones que componen el bloque de precios, la mayor disponibilidad de ecuaciones favorece la mayor homogeneidad en el diagnóstico de los distintos contrastes y que parecen centrar los mayores cambios en torno al año 1981.

Una primera explicación que podría ofrecerse a este hecho vendría dada por el propio proceso de elaboración de la series derivadas de la Contabilidad Nacional y del profundo cambio que sufrieron los criterios

contables al introducir la base 1980 = 100. Ya que, aunque las series con las que se han realizado las estimaciones están en base 1986 = 100, éstas han sido obtenidas enlazando con las series disponibles en base 80.

* En el bloque de demanda, nos encontramos nuevamente con una doble concentración de los puntos de cambio dependiendo del contraste utilizado. Así, por ejemplo, tanto el contraste CUSUM-SQ como el EPPa 1, concentran la mayoría de los cambios en los años 84-85, mientras que el contraste EPPa 2 los concentra en los últimos períodos (años 92 y 93).

Comoquiera que el contraste CUSUM-SQ pierde bastante potencia en los extremos, y que es el EPPa 2, el que mejor comportamiento global presenta, tal como hemos venido poniendo de manifiesto, nuestra conclusión final tendería a apoyar la idea de que los mayores cambios, en cuanto al comportamiento de la demanda agregada se refieren, los estamos sufriendo en los últimos años, a raíz de la tormenta monetaria, la bajada de los tipos de interés y las fuertes depreciaciones de la peseta, ya que, proporcionalmente, es mayor el número de ecuaciones de este bloque que hacen referencia al comportamiento de nuestro sector exterior.

* En lo que a las ecuaciones de rentas se refiere, el mayor porcentaje de cambios se concentra en los años 87-89 y puede venir justificado por los cambios fiscales derivados de nuestra integración en la CEE.

Al igual que en caso anterior, el contraste CUSUM-SQ presenta una importante acumulación de cambios en torno a 1984, y que podría estar poniendo de relieve el cambio de la política fiscal impulsada en los primeros años del gobierno socialista.

* Finalmente el conjunto de ecuaciones del bloque de empleo, concentra la mayor parte de sus cambios en los años 73, 78 y 87, y al igual que sucedía con el bloque de precios, la explicación a estos cambios podemos

encontrarla en la propia fuente de información, ya que la Encuesta de Población Activa, principal fuente de la que se extraen las series que se incorporan en este bloque sufrió cambios metodológicos, precisamente en esos mismos años.

• A modo de resumen podemos concluir que la mayoría de los cambios estructurales detectados a través de las ecuaciones del modelo Wharton-UAM tienen como origen, por un lado los cambios en las propias fuentes estadísticas y por otro los cambios institucionales o de política económica.

No quisiéramos terminar este apartado sin poner de relieve, un aspecto, que aunque ha sido mencionado muy por encima, consideramos que tiene una importancia relevante a la hora de analizar nuestro propio Modelo Wharton-UAM y su función básica de predicción.

En efecto, tal como poníamos de manifiesto, el contraste EPPa 3, viene a reflejar las diferencias existentes entre los coeficientes variables, derivados de la estimación paramétrica ponderada, y los coeficientes fijos, derivados de la estimación por MCO.

Como según se deduce de las tablas anteriores, existen al menos un 15% de los parámetros del modelo que son significativamente diferentes, si se estiman mediante EPPa o MCO, esto significaría que, al menos para ese 15%, estaríamos realizando predicciones con unos parámetros (MCO) que son significativamente diferentes de los de nuestro pasado más reciente, es decir que predecimos con una estructura ya pasada.

Este problema es especialmente preocupante en el bloque de rentas y el bloque de demanda, por lo que a raíz de esta investigación propondremos la utilización de métodos de estimación paramétrica ponderada, al menos para este conjunto de ecuaciones, y la comparación de los errores de predicción con los que se cometerían estimado por MCO.

5.3.4.- Análisis económico de las principales ecuaciones.

Tras haber analizado cuantitativamente el número de ecuaciones que presentan cambio estructural así como los diferentes años en los que se presentan estos cambios, no podíamos terminar este apartado sin realizar algunos comentarios sobre la evolución observada de los distintos parámetros que componen las ecuaciones analizadas.

Este tercer tipo de análisis cualitativo al que hacíamos referencia al principio de este apartado, podría constituir en sí mismo el objetivo de una nueva tesis doctoral, ya que el estudio detallado de cada una de las ecuaciones y las posibles causas que provocan una evolución de los valores de los coeficientes estimados supondría una labor excesivamente amplia.

No obstante, y aunque el objetivo central de este trabajo es el planteamiento y aplicación del método EEPa, creemos que es conveniente realizar algunos breves comentarios sobre las principales tendencias observadas en las distintas ecuaciones.

Antes de iniciar los comentarios específicos de las distintas ecuaciones creemos que es oportuno realizar algunas matizaciones de carácter general sobre los análisis realizados:

- En primer lugar debemos poner de manifiesto que los comentarios realizados se refieren únicamente a un pequeño grupo de ecuaciones y que son precisamente aquellas en las que los parámetros tienen una interpretación económica directa; es decir, se han eliminado del análisis aquellas ecuaciones que se utilizan, bien para ajustar variables de distintas fuentes estadísticas (p.e. balanza de pagos-Contabilidad nacional-D.G.A.), o bien para modelizar variables que tienen comportamientos análogos (p.e. tipos de interés, o deflatores teóricos y reales).

- En segundo lugar, y dadas las diferentes especificaciones utilizadas en las distintas ecuaciones, (valores constantes, valores corrientes, tasas, logaritmos, etc), no siempre es posible la interpretación directa de los parámetros en términos de elasticidades o de incidencia relativa de cada una de las variables explicativas sobre la variable endógena correspondiente, por lo que los comentarios realizados quedan supeditados a la realización de un análisis más profundo en términos de elasticidades o determinación de parámetros normalizados, análisis que por su dimensión queda fuera de los objetivos fijados en esta tesis.

Nuevamente, para facilitar el análisis de las distintas ecuaciones hemos seguido la clasificación derivada de los distintos bloques del Modelo Wharton-UAM, y que pasamos a comentar a continuación.

• TIPOS DE CAMBIO.

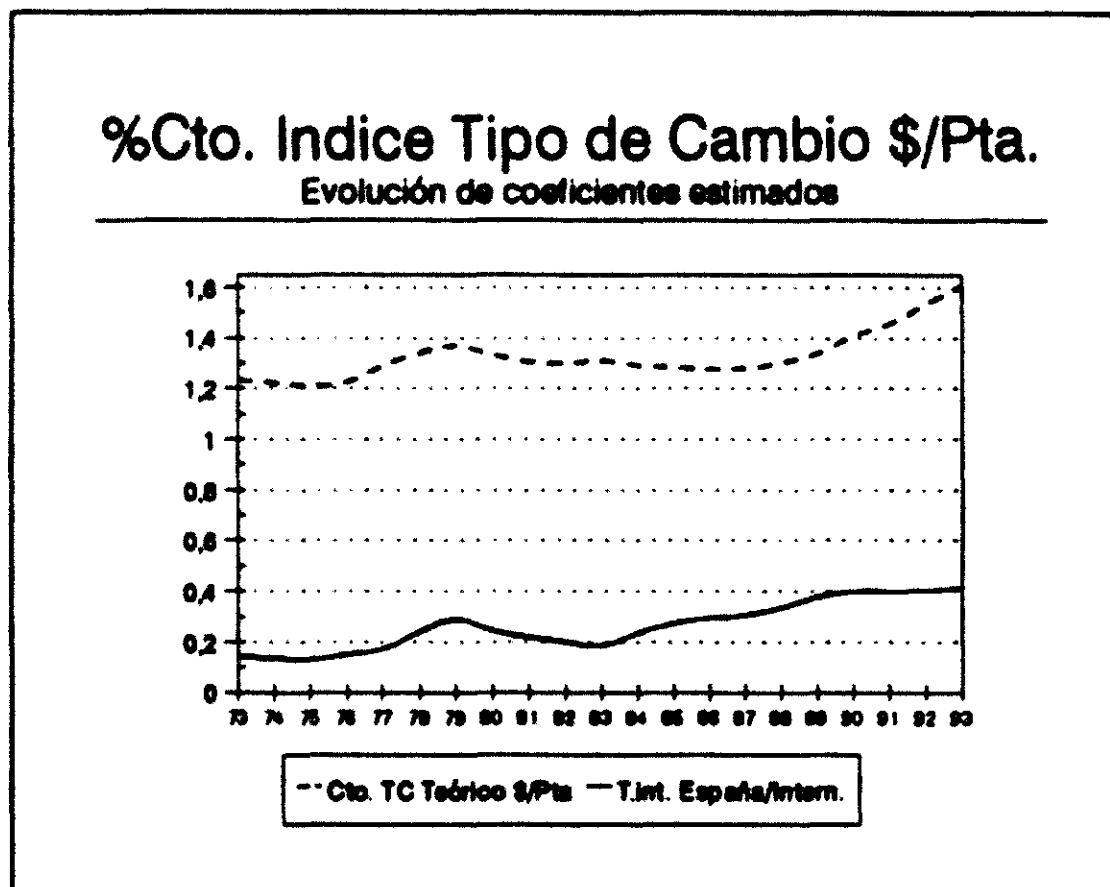
El bloque de tipos de cambio contiene una única ecuación de comportamiento en la que la variable endógena es la tasa de variación del índice base 1986 = 100 de tipo de cambio \$/Pta.

Las variables que se utilizan como explicativas son la tasa de variación del índice de tipo de cambio teórico (el que respaldaría la paridad de compra), el diferencial de tipos de interés a corto plazo, y el porcentaje de desviación con respecto al tipo teórico en el período anterior.

Con estas variables así definidas, se observa una tendencia creciente de los parámetros relativos al tipo de cambio teórico y al diferencial de tipos de interés, tal como se refleja en el gráfico adjunto; mientras que se reduce significativamente el parámetro que afecta a la desviación relativa en el período precedente.

Esta evolución de los parámetros estaría indicando por un lado una mayor velocidad de ajuste entre el tipo de cambio real y el teórico, al disminuir la incidencia de la desviación relativa del período precedente y aumentar el coeficiente

del tipo teórico, junto con un aumento constante de la incidencia del diferencial de tipos de interés sobre los tipos de cambio.



• TIPOS DE INTERES

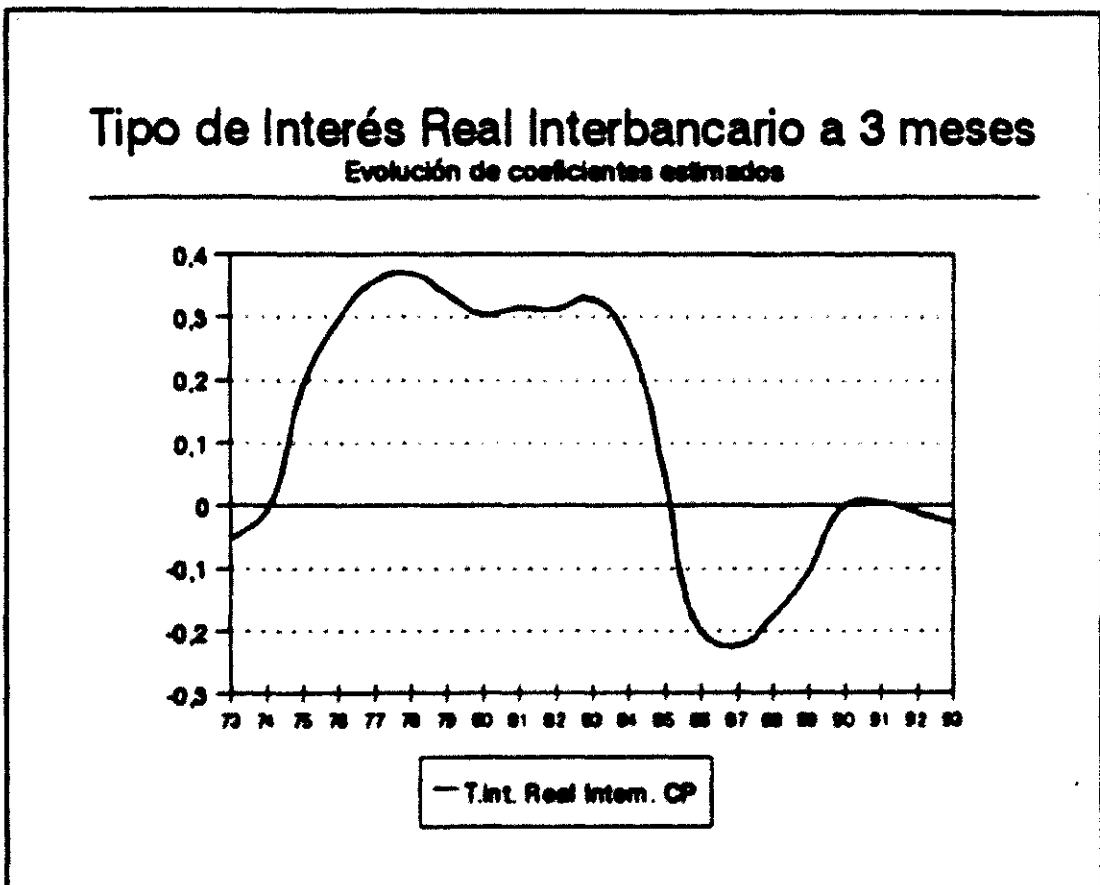
Del total de ecuaciones que componen el bloque de tipos de interés se han analizado únicamente dos de ellas, ya que el resto se utilizan para explicar la evolución de los distintos tipos de interés en función de éstos dos.

La primera de las ecuaciones analizadas es la que tiene como variable endógena el tipo de interés real interbancario a tres meses, siendo sus variables explicativas un término constante, la tasa de variación del ratio de deuda pública sobre ahorro privado, la tasa de variación del deflactor del consumo privado interior, la tasa de variación del PIB real a p.m. y un tipo de interés real

internacional, obtenido como media ponderada de los principales países de la OCDE.

Observando la evolución de los distintos coeficientes obtenidos mediante la estimación EPPa podemos extraer las siguientes conclusiones:

- En los últimos años tiende a disminuir el coeficiente del tipo de interés internacional, a la vez que aumenta el valor del término constante, lo que podría interpretarse como un aumento de la fluctuación autónoma del tipo español a corto plazo frente a los tipos internacionales.



De hecho, para los períodos 86-90 y 92-93 el coeficiente de los tipos internacionales se volvería negativo, tal como queda recogido en el gráfico anterior

lo que estaría indicando una tendencia inversa entre los tipos españoles y los internacionales.

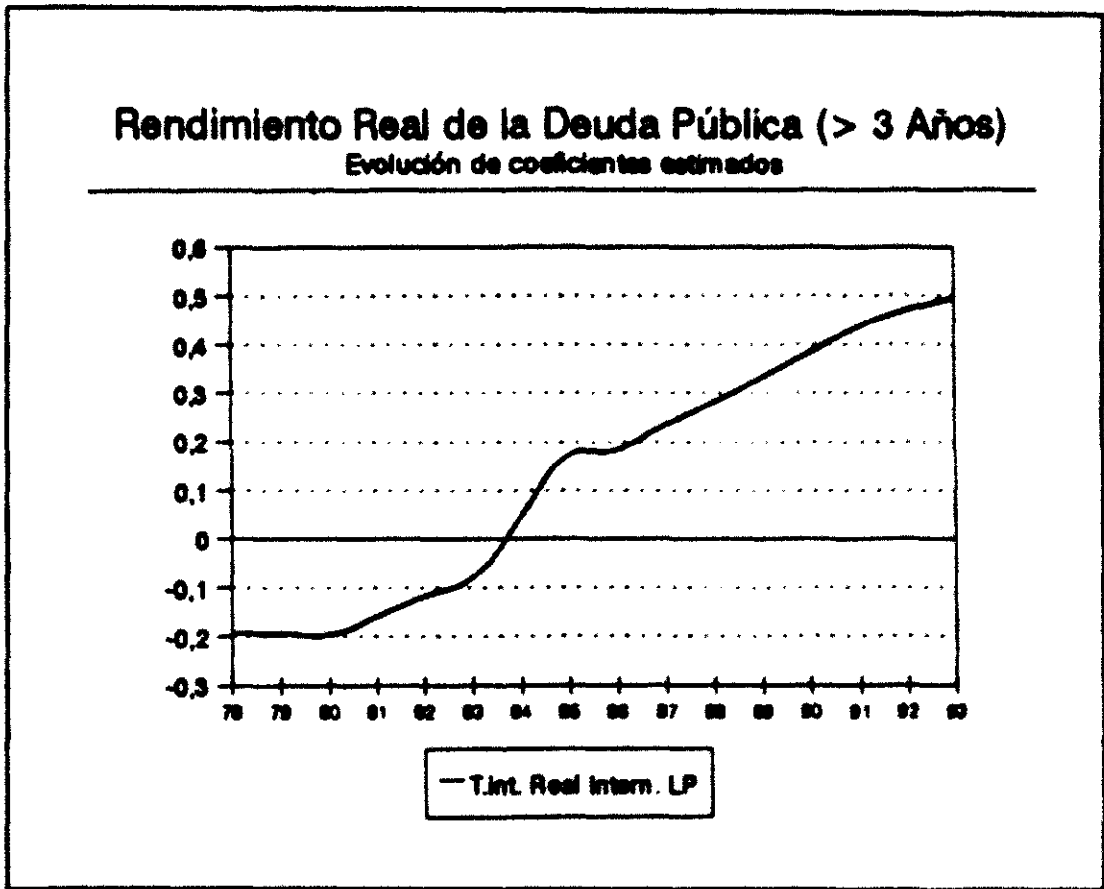
Lógicamente esta circunstancia es puramente coyuntural y obedece, en primer lugar a la política de fuertes tipos de interés llevada a cabo a finales de los 90, en contra de las tendencias internacionales, y en segundo lugar al proceso de convergencia de los tipos españoles que se han ido reduciendo desde 1992.

Un efecto similar al anterior podemos observarlo en los coeficientes de la tasa de crecimiento del ratio de deuda pública sobre el ahorro privado y la tasa de crecimiento del deflactor del consumo privado; pues mientras que el primero se va reduciendo paulatinamente desde los años 86-87, el segundo va aumentando desde el mismo período, pasando desde -0.92 de 1987 hasta el -0.79 estimado para 1993.

La explicación de este fenómeno podría encontrarse en la mayor utilización de los tipos de interés como instrumento de control de la inflación aún a costa de sufrir sus efectos en términos de coste de mantenimiento de la deuda pública.

En efecto, analizando los datos en términos nominales, por cada punto de mayor inflación en 1993, los tipos de interés subirían en 0.21 puntos (1-0.79), mientras que en 1987 esta relación hubiera sido de 0.08 puntos de incremento de tipos nominales por cada punto de mayor inflación.

La segunda de las ecuaciones analizadas en este bloque es la que tiene como variable endógena el Rendimiento real de la deuda pública a más de tres años, siendo, en este caso, las variables explicativas, un término constante, el tipo de interés real interbancario a tres meses (contemporáneo y desplazado un período), y una media ponderada, similar a la de corto plazo, de los tipos de interés reales a largo plazo de distintos países.



Tal como se aprecia en el gráfico anterior, en esta ocasión, y al contrario de lo que sucedía en los tipos a corto plazo, la incidencia de los tipos internacionales es cada vez mayor, aumentándose simultáneamente el coeficiente de los tipos a corto plazo contemporáneos y reduciéndose el coeficiente de los tipos a corto plazo del período anterior.

Esta evolución de los coeficientes estaría indicando un aumento de la correlación entre los tipos españoles y los internacionales a la vez que se trasladan con mayor rapidez las variaciones en el tipo a corto sobre el tipo a largo plazo.

En resumen podemos concluir que los tipos de interés evolucionan, a largo plazo, cada vez más en función de los tipos internacionales, matizados por los movimientos de los tipos a corto, mientras que estos últimos se utilizan como

instrumentos de básicos de control de la inflación, aún a pesar de que esto suponga movimientos diferenciales con respecto a las tendencias internacionales.

• PRECIOS

Para llevar a cabo un correcto análisis de las ecuaciones que componen el bloque de precios es preciso que realicemos previamente algunas matizaciones sobre la estrategia seguida para la modelización de las variables que se integran en este bloque.

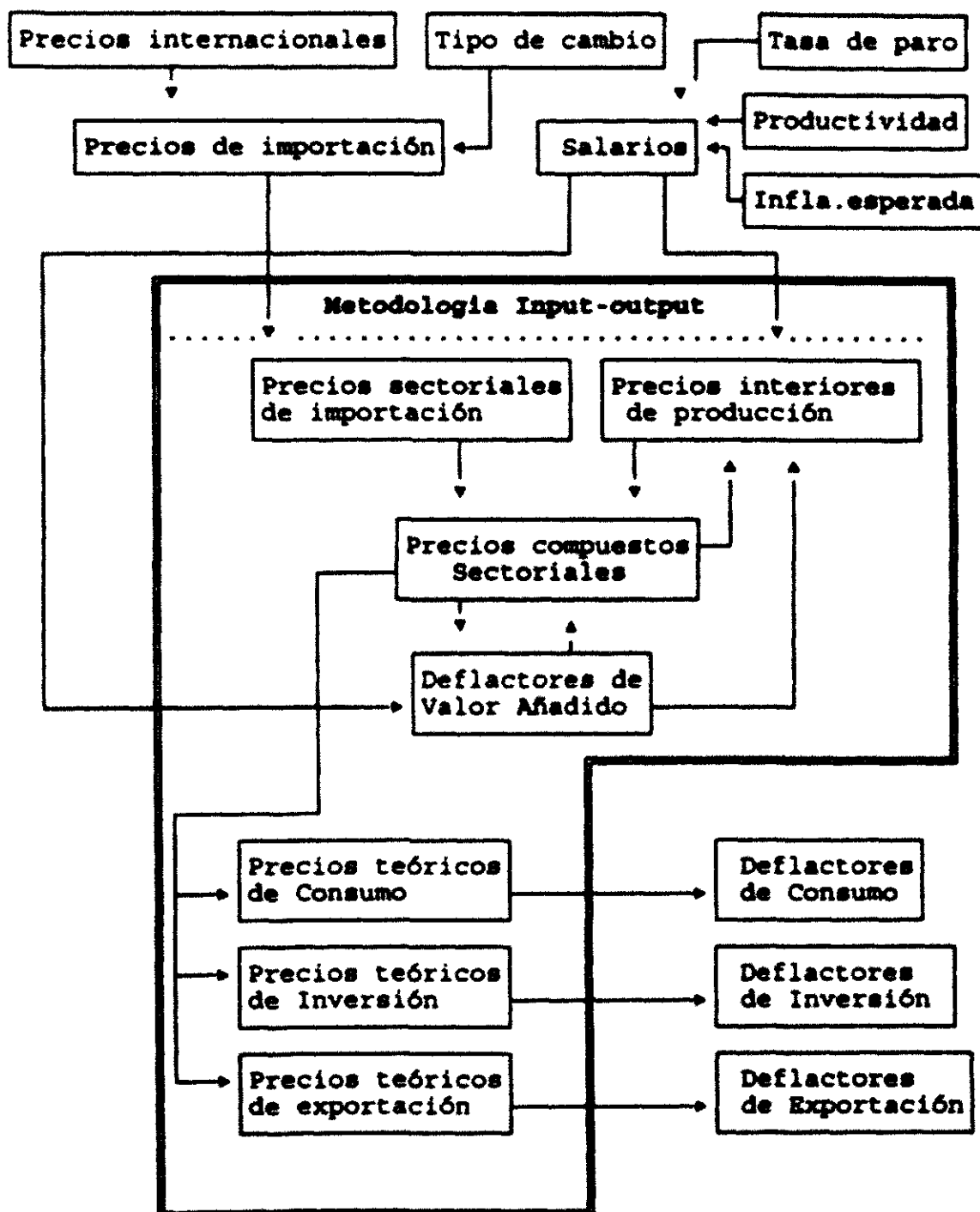
En efecto, y tal como recoge en el documento 88/1 del Instituto "L.R.Klein" que, bajo el título de "Determinación de precios y salarios en el Modelo Wharton-UAM/5", fue elaborado por los profesores Fernández, Pulido, y Vicéns en 1988, la estrategia seguida para la modelización de los precios en el modelo Wharton-UAM esta basada en la metodología Input-Output, enlazada con la modelización econométrica clásica.

Bajo esta formulación los precios de productos importados se determinan, mediante regresión, en función de los precios internacionales y del tipo de cambio, mientras que los salarios se determinan en función de la productividad, la inflación esperada y la tasa de paro.

Por otro lado, y siguiendo una metodología de tipo Input-Output se calculan de forma simultánea, los precios sectoriales de importación, los precios interiores de producción y los deflatores del valor añadido sectorial.

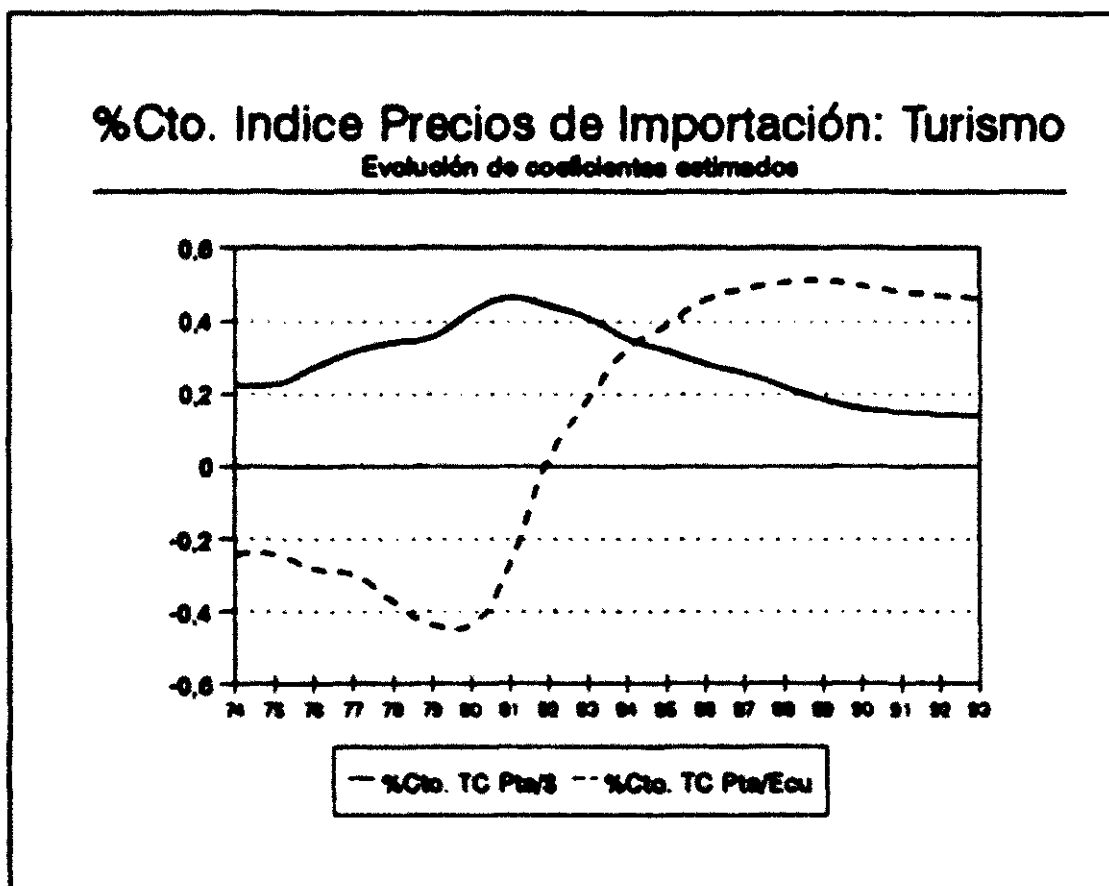
A partir de estos precios sectoriales se obtienen unos precios teóricos de consumo, inversión y exportación, obteniéndose finalmente los deflatores reales mediante un conjunto de ecuaciones "puente" expresadas en términos de regresiones con respecto a los precios teóricos.

ESQUEMA PARA LA DETERMINACIÓN DE PRECIOS EN EL MODELO WHARTON-UAM



De forma resumida, el esquema seguido para la modelización es el que se recoge en el cuadro que aparece en la página anterior, donde como puede comprobarse, la únicas ecuaciones que pueden analizarse económicamente desde el punto de vista de la evolución de sus parámetros serían las correspondientes a los precios de importación y los salarios.

Respecto a este primer grupo de ecuaciones, las que hacen referencia a los precios de importación, podemos diferenciar, en cuanto al comportamiento de sus coeficientes, las cinco ecuaciones de precios de mercancías respecto a las dos de precios de servicios; pues mientras que en las primeras se observa una tendencia general a la reducción de los parámetros tanto de precios internacionales como de tipo de cambio, en las segundas lo que se detecta es un aumento de los coeficientes ligados al tipo de cambio Pta./ECU y una reducción de los coeficientes correspondientes al tipo de cambio Pta./\$.



A título de ejemplo se presenta, en el gráfico siguiente, la evolución estimada de los coeficientes del tipo de cambio Pta/\$ y Pta/ECU, donde pueden apreciarse las variaciones anteriormente comentadas.

Teniendo en cuenta que la mayoría de estas ecuaciones están expresadas en tasas de variación podemos interpretar esta evolución de los coeficientes de la siguiente forma:

- En los precios de mercancías, el aumento de las transacciones intraempresas, que se realizan generalmente a unos precios predeterminados, provocan que las variaciones observadas en los precios globales de importación estén cada vez menos ligadas a las variaciones observadas en los precios internacionales y los tipos de cambio.

- Respecto a los precios de importación de servicios, la creciente apertura del mercado español hacia los países Europeos, derivada de nuestra adhesión a la UE, ha provocado un aumento de las transacciones realizadas en monedas europeas, por lo que parece lógico que las variaciones de precios estén cada vez más ligadas a los movimientos cambiarios con respecto a estas monedas (ECU) y menos ligadas a las fluctuaciones del dólar.

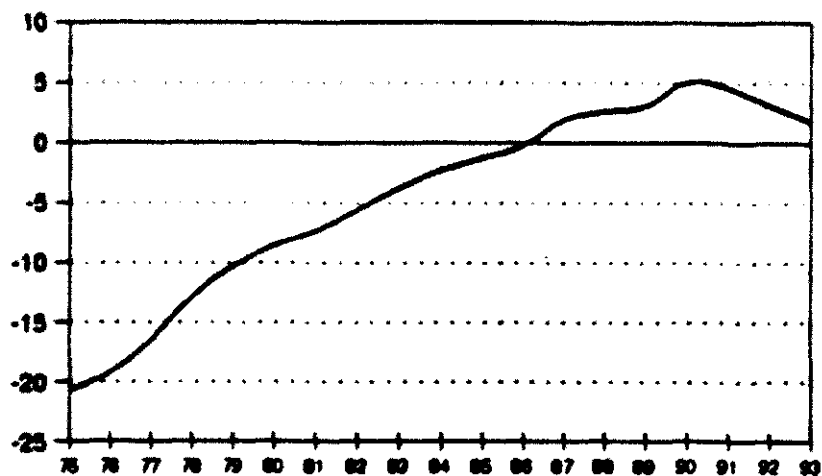
- En cualquier caso, y aunque los movimientos anteriormente descritos estén justificando parte de este movimiento, no debemos olvidar que existen otros factores que pueden estar distorsionando los precios agregados utilizados en la modelización y por tanto los resultados de las distintas regresiones.

Entre estos factores cabría destacar, los cambios metodológicos sufridos por las estadísticas de comercio exterior o las posibles variaciones del conjunto de productos integrados en cada una de las categorías consideradas.

Respecto a la ecuación de salarios, las variaciones más significativas las encontramos en los coeficientes de productividad y de tasa de paro.

%Cto. Salarios por Persona Asalariada

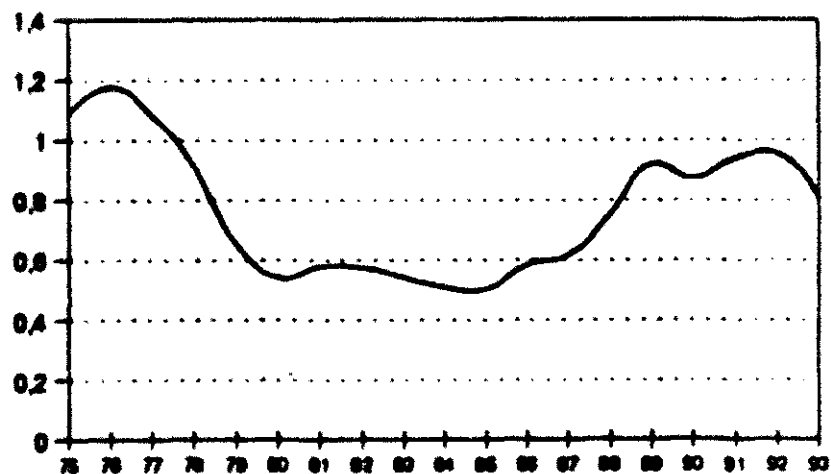
Evolución de coeficientes estimados



— Tasa de Desempleo

%Cto. Salarios por Persona Asalariada

Evolución de coeficientes estimados



— %Cto. Product. Trabajo

Para el primero de ellos, y a la vista del gráfico anterior, se observa una importante desviación entre los crecimientos de productividad y los crecimientos de salarios en el período 78-86, reduciéndose significativamente el valor de este coeficiente, lo que estaría indicando que los salarios habrían crecido sensiblemente menos que la productividad. Mientras que el segundo, el coeficiente relativo a la tasa de paro, evoluciona desde un valor muy negativo a mediados de los años 70 hasta convertirse en positivo a partir de 1987.

La justificación de la evolución del coeficiente de productividad debemos encontrarla en el proceso de contención de la inflación iniciado tras los Pactos de la Moncloa (1977) y los sucesivos acuerdos salariales, AMI (1980) y ANE (1982), que propiciaron unos crecimientos salariales inferiores a las ganancias de productividad y por tanto una moderación de los precios.

Por otro lado, la variación experimentada en el coeficiente de la tasa de paro vendría explicado por el aumento creciente de la protección al desempleo, de forma tal que la presión a la baja ejercida sobre los salarios disminuiría a medida que aumenta dicha protección.

En este caso, y dado el cambio de signo experimentado por el parámetro sería conveniente replantearse la especificación de la ecuación ya que esta variable habría perdido poder explicativo sobre la evolución de los salarios.

* DEMANDA

En este cuarto bloque debemos diferenciar el comportamiento de las ecuaciones relativas a cada uno de los grandes componentes de la demanda agregada, consumo, inversión, exportaciones e importaciones.

- Consumo.

En la componente de consumo diferenciamos dos categorías de consumo privado (alimentación y no alimentación) y una de consumo público, modelizándose todas ellas en pesetas constantes de 1986 y utilizando, principalmente, como variables explicativas la renta, los precios, y la propensión al ahorro en el período precedente.

En general se observa un comportamiento bastante estable de todos los coeficientes, detectándose no obstante una cierta disminución de los parámetros no directamente ligados a las variables de renta.

En este sentido, y aunque sería necesario realizar una estandarización de los coeficientes, podríamos inferir un ligero aumento del comportamiento autónomo de los patrones de consumo, quedando sus variaciones principales ligadas únicamente a las variaciones de renta.

- Inversión.

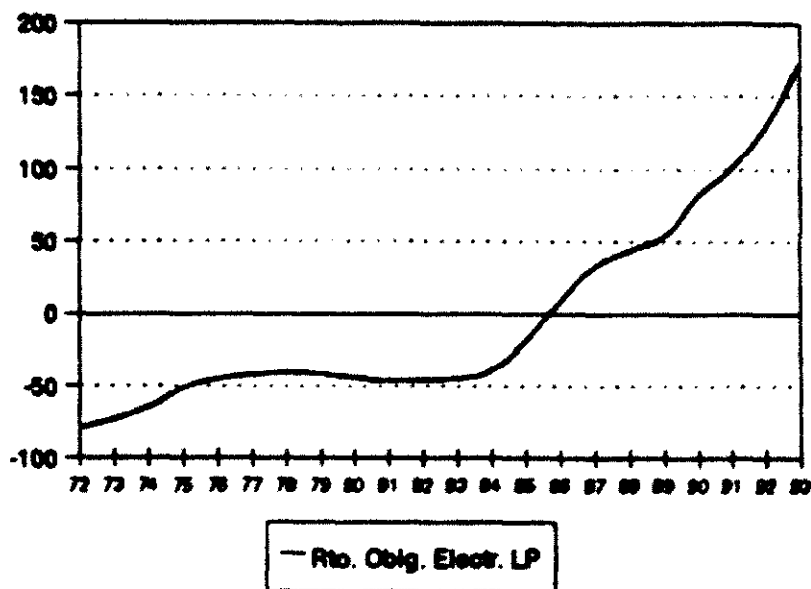
La modelización de la formación bruta de capital se aborda diferenciando tres grandes componentes de inversión privada (construcción residencial, construcción no residencial y bienes de equipo) manteniendo como variable exógena la inversión pública.

En todos los casos las variables explicativas utilizadas vienen a recoger los siguientes factores:

- las disponibilidades financieras, medidas a través del excedentes de explotación, crédito al sector privado y entradas de inversión extranjera,
- el coste de capital, medido a través de los tipos de interés, y
- algún tipo de variable de expectativas (índice de bolsa, variación de renta, etc).

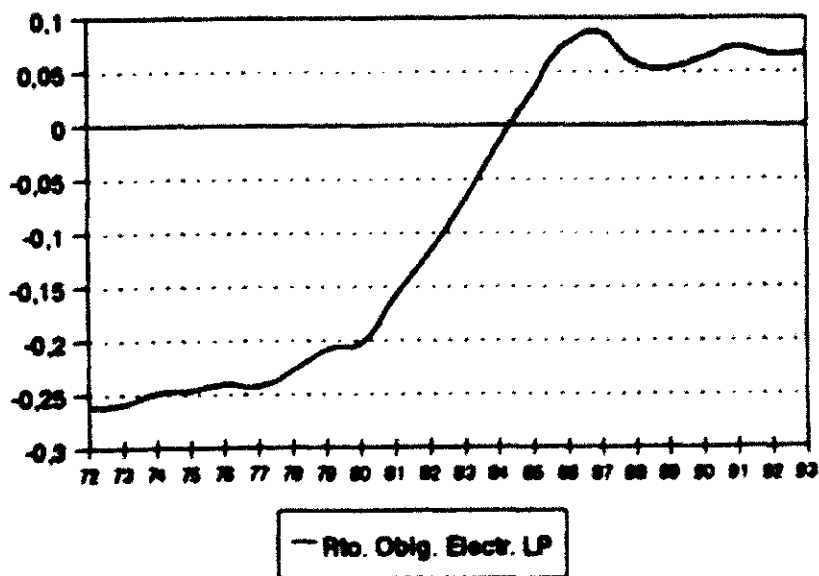
Inversión Privada Real en Bienes de Equipo

Evolución de coeficientes estimados



Inversión Real en Construcción Residencial

Evolución de coeficientes estimados



Del análisis de los coeficientes estimados mediante EPPs en este conjunto de ecuaciones, debemos destacar especialmente el "extraño" comportamiento de las variables de tipos de interés, cuyos coeficientes se vuelven positivos a partir del período 85-86, tal como aparece en el gráfico anterior; es decir, atendiendo a estos resultados, en este país se invertiría más cuanto mayores fueran los tipos de interés y viceversa.

Esta circunstancia, que lógicamente iría en contra de toda la teoría económica, y que ya se había puesto de manifiesto en algunos análisis empíricos anteriores¹⁰, estaría provocada, en este período concreto 1986-1993, por dos circunstancias coyunturales diferentes y sucesivas en el tiempo.

En la primera etapa, período 86-90, la férrea política monetaria llevada a cabo durante la época de mayor crecimiento económico, habría provocado la paradoja de la coexistencia de fuertes aumentos de la inversión junto con unos tipos de interés igualmente crecientes, y que por otra parte estaban favoreciendo las entradas masivas de capital exterior que terminaban apoyando los proyectos de inversión interiores.

Por otro lado, a partir del año 1992, la relajación de la política monetaria junto con la imposición de reducir los diferenciales de tipos de interés con nuestros socios comunitarios, coincide con el inicio de la crisis económica y la paralización de la inversión, por lo que nuevamente las tendencias de los tipos de interés y la inversión vuelven a coincidir, en este caso a la baja, provocando la existencia de esta relación positiva entre ambas variables.

¹⁰ Pulido(1974) en su libro dedicado al "Tratamiento econométrico de la inversión" pone de manifiesto la dificultad de explicitar una relación empírica entre la evolución de los tipos de interés y los niveles de inversión.

- Exportaciones

En las partidas de exportación se han diferenciado cinco grupos de bienes (Productos alimenticios, productos energéticos, bienes intermedios, bienes de equipo y bienes de consumo) y dos de servicios (turismo y otros servicios).

En todos los casos el tipo de modelización llevada a cabo incorpora una variable de actividad (Crecimiento del PIB mundial ponderado), y una variable de precios relativos, especificando todas las ecuaciones en logaritmos, por lo que los parámetros son directamente interpretables como elasticidades.

La estimación de los parámetros variables mediante EPPa no pone de manifiesto especiales alteraciones en la elasticidad precio de ninguno de los grupos, mientras que, por el contrario, en la elasticidad crecimiento (variable de actividad) se observan evoluciones significativamente diferentes en las distintas partidas.

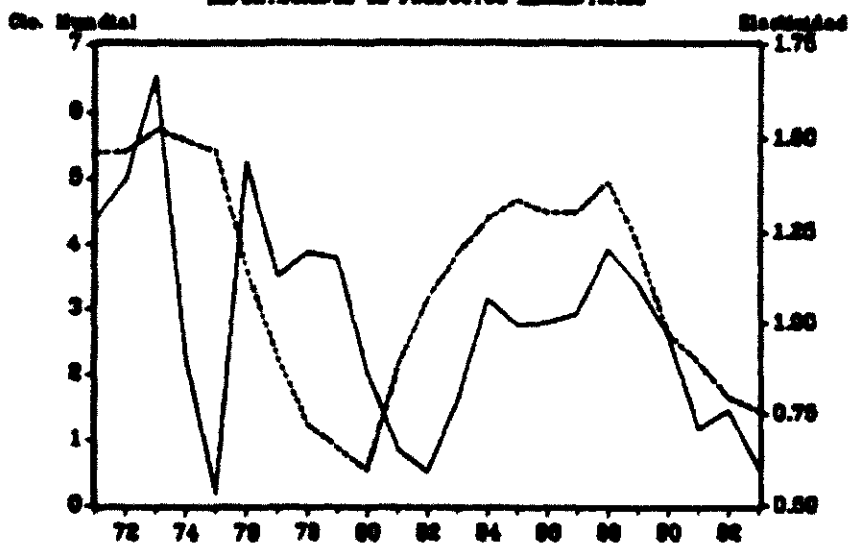
Así, por ejemplo, mientras que para los productos alimenticios y los bienes intermedios, la elasticidad crecimiento evoluciona de forma similar al ciclo económico mundial, aumentando cuando lo hace éste, los productos energéticos siguen una evolución prácticamente inversa, aumentando la elasticidad en los periodos más bajos del ciclo económico mundial.

En la página siguiente, se presentan los gráficos correspondientes a la elasticidad crecimiento de las exportaciones de productos alimenticios y de bienes intermedios, junto con la propia variable de crecimiento mundial ponderado, donde pueden comprobarse las anteriores afirmaciones.

Por su parte los bienes de equipo, ven aumentar sistemáticamente su elasticidad crecimiento hasta mediados de los años 80 y estabilizándose a partir de entonces, coincidiendo con la expansión del sector automovilístico español y su posterior estancamiento.

EVOLUCION DE LA ELASTICIDAD-ACTIVIDAD

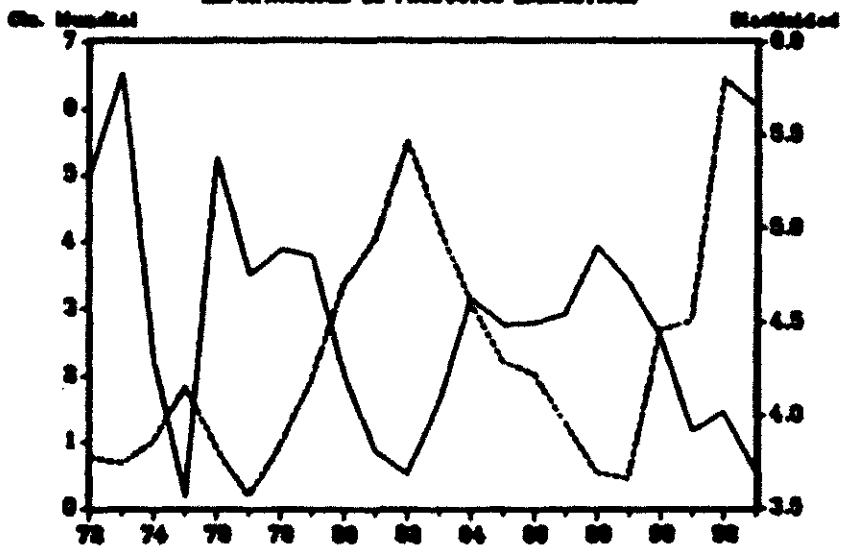
EXPORTACIONES DE PRODUCTOS ALIMENTICIOS



— Crecimiento Mundial — Elasticidad-Actividad

EVOLUCION DE LA ELASTICIDAD-ACTIVIDAD

EXPORTACIONES DE PRODUCTOS ENERGÉTICOS



— Crecimiento Mundial — Elasticidad-Actividad

- Importaciones

Al igual que la componente de exportación, las importaciones se diferencian en cinco categorías de bienes y dos de servicios, utilizándose como principales variables explicativas una variable de actividad, (PIB, consumo, o inversión) y una variable de precios relativos corregidos por el tipo de cambio.

En esta ocasión sí que se detecta un aumento generalizado de la elasticidad crecimiento (Variable de actividad) en todas las partidas de bienes y servicios, lo que estaría confirmando el proceso creciente de apertura de la economía española, presentándose en la página siguiente, a modo de ejemplo, la evolución de la elasticidad actividad de las importaciones de bienes de consumo y la de los bienes intermedios.

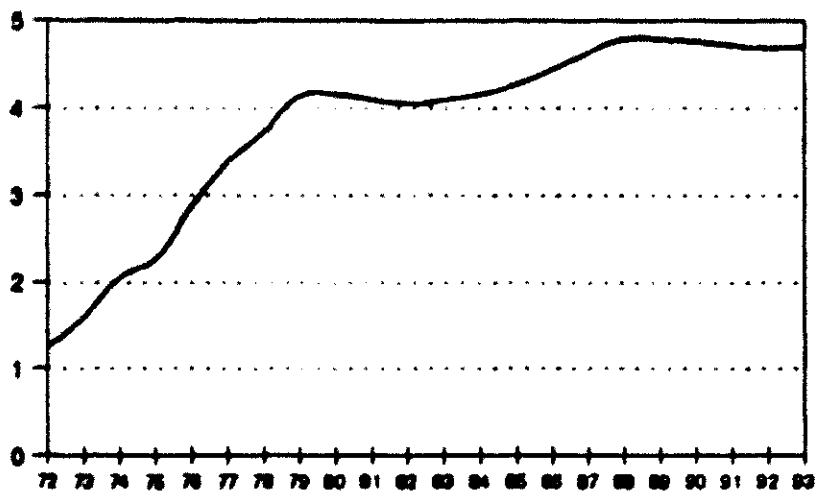
Por otro lado, también se detecta un importante aumento de la elasticidad precio en los productos alimenticios y una reducción en los bienes de consumo, lo que estaría indicando una mayor sustituibilidad de los productos alimenticios frente a una mayor diferenciación de los bienes de consumo importados.

En esta misma línea, es destacable la evolución sufrida por la elasticidad precio de los bienes de equipo, que se volvería positiva a partir de 1984.

Este hecho, que nuevamente nos obligaría a replantearnos la especificación de la ecuación, al no ser acorde con la teoría subyacente, podría estar provocado por el proceso creciente de penetración de las empresas internacionales que se abastecerían de equipos fabricados en el exterior, bien por la inexistencia de productos nacionales equivalentes, o bien por la propia política de la compañía, e independientemente de la evolución de los precios.

Importaciones Reales de Bienes de Consumo

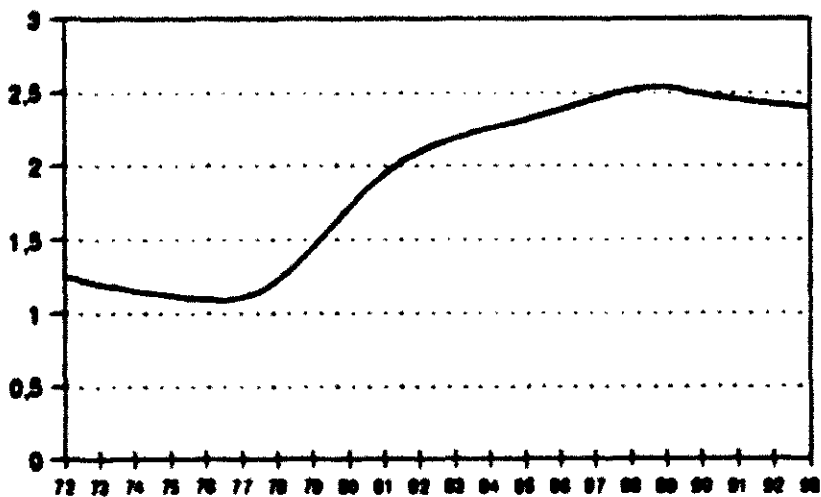
Evolución de coeficientes estimados



— Consumo No Alimenta.

Importaciones Reales de Bienes Intermedios

Evolución de coeficientes estimados



— PIB pm Real

En cualquier caso, y tanto para la componente de importación como la de exportación, debemos recordar las matizaciones realizadas en las ecuaciones de precios en cuanto a los cambios metodológicos sufridos por las correspondientes series estadísticas.

• RENTAS

El análisis de los coeficientes incorporados en el conjunto de ecuaciones que constituyen el bloque de rentas es, tal vez, el que mayor dificultad presenta, ya que la mayoría de las variables están expresadas en términos nominales, y, por tanto, la evolución de los precios puede estar latente en la propia evolución de los coeficientes.

No obstante, y a pesar de estas limitaciones, sí que podemos inferir que en aquellas ecuaciones que tratan de explicar el comportamiento de la recaudación por las distintas modalidades de impuestos, y que se estiman, en general, en función de una aproximación a la base imponible total (PIB, Renta, excedente, salarios, etc), se observa un aumento generalizado de los coeficientes, especialmente en aquellos impuestos que gravan las rentas familiares, lo que estaría indicando un aumento creciente de los tipos impositivos.

Otra de las ecuaciones cuyo análisis puede presentar un especial interés, es la que hace referencia a las prestaciones sociales pagadas por las AA.PP., expresadas en tasas de variación, y que se hacen depender de la evolución del número de parados, el crecimiento de la inflación y el aumento del número de pensionistas.

De la evolución de los coeficientes de dicha ecuación podemos inferir un aumento continuado, a partir de 1983 y hasta 1992, del parámetro correspondiente al número de pensionistas, situación que estaría reflejando un aumento de la cobertura social a lo largo de estos años.

Por otro lado el coeficiente correspondiente al crecimiento de precios se sitúa por encima de la unidad desde 1983 y manteniéndose estable a partir de entonces, por lo que podemos deducir que a partir de ese año se ha garantizado el poder adquisitivo de las prestaciones sociales.

• EMPLEO

Dentro de este último bloque de ecuaciones debemos diferenciar las que se utilizan para determinar la evolución de la población activa por tramos de edad y sexos, de la ecuación que explica el comportamiento de la población ocupada total.

Ese primer conjunto de ecuaciones al que hacíamos referencia, se ve muy condicionado por los citados cambios metodológicos sufridos por la Encuesta de Población Activa a los que se hizo referencia en el apartado precedente, por lo que no realizaremos aquí ningún análisis adicional.

Por el contrario, la ecuación que determina la evolución del empleo total, expresada en términos de tasa de variación del número de ocupados, sí que se presta a la realización de algunos comentarios específicos; pues al utilizar como variables explicativas tanto el crecimiento del PIB, como la evolución de los salarios reales y el crecimiento diferencial de la inversión con respecto al PIB, podemos determinar si la elasticidad crecimiento ha variado a lo largo del tiempo, o si los salarios han frenado las posibilidades de creación de empleo.

Del análisis de la evolución de los distintos coeficientes que componen esta ecuación podemos resaltar los siguientes aspectos:

- El coeficiente asociado a la variable de salarios reales se mantiene en torno al -0.1 en período 71-86 año a partir del cual comienza a reducirse llegando a ser ligeramente positivo a partir de 1990. Esta evolución estaría indicando que la

variable de salarios reales, habría dejado de ser especialmente relevante para determinar la generación de empleo, desde mediados de los años 80.

Si estos resultados fueran correctos, estaríamos suponiendo la no existencia de paro clásico desde principios de los años 90, por lo que sería especialmente interesante profundizar en el análisis dinámico de esta ecuación.

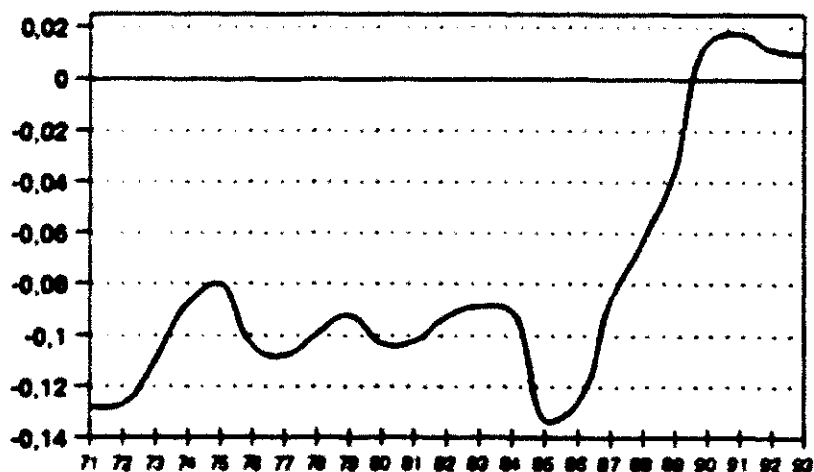
- Por otro lado, el coeficiente de la variable de crecimiento del P.I.B. real, habría ido aumentando paulatinamente hasta 1985, año en el que se alcanzó una elasticidad máxima de 1.03, reduciéndose ligeramente hasta estabilizarse en torno a 0.93 desde 1990.

- Donde sí que se observa una evolución continuada es en el coeficiente relativo al crecimiento diferencial de la inversión, que pasaría desde el 0.03 de principios de los años 70 hasta el 0.15 de la actualidad. Este comportamiento estaría indicando que es la variable de inversión la que está sustituyendo a la variable de salarios reales como determinante de la generación de empleo.

En resumen, y a la vista de estos resultados podríamos inferir que el crecimiento económico como base de la generación de empleo no ha experimentado especiales variaciones en los últimos años; y que las matizaciones al alza o a la baja sobre este nivel medio de creación de empleo, vienen cada vez menos desde el punto de vista de los salarios y más desde los crecimientos diferenciales de la inversión.

%Cto. del Número Total de Empleados

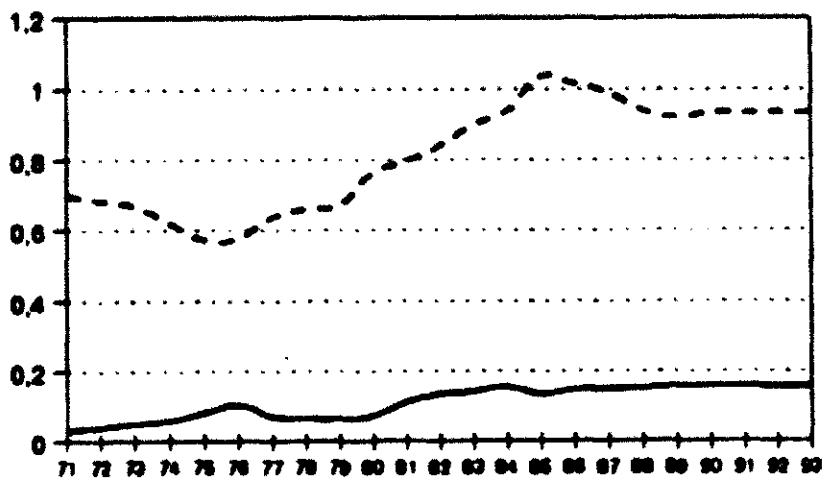
Evolución de coeficientes estimados



— %Cto. Salario Real

%Cto. del Número Total de Empleados

Evolución de coeficientes estimados



-- %Cto. PIB pm Real — Dif. Cto. Inver./PIB

CAPITULO 6

RESUMEN Y CONCLUSIONES



Cap.6. RESUMEN Y CONCLUSIONES.

A lo largo de los capítulos anteriores hemos venido abordando el estudio del cambio estructural en los modelos econométricos tratando de delimitar el problema, presentar las distintas alternativas para su contrastación y plantear las distintas opciones metodológicas desarrolladas para su tratamiento.

Dentro de este esquema general, la principal aportación de esta tesis doctoral se centra en el planteamiento de una nueva alternativa de estimación que hemos denominado Método EPP ampliado (Estimación Paramétrica Ponderada), a partir de la cual se elaboran tres contrastes paramétricos para la determinación de la existencia de cambio estructural y cuyo desarrollo se encuentra en el capítulo cuarto.

Por este motivo, y una vez desarrollado el planteamiento teórico de dicho método, hemos realizado una aplicación empírica del mismo sobre el conjunto de ecuaciones que integran el modelo Wharton-UAM, de forma que, a la vez que se comprueba fiabilidad del método, se realice un análisis de la evolución de la estructura económica española a lo largo de los últimos 20 años.

En este sentido, si bien la línea argumental de la tesis doctoral se estructura en torno a la definición, contrastación y modelización de los cambios estructurales, el contenido realmente diferencial debemos encontrarlo en las implicaciones que nuestro método tiene en cada una de estas etapas.

Antes de pasar a resumir brevemente el contenido de cada uno de los capítulos, vamos a presentar de forma gráfica la estructura del cuerpo básico de la presente publicación, con el fin de ofrecer una panorámica general de la misma.

ESTRUCTURA Y CONTENIDO BÁSICO DE LA TESIS

Capítulo 1.

CONCEPTUALIZACIÓN DEL CAMBIO DE ESTRUCTURA

Delimitación del fenómeno del cambio estructural y su incidencia sobre el análisis económico aplicado.

Revisión de la literatura existente.

Capítulo 2.

CONTRASTES DE CAMBIO ESTRUCTURAL

Planteamiento teórico de los principales contrastes desarrollados para detectar la existencia de cambio estructural.

Capítulo 3.

ESTIMACIÓN DE MODELOS EN PRESENCIA DE CAMBIO ESTRUCTURAL

Desarrollos metodológicos de los distintos modelos que admiten la variabilidad de los parámetros.

Capítulo 4.

EL MÉTODO DE ESTIMACIÓN PARAMÉTRICA PONDERADA.

Planteamiento del Método EPPs y desarrollo de los contrastes de cambio estructural basados en el mismo.

Análisis del método en el contexto de los modelos de estimación con parámetros cambiantes.

Capítulo 5.

APLICACION DEL METODO DE ESTIMACION PARAMÉTRICA PONDERADA

Desarrollo informático del método EPPs, aplicación a las ecuaciones del Modelo Wharton-UAM y análisis de los resultados obtenidos.

6.1.- Principales contenidos de los distintos capítulos.

Para facilitar la comprensión global de los diferentes temas abordados a lo largo de la presente tesis doctoral, vamos a tratar de sintetizar el contenido básico de cada uno de los capítulos en torno a una serie de puntos que consideramos de especial interés.

Así, el contenido del primer capítulo podemos sintetizarlo en los siguientes puntos:

- Definición del cambio estructural en un sentido amplio, considerando las distintas implicaciones que éste tiene, tanto para el creador de los modelos econométricos, como para el investigador que pretende analizar la realidad económica mediante este tipo de instrumentos.
- Determinación de las distintas fases que se deben abordar para la realización de modelos que pueden verse afectados por la existencia de alteraciones en la estructura subyacente.
- Análisis de las interrelaciones existentes entre el fenómeno del cambio estructural en los modelos econométricos y los posibles errores de especificación de los mismos; tanto desde el punto de vista de la alteración que sufren los contrastes comúnmente utilizados para la determinación de la existencia de cambio estructural ante tales errores de especificación, como desde el punto de vista de la inducción de falsos cambios estructurales que pueden producirse por dichos errores.
- Revisión de las principales aportaciones metodológicas realizadas en torno al tratamiento del cambio estructural que se han ido incorporando a la literatura econométrica; diferenciando las que provienen de planteamientos estadísticos o de tipo bayesiano, de las que provienen de la disciplina puramente econométrica.

Tal como se presenta en el esquema inicial, el segundo capítulo está dedicado a la revisión de los diferentes planteamientos propuestos para la contrastación de la existencia de cambio estructural.

• Dentro de los múltiples tipos de contrastes que podemos encontrar en la literatura econométrica hemos centrado nuestros análisis en cuatro grandes grupos que podríamos catalogar como:

- Contrastes basados en el planteamiento original de Chow.
- Contrastes clásicos aplicados al cambio estructural (Wald, Ratio de verosimilitud y Multiplicador de Lagrange).
- Contrastes no paramétricos.
- Contrastes basados en estimaciones recursivas.

• Para cada uno de estos grupos se han presentado tanto los planteamientos iniciales, como las distintas variantes que se han ido proponiendo a lo largo del tiempo, poniéndose de manifiesto las principales ventajas e inconvenientes de cada uno de ellos.

A lo largo del tercer capítulo, se realiza una revisión de las distintas alternativas metodológicas propuestas para la estimación de modelos con parámetros cambiantes

Los principales aspectos tratados en este capítulo serían los siguientes:

• Planteamiento de las distintas alternativas de actuación frente a la existencia de cambios estructurales, en función de los objetivos para los que se elaboró el modelo, diferenciando entre las cuatro funciones básicas de los mismos: Contrastación de teorías, análisis estructural, predicción y simulación.

- Clasificación de los distintos modelos de parámetros cambiantes en función de dos rasgos básicos: Carácter estocástico o determinista de la variación de los parámetros y evolución estacionaria o tendencial de los mismos.
- Con las dos características anteriormente citadas se agrupan los distintos modelos en cuatro categorías diferentes, planteándose los principales modelos propuestos en cada una de ellas y que se recogen en el cuadro siguiente:

• MODELOS ESTACIONARIOS DETERMINISTAS	
	<ul style="list-style-type: none"> → Modelo de variación sistemática determinista → Modelo de regresiones cambiantes (Switching Regression) <ul style="list-style-type: none"> → Modelo de variables ficticias → Modelos estacionales → Modelos de regresiones partidas (Piecewise Regression) <ul style="list-style-type: none"> → Con punto de cambio conocido <ul style="list-style-type: none"> → Determinación en base al tiempo → Determinación en base a otras variables → Determinación en base a una probabilidad desconocida → Con punto de cambio desconocido
• MODELOS DETERMINISTICOS CON EVOLUCIÓN TENDENCIAL	
	<ul style="list-style-type: none"> → Modelo de variables ficticias con tendencia → Funciones cúbicas segmentadas
• MODELOS ESTOCÁSTICOS ESTACIONARIOS	
	<ul style="list-style-type: none"> → Modelo de variación sistemática aleatoria → Modelo de coeficientes aleatorios de Hildreth y Houck → Modelo de coeficientes aleatorios de Swamy → Modelo de coeficientes aleatorios de Hsiao.
• MODELOS ESTOCÁSTICOS NO ESTACIONARIOS	
	<ul style="list-style-type: none"> → Modelo de Cooley y Prescott → Modelo de parámetros convergentes de Rosenberg → Modelos basados en el Filtro de Kalman

El cuarto capítulo está dedicado, como vemos, a la estimación paramétrica ponderada, siendo los principales temas desarrollados los siguientes:

- Breve resumen de las investigaciones preliminares llevadas a cabo sobre el método EPPa y que fueron el objeto de mi tesina de licenciatura. (Pérez(1991))
- Presentación de una aplicación similar realizada por Diebold y Pauly(1987) en el campo de la combinación de predicciones.
- Planteamiento básico del método EPPa ampliado, características de las series de ponderaciones, y distribución y propiedades del estimador EPPa.
- Posibilidades de utilización del método EPPa para la contrastación de cambio estructural en una triple vertiente:
 - análisis gráfico
 - elaboración de contrastes no paramétricos
 - planteamiento y desarrollo de tres contrastes paramétricos alternativos basados en las distribuciones del estimador EPPa.
- Análisis de las principales ventajas e inconvenientes de los contrastes propuestos frente a las formulaciones clásicas y posibilidades de ampliación futuras.
- Determinación de las principales características comunes de los distintos métodos y comparación de éstos, con respecto al método EPPa como una alternativa para la estimación de parámetros variables, poniendo de manifiesto las principales ventajas e inconvenientes del mismo.
- Utilización del método EPPa como procedimiento auxiliar de otros métodos de estimación en el sentido de:

- Fijar los posibles puntos de cambio de estructura para la aplicación de métodos sencillos de regresiones partidas.
- Inferir el tipo de evolución de los parámetros.
- Estimación de las matrices desconocidas del modelo de Cooley y Prescott, del filtro de Kalman o del modelo de Rosenberg.

Finalmente, del quinto capítulo, dedicado al análisis empírico del método EPPa, podemos extraer como principales aspectos los que figuran a continuación:

- Planteamiento de la metodología de aplicación empírica del método EPPa, tanto para la obtención de los parámetros, como para el cálculo de los tres contrastes alternativos propuestos en el capítulo cuarto.
- Determinación del tipo de ponderación a utilizar, así como de la potencia del primero de los contrastes propuestos, en base a un experimento de tipo Montecarlo.
- Ubicación de la aplicación empírica realizada en el contexto del modelo Wharton-UAM, explicitando las características básicas de éste, así como el conjunto de ecuaciones sobre las que se efectuó el estudio.
- Planteamiento básico de la aplicación realizada.
- Análisis de los principales resultados en una triple vertiente:
 - Determinación cuantitativa de las ecuaciones que presentaban cambio estructural y comparación de los distintos contrastes alternativos. (Chow, CUSUM-SQ y EPPa).
 - Ubicación temporal de los principales cambios de estructura detectados.
 - Análisis cualitativo de la evolución estimada de los distintos coeficientes.

6.2.- Conclusiones básicas del trabajo.

A la hora de explicitar las conclusiones que se derivan del trabajo realizado es necesario que diferenciamos, al menos, tres tipos:

a) las que hacen referencia al tratamiento general del cambio estructural en los modelos econométricos.

b) las que se centran sobre nuestra propuesta del método EPPa como una alternativa para el tratamiento de dicho problema.

c) las que se refieren a los resultados empíricos de la aplicación del método EPPa sobre las ecuaciones del Modelo Wharton-UAM.

En cuanto al tratamiento general del cambio estructural debemos poner de relieve los siguientes aspectos:

a.1.- La problemática del cambio estructural es uno de los aspectos básicos en el análisis de los modelos econométricos, siendo el origen de las principales críticas vertidas históricamente sobre esta metodología.

a.2.- No se puede abordar este problema de forma aislada, pues las múltiples implicaciones que presenta, tanto desde el punto de vista económico, como puramente estadístico o econométrico, nos obliga a realizar el análisis desde múltiples enfoques alternativos. (Justificaciones económicas de los cambios, determinación de los impactos exógenos que pueden provocarlo, diferenciación con otro tipo de errores de los modelos, etc).

a.3.- La complejidad de los fenómenos económicos y el dinamismo implícito en los mismos, nos obliga a desarrollar modelos cada vez más flexibles que sean capaces de incorporar esta complejidad.

a.4.- El amplio rango de posibilidades de alteración de las estructuras, implícitas en los modelos econométricos, hace necesario el planteamiento de múltiples contrastes y modelos alternativos, no existiendo soluciones aplicables a la generalidad de los casos.

Respecto al desarrollo concreto del Método EPPa, las principales conclusiones son las siguientes:

b.1.- El método EPPa se demuestra como una alternativa válida para la contrastación del cambio estructural, presentando como principales ventajas frente a los enfoques clásicos, su versatilidad para el desarrollo de distintos contrastes, tanto paramétricos como no paramétricos, el que no ser necesaria la fijación a priori de los posibles puntos de cambio estructural, la posibilidad de discriminación de los parámetros que varían frente a los que permanecen fijos y el hecho de no perder grados de libertad al disponer siempre de las muestras completas.

b.2.- Frente a estas ventajas, los contrastes de cambio estructural basados en el método EPPa adolecen de algunas desventajas en su planteamiento, como es la subjetividad en la fijación de la ponderación a utilizar y su sensibilidad ante la existencia de puntos "raros" (outliers).

b.3.- Del experimento realizado para la determinación de la distribución de ponderaciones óptima para la contrastación del cambio estructural, se deduce que las ponderaciones geométricas "poco cargadas" ($r=1.2$), ofrecen mejores resultados que las lineales, cuya probabilidad de no detectar el cambio estructural es mas elevada, y que las "más cargadas" ($r=1.7$) donde la probabilidad de detectar cambios de estructura cuando es también superior.

b.4.- En el desarrollo de la aplicación empírica se ha podido comprobar que, en su conjunto, los contrastes basados en el método EPPa presentan mayor nivel de exactitud, en la determinación de los cambios estructurales, que el contraste

CUSUM-SQ, si se confirman ambos mediante la aplicación del Test de Chow; siendo el contraste EPPa 2 (Diferencias entre dos coeficientes consecutivos) el que mejores resultados medios ofrece.

b.5.- Adicionalmente, estos contrastes EPPa, detectan de forma correcta los cambios de estructura producidos en los extremos de la muestra, que es precisamente donde los contrastes basados en estimaciones recursivas pierden bastante potencia.

b.6.- Además de las aportaciones realizadas en el ámbito de la contrastación, el método EPPa, como una alternativa de estimación con parámetros cambiantes, presenta como ventajas frente a otras alternativas de estimación, la sencillez de cálculo, el no precisar de información extramuestral, y la no necesidad de conocer a priori, ni los puntos de cambio de estructura, ni la función de evolución de los parámetros.

b.7.- En el lado opuesto, las desventajas que presenta el método EPPa para la estimación de parámetros cambiantes son, el citado componente subjetivo incorporado en las series de ponderación y el desconocimiento de la evolución a futuro de los parámetros.

b.8.- En cualquier caso, se muestra como una herramienta interesante utilizada como procedimiento auxiliar en formulaciones más complejas (Cooley y Prescott, Rosenberg o Filtro de Kalman).

Finalmente, de las conclusiones referidas a los resultados empíricos de la aplicación del método EPPa a las ecuaciones del Modelo Wharton-UAM podemos resaltar las siguientes:

c.1.- Mas del 90% de las ecuaciones que se integran el modelo Wharton-UAM presentan cambios estructurales, de lo que se deduce la necesidad de incorporar este dinamismo de la economía española en nuestros análisis cuantitativos.

c.2.- La mayoría de los cambios estructurales detectados en las ecuaciones que representan nuestro sistema económico se concentran en torno al año 1987, es decir, un año después de nuestra incorporación a la CEE.

c.3.- Del análisis de los distintos cambios estructurales detectados se deduce que la mayoría de estos están provocados bien por alteraciones en las fuentes estadísticas utilizadas o bien por cambios institucionales o de política económica.

c.4.- Como aspectos concretos de la evolución estimada de los distintos coeficientes podemos resaltar los siguientes:

- Mayor velocidad de ajuste entre el tipo de cambio real y el teórico, aumentando permanentemente la incidencia de los tipos de interés sobre el mismo.

- Los tipos de interés a largo plazo, evolucionan, cada vez más en función de los tipos internacionales, matizados por los movimientos de los tipos a corto, mientras que estos últimos se utilizan como instrumentos de básicos de control de la inflación, aún a pesar de que esto suponga movimientos diferenciales con respecto a las tendencias internacionales.

- En general se observa una disminución de la incidencia de lo que deberían ser los condicionantes básicos de la evolución de los precios de importación, es decir precios internacionales y tipos de cambio, y su variación real; hecho que podría estar motivado por el creciente aumento de las transacciones intra-empresas multinacionales.

- El conjunto de circunstancias coyunturales acaecidas en los últimos años han provocado que la evolución de la inversión fuera en paralelo con los tipos de interés detectándose una anómala correlación positiva entre ambas variables a partir de 1987.

- Se detecta un aumento considerable de la elasticidad demanda de nuestras importaciones, fruto del creciente proceso de apertura de nuestra economía, y que, por el contrario, no se ve reflejado en la evolución de la elasticidad crecimiento de nuestras exportaciones.

- El crecimiento económico como base de la generación de empleo no ha experimentado especiales variaciones en los últimos años; mientras que las matizaciones al alza o a la baja sobre este nivel medio de creación de empleo, vienen cada vez menos desde es punto de vista de los salarios y más desde los crecimientos diferenciales de la inversión.

Para terminar no quiero dejar de manifestar mi agradecimiento a todas aquellas personas que me han apoyado en la elaboración de esta tesis doctoral y sin cuya ayuda hubiera sido imposible su realización.

Comenzando por la familia y amigos que han sufrido conmigo los avatares de este proyecto, y particularmente Milagros, que su calidad de esposa y colega profesional, ha sufrido, y espero que alegrado, por partida doble.

Continuando con todos mis compañeros del Instituto de Investigación "L.R.Klein", en el que desarrollo mi actividad profesional, que siempre han estado dispuestos a apoyarme en la medida de sus posibilidades; y sobre todo a mis colaboradores directos en el proyecto del Modelo Wharton-UAM sin cuya ayuda no hubiera sido posible la realización de la aplicación empírica presentada.

A todos los profesores que con su experiencia me han ido formando como investigador y me han ofrecido la posibilidad de estar hoy presentando esta tesis doctoral, agradeciendo especialmente a los profesores Pulido, Pena y la profesora Ana del Sur, tanto el tiempo que han dedicado a mi formación, como las sugerencias y aportaciones concretas a este trabajo, de cuyo éxito son partícipes, si bien las posibles deficiencias son únicamente achacables a mi persona.

Igualmente quiero agradecer a los miembros del tribunal su presencia en el mismo y el tiempo que han dedicado a la lectura y crítica del trabajo presentado.

Finalmente me gustaría hacer una mención especial a mi director de tesis, el profesor Vicéns, como director y como amigo, ya que de su gran imaginación surgieron las ideas iniciales para la realización de este trabajo, y porque con su constante tutela y apoyo ha sido posible la realización del mismo.

BIBLIOGRAFÍA



BIBLIOGRAFIA:

ANDREWS, D.W.K. and FAIR, R.C. (1987): "Inference in Econometric Models with Structural Change". Cowles Foundation Discussion Paper, n° 832. Yale University. También publicado en Review of Economic Studies, n° 20. Páginas 46-63.

ANDREWS, D.W.K. and FAIR, R.C. (1988): "Inference in Nonlinear Econometric Models with Structural Change". Review of Economic Studies (1988), L.V. Páginas 615-640.

ANDERSEN, E.S. (1954): "On the fluctuation of sums of random variables". Mathematical Scandinavica n° 2. Páginas 171-181.

ANDERSON, G.J. and MIZON, G.E. (1989): "What Can Statistics Contribute to the Analysis of Economics Structural Change?". En: Statistical Analysis and forecasting of Economic Structural Change. Capítulo 1. Páginas 4-21. Hackl editor. Springer-Verlag y IIASA (International Institute for Applied System Analysis).

ANDERSON, T.W. and HSIAO, C. (1981): "Estimation of dynamic models with error components". Journal of the American Statistical Association, n° 76. Páginas 598-606.

ANDERSON, T.W. and HSIAO, C. (1982): "Formulation and estimation of dynamic models using Panel Data". Journal of Econometrics, n° 18. Páginas 47-82.

ANSCOMBE, A.C. and TURKEY, J.W. (1963): "The examination and analysis of residuals". Technometrics, n° 5. Páginas 141-160.

ARORA, S.S. (1973): "Error components regression models and their applications". Annals of Economics and Social Measurement, volumen 2, n° 4. Páginas 451-461. También publicado en: NBER Working Paper, n° 3. June 1973.

ATKINSON, A.C. (1982): "Regression Diagnostics, transformations and constructed variables. Journal of the Royal Statistical Society, Serie B, n° 44. Páginas 1-36.

BACON, D.W. and WATTS, D.G. (1971): "Estimating the Transition between two Intersecting Straight Lines". Biometrika, 58. Páginas 525-534.

BELSLEY, D.A. (1973a): "A test for systematic variation in regression coefficients". Annals of Economics and Social Measurement, volumen 2, n° 4. Páginas 494-499.

BELSLEY, D.A. (1973b): "On the determination of systematic parameter variation in the linear regression model". Annals of Economics and Social Measurement, volumen 2, n° 4. Páginas 487-494.

BELSLEY, D.A. (1973c): "The Applicability of the Kalman filter in the determination of systematic parameter variation". En: Annals of Economics and Social Measurement, volumen 2, n° 4. Páginas 531-533.

BELSLEY, D.A. and KUH, E. (1973): "Time-varying parameter structures: an overview". Annals of Economics and Social Measurement, volumen 2, n° 4. Páginas 375-380.

BHATTACHARYYA, G.K. and JOHNSON, R.A. (1968): "Non parametric test for a shift at an unknown time point". Annals of Mathematical Statistics, n° 39. Páginas 1731-1743.

BOX, G.E.P. and JENKINS, G.M. (1970): Time Series Analysis: Forecasting and Control. Holden-Day, San Francisco.

BOX, G.E.P. and TIAO, G.C. (1975): "Intervention analysis with applications to economic and environmental problems". Journal of the American Statistical Association, 70. Páginas 70-79.

BREUSCH, T.S. (1986): "Hypothesis Testing in Unidentified Models". Review of Economic Studies, 53. Páginas 635-651.

BROEMELING, L.D. (1982): "Introduction". Journal of Econometrics, n° 19. North-Holland Publishing Company. Páginas 1-5.

BROEMELING, L.D. and TSURUMI, H. (1987): Econometrics and Structural Change. New York: M.Dekker.

BROWN, R.L. and DURBIN, J. (1968): "Methods of investigating whether a regression relationships as constant over time". Mathematical Center Tracts, 26. Páginas 37-45.

BROWN, R.L. and DURBIN, J. and EVANS J.M. (1975): "Techniques for testing the constancy of regression relationships over time". Journal of the Royal Statistical Society, Sección B, n° 37. Páginas 149-192.

BRUNK, H.D. (1960): "On a theorem of E. Sparre Andersen and its applications to test against trend". Mathematica Scandinavica, n° 8. Páginas 305-326.

BUSE, A. and LIM, L. (1977): "Cubic Splines as a special case of restricted least squares". Journal of the American Statistical Association, 72. Páginas 64-68.

CHAREMZA, W.W. and DEADMAN, D.F. (1992): New directions in econometrics practice: general to specific modelling, cointegration and vector autoregression. Aldershot, Englan edt. Edward Elgar. 370 páginas.

CHERNOFF, H. and ZACKS, S. (1964): "Estimating the Current Mean of a Normal Distribution which is Subjected to Changes over time". Annals of Mathematical Statistics, 35. Páginas 999-1018.

CHIN CHOY, J.H. and BROEMELING, L.D. (1980): "Some Bayesian inferences for a changing linear model". Technometrics, 22. Páginas 71-78.

CHOW, G.C. (1960): "Test of equality between set of coefficients in two linear regression". Econometrica, n° 28. Páginas 591-605

CHOW, G.C. and POLLACK, R.E. and COOK, R.D. (eds) (1982): Residuals and influence in regression. Chapman and Hill. New York.

COOLEY, T.T. and PRESCOTT E.C. (1973): "Systematic (Non-Random) variation models varying parameter regression: a theory and some applications". Annals of Economics and Social Measurement, volumen 2, n° 4. Páginas 463-474.

COOPER, P.J. (1973): "Time-varying regression coefficients: a mixed estimation approach and operational limitations of the general Marcov structure". Annals of Economics and Social Measurement, volumen 2, n° 4. Páginas 525-530.

COOK, R.D. and WEISBERG, S. (1982): Residual and Influence in Regression. New York: Chapman and Hill.

CORSI, P., POLLACK, R.E. and PRAKKEN, J.C. (1982): "The Chow-Test in the presence of serially correlated errors". En G.C. Chow and P. Voris (eds). Evaluating the reliability of macroeconomic models. New York: Jhon Willey.

CORSI, P. and CHOW G.C. (Eds.) (1982): Evaluating the reliability of macroeconomic models. New York: John Wiley.

COX, D.R. and STUART, A. (1955): "Some quick sign test for trend in location and dispersion". Biometrika, n° 42. Páginas 80-95.

DANIELS, H.E. (1950): "Rank correlation and population models". Journal of the Royal Statistical Society. Serie B, n° 12. Páginas 171-181.

DIEBOLD, F.X. and PAULY, P. (1987): "Structural change and the combination of forecasts". Journal of Forecasting, n° 6. Páginas 21-40.

DUFOUR, J.M. (1982): "Recursive stability analysis of linear regression relationships". Journal of Econometrics, n°19. Páginas 31-76.

DURBIN J. (1968): "Testing for serial correlation in least-squares regression when some of the regressors are lagged dependent variables". London School of Economics and Political Science. Noviembre 1968.

ENGLE, R.F. (1982): "Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of UK inflation. Econometrica, n° 38. Páginas 410-421.

ENGLE, R.F. and GRANGER, C.W.J. (1987): "Co-integration and error correction: representation, estimation and testing". Econometrica, 55. Páginas 251-276.

ERICSSON, N.R. (1992): "Parameter Constancy, Mean Square Forecast Errors, and Measuring Forecast Performance: An Exposition, Extensions, and Illustration". Journal of Policy Modeling, n° 14(4). Páginas 465-495.

ERLAT, H. (1983): "A note on testing for structural change in a single equation belonging to a simultaneous equation system". Economics Letters, n° 13. Páginas 185-189.

FAIR, R.C. (1993): "Testing Macroeconometric Models". AEA Papers and Proceedings: What happened to Macroeconometrics Models?, volumen 83, n° 2. Mayo 1993.

FARLEY, J.V. and HINICH, M.J. (1970): "A test for shifting slope coefficient in a linear model". Journal of the American Statistical Association, 65. Páginas 1320-1329.

FARLEY, J.V., HINICH, M.J. and McGUIRE (1975): "Some comparisons of test for a shift in the slopes of a multivariate linear time series model". Journal of Econometrics, n° 3. Páginas 297-318.

FERNANDEZ, P., PULIDO, A. y VICENS, J. (1988): "Determinación de precios y salarios en el Modelo Wharton-UAM/5". Documento 88/1. Instituto Lawrence R. Klein. Departamento de Economía Aplicada. Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de la Universidad Autónoma de Madrid.

FERREIRA, P.E. (1975): "A Bayesian Analysis of a Switching Regression Model: Known number of regimes". Journal of American Statistical Association, 70. Páginas 370-374.

FISHER, F.M. (1970): "Test of equality between sets of coefficients in two linear regression: An expository note". Econometrica, vol 38, n° 2. Páginas 361-366.

GALLANT, A.R. and FULLER, W.A. (1973): "Fitting segmented polynomial regression models whose joint points have to be estimated". Journal of the American Statistical Association, n° 68. Páginas 144-147.

GARDNER, L.A. (1969): "On detecting changes in the mean of normal variates". Annals of Mathematical Statistics, n° 40. Páginas 116-126.

GARDNER, L.A. (1970): "Detecting "small" means shifts in time series". Management Science, n° 17. Páginas 189-200.

GHYSELS, E. and HALL, A. (1990): "A test for structural Stability of Euler Conditions Parameters Estimated via the Generalized Methods of Moments Estimator". International Economic Review, vol. 31, n° 2. Páginas 355-364.

GODFREY, L.G. (1988): Misspecification test in econometrics: the Lagrange multiplier principle and other approaches. Cambridge University Press, 1988. USA

GODFREY, L.G. and WICKENS, M.R. (1982): "Test of Misspecification using locally Equivalent Alternative Models". En: Evaluating the Reliability of Macro-economic Models. Capítulo 6. Páginas 71-103. Chow G.C. and Corsi, D. (eds). New York: John Wiley

GOLDFELD, S.M. and QUANDT, R.E. (1973a): "A Markov model for switching regression". Journal of Econometrics, n° 1. Páginas 3-16.

GOLDFELD, S.M. and QUANDT, R.E. (1973b): "The estimation of structural shifts by switching regression". Annals of Economics and Social Measurement, volumen 2, n° 4. Páginas 475-485.

GOLDFELD, S.M. and QUANDT, R.E. (1976): "Techniques for estimating switching regressions". En Studies in Nonlinear Estimation. Cambridge, MA: Ballinger.

GOLDFELD, S.M. and QUANDT, R.E. (1978): "Asymptotic Tests for the constancy of regression in the Heteroscedastic case". Mimeografía.

GRANGER, C.W.J. (1981): "Some properties of time series data and their use in econometrics model specification". Journal of Econometrics. Páginas 121-130.

GRANGER, C.W.J. (1986): "Developments in the Study of Cointegrated Economic Variables". Oxford Bulletin of Economic and Statistics, n° 48. Páginas 213-228.

GRANGER, C.W.J. and NEWBOLD, P. (1974): "Experience with forecasting univariate time series and the combination of forecasts". Journal of the Royal Statistical Society, A-137. Páginas 131-164.

GRANGER, C.W.J. and NEWBOLD, P. (1974): "Spurious Regressions in Econometrics". Journal of Econometrics, n° 26. Páginas 1045-1066.

GRANGER, C.W.J. and NEWBOLD, P. (1977): Forecasting Economic Time Series. New York. Academic Press.

GRANGER, C.W.J. and WEISS, A.A. (1983): "Time Series Analysis of Error-Correcting Models". En: Studies in Econometrics, Time Series, and Multivariate Statistics. New York. Academic Press. Páginas 255-278.

GRANGER, C.W.J. and TERASVIRTA, T. (1993): Modelling nonlinear economic relationships. Oxford University Press.

GRIFFITHS, W.E. (1972): "Estimation of actual response coefficients in the Hildreth-Houck random coefficients model". Journal of the American Statistical Association, n° 67. Páginas 633-635.

HAAVELMO, T. (1944): "The Probability Approach in Econometrics". Econometrica, 12. Páginas 1-115.

HALL, E.G. (1992): "Modelling Structural Change Using the Kalman Filter". Methodology, Econometrics and Understanding the East European Economy in Transition. Research Memorandum ACE Project. University of Leicester. July 1992. Publicado parcialmente en Economics of Planning, n° 26. Kluwer Academic Publishers. Netherlands 1993.

HACKL, P. (1980): "Testing constancy of regression models over time". Göttingen: Vandenhoech & Ruprecht.

HACKL, P. and KATZENBEISSER, W. (1989): "Test against Nonconstancy in Linear Models Based on Counting Statistics". En: Statistical Analysis and forecasting of Economic Structural Change. Capítulo 5. Páginas 53-70. Hackl editor. Springer-Verlag y IIASA (International Institute for Applied System Analysis)

HACKL, P. and WESTLUND, S. (1985): Statistical Analysis of "Structural Change": An Annotated Bibliography. Collaborative Paper, CP-85-31. I.I.A.S.A. (International Institute for Applied System Analysis). Luxemburg.

HACKL, P. and WESTLUND, S. (1989): Statistical Analysis and Structural Change. I.I.A.S.A. (International Institute for Applied System Analysis). Luxemburg. Springer-Verlag.

HANSEN, B.E. (1992): "Testing for Parameter Instability in Linear Models". Journal of Policy Modeling, n° 14 (4). Páginas 517-533.

HARVEY, A.C. and COLLIER, P. (1977): "Testing for functional misspecification in regression analysis". Journal of Econometrics, 6. Páginas 103-119.

HARVEY, A.C. and PHILLIPS, G.D.A. (1974): "A simple test for serial correlation in regression models". Journal of the American Statistical Association, n° 69. Páginas 935-939.

HARVEY, A.C. and PHILLIPS, G.D.A. (1982): "The estimation of regression models with time-varying parameter". En: M.Deistler et al (eds.). Games, Economic Dynamic, and Time Series Analysis. Viens: Physica.

HAVENNER, A. and SWAMY, P.A.V.B. (1981): "A random coefficient approach to seasonal adjustment of economic time series". Journal of Econometrics, n° 15. Páginas 177-210.

HAWKINS, D.M. (1977): "Testing a sequence of observations for a shift in location". Journal of the American Statistical Association, 72. Páginas 180-186.

HEYADAT, A. and ROBSON, D.S. (1970): "Independent stepwise residuals for testing heteroskedasticity". Journal of the American Statistical Association, 65. Páginas 1573-1581.

HILDRETH, C. and HOUCK, J.P. (1968): "Some estimators for a Linear Model with random coefficients". Journal of the American Statistical Association. Páginas 585-595.

HINICH, M.J. and FARLEY, J.V. (1975): "Some comparisons of tests in a linear model". Journal of Econometrics, 3. Páginas 297-318.

HINICH, M.J., McGUIRE, T.W. and FISHER, F.M. (1970): "Test of equality between sets of coefficients in two ..." Econometrica, 38. Páginas 361-366.

HINKLEY, D.V. (1969): "Inference about the intersection in two-phase regression". Biometrika, n° 56. Páginas 495-504.

HINKLEY, D.V. (1970): "Inference about the change-point in a sequence of random variables". Biometrika, n° 57, volumen I. Páginas 1-17.

HINKLEY, D.V. (1971a): "Inference about the change-point from cumulative sum test". Biometrika, n° 58. Páginas 509-523.

HINKLEY, D.V. (1971b): "Inference in two-phase regression". Journal of the American Statistical Association, n° 66. Páginas 736-743.

HODOSHIMA, J. (1988): "Estimation a single structural Equation with structural change". Econometrica Theory, n° 4. Páginas 86-96.

HODOSHIMA, J. (1992): "Testing for Structural Change in a Linear Simultaneous Equations Model under Limited Information". Structural Change and Economic Dynamics, vol. 3, n° 1. Oxford University Press. Páginas 103-123.

HODOSHIMA, J. (1992): "Finite-sample properties of single-equation estimators under structural change". Journal of Econometrics, n° 53. Páginas 189-209.

HOLBERT, D. and BROEMELING, L.D. (1977): "Bayesian Inference related to Shifting Sequences and two-phase Regression" Communications in Statistics, A6,3. Páginas 265-275.

HONDA, Y. (1982): "On test of equality between sets of coefficients in two...". Manchester School, 50. Páginas 116-125.

HONDA, Y. (1992): "Chow tests in the linear simultaneous equations: the case of deficient observations.". Structural Change and Economic Dynamics, n° 3. Páginas 125-134.

HSIAO, C. (1974): "Statistical inference for a Model with both random cross sectional and time effects". International Economic Review, n° 15. Páginas 12-30.

HSIAO, C. (1975): "Some estimation methods for a random coefficient model". Econometrica, n° 43. Páginas 305-325.

ILMAKUNNAS, P. and TSURUMI, H. (1984): "Testing for parameter shifts in a regression model with two regimes of autocorrelated errors". Economic Studies Quarterly, 35. Páginas 46-56.

JANDHYALA, V.K. and MACNEILL, I.B. (1992): "On testing for the constancy of regression coefficients under random walk and change-point alternatives". Econometric Theory, n° 8. Cambridge University Press, 1992. Páginas 501-517.

JAYATISSA, W.A. (1977): "Test of equality between two sets of coefficients in two linear regressions when disturbance variances unequal". Econometrica, n°45. Páginas 1291-1292.

JOHNSON, R.A. and WORSLEY, K.Y. (1979): "On likelihood ratio test for a shift in location of ...". Journal of the American Statistical Association, 74. Páginas 365-367.

JOHNSTON, J. (1972): Econometric Methods. New York: McGraw-Hill.

JUDGE, G.G., GRIFFITHS, W.E., HILL, R.C. and LEE, T.C. (1980): The theory and Practice of Econometrics. New York: John-Wiley.

KADNER, Z. and ZACKS, S. (1966): "Tests Procedures for Possible Changes in parametres of Statistical Distributions Occurring at Unknown Time Points" Annals of Mathematical Statistics, 37. Páginas 1196-1210.

KALMAN, R.E. and BUCY, R.S. (1961): "New results in linear filtering and prediction theory". Transactions ASME, Journal of Basic Engineering. Serie D, n° 83. Páginas 95-108.

KEMPTHORNE, O. (1952): Design and Analysis of Experiments. Ed. Wiley. New York.

KEYNES, J.M. (1973): The General Theory and After. Parte II: Defense and Development. Vol.XIV. En: D.Moggridge (Ed.).The collected Writings of J.M.Keynes, St.Martin's Press. New York.

KMENTA, J. (1971): Elements of Econometrics. New York: MacMillan.

KRAMER, W. and SONNBERGER, H. (1986): The linear Regression Model under test. Heidelberg: Physica-Verlag, 188 páginas.

KRAMER, W. (1989): "The Robustness of the Chow Test to Autocorrelation among Disturbances". En: Statistical Analysis and Forecasting of Economic Structural Change. Capítulo 4. Páginas 45-52. Peter Hackl ed. Springer-Verlag y IIASA.(International Institute for Applied System Analysis).

KRELLE, W. (1989): The future of the world economy: Economic Growth and Structural Change. Editores: Wilhem Krelle. Edt. Springer-Verlag.

KOOP G. (1992): "'Objective' bayesian unit root tests". Journal of applied econometrics, volumen 7. Páginas 65-82. Edt. John Wiley and Sons, Ltd.

LEE, L.F. and GRIFFITHS, W.E. (1979): "The prior likelihood and Best Linear Unbiases Prediction in stochastic coefficient linear models". University of New England. Working paper n°1. Armidale, Australia.

LIN, C.J. and TERASVIRTA, T. (1994): "Testing the constancy of regression parameters against continuous structural change". Journal of Econometrics, n° 62. Páginas 211-228.

LO, A.W. and NEWEY, W.K. (1985): "A large sample Chow test for the linear simultaneous equations". Economics Letters, 18. Páginas 351-353.

LUBRANO, M., PIERSE, R.G. and RICHARD, J.F. (1986): "Stability of UK money demand equation: A Bayesian approach to testing exogeneity". Review of Economic Studies, n° 53. Páginas 603-634.

LUCAS, R.E. (1976): "Econometric policy evaluation. A critique". En: K. Brunner and A.H. Meltzer (eds.). The Phillips Curve and Labor Market. New York: Carnegie-Rochester Conference on Public Policy, 1.

MADDALA, G.S. (1977): Econometrics. New York: McGraw-Hill.

MANN, H.B. (1945): "Nonparametric test against trend". Econometrica n°13. Páginas 245-259.

McALEER, M. and FISHER, G. (1982): "Testing separate regression models subject to specification error". Journal of Econometrics, n° 19. North-Holland Publishing Company. Páginas 126-145.

McGEE, V.E and CARLTON, T.W. (1970): "Piecewise regression". Journal of the American Statistical Association, n° 65. Páginas 1109-1124.

McGILCHRIST, C.A. and WOODYER, K.D. (1975): "Note on a distribution-free CUSUM technique". Technometrics, 17. Páginas 321-325.

MEHTA, J.S., NARASIMHAN, G.V.L. and SWAMY, P.A.V.B. (1978): "Estimation of a dynamic demand function for gasoline with different schemes of parameter variation". Journal of Econometrics, nº 7. Páginas 263-279.

NEWKEY, W.K. and WEST, K.D. (1987): "A simple positive semi-definite heteroskedasticity and autocorrelation consistent covariance matrix". Econometrica, vol. 55, nº 3. Páginas 703-708.

NEWKEY, W.K. and GILES, D.E.A. (1981): "Testing for parameters stability in structural ... ". Economics Letters, 7. Páginas 323-353.

NEWKEY W.K. and KENNETH, W.D. (1987): "A simple, positive semi-definite, heteroskedasticity and autocorrelation consistent covariance matrix". Econometrica, volumen 55, nº 3. Mayo 1987.

PAGE, E.S. (1955): "A test for a change in a parameter occurring at an unknow points". BIOMETRIKA, 42. Páginas 523-527.

PAGE, E.S. (1957): "On problems in which a change in parameter occurs at an unknow points". BIOMETRIKA, 44. Páginas 248-252.

PESARAN H.M. (1990): "Econometrics". En: The New Palgrave Econometrics. Macmillan Press Limited, 1990.

PEREZ, J. (1991): Estimación Paramétrica Ponderada. Tesina de Licenciatura, dirigida por D. José Vicens Otero. Departamento de Economía Aplicada. Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales. Universidad Autónoma de Madrid.

- PETTIT, A.N. (1979): "A non parametric approach to the changepoint problem". Applied statistics, n° 28. Páginas 126-135.
- PHILLIPS, D.G.A. and McCABE, B.P. (1983): "The independence of Structural Change Tests in Regression Models". Economics Letters, 12. Páginas 283-287.
- PIERSE, R.G. and RICHARD, J.F. and ENGLE, R.F.(1982): "Autoregressive conditional heterocedasticity with ...". Econometrica, 38. Páginas 410-421.
- PLOBERGER, W. and KRAMER, W. (1986): "On studentizing a test for structural change". Economic Letters, n° 20 (4). Páginas 341-344.
- POIRIER, D.J. (1973): "Piecewise regression cubic splines". Journal of the American Statistical Association, n° 68. Páginas 515-524.
- POIRIER, D.J. (1976): The Econometrics of Structural Change. Amsterdam: North-Holland and New York: American Elsevier. Holanda, 1976.
- POIRIER, D.J. (1991): "The Econometrics of Structural Change: a retrospective view". Structural Change and Economic Dynamics, vol. 2, n° 2. Oxford University Press. Páginas 395-404.
- PORTER, R.D. (1973): "On the use of survey sample weights in the linear model". Annals of Economics and Social Measurement, volumen 2, n° 2, septiembre 1973. Páginas 1-18.
- QUANDT, R.E (1958): "The estimation of the parameters of a linear regression system obeying two separate regimes". Journal of the American Statistical Associations, n° 53. Páginas 873-880.

QUANDT, R.E (1960): "Tests of hypothesis that a linear regression system obeys two separate regimes". Journal of the American Statistical Associations, n° 55. Páginas 324-330.

QUANDT, R.E (1972): "A new approach to estimating switching regressions". Journal of the American Statistical Associations, n° 67. Páginas 306-310.

QUANDT, R.E and PAGE, E.S. (1955): "A test for change in parameter occuring at an unknown point". BIOMETRIKA, 42. Páginas 523-527.

RAO, C.R. (1952): Advanced Statistical Methods in Biometric Research. Ed. Wiley. New York

REICHLIN, L. (1989): "Structural Change and unit root Econometrics". Economics Letters, n° 31. Páginas 231-233.

ROSENBERG, B. (1972): "The estimation of stacionary stochastic regression parameter reexamined". Journal of the American Statistical Association, n° 67. Páginas 650-654.

ROSENBERG, B. (1973a): "Random coefficients models. The analysis of a cross section of time series by stochastically convergent parameter regression". Annals of Economics and Social Measurement, volumen 2, n° 4. Páginas 399-428.

ROSENBERG, B. (1973b): "A survey of stochastic parameter regression". Annals of Economics and Social Measurement, volumen 2, n° 4. Páginas 381-397.

ROSENBERG, B. (1973c): "Linear regression with randomly dispersed parameter" Biometrika, n° 60. Páginas 65-72.

SANT, D.T. (1977): "Generalized least squares applied to time varying parameter models". Annals of Economics and Social Measurement, volumen 6, n° 3, febrero 1977. Páginas 301-314.

SARRIS, A.H. (1973): "Kalman filter models. A bayesian approach to estimation of time-varying regression coefficients". Annals of Economics and Social Measurement, volumen 2, n° 4. Páginas 501-523.

SCHMIDT, P. and SICKLES, R. (1977): "Some further evidence on the use of the Chow Test under heteroscedasticity". Econometrica, n° 45. Páginas 1293-1298.

SEN, A. and SRIVASTAVA, M.S. (1975): "On test for detecting changes in mean". Annals of statistics, 3. Páginas 98-108.

SENGUPTA, J.K. and TINTNER, G. (1963): "On some aspects of trend in the aggregative models of economic growth". Kyklos, 16. Páginas 47-61.

SIMS, C.A. (1974): "Seasonality in regression". Journal of the American Statistical Association, n° 69. Páginas 618-629.

SMITH, A.F.M. (1973): "A general Bayesian linear model". Journal of the Royal Statistical Association, Serie B, n° 35. Páginas 67-75.

SMITH, A.F.M. (1975): "A Bayesian Approach to inferences about a change point in a sequence of random variables". Biometrika, 62. Páginas 407-416.

SMITH, A.F.M. (1977): "A Bayesian Analysis of some time varying models". En: Recent Developments in Statistics. Barra, J.R., Brodeau, F., Romier, G. and Van Cutsem, B. (Eds.). North Holland. Amsterdam. Páginas 257-267.

SNEESSENS, H.R. (1990): "Structural problems and quantity constraints in macroeconomic models". Structural Change and Economic Dynamics, vol 1, n° 1. Oxford University Press, 1990.

SWAMY, P.A.V.B. (1970): "Efficient inference in a Random Coefficient Regression Model". Econometrica n° 38. Páginas 311-323.

SWAMY, P.A.V.B. (1971): Statistical Inference in a Random Coefficient Regression Models. New York: Springer.

SWAMY P.A.V.B. (1973): "Criteria, constraints and multicollinearity in random coefficient regression models". Annals of Economics and Social Measurement, volumen 2, n° 4. Páginas 429-450.

SWAMY P.A.V.B. (1974): "Linear Models with random coefficient". En: P. Zarembka (ed). Frontier in Econometrics. New York: Academic Press.

SWAMY, P.A.V.B. and ARORA, S.S. (1972): "The exact finite sample properties of the estimators of coefficients in the error components regression models. Econometrica, n° 40. Páginas 253-260.

SWAMY, P.A.V.B. and METHA, J.S. (1975a): "Bayesian and non-Bayesian analysis of switching regressions and of random coefficient regression models". Journal of the American Statistical Association, n° 70. Páginas 593-602.

SWAMY, P.A.V.B. and METHA, J.S. (1975b): "On Bayesian estimation of seemingly unrelated regressions when some observations are missing". Journal of Econometrics, n° 3. Páginas 157-169.

SWAMY, P.A.V.B. and METHA, J.S. (1977): "Estimation of linear models with time and cross-sectionally varying coefficients". Journal of the American Statistical Association, n° 72. Páginas 890-898.

SWAMY, P.A.V.B. and METHA, J.S. (1979): "Estimation of common coefficient in two regression equations". Journal of Econometrics, n° 10. Páginas 1-14.

TAYLOR, J.B. (1993): "The Use of the New Macroeconometrics for Policy Formulation". AEA Papers and Proceedings: What happened to Macroeconometrics Models?, volumen 83, n° 2. Mayo 1993.

TOYODA, T. (1974): "Use of the Chow Test under heteroscedasticity". Econometrica, n° 42. Páginas 601-608

TSURUMI, H. (1980): "A Bayesian estimation of structural shifts by gradual switching regression with an application to the US gasoline market". En: Bayesian Analysis in Econometrics and Statistics: Essays in honor of Harold Jeffreys. Zellner, A. (Ed.). North Holland. Amsterdam. Páginas 212-240.

TSURUMI, H. (1982): "Detection of Join Point in Regression Models". En: Statistical Analysis and forecasting of Economic Structural Change. Capítulo 7. Páginas 87-95. Hackl editor. Springer-Verlag y IIASA (International Institute for Applied System Analysis).

TSURUMI, H. and SHEFLIN, N. (1984): "Bayesian Test of a parameter shift under Heteroscedasticity: Weighted-t vs. Double-t Approach". Communications in Statistics, 13. Páginas 1003-1014.

TSURUMI, H. and SHEFLIN, N. (1985): "Some Tests for the constancy of regressions under heteroscedasticity". Journal of Econometrics, 27. Páginas 221-234.

TUKEY, J.W. and ATKINSON, A.C. (1982): "Regression diagnostics, transformations and constructed...". Journal of the Royal Statistics Society, B-44. Páginas 1-36.

VILARES, M.J. (1986): Structural Change in Macroeconomic Models. Edt. Martinus Nijhoff Publishers. Holanda, 1986.

WALLIS, K.F. (1974): "Seasonal adjustment and relations between variables". Journal of the American Statistical Association, n° 69. Páginas 18-31.

WATT, P.A. (1979): "Tests of equality between sets of coefficients in two...". Manchester School, 47. Páginas 391-396.

WEISBERG, S. and GOLDFELD, S.M. (1973): "The estimation of structural shifts by switching regression". Annals of Economic and Social Measurement, 2. Páginas 475-485.

WESTLUND, A. and ZACKRISSON, U. (1986): "On the prediction of Structurally Varying Systems". Technological forecasting and social change, n° 30. Páginas 63-72. Edt. Elsevier Science Publishing Co. Inc. 1986.

WESTLUNDS L.M. (1986): "Stability of a UK. money demand equation". Economics Letters, 18. Páginas 351-353

WOLFE, D.A. and SCHECHTMAN, E. (1984): "Non parametric statistical procedures for the change-point problem ". Journal of Statistics Planning and Inference, n° 9. Páginas 389-396.

WORSLEY, K.J. (1979): "On the likelihood ratio test for a shift in location of normal populations". Journal of American Statistical Association, n° 74. Páginas 365-367.

YOHAI, V.J. (1987): "High Breakdown-point and High Efficiency Robust Estimates for Regression". The Annals of Statistics, 15. Páginas 642-656.

ZACKRISSON, V. and PLOBERGER, W. (1986): "On studentizing a test for structural change". Economics Letters, 20 (4). Páginas 341-344.

ZELLNER, A. (1962): "An efficient method estimating seemingly unrelated regressions and test for agregation bias". Annals of Economic and Social Measurement, n° 57. Páginas 348-368.

ZELLNER, A. (1969a): "Estimators for seemingly unrelated regression equations: Some exact finite sample results". Annals of Economic and Social Measurement, n° 64. Páginas 977-992.

ZELLNER, A. (1969b): "On the agregation problem. A new approach to a troublirsome problem". En: J.K. Fox et al. (edt). Economic Models, Estimations and Risk Programming. New York: Springer.

ZELLNER, A. (1977): "Estimation of regression relationships containing unobservable independent variables". En: D.J. Aigner and A.S. Goldberger (eds). Latent Variables in Socio-Economic Models. Amsterdam: North-Holland.

ZELLNER, A. (1979): "Statistical analysis of econometric models". Journal of the American Association, n° 74. Páginas 628-643.

ZELLNER, A. (1984): Basic Issues in Econometrics. Chicago. University of Chicago Press.

ANEXOS



ANEXOS

Teniendo en cuenta el elevado volumen de la información generada en el proceso de aplicación del método EPPa al conjunto de las 105 ecuaciones del Modelo Wharton-UAM analizadas, hemos considerado oportuno facilitar esta información en soporte informático, de forma tal que el lector interesado en el detalle de cada una de las estimaciones realizadas pudiera obtener dicha información sin esto suponga una acumulación excesiva de páginas en la presente publicación.

Por otra parte, y tal como se mencionó en el capítulo quinto, se han desarrollado una serie de programas informáticos que facilitan la aplicación empírica del método EPPa y que lógicamente se incluyen también en el diskette adjunto.

De esta forma, el presente anexo "escrito" se reducirá a la descripción del contenido del diskette así como a la recopilación de las instrucciones necesarias para utilizar la información en él contenida.

- **Ficheros contenidos en el diskette.**

La información que se facilita en el diskette esta distribuida en 3 archivos, dos de los cuales son programas directamente ejecutables en cualquier ordenador compatible.

La denominación y contenido de esos archivos es la siguiente:

Nombre del fichero	Contenido
TOTAL.EXE	Resultados de las estimaciones realizadas mediante EPPa, en formato empaquetado.
GENERA.EXE	Programa de cálculo de las series de ponderaciones.
FICHEROS.EXE	Programa que escribe el fichero de TSP necesario para realizar la estimación por EPPa y la obtención de los distintos contrastes.

- Extracción de los resultados de la estimación.

Como ya hemos adelantado, el total de resultados de las distintas estimaciones realizadas se encuentra recogido en el fichero TOTAL.EXE.

Este fichero contiene la información comprimida por lo que es necesario expandirla previamente antes de poder ser utilizada.

Esta operación de descompresión del fichero se realiza de forma automática sin más que ejecutar el citado fichero desde el propio sistema operativo tecleando directamente la palabra TOTAL y pulsando <Enter>.

Como quiera que el fichero expandido ocupa casi un megabyte, es preciso que antes de ser ejecutado, sea previamente copiado en un disco con suficiente capacidad.

Una vez descomprimido, se generará un fichero denominado TOTAL.WP que ha sido almacenado con el procesador de textos WordPerfect en su versión 5.1, por lo que la información en él contenida debe ser editada mediante dicho procesador.

Los resultados se presentan ordenados según el número de la ecuación, (desde la 1 a la 105) apareciendo, para cada una de ellas, la misma información que la presentada para la ecuación tipo recogida en el capítulo 5.

Si se estuviera interesado en localizar los resultados de una ecuación concreta, una vez identificado el número de la misma (p.e. Tipo de interés real interbancario a 3 meses : nº 2), bastaría con buscar en dicho fichero la siguiente cadena de caracteres:

Nº de ecuación: 2

- Utilización del programa de generación de series de ponderaciones.

El segundo de los ficheros contenidos en el diskette es, precisamente, el programa de generación de las series de ponderación denominado GENERA.EXE.

Para utilizar este fichero bastará con ejecutar, desde el sistema operativo, la instrucción:

GENERA

A partir de este momento el programa nos solicitará en primer lugar el tamaño de la muestra, (nº total de observaciones disponibles) y a continuación el nombre del fichero de salida (donde se almacenaran las respectivas series).

Por defecto, el programa le asigna el nombre de PESOS.PRN, si bien este nombre puede ser reemplazado por cualquier otro sin más que escribir el nuevo nombre en la posición reservada al efecto.

Si el nombre del fichero introducido ya existiera previamente el programa nos ofrece la opción de reemplazar el contenido del fichero anterior, o bien introducir un nuevo nombre.

El paso siguiente consiste en la selección del tipo de ponderación a utilizar de entre las tres opciones disponibles:

- Ponderación Simple.
- Ponderación lineal máxima.
- Ponderación geométrica.

En el caso de que la opción seleccionada sea la de ponderación geométrica, habrá de indicar, además, el valor de la razón de dicha ponderación, que como decíamos, debe ser mayor que 1 y menor que 2.

A partir de este momento el programa empezará a generar las distintas series, tantas como puntos muestrales, y a almacenarlas en el fichero seleccionado.

Finalmente, una vez terminado el proceso, el programa nos ofrece la opción de generar un nuevo fichero de ponderaciones o bien abandonar la aplicación en caso contrario.

Es importante recordar que si se genera más de un conjunto de ponderaciones éstas deben ser almacenadas con nombres de ficheros diferentes, pues en caso contrario se perderían las series anteriormente generadas.

El resultado final de este proceso será un fichero ASCII cuyo contenido son las correspondientes series de ponderación ordenadas secuencialmente, es decir, todos los datos de la primera serie, a continuación los de las segunda, y así sucesivamente hasta completar el total de series necesarias (tantas como observaciones muestrales).

La incorporación final de estas series al programa de estimación correspondiente debe realizarse tal como se recoge en el capítulo 5.

- Utilización del programa de generación de ficheros de archivo por lotes para la aplicación del método EPPa.

Este segundo programa que se facilita en el diskette, denominado FICHEROS tiene la función de escribir los programas necesarios para realizar la estimación del método EPPa con los siguientes programas:

- TSP
- MicroTSP

Tal como indicábamos en el capítulo quinto, la estimación realizada en MicroTSP, únicamente ofrece los resultados de los parámetros variables, mientras que con TSP, además de dichos parámetros se calculan los valores de los tres contrastes paramétricos propuestos.

La forma de utilizar este segundo programa es igual de sencilla que el anterior y bastara con ir realizando las selecciones oportunas mediante los distintos menús que irán apareciendo en la pantalla.

Una vez ejecutado el programa, tecleando simplemente la instrucción: FICHEROS, aparecerá un primer menú que nos permite seleccionar el tipo de programa que vamos a utilizar para efectuar la estimación.

A partir de este momento el programa nos solicitará los siguientes datos:

- Nombre del fichero que queremos generar: Este nombre deberá tener un máximo de ocho caracteres y no podrá contener espacios en blanco ni puntos y será el nombre con el que el programa almacenará el correspondiente fichero de archivo por lotes que posteriormente se ejecutará en el software correspondiente.

Con independencia del tipo de programa que se utilice para la estimación, el fichero generado tendrá siempre la extensión TSP.

- **Nombre del fichero que contiene los datos:** este fichero deberá haber sido creado previamente según las normas especificadas en el capítulo quinto, es decir, será un fichero ASCII, con extensión .PRN, cuyo contenido será las distintas observaciones de la variable endógena, ordenadas en columna, seguida de las correspondientes observaciones de las variables explicativas, colocadas igualmente por columnas.

- **Nombre del fichero que contiene las series de ponderaciones:** este tercer fichero, al igual que el anterior, deberá haber sido creado previamente, en esta ocasión utilizando el programa GENERA, anteriormente explicado.

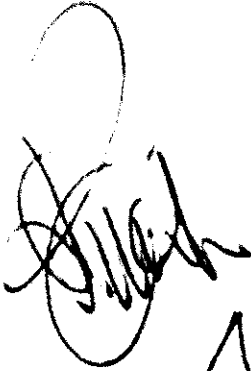
Tras haber realizado las correspondientes selecciones, el programa nos informará de las opciones elegidas y procederá a la generación del fichero; proceso que, una vez terminado, nos presentará un mensaje en la pantalla, y nos ofrecerá la posibilidad de crear un nuevo programa, o bien, abandonar la aplicación.

A modo de recordatorio final recogemos en el cuadro siguiente, la forma de ejecutar estos ficheros en cada uno de los programas aludidos y la denominación y contenido de los ficheros generados tras dicha ejecución, remitiendo al lector interesado a la parte correspondiente del capítulo 5 donde se explican con detalle ambos procesos.

Programa de estimación	Extensión del fichero de entrada	Extensión del fichero de salida	Contenido del fichero de salida
TSP	.TSP	.OUT	Resultado de la estimación por MCO y una matriz de cuatro columnas por cada coeficiente estimado conteniendo tanto el valor de mismo como los tres contrastes de cambio estructural desarrollados
MicroTSP	.TSP	.SAL	Resultados de la estimación por MCO, incluyendo un gráfico de residuos de la misma y el listado de los distintos coeficientes estimados por EPPa

Revisado el Memorial que fue... en el día
de...
...

APTO. CUM LAUDE
POR UNANIMIDAD
MAYO. 21 de Setiembre de 1995



Francis Teru...

