

El modelo de Goodwin, estabilidad y consecuencias que se derivan de la utilización de nuevas funciones de ahorro

J.L. Outes Ruso

*Departamento de Fundamentos del Análisis Económico
Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales
Universidad de Vigo
Apto. 874 - 36200 Vigo*

El modelo de Goodwin, estabilidad y consecuencias que se derivan de la utilización de nuevas funciones de ahorro

RESUMEN

Como es conocido la función de ahorro utilizada en el modelo original de Goodwin es excesivamente restrictiva. En este trabajo se exponen las consecuencias que tiene sobre la estabilidad y la duración de los ciclos económicos al operar con una función de ahorro diferente a la utilizada en el modelo original. Con la introducción de una función de ahorro tipo Kaldor, se analizan las diferencias cualitativas y cuantitativas, básicamente aquellas que alteran los valores en equilibrio de u y v y la duración de los ciclos, además de contemplar los efectos de considerar el supuesto de Van Der Ploeg de que asalariados y empresarios muestran tasas de ahorro similares ("Equilibrio Anti-Pasinetti").

Goodwin Growth Model, Stability Conditions and Consequences of the Save Function Modification

ABSTRACT

As it is known Goodwin uses in the original version of his growth model a save function that could be defined as very restrictive. In this article we expose the general assumptions of the model and its stability conditions. Moreover a save function of Kaldor type is introduced to analyze the consequences of such modification, specially on the level of employment, the participation of wages in national income and the duration of business cycles. Furthermore we expose the implications of the assumption of Van Dder Ploeg on this model, considering that employers and employees have similar save rates ("Equilibrium Anti-Pasinetti").

El modelo de Goodwin, estabilidad y consecuencias que se derivan de la utilización de nuevas funciones de ahorro

1. INTRODUCCIÓN

Los fenómenos económicos vinculados al crecimiento, los ciclos coyunturales y la distribución de la renta se tratan a menudo como campos aislados. Si bien existen argumentos que aconsejan tal separación, un enfoque ambicioso del desarrollo económico puede hacer aconsejable tratarlos conjuntamente.

Goodwin¹ asume esta tarea en su modelo de crecimiento y consigue formalizar un aspecto fundamental del desarrollo económico, aquél que vincula el proceso de acumulación y crecimiento con las relaciones de interdependencia que se establecen entre los salarios, beneficios, nivel de empleo y progreso técnico, y en el que ocupa un lugar destacado el conflicto en torno a la distribución de la renta.

La mejora en la distribución de la renta a favor de los asalariados como consecuencia de las altas tasas de crecimiento durante la fase de expansión del ciclo, conducen a una caída de los beneficios respecto a la renta (π) y de la inversión. Y si asumimos que el desarrollo de la demanda de fuerza de trabajo

1. Véase: R.M. Goodwin: "A Growth Cycle", en: D.H. Feinstein (Ed.): *Socialism, Capitalism and Economic Growth*, Cambridge 1967, págs. 54-58. Para una versión ampliada del modelo original véase: E.K. Hunt, J.G. Schwartz, (Eds.): *A Critique of Economic Theory*, Harmonds-worth (Penguin Books) 1972. El modelo de Goodwin permaneció durante años en un olvido relativo. Si abstraemos de los trabajos de Akerlof/Stiglitz: "Capital, Wages and Structural Unemployment", *Economic Journal*, Vol. 79, 1969, y M. Desai: "Growth Cycles and Inflation in a Model of Class Struggle", *Journal of Economic Theory*, Vol. 6, 1973, donde por primera vez se amplía el modelo original introduciendo aspectos monetarios y enfoque de expectativas, pasarían casi diez años hasta que el mundo académico le dedicase la atención que el modelo merece. Sobre la modificación y ampliación del modelo de Goodwin, véanse los trabajos de Velupillai, Van Der Ploeg, Glombowski y Krüger, Medio, Sato, Funke. Goodwin aborda el problema central de la ley general de la acumulación en Marx (véase el Capítulo 23 del tercer tomo del Capital, MEW, Berlín 1966). Por esta razón, Wolfstetter habla de un modelo de "desarrollo cíclico" del tipo de "Marx-Goodwin".

depende de la tasa de crecimiento del stock de capital, se deduce que la caída de la capacidad de producción, como resultado de la reducción de la capacidad inversora, provoca una fase de depresión con el consiguiente incremento del desempleo.

El modelo de Goodwin explica los ciclos de crecimiento por medio de las restricciones de la oferta de bienes, diferenciándose así de los modelos de corte keynesiano. Que en el modelo de Goodwin no se contemplen restricciones relacionadas con la demanda, es el motivo por el cual se haya intentado conseguir una síntesis de ambos enfoques.

El modelo que sería calificado de "postkeynesiano", por el uso que hace de la función de ahorro, también sería ampliado con elementos neoclásicos.

La sencillez del modelo se debe fundamentalmente a las restricciones con las que opera, y es por ello por lo que permite su ampliación y modificación sin que se altere su núcleo central: los fenómenos coyunturales están estrechamente vinculados a la lucha por la distribución de la renta².

A menudo ha sido considerado el modelo de Goodwin como una formulación matemática de los aspectos más importantes de la teoría de la acumulación de Marx, y muestra además amplia coincidencia con el enfoque del "profits squeeze". La supuesta relación positiva entre la tasa de crecimiento del salario real y el nivel de empleo origina que altos niveles de aqu 'El puedan provocar una caída de la tasa de beneficio; no obstante en el modelo no se hace un uso explícito de la tasa de beneficio.

Goodwin consigue elaborar un modelo sencillo que permite explicar los ciclos coyunturales, variaciones en la tasa de crecimiento del PNB, sin tener que recurrir a elementos exógenos que los provoquen, por medio de shocks o limitaciones ajenas al modelo, como por ejemplo el "ceiling" y el "floor" en el modelo de Hicks.

El núcleo del modelo se centra en la distribución de la renta, pues toda su dinámica gira en torno a los valores de u (participación de los salarios en la renta

2. La sencillez del modelo se basa, entre otros motivos, en el uso acertado que hace Goodwin de las ecuaciones diferenciales no lineales. H. Rose: "On the Non-Linear Theory of the Employment Cycle", *Review of Economic Studies*, Vol. 37, 1967, págs. 153-173, utiliza, en su exposición de los ciclos, ecuaciones semejantes a las que usa Goodwin; no obstante, no consigue la sencillez del modelo que nos ocupa. Y es éste uno de los aspectos a reseñar del modelo, una sencillez que junto con la elegancia con la que opera lo convierte en uno de los ejemplos más representativos de lo que entendemos en la teoría económica como modelo. Tanto Goodwin como Wolfstetter le asignan éste carácter al modelo. Si en la teoría marxista de las crisis se pueden diferenciar tres enfoques diferentes, a) la tendencia a la caída que muestra la tasa de beneficio, b) el enfoque basado en el subconsumo, c) el enfoque del "profits-squeeze", llama la atención que apenas se integren los tres enfoques; como máximo se suele hacer uso de dos de ellos.

nacional) y v (nivel de empleo), así como sus posibles modificaciones.

Según el propio Goodwin el modelo cumple dos objetivos: a) expone una contradicción inherente a los sistemas capitalistas, según la cual, un alto nivel de beneficios reduce el nivel de empleo y provoca una fase de fuerte acumulación e incrementa la posición negociadora de los sindicatos; b) el modelo permite explicar, además, un fenómeno que se ha constatado a lo largo del desarrollo del capitalismo: en contra de los pronósticos de Ricardo y Marx, la tasa de beneficio manifiesta una relativa constancia al mismo tiempo que se incrementan los salarios reales³.

A modo de síntesis Goodwin afirma que, el comportamiento de los capitalistas les impide conseguir, con carácter duradero, su concepción de la distribución de la renta lo que implica que, justo por alcanzar su objetivo de altos beneficios que luego se invierten, queda garantizada la inestabilidad del sistema. De lo que se podría deducir que estabilidad coyuntural y pleno empleo no tienen en el capitalismo carácter duradero.

2. EL MODELO Y SUS IMPLICACIONES

2.1. Aspectos generales.

La relación entre el salario real y el nivel de empleo, los beneficios, la tasa de acumulación y la distribución de la renta son aspectos centrales en la ciencia económica. Marx analiza el conflicto entre asalariados y capitalistas como una relación dialéctica, y Goodwin expone estas relaciones contradictorias refiriéndose al "inherent conflict and complementarity of workers and capitalists"⁴. La relación entre ambas poblaciones en perfecta simbiosis, pero con intereses

3. El modelo original sólo permite desequilibrios en el mercado de trabajo, y no los contempla en el de bienes, ni tampoco prevé una situación en la que la capacidad de producción instalada no sea utilizada en su totalidad. Aspectos criticables son: se opera con un sólo sector, no hay función de inversión, el coeficiente de capital es constante, la negociación salarial tiene lugar en términos reales y la ecuación que expresa la negociación es lineal. No compartimos las críticas al modelo según las cuales tiene una difícil utilización en la "vida práctica". Es evidente que el objetivo de Goodwin era mucho más modesto, pero también más trascendente: exponer el desarrollo de los ciclos, su origen y la relación existente entre las variables que los provocan.

4. R.M. Goodwin, "A Growth Cycle...", op. cit., pág. 448. F. van der Ploeg asume una postura semejante: "Workers and capitalists have a symbiotic relationship and as a consequence are in perpetual conflict with each other", *Classical Growth Cycles, Metroeconomica*, Vol. 32, 93, June 1985, pág. 221.

contrapuestos, de modo que la acción de cada una se refleje en el comportamiento de la otra, le permite a Goodwin tratar la problemática del crecimiento y la distribución de la renta haciendo uso para ello de un modelo matemático utilizado en la biología. El matemático y físico italiano Volterra⁵ formaliza la interacción entre dos poblaciones, de las cuales una de ellas son animales de caza, gallinas (v), y cuya población crecería con una tasa de crecimiento a_1 , si es que no hubiese una población de cazadores, zorros (u), que les persigue y que podría llegar a exterminarlos.

Para v podemos escribir:

$$\hat{v} = \frac{\dot{v}}{v} = a_1 - b_1 u$$

La población cazadora u , no podría subsistir si llegara a exterminar a los animales de caza, es decir, que la población u se reduciría con la tasa a_2 ; podemos entonces escribir:

$$\hat{u} = \frac{\dot{u}}{u} = -a_2 + b_2 v$$

De lo expuesto podemos afirmar que el crecimiento de u sólo es posible bajo un desarrollo positivo de v .

2.2. El modelo, supuestos y funcionamiento.

Se puede definir al modelo como un modelo real que opera con factores de producción homogéneos y magnitudes netas bajo los supuestos siguientes:

1) El proceso de crecimiento hace recordar al modelo de Harrod; el coeficiente de capital (q), o su valor inverso σ , la productividad del capital son constantes, y el capital y el output crecen con la misma tasa ($\hat{K} = \hat{Y}$), tenemos así:

5. La utilización de la ecuación de Lotka-Volterra no se redujo al ámbito de la biología, recientemente ha encontrado amplia utilización en la ecología y la física. (Véase: Volterra: *Leçons sur la théorie mathématique de la lutte pour la vie*, Paris 1931, y A.J. Lotka: *Elements of mathematical Biology*, Baltimore 1956, H.J. Vosgerau: "Goodwins Wachstumszyklus der Beschäftigung und Verteilung", *Struktur und Dynamik der Wirtschaft*, Freiburg 1983.

$$(2.1) \quad q = \frac{1}{\sigma} = \frac{K}{Y} = \text{const.}$$

2) La población, oferta de fuerza de trabajo, crece con una tasa constante n , es decir:

$$(2.2) \quad N = N_0 e^{nt} \quad (n = \text{const.})$$

3) El progreso técnico se extiende a todas las instalaciones existentes ("disembodied technical progress") y la productividad del trabajo y , crece con una tasa constante α

$$(2.3) \quad y = \frac{Y}{L} = a_0 e^{\alpha t} \quad (\alpha = \text{const.})$$

4) El nivel de empleo, (v), expresa la relación entre la demanda L (volumen de trabajo utilizado) y la oferta de trabajo N .

$$(2.4) \quad v = \frac{L}{N}$$

5) Se opera con una función clásica de ahorro, los asalariados consumen todos sus ingresos y los beneficios Π se invierten en su totalidad ($s_\pi = 1$).

$$(2.5) \quad S = s_\pi \Pi = \Pi = I$$

$$s = \frac{S}{Y} = \frac{\Pi}{Y}$$

6) El núcleo central del modelo lo forma la correlación positiva entre la modificación del salario real (w) y el nivel de empleo (v), de modo que un alto nivel de empleo origine sensibles incrementos salariales⁶, de modo que:

6. Obsérvese la aproximación al enfoque de A. W. Phillips: "The Relation between Unemployment and the Rate of Change of Money Wage Rates in the United Kingdom", *Economica*, Vol. 25, November 1957.

$$(2.6) \quad \frac{dw}{dt} \frac{1}{w} = \hat{w} = f'(v) \quad f'(v) > 0$$

La capacidad de negociación por parte de los sindicatos ("bargaining power") será tanto mayor cuanto más alto sea el nivel de empleo (v), lo que se traduce en un crecimiento de los salarios reales⁷.

7) Se produce un solo producto que es, a su vez, bien de consumo y bien de inversión,

$$(2.7) \quad Y = f(K, L) = \min(\sigma K, y L)$$

y tanto los bienes utilizados en el proceso de producción como los bienes producidos tienen una vida económica ilimitada; no se toma en consideración el tiempo⁸.

8) Si la productividad del trabajo crece con una tasa constante α y el coeficiente de capital (q), permanece constante ($\hat{K} = \hat{Y}$), al no existir capacidad de producción no utilizada, la demanda de fuerza de trabajo está determinada por el stock de capital y las productividades de ambos factores de producción (y , σ), es decir:

$$(2.8) \quad L = \frac{K \sigma}{y}$$

9) El supuesto de una utilización total de la capacidad de producción exige, a su vez, que en el mercado de bienes la demanda coincida con el nivel de producción que se puede alcanzar con el stock de capital instalado⁹. Si además $\Pi = S = I$, se excluye la posibilidad de desempleo keynesiano. Tampoco se contempla la existencia de actividad estatal ni de un mercado de dinero o capital.

10. La tasa salarial (u), relaciona el salario real ($w = \lambda/p$) y la productividad del trabajo (y):

7. Véase: R.M. Goodwin: "A Growth Cycle, ...", op. cit., pág. 448.

8. Véase: E. Wolfstetter: *Wert, Profitrate und Beschäftigung*, Frankfurt a/M, Campus Verlag, 1977, pág. 135.

9. De facto se asume el teorema de Say, véase: E. Wolfstetter, *ibid.*, pág. 99-100.

$$(2.9) \quad u = \frac{wL}{Y} = \frac{\lambda L}{pY} = \frac{\lambda}{p} \frac{L}{Y} = \frac{w}{y}$$

es decir:

$$(2.9') \quad \hat{u} = \hat{w} - \hat{y} = \hat{w} - \alpha$$

11) La productividad del capital (σ) es mayor que la suma de las tasas de crecimiento de la población (oferta de fuerza de trabajo) y de la productividad del trabajo, α .

$$\sigma > n + \alpha$$

Considerando que la inversión neta es idéntica a la modificación del stock de capital, bajo la vigencia de una función de ahorro de tipo clásico, y teniendo en cuenta que el crecimiento del stock de capital es igual a la tasa de beneficio:

$$\hat{K} = \frac{I}{K} = \frac{\Pi}{K}$$

se obtiene:

$$(2.10) \quad \hat{K} = \frac{\dot{K}}{K} = \frac{I}{K} = \frac{\Pi}{K} = \frac{(Y - wL)}{K} = \\ = \left(1 - \frac{wL}{Y}\right) \frac{Y}{K} = (1 - u) \sigma$$

de las definiciones del nivel de empleo (v) y de la productividad del trabajo (y), expresiones (2.3) y (2.4), obtenemos:

$$(2.3') \quad \hat{L} = \hat{Y} - \hat{y} = \hat{Y} - \alpha$$

$$(2.4') \quad \hat{v} = \hat{L} - \hat{N} = \hat{L} - n$$

e introduciendo (3') en (4'), y considerando la tasa de crecimiento de N y que $\hat{Y} = \hat{K}$, se obtiene:

$$(2.11) \quad \hat{v} = \hat{Y} - \alpha - n = \hat{K} - (\alpha + n)$$

Esta expresión (2.11) representa uno de los aspectos claves del modelo: las variaciones (oscilaciones) del nivel de empleo (v) se derivan de las variaciones que experimente la tasa de crecimiento del stock de capital; la creación o destrucción de empleo está íntimamente ligada a las disponibilidades de inversión y a la obtención de beneficios. Teniendo en cuenta la expresión (2.10), resulta:

$$(2.12) \quad \hat{v} = \sigma - (\alpha + n) - \sigma u$$

$$(2.13) \quad \dot{v} = [\sigma - (\alpha + n) - \sigma u] v$$

Según las premisas con las que se opera en el modelo, el mercado de bienes está siempre en equilibrio, pero no así el de trabajo, en el que para valores de $v < 1$ hay desempleo y cuando $v > 1$ existe escasez de fuerza de trabajo. Goodwin asume que en la zona próxima al pleno empleo los salarios reales crecen, de modo que se puede hablar de una curva de Phillips lineal expresada en términos reales, y consecuentemente la relación entre la modificación de los salarios reales y el nivel de empleo se puede expresar por:

$$(2.14) \quad \hat{w} = -\gamma + \rho v \quad (\gamma, \rho = \text{const.}) \\ (\gamma, \rho > 0)$$

Si en (2.9') tenemos en cuenta la expresión (2.14), obtenemos una segunda ecuación diferencial:

$$(2.15) \quad \hat{u} = \rho v - \gamma - \alpha = \rho v - (\alpha + \gamma)$$

o bien:

$$(2.16) \quad \dot{u} = [\rho v - (\alpha + \gamma)] u$$

10

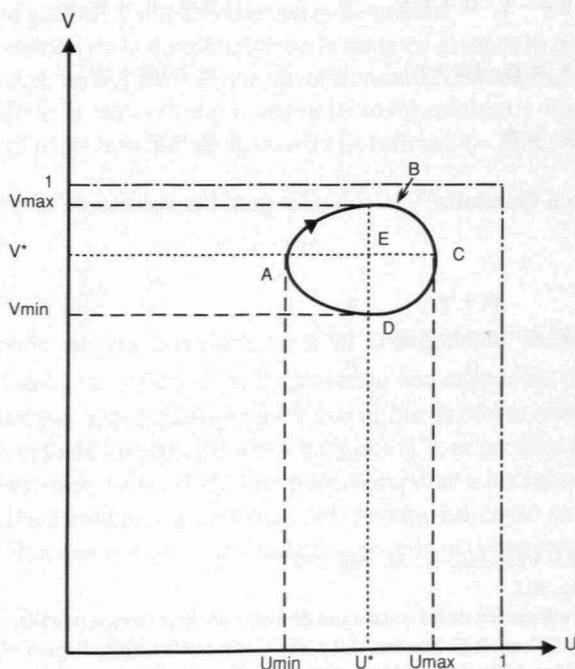
10. H.J. Vosgerau, *Wachstumszyklus...*, op. cit. pág. 321. Goodwin exige de ambos parámetros que sean "grandes" y además limita la validez de (2.14) a valores de v próximos a la unidad.

2.3. Condiciones de estabilidad.

Un aspecto clave en el modelo de Goodwin es el comportamiento de los salarios, beneficios, nivel de empleo y acumulación (“most essential dynamic aspects of capitalism”)¹¹, es decir: conocer las sendas del crecimiento y del empleo y bajo qué condiciones las diversas opciones de crecimiento y del empleo se aproximan a una solución de “steady state”, así como abordar la duración de los ciclos si es que existen.

En una situación de equilibrio estacionario, “steady state”, las tasas de crecimiento del nivel de empleo (\hat{v}) y de la tasa de participación salarial (\hat{u}), tienen que ser iguales a cero.

Para obtener los valores estacionarios de ambas magnitudes igualamos $\hat{v}=0$ y $\hat{u}=0$ en las expresiones (2.12) y (2.15). La solución de ambas ecuaciones diferenciales se puede representar en un cuadrante en el que figuran u y v , asumiendo valores positivos y por lo general < 1 .



11. Sobre la materia de este apartado, véase además de las obras de Goodwin, J. Glombowski/ M. Krüger (1986); M. Krüger (1982); M.T. Pohjola (1981); B. Risch (1981); K. Velupillai (1979); E. Wolfstetter; M. Funke (1985).

Igualando a cero las expresiones (2.12) y (2.15) obtenemos:

$$(2.17) \quad u^+ = 1 - \frac{(\alpha + n)}{\sigma} \quad (12)$$

$$(2.18) \quad v^+ = \frac{\alpha + \gamma}{\rho} \quad (13)$$

Veamos ahora la relación de interdependencia que se establece entre las variables u y v . Las expresiones (2.12) y (2.15) coinciden desde el punto de vista de la expresión matemática con las expresiones de Lotka-Volterra expuestas anteriormente, véase (2.1).

$$(2.12) \quad \hat{v} = \sigma - (\alpha + n) - \sigma u$$

$$\hat{v} = a_1 - b_1 u$$

$$(2.15) \quad \hat{u} = -\gamma - \alpha + \rho v$$

$$\hat{u} = -a_2 + b_2 v$$

siendo $a_1 = \sigma - (\alpha + n)$

$$a_2 = (\alpha + \gamma)$$

$$b_1 = \sigma$$

$$b_2 = \rho \quad (14)$$

Siguiendo a Gandolfo¹⁵, la solución para los valores de u^+ y v^+ adoptan la forma:

$$v^+ = \frac{\alpha + \gamma}{\rho} = \frac{a_2}{b_2}$$

12. Véase H.J. Vosgerau, op. cit., pág. 332.

13. Ibid., pág. 323.

14. Sobre la utilización de las ecuaciones de Lotka-Volterra, véase también: P.A. Samuelson: "A Universal Cycle", en: R.C. Merton, (Ed.), *The Collected Scientific Papers of P.A. Samuelson*, Vol. III. Cambridge 1972 y G.A. Akerloff/Stiglitz: "Capital Wages and Structural Unemployment", en: *Economic Journal*, Vol. 79, 1969, págs. 269-281.

15. Véase: G. Gandolfo: *Mathematical Methods and Models in Economic Dynamics*, Amsterdam, 1971, págs. 409-436.

$$u^+ = 1 - \sigma (\alpha + n) = \frac{a_1}{b_1}$$

ambos valores representan una situación de "steady state" en torno a los cuales se mueven los valores corrientes de u y v , (véase la graf. 1), siendo los valores máximos y mínimos del nivel de empleo (v) coincidentes con u^+ , mientras que cuando u alcanza el máximo o el mínimo, v coincide con su valor de "steady state", v^+ .

Las variables u, v se mueven en la dirección de las agujas del reloj, y la relación entre ambas se puede representar utilizando para ello la relación existente entre la población de zorros y de gallinas anteriormente citada¹⁶. Una gran población de gallinas provoca un fuerte crecimiento de los zorros y, a medida que aumenta la población de zorros se reduce el número de gallinas. Por otra parte, un aumento abusivo del número de zorros tiene como consecuencia "una reducción de su oferta alimentaria", cae la población de zorros, enemigo potencial de la gallina, y el ciclo comienza de nuevo.

La interpretación de la distribución de la renta en el modelo queda reflejada en la graf. 1. Así, en el punto A nos encontramos al comienzo de una fase de expansión, donde la tasa salarial muestra su nivel mínimo y que según (1.9) coincide con el nivel máximo de la tasa de beneficio $r (= \Pi/K)$, es decir:

$$\frac{\Pi}{K} = \frac{\Pi}{Y} \frac{Y}{K} = (1 - u)\sigma$$

La expansión de los beneficios con el consiguiente incremento de la inversión y el stock de capital ($\dot{K} = \dot{Y}$) provocan una expansión de la demanda de fuerza de trabajo pudiendo llegar a ser mayor que la oferta, y de acuerdo con el comportamiento de los trabajadores ("bargaining"), se producen incrementos en los salarios reales, véase (1.6), que pueden superar a los incrementos de la productividad del trabajo. La dinámica del sistema, tal como se expone en el modelo, significa que la tasa de acumulación se reduce como consecuencia del

16. "It has long seemed to me that Volterra's problem of the symbiosis of two populations—partly complementary, partly hostile—is helpful in the understanding of the dynamical contradictions of capitalism, especially when state in a more or less Marxian form", R.M. Goodwin, "Growth Cycle...", op. cit., pág. 445.

incremento de u , la participación de los beneficios en la renta se reducen ($\pi = \Pi/Y$), y por consiguiente las posibilidades de acumulación. La tensión en el mercado de trabajo, que se refleja en las modificaciones de r y en la tasa salarial u , tiene directas consecuencias sobre el comportamiento de los empresarios, de modo que la fase de expansión finaliza en B.

Debido a la caída en la actividad inversora, a partir de B, la demanda de fuerza de trabajo es inferior que la oferta, pero no obstante se aprecia que la participación de los salarios en la renta nacional (u) todavía sigue creciendo lo que agudiza el descenso del nivel de empleo (v).

El comienzo de la fase de recesión, descenso en el nivel de empleo, significa una moderación en los salarios reales por parte de los asalariados, alcanzando en el punto C, la tasa de participación salarial su punto máximo. Las bajas expectativas empresariales y la reducción en los incrementos salariales son los elementos que garantizan que, incluso después de C, el nivel de empleo siga cayendo. Una vez superado el punto C, suben de nuevo los beneficios, u se reduce, con lo que se cumple una de las condiciones básicas para el comienzo de una nueva fase de expansión, que comienza en C, al mismo tiempo que se incrementa el nivel de empleo y sigue cayendo u . El ciclo comienza de nuevo, una vez que las expectativas de obtención de beneficios procuren un cambio en el comportamiento empresarial¹⁷.

De los valores que asumen u^+ y v^+ en una situación de equilibrio estacionario, se deducen las siguientes conclusiones:

De la expresión:

$$(2.9') \quad \hat{u} = \hat{w} - \alpha$$

sabemos que la tasa salarial sólo puede crecer si es que $\hat{w} > \alpha$. Una posible situación de "steady state" que exige un valor constante de u , es decir u^+ , sólo se puede mantener bajo valores crecientes de la productividad del trabajo cuando tienen lugar modificaciones positivas de los salarios reales. Si la tasa de los salarios reales se modifica según la expresión:

$$(2.14) \quad \hat{w} = -\gamma + \rho v$$

17. "The improved profitability carves the seed of its own destruction by engendering a too vigorous expansion of output and employment, thus destroying the reserve army of labor, and strengthening labor's bargaining power. This inherent conflict and complementarity of workers and capitalists is typical of symbiosis", R.M. Goodwin, *ibid.*, pág. 448.

y teniendo en cuenta que la productividad del trabajo (y) crece con una tasa constante, obtenemos:

$$(2.19) \quad \hat{u} = -(\gamma + \alpha) + \rho v$$

Por otra parte, la tasa de crecimiento del nivel de empleo es la resultante de la diferencia entre el trabajo demandado y el ofertado,

$$(2.4') \quad \hat{v} = \hat{L} - \hat{N} = \hat{L} - n$$

y si exponemos las tasas de crecimiento de la demanda de trabajo a partir de las productividades del trabajo y del capital, (expresión 2.8), tenemos:

$$(2.20) \quad \hat{L} = \hat{K} + \hat{\sigma} - \hat{y} = \hat{K} + \hat{\sigma} - \alpha$$

expresión que se reduce a:

$$(2.21) \quad \hat{L} = \hat{K} - \alpha$$

al considerar que en (2.20) la productividad del capital es constante y que la productividad del trabajo asume valores determinados exógenamente.

Según (2.21) el crecimiento de la demanda de empleo depende únicamente del crecimiento del stock de capital, y si consideramos en (2.21) la expresión (2.10)

$$(2.22) \quad \hat{L} = \hat{K} - \alpha = (1 - u)\sigma - \alpha$$

e introduciendo (2.22) en (2.4'), obtenemos:

$$(2.23) \quad \hat{v} = (1 - u)\sigma - \alpha - n = \sigma - (\alpha + n) - \sigma u$$

Del supuesto arriba indicado ($\sigma > n + \alpha$), se deduce que tanto v como u tienen que asumir valores positivos. De acuerdo con el supuesto de la constancia de la productividad del capital (σ), y del crecimiento de la productividad del trabajo (α), los valores en equilibrio de la tasa de crecimiento del stock de capital (\hat{K}), viene dado por:

$$(2.24) \quad \hat{K}^+ = \hat{Y}^+ = \frac{S}{Y} \frac{Y}{K} = s^+ \sigma$$

y puesto que en "steady state", $s^+ = (1 - u^+)$, e introduciendo en la expresión (2.25) el valor de u en una situación de "steady state" (2.17), obtenemos:

$$(2.25) \quad \hat{K}^+ = \hat{Y}^+ = \left[1 - \frac{(\sigma - (\alpha + n))}{\sigma} \right] \sigma = \alpha + n$$

expresión que nos indica que las tasas de crecimiento, tanto del capital como de la producción, están determinadas únicamente por el progreso técnico y la tasa de crecimiento de la fuerza de trabajo, lo que ya se conocía de los modelos neoclásicos con progreso técnico. Y en una situación de equilibrio se cumplen las condiciones de equilibrio de los modelos tipo Harrod y de corte neoclásico.

$$(2.27) \quad g_w^+ = s^+ \sigma = \frac{s^+ Y}{K} = \frac{I}{K} = \alpha + n = g_n$$

igualdad según la cual la "warranted rate of growth" es idéntica a la tasa natural de crecimiento g_n .

Sin embargo la diferencia fundamental entre el modelo de Goodwin y el de Harrod o los neoclásicos, radica fundamentalmente en el comportamiento de las variables una vez que éstas se sitúan fuera de los valores propios del equilibrio.

Un aspecto claramente definido en el modelo, y que se aprecia en la graf. 1 es que el nivel de empleo se sitúa siempre por delante de u , lo que podría indicar que la tasa de participación de los salarios en la renta nacional solamente reacciona ante el dinamismo que manifiesta el sistema.

No obstante, es posible que operando con una curva de Phillips real ($w = -\gamma + \rho v$) los capitalistas se vean obligados a operar con pérdidas o incluso a desinvertir¹⁸. Los valores medios del nivel de empleo (\bar{v}) y de la tasa de participación salarial (\bar{u}), coinciden con sus valores correspondientes en una situación de "steady state", y se constata un crecimiento de los valores medios de v bajo una situación de expansión del progreso técnico, o bien cuando se reduce el valor de ρ , el parámetro que expresa la negociación colectiva de los salarios, (véase la expresión 2.12), $\hat{v} = \sigma - (\alpha + n)$ expresión de la que hemos excluido los términos σu .

Por otra parte, el valor medio de u , crece cuando se incrementa la producti-

18. Ibid., pág. 447.

vidad del capital o cuando se reduce la tasa de crecimiento de la oferta de trabajo n^{19} .

En una situación de "steady state", la composición orgánica del capital (K/wL), permanece constante, pues la tasa de participación u , al no modificarse la distribución de la renta, coincide con u^+ , es decir:

$$(2.28) \quad \frac{\hat{K}}{wL} = \hat{K}^+ - \hat{w}^+ - \hat{L}^+$$

y teniendo en cuenta (2.21)

$$(2.29) \quad \hat{K}^+ - \hat{w}^+ - \hat{K}^+ + \alpha = \hat{u}^+ = 0$$

La solución para el sistema estudiado por Volterra se puede representar gráficamente por medio de los valores que asuman u y v en torno a los valores en equilibrio (u^+ , v^+). De los valores corrientes que asuman u y v se pueden deducir oscilaciones cuya amplitud no sólo va a depender de los valores que asuman los parámetros durante el proceso cíclico, sino también de las condiciones reinantes en el punto de partida. u y v se comportan de tal suerte que resulta una relación según la cual v siempre se sitúa por delante de u 1/4 de período, y dependiendo de los valores de los parámetros en la curva de Phillips "real" así como de los valores iniciales, es posible que u sea mayor que la unidad para cortos períodos de tiempo ($u > 1$), es decir, que tendría lugar un proceso de desinversión.

La duración de los ciclos está representada por:

$$(2.30) \quad T = \frac{2\pi}{\sqrt{[\gamma + \alpha] (\sigma - (\alpha + n))}} \quad (20)$$

y donde T se incrementa cuando γ , o la productividad del capital (σ) se reduce, o bien cuando la oferta de trabajo crece con una tasa mayor, sin embargo la influencia del progreso técnico no está claramente definida.

La explicación que ofrece Goodwin del ciclo económico, relacionando los beneficios, el nivel de empleo y la distribución de la renta, conecta directamente

19. Véase: G. Gandolfo, *Mathematical Methods...*, op. cit., págs. 441-442.

20. Véase: A.B. Atkinson, (1969) págs. 137-152; M. Funke, op. cit., pág. 1 y sgts.

con el enfoque de Marx en el primer tomo del *Capital*, en el cual Marx analiza el crecimiento de la fuerza de trabajo en relación con la acumulación de capital bajo el supuesto de la constancia de la composición orgánica del capital²¹. A pesar de que este enfoque de "bargaining" o "profit squeeze", conduce a un equilibrio con desempleo, no es utilizado por Marx para explicar el "ejército de reserva"; ésta tarea la llevaría a cabo Marx al relacionar la substitución de trabajo por capital bajo una creciente composición orgánica del capital²². Una exposición de los ciclos, tal y como se exponen en el modelo, le permite afirmar a Krüger²³ que el desempleo en un sistema capitalista es la regla y no la excepción, y para Goodwin un crecimiento de la composición orgánica del capital es problemática sobre todo si se tiene en cuenta la constancia de las tasas de participación de los beneficios y los salarios en la renta (u , π), "the mystery of constant shares", como lo ha definido el propio Goodwin²⁴. A este "misterio", el que la constancia de la tasa media de u , (\bar{u}), esté condicionada por la de la productividad del capital σ , le ha dedicado Goodwin la máxima atención²⁵.

Sobre la "simbiosis" entre u y v , Wörgötter hace hincapié en lo que el define como la lucha de clases entre obreros empleados y obreros desocupados, "one could even say, that capitalists act as agents for the unemployed part of the labor force"²⁶. Pues los mayores salarios que pueden obtener aquellos que disponen de un puesto de trabajo, provocan de facto, según Wörgötter, una reducción del actual o del futuro nivel de empleo, pues con su comportamiento se reducen las posibilidades de acumulación (en la medida que sube u , se reduce π). Es por ello por lo que Wörgötter afirma que la contradicción radica entre los que pueden

21. En una situación de "steady state" permanecería constante la composición orgánica del capital. Como aproximación a esto véase: (2.29). Cuando se incrementa la demanda de fuerza de trabajo, de modo que sólo pueda ser satisfecha por medio de incrementos salariales tiene lugar una modificación de la relación entre trabajo remunerado y el total del tiempo trabajado, con lo que se reduce la capacidad de acumulación y finalmente los incrementos salariales también, escribe Marx. Véase: *Das Kapital*, op. cit., pág. 649.

22. *Ibid.*, pág. 662.

23. Véase: M. Krüger (1982), pág. 94 y Schumpeter en el prefacio de su obra *Business Cycles* expone que estudiar los ciclos significa analizar el desarrollo económico de la época capitalista.

24. R.M. Goodwin: "A Growth Cycle...", op. cit., pág. 449.

25. *Ibid.*, pág. 442.

26. A. Wörgötter: "Who's who in Goodwin's Growth Cycle", *Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik*, 1986, 201, (3), pág. 225. A una conclusión similar, salvando todas las diferencias entre ambos enfoques, se llega en el marco del "profit-sharing", cuando se afirma que las excesivas reivindicaciones salariales de los trabajadores repercuten negativamente sobre aquellos que buscan un puesto de trabajo. Véase: M.L. Weitzman: "Macroeconomics Implications of Profit Sharing", en: *National Bureau of Economic Research. Macroeconomic Annual 1986*, pág. 291 y sgts..

exigir y disponer de mayores salarios reales y aquellos que esperan acceder a un puesto de trabajo. Y para que éstos últimos lo consigan es preciso que los empresarios dispongan del nivel adecuado de beneficios. La conclusión a la que llega es que si los empresarios fuesen agentes de los desempleados posiblemente no se alcanzasen los altos niveles de desempleo que se constatan en las fases tardías del boom y de la recesión. Wörgötter, no obstante, hace recaer parte de la responsabilidad sobre los empresarios al no disponer estos de una estrategia empresarial coherente²⁷. La posición de Wörgötter se opone a la esencia del propio modelo de Goodwin y el comportamiento que Marx le atribuye a los empresarios respecto al desempleo a corto plazo (caída en la demanda), o a largo plazo (ejército de reserva)²⁸.

La pretensión de reducir el fenómeno de los ciclos económicos a un "conflicto de clases" fue rechazada por J. Robinson, pues en su opinión el ciclo se caracteriza por una caída global de la producción y por consiguiente se le puede relacionar con una reducción de la demanda efectiva²⁹. Justo la consideración de la demanda efectiva es lo que ha llevado a numerosos teóricos a modificar y a ampliar el modelo original de Goodwin para analizar así los procesos económicos desde una perspectiva más amplia.

Goodwin comentaría más tarde a la crítica de J. Robinson:

"When I first presented my paper on Growth Cycles (...) Joan Robinson dismissed it in what was a double-edge comment: I had made the same crucial mistake as Marx. Like him, I believed, and still believed, that there is a basic conflict of interests between employer and employees—a notion shared, rightly or wrongly, by a great many people in both groups. Though flattered to be lumped with Marx, I was, and still am, much disturbed by the comment, since I too shared the Keynesian view, that, with unemployment issue since most countries, most of the time, have varying degrees of unemployment"³⁰.

27. Véase Wörgötter, *ibid.*, pág. 224-225. "The structure of Goodwin's growth cycle model restricts class struggle to conflict between consumption today and consumption tomorrow. Due to the saving hypothesis this choice is not the outcome of a struggle between labor and capital, but between different vintages of labor, the newcomers and those already employed. Capitalists are not more than administrators of the results of competition within the labor force", *ibid.* pág. 226.

28. Véase: K. Marx, *op. cit.*, pág. 668.

29. Véase: J. Robinson, *An Essay on Marxian Economics*, London 1947.

30. R.M. Goodwin: "A Note on Wages, Profits and Fluctuating Growth Rates", *Cambridge Journal of Economics*, 1983, 7, pág. 305, y Pohjola escribe: 'the model can be criticized on the grounds that conservative systems are generally structurally unstable: even slight perturbations of the mathematical forms of the equations may result in a qualitatively different behaviour of the solutions. It is, however, comforting to see that the assumptions on which the theory is based are quite standard in prototype models in dynamic macro-economics: the system is just the Harrod-Domar model with differential savings propensities and with the labour market equilibrium condition replaced by the "Phillips curve". This then makes it interesting to explore what particular modifications of the model lead to a qualitatively behaviour; for example, to an appearance of a limit cycle or an asymptotically stable equilibrium". M.T. Pohjola, (1979), pág. 5; véase también Pohjola (1981).

3. LA MODIFICACIÓN DEL MODELO AL UTILIZAR DIFERENTES FUNCIONES DE AHORRO

La función de ahorro en el modelo original de Goodwin es excesivamente restrictiva. Diversos autores han demostrado como correcta la afirmación de Goodwin según la cual una función de ahorro proporcional implica modificaciones cuantitativas pero no cualitativas³¹.

Si la función de ahorro:

$$S = s \Pi = \Pi \quad , \quad \text{donde: } s_{\pi} = \Pi/Y = S/Y$$

es substituida por una función kaldoriana

$$(3.1) \quad S = s_{\pi} \Pi + s_w w L = s_{\pi} Y + (s_w - s_{\pi}) u Y$$

para $s_w < s_{\pi}$

se obtiene:

$$(3.2.) \quad s = s_{\pi} + (s_w - s_{\pi}) u$$

de la que se deduce que la tasa de ahorro macroeconómica depende exclusivamente de la distribución de la renta.

Considerando en la expresión que representa el crecimiento del nivel de empleo (2.12),

$$\hat{v} = (1 - u)\sigma - \alpha - n = \sigma - (\alpha + n) - \sigma u$$

la expresión (2.22), obtenemos:

$$\hat{L} = \hat{K} - \alpha = (1 - u)\sigma - \alpha$$

de modo que:

$$(3.3.) \quad \hat{v} = \hat{L} - \hat{N} = \hat{L} - n = \hat{K} - \alpha - n = s\sigma - \alpha - n =$$

$$= s_{\pi}\sigma + (s_w - s_{\pi})\sigma u - \alpha - n$$

31. Véase: R.M. Goodwin: "A Growth Cycle...", op. cit., pág. 443; P. Flaschel, (1983) y (1984); F. van der Ploeg, (1983).

expresión que con:

$$(3.4) \quad \hat{u} = -(\gamma + \alpha) + \rho v$$

forman un sistema de Lotka-Volterra.

La introducción de la función de ahorro kaldoriana modifica los valores de equilibrio, y para una situación de "steady state" se obtiene:

$$(3.5) \quad \begin{aligned} u^+ &= (s_\pi \sigma - \alpha - n) / (s_\pi - s_w) \sigma \\ v^+ &= (\gamma + \alpha) \rho \end{aligned}$$

estando el equilibrio (u^+ , v^+) garantizado siempre y cuando se cumpla:

$$(3.6) \quad s_\pi \sigma > \alpha + n > s_w \sigma$$

con lo que se modifica el supuesto original de Goodwin según el cual la productividad del capital es mayor que la suma de las tasas de crecimiento de la población y de la productividad del trabajo, ($\sigma > n + \alpha$).

Y de lo que se deduce que la economía que estamos describiendo funciona siempre y cuando la tasa de ahorro de los propietarios del capital sea lo suficientemente alta como para que se cumpla la condición (3.6)³².

Si operamos con du^+/ds_π , o bien con du^+/ds_w se observa que se incrementan los valores en equilibrio para u y v en el supuesto de que la tendencia al ahorro de los capitalistas se incremente o se reduzca la de los trabajadores, dado que para determinado valor de la tasa natural de crecimiento ($g_n = \alpha + n$), la tasa de ahorro en equilibrio (s^+) está determinada.

En el supuesto de que creciese la tendencia al ahorro de los trabajadores tiene que reducirse su participación en la renta para que s^+ no se modifique, de lo que podemos deducir que en el caso de la función clásica de ahorro la tasa de participación salarial alcanza su nivel máximo.

En lo que se refiere a los valores de T , obtenemos teniendo en cuenta la expresión (3.6),

$$(3.7) \quad T = 2\Pi / [(\gamma + \alpha) (s_\pi \sigma - (\alpha + n))]^{1/2}$$

32. Véase: F. van der Ploeg (1984), pág. 4.

al ser $dT/ds_{\pi} < 0$, se reduce la duración de los ciclos a medida que se incrementa la propensión al ahorro de los propietarios del capital. Tenemos pues que al introducir un supuesto más realista, como es la función de ahorro de tipo Kaldor, la crítica de Joan Robinson respecto a la duración de los ciclos adquiere mayor relevancia³³.

Sin menospreciar la influencia que otros factores pueden tener en la generación y duración de los ciclos, es significativo operar con las modificaciones que sufre la función kaldoriana del ahorro por parte de Pasinetti, al asumir este que los obreros perciben dividendos o rentas de capital por los ahorros de períodos pasados. Una hipótesis de trabajo podría ser que la tasa de ahorro de los obreros por sus rentas de capital fuesen idénticas a la de los propietarios del capital.

Van der Ploeg analiza las repercusiones que se derivan de asumir que los obreros tienen la misma tasa de ahorro, tanto para los ingresos corrientes como para las rentas de capital³⁴.

Si los propietarios del capital le pagan, de sus beneficios totales (Π), a los obreros una parte Q , y suponemos que el tipo de interés que perciben los obreros por su participación en el capital total (K_w) es idéntico a la tasa de beneficio ($= \Pi/K$), tendríamos que las siguientes funciones de ahorro determinarían el comportamiento de ambos respectos a las posibilidades de acumulación.

Y así tenemos que:

$$(3.8) \quad S_{\pi} = s_{\pi} (\Pi - Q)$$

$$S_w = s_w (wL + Q)$$

El volumen de ahorro está determinado por $Q = \Pi_w/\Pi$, pero sin embargo depende de la distribución de la propiedad ($D = K_w/K$). Van der Ploeg opera con una tercera ecuación diferencial, para D , de modo que el comportamiento del sistema depende de las ecuaciones diferenciales para \hat{v} , \hat{u} , \hat{d} . Introduce además una modificación respecto al modelo original al considerar a la productividad del capital como un elemento endógeno, y obtiene una nueva situación de equilibrio que el denomina "equilibrio anti-Pasinetti", definido por una situación en la cual todas las propiedades les pertenecen a los asalariados³⁵, bajo un

33. Véase: A.B. Atkinson: "The time Scale of Economic Models: How long is the long run?", *Review of Economic Studies*, Vol. 36, 1969, págs. 137-149; M. Funke (1985), pág. 41; L.L. Pasinetti: "Rate of Profit and Income Distribution in Relation to the Rate of Economic Growth", *Review of Economic Studies*, Vol. 29, 1962, págs. 267-279.

34. Véase: F. van der Ploeg, "Implication of Workers...", (1984), pág. 6-11.

35. *Ibid.*, pág. 10-11.

valor de $D = 1$, de modo que se cumple:

$$(3.9) \quad s_w \sigma = g_n > s_\pi (1 - u^+) \sigma$$

Y el equilibrio según Pasinetti ($D < 1$), definido por:

$$(3.10) \quad s_\pi (1 - u^+) \sigma = g_n > s_w \sigma$$

es estable siempre y cuando sea posible la sustitución de factores y que la productividad del capital tenga caracter endógeno, y sería inestable cuando la productividad del capital estuviese determinada exógenamente. Esto es debido a que partiendo, por ejemplo de un alto nivel de desempleo, la escasa fuerza negociadora de los sindicatos provoca una reducción de u , a lo que le sigue una caída de la participación de los obreros en el capital acumulado (K_w). Una situación así conduce a que, incluso bajo una mejora en las posibilidades de financiación de las empresas y mayores beneficios se incremente el desempleo.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ATKINSON, A.B. (1969): The Time Scale of Economic Models: How long is the long run?, *Review of Economic Studies*, Vol. 36, 1969, págs. 137-149.
- F. CUGNO; L. MONTRUCHIO (1982): Cyclical Growth and Inflation: A qualitative Approach to Goodwin's Model with Money Prices, en: *Economic Notes* Nº 3, págs. 93-103.
- M. DESAI (1973): Growth Cycles and Inflation in a Model of Class Struggle, en: *Journal of Economic Theory*, 6, 1973, págs. 527-545.
- M. DESAI; A. SHAH (1981): Growth Cycles with Induced Technical Change, en: *Economic Journal*, Vol. 11, págs. 1006-1010.
- C.N. FEINSTEIN (Ed.): *Socialism, Capitalism and Economic Growth*, Cambridge 1967.
- P. FLASCHEL (1984): Some Stability Properties of Goodwin's Growth Cycle. A Critical Elaboration, en: *Zeitschrift für Nationalökonomie*, Vol. 44, págs. 63-69.
- M. FUNKE: *Wachstumszyklen und funktionelle Einkommensverteilung*, München Campus Verlag, 1985.
- J. GLOMBOWSKI: Einüberakkumulationstheoretisches Modell Zyklischen Wachstums mit variabler Kapazitätsauslastung, en: *Das Argument*, AS 35, 1979, págs. 135-148.
- J. GLOMBOWSKI; M. KRÜGER (1986a): Generalizations of Goodwin's Model, en: *Osnabrücker Sozialwissenschaftliche Manuskripte*, Nr. 3.
- (1986b): A Short Period Growth Cycle, *Osnabrücker Sozialwissenschaftliche*

- Manuskripte*, Nr. 8.
- (1983): *On the Role of the Distribution in Different Theories of Cyclical Growth*, Research Memorandum. Universidad de Tilburg.
- R.M. GOODWIN (1972): A Growth Cycle, en: E.K. HUNT, J.G. SCHWARTZ, 1972.
- (1983): A Note on Wages, Profits and Fluctuating Growth Rates, en: *Cambridge Journal of Economics*, 7, págs. 305-309.
- (1983): Trade Cycle Theory Fifty Years After le Corbeliler and Frisch: Reminiscences and Prospects. *Working Paper*, Florencia.
- : Swinging along the Autstrada, en: *W. Semmler*, 1986.
- : The Economy as an Evolutionary Pulsator, en: T. Vasko, (Ed.), *The Long Wave Debate*, Berlin (Springer Verlag) 1987.
- E.K. HUNT; J.G. SCHWARTZ (1972) (Eds.): *A Critique of Economic Theory*, Harmondsworth (Penguin Books).
- M. JARSULIC (1986): Growth Cycles in a Classical Keynesian Model, en: *W. SEMMLER*, 1986.
- M. KALECKI (1971): The Struggle and the Distribution of National Income, en: *Kyklos*, Vol. 24.
- M. KRÜGER (1982): *Aspekte einer Theorie zyklischer Kapitalakkumulation*, Frankfurt a/M (Campus Verlag).
- PASINETTI, L.L. (1962): Rate of Profit and Income Distribution in Relation to the Rate of Economic Growth, *Review of Economic Studies*, Vol. 29, 267-279.
- F. VAN DER PLOEG (1983): Economic Growth and Conflict over the Distribution of Income, en: *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol. 6, (3), págs. 253-279.
- (1984a): Macro-Dynamic Theories of Economic Growth and Fluctuations, en: F. van der Ploeg, (Ed.) *Mathematical Methods in Economics*, Wiley and Sons, London, págs. 249-285.
- (1984b): Implications of Worker's Savings for Economic Growth and the Class Struggle, en: R.M. Goodwin et. al., *Nonlinear Models of Fluctuating Growth. An International Symposium*, Berlin (Springer Verlag).
- (1985): Classical Growth Cycles, en: *Metroeconomica*, 32, 3, June.
- M.T. POHJOLA (1979a): Trade Unions, Income Policies, and Cyclical Growth. *Research Paper*, Nº 10, University of Cambridge.
- (1979b): Wages, Prices and the Stability of Class Struggle. *Research Paper* Nº 12, University of Cambridge.
- (1981): Stable, Cyclic and Chaotic Growth: The Dynamics of a Discrete Time Version of Goodwin's Growth Model, en: *Zeitschrift für Nationalökonomie*, Vol. 41, 1/2, págs. 31-38.
- Y. SATO (1985): Marx-Goodwin Growth Cycles in a Two-Sector Economy, en: *Zeitschrift für Nationalökonomie*, Vol. 45, 1, págs. 21-34.
- C SAPHIRO; J.E. STIGLITZ (1984): Equilibrium Unemployment as a Workers' Discipline Device, en: *American Economic Review*, 74, 3, June.
- W. SEMMLER (Ed.) (1986): *Competition, Instability, and Nonlinear Cycles*, Berlin (Springer Verlag) 1986.

- R.M. SOLOW; J.E. STIGLITZ (1968): Output, Employment and Wages in the Short Run, en: *Quarterly Journal of Economics*, 82, págs. 537-560.
- K. VELUPILLAI (1979): Some Stability Properties of Goodwin's Growth Cycle, en: *Zeitschrift für Nationalökonomie*, 35, 3/4, págs. 245-257.
- (1983): A Neo-Cambridge Model of Income Distribution and Unemployment, en: *Journal of Post Keynesian Economic*, Spring.
- H.J. VOSGERAU (1983): Goodwins Wachstumszyklen den Beschäftigung und Verteilung, en: H. ENKE, *Struktur und Dynamic der Wirtschaft*, Freiburg.
- T. WEISSKOPF (1979): Marxian Crisis Theory and the Rate of Profit in the postwar US Economy, en: *Cambridge Journal of Economics*, 3, December, págs. 341-378.
- A. WÖRGÖTTER (1986): Who's Who in Goodwin's Growth Cycle, en: *Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik*, 201, 3.
- E. WOLFSTETTER (1977): *Wert, Profitrate un Beschäftigung*, Frankfurt a/M, (Campus Verlag).