

# Medidas del cambio técnico: un modelo teórico.

**Julio Sánchez Chóliz**

*Departamento de Teoría Económica y Métodos Cuantitativos.  
Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales.  
Universidad de Zaragoza.  
C/ Doctor Cerrada, 1 - 50005 Zaragoza.*

**Medidas del cambio técnico:  
un modelo teórico**

**RESUMEN**

El trabajo busca indicadores del cambio técnico asociados a las condiciones estructurales, son por tanto medidas globales e independientes de los precios de mercado y del output.

Apoyándonos en la relación sraffiana de salarios y beneficios definimos siete medidas diferentes, que dan información sobre la intensidad de capital, la eficiencia, la productividad, el reparto del neto y los salarios.

Las variaciones diferenciales de esas medidas nos permiten clasificar los cambios técnicos en 20 tipos distintos. La clasificación incorpora las tipologías más usuales de la literatura. Se ven también algunas propiedades de los tipos posibles de cambio técnico.

**Typology of Technical Change:  
a Theoretic Approach**

**ABSTRACT**

In this paper I try to define some structural parameters of technical changes. These parameters are global measures, independent on market prices and output.

The wellknown Sraffa's relationship between profits rate and wages could be used to define seven different measures. These measures give us some information about intensity capital, efficiency, productivity, sharing of net product and labour cost.

It is possible, with the differential variations of these measures, to classify all technical changes. The obtained classification includes the most usual typologies. Finally some properties of innovations are studied holding in that typology.

# Medidas del cambio técnico: un modelo teórico.

## 1. INTRODUCCIÓN

1.1.— La importancia del cambio técnico para el desarrollo del hombre y sus numerosas implicaciones económicas, obliga al estudio teórico y cuantitativo de sus manifestaciones. Ello justifica la búsqueda de medidas que nos permitan su mejor comprensión y que faciliten su caracterización.

Muchas dificultades se encuentran para este objetivo. Las confusiones entre términos parecidos (intensidad de capital, mecanización,...) y el desconocimiento de algunas de sus conexiones internas y externas, son quizás las más significativas.

Las relaciones existentes entre innovación tecnológica y salarios recibidos son una de las muchas lagunas con que nos topamos. Algo parecido puede decirse de las relaciones entre salarios y productividad.

Un ejemplo claro de las confusiones terminológicas son las distintas acepciones del término progreso técnico. Es difícil decir si por progreso debemos entender una mejora de la productividad o bien simplemente el hecho histórico de los cambios<sup>1</sup> técnicos acaecidos a lo largo de los siglos. El problema es peor si pensamos que en la primera opción, debemos elegir respecto a que bien o input computamos la productividad: el trabajo, la energía, el valor de los bienes empleados.

Para estos problemas la única salida consiste en establecer *definiciones formalmente precisas* de cada concepto o categoría. Las dificultades encontradas en este camino hacen pensar que no se han usado las adecuadas para la modelización del fenómeno real y para su análisis teórico o empírico. Nosotros ensayaremos otras definiciones, que esperamos superen sus limitaciones.

1.2.— Es también significativo que no haya actualmente acuerdo sobre las medidas objetivas del cambio técnico. Ni la productividad por hora trabajada, ni la rentabilidad, ni siquiera la tasa máxima posible de

1. No considero que todo cambio debe ser hacia algo mejor. En ciertos aspectos, al menos, las condiciones de vida actuales no tienen porque ser mejores que las de hace 100 años.

beneficio son consideradas por todos como medidas adecuadas del progreso. Si alguno piensa que el simple incremento de la producción es una medida, deberá recordar las dificultades para comparar producciones heterogéneas y variaciones de estas y lo difícil que es sacar conclusiones de estas comparaciones. La disparidad de situaciones hace muy difícil, por no decir imposible, lograr estas conclusiones.

Las dificultades son de tal tamaño que muchos autores optan por considerar únicamente las medidas sectoriales, debido a que parece más fácil tener datos de producción y rendimientos homogeneizables dentro de cada sector. Sin embargo es fácil encontrar economías teóricas, con procesos idénticos para ciertas producciones y que al medir sus productividades tienen, en esos procesos, medidas diferentes. Los efectos de los demás sectores, que están relacionados con ellos, aumentan o disminuyen la productividad. Admitir que dos procesos idénticos tienen medidas de progreso técnico diferentes, es negar lo que revelan los hechos, que tiene poco sentido el concepto de productividad sectorial. En consecuencia podemos calcular ciertos parámetros sectoriales, pero su uso exige primero estudiar cuidadosamente sus características peculiares y, en especial, su relación con las medidas *correctas obtenibles* para la economía como una globalidad.

1.3.— Para abordar estas cuestiones no utilizaremos funciones de producción, porque su uso lleva inevitablemente al problema de los precios y al callejón difícil de las multiplicidades de medidas, así como a la potenciación de las medidas sectoriales (véase por ejemplo Salter (1966), capítulo III).

Como alternativa proponemos la búsqueda de medidas técnicas no dependientes directamente de los precios y que además representen una medida del progreso técnico global de la economía. Igualmente haremos que estas medidas no dependan de la producción concreta, que esta sea una u otra no puede alterar propiedades objetivas de la estructura económica, en concreto su nivel tecnológico o modernidad.

En la misma dirección nos proponemos dar definiciones de intensidad de capital, mecanización, control sobre los trabajadores, etc..., que sean independientes de los precios y de las producciones obtenidas. Ello se debe a que buscamos definiciones de origen tecnológico y que no dependan, por ello, de precios y cantidades.

1.4.— En otras palabras lo que proponemos es un *salto metodológico*, que consiste en considerar que las medidas del progreso, de la intensidad de capital, de la productividad deben ser medidas globales e indirectas. Serán obtenibles de los datos empíricos, pero a través de ciertas variables intermedias que determinaremos posteriormente.

Para llevar a cabo esto me apoyaré en modelos multisectoriales tipo Sraffa, que estarán caracterizados por unos coeficientes técnicos dados en el momento considerado<sup>2</sup>. Las variables intermedias estarán asociadas con los valores propios a derecha e izquierda de los modelos. El empleo de este marco multisectorial es debido fundamentalmente a que permite desarrollar con facilidad las ideas expuestas, pero no es el único posible, desarrollos similares son realizables en modelos conjuntistas.

Este salto metodológico, que se justificará por sí mismo al desarrollarlo, no es nada nuevo en metodología científica. Un físico nunca mide la temperatura de cada átomo sino el resultado del estado conjunto de todos los átomos, que se manifiestan globalmente como un cuerpo con mayor o menor temperatura.

Más aún, para cualquier físico no hay duda de que el concepto temperatura no tiene sentido a nivel atómico o subatómico. La física cuántica estudia los estados de los átomos, pero no busca sus temperaturas. Lo que hace es establecer las relaciones entre las condiciones atómicas y las condiciones globales.

Históricamente se estudió primero las condiciones de la globalidad y después se profundizó en el estudio atómico. Quizás un camino similar deba llevarse en el estudio del progreso técnico, obtengamos primero sus temperaturas, sus medidas globales, y después podremos ver el estado de agitación de cada partícula, esto es, de cada sector o empresa particular.

Ello no obsta para que el camino opuesto sea posible y fructífero, hasta ahora ha sido la dirección seguida y muchos resultados básicos han sido obtenidos sobre ciclos, relaciones entre variables, criterios de selección técnica o sobre la evolución histórica y sus motivaciones. Más en este trabajo mi idea es construir el edificio, hasta donde sea posible, en sentido contrario.

## 2. EL MODELO FORMAL

2.1. — Nuestro modelo estará caracterizado ahora por<sup>3</sup>:

$A^+$  = matriz nxn de coeficientes unitarios de capital, tanto capital circulante como capital fijo. Así tenemos  $A^+ = A^C + A^F$ .

$A^-$  = matriz nxn de coeficientes de flujos totales consumidos en el periodo productivo, formada por los coeficientes de capital circulante y los correspondientes al capital fijo degradado.

2. Lo que no supone rendimientos constantes a escala.

3. Véase Martínez Gallur (1981).

Con estas matrices el sistema de cantidades será:

$$A^+ Q = N = \text{vector de stocks totales}$$

Y el de precios:

$$p = p A^- + r p A^+ + (1+rt) p b L, \quad \text{con } t \in [0,1] \quad (2.1)$$

donde  $t$  es la tasa de adelanto de los salarios. Supondremos además que  $R_F(I-A^- - bL) < 1$ .

2.2. – El modelo descrito por  $A^+$ ,  $A^-$ ,  $b$ ,  $L$  y  $t$ , verificará las siguientes condiciones:

$$\begin{aligned} 1) \quad p &= p A^- + r p A^+ + (1+rt) p b L, & p &\geq 0 \\ 2) \quad X &= A^- X + r A^+ X + (1+rt) b L X, & X &\geq 0 \\ 3) \quad p^* &= p^* A^- + R p^* A^+, & p^* &\geq 0 \\ 4) \quad X^* &= A^- X^* + R A^+ X^*, & X^* &\geq 0 \end{aligned} \quad (2.2)$$

cumpliendo los vectores  $p$ ,  $X$ ,  $p^*$  y  $X^*$

$$\begin{aligned} 5) \quad p b &= w \\ 6) \quad p X &= 1 \\ 7) \quad p X^* &= 1 \\ 8) \quad p^* X^* &= 1 \end{aligned} \quad (2.3)$$

Las condiciones (2.2) modelizan las relaciones económicas mientras las (2.3) establecen las unidades de medida y patrones de escala más convenientes para el trabajo formal.

La relación 1) de (2.2) define un valor de  $r$ , tasa de beneficio homogénea, y un vector libre de precios  $m.(1, p_2, \dots, p_n)$  con  $m$  escalar arbitrario.

En 2) de (2.2) se determina la tasa  $r$  de expansión balanceada y su vector de intensidades  $n.(1, x_2, \dots, x_n)$ . Es bien conocida la propiedad de que este  $r$  coincide con el precedente, aunque su significado económico sea muy diferente.

Las ecuaciones 3) y 4) de (2.2) nos darán la tasa de beneficio y ex-

pansión, así como los vectores de precios y de intensidades asociados con ellas, de una hipotética economía en la que el trabajo no recibiera ninguna compensación o pago. Al considerar que el trabajo, o cualquier otro input exógeno que hubiera, no tiene valor se modeliza una situación ideal, donde solo intervienen los aspectos endógenos; esta situación nos dá la tasa máxima de beneficio, que es el supremo de las tasas reales, y la tasa máxima de expansión, que es una medida de la autorreproducibilidad de la economía modelizada. El vector  $X^*$  tiene las proporciones de una mercancía patrón.

Con la condición 5) se normaliza el vector de precios obtenido en 1), exigiendo que el valor de la cesta salarial sea un valor dado  $w$ . La 6) fija, una vez conocido perfectamente el vector  $p$ , el tamaño de la economía hipotética. Idéntico papel juega la condición 7). Con 8) se normaliza el vector de precios  $p^*$ , pudiéndose interpretar esta condición como la exigencia de que en ambas economías, con y sin pagos al trabajo, el valor de la producción bruta sea idéntico.

Es posible dar a  $w$  el valor 1, ello supone tomar como unidad de valor la cesta de consumo de un trabajador. No lo he hecho así por dos razones, primeramente porque considero más sencilla de imaginar una economía con  $w < 1$ , esto es una economía donde la producción bruta vale más que la cesta de un solo trabajador. En segundo lugar porque en mi modelo es posible considerar variaciones de 2, basta con ello sustituir 5) por cualquier otra condición que normalice  $p$ , por ejemplo  $L X = 1$ . Esta condición en unión de 6) normaliza  $p$ .

2.3.— Partiendo de (2.2) y (2.3) es también fácil ver que este modelo cumple la relación de Sraffa entre salarios y beneficios. Multiplicando 1) de (2.2) por  $X^*$  y la 4) por  $p$  tendremos

$$1 = p X^* = p A^- X^* + r p A^+ X^* + (1+rt) p b L X^*$$

$$1 = p X^* = p A^- X^* + R p A^+ X^*$$

luego

$$R p A^+ X^* = r p A^+ X^* + (1+rt) p b L X^*$$

que se convierte en

$$R = r(1 + t(p b L X^*/p A^+ X^*)) + p b L X^*/p A^+ X^*$$

y que dá lugar, llamando "s" a:  $p b L X^*/p A^+ X^*$ , a la relación buscada:

$$R = r(1 + ts) + s \quad (2.4)$$

Notemos que  $s$  representa el salario pagado por unidad de capital empleado, ya fijo ya circulante.

También podemos suponer que además del trabajo hay otros inputs primarios: energía, hierro, etc. Todos los podemos valorar a través de las cestas de bienes que deben ser empleadas para adquirirlos. Si así lo hacemos tendremos la ecuación siguiente

$$p = pA^- + r pA^+ + (1+rt) p (bL + c_1 L_1 + \dots + c_r L_r)^4, \quad p \geq 0$$

donde  $L_1, \dots, L_r$  son los vectores fila de coeficientes técnicos de los diferentes inputs primarios, distintos del trabajo, y donde con  $c_1, \dots, c_r$  designamos las cestas necesarias para pagar el input correspondiente.

Análogamente podremos obtener las  $X \geq 0$  tales que

$$X = A^- X + r A^+ X + (1+rt) (bL + c_1 L_1 + \dots + c_r L_r)X, \quad X \geq 0$$

Utilizando estas ecuaciones de  $p$  y  $X$  en lugar de las 1) y 2) de (2.2) y con el resto de ecuaciones de (2.2) y (2.3) podemos también obtener la relación

$$R = r(1 + tm) + m \quad (2.5)$$

donde  $m = (p b L X^* + p c_1 L_1 X^* + \dots + p c_r L_r X^*)/p A^+ X^*$

La identidad forma de (2.4) y (2.5) nos permite interpretar, cuando interese, la variable  $s$  como el pago de todos los inputs primarios. Esto es una evidente ventaja de las definiciones hechas con  $s$ , frente a las que podrían hacerse utilizando el input de trabajo físico.

El papel similar que juegan los gastos salariales y los gastos en otros inputs primarios, descubren las profundas relaciones entre los marxianos, preocupados por el papel del trabajo, y los actuales ecologistas, preocupados por el despilfarro de materias primas. La posibilidad de este contacto teórico —y probablemente con consecuencias prácticas importantes— justifica trabajar teóricamente con  $s$ , o bien con  $m$ , y no con el input de trabajo físico.

4. Suponemos por sencillas que la tasa de adelanto es igual para todos los inputs primarios.

### 3. DEFINICIÓN DE LAS MEDIDAS

3.1.— Con el anterior modelo vamos a analizar algunos parámetros del cambio técnico, en concreto los valores y las variaciones de la intensidad de capital, de la mecanización y de la productividad, así como de la tasa de beneficio,  $r$ , del pago al trabajo por unidad invertida, del reparto del producto neto y de la renta neta (beneficios+salarios). La complejidad del fenómeno de las innovaciones, hace conveniente no reducirlas a una sola medida o parámetro, de ahí que utilicemos las 7 anteriores.

La principal dificultad con que nos encontramos es la de definir estos conceptos. Por una parte, esta su dependencia, según como se definan, de los precios corrientes; por otra, la confusión entre las diferentes ideas que se intentan captar con ellos.

El primer problema lo resolveremos de acuerdo con nuestro criterio metodológico, buscaremos medidas tecnológicas y las obtendremos a partir de la relación (2.4). Serán por tanto medidas indirectas y obtenibles de los datos empíricos solo a través de medidas intermedias.

La segunda dificultad la abordaremos estableciendo claramente nuestros conceptos, identificaremos intensidad de capital con la razón  $m_i$ =capital/output, la mayor o menor mecanización con el valor del cociente  $m_m$ =capital/salarios y la productividad con  $m_p$ =output/salario. Similarmente mediremos el reparto del producto neto por el cociente  $m_c$ =beneficios/salarios y la renta neta por el  $m_r$ =output neto/capital.

En consecuencia, apoyándonos en (2.4) es fácil obtener las expresiones de las diferentes medidas o parámetros de una situación técnica concreta. La expresión de las tres primeras de ellas es:

$$\begin{aligned} m_i &= \text{intensidad de capital} = (1+ts)/R = (1+tR)/(R(1+tr)) \\ m_m &= \text{mecanización} = (1+ts)/s = (1+tR)/(R-r) \\ m_p &= \text{productividad} = R/s = R(1+tr)/(R-r) \end{aligned} \quad (3.1)$$

y de las restantes:

$$\begin{aligned} m_e &= \text{medida de la eficiencia} = r \\ m_w &= \text{medida del salario} = s/(1+ts) = (R-r)/(1+tR) \\ m_c &= \text{medida del control} = r(1+ts)/s = (R(1+tr)/(R-r))-1 \\ m_r &= \text{medida eficiencia en renta} = R/(1+ts) = R(1+tr)/(1+tR) \end{aligned} \quad (3.2)$$



En  $m_m$  y  $m_p$  podría haberse empleado como denominador el trabajo físico, si así lo hubiera hecho muchos considerarían que se describía más correctamente la mecanización y la productividad. Yo sostengo que, con independencia de la visión subjetiva que tengamos, lo que es más significativo —desde el punto de vista de la incorporación, rechazo o clasificación de un cambio técnico— es el coste del trabajo, no el input concreto de este. Un proceso que ahorre trabajo y que sea en lo demás idéntico a otro, solo será preferido si el salario es igual, si este varía puede ser preferido o no. Un mismo proceso puede ser muy rentable en la India —con bajos salarios— y no serlo en EEUU. En pocas palabras, sin negar la importancia de los indicadores de trabajo directo, el enfoque principal debe ir hacia la valoración de este y por tanto hacia definiciones de la mecanización y de la productividad similares a las anteriores. Además bastará suponer que  $w$  es constante para que lo razonado con  $m_m$  y  $m_p$  sea válido con capital/trabajo y con output/trabajo.

Hablo de medida del salario porque  $m_w$  me dá el pago salarial por unidad de capital gastada. Es de señalar que mide la retribución global del trabajo, no la cantidad de este. Esta será mayor o menor, para una misma  $m_w$ , dependiendo de la tasa de salario concreta.

Denominamos medida del control al reparto entre capital y trabajadores del producto neto, porque creemos que en las economías capitalistas ambos fenomenos van íntimamente ligados y se mueven en las mismas direcciones.

Para la renta obtenible usamos el nombre de eficiencia en renta, porque consideramos que es la renta global, beneficios + salarios, lo que mide realmente la eficiencia de una economía. Más la costumbre en la literatura me lleva a reservar eficiencia para “ $r$ ” y a usar eficiencia en renta para este caso.

La definición de estos siete parámetros está de acuerdo con las líneas señaladas en la Introducción. Son medidas técnicas porque solo dependen de  $A^+$ ,  $A^-$ ,  $b$  y  $t$ , aunque sus expresiones concretas exijan el conocimiento de los vectores  $p$  y  $X^*$ , que se obtienen por las relaciones vistas en (2.2) y (2.3). En consecuencia son medidas de la economía global e independientes de los precios y outputs reales.

Lo primero que choca de la comparación de (3.1) y (3.2) es la gran relación entre ambos tipos de medidas. Se vé que:

$$\begin{aligned} m_i &= 1/m_r \\ m_m &= 1/m_w \\ m_p &= m_c + 1 \end{aligned} \tag{3.3}$$

luego los conjuntos de medidas de (3.1) y (3.2) son casi equivalentes, bastaría completar (3.1) con  $m_e$  para considerarlos similares. Esto prueba que el emplear unas u otras es cuestión de gusto y no tiene mucha más justificación que la preferencia personal. Preferencia que puede tener su origen en posturas ideológicas. Las medidas de (3.2) son preferidas por los investigadores preocupados especialmente por el impacto de la innovación en los trabajadores. Las (3.1), con  $m_e$ , por aquellos que centran su atención en las características del capital. Unos y otros medirán las mismas cosas. Unas y otras medidas —tal como han sido definidas— son obtenidas a partir de  $r$  y de  $R$ .

3.2.— Obtenidas las medidas de cada situación técnica, el cambio técnico o innovación lo podemos caracterizar por las correspondientes variaciones diferenciales de las diferentes medidas<sup>5</sup>. Mantendré para todas ellas el nombre de efectos, que tiene su origen en la denominación dada en la literatura a  $e_w$  y  $e_t$  (ver Roemer (1981), capítulo 6). En consecuencia hablaré de  $e_i$ ,  $e_m$ ,  $e_p$ ,  $e_e$ ,  $e_w$ ,  $e_c$  y  $e_r$ .

Sus expresiones funcionales se obtienen fácilmente por diferenciación de las medidas concretas, apoyandonos en la diferenciación de raíces de Frobenius de matrices no negativas y simples (ver Neudecker (1967)).

La expresión de los diferentes efectos depende ahora de dos variaciones diferenciales, que llamaremos  $k$  y  $c$ . Sus expresiones son:

$$k = (R p^* dA^+ X^* + p^* dA^- X^*) / p^* A^+ X^*$$

$$c = (rp dA^+ X + p dA^- X + (1+rt)p d(bL) X) / (p A^+ X + tpbLX) \quad (3.4)$$

y pueden interpretarse como la variación del coste tecnológico y unitario del capital y del agregado capital-salarios. En ambos parámetros aparecen dos componentes, una afectada de una tasa de rendimiento ( $R$  o  $r$  según el caso) y otra que corresponde al capital que se destruye y que hay que reponer.

5. Quizás deba señalarse que la forma de analizar las variaciones del cambio técnico, cambios diferenciales o cambios discretos, no altera el valor ni el sentido de las medidas definidas para este. Estas únicamente dependen de las características técnicas y salariales del momento de medida.

Las expresiones concretas de cada efecto son: (ver Apéndice)

$$\begin{aligned} e_i &= (1/(R^2(1+tr)))(k + R t (1+ts) c) = \\ &= (1/(R^2(1+tr)))(k + (R t (1+tR)/(1+tr)) c) \end{aligned} \quad (3.5)$$

$$\begin{aligned} e_m &= (1/(s^2(1+tr)))(k - (1+ts) c) = \\ &= ((1+tr)/(R-r)^2)(k - ((1+tR)/(1+tr)) c) \end{aligned} \quad (3.6)$$

$$\begin{aligned} e_p &= (r/(s^2(1+rt)))(k - R(1+ts) c / r) = \\ &= ((1+tr)r/(R-r)^2)(k - R(1+tR) c / (r(1+tr))) \end{aligned} \quad (3.7)$$

$$e_e = -c \quad (3.8)$$

$$\begin{aligned} e_w &= - (1/((1+ts)^2(1+tr)))(k - (1+ts) c) = \\ &= - ((1+tr)/(1+tR)^2)(k - ((1+tR)/(1+tr)) c) \end{aligned} \quad (3.9)$$

$$\begin{aligned} e_c &= (r/(s^2(1+rt)))(k - R(1+ts) c / r) = \\ &= ((1+tr) r/(R-r)^2)(k - R(1+tR) c / (1+tr) r) \end{aligned} \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} e_r &= - (1/((1+ts)^2(1+tr)))(k + R t (1+ts) c) = \\ &= - ((1+tr)/(1+tR)^2)(k + R t (1+tR) c / (1+tr)) \end{aligned} \quad (3.11)$$

#### 4. REPRESENTACIÓN BIDIMENSIONAL

4.1.— Como cada cambio tecnológico está caracterizada por los diferentes efectos, que dependen de  $k$  y  $c$ , es posible obtener una representación en dos dimensiones de los cambios técnicos. Para ello usaremos  $k$  y  $c$  como ejes coordenados.

Para concretar vamos a suponer que es:  $r=0'1$ ,  $t=0'5$  y que el reparto del neto es al 40% y 60%. Bajo estas condiciones:  $r=0'1$ ,  $s=6/27$  y  $R=10/37$ . Las rectas de interés, con algún  $e_i=0$ , serán:

$$e_i = 0 \quad k = -0'14 c$$

$$e_m = 0 \quad k = 1'08 c$$

$$e_p = 0 \quad k = 2'92 c$$

$$e_e = 0 \quad c = 0$$

$$e_w = 0 \quad k = 1'08 c$$

$$e_c = 0 \quad k = 2'92 c$$

$$e_r = 0 \quad k = -0'14 c$$

y la representación resultante el gráfico 1, que muestra los 20 tipos de cambios posibles.

Sobre este tipo de gráficos, observando las ecuaciones correspondientes a las rectas de efectos nulos, podemos afirmar que:

a) La disminución en la tasa de adelanto de los salarios aumenta la horizontalidad de  $e_i = 0$ , aproxima a la pendiente de  $45^\circ$  la de  $e_m = 0$  y disminuye la pendiente de  $e_p = 0$ . Si  $t=0$  la primera es horizontal y la segunda tiene  $45^\circ$  de inclinación.

b) Siempre la pendiente de  $e_m = 0$  es no menor de  $45^\circ$  y lo mismo le ocurre a  $e_p = 0$ . Por otro lado la pendiente de  $e_r = 0$  será menor de  $45^\circ$  en general (basta que  $R/t$  sea menor que uno).

c) La pendiente de  $e_p = 0$  es siempre mayor que la de  $e_m = 0$  porque  $R/t > 1$ .

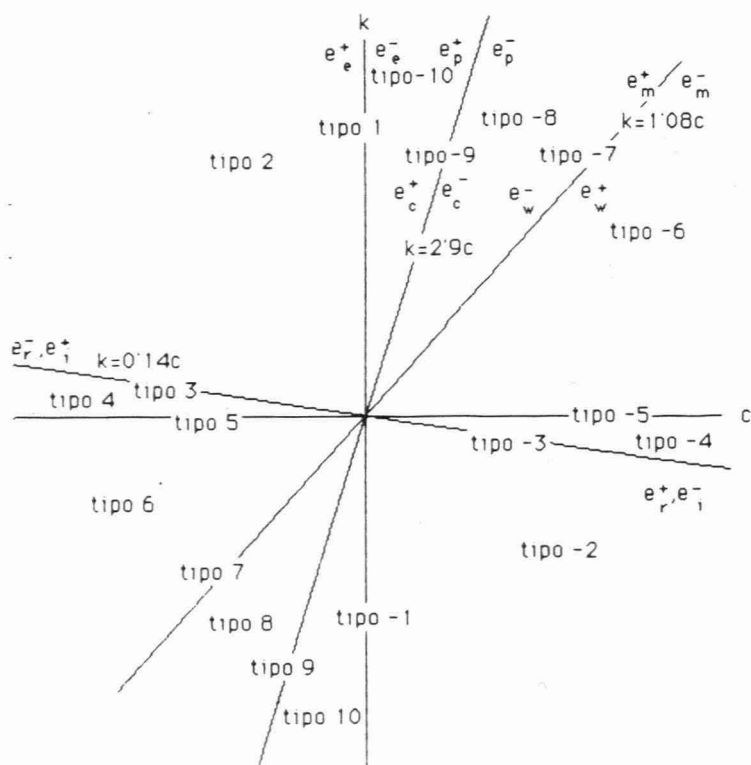


Gráfico 1

## 5. LOS CAMBIOS POSIBLES

5.1.— La diversidad de cambios obtenidos nos obliga a un estudio cuidadoso de sus características. Para hacerlo los agruparemos según algunas de sus propiedades y daremos, además, nombres concretos a algunos de ellos. Estos nombres estarán en concordancia con la propiedad más característica del tipo en cuestión. Las guías para estas agrupaciones serán los signos de los diferentes efectos.

5.2.— En los cambios uno de los parámetros más significativos es el valor de  $k$ , Recordemos que era:

$$k = (R p^* dA^+ X^* + p^* dA^- X^*) / p^* A^+ X^*$$

y que lo interpretábamos como la variación de un coste tecnológico. Más esta variable indirecta admite otras interpretaciones. Recordemos que la expresión  $R_F(A^- + RA^+) = 1$  tiene una diferencial

$$p^* dA^- X^* + R p^* dA^+ X^* + dR p^* A^+ X^* = 0$$

luego  $dR = -k$ .

Por tanto cuando  $k$  es negativo  $R$  crece y cuando es positivo decrece. El parámetro  $k$  es en consecuencia una medida de las variaciones de  $R$ .

¿Qué sentido tiene  $R$ ? Dos son las cualidades que merecen destacarse. Por una parte  $R$  representa la tasa máxima de beneficio, es por ello un indicador de la máxima producibilidad de la economía. Por otra,  $R$  mide la capacidad máxima de reproducir un output, en concreto  $X^*$ . Cualquier otro  $X$  que verifique:

$$X \geq A^- X + v A^+ X, \quad X \geq 0$$

tiene  $v \leq R$ .

Más ambos hechos pueden considerarse como medidas aceptables del progreso. Podemos decir —y creo que recoge casi todo lo que se entiende por progreso— que hay mayor avance técnico cuando se producen unos mayores rendimientos unitarios y también cuando se obtiene una mayor producción, a partir de unos mismos inputs. En mi opinión la *capacidad reproductiva* es el mejor y más extenso históricamente de los indicadores del progreso humano y la medida de la capacidad reproductiva es  $R$ .

Por todo lo anterior voy a considerar a  $R$  como una medida del nivel tecnológico y, por tanto, los incrementos de  $R$  como aumentos del progreso técnico. En consecuencia si llamo  $e_T^+$  a  $dR$  cuando  $dR > 0$  y  $e_T^-$  cuando es negativo, tendrán  $e_T^+$  los más avanzados, los más progresivos. En concreto los de tipo 6, ..., 10, -1, -2, -3 y -4, que llamaremos progresivos.

Es bueno recordar que al decir que un cambio aumenta el nivel tecnológico lo que entiendo es que incrementa la capacidad reproductiva de toda la economía, no de un sector en particular. No hay por ello, en sentido riguroso, sectores más avanzados técnicamente.

5.3.— Otra de las características a tener en cuenta de un cambio es su mayor o menor productividad. Recordemos que la mediamos con:

$$m_p = \text{output/salarios} = R(1+rt)/(R-r)$$

y que su efecto correspondiente era:

$$e_p = ((1+tr)r/(R-r)^2) (k - ((R(1+tR))/(r(1+tr))) c)$$

En el cuadro 1 y en el gráfico 1 puede verse cuales son los cambios que crecen la productividad y cuales los que la disminuyen.

Comparando el signo de  $e_T$  y el de  $e_p$  vemos que hay cambios con un mayor nivel técnico y mayor productividad, los 6, 7 y 8. Pero también existen con  $e_T^+$  y menor productividad, son los 10, -1, -2, -3 y -4. Lo mismo ocurre con los de menor nivel técnico y con los de igual nivel.

¿Es el incremento de productividad un objetivo central del progreso y del cambio técnico?. Para las economías regidas por trabajadores (socialistas) el criterio básico de selección técnica es el incremento del producto por trabajador. Observemos que si suponemos que este recibe un salario día  $pb = w$  constante —no varía con el cambio técnico—, ello equivale a suponer  $e_p > 0$ . Luego para estas economías su criterio de selección de técnicas es, en condiciones muy generales, el incremento de la productividad y a los cambios con  $e_p > 0$  los llamaremos cambios socialistas.

Observemos también que estas economías pueden seleccionar tanto procesos más avanzados tecnológicamente, con  $e_T^+$ , como procesos menos avanzados que tendrán  $e_T^-$ . Ello supone que un criterio aparentemente racional, la elevación de la productividad, no supone la búsqueda de un mayor progreso, sino la optimización de otros aspectos.

Lo anterior tampoco debe llevarnos a pensar que el criterio de selección que se aplica con  $e_p > 0$  es el de minimizar el trabajo. Sobre esto debemos tener en cuenta lo que hemos dicho de que  $s$  puede representar muchas más cosas que el trabajo.

Pero además, aún cuando  $s$  fuera únicamente el pago salarial y  $w = pb$  fuera constante, tendríamos que la valoración del output que dá el modelo no es en valores trabajo sino monetarios. Por tanto no debemos interpretar  $1/m_p$  como el trabajo incorporado por unidad de producto.

Para hacer esta interpretación hay una única salida, considerar valores trabajo sincronizados (ver Wolfstetter (1973), Samuelson (1971), Sánchez (1982) y Roemer (1981)), pero esto es en mi opinión una trampa, ya que estos valores sincronizados no son otra cosa que los precios de producción marxianos, que son una valoración monetaria.

5.4.— Un tercer criterio agrupador de los cambios es la reducción de costes. Este es el criterio de selección más aceptado teóricamente para economías capitalistas. Está por tanto al mismo nivel que el anterior,  $e_p^+$ , que es el usual en economías socialistas.

Cada empresario lo que hace es buscar su máximo beneficio, por ello si quiere innovar lo hará para aumentar el beneficio por unidad invertida (indirectamente puede aumentar el volumen producido). Esto supone que busca cambios con  $dA^+$ ,  $dA^-$  y  $d(bL)$  tales que:

$$c = (rp dA^+ X + p dA^- X + (1+rt)p d(bL) X) / (p A^+ X + tpbLX)$$

sea negativa.

Ahora bien, recordando que la diferencial de  $R_F(A^- rA^+ + (1+rt)bL) = 1$  es:

$$rp dA^+ X + p dA^- X + (1+rt)p d(bL) X + dr (p A^+ X + tpbLX) = 0$$

vemos que la condición de reducción de costes es equivalente a:

$$dr = -c > 0$$

En otras palabras, *todo proceso reductor de costes eleva la tasa de beneficio del sistema y, reciprocamente, si eleva esta tasa es reductor de costes*. Este enunciado no es otro que el famoso Teorema de Okishio, concretado en el modelo que estamos usando.

El cuadro final del apartado muestra los cambios con  $e_e^-$ , que llamaremos eficientes, y los que tienen  $e_e^+$ . Es señalable sin embargo que este criterio de innovación lleva a elegir cambios con nivel tecnológico mayor, los cambios 6, ..., 9 y 10, y otros con nivel tecnológico menor, los 2, 3 y 4. En otras palabras, elección por reducción de costes no es equivalente a elección de la técnica más avanzada o de mayor progreso.

Igualmente se ve que no coincide con la elección de mayor productividad. Hay cambios no viables  $-e_e^-$  para ellos— que tienen  $e_p^+$ , esto ocurre con el tipo -10. Similarmente el tipo 10 tiene  $e_p^-$  y  $e_e^+$ . Queda así visto que el criterio de elección socialista y el capitalista no son coincidentes, aún cuando los cambios de no coincidencia pueden ser poco significativos. La significación de los cambios en que difieren es una cuestión abierta.

5.5.— El criterio de clasificar los cambios de acuerdo al signo de la variación de  $m_i$ =intensidad de capital, tiene uno de sus orígenes en la identificación que se ha hecho en ocasiones de los conceptos de acumulación, progreso técnico y mecanización.



Es cierto que casi todos los cambios que tienen  $dm_i < 0$ , esto es  $e_i^-$ , tienen  $e_T^+$ , luego suponen un avance en el progreso técnico. Sin embargo, hay cambios que tienen  $e_i^-$  con  $e_T^-$ , como los de tipo 4.

También puede verse que si  $t=0$ , la recta  $e_i=0$  coincide con la recta  $e_T=0$ , lo que revela que realmente la variación de la intensidad de capital y el progreso están fuertemente relacionados.

Observemos sin embargo que, aun siendo cierta la asociación, esta lleva sentido contrario del esperado. El mayor progreso no supone una mayor intensidad de capital por unidad de producto sino menor. Se avanza en la línea de mayor progreso cuando se reduce el capital usado por unidad de producto neto.

Otra cuestión en la que no entramos porque nuestro modelo no lo permite, es lo que ocurre con el volumen absoluto del capital utilizado. Si crece el progreso solo podrá crecer el capital global —recordemos que con valoraciones  $p, X^*$ — si crece fuertemente el volumen producido, pero nunca lo hará el volumen por unidad de producto, esto es la intensidad de capital. De ahí que no sea fácil sacar conclusiones precisas.

5.6.— El último efecto utilizado es el  $e_m$ , que me dice cuando crece la mecanización del progreso, o cuando disminuye, a través de la variación de

$$m_m = \text{capital/salarios} = (1+ts)/s^6$$

Viendo el gráfico 1, otra cosa que llama la atención es su nula o poca relación con la intensidad de capital. Mecanización e intensidad de capital aparecen como variables altamente independientes. Lo mismo podemos decir de mecanización y progreso.

La pendiente de la recta  $e_m=0$ , que es:  $(1+tR)/(1+tr) \approx 1$ , parece indicar que no hay una clara preferencia entre los cambios viables que aumentan el nivel técnico, por aquellos que tienen mayor mecanización. Esta conclusión, por oponerse a algunas ideas popularmente aceptadas, merecería un análisis más profundo.

5.7.— La tasa de beneficio, el reparto del neto y los salarios son las variables distributivas principales, de ahí que la tipología anterior sirva también para estudiar el carácter paretiano de los cambios. Primeramente habrá que establecer que se entiende por eficiencia y después cuales son las preferencias que hay detrás del criterio paretiano; supongamos que en nuestro modelo el empresario o centro de planificación quiere que crezca su tasa de beneficio y el trabajador que disminuya el control

6. Debemos recordar lo dicho sobre el significado amplio de  $s$ .

(crece su participación en el neto) y/o que aumente la tasa  $m_w = \text{salarios/inversión}$ .

Si nos fijamos en la eficiencia en renta los procesos tipo 10 y  $-1$ , como puede verse en el gráfico 1, son pareto superiores porque crecen la tasa de beneficio  $r$  y/o la participación del trabajador. Pero además crecen  $m_w$ , son por tanto pareto superiores también si los trabajadores exigen conjuntamente menos control y mayor  $m_w$ . En cambio los 10, 9, 8, 7 y  $-1$  son pareto superiores, cuando las preferencias de los trabajadores se reducen a mayor  $m_w$  unicamente.

Los procesos 4, 5, 6 y  $-2$ , aunque son eficientes en renta, nunca son paretos superiores, porque los 4, 5 y 6 son peores para los trabajadores en ambos sentidos señalados y los  $-2$  porque decrecen  $r$ .

Si que se cumple, como era de esperar, que los procesos no eficientes en renta nunca son pareto superiores en ninguno de los dos sentidos (ver el gráfico citado), porque decrecen  $r$  ó decrecen la participación y la tasa  $m_w$ .

Al tomar como eficiencia el crecimiento de  $r$  la situación es prácticamente la misma. Los 10 y  $-1$  son pareto superiores con ambos tipos de preferencias de los trabajadores y los 7, 8 y 9 con una sola de ellas.

Si por eficiencia tomamos el incremento de la productividad las cosas son aún peores. Los cambios 10 y  $-1$ , que eran pareto superiores con ambos criterios, no tienen mayor productividad. Además solo los 7 y 8 serían de mayor productividad y pareto superiores bajo el criterio débil.

En resumen vemos que el problema de si son o no alcanzables situaciones pareto superiores, para unos  $dA^+$ ,  $dA^-$  y  $dL$  dados que caracterizan la innovación, es sencillamente si hay cambios adecuados en  $b$  para que el resultado final del cambio sea uno del tipo 7, 8, 9, 10 ó  $-1$ , que son los que llamamos pareto superiores.

Si el cambio tiene  $k < 0$ , tiene mayor tecnología, en condiciones muy generales habrá cambios pareto superiores como se ve fácilmente en los gráficos. Los desplazamientos a lo largo del eje horizontal pueden ser producidos pasando de  $b$  a  $hb$  con  $h > 0$ . La única limitación, como es de suponer es que la innovación no fuera viable ni a salario nulo.

Si por el contrario la innovación tiene menor tecnología,  $k > 0$ , no es posible alcanzar situaciones pareto superiores porque las variaciones salariales solo permiten moverse entre los tipos 4, 3, 2, 1,  $-10$ ,  $-9$ ,  $-8$ ,  $-7$  y  $-6$ .

Además de los pareto superiores están los cambios pareto equivalentes, pero como puede verse corresponden a casos equivalentes a la situación inicial, esto es a cambios con  $k = c = 0$ , cualquiera que sea la alternativa preferencial.

5.8.— En los modelos de dos bienes, capital y trabajo, se hace (ver Dougherty (1984), por ejemplo) una división del cambio técnico en cuatro tipos según el uso relativo de capital y trabajo, son los cambios: CU-LS, CS-LS pero relativamente LS, CS-LS pero relativamente CS y, por último, LU-CS. Gráficamente esto puede representarse con

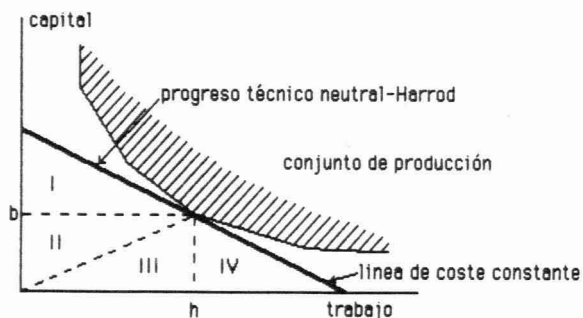


Gráfico 2

Los modelos usados para este tipo de clasificación son, en general, muy diferentes del que estamos utilizando, pero al compararlos cuidadosamente se observa que también en nuestra tipología quedan incorporados los cuatro tipos anteriores.

Basta para ello que, apoyandonos en:

$$R = r(1+ts) + s$$

tomemos como capital a  $1+ts$  y como trabajo a  $s$ , lo que supone considerar a  $w=pb$  constante. Bajo estas condiciones puede probarse que:

|          |   |         |   |        |   |        |
|----------|---|---------|---|--------|---|--------|
| tipo I   | ≈ | tipo 2  |   |        |   |        |
| tipo II  | ≈ | tipo 4  | U | tipo 5 | U | tipo 6 |
| tipo III | ≈ | tipo 8  |   |        |   |        |
| tipo IV  | ≈ | tipo 10 |   |        |   |        |

y que el caso límite (I, II) es equivalente al tipo 3, el límite (II, III) al 7 y el (III, IV) al 9.

La importancia de las anteriores relaciones es que nos permiten hablar, bajo las condiciones señaladas, de cambios CS, CU, LS y LU en nuestro modelo. Los cambios tipo 2 serían los CU-LS, los 10 serían CS-LU, mientras que los cambios 4, 5, 6, 7 y 8 serían los CS-LS. De estos últimos el 8 sería ahorrador relativamente de capital y los 4, 5 y 6 de trabajo.

5.9.— Como puede verse en el cuadro 1, algunos cambios reciben nombres especiales que debemos de justificar.

Al cambio de tipo 6 lo llamaremos cambio marxiano porque creemos que es el que mejor responde a la concepción de Marx de cambio técnico. Para este los cambios innovadores en el capitalismo tenían dos características fundamentales:

- a) representaban un paso en el progreso tecnológico
- b) crecían la tasa capital constante/capital variable

Por progreso tecnológico entiendo que tenga  $e_T^+$  y por que crezca la tasa en cuestión, el que crezca  $1/s = \text{capital constante/capital variable}$ . Luego crecer esta tasa es exigir que sea positivo

$$d(1/s) = d((1+ts)/s) = e_m$$

al ser  $t$  constante.

En consecuencia los cambios más característicamente marxianos son los que tienen  $e_T^+$  y  $e_m^+$ , y estos no son otros que los del tipo 6. Es señalable que no son pareto superiores.

Al cambio 3 lo designamos neutral Harrod porque responde a la idea de neutralidad de este autor (véase Harrod (1948)). Para él el concepto de neutralidad va asociado a la constante del coeficiente de capital, lo que supone que "... Una corriente de invenciones que sean neutrales con arreglo a la definición dada, dejará invariable la distribución del producto nacional total entre el trabajo (en el más amplio sentido) y el capital, con tal que el tipo de interés no cambie. (pag. 38 de la versión castellana de Harrod (1948))". Esto es lo que intentamos recoger con  $e_i=0$ .

Aunque también el  $-3$  verifica  $e_i=0$  no lo consideramos neutral Harrod, porque bajo ese apelativo se incluyen solo cambios admisibles, esto es cambios que tengan o bien  $e_e^+$  o al menos  $e_p^+$ , que son los criterios de selección de técnicas más usuales. Por ello al  $-3$  lo llamamos progresivo harrodiano, ya que tiene  $e_T^+$ .

El nombre de neutral Solow progresivo, dado al tipo 9, tiene un origen similar (ver Solow (1963)). El motivo para dar este nombre tam-

bién al  $-9$  es que cumple igualmente  $e_p = 0$ , por tanto ambos mantienen constante la relación output/trabajo. Llamamos al  $9$  progresivo porque en él es  $e_T^+$ , mientras que el  $-9$  no es progresivo por ser  $e_T^-$ .

Al cambio  $7$  lo llamaremos neutral Hicks por la semejanza con la definición que esta autor da (véase Hicks (1932)). Realmente Hicks exige para que un cambio sea neutral no solo la constancia de la relación capital/trabajo sino también el incremento de las productividades marginales del trabajo y del capital en la misma proporción. En nuestro modelo no tienen sentido los conceptos de productividades marginales, solo la constancia del reparto podría tener un sentido análogo al del cociente de las productividades, pero como es fácil de ver ambas constancias son imposibles porque exigen la coincidencia de las rectas  $e_p = 0$  y  $e_m = 0$ . En cierta manera sería más correcto llamar al cambio  $7$  neutral Pigou, ya que este autor solo pide constancia de la tasa capital/trabajo.

Por analogía al cambio  $-7$ , como también tiene  $e_m = 0$ , se le puede considerar cambio de tipo hicksiano. No lo llamamos neutral Hicks porque entre estos solo incluimos los admisibles con algún criterio de elección. Los cambios  $-7$  tienen  $e_e^-$  y  $e_p^-$ , luego no son cambios elegibles por la eficiencia o la productividad. Además poseen también  $e_T^-$ . Por ello los llamamos *hicksianos no progresivos*.

Los cambios que suponen movimientos en el eje horizontal, que tienen por tanto  $k=0$ , son fundamentalmente debidos a variaciones salariales. Recordemos que, a la hora de hacer interpretaciones, suponemos:

$$(R p^* dA^+ X^* + p^* dA^- X^*) / p^* A^+ X^* \approx (r p dA^+ X + p dA^- X) / p A^+ X$$

luego si  $k=0$ , tendremos que:

$$c \approx ((1+rt) p d(bL) X) / (p A^+ X + p b L X)$$

En consecuencia, los cambios tipo  $5$  ( $c < 0$ ,  $k = 0$ ) corresponderán a disminuciones en los gastos salariales por unidad de producto. Este tipo de cambios son los ideales de tipo taylorista, por eso los llamamos cambios tayloristas. También los denominamos neutrales tecnológicos, porque tienen  $e_T = 0$ .

No olvido que suponer ahorro de trabajo y no de capital es una idealización muy alta, todo proceso taylorista, además del input de trabajo, ahorra siempre realmente capital por un uso más intensivo de las máquinas, por reducción de alquileres o de otros gastos fijos.

Por analogía, al tipo  $-5$  lo llamaremos simplemente subida de salarios, ya que consiste generalmente en una elevación del pago salarial sin variación tecnológica.

Cuadro 1

| TIPO | NOMBRES                           | $e_T$ | $e_p$ | $e_c$ | $e_e$ | $e_i$ | $e_r$ | $e_m$ | $e_w$ | OBSERVACIONES             |
|------|-----------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|---------------------------|
| -5   | Subida de salarios .....          | 0     | -     | -     | -     | +     | -     | -     | +     |                           |
| -6   | .....                             | -     | -     | -     | -     | +     | -     | -     | +     |                           |
| -7   | Hicksiano no progresivo .....     | -     | -     | -     | -     | +     | -     | 0     | 0     |                           |
| -8   | .....                             | -     | -     | -     | -     | +     | -     | +     | -     |                           |
| -9   | Neutral Solow no progresivo ..    | 0     | 0     | -     | +     | -     | +     | -     | -     |                           |
| -10  | .....                             | -     | +     | +     | -     | +     | -     | +     | -     |                           |
| 1    | .....                             | -     | +     | +     | 0     | +     | -     | +     | -     | ..So .....                |
| 2    | .....                             | -     | +     | +     | +     | +     | -     | +     | -     | .....CU-LS ..             |
| 3    | Neutral Harrod .....              | -     | +     | +     | +     | 0     | 0     | +     | -     | .....cia Efi .....        |
| 4    | .....                             | -     | +     | +     | +     | -     | +     | +     | -     |                           |
| 5    | Taylorista, neutral tecnológico . | 0     | +     | +     | +     | 0     | 0     | +     | -     | .....lis cien ..CS-LS...  |
| 6    | Cambio marxiano .....             | +     | +     | +     | +     | -     | +     | +     | -     |                           |
| 7    | Neutral Hicks .....               | +     | +     | +     | +     | -     | +     | 0     | 0     | Pro .tas .tes .Pare ..... |
| 8    | .....                             | +     | +     | +     | +     | -     | +     | -     | +     | .....to .....             |
| 9    | Neutral Solow progresivo .....    | +     | 0     | 0     | +     | -     | +     | -     | +     | gre .....supe .....       |
| 10   | .....                             | +     | -     | +     | -     | +     | -     | +     | +     | .....rior .CS-LU ..       |
| -1   | .....                             | +     | -     | -     | 0     | -     | +     | -     | +     | si .....                  |
| -2   | .....                             | +     | -     | -     | -     | -     | +     | -     | +     |                           |
| -3   | Progresivo harrodiano .....       | +     | -     | -     | -     | 0     | 0     | -     | +     | vos .....                 |
| -4   | .....                             | +     | -     | -     | -     | +     | -     | -     | +     |                           |

## 6. CONCLUSIONES

6.1.— Las conclusiones del trabajo podrían exponerse muy brevemente: se ha demostrado la posibilidad de obtener medidas tecnológicas del cambio técnico y, en los sucesivos desarrollos, se ha comprobado su utilidad. Este era el principal objetivo de los apartados anteriores y en ellos están las principales conclusiones. Vamos a ver sin embargo algunas de estas más detalladamente.

El criterio metodológico seguido, de buscar medidas globales e indirectas, ha permitido obtener siete parámetros o medidas características de cada situación técnica, a saber: intensidad de capital, mecanización, productividad, control, pago salarial y eficiencia en renta. Por su forma de definición, estas medidas no dependen de los precios y outputs corrientes y tienen, por tanto, un carácter más esencial y estructural. Describen en consecuencia la estructura económica y no la situación particular de esta.

El carácter de variable intermedia asignada a la intensidad de capital, a la mecanización y a la productividad, resuelve la indeterminación

relativa de estos conceptos cuando se les hace depender de los precios y cantidades. Esto es una importante ventaja para una mejor utilización científica.

El perfecto conocimiento de unos parámetros estructurales permite, como hemos visto, una completa clasificación de los posibles cambios técnicos. Es significativo que clasificaciones obtenidas con otros modelos sean compatibles con la presentada, que se revela así como una taxonomía muy general. En el apartado 5, puede comprobarse como los cambios constantes de Hicks, los neutrales de Solow o de Harrod, o los cambios CU LS y los CS-LU son tipos particulares de la clasificación obtenida.

Además la caracterización precisa de cada situación técnica y de sus variaciones, debe permitir un mejor estudio de las evoluciones temporales de los cambios técnicos y de sus impactos económicos. En otras palabras, las medidas obtenidas son buenos instrumentos para estudiar los ciclos económicos largos y los efectos de estos sobre salarios, control o sobre la eficiencia.

6.2.— Podría objetarse al criterio metodológico seguido, que el uso de variables globales supone una pérdida de información por su carácter y por la dificultad de cálculo. Creo que esta afirmación no es correcta, porque lo que supone realmente es el uso de una información, la global, más significativa que la pura información sectorial.

Además las mejoras en las técnicas econométricas permiten hoy día la obtención, cada vez con mayor precisión, de los coeficientes característicos de la economía y, por tanto, de unas mejores medidas globales, aunque sean medidas intermedias. Incluso cuando se utilizan otros tipos de modelos, las técnicas de optimización y el cálculo con ordenador, permite la obtención de las variables duales y primales, que es lo que son los vectores  $p$ ,  $p^*$ ,  $X$  y  $X^*$  utilizados para obtener las medidas globales y sus efectos correspondientes.

En resumen podemos decir, que hoy el cálculo de las medidas técnicas de las innovaciones de una economía es posible y que lo es, por tanto, su explotación científica y económica.

6.3.— Un resultado aparentemente trivial, pero en mi opinión muy significativo y revelador, es la equivalencia de información facilitada por los parámetros:  $m_i$ ,  $m_p$ ,  $m_m$  y  $m_e$  y por:  $m_e$ ,  $m_w$ ,  $m_c$  y  $m_r$  (ver apartado 3).

Como ya señalábamos, los primeros son de mayor interés para los investigadores preocupados por las características del capital, los segundos para los interesados preferentemente por el impacto del cambio técnico en los trabajadores. La comparación directa de ambos tipos de me-

didadas, deja fuera de toda duda la coincidencia de ambos esquemas de análisis. No son dos formas distintas de analizar un mismo fenómeno sino la misma, ya que igual dá medir con  $h$  que con  $1/h$ , y esta es toda la diferencia existente entre ambos grupos de parámetros.

La revelación de esta coincidencia analítica, que se ha manifestado como fruto del tipo de parámetros utilizados, es una prueba más de su validez teórica.

6.4.— Un hecho que destaca también es el importante papel que juegan de cara a la caracterización de los cambios los parámetros  $k$  y  $c$  (ver sus expresiones 3.4). En cierta manera ambos representan lo mismo, la variación del coste tecnológico y unitario del capital, en un caso sin considerar los gastos salariales y en otro haciéndolo. Sin embargo  $k$  y  $c$  son dos variaciones diferentes, que se revelan como *fundamentales* para caracterizar las innovaciones. Con ellas es posible, como se veía en el apartado 4, la representación bidimensional de todo cambio tecnológico.

Este hecho lo que demuestra es el importante papel que juega el gasto salarial en la problemática del cambio técnico. Según cual sea el valor de  $c$ , el cambio será de un tipo o de otro y tendrá distinto impacto en la productividad o en la mecanización, aún cuando el nivel tecnológico sea el mismo.

Este importante papel de  $k$  y  $c$ , que son variables con alta independencia mutua, supone también una seria advertencia sobre los modelos y trabajos que no tienen en consideración el impacto de la variación salarial (suponiendo, por ejemplo, que  $w$  es constante) o que no tienen en cuenta las variaciones en la composición del consumo.

6.5.— Por último me gustaría señalar que la disponibilidad de medidas globales permite un mejor estudio y comprensión de los cambios e impactos sectoriales, porque aquellas actúan como referentes de comparación. La ventaja de los referentes globales se basa en que no son simplemente medias de los valores sectoriales, sino en que tienen sentido propio. Por ejemplo el valor de  $R$  que nos mide el nivel tecnológico de la economía —o lo que es lo mismo, la capacidad reproductiva de esta— no puede nunca obtenerse como media de las reproductibilidades sectoriales.



## APÉNDICE: OBTENCIÓN DE LOS DIFERENTES EFECTOS

El primero que vamos a obtener va a ser  $e_e$ , diferenciando

$$R_F(A^- + r A^+ + (1 + rt) b L) = 1 \quad (\text{A.1})$$

obtenemos

$$0 = p (dA^- + dr A^+ + r dA^+ + dr t b L + (1 + rt) d(bL) X) = 0$$

y por tanto

$$e_e = dr = - (rp dA^+ X + p dA^- X + (1+rt)p d(bL) X) / (p A^+ X + tpbLX) = -c$$

Para obtener  $e_r$  nos vamos a apoyar en (2.4) y (A.1). Sabemos que:

$$e_r = d(R/(1+ts)) = (1/(1+ts)) dR - (Rt/(1+ts)^2) ds$$

$$ds = (1/(1+tr)) dR - ((1+ts)/(1+tr)) dr$$

Además, como  $R_F(A^- + rA^+) = 1$  podemos ver que

$$p^* dA^- X^* + R p^* dA^+ X^* + dR p^* A^+ X^* = 0$$

luego

$$dR = - (R p^* dA^+ X^* + p^* dA^- X^*) / p^* A^+ X^*$$

Por tanto se tiene

$$\begin{aligned} e_r &= -(1/(1+ts))(1 - (Rt/((1+ts)(1+tr))))((Rp^* dA^+ X^* + p^* dA^- X^*) \\ &\quad / p^* A^+ X^*) - (Rt/((1+ts)(1+tr)))(rpdA^+ X + pdA^- X + \\ &\quad + (1+rt)p d(bL) X) / (p A^+ X + tpbLX) = \\ &= -(1/(1+ts))(1 - (Rt/((1+ts)(1+tr)))) k - (Rt/((1+ts)(1+tr))) c = \\ &= (1/((1+ts)^2(1+tr))) (k + R t (1+ts) c) \end{aligned}$$

Conociendo  $e_e$  y  $e_r$  es fácil obtener  $e_w$  porque  $e_w = e_r - e_e$ . Por ello

$$\begin{aligned} e_w &= -(1/((1+ts)^2(1+tr)))(k + (R t(1+ts) - (1+ts)^2(1+tr)) c) = \\ &= -(1/((1+ts)^2(1+tr))) (k - (1+ts) c) \end{aligned}$$

Igualmente podemos obtener  $e_c$ . Recordando que  $m_c = (R-s)/s$  sabemos que

$$e_c = (1/s) dR - (R/s^2) ds$$

luego

$$\begin{aligned} e_c &= -(1/s) (1 - (R/(s(1+rt)))) k - (R/s^2) ((1+ts)/(1+rt)) c = \\ &= (r/(s^2(1+rt))) (k - R(1+ts) c / r) \end{aligned}$$

La obtención de  $e_i$ ,  $e_p$  y  $e_m$  es fácil, una vez conocidos los anteriores efectos, si se consideran las relaciones (3.3). Según estas

$$e_i = -(1/m_r^2) dm_r = -e_r/m_r^2$$

$$e_m = -(1/m_w^2) dm_w = -e_w/m_w^2$$

$$e_p = dm_c = e_c$$

luego

$$e_i = (1+tR)^2/(R^2(1+tr)^2) (1/((1+ts)^2(1+tr))) (k + R t(1+ts) c)$$

$$\begin{aligned} e_m &= (1+tR)^2/(R-r)^2 (1/((1+ts)^2(1+tr))) (k - (1+ts) c) = \\ &= ((1/(s^2(1+tr))) (k - (1+ts) c) \end{aligned}$$

## BIBLIOGRAFÍA

- DOUGHERTY, C.R.S. (1984): "On the secular Macroeconomic Consequences of Technical Progress". *The Economic Journal*, Sept., 543-565.
- HARROD, R. (1948): *Towards to dynamic Economics*. Macmillan, London.
- HICKS, J.R. (1932): *The Theory ow wages*. Macmillan, London.
- MARTINEZ GALLUR, C. (1981): *Diferentes tipos de beneficio en modelos lineales de producción con capital fijo*. Ponencia presentada al Simposio de Teoría Económica de Bellaterra de 1981.
- NEUDECKER, H. (1967): "On matrix procedures for optimizing diferentiable scalar functions of matrices". *Statistica Neerlandica* 21, n.º 1.
- ROEMER, J. (1981): *Analytical Foundations of Marxian Economic Theory*. Cambridge University Press.
- SALTER, W.E.G. (1966): *Productivity and technical changes*. Cambridge University Press, 1966. Versión castellana publicada por Ministerio de Trabajo y Seguridad Social, 1986.
- SAMULESON, P.A. (1971): "Understanding the marxist notion of exploitation". *Journal of Economic Literature*, junio 1971. Versión castellana en R.E.E., enero-abril, 1975.
- SANCHEZ, J. (1982): "Sobre el intercambio desigual". *Investigaciones Económicas*, n.º 19, sept-dic., 65-94.
- SOLOW, R.M. (1963): *Capital Theory and the Rate of Return*. North Holland. Amsterdam.
- WOLFSTETTER, E. (1973): "Surplus Labour, Synchronised Labour Cost and Marx's Labour Theory of Value". *Economic Journal*, sept. 1973. Versión castellana en R.E.E., enero-abril, 1975.