Cuadernos de Economía Vol. 13. 551-569. 1985.

El cálculo matemático de los censales y otros contratos afines en La Historia económica.

Jordi Ventura

Departamento de Historia Económica.
Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales.
Universidad de Barcelona.
Avda. Diagonal, s/n – 08034 Barcelona

El cálculo matemático de los censales y otros contratos afines en La Historia económica.

RESUMEN

Aun cuando ha habido algunos estudios sobre los aspectos jurídicos e históricos de los censales y otros contratos análogos, casi ninguno de ellos se ha ocupado de los cálculos algebraicos necesarios para una cabal comprensión de estas instituciones económicas, tan importantes para la historia del crédito en España.

Después de una breve consideración de los métodos, más lentos y complicados, de épocas antiguas, contamos los rendimientos de un censal dentro de un espacio de tiempo determinado. Acto seguido, desarrollamos las ecuaciones correspondientes a los valores del principal, los intereses, el tiempo y los importes de las pensiones anuales o semianuales, así como los tipos a los cuales se habían establecido los censales.

Con estas fórmulas, disponemos ya de todo el material matemático necesario para emprender más confiadamente la investigación y el estudio económico de los censales y otros contratos afines.

Mathematical Computation of "censales" and Other Related Contracts in the Economic History.

ABSTRACT

Even though there had been some attempts at studying the juridical and historical aspects of the *censales* and other analogous contracts, almost none of them has adequately dealt with the necessary algebraic calculations required for an exact comprehension of these economic institutions, so important for the history of credit in Spain.

After a brief consideration of the methodology, more intricate and slower, of former times, we consider the revenues of a *censal* within a set period of time. Right after, we develop the equations conducive to setting up the formulas corresponding to the amounts of the principal, the interests, the time and the values of the anual or semi-annual pensions, as well as the rates at which the *censales* had been instituted.

With these formulations, we have at our disposal all of the mathematical material needed in order to confidently undertake the research and economic study of the *censales* and other related contracts.

El cálculo matemático de los censales y otros contratos afines en La Historia económica.

I. El censal y otros contratos analogos

El censal fue, esencialmente, la obligación redimible de pagar una pensión anual a una persona y a sus sucesores, en virtud de un capital recibido por quien lo contrataba. Solían asegurarlo tomando como garantía determinados bienes inmuebles, de manera parigual a las hipotecas.

En la forma moderna, su origen se retrotrae al siglo XIV, en que empezó a generalizarse como método usual para obtener, o prestar, dinero con intereses, aceptable para las gentes y la moralidad de la época.

En el siglo XV, con un uso ampliamente extendido, se suscitó sin embargo la cuestión de su licitud canónica, que fue resuelta de modo favorable por los pontífices Martín V y Nicolás V. En el siglo siguiente, época de fecunda discusión por parte de los tratadistas castellanos, sobre el tema de los cambios y asuntos conexos, Cristóbal de Villalón, en su *Provechoso tratado de cambios y contrataciones de mercaderes y reprovación de usura* (1541), aun cuando no podía sino referirse a las disposiciones del papa Martín V, se mostraba contrario a los censos *al quitar*, tan semejantes o paralelos a los censales.

Con las transformaciones coyunturales de los siglos siguientes, el censal experimentó cambios de importancia. En especial, se fueron reduciendo sus tasas de interés, a un máximo del 6,667% y del 5% en el siglo XVII, y del 3% en el XVIII. Con lo que, como institución económica, fue cayendo en desuso; aunque, desde luego, no desapareció ni mucho menos, incluso en sus formas mas rígidas. Así, como decíamos, el censal acostumbraba a ser redimible, pero también se podían concertar censales irredimibles, en cuyo caso recibían el nombre de censal muerto. Bajo esta forma apareció comúnmente en la isla de Mallorca donde, a pesar de algunas polémicas que se promovieron en su entorno en la década de 1920, se ha ido manteniendo frente a la vigente compilación del derecho especial de Cataluña, donde tan sólo perdura el censal simple.

En muchos sentidos, el censal de Cataluña, Mallorca y Valencia se parecía bastante al censo consignativo de Castilla, puesto que ambos establecían un gravamen de pensión sobre un inmueble, en compensación por el capital que se había recibido previamente. Aunque había ciertas diferencias de tipo conceptual y jurídico, económicamente eran análogos y, por ello, los cálculos matemáticos referidos al censal son, desde luego, igualmente válidos para el censo consignativo.

También era similar el *violario*, al que volveremos a referirnos más adelante. En síntesis, otorgaba el derecho a percibir una pensión durante la vida de una o dos personas. Este derecho se solía asegurar mediante una hipoteca y la propiedad del *violario* se redimía en plazos anticipados.

En los tres casos, las pensiones eran pagaderas en épocas concertadas; con frecuencia, dos veces al año. Y, en este sentido, el cálculo correcto de las diversas operaciones relacionadas con dichos contratos era y había de ser primordial. Las pensiones, la tasa de interés, el *for* o tasa (expresada de forma peculiar) al que se "cargaban" los contratos, el precio o propiedad del capital invertido, todas estas y otras cuestiones de índole económica prevalecen por encima de las meramente jurídicas y su cómputo es indispensable para las investigaciones que se efectúen. Por ello, hemos procurado desarrollar el estudio de este aspecto específico de la temática, con las ecuaciones precisas que de las materias puedan derivarse.

Al serles aplicables las mismas ecuaciones y cómputos que hemos deducido para los antedichos contratos, incluímos también a los juros, la institución financiera más famosa de la corona española. Aunque, ciertamente, el paralelismo o semejanza entre los censales y los juros se limita a la identidad de los cálculos que a ellos se refieren. Ya que, según la excelente definición de A. Matilla Tascón[1], juro era "el derecho perpetuo a determinada cantidad anual de dinero, pagado del producto de las rentas reales, y casi siempre con expresión de la renta y sitio sobre que se sitúa el pago".

Aun cuando ha habido algunos estudios sobre estas materias, ninguno de ellos ha resultado satisfactorio en cuanto al aspecto que hemos tratado ahora[2]. Tan sólo, hace un cuarto de siglo, Arcadio García Sanz[3]

1. *Declaratorias de los Reyes Católicos sobre reducción de juros y otras mercedes.* Madrid, 1952, p. 8.

2. Barthe Porcel, *Los juros*, Murcia, 1949. M. Torres López y J.M. Pérez-Prendes, *Los juros. Aportación documental para una historia de la Deuda Pública española.* Instituto de Estudios Fiscales, Madrid, 1963.

Antonio Domínguez Ortiz dedica un excelente capítulo a los juros en su libro *Política y hacienda de Felipe IV*, Madrid, 1983. (Reedición de la obra de 1960). Vid. c. VIII, pp. 295-302.

Y tratando genéricamente el tema de estos contratos, Bartolomé Clavero en su artículo sobre *Prohibición de la usura y constitución de rentas*, Moneda y Crédito, vol. 143, 1977, pp. 107-131, publicado después en 1984, junto con otros dos artículos.

3. *El censal*, Boletín de la Sociedad Castellonense de Cultura, vol. XXXVII, 4, 1961, pp. 281-310.

pasó más allá de los aspectos meramente jurídicos del asunto y se enfrentó con la labor del cálculo aritmético de algunas facetas del censal, referido particularmente a Valencia.

Efectivamente, la tarea llevada a cabo por el jurista y archivero Arcadio García Sanz fue meritoria por más de un concepto, sobre todo en sus esfuerzos por concretar el cálculo de los censales:

"Otra forma de expresar el *for*, la más clásica en derecho valenciano y la más usada en todos los tiempos es la que expresa el interés anual en dineros con relación a una libra de capital. Por ejemplo, *for de setze diners per lliura*.

"Teniendo en cuenta la equivalencia en dineros de la libra, cuya clásica fórmula se ha expuesto antes, resulta que esta forma de expresar el *for* toma el capital-tipo de 240, que son los dineros que tiene 1 libra, y por tanto la ecuación del interés será

$$i = \frac{c\ r}{240}$$

expresado todo en dineros y siendo r el rédito en dineros por libra".

En verdad que esta había sido una manera de establecer los censales. Sin embargo, confieso francamente que, de no haber sido porque —con otros métodos— ya había calculado previamente la manera de formular el cómputo de los intereses de los censales o la fracción correspondiente que esto representaba, etc., el estilo en que el Sr. García Sanz expresaba sus cálculos aritméticos, al principio me impidió comprenderlo.

En efecto, hasta después de tres o cuatro párrafos no explicaba que el factor $\underline{c}$ de la fórmula era igual a 100:

"Para reducir al sistema actual de tantos por ciento el *for* expresado en estas formas antiguas, basta tomar como capital 100, sustituyendo $\underline{c}$ por dicha cifra en las fórmulas dadas, lo cual nos dará directamente el tanto por 100 de interés anual, puesto que $\underline{i}$ siempre se toma como interés anual"[4].

Entonces, el ejemplo mencionado de 16 d. por 1 £. daría, aunque García Sanz no lo desarrollaba, el resultado siguiente:

$$\frac{1.600}{240} = 6{,}6666\ \%$$

Lo que no entiendo es cómo llamaba 100 *el capital*, cuando en realidad se trata de la adaptación de la sencilla regla aritmética que estable-

4. L. cit., pp. 282-284.

cía: "determinaremos, pues, el tanto por ciento sobre una cantidad, multiplicando la cantidad por el tanto y dividiendo por 100". La cantidad sería c .

O sea, utilizando su simbología de esta forma:

$$r = \frac{c \times i}{100} \quad ó \quad r = \frac{240 \times 6{,}66666}{100} = 16$$

Como dirían los tratados de aritmética, partiendo de la proporción anterior, podemos determinar cualquiera de los restantes términos variables de una cuestión simple de tanto por ciento.

Es decir, y siempre siguiendo la misma simbología,

$$c = \frac{r \times 100}{i} \quad ; \quad i = \frac{r \times 100}{c}$$

Dos párrafos antes, García Sanz decía asimismo: "Otra forma muy corriente de expresar el *for* a partir del siglo XV es, haciendo el interés anual igual a 1.000, expresar el capital con relación a él. Por ejemplo: *respon a quinze milia sous per miller*. Llamado r al rédito expresado en millares por 1.000, la ecuación será

$$i = \frac{1.000\ c}{r}"$$

Refiriéndose igualmente a esta fórmula, también denominaba *capital* a la cifra 100. Con lo cual, si bien la fórmula $i = \frac{1.000 \times 100}{r}$ es la adecuada, su explicación ya no lo es tanto, puesto que se trata en realidad de un caso con un planteamiento distinto, en el que la cifra 100 vuelve a estar presente con el fin de determinar el porcentaje, o tanto por ciento.

Las tablas de reducción de los tipos más corrientes de interés anual, incluídas en el mencionado artículo son –no hace falta decirlo– absolutamente válidas. Por su múltiple utilidad, como veremos más adelante, incluímos ahora unas tablas semejantes; pero enunciándolas sobre todo en función de los tantos por 1.000 (ó ‰).

Millares por mil	Tanto por 100	Fracción de la propiedad
5.000 ⁰/oo	20 %	1/5
6.000 ⁰/oo	16,666667 %	1/6
7.000 ⁰/oo	14,285714 %	1/7
8.000 ⁰/oo	12,50 %	1/8
9.000 ⁰/ oo	11,111112 %	1/9
10.000 ⁰/ oo	10 %	1/10
11.000 ⁰/ oo	9,090910 %	1/11
12.000 ⁰/ oo	8,333334 %	1/12
13.000 ⁰/ oo	7,692308 %	1/13
14.000 ⁰/ oo	7,142858 %	1/14
15.000 ⁰/ oo	6,666667 %	1/15
16.000 ⁰/ oo	6,25 %	1/16
17.000 ⁰/ oo	5,882353 %	1/17
18.000 ⁰/ oo	5,555556 %	1/18
19.000 ⁰/ oo	5,263158 %	1/19
20.000 ⁰/ oo	5 %	1/20
25.000 ⁰/ oo	4 %	1/25
33.333,34 ⁰/ oo	3 %	1/33,334
40.000 ⁰/ oo	2,5 %	1/40
66.667 ⁰/ oo	1,5 %	1/66,667

Aun siendo útiles estos sistemas aritméticos y de tablas (que, por otra parte, y por lo menos desde principios del siglo XVI, se utilizaban ya) es el caso que, al enfrentarse con los problemas propios de la época, el investigador tendría bastantes dificultades si, por ejemplo, precisaba conocer cuál era la propiedad de un censal determinado del que sólo poseía ciertos datos, pero no el conjunto de ellos. Un estudio más acorde con la metodología actual parece que debería exigir unos puntos de partida más desarrollados que las anteriores formulaciones aritméticas, si se desea saber —fácilmente, se entiende— cuál era el valor de partida de los censales y otros datos conexos.

II. El calculo matematico de los censales

Sea como fuere, y pasando de la aritmética a las matemáticas superiores, al estudiar la cuestión de los censales hemos llegado a una serie de conclusiones. En primer lugar, tenemos establecido que el rédito que proporcionaban los censales era igual a la pensión anual dividida por el valor contemporáneo, o propiedad.

Expresado en fórmulas,

$$i = \frac{pe.}{PR.}$$

Esto podemos comprobarlo escribiendo la fórmula así:

$$PR. = \frac{pe.}{1+i} + \frac{pe.}{(1+i)^2} + \frac{pe.}{(1+i)^3} \dots \dots$$

Ahora tenemos que

$$\frac{pe.}{(1+i)} = a \qquad y \frac{1}{(1+i)} = X$$

Entonces, (1) $PR. = a\,(1 + x + x^2 + \dots \dots)$

Multiplicando ambos lados por x, tenemos:

(2)

$$PR.\ x = a\ (x + x^2 + \ldots\ldots)$$

Y, substrayendo (2) de (1), nos da el resultado:

$$PR.\ (1 - x) = a$$

Por lo tanto, substituyendo a por x,

$$PR.\ \left(1 - \frac{1}{1 + i}\right) = \frac{pe.}{1 + i}$$

Multiplicando ambos lados por (1 + i) y volviéndolo a sistematizar, nos da

$$i = \frac{pe.}{PR.}$$

Evidentemente, a esta fórmula es posible darle la vuelta y, entonces, hallamos el valor contemporáneo o propiedad del censal, una vez conocido el rédito o tasa i interés y la pensión.

$$PR. = \frac{pe.}{i}$$ (i expresado adecuadamente; como 10 %: 0.10)

Pero tenemos también que, dividiendo la propiedad del censal por la pensión anual que producía, sabremos cuál era la milésima parte del *for* al cual había sido cargado. O, dicho de otro modo, el resultado de partir el valor de la propiedad del censal por el valor de su pensión anual, multiplicado por 1.000, es el *for* al cual el censal había sido cargado:

$$F = \frac{PR.}{pe.}$$

En otros dos ejemplos, relacionados con uno de los anteriores, se trataba: en el primero, de averiguar la renta anual de cierta cantidad colocada en un censal; y en el segundo, de encontrar la cantidad que sería precisa para quitar (o *lluir*) un censal, dados el *for* al que fue cargado y la renta o pensión anual que producían.

En primer lugar, un personaje hipotético tenía 3.173 $\frac{1}{3}$ £. y deseaba invertirlas en un censal. Así lo efectuó y se encontró con que se lo cargaban a razón de 17.000 por 1.000. Se trataba de calcular cuál era la renta o pensión anual. Según las ecuaciones que establecimos antes, la respuesta sería:

$$\text{pe.} = \frac{3.173{,}3333}{17} = 186{,}66666$$

Los mercaderes de hace cuatro siglos podían llegar al mismo resultado. Pero sus operaciones adoptaban esta forma:

$$\begin{array}{lll} \text{Si } 17 & 1 & 3\,1\,7\,3\ \frac{1}{3} \\ \hline 17 & 1 & 9\,5\,2\,0 \\ & & \qquad\ \ 3 \\ 1 & 1 & \end{array}$$

Y, en la división final:

$$\begin{array}{r} 0 \\ 0\,3\,3 \\ 4\,4\,4\,4 \\ 9\,5\,2\,0 \\ \hline 2 \\ 1\,8\,6\,\text{—} \\ 3 \\ \hline 5\,1 \end{array}$$

En segundo lugar, alguien que pagaba 158 £. 13 s. 4 d. de renta o pensión anual, cantidad que fue cargada en un censal a razón de 20.000 por 1.000, deseaba conocer de cuánto tendría menester para quitar esta obligación de pago anual.

Según nuestras ecuaciones,

$$PR. = pe. \times F$$

O sea, $158\frac{2}{3}$ £. (porque 13 s. y 4 d. es lo mismo que $\frac{2}{3}$ £.) multiplicado por 20, ha de ser la propiedad o valor contemporáneo del censal:

$158\frac{2}{3} \times 20 = 3.173\frac{1}{3}$ £. era la propiedad del censal, y la cantidad que le era preciso pagar para quitar la obligación anual.

Antiguamente, para alcanzar esta cifra, sus operaciones se habrían dispuesto así:

En épocas antiguas llegaban, desde luego, a los mismos resultados que podemos obtener actualmente; pero su consecución era bastante más complicada. Es posible comprobarlo frecuentemente, tanto a base de los documentos que manejamos como de las reglas y consejos que daban a los mercaderes los manuales entonces existentes para la práctica mercantil.

Así, de uno de ellos tenemos dos casos en que se planteaba la resolución de cuál era el *for* a qué habían sido cargados dos censales.

En el primer caso, alguien tenía un censal que hacía $186\frac{2}{3}$ £. de pensión, y le eran precisas $3.173\frac{1}{3}$ $. para quitarlo, o sea para redimir la obligación de pagar la renta anual.

Según la fórmula que hemos dado antes, el *for* podemos calcularlo así:

$$F = \frac{3.173\ 1/3}{186\ 2/3} = \frac{9.520}{3} : \frac{560}{3} = \frac{9.520 \times 3}{560 \times 3} = \frac{28.560}{1.680} = 17$$

y $17 \times 1.000 = 17.000$.

El otro problema se refería a alguien que, por 100 £. que le habían prestado, había de pagar 8£. de renta cada año. Con el fin de saber cuál era el *for* de este préstamo (y notemos que se le denominaba, casi claramente, préstamo y no solamente censal), tenemos:

$$F = \frac{100}{8} = 12{,}5 \qquad\qquad y\ 12{,}5 \times 1.000 = 12.500$$

12.500 por 1.000 era, pues, el *for* al cual habían sido prestadas aquellas 100 £. Y el porcentaje era, por consiguiente, un 8%.

En los años de la edad moderna, los cálculos se habrían efectuado así:

$$\begin{array}{ccccc} \text{Si } 186\,\frac{2}{3} & . & 3.173\,\frac{1}{3} & \qquad & 1.000 \\ \hline \frac{560}{3} & & \frac{9.520}{3} & & \frac{1.000}{1} \end{array}$$

Y la operación final habría ofrecido este aspecto:

$$\begin{array}{l} 0\,0 \\ 3\,4 \\ 4\,9\,0 \\ \underline{9\,5\,2\,0\,0\,0\,0} \\ \underline{1\,7\,0\,0\,0} \\ \quad\ \ 5\,6\,0 \end{array}$$

$$\begin{array}{llll} \text{Si} & 1 & 20 & 158\,\frac{2}{3} \\ \hline & \frac{1}{1} & \frac{20}{1} & \frac{476}{3} \end{array}$$

Y la división final:

$$\begin{array}{l} 0\,0 \\ 0\,2\,1\,1 \\ \underline{9\,5\,2\,0} \\ \underline{3\,1\,7\,3\ 1/3} \\ \qquad\ 3 \end{array}$$

En este último caso, quizás sea más fácil darse cuenta de cómo llevaban a cabo sus cálculos. Suprimían los ceros superfluos, cuando era posible efectuar equitativamente esta reducción. Para desembarazarse de las fracciones, multiplicaban las cifras implicadas por la cifra señalada en el denominador. En el ejemplo que nos ocupa, por 3. Por dicho motivo, la división final también tiene como divisor la cifra 3 y no 1, que era el de la operación originaria. Aunque, claro está, entonces el dividendo habría sido el producto de 20 por 158 $\frac{2}{3}$. Una simple regla de tres; pero, en aquella época, algo menos fácil de realizar de lo que hoy podría parecernos.

En la división de 9.520 por 3, la primera cifra es exactamente divisible por 3, de modo que colocaban un 3 entre las líneas que separaban el dividendo del divisor, y un 0 por encima del 9 dividido. La cifra siguiente, 5, dividida por 3, cabía a 1 y sobraban 2, que se colocaba encima del 5 concernido. A este 2, unido con la tercera cifra del dividendo, 2, se les consideraba un 22 que, dividido por 3, cabía a 7 y sobraba 1, que se colocaba encima del 2 concernido. Por encima del anterior 2 sobrante, colocaban un 0, signo de que por aquel lado las operaciones estaban terminadas. Al 1 sobrante, juntamente con el 0, última cifra del dividendo, se les consideraba un 10 que, con respecto al 3, cabía a 3, y sobraba 1. Tenían entonces el cociente 3.173; pero como quedaba 1 a dividir por 3, esto les daba la fracción $\frac{1}{3}$. Y así obtenían su resultado total de 3.173 $\frac{1}{3}$.

III. Desarrollo adicional del calculo matematico de los censales

Ciertamente, los censales podían ser comprados a sus primeros propietarios, o bien podían adquirirse por confiscación, herencia u otro cualquier traspaso de propiedad. Solían venderse al mismo precio que había costado originariamente la propiedad del censal. Con lo que, por ejemplo, el comprador de un censal con una pensión anual de 12 sueldos, que pagase 150 sueldos por la propiedad podía estar bastante seguro de mantener este rendimiento anual del 8 %.

Aunque también podían surgir razones que justificasen una rebaja en el precio; y, con ella, el comprador de, digamos, la propiedad de este mismo censal por 125 sueldos, estaría recibiendo un rendimiento del

9,6 %. De manera que una caída en el precio de la propiedad, con el rendimiento constante, significaba una elevación de la tasa de interés que ofrecía el censal.

Es indudable que las tasas de rendimiento de los censales tenían que haber hecho pensar por fuerza a las gentes de la época que, en un determinado lapso de tiempo, la cantidad inicial por la que se cargó el censal estaría ya amortizada.

Por ejemplo, era inevitable que los contribuyentes de la obligación anual de un censal comprado por el tendero valenciano Francesc Esparça, se preguntasen cuántas veces habían pagado en anualidades el equivalente de su propiedad. Antes de acabar el siglo XV, pero no antes de 1487, el censal había sido cargado especialmente sobre unas casas del matrimonio Alemany y Esperança de Cervelló. Su propiedad era de 40.000 sueldos y su pensión anual de 266 sueldos y 8 dineros. En 1507, las casas habían pasado a ser de Fernando de Villarreal; y el censal, entretanto, había sido heredado por Leonor Esparça y su marido Lluís Alcanyís, el famoso médico valenciano cuyo proceso y condena di a conocer en junio de 1973[5]. Confiscados los bienes de ambos, el receptor Amador de Aliaga había vendido el censal a terceras personas y, tras diversas peripecias, el mismo receptor acabó por aceptarlo en pago de su salario. Señal indudable de que las pensiones se seguían pagando al cabo de unos 20 años, o más, de su contratación.

Supongamos que, después de aquel espacio de tiempo, o antes, alguien hubiese querido calcular a cuánto habían ascendido ya los pagos, a razón de 3.200 dineros (= 266 s. y 8 d.) anuales, pagaderos en dos plazos semestrales análogos. Los hombres de la edad moderna dispusieron de sistemas sencillos, pero muy rápidos, tanto para computar los plazos anuales como para deducir lo referente a las fracciones de días o de meses.

Para estos últimos casos hubo dos métodos. El primero más primitivo, era el denominado de las partes alícuotas. Este método consistía en ir determinando el interés correspondiente a unidades fraccionarias, o partes alícuotas, de año o de mes que fuesen fácilmente calculables, y acabar sumando los resultados. Veamos, así, cómo se calcularía el rendimiento, o los intereses, de 2 años, 5 meses y 13 días del capital o propiedad de 4.000 sueldos del censal susodicho (4.000 s. = 48.000 d.)

Su pensión era, como sabemos, de 3.200 dineros y su tasa de interés era de $\dfrac{3.200 \text{ d.}}{48.000 \text{ d.}} = 0{,}0666667$ %.

5. *Lluís Alcanyís, médico y escritor valenciano del siglo XV* Cuadernos de Historia Económica de Cataluña, vol. IX, 1973, pp. 69-105. Cf. p. 104.

El rendimiento, o pensión, en 1 año era (pe. = PR. x i) 48.000 x 0.0666667 = 3.200 d.

en 2 años		6.400
en 5 meses	4 meses (1/3 de año)	1.066,66
	1 mes (1/4 de 4 meses)	266,66
en 13 días	9 días (1/10 de 3 meses y cada uno de éstos, a su vez, 1/4 de año)	80,00
	3 días (1/3 de 9 días)	26,66
	1 día (1/3 de 3 días)	8,88
		7,848,88

El otro método, posterior y de aplicación más restringida, fue muy utilizado en las épocas en que no había ninguna especie de máquinas de calcular y servía para el cálculo mental de los intereses en un caso muy concreto. Así, haciendo uso de las cifras del ejemplo anterior, tendríamos que un censal de 48.000 dineros, durante 60 días, pero al 6% anual exacto, daría

$$pe = 48.000 \times \frac{6}{100} \times \frac{60}{360} = \frac{48.000}{100} = 480$$

En este caso, la pensión sería igual a 1/100 de la propiedad. De donde se deduce la regla siguiente, utilizable para el cálculo mental de las pensiones en estos casos específicos: la pensión de una cantidad cargada en un censal, durante 60 días, al 6 % anual, es igual a 1/100 de este capital. Era la llamada regla del sesenta.

Este cómputo de los rendimientos, en un plazo determinado, de un capital colocado para el cobro de unos intereses que podían ser perpetuos –a voluntad y posibilidades del vendedor– no es tan ocioso como pudiera parecer. Aparte de la natural, y legítima, voluntad de saber de las personas involucradas en los censales, juros o censos consignativos, existía además una variedad de censal en la que el cálculo susodicho había de ser absolutamente necesario e importante. Me refiero a los *violarios* que, bajo otros aspectos, no eran sino una modalidad de los censales.

El *violario* se caracterizaba, precisamente, por la peculiaridad de ser una especie de deuda amortizable. Pero con la particularidad de que tan sólo podía durar el tiempo de una o dos vidas específicas –según los convenios–, ya que al fallecimiento concertado el pago de las pensiones quedaba automática y legalmente extinguido. El *violario* consistía, pues, en la facultad que tenía el comprador de cobrar unos intereses durante la vida de una o dos personas concretas, a cambio de la entrega previa de un capital determinado.

Dada la mayor precariedad de los *violarios*, y debido asimismo al hecho de que las pensiones comprendían a la vez los intereses del capital y una cuota de amortización, los porcentajes de los *violarios* solían ser por lo menos el doble de los acostumbrados en los censales. Para estos casos no hay duda de que el cálculo de sus resultados tenía que ser forzosamente primordial.

· Para estos cómputos, propondría las fórmulas siguientes:

De modo genérico, el rendimiento en un tiempo determinado, R_t, ha de obtenerse con la ecuación $\frac{PR. \times i}{100} \times t_n$, en la que PR. es, como sabemos, el capital (la propiedad o el precio), i es la tasa de interés y t el tiempo que se indique. O, si se conoce la pensión, la ecuación puede reducirse a $R_t = pe. \times t_n$.

Pero, afinando aún más, cuando en lugar del rendimiento en un número determinado de años, conviene conocerlo para unos meses. Como la fórmula anterior se refiere a un año, el correspondiente a un mes, que habrá de ser 12 veces menor, estará representado por $\frac{PR. \ i}{100} : 12$; o sea, $\frac{PR. \times i}{1200}$. Y la pensión en un número t de meses, $\frac{PR. \times i \times t_n}{1200}$.

Supongamos que t signifique un número de días. Como en muchas ocasiones, la costumbre comercial era de contar el año por 360 días, en lugar de 365 días; y los meses por 30 días. De modo, pues, que el día contaba en estos casos como $\frac{1}{360}$ de año o $\frac{1}{30}$ de mes. Partiendo de la ecuación que nos da la pensión anual, tendremos la pensión correspondiente a un día dividiendo esta expresión por 360, o sea

$$\frac{PR. \times i}{36000}$$

Y obtendremos la pensión de un número $t_{\underline{n}}$ de días multiplicando la ecuación por dicho número,

$$\frac{PR. \times i \times t_n}{36000}$$

Representando por pe. el valor de los intereses, o pensión, tenemos pues tres ecuaciones adicionales, correspondientes a los datos PR., i, t_n, y según que este último represente años, meses o días:

$$pe. = \frac{PR \times i \times t_n}{100}, \quad pe = \frac{PR. \times i \times t_n}{1200} \quad y \; pe. = \frac{PR. \times i \times t_n}{36.000}$$

Si deseásemos conservar la cifra real de días del año común, o sea el compuesto por 365 días, la tercera ecuación tendría como denominador la cifra 36500.

De las ecuaciones anteriores, deducimos fácilmente las correspondientes a la unidad de tiempo, considerando tan sólo que el factor $\underline{t}$ es igual a 1; así tendremos como valor de la pensión en un año, un mes y un día, respectivamente:

$$pe. = \frac{PR. \times i}{100}, \quad pe. = \frac{PR. \times i}{1200} \quad y \; pe. = \frac{PR. \times i}{36.000}$$

En estas cuestiones puede suceder fácilmente que surja la necesidad de tener que determinar la propiedad correspondiente a unas pensiones dadas, o bien el porcentaje redituado por determinado capital invertido en propiedad de censal, o contrato análogo. Esto significa, de nuevo, tener que calcular los valores de PR., de $\underline{i}$ o de $t_{\underline{n}}$ conociendo las otras dos y la cantidad de pe. Conocemos ya las ecuaciones básicas; de modo que, mediante una sencilla adecuación de las mismas, logramos las nuevas ecuaciones.

Tenemos la fórmula de la pensión por años,

$$pe. = \frac{PR. \times i \times t_n}{100}$$

Siendo la cantidad pe. el conciente de dividir PR. x i x t por 100, expresaremos así el valor del dividendo: PR. x i x t_n = pe. x 100.

Uno de los factores del producto PR. x i x t_n será igual al resultado de dividir el valor de este producto pe. x 100 por los demás factores: así:

$$\text{PR.} = \frac{\text{pe.} \times 100}{i \times t_n}, \quad i = \frac{\text{pe.} \times 100}{\text{PR.} \times t_n} \quad \text{y } t_n = \frac{\text{pe.} \times 100}{\text{PR.} \times i}$$

Análogamente, podemos establecer las ecuaciones en razón del tiempo contado por meses:

$$\text{PR.} = \frac{\text{pe.} \times 1200}{i \times t_n}, \quad i = \frac{\text{pe.} \times 1200}{\text{PR.} \times t_n} \quad \text{y } t_n = \frac{\text{pe.} \times 1200}{\text{PR.} \times i}$$

Y, en razón del tiempo contado por días,

$$\text{PR.} = \frac{\text{pe.} \times 36000}{i \times t_n}, \quad i = \frac{\text{pe.} \times 36000}{\text{PR.} \times t_n} \quad \text{y } t_n = \frac{\text{pe.} \times 36000}{\text{PR.} \times i}$$

Como vemos, las ecuaciones a utilizar para el cálculo de las cantidades PR., $\underline{i}$ y $\underline{t_n}$ son muy fáciles de recordar, ya que todas tienen como numerador o dividendo el producto de las pensiones obtenidas por 100, 1200 ó 36000, según la unidad de tiempo; y como divisor, el producto de las otras dos cantidades.

Finalmente, para una mayor facilidad de los cálculos, cuando los tiempos vengan expresados de forma mixta, como en años y meses, meses y días, o años, meses y días, se pueden reducir a la expresión menor, ya sea ésta la de meses o de días. Así, no se calcularán 2 años y 5 meses, sino 29 meses, y se harán las operaciones a través del número 1200. Ni tampoco se calcularán 7 meses y 15 días, sino 225 días, y se hará uso del número 36000 en los cálculos:

$$\text{pe.} = \frac{\text{PR.} \times i \times 29 \text{ meses}}{1200} \quad \text{y pe.} = \frac{\text{PR.} \times i \times 225 \text{ días}}{36000}$$

IV. Conclusiones

Aun cuando ha habido algunos estudios sobre los aspectos jurídicos e históricos de los censales y otros contratos análogos, casi ninguno de ellos se ha ocupado de los cálculos matemáticos necesarios para una cabal comprensión de estas instituciones económicas, tan importantes para la historia del crédito en España.

Con la excepción de los primeros intentos del jurista y archivero A. García Sanz al abordar una formulación aritmética, hasta ahora no se había conseguido ecuacionar todos y cada uno de los aspectos inherentes al cómputo, a la vez global y detallado, de los censales, censos consignativos, juros y violarios, tal como los ofrecemos en este artículo.

Después de una breve consideración de los cálculos aritméticos y de una nueva presentación de las tablas de reducción de los tipos más corrientes de interés anual, entramos a desarrollar las ecuaciones precisas para calcular la tasa de interés, $\underline{i}$, la propiedad o precio PR., la pensión o intereses producidos anualmente, pe., y, multiplicando por 1000, el *for* al cual se había cargado uno cualquiera de estos contratos

$$i = \frac{pe.}{Pr.}\ ,\ PR. = \frac{pe.}{i}\ ,\ pe. = Pr.\ x\ i\ y\ F = \frac{PR.}{pe.}$$

Para contrastar estos procedimientos con los métodos, más lentos y complicados, de épocas antiguas, resolvemos a la manera de hace siglos cuatro casos que podían darse en el cómputo de censales. Y, prosiguiendo con el desarrollo de estos cálculos matemáticos, contamos los rendimientos de un censal dentro de un espacio de tiempo determinado. Lo hacemos primero a base de revelar y explicar (como en los casos anteriores) dos métodos utilizados antiguamente, el de las partes alícuotas y el de la llamada regla del sesenta.

Acto seguido ofrecemos las ecuaciones tal como las hemos preparado, para conocer los rendimientos, R_t, en un tiempo determinado, t_n:

$$R_t = \frac{PR.\ x\ i}{100}\ x\ t_n,$$ cuando se trate de años; o, si se conoce la pensión, $R_t = pe.\ x.$

Si t_n = meses, la ecuación ha de ser $\dfrac{PR.\ x\ i\ x\ t_n}{1200}$ y si t_n = días,