

## EZEQUIEL BARO TOMAS

### Bienes básicos y bienes no básicos en un sistema de producción conjunta.

---

#### I. INTRODUCCION

Ciertamente la distinción entre bienes básicos y bienes no básicos ocupa un lugar muy relevante en la teoría Sraffiana de los precios. El propio Sraffa, a propósito de ciertas críticas dirigidas a su argumentación, es taxativo al respecto: "sobre este punto —dice<sup>1</sup>— no puedo ceder ni siquiera un milímetro".

Las razones de la especial importancia de esta cuestión son básicamente dos. En primer lugar, dicha distinción es, sin lugar a dudas, uno de los puntos de conexión del trabajo de Sraffa con las teorías de los economistas clásicos; recuperarla es un eslabón ineludible para una justa interpretación de éstas.<sup>2</sup> En segundo lugar, la consideración, debidamente diferenciada, de una y otra categorías de bienes es esencial tanto para la determinación de los precios relativos y de las variables de distribución en una economía que produce un excedente y, consiguientemente, para la construcción del sistema (y de la mercancía) patrón de la misma, como para la resolución del problema de la elección entre métodos de producción alternativos.

1. Véase la correspondencia entre P. Sraffa y P. Newman en Lunghini, G. y otros (1975) pp. 20 a 22.

2. "(...) Fue solamente cuando el sistema patrón y la distinción entre productos básicos y no básicos hubo emergido en el curso de la presente investigación, cuando la interpretación anterior de la teoría de Ricardo, se sugirió, por sí misma, como una consecuencia natural". Véase Sraffa, P. (1960), apéndice D, p. 93, Véase también Roncaglia, A. (1981) pp. 47 a 66.

El hecho de que, *en un sistema de producción simple y capital circulante*, cada mercancía sea producida por un único proceso de producción hace que la distinción entre bienes básicos y bienes no básicos tenga un sentido muy preciso: depende del modo de inserción *técnica* de cada una de las mercancías, es decir de su participación —directa o indirecta— en la producción de las restantes. En este supuesto, el número menor de procesos que permite la determinación de la variable de distribución considerada endógena (tipo de beneficio o salario unitario) coincide con el número de los procesos que producen los bienes básicos de la economía; éstos constituyen, en suma, el “*sistema básico*” de la misma.

En cambio, en un *sistema de producción conjunta*, en el que cada uno de los procesos puede producir varias mercancías distintas a la vez, la distinción entre bienes básicos y bienes no básicos *no* puede establecerse ya mediante un criterio tan intuitivo como el que se emplea en el caso anterior. En este supuesto, además, el conjunto de los procesos que permiten determinar, por sí solos, la variable de distribución *no* es independiente *técnicamente* de los procesos que producen las mercancías no básicas.

Estas complicaciones exigen pues una nueva formulación del criterio de distinción entre bienes básicos y bienes no básicos. En el presente artículo pasamos revista a tres propuestas: la primera sigue muy de cerca las indicaciones que, al respecto, da Sraffa en la segunda parte de su libro;<sup>3</sup> las otras dos, por su parte, tratan de conservar en su enunciado la noción de “participación —directa o indirecta— en la producción de todas las mercancías” para identificar los bienes básicos, tal como se establecía en la producción simple.

## 2. BIENES BASICOS Y BIENES NO BASICOS EN UN SISTEMA DE PRODUCCION SIMPLE

Es propio de un *sistema de producción simple y capital circulante* la estricta correspondencia entre mercancías y procesos que las producen. En esta circunstancia, la definición del concepto de “industria” no ofrece dificultades: una industria se identifica simplemente con el conjunto de cantidades de medios de producción que se requieren para la fabricación de cada una de las mercancías.<sup>4</sup>

3. Véase Sraffa, P. (1960), 60, 61, 62, pp. 51 a 53.

4. Siendo la técnica del sistema productivo un *dato* en la teoría de Sraffa, este criterio de clasificación de los medios de producción (y de los productos) en “industrias” *no* es necesariamente el único. En ciertos casos, puede ser conveniente, como veremos, acudir a una reclasifi-

Esta biunivocidad entre mercancías e industrias permite la adopción de un criterio sumamente sencillo para distinguir los bienes básicos y los bienes no básicos. “El criterio consiste en si una mercancía entra (directa o indirectamente) en la producción de *todas* las mercancías. Llamaremos bienes *básicos* los que satisfacen esta condición y bienes *no básicos* los que no la satisfacen”.<sup>5</sup>

Esta independencia *técnica* entre las mercancías del sistema productivo puede evidenciarse atendiendo el carácter *reducible o irreducible* de la matriz  $A(k \times k)$  de coeficientes técnicos. En el caso de que algunas de las mercancías sean bienes no básicos, la matriz  $A$  es una *matriz reducible*; es decir, existe una matriz de transformación  $T$  tal que:

$$T^{-1} AT = \bar{A} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ 0 & A_{22} \end{bmatrix}$$

siendo  $A_{11}$  y  $A_{22}$  dos bloques cuadrados irreducibles y 0 un bloque nulo.<sup>6</sup> Esta disposición cuasi-triangular de  $\bar{A}$  es fácilmente interpretable:

- $A_{11}$  ( $n \times n$ ) reúne los coeficientes de las  $n$  industrias que producen bienes básicos; la presencia de un bloque nulo por debajo de esta submatriz indica que estas industrias *no* emplean —ni directa, ni indirectamente— las mercancías producidas por las industrias descritas por  $A_{22}$ ;
- $A_{22}$  ( $m \times m$ ) incluye los coeficientes de los bienes no básicos que se emplean en la producción de los propios  $m$  bienes no básicos de la economía;<sup>7</sup>

...N...  
 cación de los mismos en base a otra norma quizá más alejada de la realidad empírica, pero más fructífera desde un punto de vista teórico. Así, el fraccionamiento convencional de los procesos de producción será un expediente metodológico, una operación meramente “virtual” con la finalidad de llegar —con mayor facilidad y/o claridad— a consecuencias analíticas interesantes. Los “subsistemas” y el “sistema patrón” son dos buenos ejemplos de esta forma de proceder de Sraffa.

5. Véase Sraffa, P. (1960), 6, p. 8.

6. Véase Gantmacher, F.R. (1966), tomo 2, pp. 46—47.

7. Sraffa establece tres tipos de bienes no básicos: productos que no entran en los medios de producción de *ninguna* de las industrias, productos cada uno de los cuales entra sólo en *sus propios* medios de producción y productos que entran solamente en los medios de producción de un grupo interconexionado de productos *no básicos*. Véase Sraffa, P. (1960), 58, pp. 49—50.

- $A_{12}$  ( $n \times m$ ) reúne los coeficientes de los bienes básicos empleados en la producción de las  $m$  mercancías no básicas.

Naturalmente, la inexistencia de una matriz de transformación  $T$  significa que la matriz  $A$  es *irreducible* y que, en consecuencia, todos los bienes del sistema productivo son bienes básicos.

En suma, si mediante la tripleta  $(A, L, I)$ <sup>8</sup> indicamos la *técnica* empleada en la economía considerada, podemos afirmar que el *menor* sistema  $(A_{11}, L_1, I_{11})$  constituye el *sistema básico* de la misma. Este sistema básico, como es conocido, juega un papel esencial en la determinación de los precios relativos de las mercancías y de la variable de distribución endógena. Por el contrario, el papel, en la misma, de los bienes no básicos “es puramente pasivo”.<sup>9</sup>

No es difícil poner de manifiesto esta *diferente cualidad* de las dos categorías de bienes. En efecto, sea el sistema de precios:

$$(1+r)pA + wL = p$$

que tras las oportunas transformaciones

$$(1+r)(pT)(T^{-1}AT) + w(LT) = pT$$

$$(1+r)\bar{p}\bar{A} + w\bar{L} = \bar{p}$$

podemos desglosar en estos dos subsistemas:

$$(1) \quad \begin{cases} (1+r)p_1 A_{11} + wL_1 = p_1 \\ (1+r)(p_1 A_{12} + p_2 A_{22}) + wL_2 = p_2 \end{cases}$$

Como puede observarse, el primero de estos subsistemas —formado por todas las ecuaciones representativas de la producción de las mercancías básicas— permite, por sí solo, determinar los precios de estas mer-

8. El conocimiento, en el sistema productivo descrito por Sraffa, tanto de las cantidades producidas de las  $k$  mercancías como de las cantidades de medios de producción requeridos en cada industria permite la elección convencional de las unidades físicas en que aquéllas se miden. Usualmente se toma como unidad física de medida de la  $j$ -ésima mercancía la cantidad de la misma producida en el sistema. Esta elección no ejercerá lógicamente influencia alguna sobre las características del sistema que son objeto de análisis. Afectará, simplificándola, únicamente a su representación formal.

9. Véase Sraffa, P. 1960), 6, p. 7.

cancías  $-p_1-$  y la variable de distribución que se toma como endógena, una vez fijados un numerario y el valor de la otra variable distributiva. En cambio, el segundo de los subsistemas únicamente permite determinar los precios de las mercancías no básicas  $-p_2-$  una vez son conocidos dichos precios de los bienes básicos y dicha variable de distribución.<sup>10</sup> Se establece, por consiguiente, un cierto principio de “ordenación causal”<sup>11</sup> por el que sólo las industrias que producen los bienes básicos intervienen en la fijación de la variable de distribución —tipo de beneficio o salario unitario— que, bajo el supuesto de libre competencia y mediante el debido ajuste de los precios relativos, acabará por imponerse también a las demás industrias no básicas.

De ahí que, tal como indica Sraffa,<sup>12</sup> cualquier innovación que redujera las cantidades de medios de producción precisos para producir una unidad de una mercancía no básica haría disminuir, lógicamente, el precio (relativo) de la misma, pero ello *no* afectaría ni al tipo de beneficio (o al salario unitario) ni a los precios de las restantes mercancías. En cambio, si dicho progreso técnico correspondiera a la producción de una mercancía básica, ello repercutiría en el tipo de beneficio (o en el salario unitario) y en los precios de todos los productos (sean básicos o no básicos). En rigor, al variar los elementos de la matriz irreducible  $A_{11}$  en  $|1|$ , el autovalor máximo de la misma y el vector característico asociado a él serían naturalmente distintos.<sup>13</sup> Un cambio de los elementos de la matriz  $A_{22}$ , por el contrario, influiría exclusivamente en

10. En rigor, es abusivo hablar de un “subsistema” de productos no básicos. Estas ecuaciones no constituyen un sistema, salvo si las consideramos en su relación con las ecuaciones de los productos básicos. “(. . .) Un sistema no básico es algo que no existe —dice Sraffa—(. . .) está en la naturaleza (o, si se prefiere, en la definición) de las mercancías básicas el estar conectadas entre sí y constituir un sistema. Viceversa, la peculiaridad de las mercancías no básicas es la de no estar conectadas entre sí y de no poder constituir un sistema independiente”. Véase la correspondencia de P. Sraffa y P. Newman en Lunghini, G. y otros (1975) pp. 22.

11. El término “ordenación causal” está tomado de Pasinetti, L. (1974) p. 43. Este autor defiende una identidad metodológica entre Ricardo y Keynes cuya “(. . .) indicación más representativa en este sentido se encuentra en la manera directa de presentar Keynes sus supuestos. Como Ricardo, siempre busca lo esencial. Y selecciona para el análisis las variables que considera más importantes (. . .) La consecuencia característica de este procedimiento metodológico es que de Keynes surge, como de Ricardo, un sistema de ecuaciones de “tipo causal” o, como podríamos decir también, de tipo “reducible”, en oposición al sistema de ecuaciones simultáneas completamente interdependientes”.

12. Véase Sraffa, P. (1960) 6, pp. 7–8. Para la prueba formal de estas afirmaciones, véase Okishio, N. (1972).

13. Si  $A$  es una matriz reducible, la matriz inversa  $(I - (1+r)A)^{-1}$  puede también presentarse en forma cuasi triangular. En consecuencia, puede obtenerse la expresión de los precios de las mercancías básicas:  $p_1 = w_1 (I - (1+r)A_{11})^{-1}$ . La condición de existencia del vector de precios  $p_1$  positivo se reduce entonces a  $\lambda (1+r)A_{11} < 1$ ; es decir, a que el anterior máximo de la matriz  $(1+r)A_{11}$  sea inferior a la unidad.

las magnitudes correspondientes al vector  $p_2$ , siempre que la innovación tecnológica considerada no repercutiera, a su vez, en la propia catalogación de las mercancías en básicas y no básicas, ya que esta distinción *no* rige con carácter general.<sup>14</sup>

### 3. BIENES BASICOS Y BIENES NO BASICOS EN UN SISTEMA DE PRODUCCION CONJUNTA

El criterio que, en los sistemas de producción simple y capital circulante, nos permitía deslindar los bienes básicos de los que no lo son (“entrar o no entrar en los medios de producción de todas las mercancías”) *no* sirve, ahora, en el modelo de producción conjunta.

En efecto, el método consistente en “eliminar las ecuaciones de las industrias que producen bienes no básicos”<sup>15</sup> se basaba, como hemos visto, en la estricta correspondencia entre mercancías e industrias, propia del supuesto de producción simple. La posibilidad formal de disponer en una matriz cuadrada *irreducible* todas aquellas industrias que fabrican los bienes básicos del sistema era suficiente para individualizar, sin ambigüedad, el sector básico de la economía considerada. Bastaba pues, empleando un término de I. Stedman,<sup>16</sup> con un procedimiento de orden *cualitativo*.

Este camino ya no es factible en un sistema de producción *conjunta* puesto que en él no es posible fijar —con la misma sencillez que antes— si una mercancía entra, como medio de producción, en la fabricación de las restantes. En este caso, *una* misma mercancía puede ser producida, simultáneamente, por *varios* procesos; asimismo, los medios de producción presentes en *cada* proceso pueden intervenir en la fabricación de *varias* mercancías.<sup>17</sup> La distinción entre bienes básicos y bienes no básicos pierde, por tanto, su carácter *meramente cualitativo* (“no es posible clasificar las mercancías en función únicamente de informaciones sobre su uso o producción y su no uso o no producción”<sup>18</sup>); deberá ser, a partir de ahora, *una distinción de índole cuantitativa*.

14. Nótese que la distribución entre las mercancías básicas y las mercancías no básicas es relativa a la *técnica* del sistema. Al modificarse esta tecnología (al variar los coeficientes de bienes no básicos), la clasificación precedente de los bienes puede variar también. Algunos bienes no básicos respecto a la técnica anterior pueden ser ahora básicos y viceversa. Véase Ghiani, E. (1977); Lunghini, G. (1975) pp. XXIII–XXV.

15. Véase Sraffa, P. (1960) 61, p. 52.

16. Véase Steedman, I. (1977), pp. 75 a 84.

17. La configuración productiva de un sistema de producción conjunta se representa pues por una tripleta (A, L, B). B es una matriz cuadrada no negativa ( $k \times k$ ) cuyos elementos indican la cantidad de *i*.ésimo bien producido por el *j*.ésimo proceso.

18. Véase Steedman, I. (1977), p. 76.

El sistema básico *no* se corresponde ya con una matriz irreducible, lo cual significa que su independencia (económica) en la determinación de los precios y de las variables de distribución *no* puede atribuirse a una autonomía técnica de dicho sector.

En efecto, un sistema de producción conjunta se caracteriza no sólo por la matriz A de coeficientes de los medios de producción sino también por la matriz B de los productos. Siguiendo el criterio utilizado en el supuesto de producción simple podemos tratar de transformarlas *simultáneamente* en dos matrices cuasi triangulares:

$$EAT = \bar{A} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ 0 & A_{22} \end{bmatrix} ; \quad EBT = \bar{B} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ 0 & B_{22} \end{bmatrix}$$

que cuenten con dos matrices cuadradas irreducibles,  $A_{11}$  y  $B_{11}$ , de idéntico formato.

Obviamente, en el caso de que ello fuera posible, no habría ningún obstáculo para considerar que  $(A_{11}, L_1, B_{11})$  es el sistema básico de la economía, con propiedades semejantes a las enunciadas en la producción simple. Pero esta transformación (simultánea) de ambas matrices *no* es factible en la mayoría de los casos. Usualmente, el sistema  $(A, B)$  *no* es reducible y, sin embargo, como veremos, aún en estas circunstancias, puede identificarse un conjunto de mercancías no básicas. De ahí, la necesidad de un *método alternativo* para la determinación del sector básico de la economía.

Antes de entrar en su consideración más general, analicémoslo a través de un ejemplo sencillo. Sea pues un sistema de producción conjunta integrado por tres procesos, con el siguiente esquema de precios:

$$(1+r)(p_1 a_{11} + p_2 a_{21}) + w l_1 = p_1 b_{11}$$

$$(1+r)(p_1 a_{12} + p_2 a_{22}) + w l_2 = p_1 b_{12} + p_2 b_{22} + p_3 b_{32}$$

$$(1+r)(p_1 a_{13} + p_2 a_{23}) + w l_3 = p_1 b_{13} + p_2 b_{23} + p_3 b_{33}$$

o, en términos matriciales:

$$(p_1 \ p_2 \ p_3) \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} (1+r) + w(l_1 \ l_2 \ l_3) =$$

$$= (p_1 \ p_2 \ p_3) \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ 0 & b_{22} & b_{23} \\ 0 & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix}$$

Este sistema (A, B) es irreducible. Sin embargo, como puede constatare, uno de los bienes —el tercero— *no* entra como medio de producción en *ninguno* de los tres procesos; por consiguiente, se trata, según la calificación que hemos dado de los mismos, de un bien no básico. Así pues, el carácter irreducible del par (A,B) no garantiza ahora la inexistencia de bienes no básicos.

Pero, procedamos del siguiente modo. Dado que existe un número real  $\alpha$  tal que  $b_{32} = \alpha b_{33}$ , consideremos la fracción  $\alpha$  del tercero de los procesos:

$$(1+r) (\alpha p_1 a_{13} + \alpha p_2 a_{23}) + w\alpha l_2 = \alpha p_1 b_{13} + \\ + \alpha p_2 b_{23} + \alpha p_3 b_{33}$$

Restémosla del segundo de los procesos, de modo que obtengamos un nuevo proceso (“ficticio”) que es combinación lineal de los anteriores:

$$(1+r) (p_1 (a_{12} - \alpha a_{13}) + p_2 (a_{22} - \alpha a_{23})) + w(l_2 - \alpha l_3) = \\ = p_1 (b_{12} - \alpha b_{13}) + p_2 (b_{22} - \alpha b_{23}) + p_3 (b_{32} - \alpha b_{33})$$

El nuevo sistema —una vez sustituido el segundo proceso por este nuevo proceso “ficticio”— puede expresarse, en términos matriciales, así:

$$(p_1 \ p_2 \ p_3) \begin{bmatrix} a_{11} & (a_{12} - \alpha a_{13}) & a_{13} \\ a_{21} & (a_{22} - \alpha a_{23}) & a_{23} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} (1+r) + w(l_1 \ (l_2 - \alpha l_3) \ l_3) = \\ = (p_1 \ p_2 \ p_3) \begin{bmatrix} b_{11} & (b_{12} - \alpha b_{13}) & b_{13} \\ 0 & (b_{22} - \alpha b_{23}) & b_{23} \\ 0 & (b_{32} - \alpha b_{33}) & b_{33} \end{bmatrix}$$



o bien mediante:

$$(2) \begin{cases} (1+r)p^* A^* + wL^* = p^* B^* \\ (1+r)(p_1 a_{13} + p_2 a_{23}) + wl_3 = p_1 b_{13} + p_2 b_{23} + p_3 b_{33} \end{cases}$$

siendo

$$A^* = \begin{bmatrix} a_{11} & (a_{12} - \alpha a_{13}) \\ a_{21} & (a_{22} - \alpha a_{23}) \end{bmatrix} \quad B^* = \begin{bmatrix} b_{11} & (b_{12} - \alpha b_{13}) \\ 0 & (b_{22} - \alpha b_{23}) \end{bmatrix}$$

$$L^* = [l_1 \quad (l_2 - \alpha l_3)] \quad p^* = [p_1 \quad p_2]$$

Este sistema [2] es *equivalente* al sistema originario puesto que sobre éste únicamente se han efectuado transformaciones elementales. En realidad, para pasar de uno a otro, basta post-multiplicar las matrices A y B por la matriz no singular:

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\alpha & 1 \end{bmatrix}$$

La resolución del nuevo sistema de precios permite obtener pues el mismo vector de precios y el mismo valor de la variable de distribución que se obtendría mediante el sistema originario.

Ahora bien, puede observarse que, si bien los dos primeros procesos *no* son técnicamente independientes del tercero (puesto que  $b_{32} = \alpha b_{33}$ ),<sup>19</sup> hemos podido construir un sistema "ficticio" ( $A^*$ ,  $L^*$ ,  $B^*$ ) que muestra que los precios de los dos primeros bienes pueden determinarse al margen (y previamente) del precio del tercero de los bienes. Este tercer bien es pues un bien no básico, mientras que los procesos presentes en ( $A^*$ ,  $L^*$ ,  $B^*$ ) constituyen el sistema básico de la economía.

19. El tercero de los bienes es producido en los dos último procesos.

Procedemos seguidamente a una *formulación más general* de este procedimiento. En rigor se trata de desarrollar una indicación que da el propio Sraffa al acometer este problema. “En un sistema de  $k$  procesos productivos y  $k$  mercancías (. . .) —señala<sup>20</sup>— decimos que una mercancía o, en general, un grupo de  $m$  mercancías relacionadas (donde  $m$  ha de ser menor que  $k$  y puede ser igual a 1) son *no básicas* si de las  $k$  filas (formadas por las 2  $m$  cantidades en que las mismas mercancías aparecen en cada proceso) no más de  $m$  filas son independientes, siendo las otras combinaciones lineales de éstas. Todas las mercancías que no satisfacen esta condición son básicas”.

Esto significa que si colocamos, mediante la oportuna reordenación, las supuestas  $m$  mercancías no básicas en las últimas  $m$  filas, podemos expresar las matrices  $A$  y  $B$  del siguiente modo:

$$A = \begin{array}{l} \left[ \begin{array}{c} A_1 \\ A_2 \end{array} \right] \begin{array}{l} k-m \\ m \end{array} \end{array} \quad B = \begin{array}{l} \left[ \begin{array}{c} B_1 \\ B_2 \end{array} \right] \begin{array}{l} k-m \\ m \end{array} \end{array}$$

Si consideramos ahora una matriz  $D$  constituida por las  $m$  últimas filas de las matrices anteriores:

$$D = \begin{array}{l} \left[ \begin{array}{c} A_2 \\ B_2 \end{array} \right] \begin{array}{l} m \\ m \end{array} \end{array}$$

el criterio anterior de Sraffa supone que las  $m$  mercancías que integran las filas de las matrices  $A_2$  y  $B_2$  son no básicas si el rango de la matriz  $D$  es igual a  $m$ ; es decir, si únicamente  $m$  columnas de dicha matriz son linealmente independientes.<sup>21</sup>

En esta línea de razonamiento, C. F. Manara<sup>22</sup> ofrece una excelente profundización de las indicaciones dadas por Sraffa.

20. Véase Sraffa, P. (1960) 60., pp. 51–52.

21. Esta última afirmación, propia de Manara, difiere ligeramente de la expresada por Sraffa, el cual considera que el número de columnas linealmente independientes es menor o igual al número de mercancías no básicas. Steedman ha probado el acierto de la opinión de Manara al respecto. Sraffa, P. (1960) 60. nota 1, p. 51; Manara, C.F. (1977) p. 32; Steedman, I. (1977) pp. 82–82.

22. Véase Manara, C.F. (1977).

Supongamos que la disposición de las columnas de las matrices A y B es tal que las m últimas forman una base para las columnas de la matriz D.

Fijemos, por consiguiente, la partición siguiente:

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{matrix} k-m \\ m \end{matrix} \quad B = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix} \begin{matrix} k-m \\ m \end{matrix}$$

Según el criterio de Sraffa, las mercancías que corresponden a las últimas m filas son *no básicas* si existe una matriz T (m x k-m) tal que:

$$A_{21} = A_{22} T \quad \text{y} \quad B_{21} = B_{22} T \quad 23$$

Si, siguiendo a Manara, definimos la matriz M siguiente:

$$M = \begin{bmatrix} I_{k-m} & 0 \\ -T & I_m \end{bmatrix}$$

podemos establecer:

$$AM = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{k-m} & 0 \\ -T & I_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (A_{11} - A_{12} T) & A_{12} \\ (A_{21} - A_{22} T) & A_{22} \end{bmatrix}$$

es decir, siendo  $A_{21} = A_{22} T$ :

$$AM = \begin{bmatrix} (A_{11} - A_{12} T) & A_{12} \\ 0 & A_{22} \end{bmatrix}$$

23. "La matriz T está constituida por los coeficientes de las combinaciones lineales mediante las cuales las primeras k-m columnas de las matrices A<sub>2</sub> y B<sub>2</sub> (...) se expresan mediante las últimas m". Véase Manara, C.F. (1977) p. 32.

Análogamente, tenemos:

$$BM = \begin{bmatrix} (B_{11} - B_{12} T) & B_{12} \\ 0 & B_{22} \end{bmatrix}$$

y, asimismo:

$$LM = [l_1 \ l_2] \begin{bmatrix} I_{k-m} & 0 \\ -T & I_m \end{bmatrix} = [(l_1 - l_2 T) \ l_2]$$

En este caso, al *menor* de los sistemas  $[(A_{11} - A_{12} T) (B_{11} - B_{12} T)]$  podemos denominarlo sector básico de la economía.

Postmultipliquemos ambos miembros del sistema de precios originario por la matriz M:

$$(1+r) pAM + wLM = pBM$$

es decir:

$$\begin{aligned} [p_1 \ p_2] \begin{bmatrix} (A_{11} - A_{12} T) & A_{12} \\ 0 & A_{22} \end{bmatrix} (1+r) + w[(l_1 - l_2 T) \ l_2] &= \\ = [p_1 \ p_2] \begin{bmatrix} (B_{11} - B_{12} T) & B_{12} \\ 0 & B_{22} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Tenemos pues:

$$| 3 | \quad \begin{cases} p_1 (A_{11} - A_{12} T) (1+r) + w (l_1 - l_2 T) = p_1 (B_{11} - B_{12} T) \\ (p_1 A_{12} + p_2 A_{22}) (1+r) + w l_2 = p_1 B_{12} + p_2 B_{22} \end{cases}$$

Esta nueva disposición del sistema de precios permite llegar a una serie de *conclusiones* importantes.

La primera —y más relevante— es que, como pretendíamos lograr, el primer conjunto de ecuaciones del sistema | 3 | puede ser resuelto *sin la participación* del resto de ecuaciones; es *independiente* de él.<sup>24</sup> El vector de precios  $p_1$  y la variable de distribución — $r$  ó  $w$ — pueden determinarse pues al margen (y previamente) del vector  $p_2$  de los precios de las mercancías no básicas.

Sin embargo, hay que destacar que, cuando  $T \neq 0$ , es imposible delimitar un grupo de procesos de producción que presente una *autonomía técnica* respecto de los demás semejantes al que caracterizaba al sector básico en el sistema de producción simple.<sup>25</sup> Esto únicamente es factible en el caso particular en que  $T = 0$ . Ello confirma, en definitiva, que, en la producción conjunta, un sistema reducible es sólo *un caso particular* de un sistema no básico.<sup>26</sup>

Adviértase finalmente que no todos los posibles vectores  $(l_1 - l_2 T)$  permiten establecer precios  $p_1$  positivos; incluso alguno de estos vectores puede contar con componentes no positivas.

El procedimiento anterior, basado en la dependencia e independencia lineal de las filas de las matrices  $A$  y  $B$ , si bien goza de mayor generalidad es pues indudablemente menos intuitivo que el utilizado en el supuesto de producción simple. Sraffa así lo reconoce: “(. . .) la distinción entre productos básicos y no básicos —dice— se ha hecho tan abstracta en el sistema de productos múltiples que cabe preguntarse si ha conservado algún contenido económico”. Pero añade: “(. . .) sin embargo, la principal implicación económica de la distinción era que los productos básicos juegan una función esencial en la determinación de los precios y del tipo de beneficio, en tanto que los productos no básicos no la juegan (. . .); esto sigue siendo verdad con la nueva definición”.<sup>27</sup>

24. Este primer conjunto de ecuaciones del sistema |3| constituye el sistema descrito por Sraffa (en (1960) 62, pp. 52–53). Este conjunto, sin embargo, no equivale (en sentido matemático) al sistema inicial de precios. Normalmente tanto el número de ecuaciones como el de incógnitas será menor. Sólo *todo* el sistema |3| equivale a aquel ya que sus ecuaciones se obtienen por una combinación lineal dada por  $M$ .

25. Dado que  $A_{21} = A_{22}T$  y  $B_{21} = B_{22}T$ , es perfectamente posible que mercancías producidas y/o utilizadas en procesos no básicos sean producidas y/o utilizadas en procesos básicos. El procedimiento anterior ha consistido en construir un sistema meramente teórico:  $(A_{11}-A_{12}T, L_1-L_2T, B_{11}-B_{12}T)$ , que permite determinar los precios relativos de las  $k$ - $m$  primeras mercancías *independientemente* de las  $m$  últimas (aunque en función de  $r$ ); es decir de forma análoga a como fijábamos los precios de las mercancías básicas en el sistema de producción simple. Véase Abraham-Frois, G. — Berrebi, E. (1976), p. 108.

26. En la producción simple, sólo un sistema reducible contiene mercancías no básicas.

27. Véase Sraffa, P. (1960) 65, pp. 54–55.

Ahora bien, existen algunos criterios de distinción entre bienes básicos y bienes no básicos, alternativos al que acabamos de exponer, que conservan, de algún modo, la noción, más sencilla y de definición económica más clara, de que los bienes básicos son aquéllos que “entran directa o indirectamente en los medios de producción de todas las mercancías”.

#### 4. LOS CRITERIOS DE STEEDMAN Y DE PASINETTI

Vamos a exponer dos de estos criterios. El primero es el propuesto por I. Steedman.<sup>28</sup> Su fundamento se encuentra en la utilización de la *matriz H*, que permite expresar el sistema en términos de unidades físicas de capacidad productiva verticalmente integrada. Esta matriz, junto al vector *v* de coeficientes de trabajo verticalmente integrados, configura el sistema productivo de referencia en un conjunto de *k* *subsistemas* o *vectores verticalmente integrados*.<sup>29</sup>

Se trata, en síntesis, de descomponer este sistema originario en tantas partes como cantidades de mercancías distintas constituyen su producto neto. Cada una de estas cantidades de mercancías son, a su vez, el producto final del subsistema respectivo. La composición de cada uno de ellos estará formada, por consiguiente, por las cantidades de medios de producción y de trabajo estrictamente necesarios —para garantizar no sólo la condición de autoreemplazamiento, sino, además, para producir —como su producto neto— *una* de las mercancías (en la cantidad correspondiente) que figura en el producto neto del sistema de origen. En suma, el vector *v* de coeficientes de trabajo verticalmente integrado y la matriz *H* de unidades de capacidad productiva verticalmente integrada no hacen sino distribuir las cantidades físicas de trabajo y de medios de producción del sistema económico efectivo según una ordenación distinta al de las “industrias” que hemos utilizado hasta ahora. Proceden pues a una reclasificación —puramente “virtual”— de estas cantidades mediante una operación lógica que podemos denominar de “integración vertical”.<sup>30</sup>

28. Véase Steedman, I. (1977) pp. 75 a 84.

29. Véase Sraffa, P. (1960) Apéndice A, p. 89; Pasinetti, L. (1977) pp. 37 a 74.

30. Cada coeficiente  $v_i$  expresa de forma consolidada la cantidad de trabajo directa e indirectamente requerida por todo el sistema económico para obtener una unidad física de la mercancía *i*ésima como bien final. A su vez, cada vector columna  $h_i$  expresa de forma consolidada las cantidades físicas heterogéneas de las distintas mercancías que se requieren, directa o indirectamente, en el conjunto del sistema, para obtener una unidad de la *i*ésima mercancía como bien final. Véase Pasinetti, L. (1977), p. 43.

En estas condiciones la matriz  $H$  tiene, por construcción, la particularidad de mantener, aún en el caso de la producción conjunta, la correspondencia mercancía—mercancía. No parece descabellado por lo tanto, presuponer que, sirviéndonos de ella, podemos establecer un método *formalmente* análogo al descrito para la producción simple; centrado en la obtención de una matriz cuasi—triangular cuyos bloques nos permiten localizar los bienes básicos del sistema.

Recuérdese que en los supuestos de producción simple de mercancías la existencia de productos no básicos se ponía de manifiesto en el carácter *reducible* de la matriz  $A$  que, mediante la reordenación de sus filas y columnas, podía disponerse en la forma:

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ 0 & A_{22} \end{bmatrix}$$

En este caso, la correspondiente matriz  $H$  también podía adoptar una forma semejante:

$$H = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ 0 & H_{22} \end{bmatrix}$$

en que  $H_{11} = A_{11}(I - A_{11})^{-1}$  y  $H_{22} = A_{22}(I - A_{22})^{-1}$

Comprobemos seguidamente *hasta qué punto* un procedimiento de esta índole es factible en la producción conjunta.

Sean las matrices  $A$  y  $B$  reordenadas del modo especificado en el epígrafe anterior:

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix}$$

Definamos, asimismo, la matriz  $M$  en los términos ya conocidos:

$$M = \begin{bmatrix} I_{k-m} & 0 \\ -T & I_m \end{bmatrix}$$

tal que:  $A_{21} = A_{22} T$  y  $B_{21} = B_{22} T$

Sabemos que:

$$AM = \begin{bmatrix} (A_{11} - A_{22} T) & A_{12} \\ 0 & A_{22} \end{bmatrix} \quad BM = \begin{bmatrix} (B_{11} - B_{22} T) & B_{12} \\ 0 & B_{22} \end{bmatrix}$$

Siendo la matriz H, en este supuesto de producción conjunta, igual a:<sup>31</sup>

$$H = A(B - A)^{-1}$$

$$H(B - A) = A$$

la postmultiplicación por M:

$$H(BM - AM) = AM$$

nos conduce, finalmente, a la nueva expresión de H siguiente:

$$H = \begin{bmatrix} (A_{11} - A_{12} T)(C_{11} - C_{12} T)^{-1} & (A_{12} - (A_{11} - A_{12} T)(C_{11} - C_{12} T)^{-1}C_{12})C_{22}^{-1} \\ 0 & A_{22} C_{22}^{-1} \end{bmatrix}$$

en que  $C_{ij} = (B_{ij} - A_{ij})$

Esta última expresión de H tiene unas características interesantes.

Como en el caso de la producción simple, el bloque correspondiente al ángulo inferior izquierdo es *nulo* ( $H_{21} = 0$ ).

Asimismo, el bloque  $H_{22} = A_{22} C_{22}^{-1}$  tiene una notable similitud con el de dicho supuesto: en la producción simple es  $H_{22} = A_{22} (I_{22} - A_{22})^{-1}$ , en la producción conjunta es  $H_{22} = A_{22} (B_{22} - A_{22})^{-1}$ .

31. Véase Pasinetti, L. (1977), p. 64.



Pero, la disparidad es mucho mayor en lo que se refiere al bloque  $H_{11}$  ya que: en la producción simple es  $H_{11} = A_{11} (I_{11} - A_{11})^{-1}$  y en la producción conjunta es  $H_{11} = (A_{11} - A_{12} T) (C_{11} - C_{12} T)^{-1}$ .

Ello indica que, en general, esta submatriz  $H_{11}$  depende —en la producción conjunta— de la matriz  $T$ , es decir de las condiciones de producción de las mercancías no básicas.<sup>32</sup> Pero *esto no es obstáculo* para que podamos *definir* como mercancías básicas todas aquellas mercancías que forman parte de  $H_{11}$  y, en consecuencia, considerar este *método de reducción* de la matriz  $H$  muy cercano (formalmente) al utilizado en la producción simple. Así pues, mientras la forma reducible de la matriz  $A$  implica necesariamente —en la producción simple— que las mercancías básicas entran (directa o indirectamente) en la producción de *todas* las mercancías, *la matriz  $H$  vemos que permite conservar —para la producción conjunta— esta misma interpretación económica aunque la referencia, en este caso, no son las industrias de las respectivas mercancías sino los correspondientes sectores verticalmente integrados.*

Atendiendo a esta *definición* de las mercancías básicas no resulta difícil poner de manifiesto la *prioridad lógica* que tienen sus precios respecto a los de las mercancías no básicas. Basta con expresar el sistema de precios del siguiente modo:

$$|4| \quad [v_1 \ v_2] + r[p_1 \ p_2] \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ 0 & H_{22} \end{bmatrix} = [p_1 \ p_2]$$

en que

$[v_1 \ v_2]$  indica el vector fila de coeficientes de trabajo verticalmente integrado en el que se ha procedido a la participación entre los coeficientes de los bienes básicos y los coeficientes de los bienes no básicos;

$[p_1 \ p_2]$  indica el vector fila de los precios (en términos del salario unitario) en el que también se ha establecido la partición correspondiente a los precios de los bienes básicos y a los precios de los bienes no básicos;

32.  $T$  está presente en la submatriz  $H_{11}$ ; ello significa que tanto el tipo máximo de beneficio como los precios  $p_1$  dependen de las condiciones de producción de las mercancías no básicas.

$\begin{bmatrix} H_{11} & H_{22} \\ 0 & H_{22} \end{bmatrix}$  indica la matriz H en la disposición en bloques ya conocida.

De | 4 | podemos derivar:

$$\begin{cases} p_1 = v_1 + rp_1 H_{11} = v_1 (I - rH_{11})^{-1} \\ p_2 = (v_2 + rp_1 H_{12}) (I - rH_{22})^{-1} \end{cases}$$

Se aprecia pues con claridad que la relación entre los precios de los bienes básicos  $p_1$  y el tipo de beneficio  $r$  no se ve interferida por los precios de los bienes no básicos  $p_2$ . Esto no implica, como ya hemos visto antes, que dicha relación sea necesariamente ajena a las condiciones de producción de las mercancías no básicas, puesto que tanto  $v_1$  como  $H_{11}$  dependen de  $T$ . “La relación entre los precios de las mercancías básicas y el tipo de beneficio puede considerarse independientemente de la relación entre los precios de las mercancías no básicas y el tipo de beneficio, mientras que lo contrario no es cierto”.<sup>33</sup>

Por su parte, L. Pasinetti<sup>34</sup> prueba que existe otra matriz que —como la matriz H— posee también la propiedad de permitir la identificación de las mercancías básicas en un sistema de producción conjunta recurriendo a su *carácter reducible*.

Consideremos el sistema de precios:

$$pB = pA(1+r) + Lw$$

si postmultiplicamos por la matriz  $B^{-1}$ :

$$p = pAB^{-1}(1+r) + LB^{-1}w$$

33. Véase Steedman, I. (1977) p. 81.

34. Véase Pasinetti, L. (1977).

esta expresión presenta una *semejanza formal* con el sistema de precios de la producción simple:  $AB^{-1}$  sustituye, en este caso, a  $A$  y  $LB^{-1}$  a  $L$ .<sup>35</sup>

Si suponemos que las  $m$  últimas mercancías de  $A$  y  $B$  son no básicas, podemos utilizar la matriz  $M$  para establecer:

$$\begin{aligned} AB^{-1} BM &= AM \\ AB^{-1} &= AM (BM)^{-1} \end{aligned}$$

es decir:

$$AM = \begin{bmatrix} (A_{11} - A_{12} T) & A_{12} \\ 0 & A_{22} \end{bmatrix}$$

$$(BM)^{-1} = \begin{bmatrix} (B_{11} - B_{12} T)^{-1} & -(B_{11} - B_{12} T)^{-1} B_{12} B_{22}^{-1} \\ 0 & B_{22}^{-1} \end{bmatrix}$$

La matriz  $AB^{-1}$  puede, en consecuencia, escribirse así:

$$AB^{-1} = \begin{bmatrix} (A_{11} - A_{12} T) (B_{11} - B_{12} T)^{-1} & -(A_{11} - A_{12} T) (B_{11} - B_{12} T)^{-1} B_{12} B_{22}^{-1} + A_{12} B_{22}^{-1} \\ 0 & A_{22} B_{22}^{-1} \end{bmatrix}$$

Esto significa que si, mediante una oportuna reordenación de sus filas y columnas, la matriz  $AB^{-1}$  puede asumir la forma reducible siguiente:

$$AB^{-1} = \begin{bmatrix} (AB^{-1})_{11} & (AB^{-1})_{12} \\ 0 & (AB^{-1})_{22} \end{bmatrix}$$

las mercancías pertenecientes a las  $m$  últimas filas de la matriz  $AB^{-1}$  son productos no básicos y las restantes mercancías básicas.<sup>36</sup>

35. Queda claro que esta semejanza no atañe a ninguna característica substancial del sistema.

36. El bloque  $(AB^{-1})_{11}$  es una matriz cuadrada de orden  $k-m$ , mientras el bloque  $(AB^{-1})_{22}$  es una matriz cuadrada de orden  $m$ .

Así cuando la matriz  $AB^{-1}$  es reducible podemos hablar también de mercancías que “entran (directa o indirectamente) en todos los procesos productivos” como en el caso de la matriz A. “Se trata, sin embargo —advierte Pasinetti<sup>37</sup>— de procesos productivos muy particulares que resultan de la transformación que la matriz  $B^{-1}$  opera sobre la A. El significado económico de cada proceso productivo “transformado” de este modo continúa siendo el de inputs por unidad de producto. Pero no se trata ya de inputs en sentido real y observable, sino únicamente en sentido lógico, a los que no es fácil dar una interpretación económica inmediata, salvo en casos muy particulares”.

## 5. CONCLUSIONES

Para distinguir los bienes básicos y los bienes no básicos en un sistema de producción simple basta con comprobar si la matriz A es reducible. La forma reducible de esta matriz implica que hay una serie de bienes —no básicos— que no cumplen la condición de participar, directa e indirectamente, en la producción de todos los bienes del sistema. Por esta misma vía no resulta difícil identificar el conjunto de los procesos que producen las mercancías básicas —el sistema básico— que, en este caso, coincide con el menor número de procesos que permiten determinar la variable de distribución endógena (tipo de beneficio o salario unitario), sin recurrir al resto de la economía.

Estas mismas consideraciones no pueden extenderse al sistema de producción conjunta. Las particularidades de los procesos en este supuesto (singularmente el hecho de que los diferentes procesos puedan producir varias mercancías a la vez) impide que puede emplearse el criterio de participación, directa o indirecta, en la producción de todos los bienes como criterio de delimitación de los bienes básicos y no básicos. Naturalmente, tampoco podemos recurrir al carácter reducible o no de la matriz A (y, en este caso, de B). Se requiere un nuevo criterio.

Hemos dado cuenta de tres posibles formulaciones del mismo. La primera, que sigue las indicaciones del propio Sraffa, se centra en la “construcción” del sistema básico por combinación lineal de algunos de los procesos efectivos de la economía. Aunque mucho más abstracta, esta formulación tiene la virtud de englobar, como un caso particular de la misma, la distinción entre bienes básicos y no básicos que regía en la producción simple. Las otras dos formulaciones —de Steedman y de Pasinetti— tratan de conservar, recurriendo a las matrices H y  $AB^{-1}$

37. Nótese que la matriz  $AB^{-1}$  (y también la matriz H) no es una matriz necesariamente no negativa, aunque A y B lo sean. Véase Pasinetti, L. (1977), p. 89.

respectivamente, la noción de participación en la producción de todos los bienes para identificar mercancías básicas del sistema. En los tres casos puede observarse que, en un sistema de producción conjunta, las condiciones de producción de los bienes no básicos tienen una influencia en la determinación de los precios y de la variable de distribución, “aunque los precios de las mercancías básicas siguen teniendo una prioridad lógica sobre los precios de las mercancías no básicas”.<sup>38</sup> Asimismo, nada impide que el sistema básico, en una economía con producción conjunta, pueda contener precios negativos.

38. Véase Steedman, I. (1977), p. 82.

## REFERENCIAS

- ABRAHAM—FROIS, G. — BERREBI, E., (1976), *Théorie de la Valeur, des Prix et de l'Accumulation*, Economica, Paris, 1976.
- GANTMACHER, F.R. (1966), *Théorie des Matrices*, tomos I—II, Dunod, Paris 1966.
- GHIANI, E. (1977) “Nota su una proprietà dei beni non—base”, en *Studi Economici*, núm. 1, pp. 97—105, 1977.
- LUNGHINI, G. (1975) “Teoria Economia ed Economia Politica: Note su Sraffa”, en G. Lunghini y otros: *Produzione, Capitale e Distribuzione*, Isedi, Milán, 1975.
- MANARA, C.F. (1977) “Il modello di Piero Sraffa per la produzione congiunta di merci a mezzo di merci”, en *L'Industria* núm. 1, pp. 3—18, 1968 (reedición en L. Pasinetti y otros: *Contributi alla Teoria della Produzione Congiunta*, Il Mulino, Bolonia, 1977).
- OKISHIO, N. (1972) “Technical Change and the Rate of Profit” en *Kobe University Economic Review*, 1972.
- PASINETTI, L. (1974) “The Economics of Effective Demand”, en *Growth and Income Distribution. Essays in Economic Theory*, Cambridge University Press, Cambridge, 1974.
- PASINETTI, L. (1977) “The Notion of Vertical Integration in Economic Analysis”, en *Metroeconomía*, núm. 1, vol. 25, pp. 1—29, 1973 (traducción italiana: “La nozione di settore verticalmente integrato nell'analisi economica”, in L. Pasinetti y otros: *Contributi alla Teoria della Produzione Congiunta*, Il Mulino, Bolonia, 1977).
- PASINETTI, L. (1977) “Nota sulle merci base, le merci non base e la produzione congiunta”, en L. Pasinetti y otros: *Contributi alla Teoria della Produzione Congiunta*, Il Mulino, Bolonia, 1977.
- RONCAGLIA, L. (1981) *Sraffa e la teoria dei prezzi*, Laterza Bari, 1981 (2ª edición).
- SRAFFA, P. (1960) *Production of Commodities by means of Commodities*, Cambridge University Press, Cambridge, 1960.
- SRAFFA, P. — NEWMAN, P. (1975) Correspondencia, en K. Bharadwaj “On the Maximum Number of Switches Between Two Production Systems”, en *Schwizerische Zeitschrift für Volkswirtschaft und Statistik*, diciembre 1970, pp. 24—28 (traducción italiana en G. Lunghini y otros: *Produzione, Capitale e Distribuzione*, pp. 20 a 22, Isedi, Milán, 1975).
- STEEDMAN, I. (1977) “Merci base, merci non base e produzione congiunta” en L. Pasinetti y otros: *Contributi alla Teoria della Produzione Congiunta*, Il Mulino, Bolonia, 1977.