MIQUEL PUIG

Las expectativas racionales y el subastador walrasiano

I. Introduccion

La gran mayoría de los modelos económicos, tanto en la micro como en la macro, están dotados de una ecuación que iguala la oferta y la demanda. Tal ecuación sólo puede entenderse de dos maneras: o bien se trata de una aproximación que refleja un equilibrio conseguido después de pruebas y errores en un mercado reproducido muchas veces, y que neglige este ajuste, o bien se trata simplemente de un modelo que no tolera transacciones a precios distintos del de equilibrio. La diferencia no acostumbra a explicitarse, y sólo algunas veces podemos estar seguros del caso de que se trata. En el primero la ecuación en cuestión esconde un complicado proceso de ajuste muy mal conocido, en el segundo un subastador.[1]

Hay una familia de modelos que, aunque de reciente instalación en la teoría económica, se ha hecho relativamente importante. Se trata de todos los modelos que incluyen flexibilidad de precios y perturbaciones estocásticas que varían a cada apertura del mercado. Todos estos modelos incorporan un subastador.

Los modelos convencionales de las Expectativas Racionales (ER) forman un subgrupo peculiar porque en ellos el subastador no sólo aparece sino que además los agentes saben que lo hace, y actúan en conse-

1. A lo largo de la exposición se identifica el "subastador" con la ficción del tanteo (tatönnement) walrasiano que permite localizar el precio de equilibrio previamente a la realización de ninguna transacción. En conversaciones privadas, el Dr. García Durán me ha expresado la opinión de que el término debería reservarse a un concepto completamente distinto: un agente que centralizara la captación de la información en el mercado y la distribuyese gratuitamente. La distinción es puramente terminológica y espero que no creará ninguna confusión.

cuencia. En concreto, el resultado más importante de esta bibliografía, la neutralidad de las perturbaciones monetarias previstas, requiere a la vez del subastador (la flexibilidad de precios) y de que los agentes conozcan su presencia (la formación de expectativas utilizando un modelo que lo incorpora). Si el subastador no estuviera presente en el mercado –y por tanto los agentes no formasen sus expectativas teniéndolo en cuenta– las perturbaciones esperadas podrían tener efectos reales.[2]

Los modelos dotados de ecuaciones de equilibrio entre ofertas y demandas tienen dos ventajas importantes sobre aquellos que prescinden de ellas. En primer lugar son más tratables analíticamente, y por tanto más conocidos, que los modelos donde se dan transacciones a precios distintos del de equilibrio.[3] En segundo lugar la Teoría del Bienestar ha establecido la Pareto-optimalidad del sistema de precios competitivos siempre que éstos sean flexibles.

Este artículo pretende poner de manifiesto dos fenómenos relacionados con la hipotética existencia del subastador, o sea del proceso de tanteo destinado a localizar el precio de equilibrio previamente a la realización de cualquier transacción. En primer lugar que el precio formado no está determinado sin una teoría sobre el comportamiento de los agentes, y del mismo subastador, durante la subasta. Sólo bajo condiciones muy restrictivas el precio coincidirá con la solución de equilibrio del mercado (oferta igual a demanda). La indeterminación del precio comporta la de la asignación de los recursos, de tal manera que en general no se puede afirmar que el resultado final con subasta sea necesariamente Pareto–superior al que se daría sin ella (o sea, con transacciones en desequilibrio). Alternativamente, el análisis pone de manifiesto que el sistema de precios competitivos no es en general un óptimo de Pareto y que puede ser dominado por la solución centralizada. Este dominio no se deriva de la inexistencia de un conjunto completo de mercados contingentes (a la manera de Arrow y Debreu) sino a la indeterminación del comportamiento de los agentes.

Por otro lado, la indeterminación del precio cuestiona la hipótesis de las expectativas racionales, que utiliza la solución de la ecuación de equilibrio del mercado como regla para la formación de expectativas.

El punto de partida del análisis es el papel jugado por la información en la determinación del precio y la asignación de los recursos. A este respecto pueden darse dos tipos de problemas diferentes, que para clarificar la exposición consideraremos separadamente en dos contextos mútuamente excluyentes pero que de hecho pueden presentarse simultáneamente.

2. Para un modelo con estas características, ver Neary y Stiglitz (1979).
3. Para una revisión de estos trabajos puede consultarse Drazen (1980) o Hey (1981).

El apartado II presenta la situación en la cual los agentes disponen de información heterogénea recibida gratuitamente, y muestra que si bien el sistema de precios con subastador tiende a agregar esta información, la solución (el precio formado) no es única (el modelo no es determinista) y comporta el riesgo de la destrucción de parte de la información en manos de los agentes, como lo haría de no disponer de subastador. Ambas soluciones son en principio Pareto–incomparables y son Pareto–inferiores a la solución planificada.

El apartado III trata el caso en que la información es de adquisición costosa pero donde todos los agentes tienen acceso a la misma. En este caso los precios tienden a transmitir la información en manos de los agentes que han pagado por su adquisición a aquéllos que no lo han hecho. La presencia del subastador haría más eficiente esta transmisión y generaría el problema de la desaparición de los incentivos a la captación de la información, dando lugar finalmente a soluciones de tipo estocástico similares a las de la teoría de los juegos. La asignación de recursos resultante sería presumiblemente peor que la que seguiría de la realización de transacciones a precios de equilibrio.

El último apartado resume las conclusiones.

II. El subastador con informacion gratuita

Supongamos que n agentes idénticos tienen acceso gratuito a una información ($\widetilde{y}_i$) sobre el futuro precio al contado ($\widetilde{P}_c$) que regirá en un determinado mercado. La información de que dispone cada agente es de igual valor: $\mathrm{var}(\widetilde{P}_c/\widetilde{y}_i) = \mathrm{var}(\widetilde{P}_c/\widetilde{y}_j)$ para todo i, j.

La diversidad de expectativas, $E(\widetilde{P}_c/\widetilde{y}_i)$, constituye un incentivo para la apertura de un mercado de futuros, al igual que la de los coeficientes de aversión al riesgo, única excepción a la identidad de los agentes. Si este mercado se abre y los agentes están dotados de funciones de utilidad de la forma Von Neumann–Morgenstern:

$$U_i\ (W) = 1 - \exp(-k_i\ W) \qquad k_i > 0 \tag{1}$$

(donde la restricción $k_i > 0$ implica aversión al riesgo) las demandas individuales serán:[4]

4. Definiendo $W_{i,1} = W_{i,o} + x_i^f (p_c - p_f)$

si W_i se distribuye normalmente condicionada a x_i^f entonces

$$E\ [\ V_i(W_i/x_i^f)\ ] = 1 - \exp\quad k_i\ [\ E(W_i/x_i^f)\ ] - \frac{k_i}{2}\,\mathrm{var}\,(W_i/x_i^f)$$

...\...

$$x_i^f = \frac{E(p_c/y_i) - p_f}{k_i \ \mathrm{var}(p_c/y_i)} \tag{2}$$

Aparentemente el equilibrio en el mercado de futuros requiere:

$$\overset{i}{\Sigma} \ x_i^f = 0 \tag{3}$$

lo que implica:

$$P_f^o(y) = \overset{i}{\Sigma} \ \frac{E(p_c/y_i)}{k_i \ \mathrm{var}(p_c/y_i)} \left[\overset{j}{\Sigma} \left[k_j \ \mathrm{var}(p_c/y_j)\right]^{-1} \right]^{-1} \tag{4}$$

(siendo $\tilde{y}$ el vector de información $(\tilde{y}_1, \tilde{y}_2, .. \tilde{y}_n)$). El precio expresado por (4) es una media ponderada de las expectativas de los agentes, y en este sentido las agrega y refleja. Este es también el precio que habitualmente se utiliza en los modelos económicos; en concreto, según la bibliografía de las ER, las expectativas se formarían a partir de él.

Ahora bien, si los agentes son racionales han de ser capaces de reconocer y explotar esta relación entre el precio y las expectativas de los agentes, y deducir de la observación de aquél el estado medio de éstas, mejorando la propia expectativa.

En el contexto de un proceso de tanteo walrasiano (donde nos situamos por hipótesis, y que ya la ecuación (3) implicaba) el precio de equilibrio no sería el $p_f^o(y)$ de la ecuación (4), ya que a la vista de él los agentes corregirían sus expectativas y por tanto sus demandas.

...\...

y la maximización equivale a

$$\max_{x_i^f} E(W_i/x_i^f) - \frac{k_i}{2} \mathrm{var}(W_i/x_i^f)$$

donde

$$E(W_i/x_i^f) = W_{i,o} + x_i^f \left[E(p_c/y_i) - p_g \right]$$

$$\mathrm{var}(W_i/x_i^f) = (x_i^f)^2 \ \mathrm{var}(p_c/y_i)$$

y finalmente

$$0 = 0 + E(p_c/y_i) - p_g - \frac{k_i}{2} \, 2 \, x_i^f \ \mathrm{var}(p_c/y_i)$$

Teniendo en cuenta, pues, que el precio formado en una subasta cuando los agentes son racionales no correspondería necesariamente al dado por (4), podemos preguntarnos entre qué limites se situará y cuál es su capacidad como agregador de la información presente en el mercado.

Para responder a la segunda pregunta haría falta comparar el precio formado con el que resultaría si todos los agentes dispusieran de toda la información (el vector y):

$$p_f^* = \sum^{i} \frac{E\,(p_c/y)}{k_i \ \mathrm{var}\,(p_c/y)} \left[\sum^{j} [k_j \ \mathrm{var}\,(p_c/y)]^{-1} \right]^{-1} \qquad (5)$$

En efecto, puede demostrarse fácilmente que p_f^* (y) domina paretianamente cualquier otra solución. Para hacerlo hace falta partir de la base de que los motivos para participar en el mercado de futuros son la diversidad de las aversiones al riesgo y la de las expectativas (de la información, por tanto). Si abstraemos del primer motivo, el mercado se convierte en un juego de suma cero y de igual valor para todos los agentes (puesto que todos tienen información de igual valor), que es por tanto también nulo. Como por hipótesis los agentes son aversores al riesgo, su utilidad sería mayor si dejaran de participar en una apuesta neutra (fair), que es lo que es el mercado de futuros cuando las expectativas son diversas. Precisamente la situación en la cual todos los agentes poseen la misma información –por ejemplo en (5)– elimina al aspecto apuesta del mercado, estando motivadas en él las actuaciones exclusivamente por la diversidad de las aversiones al riesgo.

El precio dado por (5) representa un límite superior a la eficiencia del precio como transmisor de la información cuando ésta es total. En el contexto de un tanteo walrasiano este resultado se podría obtener de dos maneras: a) La subasta se desarrolla con actuaciones "ingénuas" (basadas en y_i) hasta que se alcance el precio p_f^o de la ecuación (4), y justo "cuando el mercado está a punto de equilibrarse" (Grossman 1976, pag. 577) todos al mismo tiempo pasan a actuar "racionalmente" (de acuerdo con E (p_c/p_f)), puesto que Grossman (1976) ha demostrado que p_f^o (y) refleja toda la información relevante (que resulta ser la media aritmética de los elementos del vertor y); o b) la subasta permite la reconsideración de las propuestas una vez se ha alcanzado el precio de equilibrio (p_f^o).

Cualquiera de las dos hipótesis es inaceptable. La primera implica que existe, además de un proceso convergente de los precios anunciados por el subastador, un acuerdo entre los agentes sobre el momento en el que todos han de dejar de comportarse de una manera para pasar a hacerlo de otra. Un supuesto no más fuerte sería que los agentes sencillamente se comunicasen la información y dedujesen $p_f^*(y)$ directamente. La teoría económica se interesa esencialmente por el funcionamiento de economías descentralizadas y por tanto dejaremos de lado este supuesto.

Por otra parte, si la subasta no da carácter compulsivo a las propuestas realizadas una vez se ha localizado el equilibrio, entonces el participar en ella no compromete a nada y es sencillamente una manera de transmitir y recibir información. Una vez más el supuesto no es sino una tapadora de la comunicación directa de la información entre los agentes.

Hemos localizado dos límites al precio que resultaría de la subasta, que representan respectivamente la transmisión total y la transmisión nula de la información entre los agentes. No es cuestión de elaborar aquí una teoría sobre el comportamiento de los agentes que permita predecir en qué punto se localizaría el precio, pero sí de notar que existe otra dimensión para esta localización. Esta dimensión aparece cuando reconocemos la posibilidad de desaparición parcial de la información (el límite de la cual, su total desaparición, será deducido seguidamente). El precio será uno u otro según cómo sea de eficiente la subasta como transmisora de información y de cuánta de ésta desaparezca.

En realidad el peligro de desaparición de información proviene de los esfuerzos de los agentes para captar la de los demás. Para ilustrar esta situación supongamos que el proceso ha sido repetido muchas veces y que los agentes han llegado a deducir una función de densidad del precio futuro al contado condicionada al precio a futuros observado, la cual tendrá una esperanza $E(p_c/p_f)$ y una varianza var (p_c/p_f). La existencia de esta función es demostrable por reducción al absurdo: si no existiera los agentes se comportarían según (2) y el precio de equilibrio del mercado sería sistemáticamente el p_f^o de (4), y por tanto existiría la función de densidad en cuestión. Ahora bien, esta función relaciona el precio futuro con el precio a futuros de equilibrio, pero los agentes han de basar su actuación en la información suministrada por los precios anunciados por el subastador antes de que se localice el equilibrio, ya que en ese momento las propuestas se convierten en compulsivas. El comportamiento que llamamos "racional" –el basado en $E(p_c/p_f)$– requiere, pues, algún tipo de convergencia de la subasta hacia un punto de equilibrio observable por parte de los agentes, los cuales deben decidir en qué momento dejan de comportarse "ingénuamente" (de acuerdo con $E(p_c/y_i)$), sabiendo que el riesgo de esperar consiste en la localización del precio de equilibrio antes de haber tomado esta decisión. Notemos, sin embargo, que el subastador podría actuar de tal manera que sus anuncios no revelasen a los participantes la aproximación al precio de equilibrio. En este caso, el precio formado sería el p_f^o $(\hat{y})$ y la función $f(p_c/p_f^o(\hat{y}))$ inútil. Esta solución demuestra, pues, que cuando la transmisión es nula la pérdida de información también lo es. Lo que no está garantizado en absoluto es que p_f^o sea ni representativo de los precios formados en los mercados reales ni que no pueda ser Pareto–dominado por un comportamiento inteligente tanto en una subasta walrasiana como en un mercado real donde haya transacciones a precios de desequilibrio.

El supuesto de que hay una convergencia observable por parte de los precios "anunciados" acerca la ficción del subastador al funcionamiento de los mercados reales. En este caso el comportamiento "racional" viene definido por (suponiendo, con fines expositivos, que la función densidad fuera normal):

$$x_i = \frac{E(p_c/p_f) - p_f}{k_i \ \mathrm{var}(p_c/p_f)} \tag{6}$$

Una de las posibles soluciones a la ecuación de equilibrio (3) sería en este caso:

$$\sum^{i} \frac{E(p_c/p_f) - p_f}{k_i \ \mathrm{var}(p_c/p_f)} = 0 \tag{7}$$

que es una solución (única si las funciones esperanza y varianza son continuas) independiente del vector $\hat{y}$.

La solución expresada por la ecuación (7) es una en la cual los agentes están totalmente equivocados, puesto que la toman como transmisora de una información que en realidad no incorpora (el vector $\hat{y}$). Otras soluciones –más verosímiles– aparecerían si sólo desapareciese una parte de la información, por ejemplo porque sólo un sector de los agentes pasase a comportarse "racionalmente" antes de tiempo, o porque los agentes pasasen a depender parcialmente de la información suministrada por el p_f observado, manteniendo una cierta dependencia de la información ex-ante (y_i).

El proceso de subasta se constituye, pues, no sólo en un agregador de la información sino también en un destructor de ella. Ocasionalmente la destrucción es total –si lo fuera sistemáticamente la función de densidad $f(p_c/p_f)$ degeneraría y normalmente la destrucción será parcial.

La conclusión que se ha de extraer del análisis precedente es que en el contexto de información heterogénea y gratuita la solución con subastador no es determinista, sino que estará situada en algún punto indeterminado entre los tres extremos representados por las soluciones (4), (5) y (7), respectivamente la "ingénua", la "racional óptima" y la "racional perversa". Por otro lado, desde el momento en que el sistema de precios competitivos dotado de subastador no tiene una solución determinada (faltos de una teoría sobre el desarrollo de la subasta), no puede afirmarse que sea Pareto–superior al proceso en ausencia de subastador, y sí necesariamente inferior a la solución planificada (cuando el planificador dispone de toda la información presente en el mercado a coste nulo), puesto que esta última puede ser equivalente a la competitiva de información universal –la representada por $p_f(\hat{y})$–, cuyo dominio sobre cualquier otra solución ha sido ya demostrado.[5]

III. El subastador con informacion costosa

El modelo que ahora consideraremos incluye una fuente de información costosa sobre el futuro precio, y supondremos, para aislar el problema, que los agentes que no han pagado para obtenerla no disponen de ninguna otra más que la que puedan obtener a través de la observación del precio corriente.

Aunque formalmente diferente del anterior, el modelo tiene gran similitud con la situación del apartado anterior. Ahora los agentes "informados" determinan un precio similar al p_f^o y a la vista de él los que no lo están pueden deducir la información presente en el mercado: la que tienen los otros agentes. En este caso, sin embargo, la situación dará lugar a la desaparición de los incentivos para captarla a menos que tal deducción no pueda ser realizada de manera perfecta.

Supongamos, pues, el mercado de un bien almacenable que se produce en un momento determinado ("hoy") y que debe irse consumiendo durante un período futuro, que identificaremos con un único mercado futuro ("mañana"). En el mercado actúan agentes especuladores (que pueden ser los mismos productores) cuya función consiste en comprar hoy, almacenar a un coste y vender mañana. Para simplificar, su-

5. Si eliminásemos el supuesto de ausencia total de monopolismo en el mercado de la información, de tal manera que unos agentes tuviesen acceso a mejor información: var $(p_c/y_i) > $ var (p_c/y_j), entonces el mercado a futuros constituiría un juego de suma cero pero en el cual las apuestas no serían neutras. La asignación de recursos conseguida en ausencia de subastador sería todavía más ineficiente que la que se seguiría de su ausencia (definiendo eficiencia como el resultado de la competencia con información universal), pero ambas posiciones no serían Pareto–comparables.

pondremos que mañana la demanda será perfectamente elástica, esto es, independiente de la cantidad almacenada.

El precio que regirá mañana es imperfectamente previsible a un coste (d) a través de la observación de una variable $(\widetilde{\sigma})$:

$$P_2 = \overline{P}_2 + \widetilde{w} \tag{8}$$

$$\widetilde{w} = \widetilde{\sigma} + \widetilde{\xi} \quad E(\sigma) = E(\xi) = E(\sigma\,\xi) = 0 \tag{9}$$

Una función cuadrática de costes de almacenamiento determinará la cantidad almacenada por cada agente. Suponemos neutralidad respecto al riesgo.

$$\pi_i = Z_i\,(p_2 - p_1) - \frac{c}{2} Z_i^2 \tag{10}$$

$$Z_i = \frac{1}{C}\,[E(p_2/\text{información}) - p_1] \tag{11}$$

Donde π_i representa los beneficios obtenidos por el especulador i; Z_i la cantidad almacenada por el mismo agente; p_1 el precio que rige "hoy"; p_2 el de "mañana"; c es un parámetro de la función de costes de almacenamiento; $\widetilde{W}$, $\widetilde{\sigma}$ y $\widetilde{\xi}$ son variables aleatorias.

Supongamos para empezar que el mercado funciona sin subastador. En este caso, y en equilibrio, los agentes "no informados" tienen unas expectativas de beneficios nulas:

$$E(\pi_N) = E\left\{\frac{1}{c}(\overline{p}_2 - p_1)\,(\overline{p}_2 + \sigma + \xi - p_1) - \frac{c}{2}\,\frac{1}{c_2^2}\,(\overline{p}_2 - p_1)^2\right\} = 0$$

lo que implica:

$$\overline{p_2^2} - 2\overline{p}_2\,E(p_1) + E(p_1^2) = 0 \tag{12}$$

Los agentes "informados", por su parte:

$$E(\pi_I) = E\left\{\frac{1}{c}(\overline{p}_2 + \sigma - p_1)\,(\overline{p}_2 + \sigma + \xi - p_1) - \right.$$

$$\left. - \frac{c}{2}\,\frac{1}{c^2}\,(\overline{p}_2 + \sigma - p_1)^2\right\} = d$$

lo que implica:

$$\overline{p}_2^2 - 2\overline{p}_2 \; E(p_1) + E(p_1^2) + G_\sigma^2 = 2cd \qquad (13)$$

Comparando (12) y (13) obtenemos:

$$G_\sigma^2 = 2cd \qquad (14)$$

lo que implica que los agentes N ("no informados") y los I ("informados") sólo pueden coexistir cuando los parámetros del mercado cumplan (14). En caso contrario o todos serán N $(d > G^2/2c)$ o todos I $(d < G^2/2c)$.

Supongamos que todos los agentes son N. En este caso aplica (12), Además, p_1 es constante porque lo es la demanda, y por tanto $p_1 = E(p_1)$ y $p_1^2 = E(p_1^2)$. Finalmente

$$p_1 = \overline{p}_2 \qquad (15)$$

El resultado es un mercado con estabilidad absoluta de precios.[6]

Supongamos ahora que el precio de la información es lo suficientemente bajo como para que todos los agentes estén informados. En este caso se cumple (13), lo que no nos da la distribución de p_1, pero sí una condición que deben cumplir su esperanza y varianza. Además, se puede deducir que $E(p_1) < \overline{p}_2$. En efecto, en caso contrario:

Si $E(p_1) \geqslant p_2$ entonces manipulando (13)

$$\overline{p}_2^2 + [E(p_1)]_2^2 - 2\,\overline{p}_2\; E(p_1) + E(p_1^2) - [E(p_1)]^2 = 2cd - G_\sigma^2$$

sustituyendo $E(p_1)$ por p_2 obtenemos

$$E(p_1^2) - [E(p_1)]^2 \leqslant 2cd - G_\sigma^2$$

$$var(p_1) \leqslant 2cd - G_\sigma^2 < 0$$

lo que es imposible. Esto nos indica que la especulación reduce el precio presente.

Para determinar el comportamiento de p_1 habría que formalizar el

6. Un problema es que (15) implica también $z = 0$. Podríamos eliminar este resultado añadiendo un coste fijo a la función de beneficios (10). En este caso (15) se convertiría en $p_1 = p_2 - k$, que es también fijo, y $z_i = k/c > 0$. Esta modificación no alteraría en absoluto los resultados posteriores y parece preferible omitirla.

mercado "presente". Supongamos que éste viene definido por:

$$Q - I = h_o + h_1 p_1 \qquad h_1 < 0 \qquad I = \sum^{i} z_i$$

donde Q representa la oferta total en el primer período y I el total acumulado por los especuladores. Sustituyendo (11):

$$Q - n \frac{1}{c} (\overline{p}_2 + \sigma - p_1) = h_0 + h_1 p_1$$

donde n es el número de agentes, y finalmente:

$$p_1 = p_1^*(\sigma) = \frac{Q - h_o - \frac{n}{c}\overline{p}_2 - \frac{n}{c}\sigma}{h_1 - \frac{n}{c}} \tag{16}$$

donde se aprecia que p_1 sigue la misma distribución que σ, con

$$E(p_1) = \frac{Q - h_o - \frac{n}{c}\overline{p}_2}{h_1 - \frac{n}{c}}$$

$$\mathrm{var}(p_1) = \frac{-\frac{n}{c}}{h_1 - \frac{n}{c}} G_\sigma^2 < G_\sigma^2$$

Sustituyendo (16) en (13) obtendríamos $\underline{n}$, que resulta ser una complicada función de los parámetros del mercado.

La función que sigue p_1, expresada por (16), indica un valor determinado para cada par (Q, σ). Un valor fijo en un mercado desprovisto de subastador, y donde por lo tanto parece que debería presentarse un cierto tanteo con oscilaciones del precio, se justifica por el arbitraje ejercido por agentes provistos de idéntica información. Un precio inferior a p_1^* implicaría por una parte una oportunidad de realizar beneficios extraordinarios para los agentes que compren y, sobre todo, una pérdida extraordinaria para los que no lo hagan, ya que siendo la demanda a este precio superior a la que correspondería a p_1^* (Q, σ) el resto de los agentes se enfrentarán con una oferta mermada, y por tanto el precio se comportará después como si Q hubiera sido más baja. Por otro lado, cualquier valor superior a p_1^* (Q, σ) implicaría una demanda nula por parte de cada uno de los especuladores, que saben con certeza que el precio ha de bajar.

Ahora bien, el mercado presenta aparentemente incentivos para la aparición de agentes no informados junto a los que lo están. En efecto, los N lo único que tendrían que hacer sería realizar transacciones de acuerdo con el p_1 que observen en el mercado, el cual refleja el valor observado de σ.

No disponiendo la teoría económica de un modelo general de la formación de precios con transacciones en desequilibrio, el tratamiento de este problema es imposible excepto para casos particulares, postulando reglas de comportamiento de los agentes más o menos arbitrarias.

En general, sea cual sea la regla que siga el agente N, éste tenderá a realizar transacciones a precios más elevados que los I (puesto que no sabe distinguir entre un buen precio y un mal precio) y lo hará en una quantía equivocada (puesto que no sabiendo el valor de σ no se puede determinar el volumen óptimo de acumulación). Deducir σ del p_1 particular que el agente encuentra en su transacción no es sino amplificar el error cometido al aceptar un precio equivocado.

En concreto, la política de "esperar y ver" qué nivel adopta p_1 conducirá necesariamente a precios iguales o superiores a $E(p_1/\sigma)$, puesto que toda desviación a la baja del precio respecto de este punto produce un volumen de compras superior al que determinaría $E(p_1/\sigma)$, y por tanto una posterior escasez del producto.

Notemos, por otro lado, que la demanda de los N será función creciente de p_1. En efecto, si ésta fuera constante entonces $E(\pi_N) < 0$ puesto que no sabemos $E(p_1) < p_2$, y es un p_2 cuando $E(\pi_N) = 0$. Si fuese función decreciente el comportamiento se separaría aún más del óptimo, que es el que siguen en todo momento los I.

Pero sin un modelo dinámico del precio no podemos determinar si estos precios peores justifican el ahorrarse el coste de la información.

La cuestión crítica, no es, sin embargo, determinar las soluciones de equilibrio, sino constatar que la posibilidad de realizar transacciones en desequilibrio constituye una penalización para el agente que trata de beneficiarse de la información captada por los demás, y por tanto una limitación a la entrada de este tipo de agentes en un mercado que "pertenece" (en el sentido que el mercado lo sanciona) al dominio de los informados.

Cuanto menor sea el número de agentes I operando en el mercado peor será la situación de los N, puesto que p_1 tenderá a distanciarse más y más de p_1^* (Q, σ), lo que permite enunciar la siguiente

CONJETURA 1: Existen unos n_I y n_N (respectivamente número de agentes informados y de no informados) tal que el mercado sin subastador está en equilibrio.

Donde el equilibrio se define como la anulación de la esperanza neta de beneficios.

Introduzcamos ahora el subastador. Esta ficción implica que las propuestas que hacen los agentes están sometidas a reconsideración hasta que se encuentre el punto de equilibrio, en el cual se convierten en compulsivas.

Si $d < G^2/2c$ (lo que implicaba que todos los agentes eran N) no se dan todavía incentivos para la aparición de agentes I, puesto que la información sigue siendo demasiado costosa. La presencia del subastador no cambia nada.

Sin embargo, si $d > G^2/2c$ y el mercado está de alguna manera dominado por agentes I, el subastador elimina la penalización de la que hablábamos antes, introduciendo un fuerte incentivo a la aparición de agentes no informados, los cuales pueden deducir de la observación de p_1 el valor de σ a través de (16) y comportarse idénticamente a los agentes I pero ahorrándose el pago de d. De hecho todos los agentes tratarán de hacer lo mismo, pero entonces el precio dejará de transmitir información ($p_1 = \overline{p_2}$) y aparecerá un incentivo a estar informado. No existe, pues, una solución de equilibrio en cuanto al número de agentes en el mercado, sino que éste, así como su distribución entre N e I, se convertirá en una variable aleatoria, de forma que p_1 ya no sea totalmente informativo:

$$E(p_2/p_1) \neq E(p_2/\sigma)$$

Para estudiar cómo se comportará el mercado en estas condiciones tenemos que estudiar el comportamiento de un N "infiltrado" en el mercado. Invirtiendo (16) podría deducir σ si conociese el número total de agentes ($n_I + n_N$):

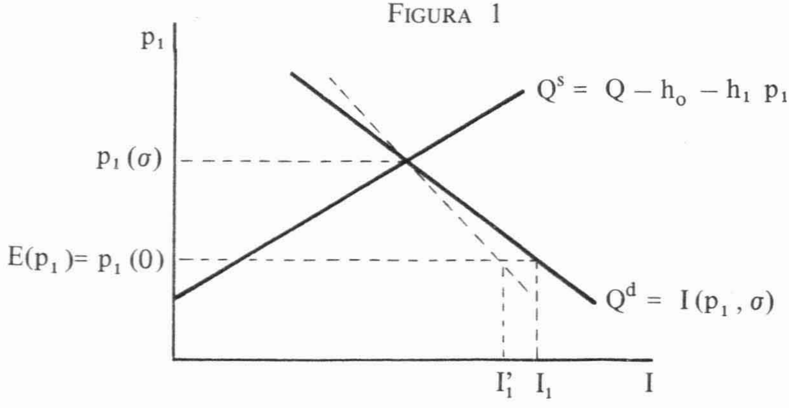
$$E(\sigma/p_1) = \frac{(h_1 - \frac{n_I + n_N}{c})\, p_1 + \frac{n_I + n_N}{c}\,\overline{p_2} - Q + h_o}{-\frac{n_I + n_N}{c}} =$$

$$= g(p_1) \tag{17}$$

ecuación que justifica como racional el comportamiento de los agentes que juzgan el valor de un bien a través de su precio.

De la observación de (17) se deducirá que la propuesta hecha por el agente infiltrado es menor (mayor) que la que hacen los informados cuando el precio anunciado por el subastador es inferior (superior) al de equilibrio –el dado por (16)–. Gráficamente la conversión de agentes I en N tiene como consecuencia el aumento de la pendiente de la curva de demanda en el mercado sin alterar el precio de equilibrio.

FIGURA 1



La figura 1 muestra con línea contínua la demanda cuando la totalidad de los agentes están informados, y con discontinua cuando parte de ellos no lo está. Supongamos que $\sigma > 0$ y que el subastador empiece anunciando $p_1 = E(p_1)$, que corresponde a $\sigma = 0$. Los agentes informados ofrecen comprar $z(p_1, \sigma) = I_1/n$, pero los que no lo están sólo ofrecen $z_1(p_1, O)$, de tal manera que la demanda es sólo I_1'. Cuando finalmente el subastador anuncie $p_1(\sigma)$ tanto los unos como los otros demandaran $z(p_1, \sigma)$ y el mercado se equilibrará. La figura destaca también una importante propiedad del modelo: en este caso no es necesario que los precios anunciados sigan ninguna trayectoria que revele el precio de equilibrio. Si los N son fieles a la ecuación (17) el mercado sólo puede equilibrarse en el momento en que su oferta coincida con la de los I.

Sabemos, sin embargo, que un mercado como el descrito, donde n_I y n_N son constantes, no es de equilibrio, y que estas variables deben ser aleatorias, lo que constituirá "ruido" en el momento de invertir (16).

Supongamos que n_I y n_N siguen una distribución conjunta de equilibrio, es decir, tal que $E(\pi_N) = E(\pi_I) - d = 0$. Supongamos, a efectos meramente expositivos, que los N realizan la inversión de (17) basándose en las esperanzas del número de agentes ($\bar{n}_I, \bar{n}_N$ y $\bar{N} = \bar{n}_I - \bar{n}_N$). En este caso (17) se convierte en:

$$E(\sigma/p_1) = \frac{(h_1 - \frac{\bar{N}}{c})\, p_1 + \frac{\bar{N}}{c}\, \bar{p}_2 - Q + h_o}{-\frac{\bar{N}}{c}} \qquad (17')$$

y la demanda por parte de los N:

$$Z_N = \frac{1}{c}\left[P_2 + \frac{(h_1 - \frac{\bar{N}}{c})\, p_1 + \frac{\bar{N}}{c}\, p_2 - Q + h_o}{-\frac{\bar{N}}{c}} - p_1\right]$$

$$= \frac{1}{\bar{N}}\,[\,-h_1\, p_1 + Q - h_o\,] \qquad (18)$$

y la demanda conjunta por parte de los dos grupos:

$$I^d = n_N\, Z_N + n_I\, \frac{1}{c}\,(\bar{p}_2 + \sigma - p_1)$$

$$= p_1\,(-\frac{n_N}{\bar{N}}\, h_1 - \frac{n_I}{c}) + \frac{n_N}{\bar{N}}\,(Q - h_o) + \frac{n_I}{c}\,(\bar{p}_2 + \sigma) \qquad (19)$$

que es una función lineal de p_1 con pendiente de signo ambíguo. Esta demanda se enfrentará a una oferta residual:

$$I^s = Q - h_o - h_1\, p_1 \qquad (20)$$

El precio de equilibrio se determina por la igualación de (19) y (20), lo que da:

$$p_1 = \frac{(Q-h_o)\dfrac{n_I}{n_N+n_I} + \dfrac{n_I}{c}(\bar{p}_2+\sigma)}{h_1\left(\dfrac{n_I}{n_N+n_I}\right) + \dfrac{n_I}{c}} \qquad (21)$$

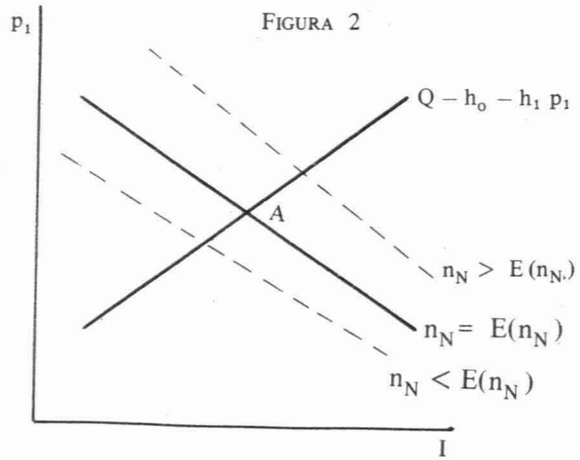
La observación de (21) muestra que el comportamiento de p_1 no sigue en general una distribución manejable aunque n_N (n_I) y σ lo hagan y n_I (n_N) sea constante. Nos limitaremos, pues, a examinar tres posibles casos de la distribución conjunta de n_I y n_N:

a) n_I constante, n_N estocástico:

En este caso la pendiente de (19) depende directamente del valor de n_N, lo que indica que el valor de las elasticidad de la demanda aumenta con el número de agentes infiltrados. Esta menor elasticidad de la demanda es consecuencia del comportamiento racional de aquéllos que de una manera aparentemente irracional aumentan su demanda como respuesta a un aumento del precio, puesto que esto les indica que el bien es "mejor". Si el número de agentes N es suficientemente grande la curva puede llegar a tener pendiente positiva, y incluso a crear situaciones de inestabilidad si llegara a rebasar la de la oferta.[7]

La posición de la recta también depende de n_N. Incrementos de este número aumentan la demanda, desplazándola por tanto hacia la derecha.

FIGURA 2



7. Es importante no confundir este fenómeno de inestabilidad con las "burbujas especulativas", caracterizadas por una demanda que es función creciente de la variación del precio. Aquí la demanda lo es de su nivel.

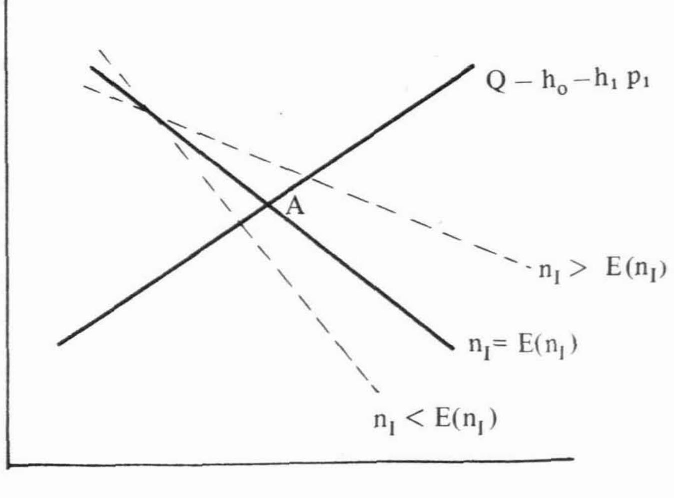
El gráfico 2 ilustra estas influencias del valor de n_N tomando como referencia la demanda cuando $n_N = E(n_N)$, que es el caso en el cual la expectativa de los N es correcta y la inversión de p_1 da un valor de σ que coincide con el observado por los I. Por tanto el punto A coincidiría con el equilibrio que se conseguiría si todos los agentes estuviesen informados (el de la fig. 1) y si $n_I + E(n_N)$ igualase el número de agentes en equilibrio, obtenido a partir de (16) y (13).

Por el contrario, cuando $n_N > E(n_N)$ los N sobrevaloran σ al confundir la demanda proviniente de la presencia de más agentes con una demanda más elevada de lo normal por parte de los I presentes. Lo contrario sucede cuando $n_N < E(n_N)$.

b) n_I estocástica, n_N constante:

En este caso la pendiente de (19) depende inversamente del valor de n_I: más agentes informados implica una demanda más inelástica. La posición de la recta también depende positivamente del valor de n_I, y por el mismo motivo que en el caso anterior.

FIGURA 3



La figura 3 muestra la determinación del equilibrio tomando como referencia el caso en que $n_I = E(n_I)$, único en que los N deducen correctamente σ y su comportamiento se identifica con el de los I. Por tanto el punto A coincidiría con el de los dos gráficos anteriores si el número de agentes lo hiciera en todos ellos.[8] Cuando $n_I > E(n_I)$ los N sobrevaloran σ al confundir un alto número de agentes con una demanda fuerte por parte de cada uno de ellos.

c) $n_I - n_N$ constante:

Ahora sólo la proporción de agentes de una y otra manera es lo que se comporta estocásticamente. Demostraremos que ésta no puede ser una situación de equilibrio.

En este caso (21) se convierte en

$$p_1 = \frac{(Q-h_o)\lambda + \frac{\lambda\bar{N}}{c}(\bar{p}_2 + \sigma)}{h_1\lambda + \frac{\lambda\bar{N}}{c}}$$

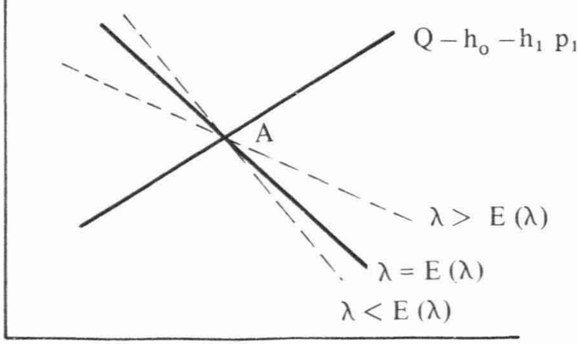
donde $\lambda = n_I/N$, y finalmente

$$p_1 = \frac{Q-h_o + \frac{\bar{N}}{c}(\bar{p}_2 + \sigma)}{h_1 + \frac{\bar{N}}{c}}$$

que como se ve no es función de λ y es por tanto invertible, pudiéndose deducir σ a partir de la observación de p_1 en cualquier caso.

La figura 4 muestra este caso.

FIGURA 4



8. Puede comprobarse fácilmente que las infinitas rectas de demanda coinciden en el punto $p_1 = p_2 + \sigma$, precio, como sabemos, superior al p_1 de equilibrio cuando los agentes están informados, lo que justifica la figura como una situación más probable, aunque no necesaria.

En resumen, los dos primeros casos extremos muestran como a un mismo σ le corresponde una distribución de p_1 representada por los puntos de equilibrio de las figuras respectivas. El mercado digiere imperfectamente la información sobre σ, sobrevalorándola unas veces y subvalorándola otras.

El efecto de la introducción del subastador en el mercado es el de sustituir una serie de transacciones a precios de desequilibrio pero que tienden a situarse en las proximidades del teóricamente de equilibrio por unas transacciones a un único precio, de equilibrio pero equivocado. El subastador elimina la penalización a los agentes infiltrados, por lo que cabe esperar que la varianza del precio de equilibrio respecto del "correcto" (el representado por A en la figura 1) sea mayor que en ausencia de subastador, puesto que es esta varianza lo que penaliza ahora la infiltración. Además, la variación del precio alrededor de A sólo penaliza a los N en ausencia de subastador, puesto que los I mantienen la capacidad de elegir los buenos precios; en cambio, con subastador los I tendrán que realizar las transacciones al precio de equilibrio que se determine.

Este razonamiento puede resumirse en las siguientes conjeturas, que comparan la situación con y sin el subastador tomando como referencia la situación artificial en que todos los agentes están informados (recordemos que la presencia de infiltrados es de esperar en los dos casos):

CONJETURA 2: La presencia del subastador eleva la varianza de las desviaciones del precio respecto del de equilibrio cuando todos los agentes están informados.

Donde es preciso notar que para calcular el precio representativo del proceso en ausencia de subastador haría falta ponderar cada precio formado por el volumen de transacciones realizadas.

CONJETURA 3: La presencia del subastador eleva la esperanza de la desviación de la acumulación total respecto de la que se daría si todos los agentes estuviesen informados.

Esta tercera conjetura no sólo descansa sobre la anterior sino también sobre el hecho de que el número de agentes en el mercado es también estocástico cuando hay subastador.

No podemos enunciar ninguna conjetura referente al número de agentes informados en cada caso (dato importante para calcular el coste social de la obtención de la información), puesto que hemos visto que con subastador pueden darse soluciones con distribuciones de n_I muy diferentes.

Por último, sabemos que el mercado con subastador puede generar situaciones de inestabilidad:

PROPOSICION 1: La presencia del subastador crea a cada apertura del mercado una cierta probabilidad de que el mercado sea inestable.

Una comparación relevante para el bienestar entre las dos posibilidades implicaría comparar la asignación de los recursos y el coste social de la captación de la información en los dos casos. Tal comparación es imposible porque ninguno de los dos estados tiene una solución general conocida. Las conjeturas indican que la asignación de los recursos sería peor con subastador, pero nada se puede decir sobre el número de agentes informados.

IV. CONCLUSION

1. Cuando los agentes que actúan en un mercado son aversores al riesgo y disponen de información heterogénea, gratuita y de igual valor, la presencia del subastador –el que sólo se puedan realizar transacciones en equilibrio– no conduce a una solución determinada a priori, y el precio que realmente se formaría no puede ser identificado con la solución de la ecuación de equilibrio del mercado (oferta igual a demanda). Esta indeterminación es paralela a la que resulta del proceso en ausencia del subastador –cuando se efectúan transacciones a precios distintos del de equilibrio–, y por tanto ambas situaciones son en principio Pareto–incomparables. Por el contrario, cualquiera de los dos resultados resulta Pareto–inferior por una parte a la solución instrumentada hipotéticamente por un planificador en posesión de toda la información, y por otra a la que resultaría de la centralización de toda ella y su posterior distribución a todos y cada uno de los agentes. Es interesante destacar que esta inferioridad no desaparecería si la economía dispusiera del conjunto completo de mercados contingentes, puesto que el mismo tipo de indeterminación se daría en cada uno de ellos.

Por otro lado, la solución de la ecuación de equilibrio del mercado no representa sino un límite inferior a la eficacia de los precios como transmisores de información (cuando esta transmisión es nula). Hace falta destacar, además, que el reconocimiento de la indeterminación del precio cuestiona la validez de los resultados extremos de la bibliografía convencional de las expectativas racionales, esto es, aquéllas que forman los agentes resolviendo la ecuación de equilibrio del mercado.

2. Con información costosa el subastador tiende a destruir el valor privado de ésta, de manera que su presencia en el mercado debe ir

acompañada de ruido que imposibilite su perfecta deducción por parte de los demás agentes. El resultado es otra vez indeterminado, en este caso porque lo es el número de participantes en el mercado. Además, la asignación de recursos puede ser ahora Pareto–inferior a la dinámica de los precios en desequilibrio porque los agentes desconocen el valor predictivo de éstos, el cual puede ser mejor conocido cuando no hay subastador.

3. Por último, la hipótesis de las ER sugiere al mismo tiempo una explicación, a considerar con otras ya conocidas, sobre la inexistencia de procesos de tanteo previos a toda transacción es prácticamente la totalidad de los mercados reales. Lo que sugiere la hipótesis de las ER es que en todo mercado provisto de subastador la información en manos de los agentes tiende a ser difundida a los demás participantes, lo que plantea serios problemas para el funcionamiento del mercado, y que es razonable esperar que la asignación de los recursos fruto de esta situación sería necesariamente Pareto–superior a la que se obtendría en ausencia del subastador.

Si bien es cierto que la Pareto–optimalidad no constituye en general un criterio de organización espontánea de la economía, en el contexto anterior los agentes con acceso monopolístico, real o imaginario, a fuentes de información, se opondrían a la instauración de un mecanismo que parece que tendría que requerir el mútuo acuerdo de todos los participantes para poder existir. La enorme cantidad de recursos privados utilizados en la captación de información referente a mercados especulativos juega en contra de la aparición espontánea del subastador, aunque no pueda demostrarse si tal información no es socialmente excesiva (por ejemplo por duplicación, como aparece en el modelo del apartado III), como señala, entre otros, Hirschieifer (1971).

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

DRAZEN, A.: (1980) Recent Developements in Macroeconomic Disequilibrium Theory, *Econometrica.*

GROSSMAN, S.: (1976) On the Efficiency of Competitive Stock Markets Where Traders have diverse Information, *Journal of Finance.*

HEY: (1981) Equilibrium and Disequilibrium in Economic Theory, *Martin Robertson.*

HIRSCHLEIFER, J.: (1971) The Private and Social Value of the Information and the Reward to Inventive Activities, *American Economic Review.*

NEARY, J.P. y J.E. STIGLITZ: (1979) Towards a Reconstruction of keynesian Economics, *National Bureau of Economic Research.*