CONSTANTINO MARTINEZ GALLUR*

Diferentes tipos de beneficio en modelos lineales de producción con capital fijo

INTRODUCCION

El objeto del presente trabajo consiste en tratar la disparidad de los tipos de beneficio. La igualdad de los tipos de beneficio equivale a afirmar que se cumplen perfectamente las normas distributivas basadas en el reparto del montante de beneficios en relación directa y exclusiva con el capital invertido por cada capitalista; mientras que la existencia de disparidades refleja de algún modo discrepancias con respecto a esta norma.

Nuestra aproximación se centrará en el reparto del volumen de beneficios entre las industrias que componen el sistema.

En este orden de ideas, es preciso distinguir en la distribución del ingreso entre los sujetos que de alguna forma intervienen en el proceso de producción, tres niveles de abstracción y complejidad:

1.– Determinación de la parte de la producción obtenida que se destina a los trabajadores y de la que va a los propietarios de los medios de producción.

2.– Distribución de la masa de beneficios entre los capitales invertidos en las distintas industrias, es decir, entre las diferentes actividades productivas desarrolladas de forma que se pueda deducir el tipo de beneficio correspondiente a cada industrial.

* Universidad de Valencia. Facultad de CC.EE. y EE. 1981.

3.– Obtención del beneficio de cada empresa singular y determinación del tipo de beneficio correspondiente.

En la mayoría de los tratamientos se acepta que la tendencia a la igualación de los tipos de beneficio actua de modo instantáneo (o se evitan las discusiones en torno a los procesos efectivos de igualación). De esta forma la argumentación discurre por sendas simplificadas que oscurecen la diferencia entre los tres niveles señalados en el párrafo anterior.

Por otro lado, si bien la uniformidad de los tipos de beneficio es una derivación clara de un supuesto competitivo aceptable, difícilmente podemos justificar tal resultado por contrastaciones empíricas directas, pues en la realidad lo que encontramos es un abanico de tipos de beneficio efectivos.

Por consiguiente sería muy interesante disponer de un análisis más profundo de los niveles precedentemente citados. Sraffa, por ejemplo, ha estudiado algunos rasgos correspondientes al primer nivel (distribución entre capitalistas y trabajadores y los efectos de alteraciones en esta distribución sobre los precios relativos). Se trataría de extender el análisis a los otros niveles, a fin de conseguir un grado más de aproximación a la realidad. El objeto final de este trabajo es plantear y proponer algunas construcciones teóricas susceptibles de incorporar estructuras diferenciadas de tipos de beneficios industriales. Así podremos analizar un hecho importante: la distribución no uniforme de los beneficios entre los capitalistas, y sus efectos sobre los precios relativos.

Este proyecto de acercamiento a la realidad lo desarrollaremos en un doble sentido, ya que se introduce la disparidad de los tipos de beneficio y se trata explícitamente de manera simplificada, el capital fijo, por medio de la consideración de stocks y flujos en los procesos productivos.

I. EXISTENCIA Y CAMPO DE VARIABILIDAD DE LAS SOLUCIONES CON SIGNIFICADO ECONOMICO

Vamos a tratar la inclusión en un modelo lineal de producción, de diferentes tipos de beneficio industriales. Para ello empezaremos demostrando la posibilidad de que en tal sistema se de algún conjunto de tipos de beneficio y su correspondiente conjunto de precios que tengan significado económico, es decir, que el conjunto de tipos de beneficio sea semipositivo y el de precios estrictamente positivo. Seguidamente perfilaremos las condiciones para que se de esta posibilidad en función del carácter reproductivo del sistema y esta característica nos definirá los márgenes posibles de variación de cada tipo de beneficio.

Veamos el planteamiento formal del modelo:

a) *Producción simple y ausencia de capital fijo*

La técnica queda definida por la matriz cuadrada $A = [a_{ij}]$, (n.n) donde a_{ij} representa la cantidad del bien i que entra en la producción de una unidad del bien j.

Esta matriz es semipositiva e indescomponible pues todas las mercancías producidas son básicas[1].

El sistema de cantidades será: $\sum_{j=1}^{n} a_{ij} q_j + s_i = q_i$ $(i = 1,2,...,n)$ o bien, matricialmente:

$$AQ + S = Q \qquad [1]$$

donde $Q = [q_i]$ es el vector (n,1) de las producciones brutas que ha de ser estrictamente positivo. De donde obtenemos:

$$(I-A)^{-1} S = Q; \qquad S = (I-A)Q \qquad [2]$$

El vector S, (n,1) representa el producto neto producido por el sistema; los s_i serán $s_i \geqslant 0$ y nos indicarán si la técnica empleada es capaz de producir excedente o no.

Los inputs de trabajo directo vendrán definidos técnicamente por el vector L' (1,n): $L = 1_i$.

Cuando estemos exclusivamente preocupados por la distribución entre los capitalistas, consideraremos el vector de salario real dado, $W = d_i$, (1,n) donde d_i representa la cantidad de mercancía i consumida por cada unidad de trabajo. Naturalmente si la mercancía j no es consumida por lo trabajadores $d_j = 0$. Por lo tanto, el vector W será semipositivo. De esta forma L.W. será la matriz de consumos salariales que por sencillez en el cálculo consideraremos incluidos en los coeficientes de producción de la matriz A.

Posteriormente también consideraremos explícitamente el salario y sus variaciones, tratando entonces W como salario monetario.

El sistema de precios será: $(\sum_{i=1}^{n} a_{ij} P_i)\ (1+\pi_i) = P_i$, $(i = 1,2,...n)$ donde π_i es el tipo de beneficio de la industria i, $(\pi_i \geqslant 0)$ y al menos para un i, $\pi_i > 0$.

1. En apartados posteriores incluiremos los bienes no básicos para analizar las posibles interferencias de su consideración explicita en el modelo propuesto.

Matricialmente:

$$PA(1 + \pi) = P \qquad [3]$$

siendo $(1+\pi)$ la matriz diagonal de los $1+\pi_i$, y P el vector (1,n) de precios.

Si consideramos los salarios monetarios, entonces obtendremos:

$$PA(1+\pi) + L'W = P \qquad [4]$$

Veamos la posibilidad de encontrar en [3] un conjunto de π_i que admita un vector P estrictamente positivo. El problema consiste en obtener la condición necesaria y suficiente para que esa situación ocurra[2].

Tal condición necesaria y suficiente es que $PA < P$, lo que equivale a que todos los menores principales de la matriz (I - A) sean positivos[3] Ahora bien, si nos fijamos en el sistema de cantidades [1], observamos que para que exista excedente se ha de cumplir:

$$AQ < Q, (I - A)Q > 0; \text{ donde } Q \gg 0.$$

Por lo tanto todo menor principal de la matriz (I - A) será mayor que cero, y esta es precisamente la condición necesaria y suficiente para que podamos obtener algún conjunto de $\pi_i \geqslant 0$ al que corresponda $P \gg 0$. De esta forma se prueba que en cualquier sistema en el que la técnica utilizada permita obtener un excedente podemos encontrar estructuras de diferentes tipos de beneficio que impliquen vectores de precios con significado económico.

b) *Producción simple y capital fijo*[4]

Hasta ahora hemos supuesto que los inputs empleados se gastaban íntegramente en el proceso de producción. Ahora bien, es importante distinguir entre el stock de un producto i, como cantidad total cuya

2. El primer análisis de este problema lo encontramos en Okishio,[9]. En este artículo plantea, basándose en los esquemas de Marx, la problemática de la competencia intercapitalista para analizar los efectos de la aparición de monopolios sobre la tasa de explotación del trabajo y sobre el sistema de precios de producción. Este temprano analísis lo consideramos plenamente válido para nuestros propósitos en lo referente al sistema de precios de producción.

3. $PA < P$, $P(I - A) > 0$; para que $P \gg 0$ se ha de cumplir que todos los menores principales de cualquier orden de la matriz (I - A) sean positivos. Ver Okishio[9], y demostración en Hawkins, D, y Simon, H.[5].

4. La introducción de capital fijo bajo hipótesis simplificadoras en estos modelos está tomada de: Pasinetti[10], Zaghini[16] Vegara[15], y Giannini[1] .

disposición es necesaria para producir una unidad de j y la cantidad consumida en el período que constituye un flujo.

Así pués, deberemos distinguir las siguientes matrices:

A^+: matriz (n.n) de coeficientes unitarios de capital necesario al inicio del período de producción, tanto capital circulante como fijo $A^+ = A^C + A^F$.

A^-: matriz (n.n) de coeficientes de flujos totales consumidos en el período productivo, formada por los coeficientes de capital circulante y los coeficientes de amortización del capital fijo, $A^- = A^C + A^F D$, siendo D= matriz diagonal (nxn) que nos indica las cuotas unitarias de depreciación.

A^S: matriz (n,n) de coeficientes inmovilizado no consumido durante el período productivo $A^S = A^+ - A^-$.

Deberemos tener en cuenta que, disponiendo de una cantidad de trabajo L_o, si bien como resultado del proceso se obtiene una producción bruta Q, al inicio del mismo se ha de disponer de los stocks correspondientes a la producción del período, tanto de los flujos que serán consumidos como el inmovilizado necesario. Al final del período se obtendrá la producción correspondiente Q y el stock inicial menos los flujos totales gastados, El esquema de funcionamiento sería, pués, el siguiente:

a) *Inicio del proceso de producción*
- Necesidades iniciales $A^+Q= A^C Q + A^F Q=N$, $LQ=L_0$, donde N es el vector de stocks totales.

b) *Final del proceso*
- Se ha producido Q
- Se ha consumido unos flujos totales $A^-Q=A^C Q+A^F DQ$

c) *Resultado del proceso*
- Disponibilidades brutas finales: $Q + A^S Q$
- Disponibilidades netas finales: $(I - A^-)Q + A^S Q$
- Producción neta: $(I - A^-)Q$

Definamos el sistema de cantidades como:

$$A^-Q + S = Q \qquad [5]$$

$$(I-A^{-})^{-1}\ S = Q;\quad S = (I-A^{-})Q \qquad [6]$$

$$A^{+}Q = N \qquad [7]$$

El sistema de precios será ahora:

$$P = PA^{-} + PA^{+}\ \bar{B} + wL \qquad [8]$$

siendo $\bar{B}$ la matriz diagonal de los π_i. El sistema [8], también podemos expresarlo como:

$$P + PA^{S} = PA^{+} + PA^{+}\ \bar{B} + wL \qquad [9]$$

Finalmente, si como hicimos en la formulación [3] consideramos los salarios reales dados, como una cesta de mercancías incluida en los medios de producción, entonces:

$$P = PA^{-} + PA^{+}\ \bar{B} \qquad [10]$$

Ahora analicemos cual es el campo de variabilidad de cada π_i compatible con la reproducción del sistema. Se entiende que la permanencia del sistema a lo largo del tiempo (reproducción) exige que cada industria continue activa. Por eso, el tipo beneficio de un sector no deben implicar tipos negativos en otros. Para ello plantearemos nuevamente la condición de existencia de $P \gg 0$ considerando explícitamente en tal condición la matriz de distintos tipos de beneficio.

Tratemos de nuevo el sistema [8], que podemos expresar como:

$$P = P\ [\ A^{-} + A^{+}\ \bar{B}] + wL$$

entonces $P = wL\ \ [I - (A^{-} + A^{+}\ \bar{B})]^{-1}$, donde si $[I - (A^{-} + A^{+}\ \bar{B})]^{-1} > 0$ entonces $P \gg 0$

Para que $[I - (A^{-} + A^{+}\ \bar{B})]^{-1} > 0$ se ha de cumplir que el valor propio máximo de la matriz $(A^{-} + A^{+}\bar{B})$ sea menor que la unidad[5]. La condición necesaria y suficiente para que esto ocurra es que exista un vector semipositivo tal que verifique que cada i, que:[6]

5. Teorema de Perron-Fronbenius. Ver por ejemplo, Pasinetti[11], pág. 315-324.

6. Ver en apéndice 1 la demostración de esta condición. En Grillo[3] págs. 202-205 se encuentra propuesta una condición similar para el caso de existencia exclusivamente de capital circulante.

$$\bar{b}_i = \pi_i \leqslant \frac{y_i}{x_i\, y_i + \sum_j \alpha_{ij}\, z_j} \qquad [11]$$

Donde y_i es el elemento i-iésimo del vector, Y, y x_i el de Y, estando ambos vectores relacionados de manera que X = $(I\text{-}A)^{-1}$ Y; X = $A^{-}X$ + Y,; $A^{-}X$ = X-Y, en realidad X e Y son casos particulares de productos bruto y neto obtenidos con la técnica en uso. Los α_{ij} representan los elementos de la matriz $(I\text{-}A-)^{-1}$, llamada "inversa de Leontief", indicando cada uno de ellos la cantidad total de mercancía i-ésima que es necesaria en el conjunto del sistema para obtener una unidad de j como excedente. Finalmente, z_i es el elemento j-ésimo del vector Z = A^SY indicando cada elemento j la cantidad de esa mercancía necesaria como stock no consumido para obtener un vector de producción neta Y. Así, el denominador de [11] expresa la cantidad de i utilizada directamente como flujo por las demás industrias más el total de flujos necesarios -directa e indirectamente- para producir el inmovilizado no consumido preciso para obtener un vector Y de producción neta.

Esta condición nos indica que dado el sistema definido por [5] y [8], una determinada estructura de tipos de beneficio (expresada por la matriz B), es compatible con la reproducción del sistema, y por tanto, permite obtener precios positivos, si en las condiciones dadas, la técnica existente es capaz de obtener un vector de excedente Y y la correspondiente producción bruta X que cumplan [11] ; y esto con independencia de que tal como indica [5] se esté obteniendo efectivamente una producción Q y un excedente S.

La condición [11] añade a la existencia de excedente que vimos anteriormente, las restricciones que son resultado de la introducción de la matriz B para obtener P $\gg$ 0, permitiéndonos determinar los límites de las posibles variaciones de cada π_i.

Para estudiar estos límites insistamos en el significado económico de [11]. El vector X representa las producciones brutas potenciales y el Y los excedentes potenciales de mercancía. Entonces, la condición para que exista P $\gg$ 0, con diferentes π_i, es que $\forall_i$:

$$\pi_i \leqslant \frac{y_i}{x_i - y_i + \sum_j \alpha_{ij} z_j} = g'_i \qquad [11]$$

siendo g'_i la tasa de excedente potencial definida sobre los inputs utilizados (como flujo y como stock).

El π_j máximo de una industria compatible con la reproducción 0 del sistema será

$$\pi_{j\ \max.} = \frac{y_j}{\chi_j - y_j + \sum_i \alpha_{ji} Z_i} = g_j{}^*$$

cuando el vector $Y, y_i = 0, \forall_i, i \neq j$

y en $(1+\pi)$, $\pi_i = 0$, $\forall_i$, $i \neq j$.

El campo de variabilidad de cada π_j será: $0 \leqslant \pi_j \leqslant g_j{}^*$

Hasta ahora hemos considerado el sistema [8], pero este mismo resultado es obviamente aplicable al caso de ausencia de capital fijo, representado en el sistema [4]. En esta situación se simplifica la condición:

$$\pi_i \leqslant \frac{y_i}{\chi_i - y_i} = g_i, \forall_i \qquad [12]$$

Expresión que nos relaciona directamente la tasa de excedente potencial de cada mercancía con el respectivo tipo de beneficio.

Consideremos finalmente un modelo de dos sectores para poder representar gráficamente lo que hemos planteado en este apartado:

Llamemos

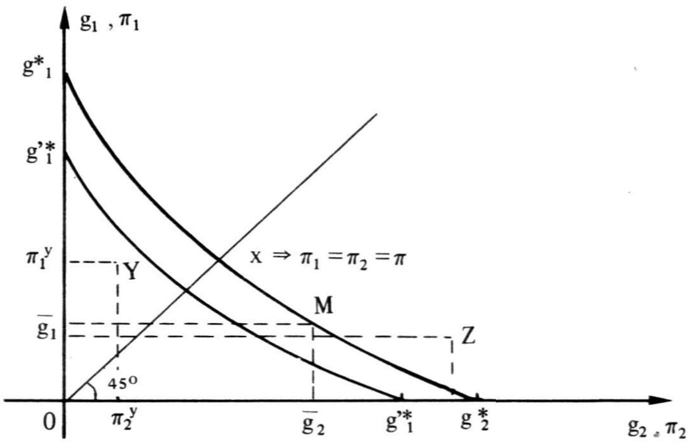
$$g_1 = \frac{y_1}{\chi_1 - y_1} \quad ; \quad g_2 = \frac{y_2}{\chi_2 - y_2}$$

$$g'_1 = \frac{y_1}{\chi_1 + \alpha_{11} Z_1 + \alpha_{12} Z_2 - y_1} \quad ; \quad g'_2 = \frac{y_2}{\chi_2 + \alpha_{21} Z_1 + \alpha_{22} Z_2 - y_2}$$

Representemos gráficamente el campo de variabilidad de los tipos de beneficio π_1 y π_2. del sistema de dos industrias y dos mercancías podemos obtener la expresión: $g_1 = f(g_2)$, que nos indica la relación entre g_1 y g_2. Cuya representación gráfica sería[7].

7. Del sistema de cantidades obtenemos $g_1 = f(g_2)$ cuya representación gráfica corresponde a un hipérbola, el signo de cuyas asíntotas depende de los valores de los coeficientes de producción, en concreto del signo del determinante de la matriz de coeficientes técnicos, resultando el tramo con significado económico (el que corta a los ejes del primer cuadrante) cóncavo o convexo con respecto al origen según el valor del determinante sea positivo o negativo. La representación gráfica expuesta, corresponde al caso en que $a_{11} / a_{21} < a_{12} / a_{22}$, esto es, la industria uno es relativamente más intensiva en la utilización de la mercancía 2, y la industria

.../...



Dada la técnica del sistema tenemos definida la curva g^*_1 g^*_2. Cualquiera que sea la combinación efectiva de tasas de excedente físico (por ejemplo $M(\bar{g}_1\ \bar{g}_2)$ tenemos definido el conjunto de combinaciones posibles de π_1 ' π_2, que permiten la reproducción del sistema; éstas serán las representadas por el área interior de (g^*_1 o g^*_2). De tal forma, que la combinación $Z(\pi_1^z\ ,\ \pi_2^z)$ es incompatible con la reproducción del sistema (se obtendría algún precio negativo), y la combinación $Y(\pi_1^y\ ,\ \pi_2^y)$ o las representadas por la bisectriz $\overline{OX}(\pi_1 = \pi_2)$. permiten obtener conjuntos de precios positivos.

Esto quiere decir que el conjunto de tipos de beneficio compatibles con la reproducción del sistema queda ampliado de las combinaciones representadas por $\overline{OX}$ (cuando consideramos un tipo de beneficio uniforme) a todas las contenidas en el área (g^*_1. o g^*_2) en el estudio de los diferentes tipos de beneficio industriales.

El que las combinaciones posibles de π_1, π_2, se situen en la línea g^*_1 g^*_2, o por debajo de la misma, estará directamente relacionado con la magnitud del salario real: si w real $= 0$, las combinaciones de π_1 y π_2 pueden estar situadas en cualquier punto de la línea g^*_1 g^*_2 ; si w real > 0, estarán situadas en cualquier punto interior y finalmente si L.w real absorbe todo el excedente producido, entonces $\pi_1 = \pi_2 = 0$ es decir, la combinación representada por el origen de coordenadas.

.../...

dos lo es de la 1, por lo tanto, el valor del determinante es menor que cero y la curva que representa $g_1 = f(g_2)$ convexa.

II. TRATAMIENTO DE LOS DIFERENTES TIPOS DE BENEFICIO TIPO BASE Y MATRIZ DE DESVIACIONES

Analizada la posibilidad de encontrar, con diferentes tipos de beneficio industrial, conjuntos de soluciones con significado económico que permitan la reproducción del sistema, nos ocuparemos ahora de la determinación adecuada de las variables y del tratamiento que se debe dar a los diferentes tipos de beneficio.

En el sistema [4] o en el [8], disponemos de n ecuaciones independientes y de 2n incógnitas posibles. Es decir, n-1 precios relativos, w, y los n posibles tipos de beneficio. Este exceso de incógnitas sobre ecuaciones lo deberemos solventar a base de reducir los grados de libertad existentes en el modelo.

Una forma de introducir los diferentes tipos de beneficio en un esquema de interdependencia industrial, consiste en el tratamiento de los mismos mediante una matriz de disparidades, definida tomando como referencia uno cualquiera de los π_i [8]. De esta forma, dado uno cualquiera de los π_i y la matriz de disparidades (Z), podremos determinar los n-1 precios relativos y w, definiendo además en estas condiciones una mercancía patrón que sirve como medida invariable de valor[9]. La ventaja de este planteamiento estriba en tratar la consideración de los diferentes tipos de beneficio como una condición impuesta al sistema del mismo modo que las condiciones técnicas, de tal forma que permite indagar la construcción de una mercancía patrón considerando la matriz de disparidades conjuntamente con la matriz técnica.

Analíticamente este procedimiento queda planteado de la siguiente forma: teníamos, $P = PA(1+\pi) + Lw$; o, $P = PA^{-} + PA^{+}\bar{B} + wL$. Definimos la matriz de disparidades Z_j como la matriz diagonal tal que $Z_j = [{}^{1+\pi_1} / {}_{1+\pi_i}]$; $\bar{Z}_j = [{}^{\pi_1} / {}_{\pi_j}]$ de tal forma que $1+\pi = Z_j(1+\pi_j)$; $\pi = \bar{Z}_j\pi_j$, quedando entonces el sistema, $P = PA\,Z_j(1+\pi_j) + Lw$, o bien $P = PA^{-} + PA^{+}\bar{Z}_j\,\pi_i + wL$, π_j es tomado arbitrariamente; así, puede considerarse como el menor de los π_i y de esta forma los elemen-

8. Planteamiento seguido por Mauriçon[7], también Lunghini[20] y además Giannini[2], aunque éste propone también el tipo de beneficio medio que veremos a continuación.

9. La demostración será desarrollada en el apartado III. Resaltamos la importancia de un planteamiento adecuado del sistema en estas condiciones ya que algunos de los trabajos que se han ocupado de este tema en el esquema de Sraffa pretendían, partiendo de un planteamiento inadecuado, en el que ya estaba implícita la conclusión a la que se quería llegar, justificar la crítica que interpreta la uniformidad del tipo de beneficio, como condición necesaria para la existencia de unidad invariable de medida, ver: Cartelier y Morucci[17 18], Maurisson[7] y Deleplace[19].

tos de la diagonal principal de Z serán todos mayores que 1 y $z_{jj} = 1$, o puede tomarse cualquiera de los otros π_i por ejemplo el mayor de todos, con lo que el resultado que obtendremos será el inverso del anterior.

El inconveniente de este planteamiento es que se obtendrán tantas matrices de disparidades como tipos de beneficios industriales existan, por lo cual, tanto la mercancía patrón como R no son únicas y dependen del π_i; tomado como referencia.

Surge así la importancia de definir un tipo de beneficio de referencia que no pueda ser elegido arbitrariamente y que le de un sentido único a la matriz de disparidades. Algunos autores[10] proponen a este respecto el tipo de beneficio medio del sistema ($\bar{\pi}$) ; $\bar{\pi}=\frac{PA\ \pi\ Q}{PAQ}$, siendo π una matriz diagonal con elementos $[\pi_{ii}]$ y Q el vector dado de producción bruta.

Así queda definida una sola matriz de disparidades, pero sin embargo este tipo de beneficio medio variará con la escala de producción del sistema y con cualquier alteración en la composición del producto bruto[11]. Este problema adicional es importante pues al no variar $\bar{\pi}$ únicamente ante las alteraciones de w, sino también con las del nivel de producción o composición de la misma, nos obliga a definir la relación $\bar{\pi}$, w para cada nivel dado de mercancías producidas, si bien la limitación obviamente desaparece cuando se supongan cantidades dadas.

Esta solución no nos parece correcta y está basada en una interpretación poco adecuada del esquema sraffiano. La consideración de cantidades dadas en Sraffa significa que la determinación de las variables y las relaciones entre ellas son definidas con independencia de cuales sean las cantidades producidas y no que se determinen para cada nivel de producción y composición de la misma[12].

Llegados a este punto nos encontramos con la necesidad de buscar un tipo de beneficio de referencia que escape a los inconvenientes planteados y nos sirva para definir la matriz de disparidades como una matriz de desviaciones de los tipos particulares con respecto de aquel. Este tipo de beneficio es precisamente el propuesto por Sraffa, es decir, aquel que se obtiene en el sistema cuando consideramos un mismo tipo

10. Giannini[1] y también Nardozzi[8].

11. Estos autores lo expresan indicando que contradice la posibilidad de considerar en cierto modo, separados, el sistema de precios y el de cantidades. Giannini[1] pág. 353. Un desarrollo reciente sobre las implicaciones del tipo de beneficio medio en el análisis de la distribución, está realizado en Perez,[12].

12. "La investigación se ocupa exclusivamente de aquellas propiedades del sistema económico que no dependen de variaciones en la escala de producción o en las proporciones de los factores". Sraffa[13].

de beneficio para cada industria[13]. Este tipo de beneficio, que llamaremos tipo "base", reune todas las ventajas comentadas anteriormente y ninguno de los inconvenientes, permitiéndonos tratar cada conjunto de tipos de beneficio mediante una única matriz de desviaciones de los mismos respecto del base, el cual queda determinado con independencia de la escala de la producción y la composición de la misma.

El sistema $P = PA(1 + \pi) + Lw$, quedará planteado definitivamente de la siguiente forma:

$$P = PAK(1 + r) + Lw \tag{13}$$

siendo K la matriz diagonal, $K = [{}^{1+\pi_i} / {}_{1+r}]$, donde r es el tipo de beneficio correspondiente al caso de uniformidad.

De la misma forma, el sistema [8] lo formularemos de acuerdo con la matriz de desviaciones respecto a r:

$$P = PA^{-} + PA^{+}\bar{K}r + wL, \tag{14}$$

siendo K la matriz diagonal $\bar{K} = [{}^{\pi_i} / {}_{r}]$

III. Analisis de la distribucion
Diferentes niveles y unidad de medida

Planteado el modelo mediante los sistemas [13] y [14] analizaremos en este apartado los diferentes niveles de alteraciones en la distribución del valor del excedente:

A–Alteraciondes de la distribución entre salarios y beneficio base, permaneciendo constante la matriz de desviaciones K.

B– Alteración de la distribución del montante de beneficios entre las industrias, es decir, variación de la matriz K, lo que significa variación de la distribución en el interior de la clase capitalista.

13. Esto es, $PA(1+r)+ Lw = P$, siendo $1+r = 1+\pi_1 = \cdots = 1+\pi_n$. Esta propuesta es coincidente con la idea de Steedman de un escalar r que represente el "nivel general de beneficios" multiplicado por una matriz que indique las magnitudes relativas de los tipos de beneficio en los diferentes procesos. Steedman[22] págs. 81.

Los precios relativos pueden variar por cualquiera de las dos modificaciones contempladas de la distribución. Así pues, deberemos investigar ante cada una de ellas la existencia o no de una medida invariable del valor.

a) *Estructura constante de desviaciones de los tipos de beneficio (K), variaciones de r y w.*

Este es el caso de una alteración de la distribución entre las clases capitalistas y trabajadora, permaneciendo la estructura de la distribución en el interior de cada clase. Para los capitalistas el tipo de beneficio obtenido en una industria representa un índice del poder de mercado. La hipótesis que realizamos (constancia de K) implica que no existen variaciones en la jerarquía de poder de mercado y por lo tanto, al variar la distribución entre salarios y beneficios, los diversos tipos de beneficios industriales mantienen constante la relación entre sí.

La matriz K está considerada en pie de igualdad con la matriz técnica, es decir, las desviaciones de los π_i constituyen una característica estructural de la economía que viene impuesta al sistema en el momento del análisis de la misma forma que la matriz de coeficientes técnicos.

Ahora los sistemas utilizados son alternativamente:

$$P = PAK\,(1 + r) + Lw \qquad [13]$$

siendo K la matriz diagonal $K = \left[\dfrac{1+\pi_i}{1+r}\right]$, en el caso de que no consideremos stocks y,

$$P = PA^{-} + PA^{+}\bar{K}\,r + wL \qquad [14]$$

$\bar{K} = (\pi_i\ /\ r)$; si consideramos flujos y stocks. La [14], la podemos expresar como: $P = PA^{-}K\,(1 + r) + PA^{S}\bar{K}r + wL$

En base a la obtención de la mercancía patrón cuando se propone uniformidad de tipos de beneficio con solo capital circulante y a la formulación actual del sistema, investigaremos la obtención de una unidad invariable en estas condiciones.

Sea:

$$A^{-}KQ^{*}(1+R) + A^{S}\,\bar{K}Q^{*}R = Q^{*}\ ;\quad LQ^{*} = 1 \qquad [15]$$

el sistema patrón, siendo,

$$Y^{*} = (I - A^{-}K)Q^{*} \text{ la mercancía patrón.} \qquad [16]$$

Del sistema [15] podemos obtener:

$$A^{-}KQ^{*} + A^{-}KQ^{*}R + A^{S}\bar{K}Q^{*}R = Q^{*}$$

$$(A^{-}K + A^{S}\bar{K})\,Q^{*}R = I\,(I - A^{-}K)Q^{*} = Y^{*}$$

por lo tanto:

$$A^{-}KQ^{*} + Y^{*} = Q^{*} \qquad [17]$$

expresión que nos permite garantizar la existencia de $Q^{*} \gg 0$, siempre que el autovalor máximo de $A^{-}K$ sea menor que la unidad[14].

Veamos ahora una forma de obtener Y^{*} como medida invariable ante cambios en la distribución. Para ello transformaremos [14] en la formulación correspondiente a "sectores integrados verticalmente"[15].

$$P = PA^{-}K + PA^{-}Kr + PA^{S}\bar{K}r + wL$$

$$PA^{-}Kr + PA^{S}\bar{K}r + wL = P\,(I - A^{-}K)$$

$$P = P(A^{-}K + A^{S}\bar{K})\,(I - A^{-}K)^{-1}\,r + wL\,(I - A^{-}K)^{-1}$$

$$M = (A^{-}K + A^{S}\bar{K})\,(I - A^{-}K)^{-1}$$

$$m = L\,(I - A^{-} - K)^{-1}$$

$$P = PMr + wm \qquad [18]$$

que es la expresión del sistema en base a los llamados "sectores integrados verticalmente".

Analicemos el significado de [18]. Cuando $K = I$ (y por lo tanto $\bar{K} = I$) cada columna de **M** indica el vector de la cantidad de las distintas mercancías que indirecta y directamente son necesarias para obtener una unidad de producción neta de la mercancía correspondiente. Con respecto a m, el significado es el mismo referido al trabajo directo e indirecto.

Cuando $K \neq I$, el significado no es estrictamente el expuesto, pues en este caso la matriz **M** contiene un parámetro estructural de distri-

14. A^{-} es semipositiva e indescomponible y por lo tanto, también lo será $A^{-}K$. El teorema de Perron-Frobenius nos garantiza la existencia de un vector propio Q^{*} cuyos componentes son todos estrictamente positivos.

15. Pasinetti[10].

bución (K) y no solo los datos tecnológicos. Esto no impide que, al suponer K similar a A, podamos seguir interpretando M como requisitos totales de inputs, ya que las relaciones entre precios relativos, tipo base de beneficio y salario, serán del mismo tipo que cuando K = I.

Así, dado un vector de producción neta $Y = (I - A^{-}K)\,Q$; MY representa el vector de los medios de producción necesarios para su obtención (teniendo en cuenta la consideración de la matriz K) [16].

$$MY = M(I - A^{-}K)\,Q = (A^{-}K + A^{S}\bar{K})\,(I - A^{-}K)^{-1}Q = A^{-}KQ + A^{S}\bar{K}Q$$

La mercancía tipo, que estamos buscando, será una mercancía compuesta que estará formada por las mismas mercancías y en la misma proporción que se encuentran en el conjunto de sus medios de producción (en el caso que estamos tratando afectado todo ello por la matriz K). Se utilizará entonces como unidad de medida la cantidad de esa mercancía que constituya el producto neto de un sistema de tal dimensión que emplease todo el trabajo disponible.

Mediante la formulación [18] el problema se reduce a ver si existe un vector de producción neta Y* tal que MY* esté compuesto por las mismas mercancías y en la misma producción que Y*, $MY^* = \lambda^* Y^*$, siendo $mY^* = 1$

Dadas las características de la matriz M (semipositiva e indescomponible), por los teoremas de Perron-Frobenius, podemos asegurar la existencia, positividad y unicidad del vector Y*. Haciendo $1/\lambda^* = R$; $MY^* = 1/RY^*$ podemos probar que el vector $(I - A^{-}K)Q^*$ cumple la condición expuesta.

$$M(I - A^{-}K)\,Q^*R = (I - A^{-}K)Q^*$$

$$A^{-}KQ^*R + A^{S}K\,Q^*R = (I - A^{-}K)Q^*$$

que es precisamente el sistema patrón [15] del que hemos partido.

$$A^{-}KQ^*\,(1 + R) + A^{S}\bar{K}\,Q^*\,R = Q^*$$

16. Una argumentación similar la podemos encontrar en Giannini[2], si bien en el desarrollo que realiza se limita a capital circulante, K no va referida al tipo de beneficio base y no hace explícita la Y*.

Entonces:

$$\begin{aligned}
PMr + wm &= P\\
PMY^* r + wmY^* &= PY^*\\
MY^* &= 1/RY^*\\
mY^* &= 1\\
PY^* r/r + w &= PY^*\\
PY^* &= 1\\
r &= R(1 - w)
\end{aligned}$$

Vemos de esta forma[17] como la RNP (Y*) que hemos obtenido cumple la misma función de medida invarible que en la situación de unicidad de tipos de beneficio, y así mismo esta construcción permite seguir explicitando de forma clara y rigurosa el carácter antagónico de la distribución entre clases (referida en este caso al tipo de beneficio base y no al tipo medio), concluimos que el rigor formal del esquema de Sraffa, no se ve limitado por la consideración de una estructura dada de desviaciones de los π_i, y sin embargo se amplía su potencialidad explicativa, dando así un primer paso de aproximación a la realidad.

Nos parece interesante destacar que con esta consideración se entiende mejor la propuesta Sraffiana sobre el tipo de beneficio dado: "el tipo de beneficio, en cuanto que es una razón, tiene un significado que es independiente de cualquier precio, y puede ser, por tanto "dado" antes que los precios sean fijados. Es así susceptible de ser determinado desde fuera del sistema de producción, en especial, por el nivel de los tipos monetarios de interés"[18]

Adquiere entonces una coloración especial el concepto de Sraffa de "tipo de beneficios" en lugar de "tipo de beneficio", destinado a subrayar su interés por el concepto estructural de la relación global entre beneficios totales y capital social total[19]. Así queda constituida como magnitud ideal que sirve de punto de referencia efectivo para orientar los comportamientos concretos. Al prolongarse su validez cuando debilitamos algunos supuestos de partida, cobra mayor sentido todavía aquella aproximación radical.

Este concepto de "tipo de beneficios" conincide punto por punto con el tipo de beneficio que nosotros llamamos "base". Es el resultado

17. Para la formulación (13), cuando $A^S = 0$ y $A^- = A$, la matriz **M** se simplifica en $AK(I - AK)^{-1}$.; el sistema patrón (15) quedará en $AKQ^* (1+R) = Q^*$ y la renta nacional patrón (16) $Y^* = (I - AK)Q^*$.

18. Sraffa, (13), pág. 55.56.

19. Véase Harcourt[4], pág. 14 nota.

de llevar el nivel de abstracción hasta el grado de no considerar las tendencias que se oponen o dificultan a la igualación de los tipos de beneficio efectivos. Pero aunque su existencia no sea observable, parece natural aceptar que no constituye una pura invención teorética, pues el mundo de los negocios acepta la presencia de un tipo de beneficio normal que condiciona sus planes y expectativas, aunque juegue asimétricamente. Queda así justificado tomar este concepto como tipo único de referencia para considerar diferentes tipos de beneficios industriales como desviaciones de éste.

b) *Variaciones de las desviaciones de los tipos de beneficio respecto del base.*

Investigaremos ahora la variación de la distribución en el interior de la clase capitalista. En la formulación que estamos utilizando [14] esto quedará representado por una alteración de la matriz K.

Es decir:

Situación I: $P_1 = P_1 A^- + P_1 A^+ K_I r + wL$

Situación II: $P_2 = P_2 A^- + P_2 A^+ \bar{K}_{II} r + wL$

En el paso de I a II se altera K y por lo tanto variará el vector P, aun manteniendose las mismas r y w [20]. Mediante el método que estamos utilizando, observamos que la mercancía patrón difiere de una situación a otra:

$$P_1\ Y^*_I = P_1\ (I - A^-\ K_I)\ Q^*_1 \neq P_2\ Y^*_{II} = (I - A^-\ K_{II})\ Q^*_2$$

ya que variará la matriz K, en base a la cual está definida; por la misma razón: $R_I \neq R_{II}$; $P_1 \neq P_2$; $Q^*_1 \neq Q^*_2$

Observamos pues, la imposibilidad con este procedimiento de obtener una unidad de medida invariable que permita medir este tipo de alteraciones.

Esta imposibilidad es inherente al método, ya que está basado en considerar la matriz de desviaciones de los tipos de beneficio al mismo nivel que la matriz técnica. Para analizar variaciones de esta naturaleza deberemos investigar la obtención de una Y* distinta de la anterior.

Recordemos como se justifica la invariabilidad de la renta nacional patrón, cuando los precio son calculados de forma que propor-

20. Podemos plantear también el caso más general en el cual el paso de 1 a 2 suponga también la alteración entre r y w. En este apartado consideraremos indistintamente r constante o variciones de r y K conjuntamente, esto es debido a que el resultado que se obtiene abarca ambos casos.

cionen la misma tasa de beneficio en todas las industrias.

"Los fundamentos de la unidad de medida invariable se apoyan sobre la posibilidad de establecer relaciones en términos físicos entre inputs, producto neto y output, es decir, cálculo de un sistema dimensionado de tal forma que se den ciertas "proporciones equilibradoras". De esta forma nos encontramos con un sistema que permite obtener el tipo de beneficio (cuando el salario se expresa como un porcentaje del producto neto) independientemente de los precios. Estas proporciones deben repetirse 'recurrentemente' en todos los estadios lógicos precedentes. Estas dos condiciones pueden resumirse en:

$$Q^*_t = AQ^*_t(1+R) = Q^*_{t-1}\ (1+R)\ \forall\ t\ (t = 0, -1, -2, \ldots, -\infty)$$ [21]

referida esta última condición al sistema [13] con K = I. Y así obtenemos:

$$Y^*_t = (I - A)Q^*_t \qquad \text{siendo} \qquad W = wY^*_t \ ; \ LQ^*_t = 1 \ ; \ Y^*_t = AQ^*_t R$$

$$y^*_t = wY^*_t\, LQ^*_t + rAQ^*_t \qquad\qquad Y^*_t = wY^*_t + r/R\, Y^*_t$$

relación entre r y w en términos físicos independiente de precios.

Centrémonos en primer lugar en la búsqueda de un sistema auxiliar que permita el cálculo de r y w independientemente de los precios cuando existen flujos y stocks. Esto es, investigaremos en primer lugar la existencia de unidad de medida invariable en [14] cuando existe uniformidad de los tipos de beneficio (K = I) para posteriormente generalizarlo al caso de $K \neq I$.

En [14] con K = I; $PQ = PA^- Q + PA^+ Qr + wL\,Q$ vemos que r es igual a

$$r = \frac{P(I - A^-)\,Q - wL\,Q}{PA^+\,Q}$$

Obviamente en este caso para calcular r debemos de conocer los precios.

Estudiaremos el cálculo de un sistema dimensionado que permita obtener r y w (su relación) independientemente de precios. Sea el sistema patrón

$$A^- Q^* (1+R) + A^S Q^* R = Q^* \tag{19}$$

o en las formulaciones equivalentes

$$A^- Q^* + A^+ Q^* R = Q^* \tag{19a}$$

21. Pérez[12], pág. 376, donde se encuentra un desarrollo completo de esta argumentación.

$$A^{+} Q^{*} (1 + R) = Q^{*} + A^{S} Q^{*}; \text{ siendo } LQ^{*} = 1, \text{ y}, \quad [19b]$$

$$Y^{*} = (I - A^{-}) Q^{*}, \text{ la mercancía patrón} \quad [20]$$

Este sistema cumplirá las condiciones de mantener las "proporciones equilibradas" entre outputs e inputs y de "recurrencia", por lo tanto:

$$(I - A^{S}) Q^{*}_{t} = A^{-} Q^{*}_{t} (1 + R) = (I - A^{S}) Q^{*}_{t-1} (1 + R)$$

$\forall t \; (t = 0,1,\ldots,\infty)$

del sistema [19] podemos obtener:

$(A^{-} + A^{S}) Q^{*}R = (I - A^{-})Q^{*}$; $A^{+} Q^{*}R = Y^{*}$, y por lo tanto:

$$A^{-} Q^{*} + Y^{*} = Q^{*} \quad [21]$$

expresión que nos permite garantizar la existencia de $Q^{*} \gg 0$ al ser A^{-} semipositiva e indescomponible[22].

Así, en [19], con cualquiera de las formulaciones, [19a], [19b] y $LQ^{*} = 1$, tenemos un total de $n+1$ ecuaciones que nos permiten obtener los q^{*}_{i} y R de tal forma que para cada mercancía obtenemos:

$$1+R = \frac{q^{*}_{i} + \sum_{j} a^{s}_{ij} q^{*}_{j}}{\sum_{j} a^{*}_{ij} q^{*}_{j}} = \frac{q^{*}_{j} + \sum_{i} a^{s}_{ji} q^{*}_{i}}{\sum_{i} a^{*}_{ji} q^{*}_{i}} = \cdots\cdots$$

$$R = \frac{q^{*}_{i} - \sum_{j} a^{-}_{ij} q^{*}_{j}}{\sum_{j} a^{+}_{ij} q^{*}_{j}} = \frac{q^{*}_{j} - \sum_{i} a^{-}_{ji} q^{*}_{i}}{\sum_{i} a^{*}_{ji} q^{*}_{i}} = \cdots\cdots$$

siendo a^{+}_{ij}: el elemento i,j de la matriz A^{+}
a^{s}_{ij} el elemento i,j de la matriz A^{S}
a^{-}_{ij} el elemento i,j de la matriz A^{-}
q^{*}_{i} el elemento i del vector Q^{*}

Obtenidas las dimensiones (las q^{*}_{i}) del sistema [19], y expresando el salario como un porcentaje (w) de la renta nacional patrón, podemos escribir: $Y^{*} = A^{+}Q^{*}r + wY^{*} L Q^{*}$, donde como $LQ^{*} = 1$, tenemos:

$$Y^{*} = r/R \, Y^{*} + wY^{*} \quad [22]$$

22. Teorema de Perron-Frobenius.

que nos indica que obtenida R mediante las ecuaciones del sistema patrón y medido w, en términos de Y* podemos calcular r o w sin conocer los precios. La relación entre r y w $r = R(1 - w)$ se puede establecer en términos físicos, con independencia de los precios. Por lo tanto, podemos utilizar P Y* como unidad de medida de las variaciones de los precios provocadas por alteraciones en la distribución.

Hemos demostrado cómo en el sistema patrón así obtenido:

$$PQ^* = PA^- Q^* + PA^+ Q^* r + wLQ^* \qquad [23]$$

podemos hallar r independientemente de los precios, así como la relación entre r y w

$$r = \frac{P(I - A^-)Q^* - wLQ^*}{PA^+Q^*} = \frac{P(I - A^-)Q^*}{PA^+Q^*} - \frac{wLQ^*}{PA^+Q^*}$$

donde al estar w medido en renta nacional patrón, esta expresión es independiente de los precios, pues el numerador y el denominador están formados por las mismas mercancías y en las mismas proporciones.

$$\frac{P(I - A^-)Q^*}{PA^+ Q^*} = \frac{PY^*}{PA^+ Q^*}$$

se puede obtener independientemente de cual sea el vector P por construcción del sistema patrón .

$$\frac{wLQ^*}{PA^+Q^*}$$

siendo $LQ^* = 1$ y definiendo w como un porcentaje del producto neto patrón del sistema [23]

$wLQ^* / PA^+Q^* = wR$

Por lo tanto $r = R - wR$

Como conclusión podemos tomar $PY^* = 1$ como medida invariable del valor ante cambios en la distribución.

Analizando como en los fundamentos de la invariabilidad, tanto en el caso de sólo capital circulante como en el de flujos y stocks, no se hace ninguna referencia a la forma como se distribuye el producto neto; supongamos ahora que existen desviaciones de los tipos de beneficio respecto del base ¿qué significa la existencia y variaciones de la matriz K en la mercancía tipo definida por Sraffa? "en esta mercancía, la distribución presenta límites estrictamente físicos, y dada una de las variables (r *o* w) la otra queda fijada inmediatamente por la relación $r = R(1 - w)$. Esta circunstancia pone de relieve, la relación entre cualquier hipótesis sobre la distribución del ingreso -r_i uniformes o no, w_i iguales o distintos- *establecida sobre bases no físicas* y el numerario que la hace posible, o viceversa, la dependencia de al menos una variable distributiva del numerario elegido.

...Los precios atribuibles a la mercancía patrón presentan la misma independencia respecto a los cambios en la distribución, cualquiera que sea la regla de distribución elegida para las distintas industrias. Por esta razón escoger como numerario la mercancía patrón tiene las mismas ventajas (en la *perspectiva de la invariabilidad)* tanto en el caso concurrencial como en el no concurrencial"[23].

En base a la argumentación anterior, veamos, si introducimos $K \neq I$ cómo actua Y^* en el sistema [14]. Esto es, volveremos a encontrarnos con sistemas de precios que contemplan diferentes tipos de beneficio industriales y podremos, en estas circunstancias, analizar las variaciones de la distribución tanto entre r y w como entre diferentes matrices K, equipados con una medida invariable del valor PY^*.

$P = PA^- + PA^+ \overline{K}r + wL$, lo podemos expresar como:

$$P = PA^+ \overline{K} (I - A^-)^{-1} r + wL (I - A^-)^{-1} \qquad [24]$$

llamando $A^+ \overline{K} (I - A^-)^{-1} = H$ y $L (I - A^-)^{-1} = h$, tenemos $P = PHr + hw$ que es la formulación en sectores integrados verticalmente.

Apliquemos a [24] la $Y^* = (I - A^-) Q^*$

$$PY^* = PA^+ \overline{K} (I - A^-)^{-1} Y^*r + wL(I - A^-)^{-1} Y^*$$

$$PY^* = PA^+ \overline{K}Q^*r + wL Q^* ; \qquad LQ^* = 1 \qquad PY^* = 1$$

$$PA^+ \overline{K} Q^*r = 1 - w \qquad 1 - w = r/R ; \quad \text{de donde:}$$

$$PA^+ \overline{K}Q^* = 1/R \qquad [25]$$

ecuación que añadida a las n de los sistemas [14] ó [24] hará que las desviaciones de los tipos de beneficio respeten la invariabilidad de PY^* ante cualquier tipo de variación en la distribución.

Adviértase que los precios del sistema patrón [23] y los del sistema efectivo [14] no tienen por qué ser iguales, ya que en el caso patrón las industrias obtienen todas el tipo de beneficio r y en el efectivo el π_i correspondiente. Por eso, añadimos al sistema efectivo una ecuación ($P.Y^* = 1$, ó, $PA^+ \overline{K} Q^* = 1/R$) que, sin añadir incógnitas nos permite medir los precios adecuadamente y así respetar la invariabilidad de PY^* para cualquier matriz $\overline{K}$ compatible con la reproducción del sistema. Finalmente, recordemos que r (tipo de beneficio base) en el sistema

23. Pérez[12], pág. 380.

patrón coincide, por construcción, con el tipo medio de dicho sistema, de tal forma que al medir las desviaciones de los π_i respecto a r, lo estamos haciendo respecto al tipo medio del sistema patrón.

En conclusión, los resultados alcanzados en este apartado nos permiten dotar al modelo, que estamos planteando, de unidad de medida invariable ante cualquier cambio en la distribución (sean variaciones entre clase capitalista y trabajadora, o en el interior de la clase capitalista) y esto, tanto en el caso de existencia exclusivamente de capital circulante, como en el de capital fijo (introducido mediante el recurso de flujos y stocks).

IV. VARIACIONES EN LOS PRECIOS PROVOCADAS POR ALTERACIONES DE LA ESTRUCTURA DE BENEFICIOS. RELACION ENTRE LOS TIPOS DE BENEFICIO

a) *Efecto sobre los precios debido a variaciones en la estructura de beneficios.*

Vimos anteriormente como la alteración de K (matriz de desviaciones) provocaba variaciones en el conjunto de precios. Nos ocuparemos ahora de analizar estas variaciones. El problema se simplifica al estar equipados de una unidad de medida invariable que nos permite estudiar las modificaciones de las relaciones de intercambio de las mercancías. Observemos estos dos casos:

Situación I: $P_1 = P_1 A^- + P_1\ A^+ \bar{K}_1 r + Lw$

Situación II: $P_2 = P_2 A^- + P_2\ A^+ \bar{K}_2 r + Lw$

Como deseamos analizar exclusivamente el efecto que, sobre los precios tiene la variación de $\bar{K}$, consideremos que w no varía y está medido en renta nacional patrón:

$$Lw = P_1 (I - A^- - A^+ \bar{K}_1 r)$$

$$Lw = P_2 (I - A^- - A^+ K_2 r)$$

$$P_2 = P_1\ (I - A^- - A^+ \bar{K}_1 r)\ (I - A^- - A^+ \bar{K}_2 r)^{-1}$$

Podemos definir la matriz de transformación

$$T = (I - A^- - A^+ K_1 r)\ (I - A^- - A^+ \bar{K}_2 r)^{-1}$$

de tal forma que

$$P_2 = P_1 T \quad [26]$$

nos muestra como las variaciones en los precios son debidas exclusivamente a la alteración de las desviaciones de los tipos de beneficio y nos permite determinar cual será el vector P_2 ocasionado por la alteración de uno o varios de los k_{ii}.

Si solamente se utiliza capital circulante (sistema [13]), entonces $A^+ = A^-$, pues $A^S = 0$, la matriz T queda reducida a la siguiente expresión:

$$(I - AK_1\ (1+r))\ (I - AK_2\ (1+r))^{-1}$$

b) *Relación entre los tipos de beneficio*

Vamos a centrarnos ahora en la distribución de un montante dado de beneficio entre las diversas industrias, es decir, de las relaciones entre los diversos π_i. Investigaremos así ante una variación de un π_j, (permaneciendo constante el tipo de beneficio base) cual es el efecto sobre los otros π_i.[24]

Para realizar este análisis nos olvidaremos inicialmente del salario (será considerado constante en términos físicos e incluido en los medios de producción) aunque posteriormente lo reintroduciremos en el análisis. El sistema que ahora consideramos es el [14]: $P = PA^- + PA^+Kr$. Este sistema lo podemos expresar como: $P(A^- + A^+Kr - I) = 0$; de tal forma que podemos observar que sólo tendrá solución no trivial, $P \gg 0$, si el determinante de $(A^- + A^+\bar{K}r - I) = 0$. Ahora bien, $\det/A^- + A^+Kr - I/ = 0$ es una función implícita de los π_i.[25], y las raíces características de la matriz $(A^- + A^+ \bar{K}r)$ son soluciones de esta función. Podremos expresar esta condición, mediante el empleo de dicha función implícita, como:

$$\lambda^0_{(A^- + A^+ \bar{K} r)} \quad (a^-_{i1} + a^+_{i1}\, k_1\ , a^-_{i2} + a^+_{i2}\, k_2\ , \ldots\ldots, a^-_{in}\ a^+_{in}\, k_n\ ) - 1 = 0$$

24. Recordar que con respecto a los límites máximo y mínimo del campo de variación de cualquier π_i, compatible con la reproducción del sistema, ya vimos en el apartado I cuales eran los condicionantes que el resto del sistema imponían a tal variación.

25. Recordemos que los coeficientes de producción permanecen constantes y r también. La consideración de una función implícita similar para analizar las variaciones de los, fué utilizada primeramente por Okishio[9] y más recientemente por Steedman[22] p-ag. 180 y, Grillo[3] . pág. 206-7 desarrollos en los que basamos nuestra exposición.

siendo $a^{+}_{ij}\, k_j$ el conjunto de elementos de la j-ésima columna de la matriz $A^{+}\,\bar{K}r$.

Suponiendo que nuestro sistema tiene una solución no trivial, lo que nos interesa determinar es la relación existente entre los diferentes tipos de beneficio incluidos en la función que acabamos de expresar.

Estudiaremos para ello el signo de la derivada $\delta k_i/\delta k_j$ derivando totalmente la función implícita $\lambda^0{}_{(A^- + A^+\bar{K} r)}$, obtenemos,

$$\frac{\delta\lambda^0}{\delta k_1}\, dk_1 + \frac{\delta\lambda^0}{\delta k_2}\, dk_2 + \cdots + \frac{\delta\lambda^0}{\delta k_n}\, dk_n = 0$$

de donde deducimos, permaneciendo los demás k_i constantes, que

$$\frac{dk_i}{dk_j} = -\frac{\delta\lambda^0/\delta k_i}{\delta\lambda^0/\delta k_j}$$

para que esta derivada sea negativa el numerador y denominador de la fracción deberán ser positivos.

Sabemos que $\dfrac{\delta\lambda^0}{\delta k_i} = \sum_j \dfrac{\delta\lambda^0}{\delta k_i\, a^{+}_{ij}}\, a^{+}_{ij}$ donde $\sum_j \dfrac{\delta\lambda^0}{\delta k_i\, a^{+}_{ij}}$

es estrictamente positivo $\forall_i$, y $\sum_j a^{+}_{ij}$ es también estrictamente positivo[26].

De esta forma obtenemos $dk_i/dk_j < 0$, lo que nos permite concluir que si aumenta π_j, permaneciendo constante los n-2 tipos de beneficio restantes, necesariamente deberá disminuir π_i.

Este resultado nos permite destacar algunos aspectos importantes de la distribución entre los capitalistas. Así, si se mantiene constante el tipo de beneficio base, condición que indica la constante de la distribución entre la clase capitalista y asalariada[27], el aumento del tipo de beneficio de cualquier industria se realizará a costa del resto de los capitalistas, sea por la disminución del tipo de beneficio de otra industria

26. $\Sigma_j\ {}^{\delta\lambda^0}/_{\delta k_i\, a_{ij}}$ estrictamente positivo V_j por el corolario 1 del Teorema 5 de Perron-Frobenius. $\Sigma_j a^{+}_{ij} \gg 0$, pues la matriz A^{+} es indescomponible, formada exclusivamente por bienes básicos. Se puede ver con respecto a las condiciones para obtener este resultado, Grillo [3] nota 6 pág. 206.

27. Medidas las variaciones de la distribución entre clases por el porcentaje de la renta nacional patrón Y* definida anteriormente.

que compense el aumento de la primera, permaneciendo el resto invariable, o bien por una diminución generalizada de los otros n-1 tipos de beneficio; o cualquier situación intermedia. Pero siempre quedará reflejada la interdependencia entre los tipos de beneficio de las industrias y el posible antagonismo entre los capitalistas, reflejado por la concurrencia, con respecto al reparto del montante de beneficios.

El razonamiento precedente viene a proporcionar una justificación teórica a la oposición de los capitalistas a la formación de monopolios privados, ya que éstos pueden ocasionar por la interdependencia existente, una disminución del tipo de beneficio del resto.

Hay otro aspecto relacionado con lo que acabamos de demostrar que consideramos sugerente: si en lugar de los efectos de un aumento del tipo de beneficio de una industria consideramos una disminución (estamos pensando en la posible actuación de empresas públicas que controlen determinado sector productivo, o en la nacionalización de una industria básica), el resultado será un posible mayor tipo de beneficio para el resto (sector privado). Esto nos parece que puede constituir la base para la construcción de una teoría que explique los efectos de la nacionalización de determinados sectores básicos en un sistema capitalista[28].

Recordemos que lo antedicho está condicionado a que la matriz A^+ sea indescomponible. Veamos seguidamente qué ocurre con los tipos de beneficio de las mercancías no básicas. En este caso la matriz A^+ será descomponible, y para cada j(j representa un bien no básico) tendremos:

$$\sum_j \frac{\delta\lambda^0}{\delta k_i\, a^+_{ij}} = 0$$

para todo i (i representa las mercancías básicas).

Lo que nos indica que la derivada $\delta k_i / \delta k_j = 0$, por lo que una variación del tipo de beneficio de la industria j (no básica) no ocasiona ninguna variación del tipo de beneficio de i. Podemos pues concluir que el capitalista que produce una mercancía no básica puede variar libremente su tipo de beneficio sin afectar a la distribución de los tipos de beneficio de las otras industrias.

Desde el punto de vista práctico su incidencia ha sido argüida por diversos autores para mostrar que la expansión en el capitalismo moderno de industrias "de lujo" singulares (armamento y exploración espacial

28. Esta interpretación nos parece coincidente con la idea expresada por Sylos Labini de que la introducción de empresas públicas en una economía capitalista no plantea problemas insolubles para analizarla mediante el esquema de Sraffa. Sylos Labini[14]. pág. 16.

por ejemplo), suministran campos de inversión que no definen el tipo normal de beneficio[29].

Para poder mantener los resultados obtenidos y analizar el papel del salario en el sistema, nos encontramos con la necesidad de realizar alguna hipótesis sobre el gasto, pues no podemos cuando estamos tratando diferentes tipos de beneficio industriales[30] "relegar los bienes necesarios de consumo al limbo de los productos no básicos"[31], como hacíamos cuando suponíamos un tipo de beneficio uniforme, ya que si los trabajadores consumen productos considerados no básicos el resultado anterior sobre el tipo de beneficio de estas mercancías, hace contradictorio el propio planteamiento del sistema[32]. Así, nos encontramos con la necesidad de precisar las mercancías que componen la cesta salarial[33], para cualquier nivel de salario. En una primera aproximación se puede suponer que los trabajadores gastan sus salarios exclusivamente en adquisición de mercancías básicas y el nivel de producción de éstas es suficiente para abastecer el consumo salarial.

Finalmente resaltemos que, de acuerdo con los resultados obtenidos en este apartado, la relación inversa entre tipo de beneficio y tipo de salario, deberá ser precisada y no puede generalizarse sin matizaciones, pues por una parte podemos plantear alteraciones de los tipos de beneficio particulares que no afecten al tipo base y por lo tanto a w, y por otra nos encontramos con mercancías (no básicas y no salariales) para las cuales una variación del tipo de beneficio es compatible con un salario real invariable y una estructura de los demás tipos de beneficio también invariables.

29. Kindron,[6], pág. 69-71.

30 Esta necesidad de una teoría sobre el gasto para poder porfundizar en el análisis había sido expresada por Sylos Labini[21] y es correctamente planteada por Grillo[3] pág. 207-208.

31. Sraffa[13] pág. 26.

32. Tengamos en cuenta que las variaciones de precios de un bien de consumo salarial (tratado como no básico), provocadas por variaciones en su tipo de beneficio, afectará al poder de compra de w y w influye en la produdcción de todas las mercancías.

33. Recordemos que en este apartado el salario lo estamos consideranto como constante e incluido en los medios de producción y esto no es otra cosa que hacer una hipótesis simplificadora sobre el gasto de los trabajadores.

APENDICE I

$$P = PA^{-} + PA^{+}\bar{B}\,wL \qquad ; \qquad P = wL\,[I - (A^{-} + A^{+}B)]^{-1}$$

$P \geqslant 0 \rightarrow (A^{-} + A^{+}\bar{B})$ autovalor máximo $\lambda^* < 1$

condición necesaria y suficiente para que λ^* de $(A^{-} + A^{+}B) < 1$, es que

$$\bar{b}_i \leqslant \frac{y_i}{x_i - y_i + \sum_j \alpha_{ij}\, z_j}$$

PRUEBA

Condición necesaria: ai si λ^* de $(A^{-} + A^{+}B) < 1$, entonces

$$b_i \leqslant \frac{y_i}{x_i - y_i + \sum_j \alpha_{ij}\, z_i}\; V_i$$

Si λ^* de $(A^{-} + A^{+}B)$, existe un vector d: $(A^{-} + A^{+}\bar{B})\; d = \lambda^*\, d$

$$[I\,\lambda^* - (A^{-} + A^{+}\bar{B})]d = 0 \rightarrow [I - (A^{-} + A^{+}\bar{B})]\; d \geqslant 0 \text{ porque } \lambda^* < 1$$

Sea X, Y cualesquiera par de vectores de producción bruta y neta que la técnica, expresada por A^{-}, permite obtener:

$$X = A^{-}X + Y \quad ; \quad Y = (I - A^{-})X \quad ; \quad A^{-}X = X - Y$$

Sea $\bar{B}d = Y \quad ; \quad d = \bar{B}^{-1}\, Y$

Teníamos $(I - A^{-})d + A^{+}\bar{B}d \geqslant 0 \quad ; \quad$ entonces $(\,- A^{-})\,B^{-1}\,Y - A^{+}Y \geqslant 0$

$\bar{B}^{-1}\,Y - (I - A^{-})^{-1}\; A^{+}Y \geqslant 0 \quad ; \quad Y - \bar{B}\,(\,I - A^{-})^{-1}\; A^{+}Y \geqslant 0 \;;$

$Y \geqslant \bar{B}\,(I - A^{-})^{-1}\; A^{+}Y.$

$\bar{B}\,(I - A^{-})^{-1}\; A^{+}Y = \bar{B}(I - A^{-})^{-1}\;(A^{-} + A^{s})Y = \bar{B}\,(I - A^{-})^{-1}\; A^{-}Y + \bar{B}(I - A^{-})^{-1}.$

$.A^sY = \bar{B}(I - A^-)^{-1}\ A^-Y = \bar{B}(I - A^-)^{-1}\ A^-(I - A^-)X =$

$\bar{B}(I - A^-)^{-1}(A^- - A^-A^-)X=$

$\bar{B}(I - A^-)^{-1}\ (I - A^-)\ A^-X = \bar{B}A^-X.$

Por lo tanto $Y \geqslant \bar{B}(A^-X + (I-A^-)^{-1}\ A^sY$, o lo que es lo mismo:

$$\boxed{Y \geqslant \bar{B}(X - Y + (I - A^-)^{-1}\ A^sY}$$

Llamando α_{ij} a los elementos de $(I - A^-)^{-1}$ y Z al vector resultante de

$A^sY = Z$

$$Z = \left| \begin{array}{c} \sum_{j=1}^{n} a_{1j}^s\ y_i \\ \\ \sum_{j=1}^{n} a_{2j}^s\ y_i \\ \vdots \\ \sum_{j=1}^{n} a_{nj}^s\ y_j \end{array} \right|$$

que nos indica, cada elemento Z_i, la cantidad de mercancía i necesaria como stock inmovilizado no consumido para obtener el producto Y.

Por lo tanto de $Y \geqslant \bar{B}\ [X - Y + (I - A^-)^{-1}\ Z]$ obtenemos:

$$\bar{b}_i = \pi_i \leqslant \frac{y_i}{x_i - y_i + \sum_j \alpha_{ij} z_j} V_i$$

condición suficiente: si $b_i \leqslant \dfrac{y_i}{x_i - y_i + \sum_j \alpha_{ij} z_j} V_i$

entonces λ^* de $(A^- + A^+\bar{B}) < 1$

y por lo tanto $[I - (A^- + A^+B)]\ d \geqslant 0$

Sea $Y \geqslant 0$, y, $X \gg 0$: tal que $X = (I - A^-)Y$; $Y = (I - A^-)^{-1} X$; $X - Y = A^- X$

Sea $Y = \bar{B}d$; $d = \bar{B}^{-1} Y$

Si $b_i \dfrac{y_i}{x_i - y_i + \sum_j \alpha_{ij} z_j}$ $\forall_i$, siendo α_{ij} elementos de $(I - A^-)^{-1} A^s Y)$;

los elementos de $Z = A^S Y$, entonces Y $B(X - Y + (I - A^-)^{-1} A^S Y)$;

$$B^{-1} Y \geqslant A^- X + (I - A^-)^{-1} (A^+ - A^-)y$$

$$(I - A^-)B^{-1} Y \geqslant (I - A^-) A^- X + A^+ Y - A^- Y = (A^- - A^- A^-)X +$$

$$A^+ Y - (I - A^-)X = A^-(I - A^-)X + A^+ Y - A^-(I - A^-)X$$

$$(I - A^-) B^{-1} Y \geqslant A^+ Y \qquad (I - A^-) B^{-1} Y - A^+ Y \geqslant 0$$

$$(I - A^-) B^{-1} Bd - A^+ Bd \geqslant 0 \rightarrow \qquad (I - A^-)d - A^+ Bd \geqslant 0 \rightarrow$$

$$\boxed{[I - (A^- + A^+ B)]d \geqslant 0}$$

por lo tanto λ^* de $(A^- + A^+ B) < 1$ como queríamos demostrar.

Cuando consideramos sólo capital circulante (el sistema [4] del texto), $A^S = 0$ y $A^- = A^+$, simplificándose la condición,

$$\pi_i \leqslant \frac{y_i}{x_i - y_i}$$

Cuando además de capital circulante, consideramos igualdad de tipos de beneficio

$$r \text{ máximo} = \frac{y_1}{x_i - y_1} = \frac{y_2}{x_2 - y_2} = \cdots\cdots = \frac{y_n}{x_n - y_n} = R;$$

R = razón patrón de Sraffa.

Bibliografia

1-GIANNINI, G.: *Modeli lineari e teoria della distribuzione.* ISEDI, Milano 1976

2-GIANNINI, G.: "Saggi di profitto diformi e merce tipo". *Giornale degli economisti,* 1976.

3-GRILLO, M.: "Introduzione di saggi del profitto diferenti in uno schema di interdependenza settoriali". *Giornale degli Economisti,* 1976.

4-HARCOURT, G.C.: *Teoría del Capital.* Oikos-Tau, Barna, 1975.

5-HAWKINS, D. y SIMON, H.: "Note: some conditions of macroeconomies stability". *Econometrica* julio-octubre 1949, pág. 245-248.

6-KINDRON, M.: *El capitalismo occidental de la postguerra.* Guadarrama, Madrid 1971.

7-MAURISON.: "A propos d'une note rècente sur l'existence d'un talou des prix en cas de differenciation des taux de profit". *Cahiers d'economie politique* nº1 1974.

8-NARDOZZI, G.: "Produzione circolare e forme di mercado: clementi per un analisis. *Giornali degli Economisti,* 1974.

9-OKISHIO, N.: "Monopoly and the rates of profit", Kobe University, *Economie Review, 1954.*

10-PASINETTI, L.: "The notion of vertical integration in Economie Analysis". *Metroeconomica,* enero-abril 1973.

11-PASINETTI, L.: *Lezioni di teoria della produzione.* Il Mulino, Bologna, 1975.

12-PEREZ, F.: "La distribuzione del veddito in economie non concorrenciali e la merce tipo". *Giornale degli economiste,* 1980.

13-SRAFFA, P.: *Producción de mercancías por medio de mercancías,* Oikos 1965

14-SYLOS LABINI, *Prezzi relativie e distribuzione del reddito,* Boriughieri, Turín 1973.

15-VEGARA, J.M. *Economía política y modelos intersectoriales,* Tecnos, Madrid 1979.

16-ZAGHINI, E.: Prices Systems with a Nou-Uniform Profit-Rate" *Economies Notes-1* 1975

17-CARTELIER, J. y MORUCCI, B.: Quelques remarques sur le problème de la differenciation des taux de profit. *Cahiers d'economie politique,* nº1 1974.

18-CARTELIER, J. y MORUCCI, B.: "Sur l'existence d'un étalon des prix en cas de dediffèrenciation des taux de profit" *Revue d'Economie Politique,* LXXXIII, 1973.

19-DELEPLACE, G.: "Sur la differenciation des taux de profit" *Cahiers d'economie politique* nº1 1974.

20-LUNGHINI, G.: "Teoría económica ed economia política: note su Sraffa" en G. Lunghini *Produzione, capitale e distribuzione,* Milan, ISEOI, 1975.
21-SYLOS LABINI.: "Introduzione di forme di mercato non concovenziali nello schema di Sraffa e passagiolla riproduzione su scala allorgata. Appunti prelimina-ri e prouvisori" (ciclostilado). Roma, 1968.
22-STEEDMAN, I.: *Marx after Sraffa,* N.L.B., Oxford, 1977.