

## *Supuestos de equilibrio y procesos de optimización en modelos dinámicos desagregados<sup>1</sup>*

---

### I

En estos últimos años se ha desarrollado dentro del campo de la teoría del crecimiento, un notable interés por los modelos que incorporan varios bienes de capital, motivado en gran medida por las numerosas e importantes deficiencias del modelo agregado, deficiencias que se ha pretendido superar mediante la consideración desagregada de la economía. Sin embargo, el mayor carácter de equilibrio general ha complicado enormemente el análisis, no siendo fácil el adecuado manejo de este tipo de modelos, la comprensión de la naturaleza de muchos de sus resultados o el papel que desempeñan determinados supuestos.

Entre los problemas más importantes planteados figuran el de la determinación del equilibrio y el de la existencia, unicidad y estabilidad de la senda de crecimiento equilibrado. En general, el modelo desagregado presenta un comportamiento radicalmente distinto del agregado, no pareciendo, además, describir el que se observa en las economías reales.

El objeto del presente trabajo es el estudio de algunos de los principales problemas del modelo con varios bienes de capital a la luz de la teoría general de la asignación de recursos. Se pretende explicar la naturaleza del comportamiento del modelo en función de la ausencia de un proceso de optimización similar al que existe en el modelo estático. Se analizan las causas y los efectos de esa ausencia y la forma en que resultaría modificado el comportamiento del modelo en caso de existir un proceso optimizador.

La estructura del trabajo es la siguiente. En el apartado II se describe brevemente el modelo que se utilizará, que es el de Shell - Stiglitz (1967). En

el apartado III se estudian con detalle las implicaciones que se derivan del supuesto de equilibrio competitivo, supuesto que desempeña un papel clave en este modelo y de cuya utilización se deduce un juicio negativo. En el siguiente apartado se pretende explicar, en la línea de Samuelson (1967), como asigna los recursos el modelo descriptivo en función de la ausencia de los mecanismos optimizadores que existen en los modelos normativos. El último apartado valora y resume los resultados obtenidos.

## II

Los modelos de crecimiento con varios bienes de capital han sido desarrollados tanto con tecnologías discretas como continuas. La dinamización del modelo de Leontief se consigue mediante la consideración explícita de varios bienes de capital, los stocks de los cuales pueden aumentar mediante su producción y disminuir por su depreciación. En este modelo puede suponerse, además, que cada sector tiene a su alcance un número finito de técnicas productivas. Cuando se considera que el espectro de técnicas es infinito y la tecnología es continua, la producción del bien  $j$  puede representarse mediante una función de producción continua y derivable, de la forma

$$Y_j = F_j(K_{1j} \dots K_{nj}, L_j) \quad j = 0, 1, \dots, n$$

donde  $Y_0$  es el bien de consumo, que en adelante llamaremos  $C$ ,  $K_{ij}$  (para  $i = 1, 2, \dots, n$  y  $j = 0, 1, 2, \dots, n$ ) es el stock del bien  $i$  dedicado a la producción del bien  $j$ , y  $L_j$  mide la fuerza de trabajo dedicada a la obtención del mismo bien.

Son muchos los supuestos que se pueden hacer sobre la función  $F_j$  para concretar con mayor detalle las características de la tecnología al alcance de la economía. El tipo de supuestos que se haga ha de estar en función de la clase de problema que en cada caso se pretenda analizar. En la medida en que los problemas que plantean los modelos con varios bienes de capital llegan a ser extremadamente complejos, se han propuesto formulaciones que, sin restringir el campo de análisis ni hipotecar la generalidad de los resultados, simplifican, en la medida de lo posible, la dificultad del análisis.

En este sentido, resulta un modelo especialmente apto el utilizado por Shell y Stiglitz (1967), que ha sido también empleado en muchos otros trabajos posteriores.<sup>1</sup>

Se supone en este modelo la existencia de tres bienes, uno de consumo y dos de capital. Sin embargo, todos los sectores poseen idénticas intensidades de capital, pudiéndose representar la tecnología de la economía a partir de una

1. La complejidad de este tipo de modelos ha justificado la amplia aceptación que han tenido las simplificaciones introducidas por Shell y Stiglitz. Entre otros trabajos que han adoptado su especificación de la tecnología pueden citarse Atkinson (1969) o Caton (1971).

única función de producción que presenta rendimientos constantes a escala.

$$Y = F(K_1, K_2, L) \quad (\text{II. 1})$$

Esto equivale a suponer que se produce un único bien, aunque una vez que un bien de capital ha sido instalado no puede convertirse ya en otro diferente.

El coste de cada bien será idéntico, por lo cual sólo será producido aquél cuyo precio sea el máximo.

Se supone, además, que los trabajadores consumen todos sus salarios y los empresarios invierten todos sus beneficios, por lo que si las productividades marginales del capital y el trabajo son positivas se producirán siempre cantidades positivas de bienes de consumo y capital.

Si se supone la misma tasa de depreciación,  $\mu$ , para ambos bienes de capital, el producto de la economía vendrá representado entonces por

$$Y = C + \dot{K}_1 + \mu K_1 + \dot{K}_2 + \mu K_2$$

donde  $\dot{K}_i = dK_i/dt$ , siendo  $t$  la variable tiempo.

Como el bien de consumo será necesariamente producido puede ser considerado como numerario y, por tanto, su precio,  $p_0$ , será idéntico a la unidad. Por ello

$$\text{máximo de } (p_1, p_2) = p_0 = 1$$

expresión que indica que el precio del producto que se obtiene mediante la función de producción (II.1) es siempre la unidad. Sólo se producirá, por tanto, aquel bien cuyo precio sea también precisamente idéntico a  $p_0$ .

En el caso de que  $p_i = 1 > p_j$ ,  $i, j = 1, 2$ , sólo se producirá el bien  $i$ , cuyo stock per capita variará según la ecuación<sup>2</sup>

$$\dot{k}_i = (k_1 f_1 + k_2 f_2) - (g + \mu)k_i$$

disminuyendo el stock per capita del bien  $j$  a la tasa  $\lambda = (g + \mu)$ , siendo  $g$  la tasa de crecimiento natural.

Ahora bien, en el caso de que  $p_1 = p_2 = 1$ , resulta rentable producir ambos tipos de bienes ¿De qué forma se determina entonces la cantidad que se ha de producir de cada uno de ellos? Nada determina en el modelo descrito la estructura del producto cuando  $p_1 = p_2$ . El equilibrio momentáneo es indeterminado.

En el siguiente epígrafe se pasa a analizar los supuestos institucionales y de comportamiento implícitos que permiten superar el anterior problema aun que a costa de provocar un comportamiento anómalo del modelo.

2. En adelante las letras minúsculas representan las variables correspondientes expresadas en términos *per cápita*.

## III

Una de las características fundamentales de los modelos neoclásicos de crecimiento, a diferencia de otros, como por ejemplo algunos de Cambridge, consiste en suponer la existencia de mecanismos de competencia perfecta. Además, en este contexto, el análisis se centra fundamentalmente en el estudio del equilibrio competitivo. El modelo de Leontief, aunque supone una tecnología diferente de la estrictamente neoclásica -caracterizada por funciones de producción diferenciables-, ha sido también desarrollado según los supuestos competitivos neoclásicos.<sup>3</sup>

En un modelo neoclásico, el sistema de precios está íntimamente conectado con el de cantidades, y los supuestos que se hagan sobre el dual determinan el comportamiento de todas las variables de la economía. En efecto, los precios informan sobre la escasez relativa de los bienes y determinan la conducta de las unidades económicas maximizadoras. Por ello, distintos supuestos sobre la formación de los precios pueden producir un funcionamiento diferente del sistema de cantidades como consecuencia del diferente comportamiento de las unidades económicas a que dan lugar. Distintos vectores de precios originan, por ejemplo, diferentes planes de acumulación de capital y, por tanto, sendas alternativas de crecimiento. De ahí la importancia que reviste el mecanismo de formación de precios.

Por ello es importante preguntarse: ¿por qué se supone la existencia de competencia perfecta?, ¿qué supone en un modelo de crecimiento la existencia de equilibrio competitivo?

Para defender el supuesto de competencia perfecta se pueden alegar muchas razones: por ejemplo, que es más o menos realista y que constituye la forma más sencilla de analizar un modelo de equilibrio general. Sin embargo, una de sus justificaciones fundamentales ha sido que, bajo determinadas condiciones, garantiza el funcionamiento eficiente de una economía, constituyendo por ello un elemento útil de referencia para el estudio de la eficiencia de cualquier sistema.<sup>4</sup>

Se ha alegado, por otra parte, que aunque el mundo real no esté en una situación de equilibrio, sino en permanente situación de ajuste, muy probablemente no se encuentre muy lejos de ella y, por tanto, el estudio de las situaciones de equilibrio podría constituir una útil aproximación al análisis de la realidad.

Además, si existiera en la realidad una tendencia hacia las posiciones de equilibrio, el análisis de dichas posiciones podría constituir un método útil pa-

3. En ambos modelos, el neoclásico y el de Leontief, el sistema de cantidades, aislado al describir factores estrictamente tecnológicos, es independiente de las condiciones institucionales y, por lo tanto, su aplicación no tiene por qué ser privativa a un sistema capitalista. Ver Fanjul (1974).

4. Un análisis detallado de este aspecto, con especial referencia a la teoría del crecimiento, figura en Hicks (1959).



ra el estudio del mundo real. El conocimiento del tiempo que se tarda en alcanzar el equilibrio se convierte entonces en un problema básico, pues cuanto más grande sea dicho intervalo menor será la capacidad descriptiva del modelo.

Además, como los estados de equilibrio son los únicos que perduran en el tiempo, el conocimiento de sus condiciones de existencia y la contrastación de éstas con la realidad permite averiguar si una determinada situación puede permanecer invariable o existe una tendencia al cambio. Por la misma razón podría conocerse, mediante la comparación de las condiciones de equilibrio y de las existencias en la realidad, cuál es el sentido y dirección de dicho cambio.

Por último, otra posible utilidad del análisis estriba en conocer simplemente las condiciones que deben cumplirse para que exista un cierto hecho, el crecimiento bajo condiciones de equilibrio competitivo, con independencia de que dichas condiciones se den o no en la realidad. Así podría también deducirse de esta forma las consecuencias de la existencia de dicho equilibrio, y analizar la influencia que tendrían en la eficiencia del funcionamiento de una economía el cumplimiento del equilibrio competitivo, con independencia de que éste exista o no. Claro está que esto significa de algún modo apartarse de la finalidad puramente descriptiva del modelo; en este sentido tendría razón Robinson (1964) al decir que la teoría de la asignación de recursos bajo competencia perfecta tiene más valor como teoría normativa en una economía planificada que como teoría descriptiva en una economía capitalista.

Como consecuencia de la existencia de competencia perfecta los precios se suponen iguales a los costes medios, lo que, por otro lado, puede garantizarse por la existencia de rendimientos constantes a escala.

Sin embargo, el nudo central del análisis se deriva del hecho de que la interrelación de los mercados se estudia tomando como punto de referencia el concepto de equilibrio competitivo. La idea de equilibrio se refiere aquí a una situación de conformidad de las distintas unidades económicas con los valores de las variables que son relevantes.

Como se supone la existencia de mercados perfectamente competitivos, los consumidores podrán satisfacer en cada momento sus planes de oferta de trabajo y demanda de bienes de consumo. En cambio, el problema es esencialmente distinto para los empresarios, que sólo se encontrarán satisfechos cuando el stock de capital que posean coincida con el deseado; éste será, a su vez, función de los precios de los bienes que son los que determinan la rentabilidad de dicho stock. Lo anterior supone una diferencia esencial respecto al caso de los consumidores, pues la dependencia fundamental de sus planes de las expectativas futuras implica la posibilidad de equivocarse y, por tanto, la aparición de una situación de insatisfacción o desequilibrio. Esta podrá producirse, por ejemplo, por la existencia de un stock de capital inadecuado, consecuencia de unas expectativas equivocadas que originaron una inversión que se ha revelado, con el paso del tiempo, como no óptima.

Al suponerse la existencia de mercados de capitales perfectos, existirá en la economía un tipo de interés  $r_0$  que será un indicador de la rentabilidad del capital financiero. En caso de que un determinado proyecto de inversión ofreciera una rentabilidad diferente a  $r_0$  se desencadenaría un proceso de arbitraje,

reassignándose las inversiones hasta que ambas magnitudes fueran iguales. Como consecuencia de la existencia de dicho mercado, a cualquier poseedor de riqueza se le presentan dos alternativas: ofrecerla en el mercado de capitales y obtener una rentabilidad igual a  $r_o$ , o participar directamente en el proceso productivo, obteniendo un beneficio mayor o menor, según sea el éxito de la actividad productiva. Ahora bien, las unidades económicas sólo se encontrarán en equilibrio cuando ambas posibilidades ofrezcan el mismo resultado. En caso contrario habrá, como ya hemos dicho, sujetos que desearán reasignar sus activos con objeto de obtener una rentabilidad superior. Si, por ejemplo, la explotación directa de los bienes de capital diera lugar a un rendimiento inferior a  $r_o$ , las unidades económicas desearían vender dichos activos y prestar el valor realizado en el mercado de capitales.

El resultado de la actividad de un empresario estará formado por las rentas que obtiene de cada bien de capital y por las posibles ganancias de capital consecuencia de la variación del valor de su patrimonio. El empresario poseedor del bien de capital  $i$  se encontrará, pues, en equilibrio cuando se cumpla

$$r_o = \frac{\dot{p}_i}{p_i} + (\rho_i - u_i) = \quad \quad \quad \text{(III. 1)}$$

$$= \frac{\dot{p}_i}{p_i} + r_i$$

donde  $\rho_i$  es la tasa de rendimiento bruto del bien  $i$  y  $r_i = \rho_i - u_i$  es su tasa de rendimiento neto.

La existencia de equilibrio competitivo implica, pues, que si bien el capital  $i$  genera una renta tal que

$$r_o > r_i = \rho_i - u_i$$

se habrá de producir una variación de  $p_i$  de forma que el aumento en el valor del bien de capital  $i$  compense su baja rentabilidad directa y se cumpla III. 1.

Ahora bien, ¿qué supuesto es necesario hacer para que se cumpla III. 1?

El tipo de interés es un dato existente en el mercado y  $\rho_i$  se calcula directamente a partir de los ingresos y gastos derivados de la actividad productiva, lo que no ofrece ningún problema al existir mercados perfectamente competitivos para los bienes y ser los empresarios precio-aceptantes. Lo único que necesita pues el empresario para encontrarse permanentemente en equilibrio es poder predecir correctamente  $\dot{p}_i$ ; o lo que es igual, no equivocarse sobre la evolución del vector de precios inmediato. Este supuesto se denomina de previsión perfecta a corto plazo (*short run perfect foresight*), o también, de expectativas miópicas, al intentar los sujetos preveer únicamente lo que sucederá en

el período inmediatamente siguiente y no en alguno posterior.

Se puede comprender entonces por qué en el modelo de un sector se pueden esquivar tan fácilmente los problemas relacionados con el cumplimiento del equilibrio competitivo, sin necesidad de hacer ningún supuesto sobre expectativas. En el modelo con un solo bien, el supuesto de maleabilidad evita que nunca se equivoquen los empresarios en relación con el stock deseado de capital. Si en algún momento tuviera un empresario un exceso de stock de un determinado bien podría, por dicho supuesto, transformarlo en aquel bien que desee, bien sea de consumo o de capital, y de esta forma, no obtener nunca una rentabilidad inferior a  $r_0$ . En cambio esto no es posible en el modelo con  $n$  bienes, pues los aumentos o disminuciones de los stocks son posibles únicamente mediante la actividad productiva y la depreciación.

En relación con el supuesto de previsión perfecta es importante destacar dos aspectos fundamentales.

Primeramente, es necesario comprender que para que se cumpla III. 1, las unidades empresariales sólo necesitan predecir adecuadamente los precios del período inmediatamente posterior, y no los de aquellos que se encuentren más alejados en el tiempo. Esta característica puede apreciarse mejor expresando III. 1. en términos discretos, es decir, en la forma

$$r_0 = r_i(t) + \frac{p_j(t+1) - p_j(t)}{p_j(t)}$$

igualdad para cuyo cumplimiento sólo es necesario que el empresario pueda predecir adecuadamente el precio en  $t+1$ , no siendo necesario que conozca el del  $t+2$ .

Ahora bien, esto es suficiente cuando existe la posibilidad de revender en cualquier momento los activos físicos en que se materializa una inversión, quedando por tanto garantizada la posibilidad de prestar en el mercado de capitales en el momento  $t+1$  el importe de la reventa, de forma que pueda quedar asegurada siempre la rentabilidad  $r_0$  en los momentos posteriores al  $t+1$ . En el caso de que no existiera un mercado de bienes de segunda mano, las ganancias de capital no jugarían, lógicamente, ningún papel en III. 1 y, por tanto, el elemento determinante de una inversión sería  $r_i$ . Por ello, en este caso, sólo se podría garantizar la rentabilidad  $r_0$  si se pudieran predecir correctamente los precios de todos los momentos futuros.

El problema consiste en última instancia en el tratamiento de la liquidez de los bienes. Para que los sujetos se encuentren permanentemente en equilibrio, y por tanto, nunca en situaciones de ajuste,<sup>5</sup> los bienes siempre deben poder realizarse sin pérdidas en forma instantánea. Una forma de garantizar automáticamente esta liquidez es, lógicamente, mediante la consideración de un único activo, la otra, cuando además de existir mercados perfectos los sujetos pueden prever perfectamente los precios.

El modelo neoclásico desagregado garantiza de esta segunda forma la liquidez de los bienes, con los efectos absurdos que se han analizado.

La ausencia de mercados de segunda mano para los bienes de capital supondría, lógicamente, la falta de liquidez de los bienes. La no existencia en este caso de supuestos incoherentes sobre expectativas podría garantizar entonces un comportamiento más consistente del modelo: la acumulación se haría en función estrictamente de la productividad de los bienes. Ahora bien, en este caso el supuesto de expectativas miópicas no garantizaría necesariamente la existencia de equilibrio de stocks.<sup>6</sup>

La previsión perfecta a corto, aunque es menos restrictiva que la previsión perfecta a largo plazo, no dejan, sin embargo, de ser un supuesto poco realista. Sin embargo, el problema no es tanto de realismo como el de las implicaciones e incoherencias a que su uso puede conducir.

Por una parte, es preciso que continuamente todas las unidades económicas realicen sus pronósticos con total acierto, para lo cual es necesario, y también suficiente, que todos, y absolutamente todas, tengan idénticas expectativas. En caso de que esto no ocurriera alguien resultaría necesariamente defraudado y el supuesto, por tanto, incumplido; ahora bien, si las expectativas sobre un determinado acontecimiento son unánimes, dicho acontecimiento sucederá necesariamente. El ejemplo típico lo constituye aquella situación en la que si todos los sujetos esperan que un título financiero alcance una determinada cotización, dicho pronóstico acabará cumpliéndose. En este sentido, puede decirse que el supuesto de previsión miópica es "autorrealizable" debido precisamente al requisito de expectativas unánimes.<sup>7</sup> De igual modo, el supuesto de previsión perfecta puede determinar la no existencia del proceso de *tâtonnement*, ya que si todas las unidades económicas esperan el mismo precio, el primer vector de precios "*crié au hazard*" será necesariamente de equilibrio.<sup>8</sup>

En el modelo de Shell - Stiglitz descrito, la existencia de equilibrio competitivo exige que permanentemente se cumpla

$$\frac{f_1}{p_1} + \frac{\dot{p}_1}{p_1} = \frac{f_2}{p_2} + \frac{\dot{p}_2}{p_2} = r_0 + \mu \quad (\text{III. 2})$$

5. En relación con algunos problemas derivados de la utilización de los conceptos de equilibrio y ajuste en el análisis del crecimiento económico, ver Segura (1975). Para una explicación de algunas propiedades de la liquidez de los bienes, ver Leijonhufvud (1969), capítulo II.

6. Un análisis detallado de la relación entre las formas de mercado y el funcionamiento de la economía descrita figura en Shell - Stiglitz (1967).

7. Es interesante notar cómo en un modelo con más de un activo, como el keynesiano, la forma habitual de la demanda de dinero por el motivo especulación supone el incumplimiento de los supuestos que garantizan el equilibrio en el modelo desagregado. En efecto, éste exige expectativas unánimes y exactas. En este caso, como es sabido, la función de demanda de dinero por el motivo especulación no será continuamente decreciente. En relación con este último aspecto ver, por ejemplo, Rojo (1971).

8. Un análisis detallado de la relación entre las formas de mercado y el funcionamiento de la economía descrita figura en Shell - Stiglitz (1967).

En el caso particular de una senda de crecimiento sostenido, y como éstas se caracterizan porque  $k_1$ ,  $k_2$  son constantes, se habrán de producir ambos bienes de capital y, por lo tanto, tendrá que cumplirse que

$$p_1 = p_2 = 1$$

para lo cual es necesario que

$$\dot{p}_1 = \dot{p}_2 = 0$$

Por tanto, como se deduce de III. 2, a lo largo de la senda de crecimiento sostenido las productividades marginales de los dos bienes de capital serán idénticas, es decir, se cumplirá  $f_1 = f_2 = r_0 = \mu$ . En este caso la ecuación III. 2 adoptaría la forma

$$f_1 - u = f_2 - u = r_0 \quad (\text{III. 3})$$

es decir, las productividades marginales netas de ambos bienes serían iguales entre sí e idénticas al tipo de interés, la economía se movería por la senda de la regla de oro y, por tanto, la organización de la producción sería dinámicamente eficiente.<sup>9</sup>

Sin embargo, nada en el modelo garantiza que la situación inicial sea la descrita y que la economía se encuentre en la senda de crecimiento equilibrado. Como la producción de cada bien es función de los precios relativos existente, pueden distinguirse tres casos: que el precio de los dos bienes de capital sea idéntico, que el del bien 1 sea mayor, o, finalmente, que sea inferior al 2. Analicemos a modo de ejemplo cómo asigna el sistema los recursos cuando  $p_2 < p_1 = 1$ . En este caso, como es lógico, sólo se producirá el bien 1 y por tanto las ecuaciones que representan el comportamiento del modelo son

$$\dot{k}_1 = (k_1 f_1 + k_2 f_2) - \lambda k_1 \quad (\text{III. 3. a})$$

$$\dot{k}_2 = -\lambda k_2 \quad (\text{III. 3. b})$$

$$\dot{p}_1 = 0 \quad (\text{III. 3. c})$$

$$p_2 = p_2 f_1 - f_2 \quad (\text{III. 3. d})$$

Como se produce únicamente el bien 1 y, como muestra (III. 3. b),  $k_2$  decrece al ritmo indicado por la suma de las tasas de depreciación y de crecimiento de la población. Si en el momento inicial los stocks de ambos bienes son tales que  $f_2 > f_1$ , se deduce entonces de (III. 3. d) que  $\dot{p}_2 < 0$ . El decrecimiento del precio del bien 2 implica que  $p_2$  nunca alcanzará el valor uni-

9. Ver Phelps (1966).

tario, y por lo tanto se seguirá produciendo únicamente el bien 1. Como consecuencia de ello, el valor de  $f_2$  seguirá creciendo y el de  $f_1$  disminuyendo, por lo cual, y mediante el mismo mecanismo, se sigue sin producir el bien 2. De esta forma la economía sigue produciendo indefinidamente sólo el bien 1, aunque su productividad es inferior a la del bien 2.<sup>10</sup> Paradójicamente, la economía sólo produce aquel bien cuya productividad es menor, incurriendo así en un típica situación de ineficiencia, sin que exista, además, ningún mecanismo adecuado para corregir el comportamiento inestable del sistema.<sup>11</sup>

La razón de ello se encuentra en el peculiar funcionamiento del mercado de capitales, que para garantizar el equilibrio competitivo ha de aumentar más el precio de los bienes cuyo rendimiento interno sea menor. Es decir, el cumplimiento de la ecuación III.1 exige que la mayor ganancia de capital corresponda a los bienes de productividad inferior, con objeto de que se compense precisamente la menor productividad. Si esta compensación no se produjera, no existiría obviamente equilibrio competitivo.

De esta forma el mecanismo de precios no cumple su función primordial: valorar la escasez relativa de cada bien de manera que se fomente la producción de los más rentables. Por el contrario, al aumentar los precios de los bienes más abundantes, sólo resulta favorecida la producción de los bienes con menor productividad.

Aunque no nos ocuparemos de ello, puede comprobarse que la economía asignará los recursos, en los casos en que  $p_2$  sea mayor o igual que  $p_1$ , en forma similar a la descrita. Sólo queda garantizada la asignación eficiente de los recursos a lo largo de la senda de crecimiento sostenido. En cualquier otra senda, conduzca o no a la equilibrada, los recursos se asignan ineficientemente al producirse más de los bienes con menos productividad. Además, a lo largo de cualquier senda desequilibrada la rentabilidad interna de por lo menos un bien es inferior a su tasa de crecimiento, lo que nos enseña claramente la ineficiencia en que se incurre.<sup>12</sup>

A diferencia de lo que ocurre en el modelo neoclásico agregado, la ausencia de una función de inversión supone una considerable complicación. El problema consiste en determinar en qué tipo de bienes se invierte un volumen de ahorro dado que viene determinado por las propensiones al ahorro, consideradas exógenas. Pero como se supone la existencia de competencia perfecta, los empresarios no conocen las cantidades que les demandarán de sus pro-

10. En caso de que  $f_1$  fuera mayor que  $f_2$  el sistema III permite comprobar como  $p_2$  podría crecer por una senda probable única, que igualara su valor al precio del bien 1.

11. Para una discusión de las condiciones de estabilidad del modelo desagregado en el marco de una tecnología discreta, ver Fanjul - Santos (1974).

12. En esta línea de análisis merece citarse el interesante artículo de Atkinson, que ha influido notablemente en muchos de los trabajos que últimamente se han realizado sobre este tema. Entre otras cosas, en él se lleva a cabo un ejercicio numérico, cuantificando, por una parte el número de períodos en los cuales, en una economía caracterizada por distintas funciones de producción, los precios alcanzan al crecer desequilibradamente el valor nulo y, por otra, la ineficiencia, en términos de disminución del P.I.B. en que se incurre por ello.

ductos. Y, por tanto, no pueden determinar sus planes de inversión. El problema puede superarse mediante los supuestos de equilibrio, que determinan los planes de inversión que garantizan a todos los sujetos el mismo rendimiento. Sin embargo, este tipo de supuestos provoca el funcionamiento anómalo analizado en las últimas páginas.

Para que las expectativas se cumplan, es decir, para que se cumpla la ecuación III. 2, los planes de acumulación entre  $t+1$  han de considerarse en función de que se cumplan las expectativas del período  $t$  y no en función de los períodos futuros. Es decir, el mecanismo no funciona en cierto modo igualando los rendimientos realizados y no los esperados. Esta es la forma de garantizar que las decisiones del momento  $t$  correspondan siempre a una situación de equilibrio. Como resulta obvio, el tipo de mecanismo al que conduce el análisis de equilibrio nos lleva a un absurdo: se supone lo que va a pasar en el futuro para explicar lo que pasa hoy, cuando de hecho lo que ocurre en el futuro es función de lo que suceda hoy.

Una cuestión que se plantea inmediatamente es la de conocer cuáles son las causas que impiden que el procedimiento de asignar los recursos una economía competitiva sea tan radicalmente opuesta en el caso estático y en el dinámico. Los modelos de planificación, al pretender determinar las condiciones necesarias y suficientes que se han de cumplir para que los recursos se asignen eficientemente y óptimamente, pueden arrojar luz sobre cuáles son las condiciones que no se cumplen en el modelo descriptivo y que provocan el resultado descrito. En el siguiente epígrafe se comparan precisamente los distintos supuestos que se hacen en uno y otro tipo de modelo, y el modo en que afectan éstos a los resultados.

#### IV

Comenzaremos estudiando, dentro del marco del modelo descrito, el problema típico que se plantea en el campo de la teoría del crecimiento óptimo. Se analiza para ello, y en el contexto de los supuestos tecnológicos del presente epígrafe, cuál es la senda óptima de acuerdo con unos recursos y una función de utilidad dada.

La utilidad per capita,  $U$ ,<sup>13</sup> es función del nivel de consumo  $c$ , el cual viene expresado por la frontera de posibilidades de producción

$$\begin{aligned} c &= T(k_1, k_2, \dot{k}_1 + \lambda k_1, \dot{k}_2 + \lambda k_2) \\ &= T(k_1, k_2, z_1, z_2) \end{aligned} \quad (\text{IV. 1})$$

13. Suponemos que esta función posee las propiedades que habitualmente se le atribuyen en la teoría del crecimiento óptimo. Para un análisis del papel de dicha función y de sus propiedades ver, por ejemplo, Koopmans (1967).

donde  $z_i = \dot{k}_i + \lambda k_i$ . Si el planificador intenta maximizar la utilidad que a la economía le reporta el consumo alcanzable entre el período  $t = 0$  y el  $T$ , el problema consiste en maximizar la funcional:<sup>14</sup>

$$J = \int_{t=0}^{t=T} U T(k_1, k_2, z_1, z_2) dt \quad (\text{IV.2})$$

con las condiciones iniciales

$$\begin{aligned} k_1(0) &= k_{10}, \text{ y} \\ k_2(0) &= k_{20} \end{aligned} \quad (\text{IV.3})$$

y donde las variables de estado  $k_1$  y  $k_2$  quedan recogidas en las ecuaciones de estado:

$$\begin{aligned} \dot{k}_1 &= z_1 - \lambda k_1 \\ \dot{k}_2 &= z_2 - \lambda k_2 \end{aligned} \quad (\text{IV.4})$$

Si el planificador desea, como es lógico, dejar un determinado stock de capital en funcionamiento al final del período planificado, existirán dos ecuaciones adicionales que representarán esta nueva restricción:

$$\begin{aligned} k_1(T) &= k_{1T} \\ k_2(T) &= k_{2T} \end{aligned} \quad (\text{IV.5})$$

Las condiciones necesarias que debe cumplir una solución del problema planteado pueden derivarse a partir de la aplicación del principio del máximo. Para ello se forma el Hamiltoniano

$$H = U T(k_2, k_2, z_1, z_2) + q_1(z_1 - \lambda k_1) + q_2(z_2 - \lambda k_2) \quad (\text{IV.6})$$

donde  $q_1$  y  $q_2$  son las variantes coestado o adjuntas.<sup>15</sup> Las inversiones brutas  $z_1$  y  $z_2$  constituyen las variables de control del sistema y para que la funcional objetivo alcance un máximo es necesario que se cumpla la siguiente condición:

14. Por razones de sencillez y en la medida en que ello no afecta a nuestros resultados, supondremos que la tasa de descuento de la utilidad es nula.

15. Una explicación detallada del significado de estas variables puede encontrarse en Hadley - Kemp (1971). Intriligator (1971) y Dorfman (1969) presentan distintos tipos de exposición de la teoría matemática del control y de sus aplicaciones. Ver también Arrow (1970).



$$\frac{\delta H}{\delta z_1} = 0$$

$$\frac{\delta H}{\delta z_2} = 0$$

Derivando en (IV. 6) respecto a  $z_1$  y  $z_2$  se obtiene

$$q_1 = -U'(\dot{c}) T_3, y$$

$$q_2 = -U'(\dot{c}) T_4 \quad (\text{IV. 7})$$

donde  $T_i$  es la derivada de  $c$  respecto a la variable independiente que ocupa el  $i$ -ésimo lugar (ej.  $T_3 = \delta c / \delta z_1$ ).

A su vez las variables adjuntas han de cumplir

$$\dot{q}_1(t) = -\frac{\delta H}{\delta k_1}, y$$

$$\dot{q}_1(t) = -\frac{\delta H}{\delta k_2}$$

condiciones que en nuestro problema equivalen a

$$\dot{q}_1(t) = \lambda q_1(t) - U'(\dot{c}) T_1$$

$$q_2(t) = \lambda q_2(t) - U'(\dot{c}) T_2 \quad (\text{IV. 8})$$

Si a continuación derivamos en (IV. 7) respecto al tiempo obtenemos

$$\dot{q}_1(t) = -U''(\dot{c}) T_3 \dot{c} - U'(\dot{c}) \dot{T}_3$$

$$\dot{q}_2(t) = -U'(\dot{c}) T_4 \dot{c} - U'(\dot{c}) \dot{T}_4 \quad (\text{IV. 9})$$

Igualando a continuación (IV. 8) y (IV. 9) y denominando  $e$  a la elasticidad de la utilidad marginal,  $-c(U''(\dot{c})/U'(\dot{c}))$ , se obtiene el sistema

$$\dot{c} = \frac{c}{e(c)} \left( \frac{\dot{T}_3}{T_3} - \frac{T_1}{T_3} - \lambda \right)$$

$$\dot{c} = \frac{c}{e(c)} \left( \frac{T_4}{T_4} - \frac{T_2}{T_4} - \lambda \right) \quad (\text{IV. 10})$$

Los valores de  $c(t)$ ,  $k_1(t)$  y  $k_2(t)$  que caracterizan a cualquier senda óptima se determinan a partir de las ecuaciones (IV. 3) y (IV. 10). La solución de dichas ecuaciones viene representada por una familia de curvas entre las que el planificador deberá escoger una determinada. Esta determinación es posible gracias a las condiciones (IV. 3) y (IV. 5), que permiten identificar a las constantes que caracterizan, entre la familia de curvas solución del sistema de ecuaciones diferenciales (IV. 9) y (IV. 10), una senda óptima para el planificador.

El requisito de que exista un stock final de cada uno de los bienes de capital determinará, además, que el precio sombra de la formación de capital ha de ser, en el momento final, positivo.

Por ello, una misión del planificador será determinar el vector de precios  $p_T$  que garantice que en el momento final  $T$  exista el stock final de capital deseado. De esta forma, el planificador cumple, mediante la determinación de  $p_T$ , el mismo tipo de función que los mercados a futuros en una economía de libre competencia. Obviamente, con cada stock final de capital habrá asociado un  $p_T$  y, por tanto, existirán infinitas sendas. La senda de equilibrio sólo queda determinada, como ha explicado Samuelson (1967), cuando se conocen los valores en el momento  $T$  de las variables relevantes, y el desconocimiento de éstos justifica la indeterminación del modelo neoclásico.

Por las características tecnológicas y las características de nuestra función de utilidad, no se mantendrá un exceso de capital final, y, como la acumulación sólo se puede llevar a cabo disminuyendo el nivel de consumo, el precio sombra  $q_1(T)$  será necesariamente positivo. Claro está que en caso de que el planificador no fijara condiciones terminales, la senda óptima puede implicar un stock de capital fijo nulo, que es lo que hemos visto puede ocurrir en el modelo neoclásico al no existir un precio futuro.

En resumen, el conocimiento por parte del planificador del objetivo que se quiere alcanzar, le permite plantear un problema de optimización cuya naturaleza es idéntica a aquel con que se asignan óptimamente los recursos en el caso estático. La resolución de ese problema permitirá generar un vector de precios eficiente para cada uno de los bienes de capital en cada uno de los períodos considerados.

Por el contrario, en el modelo descriptivo neoclásico no existen mecanismos que generen la información necesaria para determinar los precios que asignen los recursos con eficiencia intertemporal. La razón de esta diferencia con el caso estático radica en que en éste existe un mercado para cada bien que suministra información sobre su utilidad o rentabilidad, cosa que no ocurre en el caso intertemporal. En cambio, si existieran mercados a futuros en el modelo de crecimiento descriptivo podrían determinarse los precios eficientes a partir

de un proceso idéntico al estático. Los precios valorarían a los recursos en función de su productividad presente y futura, lo cual podría ser posible precisamente por el conocimiento de los valores futuros de determinadas variables, que permitirían llevar a cabo un auténtico proceso de optimización intertemporal.

Por el contrario, en el modelo descriptivo se dan simultáneamente dos características que impiden el funcionamiento de un mecanismo de este tipo y distorsionan la asignación de los recursos. Por una parte, no existe suficiente información como para valorar la rentabilidad de un bien en función de su coste de oportunidad futuro. Por otra, la formación de los precios se ve distorsionada por las implicaciones del supuesto de equilibrio competitivo que, como hemos visto, contradicen los principios de determinación de los precios en función de la escasez y rentabilidad de los bienes, como ocurre en el caso estático. La determinación de los precios se lleva a cabo entonces, por un lado, no teniendo en cuenta el futuro, sino sólo el período inmediatamente siguiente, y por otro, generando unas ganancias de capital exclusivamente en función del mantenimiento del equilibrio y no de un comportamiento optimizador y mucho menos intertemporal. En este sentido, la ausencia de un precio futuro, que "castigue" un exceso en el stock de un bien o premie la posesión de un bien escaso, da lugar a que la economía acumule unos bienes y desaccumule otros en forma explosiva, dando lugar a un tipo de comportamiento que se ha dado en llamar "patológico".

La similitud de la forma en que se plantea el mismo tipo de problema en el modelo descriptivo y en el normativo y la distinta forma de resolverlo ambos, puede captarse más fácilmente mediante el análisis gráfico. Con objeto de que éste no sea muy complejo, consideremos el caso de que sólo exista un bien capital, pues el problema resulta idéntico y puede llevarse a cabo en dos dimensiones.

En este caso, las ecuaciones IV. 4 y IV. 10 que permiten obtener los valores del consumo y de las relaciones capital - trabajo óptimas adoptan la forma

$$\begin{aligned} \dot{k} &= f(k) - \lambda k - c(v) \\ \dot{v} &= -v(f'(k) - \lambda) \end{aligned} \quad (IV. 12)$$

donde  $v$  representa ahora la utilidad marginal. Como el bien de consumo lo consideramos como numerario, el valor social  $p$  que el planificador le atribuye a la inversión debe medirse en las mismas unidades que la utilidad. Por ello el planificador deberá aumentar el stock de capital cuando  $v(c)$  sea inferior a  $p$ , y aumentar el consumo cuando la utilidad marginal de consumo sea superior a la valoración social de la inversión. En el equilibrio se cumplirá lógicamente la igualdad

$$v(c) = p$$

que no refleja más que la igualdad entre el precio de oferta de la inversión,  $v$ , y el de demanda,  $p$ . Representamos ahora gráficamente el sistema (46), que por lo explicado, también puede ponerse de la forma

$$\begin{aligned}\dot{k} &= f(k) - \lambda k - c(p) \\ \dot{p} &= -p(f'(k) - \lambda)\end{aligned}\quad (\text{IV. 12. a})$$

Para trazar las isoquinas hallamos

$$dk \dot{k} = f'(k) dk - \lambda dk - c'(p) dp = 0 \quad (\text{IV. 13})$$

de donde resulta que

$$\frac{dp}{dk} = \frac{f'(k) - \lambda}{c'(p)} \quad (\text{IV. 14})$$

A partir de (IV. 12. a) y (IV. 14) podemos representar gráficamente, mediante la figura 1, la relación entre  $p$  y  $k$ . Si  $f'(k)$  es mayor que  $\lambda$ , al ser  $c'(p)$  negativo las isoquinas de  $\dot{k}$  son decrecientes. Igualmente, en caso de que  $f'(k)$  sea menor que  $\lambda$ , estas isoquinas serán crecientes, adoptando un mínimo en el punto  $f'(k) = \lambda$ . Se deduce, por tanto, que las isoquinas de  $k$  tienen, como se muestra en la figura I, la forma de U.<sup>15</sup>

Si nos encontramos, por ejemplo, en la isoquina  $\dot{k} = 0$ ,<sup>16</sup> se observa en (IV. 13) que un incremento de  $p$  hace, como por otra arte es lógico, aumentar a  $k$ , y una disminución ejerce el efecto contrario. En la figura 1, esto viene representado por los signos  $+$  y  $-$  adyacentes a la isoquina  $\dot{k} = 0$ .

Respecto a la isoquina de  $\dot{p} = 0$ , se comprueba en (IV. 12. a) que es una línea vertical en el punto  $f'(k) = \lambda$ . Si  $f'(k)$  es menor que  $\lambda$ ,  $\dot{p}$  es positiva, y negativa si  $f'(k)$  es mayor, lo que se representa por los signos  $+$  y  $-$  a los lados de  $\dot{p} = 0$ .

De esta forma el diagrama de fases ha quedado dividido en cuatro cuadrantes donde los movimientos de  $p$  y  $k$  están perfectamente definidos y vienen representados en la figura 1 por las flechas respectivas. La permite conocer las diferentes posibilidades de evolución temporal de los valores  $p$  y  $k$  (y por tanto de  $c$ ).

El punto E constituye un punto de silla, convergiéndose hacia él a través de una única senda mientras que a partir de cualquier otra, alguna o ambas

15. Una explicación de este tipo de problemas figura en Neher (1971).

16. El interés de esta isoquina se justifica por el interés que puede tener esta senda en el crecimiento agregado. El teorema de la catenaria de Samuelson y los programas de duración infinita no hacen más que aumentar su interés en la teoría del crecimiento óptimo.

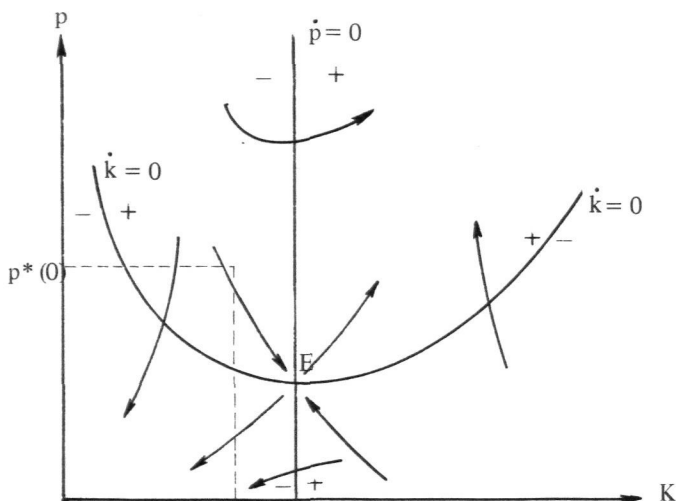


FIG 1

variables tienden a cero infinito. La misión de planificador que pretende alcanzar el punto E será situar a la economía en la senda convergente y para ello, como se aprecia en la figura 1, cada valor inicial de  $k$  tiene asociado un único  $p$ . Ese precio será pues el que debe seleccionar el planificador. Cualquier otro valor conduce a la economía por una senda explosiva.

Así, en la figura 1, si la relación capital trabajo inicial es  $k^*(0)$ , es el único precio inicial que conduce a la economía al punto E es el  $p^*(0)$ . Cualquier otro la sitúa en una senda divergente que hace tender a  $k$  y  $p$  bien a cero o bien a infinito.

En el caso de que se quisieran alcanzar otros puntos distintos existirían otras sendas de características similares.

Cuando los programas sean de duración infinita, la senda óptima siempre sería, sin embargo, la que conduce a E, pues cualquier otra implicaría que  $k$  tendiera a cero o infinito, dando lugar por tanto a un consumo nulo.

Como se ve, el caso es idéntico al del modelo descriptivo, en el que también puede existir un único vector inicial de precios que conduce a la senda de crecimiento equilibrado, conduciendo cualquier otro a que algún precio o cantidad tienda a cero. Pero el equilibrio es indeterminado y nada garantiza la existencia de dicho vector de precios. De esta forma, la ausencia de un planificador que conoce su objetivo final implica que la economía puede desarrollarse por cualquiera de las sendas de la figura 1, siendo imposibles, por tanto, los comportamientos de tipo explosivo.

El mismo tipo de función correctora del planificador podría cumplirse con la existencia de mercados a futuros.<sup>17</sup> Supongamos, por ejemplo, en el

17. En relación a este aspecto ver Samuelson (1967) y Shell - Stiglitz (1967).

contexto del modelo neoclásico que estamos analizando, que existen este tipo de mercados. Supóngase además que existe un determinado vector de precios no asociado a la senda estable, lo que implica que uno de sus elementos,  $p_i$ , tiende hacia cero, con la ineficiencia que hemos visto esto acarrea. Si los bienes de capital se pueden vender sin incurrir en costes, dicho precio no podrá sin embargo llegar a ser negativo. Por tanto, cuando  $p_i$  alcance el valor cero,  $\dot{p}_i$  será positivo y la rentabilidad de dicho bien sería infinita, con lo que cualquier poseedor de otro bien estaría en una situación de desequilibrio. Sin embargo, en un mercado de futuros las transacciones no se celebran hasta que todos los sujetos estén en equilibrio. Por ello, en una situación como ésta, aumentaría la demanda del bien  $i$ , su precio subiría en respuesta a su escasez, y aumentaría por fin su producción.

De esta forma la existencia de mercados a futuros podría resolver el problema planteado por la indeterminación del modelo y por los resultados absurdos a que éste conduce, garantizando que al asignarse los recursos como en el caso estático, se haga de forma eficiente. La variación en los precios no viene distorsionada por el supuesto de equilibrio, sino que es función de la escasez y, por lo tanto, de la rentabilidad de los bienes.

Ahora bien, en la medida en que el modelo neoclásico pretende ser descriptivo, es necesario plantearse la inclusión de los mercados a futuros en el modelo en función de su existencia o no en la realidad.

En general, la teoría neoclásica exige como condición primordial para la mera existencia de un mercado un supuesto muy poco restrictivo, y es que haya oferentes y demandantes. Existen, sin embargo, una serie de razones estrictamente económicas, expuestas por Hicks (1939) y Arrow (1974), por las cuales es posible justificar teóricamente la dificultad de que existan mercados a futuros en una economía de libre competencia. De hecho, como es bien sabido, son pocos los bienes que se cotizan, y, además, normalmente lo son para un número muy limitado de períodos.

Por un lado, el que en los mercados a futuros las operaciones de intercambio no sean presentes implica la posibilidad de que una de las partes incumpla su compromiso, con el consiguiente coste que supondría para la otra el intentar forzar su cumplimiento. La existencia de incertidumbre en el cobro implica el riesgo de incurrir en elevados costes de transacción, que retraen al oferente. Por otra parte, la incertidumbre respecto al futuro puede dar lugar que tampoco las unidades económicas demandantes quieran comprometerse, al no estar seguras de poder cumplir sus obligaciones.

Puede existir además un determinado tipo de complementariedad intertemporal, de tal forma que la existencia del mercado para un determinado bien exige también la existencia de mercados para otro. Así, la ausencia de mercados a futuros para un cierto bien puede implicar la ausencia también de mercados a futuros para los inputs necesarios en su producción. Lógicamente, cuanto más indescomponible sea la tecnología, mayor importancia podría adquirir este motivo. Finalmente, puede mencionarse una última dificultad, pero de gran importancia, como podrían ser las condiciones de tipo institucional que impi-

den la posible existencia de mercados a futuros para, por ejemplo, determinados tipos de servicios de trabajo.

Las razones explicadas, basadas todas ellas en la existencia de incertidumbre, pueden justificar sobradamente la ausencia de mercados futuros. Por otra parte, como señalan Shell y Stiglitz (1967), para que los mercados a futuros resolvieran plenamente el problema, deberían existir hasta el infinito, pues en caso contrario, estos mercados podrían estar en equilibrio aún cuando la trayectoria seguida por algún precio fuera la errónea. Ahora bien, ¿cuál es el efecto fundamental de la no existencia de este tipo de mercados?

Para tomar decisiones, las unidades optimizadoras necesitan tener información sobre precios y, en el caso de que existan rendimientos constantes a escala, también sobre cantidades. La ausencia de mercados a futuros supone que el optimizador se encontrará incierto respecto al futuro y deberá formarse expectativas sobre el mismo. Vemos, pues, que existe una relación de circularidad, de forma que la existencia de incertidumbre implica ausencia de mercados a futuros y ésta, a su vez, también genera incertidumbre.

¿Cómo se determina entonces en el modelo, en ausencia de una función de inversión, los planes de acumulación de capital?

Si consideramos que el vector inicial de precios está dado y que existen unas expectativas dadas sobre  $\dot{p}_1$ , se deducen de la ecuación III. 2 los valores de las relaciones  $k_1$ , y por tanto de los planes de inversión, que implican unos  $f_1$  que satisfacen esta ecuación. De esta forma, habrá tantas sendas de equilibrio como expectativas sobre  $\dot{p}$ , pero ninguna de ellas se elige en función de algún criterio optimizador.

Si, por el contrario, consideramos que son las relaciones  $k_1$  y el vector  $p$  los dados en el momento  $t$ , de la ecuación III. 2 se deducen cuáles han de ser las ganancias de capital necesarias, y que deben ser perfectamente previstas, para que las unidades económicas estén en equilibrio.

De cualquier forma, en relación con la asignación de recursos, el elemento fundamental de este mecanismo se encuentra en la forma en que varían los precios. Esta variación se produce en función del mantenimiento del equilibrio, lo que no sólo no refleja la escasez relativa de cada bien sino que entra en contradicción con este objetivo. En efecto, con objeto de poder compensar el mayor rendimiento interno de otros bienes, los precios que más aumentan son los correspondientes a los bienes más abundantes, y por tanto menos productivos. De esta forma se favorece la producción de los bienes redundantes y se desanima la de los escasos.

Este tipo de mecanismo, que produce un efecto distorsionador en la formación de los precios, es causa de que éstos no puedan guiar eficientemente la asignación de recursos y de que las cantidades de algunos bienes y sus precios tiendan a cero.

## V

Dos de los aspectos fundamentales que parecen quedar claros del análisis de los epígrafes anteriores.

El primero se refiere a las causas y efectos en el proceso de asignación de recursos del modelo descriptivo dinámico, de la ausencia de un proceso de optimización similar al del caso estático o al de los modelos de planificación.

La determinación en el modelo desagregado de unos precios que asignen los recursos con racionalidad exige un conocimiento de los valores futuros de determinadas variables que permitan resolver un problema de optimización intertemporal. Al igual que en estática, esto puede conseguirse de dos maneras. En el caso de que exista un organismo planificador, éste será el que determine las cantidades futuras de flujos y stocks deseados, y a partir de estos datos y de los recursos iniciales resolverá el problema que le permitan conocer la valoración de los recursos en cada momento del tiempo. Alternativamente, puede suponerse también la existencia de mercados a futuros en donde los precios podrían determinarse a partir de un proceso de optimización idéntico al estático. En cualquiera de ambos casos los precios valorarían a los recursos en función de su productividad presente y futura, lo cual es posible precisamente por el conocimiento de los valores futuros de determinadas variables, que permiten que se lleve a cabo un auténtico proceso de optimización intertemporal.

La segunda de las conclusiones se refiere a las consecuencias que se derivan de la utilización del concepto de equilibrio competitivo y las implicaciones que conlleva el uso de este supuesto. La ausencia justificable de mercados a futuros en el modelo descriptivo desagregado implica la necesidad de hacer supuestos sobre las expectativas, sobre las que no parece existir en la ciencia económica una teoría lo suficientemente general y desarrollada como para ser incorporada adecuadamente a un modelo. Ahora bien, con independencia de la existencia de una teoría de las expectativas, la complicación fundamental surge cuando se pretende aplicar el mismo concepto de equilibrio utilizado en el modelo estático a otro modelo en el que, a diferencia del anterior, no hay suficiente número de mercados.

Por ello se produce la aparente paradoja de que el desarrollo de un modelo dinámico alrededor de un concepto estático, además de esterilizar el análisis, lo complica enormemente.

En efecto, la idea de equilibrio estático se refiere a una situación en la que todos los sujetos se encuentran satisfechos con el estado de sus decisiones. Si bien puede tener sentido el estudio de una situación de este tipo, es posible que suceda lo mismo cuando se estudia una sucesión temporal de situaciones, las cuales, por definición, pueden darse únicamente en estados de equilibrio. Ahora bien, la esencia de una teoría dinámica es la descripción de un proceso de ajuste o acercamiento desde una situación a otra que es, o bien más deseada, o bien consecuencia del algún otro tipo de características de la economía, como, por ejemplo, los hábitos de ahorro o la tasa de crecimiento de la población. En la medida en que se "obligue" a que todas las unidades económicas estén permanentemente satisfechas con su estado, se está cercenando un elemento básico explicativo de las acciones de los agentes y de los movimientos de las variables económicas. El problema es diferente en estática, donde, por defi-



nición, no existe adaptación ni movimiento, y por tanto el concepto de equilibrio no afecta a la relación de causalidad de las acciones de los sujetos. De igual forma, también puede justificarse el concepto de equilibrio en la economía del bienestar, donde éste interesa por la propia naturaleza intrínseca del problema. En este caso, en palabras de Hicks (1965), "el supuesto de equilibrio está incorporado al modo de elaborar la teoría". Así, por ejemplo, cuando la teoría económica investiga las propiedades que caracterizan a un óptimo de bienestar se está interesando por un punto de equilibrio.

El problema es radicalmente distinto, sin embargo, en el caso de una teoría descriptiva, en donde el que los sujetos estén en equilibrio no tiene por qué ser necesariamente un objetivo específico del modelo, especialmente si ello conduce a inconsistencias. Para garantizar el equilibrio ha de existir, o bien un conocimiento perfecto del futuro, o bien expectativas perfectas a corto plazo.

Hemos visto los supuestos tan restrictivos que están implícitos en dicho tipo de expectativas y los resultados a que conducen. Otro problema que se plantea, además, es el sentido de suponer que los sujetos tienen un tipo de expectativas está intrínsecamente relacionado con el de decepción o equivocación, y en este sentido las expectativas miópicas parecen constituir un contrasentido.

Por ello la principal crítica a este tipo de modelo no radica en su mayor o menor relevancia, sino en sus contradicciones internas, que le llevan a un desarrollo absurdo e impiden obtener conclusiones relevantes, exceptuando las que se refieren a comportamiento de "booms" muy intensos, cuyo final además no explican.

En el crecimiento agregado, por el contrario, la aplicación del mismo tipo de concepto de equilibrio no conduce sin embargo a este tipo de absurdos. La razón de ello se encuentra, como se ha dicho, en el criticado supuesto de maleabilidad. Según el mismo, los sujetos, por definición, nunca se sentirán insatisfechos, porque, produzcan o posean el bien que sea, se supone que lo pueden convertir en cualquier otro eliminando así cualquier estado no deseado. Obviamente, esto da lugar a que no sea necesario formarse expectativas.

De lo hasta aquí previsto, parece deducirse que la descripción de una senda de crecimiento tendrá que venir explicada probablemente en función de una teoría más desarrollada de las expectativas que permita a los sujetos equivocarse, sea adaptativa y responda más fielmente por tanto al modo en que se toman las decisiones de inversión.<sup>18</sup>

Conviene, sin embargo, aclarar que la crítica anterior se refiere al uso que se ha hecho del concepto del equilibrio, y no tiene que ver con las acusaciones hechas contra el supuesto de equilibrio neoclásico por algunos autores de Cambridge. Estos critican que el centro del análisis lo constituya la explicación del comportamiento de unidades maximizadoras en orden a alcanzar una situación de equilibrio. Por el contrario, no se ha criticado aquí el que el

18. En este sentido parecen prometedores los recientes desarrollos que intentan introducir el supuesto de expectativas con incertidumbre en el modelo con varios bienes de capital. Ver, por ejemplo, Ross (1975).

elemento básico lo constituyan maximizadoras, sino sólo el que se intente explicar su comportamiento suponiendo que a lo largo del tiempo nunca se equilibran. El problema se refiere entonces a la forma en que un método, el de equilibrio, que ha dado resultados útiles en estática pueda aplicarse en el análisis de determinadas situaciones dinámicas.

En este sentido constituiría un enfoque alternativo la visión schumpeteriana de una economía que se desarrolla precisamente porque unas unidades productivas adquieren ventajas comparativas respecto a otras a través de la innovación técnica, la introducción de nuevos productos, . . . etc. En este contexto, el elemento central lo constituye precisamente un elemento desequilibrador,<sup>19</sup> como es el de un empresario que se adelanta a los demás y al que éstos, por encontrarse en una situación de desequilibrio, pretenden ajustarse. A partir de esta situación podría intentarse explicar el proceso de la acumulación de capital o la generación del progreso tecnológico. Obviamente, este tipo de tratamiento de un sistema competitivo es completamente antagónico con el que se ha utilizado en los modelos de crecimiento, y sin embargo el centro del análisis lo constituye una situación, también de "equilibrio", caracterizada por el máximo beneficio que unas unidades optimizadoras intentan alcanzar.

*Facultad de Ciencias Económicas  
Universidad Complutense de Madrid*

#### BIBLIOGRAFIA

1. ARROW, K. y KURZ, M.: *Public Investment, the Rate of Return and Optimal Fiscal Policy*. Baltimore: The John Hopkins Press, 1970.
2. ARROW, K.: "Limited Knowledge and Economic Analysis". *American Economic Review*, 1974.
3. ATCKINSON, A. A.: "The Timescale of Economic Models: How Long is the Long Run?" *Review of Economic Studies*, 1969.
4. CATON, C. y SHELL, K.: "An Exercise in the Theory of Heterogeneous Capital Accumulation". *Review of Economic Studies*, 1971.
5. DORFMAN, R.: "An Economic Interpretation of Optimal Control Theory". *American Economic Review*, 1969.
6. FANJUL, O. y SANTOS E.: "Crecimiento y Estabilidad en el modelo de Leontief". *Anales de Economía*, 1974.
7. HICKS, J.: *Value and Capital*. Oxford: Clarendon Press, 1939.
8. HICKS, J.: "A Value and Capital Growth Model". *Review of Economic Studies*, 1959.
9. INTRILLIGATOR, M.: *Mathematical Optimization and Economic Theory*. Prentice Hall, 1971.

19. Dos trabajos que discuten algunos problemas relacionados con la utilización del concepto de equilibrio en la teoría del crecimiento y analizan determinadas ventajas del enfoque schumpeteriano son los de Nelson (1973) y Segura (1975). En relación con la influencia de Schumpeter en estos desarrollos ver especialmente Schumpeter (1934).

10. KOOPMANS, T.C.: "Objectives, Constraints and Outcomes in Optimal Growth Models". *Econometrica*, 1967.
11. LEIJONHUFVUD, A.: *On Keynesian Economics and the Economics of Keynes*. New York: Oxford University Press, 1968.
12. MORGENSTERN; "Thirteen Critical Points in Contemporary Economic Theory and interpretation". *Journal of Economic Literature*, 1972.
13. NEHER, P.: *Economic Growth and Development*. New York: John Wiley e Sons, 1971.
14. NELSON, R.R. y WINTER, S.G.: "Neoclasical vs. Evolutionary Theories of Economic Growth: Critique and Prospectus" *Economic Journal*, 1973.
15. PHELPS, E.: *Golden Rules of Economic Growth*. New York: W.W. Norton, 1976.
16. ROBINSON, J.: "Solow and the Rate of Return". *Economic Journal*, 1964.
17. ROJO, A.: *Apuntes de Macroeconomía*. Madrid: Facultad de Ciencias Económicas. Curso 1970-71.
18. ROSS, S.: "Uncertainty and the Heterogeneous Capital Good Model". *Review of Economic Studies*, 1975.
19. SAMUELSON, P.: "Indeterminacy of Development in a Heterogeneous Capital Model with Constant Savings Propensity". Recogido en *Essays on the Theory of Optimal Economic Growth*. Editado por K. Shell. Cambridge MIT. Press, 1967.
20. SEGURA, J.: "Some Issues on Firm Behaviour in Light of Microeconomic Foundations of Macroeconomics". Congreso de la "International Economic Association". S'Agaró, 1975.
21. SHELL, K. y STIGLITZ, J.: "The Allocation of Investment in a Dynamic Economy". *Quarterly Journal of Economics*, 1967.
22. SHUMPETER, J.: *The Theory of Economic Development*. Cambridge, Massachusetts Harvard University Press, 1934.