ANWAR SHAIKH*

Leyes de producción y leyes algebraicas: La pseudofunción de producción*

I. Introducción

La teoría neoclásica agregada ha sido formulada a menudo mediante la analogía con la correspondiente teoría microeconómica, con la justificación de que los modelos de equilibrio general son inútiles, a menos que sean muy simplificados. Sin embargo, las recientes controversias sobre el capital han aclarado las condiciones que requieren las funciones de producción «sustitutas» («surrogate»), y estas condiciones se reducen a que en cualquier momento rija en la economía una *simple teoría del valor trabajo*.[1] La ironía de este resultado no puede pasar inadvertida; además, este resultado implica que muchos economistas deben escoger un difícil camino, al repudiar un sistema de determinación de precios mediante la teoría del valor trabajo, aceptando, sin embargo, sus conclusiones,[2] ya que el uso de tales funciones, tanto en la investigación teórica como en la empírica, está muy difundido. La explicación de esta popularidad parece estar en el hecho de que la base empírica del análisis de las funciones agregadas de producción es una base sólida. Pero no nos podemos referir a cualquier función, puesto que tanto en los análisis «cross-section» como en los estudios de series históricas, la función Cobb-Douglas aparece por

* La traducción al castellano del original inglés ha sido realizada por L. Argemí.

* Agradezco al profesor Luigi Pasinetti el haberme aclarado este punto en sus comentarios a una versión anterior de este trabajo.

1. El intento original de promocionar la justificación teórica de la función de producción «sustituta» o «subrogada» («surrogate») está en Samuelson (6). Las condiciones estrictas necesarias para este comportamiento de los agregados están desarrollados en un excelente artículo de Garegnani (3).

2. Joan Robinson (5) ha apuntado repetidamente que una crítica incluso más seria de la función de producción «sustituta» es que, como mucho, representa posiciones de equilibrio alternativas. Los movimientos a lo largo de dicha curva son solamente comparaciones de los equilibrios posibles que un estado de tecnología dado permite, y no movimientos que tengan lugar en realidad. En sus palabras «el tiempo, por así decirlo, forma un ángulo recto x con la pizarra sobre la que se dibuja la curva» (p. 225).

encima de las demás: «la suma de los coeficientes generalmente está cerca de la unidad y existe una sorprendente semejanza entre el exponente de la variable trabajo y la participación de los salarios en producto total».[3] Por ello, parecería que los resultados empíricos apoyan tanto las funciones de producción agregadas con rendimientos constantes, como la teoría agregada marginal de la distribución, casi a pesar de sus deficiencias teóricas.

En un trabajo reciente, F. Fisher admite que los supuestos «bajo los que las posibilidades de producción de una economía técnicamente diferenciada se pueden representar por una función de producción agregada, son demasiado limitativos para ser verosímiles».[4] Por tanto, propone que se investigue la sorprendente uniformidad de los resultados empíricos mediante un experimento de simulación: se supone que cada una de las *N* industrias de la economía está caracterizada por una función de producción microeconómica Cobb-Douglas que relaciona su producto (homogéneo) con su trabajo (homogéneo también) y su stock de maquinaria, *diferenciado.* Las condiciones de agregación son violadas premeditadamente, y la pregunta que se hace entonces es hasta qué punto, y bajo qué circunstancias, una función Cobb-Douglas agregada representa los datos obtenidos. En una economía como ésta, la participación agregada de los salarios a menudo varía con el tiempo, con lo que, en general, una función agregada del tipo Cobb-Douglas no se podrá ajustar. Sin embargo, lo que parece sorprender a Fisher es que, cuando la participación de los salarios es por casualidad constante, una función de producción Cobb-Douglas, no solamente se ajusta a los datos, sino que *también* proporciona una explicación de los salarios «aunque las verdaderas relaciones estén lejos de ajustarse a una función Cobb-Douglas», sugiriendo con ello que *«la opinión que mantiene que la constancia de las participaciones relativas se debe a la presencia de una función de producción Cobb-Douglas agregada, está equivocada. La línea de causalidad va en sentido opuesto y el aparente éxito de la función Cobb-Douglas se debe a la constancia relativa de la participación del trabajo.»* [5]

Es obvio que, mientras las participaciones agregadas sean constantes, el test económico apropiado de la teoría agregada de producción y distribución requiere una función Cobb-Douglas. Esta prueba aclararía el nivel de existencia de rendimientos a escala (mediante la suma de los coeficientes), y la aplicabilidad de la teoría agregada de la productividad marginal (mediante la comparación de los exponentes del capital y del trabajo con las participaciones de los salarios y de los beneficios en la renta). Lo que no es tan obvio, sin embargo, es que mientras que las participaciones sean constantes, una función de producción Cobb-Douglas agregada, aparentemente con «rendimientos a escala constantes» nos dé siempre el ajuste perfecto para cualquier tipo de datos. *Además, bajo unos supuestos bastante razonables, esta función parecerá*

3. A. A. Walters (9), p. 27.
4. F. Fisher (2), p. 306.
5. F. Fisher (2), p. 306. El subrayado es mío.

presentar «productos marginales iguales a las respectivas retribuciones de los factores», con lo que aparentemente se justificará la teoría neoclásica agregada de la distribución. Tal como se verá, estas proposiciones son consecuencias *matemáticas* de las participaciones constantes, y la sorprendente uniformidad de los resultados empíricos se debe a una ley de álgebra y no a ninguna misteriosa ley de producción. De hecho, y para dar más énfasis a la independencia de este resultado de cualquier ley de producción, se pueden ilustrar estas leyes de álgebra con los resultados, bastante improbables, de la economía «embustera» («humbug»), ya que incluso estos datos son perfectamente consistentes con una función Cobb-Douglas con «rendimientos a escala constantes», «progreso técnico neutral» y que satisfaga las «reglas de la productividad marginal», en tanto las participaciones sean constantes.

II. Leyes de álgebra

Empecemos separando los datos agregados en cualquier período de tiempo en datos de producto (Q, valor del producto), datos de distribución (W, P, salarios y beneficios, respectivamente) y datos de factores (K, L, números índices de capital y trabajo, respectivamente). Podemos escribir entonces la siguiente identidad de agregados para cualquier momento t:

$$Q(t) \equiv W(t) + P(t) \qquad [1]$$

Dados cualesquiera números índices $K(t)$, $L(t)$, podemos escribir siempre también:

$$q(t) = w(t) + r(t)k(t) \qquad [2]$$

en que $q(t)$ y $k(t)$ son las relaciones producto-trabajo y capital-trabajo, respectivamente, y $w(t) = W(t)/L(t)$, $r(t) = P(t)/K(t)$ son las tasas de salarios y de beneficios, respectivamente. La ecuación anterior es, por tanto, la identidad fundamental que relaciona los datos de producto, distribución y factores. Si definimos la participación de los beneficios en el producto como s, y la participación de los salarios como $1 - s$, podemos diferenciar la identidad [2] para obtener la [3] (las derivadas con respecto al tiempo se expresan por puntos y el índice temporal t se deja, para simplificar la formulación):

$$\dot{q} = \dot{w} + \dot{r}k + r\dot{k} \equiv w\left(\frac{\dot{w}}{w}\right) + rk\left(\frac{\dot{r}}{r}\right) + rk\left(\frac{\dot{k}}{k}\right)$$

$$\frac{\dot{q}}{q} \equiv \frac{w}{q}\left(\frac{\dot{w}}{w}\right) + \frac{rk}{q}\left(\frac{\dot{r}}{r}\right) + \frac{rk}{q}\left(\frac{\dot{k}}{k}\right)$$

teniendo en cuenta que $s \equiv \frac{rk}{q}$, $1 - s = \frac{w}{q}$ podemos escribir

$$\frac{\dot{q}}{q} \equiv \frac{\dot{B}}{B} + s\frac{\dot{k}}{k} \qquad [3]$$

en que

$$\frac{\dot{B}}{B} \equiv \left((1-s)\frac{\dot{w}}{w} + s\frac{\dot{r}}{r}\right)$$

Es importante notar que todas las relaciones anteriores son *siempre* verdaderas para cualquier grupo de datos agregados. Supongamos que nos encontramos con unos datos que presentan constancia de las participaciones relativas, tales que $s = \beta$. Podemos integrar inmediatamente la identidad [3] para obtener: [6]

$$q = B(\text{Co } k^{\beta}) \qquad [4]$$

en que $B \equiv e \int (\dot{B}/B)\, dt$, siendo Co = constante de integración.

La ecuación [4] es sorprendentemente similar a una función Cobb-Douglas agregada, con rendimientos a escala constantes, con un parámetro de desplazamiento B. Pero, de hecho, no es una función de *producción* de ninguna manera, sino simplemente una relación algebraica que se mantiene siempre, con cualquier conjunto de datos input-output de Q, K, L, incluso con datos que no vengan de una economía, con tal de que los datos de distribución presenten una relación constante. Además, ya que el término $\dot{B}/B$ en la identidad [3] es una media ponderada de las *tasas de cambio* de w y r, respectivamente, parece razonable esperar, empíricamente, que muchas mediciones de K, L, diesen una relación capital-trabajo, k, débilmente correlacionada con $\dot{B}/B$. Con medidas para las que se mantuviese la afirmación anterior, $\dot{B}/B$ *podría considerarse principalmente como una función del tiempo,* de manera que B sería también únicamente una función del tiempo. Así podremos escribir

$$q = B(t)(\text{Co } k^{\beta}) \qquad [5]$$

$$Q = B(t)(\text{Co } k^{\beta} L^{1-\beta}) \qquad [5']$$

La anterior expresión algebraica tiene varias propiedades interesantes. Para empezar, es homogénea de primer grado en K y L. Segundo, ya que $\beta = s \equiv$ $\equiv rk/q$, las derivadas parciales $\partial Q/\partial K$, $\partial Q/\partial L$ son iguales a r y w, respectiva-

6. $\ln q = \int \dot{B}/B \; dt + \beta \ln k + \text{Co}$, que nos da $q = (e \int \dot{B}/B^{dt})$ (Co k^{β}).

mente. Y, en tercer lugar, el efecto del tiempo es «neutral», como si estuviese incorporado en el parámetro de desplazamiento $B(t)$. Lo que tenemos es, en realidad, matemáticamente idéntico a una función de producción Cobb-Douglas, con rendimientos a escala constantes, progreso técnico neutral, y que satisface las «reglas» de la productividad marginal. Y, a pesar de todo, *cualquier tipo de datos de producción pueden representarse como si fuesen generados por tal función,* mientras que las participaciones sean constantes y las medidas del capital y del trabajo sean tales que k esté correlacionado con $\dot{B}/B$. Por ello, precisamente porque [5′] es una relación matemática que se cumple para muchas clases de datos asociados con participaciones constantes, no puede interpretarse como una función de producción, ni como ningún tipo de relación de producción. En todo caso, es una relación de *distribución,* y por ello puede arrojar poca o ninguna luz sobre las relaciones de producción en que se basa.* De hecho, ya que la constancia de las participaciones relativas se ha tomado como un dato empírico, la ecuación [5′] no arroja ni siquiera luz sobre la teoría de la distribución.

Anteriormente, dije que las bases teóricas de la función agregada de producción eran extremadamente débiles. Parecería ahora que su aparente fuerza no es fuerza de ninguna manera, sino simplemente un reflejo estadístico de una relación algebraica.

III. Aplicaciones

Es obvio que se puede aplicar la ecuación [5] de muchas maneras. En el apartado *A*), me dedico a re-examinar el famoso trabajo de medición del cambio tecnológico de Solow. En el *B*) presento un ejemplo numérico que ilustra la generalidad de la ecuación [5] y en el *C*) aplico el análisis precedente a estudios de corte transversal.

A) *Cambio tecnológico y función agregada de producción: Solow (8).*

En un trabajo considerado como «fundamental», Robert Solow introdujo en 1957 un nuevo método de medición de la contribución del cambio tecnológico al crecimiento económico. Desde entonces se han establecido varios refinamientos en los cálculos originales de Solow, todos ellos dirigidos a proporcionar mejores medidas del trabajo y del capital, teniendo en cuenta la educación, las generaciones («vintages») de máquinas, etc., pero el enfoque básico no ha cambiado.[8]

El modelo de Solow es familiar. La ecuación [6] representa la función agregada de producción de la que se parte, con rendimientos a escala constantes, progreso técnico neutral, representado por el parámetro de desplaza-

7. Solow (8).
8. Para una explicación de los ulteriores refinamientos, ver Nelson (4).

miento $A(t)$ mientras que la función [7] afirma que «los factores reciben sus productos marginales» (expresados de nuevo en términos de la participación de los beneficios en el producto).[9]

$$q = A(t)\, f(k) \qquad [6]$$

$$\frac{df}{df}\frac{k}{f} = s \equiv \text{participación de los beneficios} \qquad [7]$$

El principal interés de Solow estriba en aislar lo que yo llamo la función de producción «subyacente», $f(k)$, distinguiendo entre los desplazamientos de la función de producción (debidos al cambio tecnológico), y los movimientos a lo largo de ella (debidos a cambios en la relación capital-trabajo). Para ello, diferenciando la función [6] y usando la [7] para sustituir s por $\left(\frac{\dot{f}}{f}\right) / \left(\frac{\dot{k}}{k}\right)$, obtiene:

$$\frac{\dot{q}}{q} = \frac{\dot{A}}{A} + s\frac{\dot{k}}{k} \qquad [8]$$

La ecuación [8] se deriva de los *supuestos* de una función agregada de producción con rendimientos a escala constantes, con la distribución determinada por las reglas de la productividad marginal. La ecuación [3], obtenida anteriormente a partir de una *identidad* y, por tanto, verdadera siempre, para cualquier comportamiento productivo y distributivo, es matemáticamente idéntica a la [8]. Por tanto, $\dot{A}/A = \dot{B}/B = ((1 - s)\,\dot{w}/w + (s)\,\dot{r}/s)$; o sea, que la medición del cambio técnico de Solow es simplemente una media ponderada de las tasas de crecimiento de la tasa de salarios w y de la tasa de beneficios r.

Los datos de Solow le proporcionan series de q, k, y s para Estados Unidos en el período 1909-1949. A partir de ellos calcula $\dot{q}/q$ y $\dot{k}/k$, y los introduce en [3] para obtener las series de $\dot{A}/A$; ya que $\dot{A}/A$ parece no estar correlacionado con k, Solow concluye que el cambio tecnológico es esencialmente neutral, y haciendo $A(0) = 1$, puede llegar a las series de $A(t)$, parámetro del cambio tecnológico neutral. Finalmente, ya que [6] relaciona q, $A(t)$ y la función de producción «subyacente», no especificada hasta ahora, $f(k)$, puede usar las series de $A(t)$ para derivar $f(t)$. Poniendo en un diagrama los valores de $f(k)$ y de k, el resultado es una línea con una cierta curvatura, y con ello concluye que los datos «dan una impresión distinta a la de rendimientos decrecientes».[10]

9. Nótese que $f(k) = q/A(t)$. El producto marginal del capital es $dq/dk = A(t)\,(df/dk) = (q/f)\,(df/dk)$. Igualándolo a r y arreglando, se obtiene [7], ya que $s = (rk)/q$.
10. Solow (8), p. 320.

De hecho, Solow obtiene que esta función de producción «subyacente» está muy bien representada por una función de producción Cobb-Douglas (con un coeficiente de correlación $R = 0{,}9996$):

$$\ln \hat{f}(k) = -0{,}729 + 0{,}353 \ln (k) \qquad [9]$$

dado el análisis precedente de la sección II, no es difícil ver por qué los resultados de Solow son tan bonitos. Sabemos, por ejemplo, que sus datos presentan participaciones constantes, y que sus medidas de K y de L dan un residuo $\dot{A}/A$ sin correlación con k. A partir de consideraciones puramente algebraicas, se puede esperar que los datos sean bien representados por la forma funcional [3], forma que es matemáticamente idéntica a una función de producción Cobb-Douglas con rendimientos a escala constantes, cambio tecnológico neutral y «productos marginales iguales a las retribuciones de los factores». De hecho, las leyes de álgebra indican que la función de producción «subyacente» de Solow, será de la forma:

$$f(k) = \mathrm{Co}\ k^{\beta} \qquad [10]$$

β es, por supuesto, la participación (aproximadamente) constante, y Co es la constante de integración, que depende sólo de los puntos iniciales g_0, k_0 de los datos.[11] Así, basándonos en simples consideraciones algebraicas, se podría esperar que la función de producción «subyacente» estuviese caracterizada por:

$$\ln f(k) = -0{,}725 + 0{,}35 \ln (k) \qquad [11]$$

Esto es, prácticamente, igual a la regresión de Solow (ecuación [6]), tal como debería ser, ya que es una ley algebraica, no una ley de producción.

B) *La función de producción «embustera»*

Se puede ilustrar la generalidad del análisis anterior mediante un ejemplo numérico. Considérese, por ejemplo, una economía cuyos datos de factor y producto son los representados en la figura 1, y en que la participación de los beneficios s, es la misma que en los datos de Solow para Estados Unidos (datos de Solow (8)). Usando los datos de q, k, y s se puede calcular $\dot{q}/q$ y $\dot{k}/k$, y con ellos $\dot{A}/A$. Poniendo en un diagrama $\dot{A}/A$ y k se obtiene una serie de puntos sin correlación aparente (no incluida aquí por razones de espacio, los cálculos se dan en el apéndice). Siguiendo a Solow, se puede

11. De la [3], $q = B(t)\,(\mathrm{Co}\ k^{\beta})$. Solow identifica $B(t)$ con $A(t)$, ya que $A(0) = 1\ q_0 = \mathrm{Co}k_0^{\beta}$. Solow usa los años 1909-1942 en sus regresiones, y para estos años $s \cong \beta = 0{,}35$. También, a partir de la tabla I, p. 315, $q_0 = 0{,}623$, $k_0 = 2{,}06$, lo que nos da $\ln \mathrm{Co} \cong -0{,}725$.

hacer $A(0) = 1$, y con ello obtener las series de $A(t)$, lo que representa en la figura 2. Finalmente, se puede usar $A(t)$ para derivar la función de producción «subyacente» $f(k) = q/A(t)$, que, dibujada en un gráfico con respecto a k, en la figura 3, da una impresión bastante distinta a la de «rendimientos decrecientes», De hecho, la regresíón de $f(k)$ respecto a k da

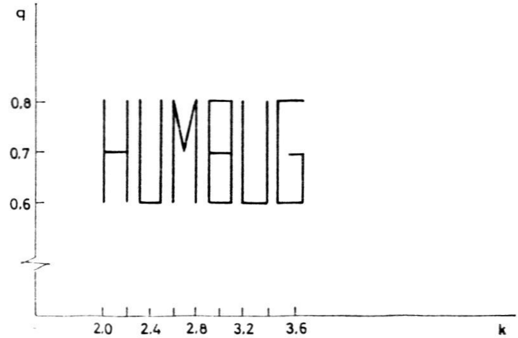

FIG. 1

$\ln f(k) = -0{,}453 + 0{,}34 \ln (k)$, $R = 0{,}9964$. Ya que la participación de los beneficios durante los años de estudio fue aproximadamente constante —alrededor de 0,34—, se obtiene la sorprendente conclusión de que incluso los datos «embusteros» se representan bastante bien mediante una función de producción Cobb-Douglas con rendimientos a escala constantes, progreso tecnológico neutral y productos marginales iguales a las retribuciones de los factores.

C) *Funciones agregadas de producción de corte transversal*

La analogía directa con las participaciones constantes está en el caso de márgenes de beneficio uniformes (beneficios por dólar de ventas) en los

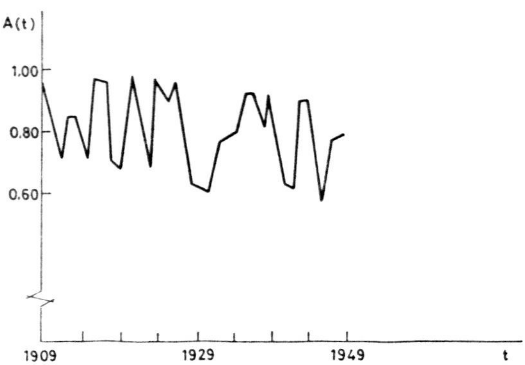

FIG. 2. — «Regreso técnico»

datos de corte transversal. Usando el subíndice i para la industria (o empresa), i-ésima y definiendo $s_i = r_i k_i / q_i$ como el margen de beneficio uniforme, se puede volver a escribir la ecuación [3] como:

$$\frac{dq_i}{q_i} = \left[(1 - \beta) \cdot \frac{dw_i}{w_i} + \beta \frac{dr_i}{r_i} \right] + \beta \frac{dk_i}{k_i} \qquad [12]$$

Entonces, mientras el término entre paréntesis no esté correlacionado con dk_i/k_i, la ecuación anterior es algebraicamente similar a un modelo de regresión lineal simple $y_i = bx_i + u_i$, en que el término entre paréntesis hace el papel del término u_i. Obviamente, para cualesquiera datos en que el término del

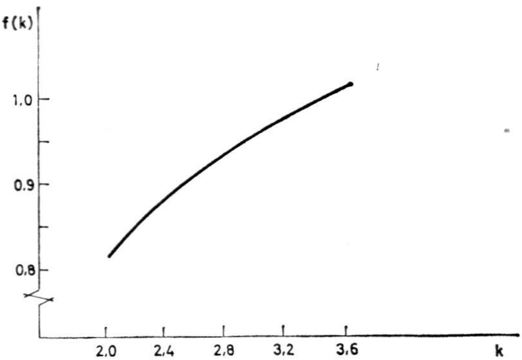

FIG. 3. — Función de producción «subyacente»

paréntesis sea pequeño y no esté correlacionado con la variable dependiente dk_i/k_i, el mejor ajuste lo dará una función de producción Cobb-Douglas de corte transversal, con rendimientos constantes y productos marginales iguales a las retribuciones de los factores.

Hay otras maneras de explicar el aparente éxito de la función de producción Cobb-Douglas en estudios de corte transversal: la mejor referencia es la crítica de Phelps-Brown (1). En una nota posterior, Simon y Levy (7) demostraron que cualquier conjunto de datos que tengan tasa uniforme de salarios y de beneficios en estudios de corte transversal, pueden ajustarse bastante a la omnipresente función Cobb-Douglas con coeficientes «correctos», incluso cuando los datos reflejan solamente la movilidad del trabajo y del capital, y no unas condiciones específicas de producción. De nuevo parecería que el éxito aparente de las funciones Cobb-Douglas con coeficientes «correctos» es perfectamente consistente con casi cualquier tipo de datos, y no puede interpretarse como una prueba en favor de las funciones de producción agregadas ni de la teoría de la distribución.

IV. Sumario y conclusiones

Se ha dicho, en aportaciones recientes, que la base teórica de las funciones agregadas de producción, es, como mucho, una base débil. Al mismo tiempo, la base empírica se presenta generalmente como una base sólida. En particular, la sorprendente dominancia de la función Cobb-Douglas con rendimientos a escala constantes, y productos marginales de acuerdo a las «retribuciones de los factores», se ha creído que proporcionaba un apoyo sustancial al análisis de la función de producción, a pesar de la debilidad teórica. La principal intención de este trabajo está en demostrar que los resultados empíricos no tienen mucho que ver con ninguna condición de producción. Por el contrario, se demuestra que cuando los datos de la distribución (salarios y beneficios) presentan participación constante, existen amplios conjuntos de datos de producción (producto, capital y trabajo) que pueden siempre relacionarse mediante una forma funcional, matemáticamente idéntica a una Cobb-Douglas con «rendimientos a escala constantes», «progreso técnico neutral» y «productos marginales iguales a las retribuciones de los factores». Ya que lo anterior es una consecuencia matemática de las participaciones constantes, verdad oral incluso para un conjunto muy implausible de datos de producción (como los de la economía «embustera» de la sección III, apartado *B*) se puede decir que la supuesta fuerza empírica de análisis de la función de producción no es en realidad nada más que un reflejo estadístico de la constancia de las participaciones de los factores (aún inexplicada).

New School for Social Research
Graduate Faculty. New York

Apéndice

Datos embusteros («Humbug»)

Años	Participación de la renta de propiedad S	Producto por trabajador $q(t)$	Capital por trabajador $k(t)$	$\dot{q}/q$	$\dot{k}/k$	$\dot{A}/A$	$\dot{A}(t)$	$\dot{f}(k)$
1909	0,335	0,80	2,00	— 0,125	0,000	— 0,125	1,000	0,800
1910	0,330	0,70	2,00	— 0,143	0,000	— 0,143	0,875	0,800
1911	0,335	0,60	2,00	+ 0,167	0,000	+ 0,167	0,750	0,800
1912	0,330	0,70	2,00	0,000	+0,050	— 0,017	0,875	0,800
1913	0,334	0,70	2,10	0,000	0,048	— 0,016	0,860	0,814
1914	0,325	0,70	2,20	— 0,143	0,000	— 0,143	0,846	0,826
1915	0,344	0,60	2,20	+ 0,333	0,000	+ 0,333	0,725	0,828
1916	0,358	0,80	2,20	0,000	0,045	— 0,016	0,965	0,830
1917	0,370	0,80	2,30	— 0,250	0,000	— 0,250	0,948	0,843
1918	0,342	0,60	2,30	0,000	0,044	— 0,015	0,710	0,845
1919	0,354	0,60	2,40	0,000	0,042	— 0,015	0,700	0,857
1920	0,319	0,60	2,50	+ 0,167	0,000	+ 0,167	0,690	0,870
1921	0,369	0,70	2,50	+ 0,143	0,000	+ 0,143	0,805	0,870
1922	0,339	0,80	2,50	— 0,250	0,040	— 0,264	0,921	0,869
1923	0,337	0,60	2,60	+ 0,333	0,000	+ 0,333	0,678	0,885
1924	0,330	0,80	2,60	— 0,063	0,019	— 0,069	0,902	0,887
1925	0,336	0,75	2,65	— 0,067	0,019	— 0,073	0,840	0,893
1926	0,327	0,70	2,70	+ 0,071	0,019	+ 0,065	0,780	0,897
1927	0,323	0,75	2,75	+ 0.067	0,018	+ 0,061	0,830	0,903
1928	0,338	0,80	2,80	— 0,250	0,000	— 0,250	0,880	0,908
1929	0,332	0,60	2,80	0,000	0,036	— 0,012	0,660	0,908
1930	0,347	0,60	2,90	0,000	0,052	— 0,018	0,652	0,920
1931	0,325	0,60	3,05	+ 0,167	0,000	+ 0,167	0,641	0,935
1932	0,397	0,70	3,05	0,000	— 0,049	+ 0,019	0,748	0,935
1933	0,362	0,70	2,90	+ 0,143	0,000	+ 0,143	0,764	0,916
1934	0,355	0,80	2,90	0,000	0,052	— 0,018	0,874	0,916
1935	0,351	0,80	3,05	— 0,125	0,000	— 0,125	0,860	0,930
1936	0,357	0,70	3,05	0,143	0,033	+ 0,132	0,752	0,930
1937	0,340	0,80	3,15	0,250	0,000	— 0,250	0,852	0,940
1938	0,331	0,60	3,15	0,000	0,032	— 0,011	0,638	0,940
1939	0,347	0,60	3,25	0,000	0,031	— 0,011	0,633	0,948
1940	0,357	0,60	3,35	+ 0,333	0,000	+ 0,333	0,626	0,960
1941	0,377	0,80	3,35	0,000	0,070	— 0,026	0,843	0,950
1942	0,356	0,80	3,60	0,000	— 0,042	+ 0,015	0,820	0,975
1943	0,342	0,80	3,45	— 0,250	0,000	— 0,250	0,832	0,964
1944	0,332	0,60	3,45	0,000	0,044	— 0,015	0,624	0,964
1945	0,314	0,60	3,60	+ 0,167	0,000	+ 0,167	0,614	0,978
1946	0,312	0,70	3,60	0,000	— 0,014	+ 0,004	0,717	0,975
1947	0,327	0,70	3,55	—	—	—	0,721	0,970

BIBLIOGRAFÍA

1. Brown, Phelps: «The Meaning of Fitted Cobb-Douglas Functions», *Quarterly Journal of Economics,* vol. 71, noviembre 1957, pp. 546-560.
2. Fisher, F. M.: «Aggregate Production Functions and the Explanation of Wages: A simulation Experiment», *The Review of Economics and Statistics,* vol. LIII, noviembre 1971, pp. 305-325.
3. Garegnani, P.: «Heterogeneous Capital, the Production Function and the Theory of Distribution», *Review of Economic Studies,* 37, julio 1970, pp. 407-436. (Existe traducción española en *Revista española de Economía,* septiembre-diciembre 1973.)
4. Nelson, R. R.: «Aggregate Growth Projections and Medium-Range Growth Projections», *American Economic Review,* LIV, septiembre 1964, pp. 575-605.
5. Robinson, Joan: «Capital Theory Up to Date: A Reply», *Canadian Journal of Economics,* IV, mayo 1971, pp. 254-256. (Existe traducción española en *Revista española de Economía,* septiembre-diciembre 1973.)
6. Samuelson, P. A.: «Parable and Realism in Capital Theory: The Surrogate Production Function», *Review of Economic Studies,* 29, junio 1962, pp. 193-206. (Existe traducción española en *Revista española de Economía,* septiembre-diciembre 1973.)
7 Simon, H., y Levy, F.: «A Note on the Cobb-Douglas Function», *Review of Economic Studies,* 30 junio 1963, pp. 93-94.
8. Solow, R. M.: «Technical Change and the Aggregate Productions Function», *Review of Economics and Statistics,* 39, agosto 1957, pp. 312-320.
9. Walkers, A. A.: «Production and Cost Functions: An Econometric Survey», *Econometrica,* 31, 1963, pp. 1-66. (Existe traducción española en *Lecturas de Economía: Microeconomía-I,* pp. 45-112.)