J. URRUTIA

# Bienes públicos, tecnología del consumo y congestión universitaria

## I. Introducción

En un artículo de reciente aparición en esta revista (7), y en el contexto de un análisis del mercado como mecanismo de asignación de recursos, se parte del supuesto explícito de que el sistema de precios es viable en el sentido de que existen unos precios implícitos (o de eficiencia) que si fueran impuestos en un sistema de competencia perfecta llevarían al óptimo paretiano. Es muy conocido que i) esta relación cuasi-biunívoca [1] entre mecanismo de mercado y óptimo paretiano se rompe cuando hay *interacción directa* externa al mecanismo de mercado, y que ii) podemos encontrar «parches» [2] que la mantengan. Estos «parches» podrán ser más o menos fáciles de calcular y requerirán más o menos información, pero existen. El sistema de mercado sigue siendo viable como mecanismo de asignación de recursos. Sin embargo, cuando existen *rendimientos crecientes a la escala* el sistema de precios deja de ser viable, bien porque los precios implícitos no existen, bien porque, aunque existan, si se impusieran en un sistema de mercado no llevarían al óptimo paretiano.

Todo esto está muy bien captado en (7); pero en ese artículo no se menciona la no viabilidad del sistema de precios para la provisión eficiente de *bienes públicos.* El caso de los bienes públicos es, sin embargo, la instancia más importante de fallo del mecanismo de mercado.[3] En la siguiente sección

1. La relación no es simplemente biunívoca, porque si bien es cierto que el equilibrio del mecanismo de asignación de recursos que llamamos sistema de competencia perfecta es siempre un óptimo paretiano, no es estrictamente cierto que cualquier óptimo paretiano puede ser sostenido por el equilibrio de un sistema de competencia perfecta. Esto último es cierto solamente a partir de la dotación inicial adecuada y para unos precios adecuados.
2. Es decir, un conjunto de impuestos (positivos o negativos) a tanto alzado y *ad valorem.*
3. Se puede argüir que los casos más importantes de interacción o de rendimientos crecientes a la escala aparecen en situaciones que envuelven el uso de bienes públicos. Véase (2).

de este trabajo se resume el planteamiento samuelsoniano (4) del problema de los bienes públicos. Es bien conocido que no existe un *único* precio de eficiencia para la provisión eficiente de bienes públicos; sino que es necesario el uso de precios personalizados cuyo cálculo presenta dificultades insuperables.

Un reciente planteamiento alternativo del problema de los bienes públicos (5), basada en la consideración del consumo como actividad productiva (3) nos permite mostrar, en la sección III, cómo es posible que exista un único precio de eficiencia. Este planteamiento alternativo nos permite, además, establecer la provisión eficiente de bienes públicos sobre una base más operativa. Sin embargo, lo verdaderamente importante, a mi juicio, de este planteamiento alternativo, es que permite el análisis de la congestión de un bien público. Este análisis se lleva a cabo en la sección IV.

Aunque el análisis hasta este punto es perfectamente general, se puede forzar al modelo para que nos diga algo sobre la supuesta congestión de la Universidad, problema que está en la base de la debatida cuestión de la selectividad universitaria. Esto último se realiza en la sección V.

## II. El planteamiento samuelsoniano (4)

El bien $z_j$ es un bien público puro si

$$Z_j = Z_j^A = Z_j^B = Z_j^C \qquad [1]$$

en donde $Z_j$ es la cantidad existente de $z_j$ y $Z_j^h$, $h = A, B, \ldots$, es la cantidad consumida por $A$, $B$, ... Por simplicidad consideraremos que sólo existen cuatro bienes:

$z_1 =$ carreteras $\qquad y_1 =$ automóviles
$z_2 =$ playas $\qquad y_2 =$ bañadores

en donde $y_i, i = 1, 2$, son bienes privados cuya cantidad existente es $Y_i$ y son tales que

$$Y_i = \sum_h Y_i^h \qquad [2]$$

Sean $j = 1, 2$, $i = 1, 2$, $h = A, B$. Cada individuo tiene una función de utilidad convencional [4]

$$\begin{aligned} u^A &= u^A(Y_1^A, Y_2^A, Z_1, Z_2) \\ u^B &= u^B(Y_1^B, Y_2^B, Z_1, Z_2) \end{aligned} \qquad [3]$$

4. Es decir, las funciones de utilidad son tales que la relación marginal de sustitución es decreciente (curvas de indiferencia convexas hacia el origen).

Una función de transformación convencional [5] dada

$$F(Y_1, Y_2, Z_1, Z_2) = 0 \qquad [4]$$

nos resume la estructura productiva y una función de bienestar social

$$W = W(U^A, U^B) \qquad [5]$$

nos explicita los juicios éticos a tener en cuenta.

Bajo estos supuestos el óptimo paretiano está caracterizado por las condiciones de primer orden [6] para la solución del siguiente problema $\alpha$:

$$\max.\ W(u^A, u^B)$$

condicionado a [2], [3] y [4].

Las condiciones resultantes pueden agruparse en tres bloques (ver apéndice). El primer bloque nos dice que: [7]

$$\frac{\partial u^A/\partial Y_1^A}{\partial u^A/\partial Y_2^A} = \frac{\partial u^B/\partial Y_1^B}{\partial u^B/\partial Y_2^B} = \frac{\partial F/\partial Y_1}{\partial F/\partial Y_2}$$

o equivalentemente que:

$$[RMS_2^1]^A = [RMS_2^1]^B = [RMT_2^1] \qquad [\alpha.1]$$

o equivalentemente que:

$$BMS = BM^A (= MWP^A) = BM^B (= MWP^B) = CMS$$

del bien $y_1$ en términos del $y_2$.

Las condiciones marginales [$\alpha$.1] nos dan las condiciones de eficiencia para la provisión de bienes privados. El equilibrio del mecanismo de competencia perfecta satisface [$\alpha$.1] porque

$$RMT = P_1/P_2 \quad ; \quad [RMS\tfrac{1}{2}]^h = P_1/P_2,\ \forall h \qquad [6]$$

5. El conjunto de transformación es convexo. Nótese que esto permite rendimientos (suavemente) crecientes a la escala.

6. Dada la especificación de las funciones de utilidad y de la función de transformación, las condiciones de primer orden son necesarias y suficientes. Nótese también que aquí, como en todo el resto de artículo, necesitamos definir las variables en las unidades apropiadas para que las variables sean continuas.

7. La terminología empleada es la siguiente. *RMS* = Relación marginal de sustitución; *RMT* = = Relación marginal de transformación; *BM* = Beneficio marginal privado; *BMS* = Beneficio marginal social; *CMS* = Coste marginal social y *MWP* = «Marginal willingness to pay», un término cuya traducción adecuada es difícil de encontrar.

Las condiciones [$\alpha$.1] nos dan una familia de óptimos paretianos cada uno correspondiente a una distribución de los bienes entre los individuos distinta. El siguiente grupo de condiciones identifican el único *optimum optimorum*: [8]

$$\frac{\partial W}{\partial u^A}\frac{\partial u^A}{\partial Y_i^A} = \frac{\partial W}{\partial u^B}\frac{\partial u^B}{\partial Y_i^B}\ ,\ i = 1, 2 \qquad [\alpha.2]$$

Haciendo uso de [$\alpha$.2] hallamos el tercer bloque de condiciones:

$$\frac{\partial u^A/\partial Z_j}{\partial u^A/\partial Y_i^A} + \frac{\partial u^B/\partial Z_j}{\partial u^B/\partial Y_i^B} = \frac{\partial F/\partial Z_j}{\partial F/\partial Y_i}\quad ;\quad i = 1, 2,\ j = 1, 2$$

o equivalentemente:

$$[RMS_{yi}^{zj}]^A + [RMS_{yi}^{zj}]^B = RMT_{yi}^{zj} \qquad [\alpha.3]$$

o equivalentemente:

$$BMS = \underset{(MWP)^A}{BM^A} + \underset{(MWP)^B}{BM^B} = CMS$$

del bien $z_j$ en términos del $y_i$.

Las condiciones marginales [$\alpha$.3] son las condiciones de eficiencia para la provisión de bienes públicos. Un caso particular de [$\alpha$.3] sería, por ejemplo:

$$\frac{\partial u^A/\partial Z_1}{\partial u^A/\partial Y_1^A} + \frac{\partial u^B/\partial Z_1}{\partial u^B/\partial Y_1^B} = \frac{\partial F/\partial Z_1}{\partial F/\partial Y_1} \qquad [\alpha.3]^*$$

Nótese que aunque [$\alpha$.1] y [$\alpha$.3] requieren ambas que $BMS = CMS$, se diferencian en la definición del $BMS$ según no entre o entre un bien público. Este planteamiento samuelsoniano nos premite establecer las siguientes proposiciones.

Proposición 1. *Una economía de mercado sistemáticamente infraproduce bienes públicos.*

Esto es así porque en el equilibrio de la competencia perfecta dado por [6], $BMS > CMS$. Es decir, la situación competitiva no es óptima y la situación óptima requiere más bienes públicos. Sin embargo, el productor está igualando su coste marginal privado al precio. El contenido de esta proposición sostiene la crítica de Galbraith a la sociedad opulenta (1) y, al mismo tiempo, constitu-

8. La distinción empleada en este párrafo es equivalente a la distinción entre eficiencia y optimalidad tan bien resaltada por Zabalza en (6).

ye un argumento analítico robusto en favor de dejar los bienes públicos en manos de organismos públicos.

PROPOSICIÓN 2. *No existe un único precio para la provisión eficiente de bienes públicos por un organismo público.*

Para ver esto especialicemos [$\alpha$.3] para $z_1$ e $y_1$ y tomemos $y_1$ como numerario de forma que $P_1 = 1$. Sea $\pi_1 = P_{z1}/P_1$. En este caso [$\alpha$.3] * nos dice que la cantidad óptima de $z_1, Z_1^*$, es la indicada en la figura y obtenida a partir del conocimiento de $D$ que es la suma vertical de $D^A$ y $D^B$. Si el organismo público impone el precio $\pi_1^*$, único, los individuos demandarán $z_1$ en cantidades $o$ y $Z_1^B$, de forma que no utilizan el total del bien público $Z_1^*$. Cualquier otro precio único hace que *BMS* y *CMS* sean diferentes. En consecuencia podemos decir que la optimalidad paretiana requiere precios personalizados como $\pi_{1B}^* = MWP^B$ y $\pi_{1A}^* = MWP^A$ tales que el *CMS* sea igual a la suma de los MB de todos los individuos, $\pi_{1B}^* + \pi_{1A}^* = \pi_1^*$.

PROPOSICIÓN 3. *Los precios personalizados eficientes $\pi_{1B}^*$ y $\pi_{1A}^*$ son muy difíciles de calcular.*

En efecto, para calcularlos, el organismo público necesitaría conocer las funciones de utilidad; pero éstas son inobservables. Es necesario preguntar a cada individuo por su *MWP*. Cada individuo tiene un enorme incentivo a infravalorar la *MWP* expresada. Si los individuos mienten y el organismo público acepta sus respuestas como verdaderas, no producirá $Z_1^*$ sino una cantidad menor que, si bien es pareto-óptima con respecto a las falsas preferencias reveladas, no lo es con respecto a las verdaderas preferencias.

A pesar de que estas proposiciones están en la base de todo planteamiento moderno de cuestiones hacendísticas, el planteamiento samuelsoniano plantea algunas dificultades. En efecto, la definición [1] no permite distinguir entre dos características de un bien público que son separables, al menos conceptualmente, consumo conjunto e imposibilidad de exclusión.

La característica de consumo conjunto nos dice que si el bien público $z_j$ *puede* ser usado por el individuo $A$ en su totalidad, también *puede* ser usado por el individuo $B$ en su totalidad. Esta característica es la única responsable del fracaso del mecanismo de mercado y de la no existencia de $\pi_j^*$ Sin embargo, es claro que el bien público tiene límites de capacidad que dan origen al fenómeno de la congestión. En este caso, el *uso* que el individuo $A$ puede hacer de $z_j$ depende del *uso* que $B$ haga del mismo. Este fenómeno no puede ser analizado en el marco del planteamiento samuelsoniano, pues éste no capta la idea de *uso* de un bien público, uso que, a menudo, está mediatizado por el uso de un bien privado.

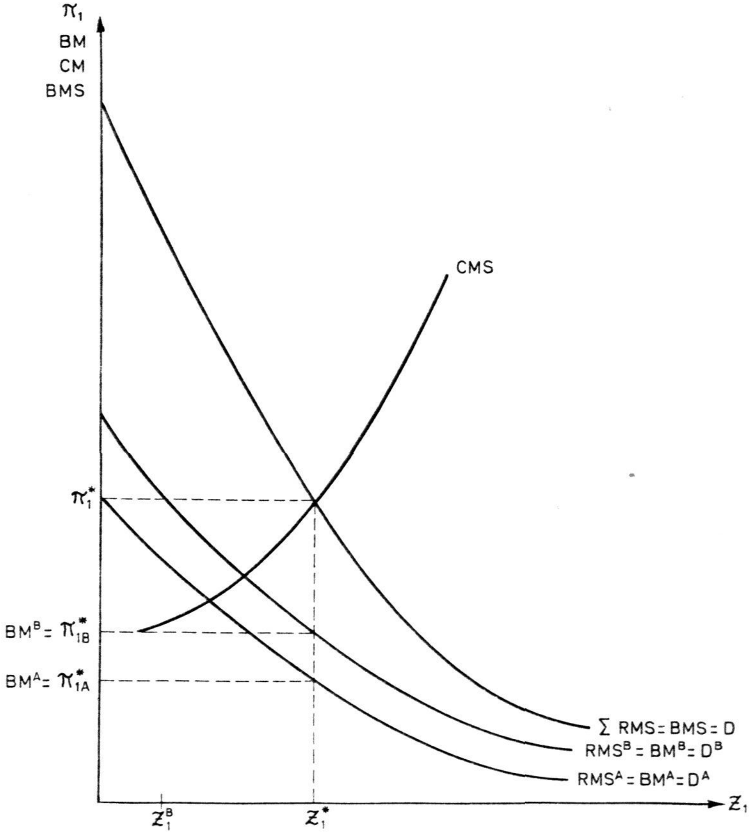


GRÁFICO 1

A menudo, un bien público que puede ser utilizado por todo el mundo en su totalidad *es* utilizado por todo el mundo en su totalidad sin que sea posible excluir a alguien de su uso. Esta característica de imposibilidad de exclusión es la responsable del incentivo a mentir. Sin embargo, hay muchos casos en los que la exclusión es posible (aunque quizá muy costosa); pero esta posibilidad no puede analizarse en el marco samuelsoniano por las mismas razones anteriores.

## III. UN ENFOQUE ALTERNATIVO (5)

El enfoque alternativo de Sandmo consiste en la aplicación de la idea de Lancaster (2) sobre la teoría del comportamiento del consumidor al problema de los bienes públicos. La idea de Lancaster, en términos concretos, consiste en definir dos nuevos *bienes privados finales*

$x_1 =$ turismo $\qquad\qquad x_2 =$ bronceado,

cuya cantidad se mide por $X_i$ tal que

$$X_i = X_i^A + X_i^B \quad , \quad i = 1, 2 \qquad [2']$$

Son estos bienes privados finales los que constituyen argumentos de las funciones de utilidad convencionales

$$\begin{aligned} u^A &= u^A(X_1^A, X_2^A) \\ u^B &= u^B(X_1^B, X_2^B) \end{aligned} \qquad [3']$$

Sin embargo, los bienes $x$ han de ser «producidos» por cada individuo a partir de los bienes $z$ e $y$. En concreto [9]

$$\begin{aligned} X_1^A &= \Phi_1(Y_1^A, Z_1) \quad ; \quad X_1^B = \Phi_1(Y_1^B, Z_1) \\ X_2^A &= \Phi_2(Y_2^A, Z_2) \quad ; \quad X_2^B = \Phi_2(Y_2^B, Z_2) \end{aligned} \qquad [7]$$

La formulación de [7] supone, en primer lugar, que en la producción de cada bien privado final entran como inputs un bien privado y un bien público específicos. Esto puede generalizarse.[10] En segundo lugar estamos suponiendo que $\Phi_i$ es común para todos los individuos.

Nótese que este nuevo planteamiento soluciona las dificultades del planteamiento samuelsoniano. Podemos decir que un individuo varía su *uso* de un bien público cuando varía $Y_j^h$. Por tanto, en general, sí se puede variar el uso a no ser que

$$\frac{\partial \Phi_i(Y_i^h, Z_j)}{\partial Y^h} = 0 \quad , \quad \nabla Y_i^h, i = j \qquad [8]$$

El fenómeno de la congestión puede captarse haciendo

$$X_i^h = \varphi^i(Y_i^h, Y_i, Z_j) \quad ; \quad h = A, B; \quad i, j = 1, 2; \quad \frac{\partial \varphi_i}{\partial Y_i} < 0 \qquad [9]$$

La posibilidad o imposibilidad de exclusión dependen únicamente de si el productor del bien público $z_j$ controla también el bien privado $Y_i^h$, $i = j$.

Bajo los supuestos alternativos [2'], [3'] y [7], las características del óptimo paretiano vienen dadas por las condiciones de primer orden [11] para la solución del siguiente problema $\beta$:

9. Suponemos que las funciones de «producción» $\Phi_i$, $i = 1,2$, son neoclásicas.
10. Ver el artículo de Sandmo.
11. Bajo las especificaciones de las notas 4, 5 y 10 las condiciones de primer orden son necesarias y suficientes.

$$\max.\ W(u^A,\ u^B)$$

condicionado a [2], [3′], [4] y [7].

Las condiciones resultantes pueden agruparse en tres bloques (ver apéndice). Primero

$$\frac{\dfrac{\partial u^A}{\partial X_1^A}\dfrac{\partial \Phi_1}{\partial Y_1^A}}{\dfrac{\partial u^A}{\partial X_2^A}\dfrac{\partial \Phi_2}{\partial Y_2^A}} = \frac{\dfrac{\partial u^B}{\partial X_1^B}\dfrac{\partial \Phi_1}{\partial Y_1^B}}{\dfrac{\partial u^B}{\partial X_2^B}\dfrac{\partial \Phi_2}{\partial Y_2^B}} = \frac{\partial F/\partial Y_1}{\partial F/\partial Y_2} \qquad [\beta.1]$$

con una interpretación formalmente análoga a la de [$\alpha$.1]. Segundo

$$\frac{\partial W}{\partial u^A}\frac{\partial u^A}{\partial X_i^A}\frac{\partial \Phi_i}{\partial Y_i^A} = \frac{\partial W}{\partial u^B}\frac{\partial u^B}{\partial X_i^B}\frac{\partial \Phi_i}{\partial Y_i^B} \quad , \quad i = 1, 2 \qquad [\beta.2]$$

con una interpretación formalmente análoga a la de [$\alpha$.2]. Tercero, haciendo uso de [$\beta$.2] podemos hallar parte del tercer bloque de condiciones

$$\frac{\partial \Phi_i/\partial Z_j}{\partial \Phi_i/\partial Y_i^A} + \frac{\partial \Phi_i/\partial Z_j}{\partial \Phi_i/\partial Y_i^B} = \frac{\partial F/\partial Z_j}{\partial F/\partial Y_i} \quad , \quad i = j = 1, 2 \qquad [\beta.3]$$

con una interpretación formalmente análoga a la de [$\alpha$.3]. Un caso concreto de [$\beta$.3] sería, por ejemplo:

$$\frac{\partial \Phi_1/\partial Z_1}{\partial \Phi_1/\partial Y_1^A} + \frac{\partial \Phi_1/\partial Z_1}{\partial \Phi_1/\partial Y_1^B} = \frac{\partial F/\partial Z_1}{\partial F/\partial Y_1} \qquad [\beta.3]^*$$

La equivalencia formal de los conjuntos de condiciones [$\alpha$] y [$\beta$] nos podría hacer pensar que las proposiciones 1-3 son aplicables aquí *mutas mutandi*; pero esto no es estrictamente cierto. Que el mecanismo de competencia perfecta sistemáticamente infraproduce los bienes públicos sigue siendo cierto, como se desprende de [$\beta$.1]. Sin embargo, ahora sí existe un único precio para la provisión eficiente de bienes públicos, como puede verse en la figura haciendo $D^A = D^B$, que se sigue del supuesto de que $\Phi_i^h$ es el mismo para cualquier $h$. El cálculo de este único precio de eficiencia es ahora trivial. Evidentemente es $\pi_1^*/2$ y $\pi_1^*$ es conocido siempre que conozcamos $\Phi_1$ que, en principio, tiene un carácter más observable que una función de utilidad.

Sandmo no capta estas implicaciones de su planteamiento y, en consecuencia, hace una defensa del mismo más débil de lo que se merece. En concreto, si comparamos [$\alpha$.3]* y [$\beta$.3]*, vemos que en ambos casos la cantidad óptima $Z_1^*$ es tal que el *CMS* de producirla, en términos de $y_1$, ha de ser igual a la suma de las *MWP* de los dos individuos en términos de $y_1$. Ahora bien, la *MWP*, en el caso de Samuelson, es la cantidad del bien $y_1$ que el individuo está dispuesto a abandonar para obtener una unidad adicional del bien público $z_1$ cuando $du = 0$. En el caso de Sandmo, la *MWP* es la cantidad del bien $y_1$ que el individuo está dispuesto a abandonar para obtener una unidad adicional del bien público $z_1$ cuando $dx = 0$. Sandmo arguye correctamente que $dx = 0$ es más operativo que $du = 0$. Hemos sustituido una curva de indiferencia por una «isocuanta». La existencia de un único precio de eficiencia es evidente cuando captamos que el mapa de isocuantas es único para todos los individuos, pues refleja, no una característica subjetiva como un mapa de curvas de indiferencia, sino la estructura y organización de la economía.

## IV. El caso de un bien público congestionado

Para analizar el problema de la provisión eficiente de bienes públicos en caso de congestión basta con sustituir [7] por [9]

$$X_1^A = \varphi_1(Y_1^A, Y_1, Z_1) \quad ; \quad X_1^B = \varphi_1(Y_1^B, Y_1, Z_1)$$
$$X_2^A = \varphi_2(Y_2^A, Y_2, Z_2) \quad ; \quad X_2^B = \varphi_2(Y_2^B, Y_2, Z_2)$$

en donde $\partial\varphi_i/\partial Y_i \leqslant 0$, $i = 1, 2$. Nótese que [9] introduce una externalidad del tipo «productor-productor».[12]

Las condiciones de optimalidad (ver apéndice) vienen dadas por las condiciones de primer orden [13] para la solución del siguiente problema $\gamma$:

$$\max.\ W(u^A, u^B)$$

condicionado a [2], [3'], [4] y [9].

Un primer grupo de condiciones marginales es que

$$\frac{\partial W}{\partial u^A}\frac{\partial u^A}{\partial X_i^A}\frac{\partial\varphi_i}{\partial Y_i^A} = \frac{\partial W}{\partial u^B}\frac{\partial u^B}{\partial X_i^B}\frac{\partial\varphi_i}{\partial Y_i^B} \qquad i = 1, 2 \qquad [\gamma.2]$$

que es formalmente análoga a la de [$\alpha$.2] o [$\beta$.2]. Haciendo uso de [$\gamma$.2] las condiciones para la provisión eficiente de bienes privados constituyen el siguiente grupo de condiciones

12. En realidad, se trata de una interacción directa en el consumo, pues [3'] Y [9] nos dicen que la utilidad de un individuo depende, no sólo de su consumo propio, snio también de lo que consume el otro individuo. Como esta interacción se lleva a cabo a través de la función de «producción» de bienes privados finales, la terminología del texto está justificada. En cualquier caso sabemos que la introdución de una externalidad va a generar dificultades para la provisión óptima de bienes privados.

13. Véase la nota 11.

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\dfrac{\partial u^A}{\partial X_1^A}\dfrac{\partial \varphi_1}{\partial Y_1^A}c_1}{\dfrac{\partial u^B}{\partial X_2^A}\dfrac{\partial \varphi_2}{\partial Y_2^A}c_2}=\frac{\dfrac{\partial u^B}{\partial X_1^B}\dfrac{\partial \varphi_1}{\partial Y_1^B}c_1}{\dfrac{\partial u^B}{\partial X_2^B}\dfrac{\partial \varphi_2}{\partial Y_2^B}c_2}=\frac{\partial F/\partial Y_1}{\partial F/\partial Y_2}\\ &\text{en donde}\\ &c_i=1+\frac{\partial \varphi_i/\partial Y_i}{\partial \varphi_i/\partial Y_i^A}+\frac{\partial \varphi_i/\partial Y_i}{\partial \varphi_i/\partial Y_i^B},\quad i=1,2\end{aligned}\right\}\quad [\gamma.1]$$

es el efecto-congestión del bien privado $y_i$ en el bien público $z_j$, $j=i$. Suponemos que $c_i>0, i=1,2$. Puesto que $\partial\varphi_i/\partial Y_i \leqslant 0$, tenemos que $0<c_i\leqslant 1$. Este efecto-congestión puede dividirse en dos partes. Si todos los individuos aumentan $Y_i^h$ en una cantidad suficiente como para aumentar $X_i^h$ en una unidad, el efecto inmediato es un aumento de $X_i^h$. El efecto secundario es una disminución de $X_i^h$ debido al aumento de $Y_i$. El supuesto de que $c>0$ nos dice que el segundo efecto no llega a eliminar el primero.

Cuando no hay congestión $\partial\varphi_i/\partial Y_i=0$ y $c_i=1$ con lo que [γ.1] es equivalente a [α.1] y [β.1]. Cuando existe la externalidad del tipo «productor-productor» y que llamamos congestión, la economía de mercado, que lleva a que [6] se satisfaga, no nos llevará a la provisión óptima de bienes privados a no ser que «parcheemos» el mercado.

Volviendo a hacer uso de [γ.2] encontramos parte del tercer grupo de condiciones:

$$\left[\frac{\partial\varphi_i/\partial Z_j}{\partial\varphi_i/\partial Y_i^A}+\frac{\partial\varphi_i/\partial Z_j}{\partial\varphi_i/\partial Y_i^B}\right]/\,c_i=\frac{\partial F/\partial Z_j}{\partial F/\partial Y_i},\quad i=j=1,2 \qquad [\gamma.3]$$

que caracterizan la óptima provisión de bienes públicos en el caso de congestión. Cuando $c_i=1$, [γ.3] es formalmente análoga a [β.3].

Si cuando analizábamos [α.3] y [β.3] concluíamos que la economía de mercado sistemáticamente infraproduce los bienes públicos porque lleva a una situación en la que $BMS>CMS$, en el caso específico de [γ.3] esto es todavía más cierto porque $c_i<1$. La cantidad óptima de un bien público congestionado es mayor que en el caso de que no estuviera congestionado. Supongamos el caso concreto de las carreteras:

$$\left[\frac{\partial\varphi_1/\partial Z_1}{\partial\varphi_1/\partial Y_1^A}+\frac{\partial\varphi_1/\partial Z_1}{\partial\varphi_1/\partial Y_1^B}\right]/\,c_1=\frac{\partial F/\partial Z_1}{\partial F/\partial Y_1} \qquad [\gamma.3]^*$$

Si comparamos [γ.3]* con [β.3]* veremos que análogos excepto por el hecho de que el *BMS* es mayor en caso de congestión. El fenómeno de la congestión puede representarse en la figura por un desplazamiento hacia arriba del *BMS*, con lo que la cantidad óptima es mayor que $Z_1^*$.

El problema de la unicidad del precio de eficiencia y de su facilidad de cálculo es similar al del caso sin congestión de la sección III y, por tanto, los comentarios allí hechos son pertinentes aquí también. Basta con señalar que el aumento en la cantidad óptima de un bien público que la congestión trae consigo, requiere un aumento de $\pi_{1A}^*$ y $\pi_{1B}^*$ para poder financiar dicho aumento.

Si ahora comparamos [γ.1] con [α.1] y [β.1] vemos que el fenómeno de la congestión impone diferencias en la provisión de bienes privados. Supongamos que las carreteras están más congestionadas que las playas [$c_1 < c_2$]. Si esto es así, el *BMS* de los automóviles es menor en el caso de congestión de las carreteras que en el caso en que las carreteras no están congestionadas. Esto exige una cantidad óptima de automóviles menor que la que era óptima cuando no había congestión. En otras palabras, exige un desplazamiento de recursos desde la producción de automóviles a la producción de bañadores. Es evidente que si fueran las playas las que están más congestionadas que las carreteras ($c_1 > c_2$), la optimalidad paretiana exige una cantidad de automóviles mayor (!) que la que era óptima sin congestión. Esto último puede parecer paradójico, pero no lo es si consideramos que en materia de asignación de recursos escasos lo único que importa son las magnitudes relativas. En conclusión, podemos establecer la siguiente proposición.

PROPOSICIÓN 4. *La congestión de un bien público exige una reasignación de recursos que traiga consigo* i) *un aumento en la cantidad del bien público congestiondo, y* ii) *un aumento o una disminución en la cantidad del bien privado congestionante dependiendo de si hay o no hay algún otro bien público más congestionado.*

## V. CONGESTIÓN Y SELECTIVIDAD UNIVERSITARIA

El problema de la congestión de un bien público ha sido presentado hasta este punto en toda su generalidad. De hecho, el análisis puede extenderse, sin dificultad alguna, a cualquier número finito de bienes públicos y privados. Pero no es ésta la generalización que aquí nos interesa; sino que lo que queremos hacer es forzar al modelo a que nos diga algo sobre el problema de la selectividad universitaria.

Para esta finalidad necesitamos reinterpretar nuestras variables. Supongamos ahora que:

$z_1$ = universidad $\quad$ $y_1$ = estudiantes universitarios $\quad$ $x_1$ = cultura.

Esta reinterpretación ha de ser justificada. La universidad es ciertamente un bien público cuya provisión, de acuerdo con los resultados de la sección II, está en manos de un organismo público (el Estado). El número de estudiantes universitarios ¿es un bien privado? Ciertamente, es un bien producido por una actividad productiva (enseñanza secundaria) de la que forma parte la selectividad universitaria como su control de calidad. En este sentido, un aumento de la selectividad universitaria significa un control de calidad más riguroso y, por tanto, una menor producción de estudiantes universitarios. Una disminución de la selectividad universitaria tiene, por supuesto, el efecto contrario. La cantidad producida del bien «estudiante universitario» ha de distribuirse entre las familias *A*, *B*, sin que sea posible que todas la familias disfruten simultáneamente del total producido de $y_1$. El bien $y_1$ puede considerarse, pues, como un bien privado. En el curso de este argumento hemos visto también que es conveniente considerar *A* y *B* como familias.

El bien privado final $x_1$ es producido por cada familia a partir de solamente los bienes $y_1$ y $z_1$, de acuerdo con una función de producción común a todas las familias. Estos supuestos no son ahora más restrictivos que lo que antes eran. Para terminar con la reinterpretación de las variables basta decir que, claramente, el número de estudiantes universitarios ($y_i$) es el bien privado que congestiona al bien público universidad ($z_1$).

El problema de la selectividad universitaria se ha formulado de la manera siguiente:

«Si a partir de una situación en la que la universidad no está congestionada, llegamos a una situación en la que, dada la capacidad de la universidad, un aumento del número de estudiantes $Y_1$ repercute negativamente en la formación (cultura) de cada estudiante ($\partial\varphi_1/\partial Y_1 < 0$), ¿hay que aumentar o disminuir la selectividad universitaria?»

A mi juicio el problema debiera plantearse de la siguiente manera alternativa:

«Bajo el mismo conjunto de circunstancias, ¿qué hay que hacer para alcanzar el óptimo?»

Este segundo planteamiento es más amplio que el primero porque además de englobar al primero, plantea la necesidad eventual de modificar la cantidad de $z_1$, posibilidad ésta no incluida en la primera forma de plantearse el problema.

La contestación al problema correctamente planteado es inmediata si utilizamos el contenido de la proposición 4. Primero, es necesario aumentar la cantidad de $z_1$. Nótese que esta conclusión ha sido obtenida teniendo en cuenta los gustos de los individuos y que son estos últimos los que nos dicen que los individuos desean más cantidad de $z_1$. Nótese también que no sería legítimo argüir en contra de esta conclusión diciendo que los recursos son escasos. Los recursos escasos han de ser asignados de acuerdo con los gustos de los individuos y éstos están exigiendo una reasignación de recursos hacia la universidad.

Segundo, la selectividad universitaria habrá de aumentar (es decir, disminuir el número de estudiantes universitarios) *sólo si* no hay ningún otro bien público más congestionado que la universidad. Si, por ejemplo, las playas están más congestionadas que la universidad, la optimalidad requiere un desplazamiento de recursos desde la fabricación de bañadores hacia la producción de estudiantes universitarios. Es decir, una disminución de la selectividad universitaria.

No cabe duda que estas conclusiones han sido obtenidas bajo ciertos supuestos implícitos y omisiones que pudieran relativizar su relevancia. En primer lugar hemos estado suponiendo implícitamente que la variable $y_1$ es homogénea, cuando es evidente que no lo es. En segundo lugar no hemos tenido en cuenta consideraciones dinámicas y, sin embargo, es claro que la repercusión de la selectividad en la capacidad productiva de mañana y las preferencias temporales han de jugar un papel en la cuestión.

Sospecho, aunque no puedo probar, que la introducción de la heterogeneidad de $y_1$ no viciaría los resultados y que la introducción de consideraciones dinámicas reforzaría nuestras conclusiones.

*Facultad de Ciencias Económicas.*
*Universidad Autónoma de Bilbao.*

## APÉNDICE $\alpha$

El problema $\alpha$ consiste en maximizar, con respecto a $Y_1^A$ $Y_2^A$, $Y^B$, $Y_2^B$, $Z_1$ y $Z_2$ la siguiente función de Lagrange:

$$L(Y_1^A, Y_2^A, Y_1^B, Y_2^B, Z_1\ Z_2\ \lambda) = W[u^A(Y_1^A, Y_2^A, Z_1, Z_2), u^B(Y_1^B, Y_2^B, Z_1\ Z_2)] +$$
$$+ \lambda F[(Y_1^A + Y_1^B), (Y_2^A + Y_2^B), Z_1, Z_2]$$

Las condiciones de primer orden son:

$$\frac{\partial L}{\partial Y_1^A} = \frac{\partial w}{\partial u^A} \frac{\partial u^A}{\partial Y_1^A} + \lambda \frac{\partial F}{\partial Y_1} = 0 \qquad [1]$$

$$\frac{\partial L}{\partial Y_2^A} = \frac{\partial w}{\partial u^A} \frac{\partial u^B}{\partial Y_2^A} + \lambda \frac{\partial F}{\partial Y_2} = 0 \qquad [2]$$

$$\frac{\partial L}{\partial Y_1^B} = \frac{\partial w}{\partial u^B} \frac{\partial u^B}{\partial Y_1^B} + \lambda \frac{\partial F}{\partial Y_1} = 0 \qquad [3]$$

$$\frac{\partial L}{\partial Y_2^B} = \frac{\partial w}{\partial u^B} \frac{\partial u^A}{\partial Y_2^B} + \lambda \frac{\partial F}{\partial Y_2} = 0 \qquad [4]$$

$$\frac{\partial L}{\partial Z_1} = \frac{\partial w}{\partial u^A} \frac{\partial u^A}{\partial Z_1} + \frac{\partial w}{\partial u^B} \frac{\partial u^B}{\partial Z_1} + \lambda \frac{\partial F}{\partial Z_1} = 0 \qquad [5]$$

$$\frac{\partial L}{\partial Z_2} = \frac{\partial w}{\partial u^A} \frac{\partial u^A}{\partial Z_2} + \frac{\partial w}{\partial u^B} \frac{\partial u^B}{\partial Z_2} + \lambda \frac{\partial F}{\partial Z_2} = 0 \qquad [6]$$

Dividiendo [1] entre [2] y [3] entre [4] obtenemos [$\alpha$.1] inmediatamente. Igualando [1] a [3] y [2] a [4] obtenemos [$\alpha$.2]. Dividiendo [5] entre [1] o [3] o dividiendo [6] entre [2] o [4] obtenemos

$$\frac{\dfrac{\partial w}{\partial u^A} \dfrac{\partial u^A}{\partial Z_j} + \dfrac{\partial w}{\partial u^B} \dfrac{\partial u^B}{\partial Z_j}}{\dfrac{\partial w}{\partial u^h} \dfrac{\partial u^h}{\partial Y_i^h}} = \frac{\partial F/\partial Z_j}{\partial F/\partial Y_i} \quad ; \quad i, j = 1,2; \; b = A, B$$

Como por [$\alpha$.2] el denominador es idéntico para $h = A$ o para $h = B$, nos encontramos inmediatamente con [$\alpha$.3].

## APÉNDICE $\beta$

El problema $\beta$ consiste en maximizar, con respecto a $Y_1^A$, $Y_2^A$, $Y_1^B$, $Y_2^B$, $Z_1$ y $Z_2$, la siguiente función de Lagrange:

$$L(Y_1^A, Y_2^A, Y_1^B, Y_2^B, Z_1, Z_2, \lambda) = W\{u^A[\Phi_1(Y_1^A, Z_1), \Phi_2(Y_2^A, Z_2)],$$
$$u^B[\Phi_1(Y_1^B, Z_1), \Phi_2(Y_2^B, Z_3)]\} +$$
$$+ \lambda F[(Y_1^A + Y_1^B), (Y_2^A + Y_2^B), Z_1, Z_2]$$

Las condiciones de primer orden son:

$$\frac{\partial L}{\partial Y_1^A} = \frac{\partial w}{\partial u^A} \frac{\partial u^A}{\partial X_1^A} \frac{\partial \Phi_1}{\partial Y_1^A} + \lambda \frac{\partial F}{\partial Y_1} = 0 \qquad [1]$$

$$\frac{\partial L}{\partial Y_2^A} = \frac{\partial w}{\partial u^A} \frac{\partial u^A}{\partial X_2^A} \frac{\partial \Phi_2}{\partial Y_2^A} + \lambda \frac{\partial F}{\partial Y_2} = 0 \qquad [2]$$

$$\frac{\partial L}{\partial Y_1^B} = \frac{\partial w}{\partial u^B} \frac{\partial u^B}{\partial X_1^B} \frac{\partial \Phi_1}{\partial Y_1^B} + \lambda \frac{\partial F}{\partial Y_1} = 0 \qquad [3]$$

$$\frac{\partial L}{\partial Y_2^B} = \frac{\partial w}{\partial u^B} \frac{\partial u^B}{\partial X_2^B} \frac{\partial \Phi_2}{\partial Y_2^B} + \lambda \frac{\partial F}{\partial Y_2} = 0 \qquad [4]$$

$$\frac{\partial L}{\partial Z_1} - \frac{\partial w}{\partial u^A} \frac{\partial u^A}{\partial X_1^A} \frac{\partial \Phi_1}{\partial Z_1} + \frac{\partial w}{\partial u^B} \frac{\partial u^B}{\partial X_1^B} \frac{\partial \Phi_1}{\partial Z_1} + \lambda \frac{\partial F}{\partial Z_1} \qquad [5]$$

$$\frac{\partial L}{\partial Z_2} = \frac{\partial w}{\partial u^A} \frac{\partial u^A}{\partial X_2^A} \frac{\partial \Phi_2}{\partial Z_2} + \frac{\partial w}{\partial u^B} \frac{\partial u^B}{\partial X_2^B} \frac{\partial \Phi_2}{\partial Z_2} + \lambda \frac{\partial F}{\partial Z_2} \qquad [6]$$

Dividiendo [1] entre [2] y [3] entre [4] obtenemos [$\beta$.1]. Igualando [1] a [3] y [2] a [4] obtenemos [$\beta$.2]. Dividiendo [5] entre [1] o [3] o dividiendo [6] entre [2] o [4] obtenemos:

$$\frac{\dfrac{\partial w}{\partial u^A}\dfrac{\partial u^A}{\partial X_i^A}\dfrac{\partial \Phi_i}{\partial Z_j}+\dfrac{\partial w}{\partial u^B}\dfrac{\partial u^B}{\partial X_i^B}\dfrac{\partial \Phi_i}{\partial Z_j}}{\dfrac{\partial w}{\partial u^h}\dfrac{\partial u^h}{\partial X_i^h}\dfrac{\partial \Phi_i}{\partial Y_i^h}}=\frac{\partial F/\partial Z_j}{\partial F/\partial Y_i}\cdot =j=1,\ 2;\ h=A,\ B$$

## APÉNDICE $\gamma$

El problema $\gamma$ consiste en maximizar, con respecto a $Y_1^A$, $Y_2^A$, $Y_1^B$, $Y_2^B$, $Z_1$ y $Z_2$ la siguiente función de Lagrange:

$$L(Y_1^A,\ Y_2^A,\ Y_1^B,\ Y_2^B,\ Z_1,\ Z_2,\ \lambda)=W\ \{u^A[\varphi_1(Y_1^A, Y_1, Z_1), \varphi_2(Y_2^A, Y_2, Z_2)],\ =$$
$$=\ u^B[\varphi\,(Y_1^B, Y_1, Z_1), \varphi_2\,(Y_2^B, Y_2, Z_2)]\}\ +\ \lambda F[(Y_1^A+Y_1^B),\ (Y_2^A+Y_2^B),\ Z_1,\ Z_2]$$

Las condiciones de primer orden son:

$$\frac{\partial L}{\partial Y_1^A}=\frac{\partial w}{\partial u^A}\frac{\partial u^A}{\partial X_1^A}\frac{\partial \varphi_1}{\partial Y_1^A}+\frac{\partial w}{\partial u^A}\frac{\partial u^A}{\partial X_1^A}\frac{\partial \varphi_2}{\partial Y_1}+\frac{\partial w}{\partial u^B}\frac{\partial u^B}{\partial X_1^B}\frac{\partial \varphi_1}{\partial Y_1}+\lambda\frac{\partial F}{\partial Y_1}=0 \qquad [1]$$

$$\frac{\partial L}{\partial Y_2^A}=\frac{\partial w}{\partial u^A}\frac{\partial u^A}{\partial X_2^A}\frac{\partial \varphi_2}{\partial Y_2^A}+\frac{\partial w}{\partial u^A}\frac{\partial u^A}{\partial X_2^A}\frac{\partial \varphi_1}{\partial Y_2}+\frac{\partial w}{\partial u^B}\frac{\partial u^B}{\partial X_2^B}\frac{\partial \varphi_2}{\partial Y_2}+\lambda\frac{\partial F}{\partial Y_2}=0 \qquad [2]$$

$$\frac{\partial L}{\partial Y_1^B}=\frac{\partial w}{\partial u^A}\frac{\partial u^A}{\partial X_1^A}\frac{\partial \varphi_1}{\partial Y_1}+\frac{\partial w}{\partial u^B}\frac{\partial u^B}{\partial X_1^B}\frac{\partial \varphi_1}{\partial Y_1^B}+\frac{\partial w}{\partial u^B}\frac{\partial u^B}{\partial X_1^B}\frac{\partial \varphi_2}{\partial Y_1}+\lambda\frac{\partial F}{\partial Y_1}=0 \qquad [3]$$

$$\frac{\partial L}{\partial Y_2^B}=\frac{\partial w}{\partial u^A}\frac{\partial u^A}{\partial X_2^A}\frac{\partial \varphi_2}{\partial Y_2}+\frac{\partial w}{\partial u^B}\frac{\partial u^B}{\partial X_2^B}\frac{\partial \varphi_2}{\partial Y_2^B}+\frac{\partial w}{\partial u^B}\frac{\partial u^B}{\partial X_2^B}\frac{\partial \varphi_2}{\partial Y_2}+\lambda\frac{\partial F}{\partial Y_2}=0 \qquad [4]$$

$$\frac{\partial L}{\partial Z_1}=\frac{\partial w}{\partial u^A}\frac{\partial u^A}{\partial X_1^A}\frac{\partial \varphi_2}{\partial Z_1}+\frac{\partial w}{\partial u^B}\frac{\partial u^B}{\partial X_1^B}\frac{\partial \varphi_1}{\partial Z_1}+\lambda\frac{\partial F}{\partial Z_1}=0 \qquad [5]$$

$$\frac{\partial L}{\partial Z_2}=\frac{\partial w}{\partial u^A}\frac{\partial u^A}{\partial X_2^A}\frac{\partial \varphi_2}{\partial Z_2}+\frac{\partial w}{\partial u^B}\frac{\partial u^B}{\partial X_2^B}\frac{\partial \varphi_2}{\partial Z_2}+\lambda\frac{\partial F}{\partial Z_2}=0 \qquad [6]$$

Igualando [1] a [3] y [2] a [4] obtenemos [$\gamma$.2] inmediatamente. Obtengamos ahora [$\gamma$.1] para el individuo $A$. Para el individuo $B$ se hace de manera similar. La ecuación [1] puede escribirse de la siguiente forma

$$-\lambda \frac{\partial F}{\partial Y_1} = \frac{\partial w}{\partial u^A} \frac{\partial u^A}{\partial X_1^A} \frac{\partial \varphi_1}{\partial Y_1^A} \left[ 1 + \frac{\partial \varphi_1 / \partial Y_1}{\partial \varphi_1 / \partial Y_1^A} + \frac{\dfrac{\partial w}{\partial u^B} \dfrac{\partial u^B}{\partial X_1^B} \dfrac{\partial \varphi_1}{\partial Y_1}}{\dfrac{\partial w}{\partial u^A} \dfrac{\partial u^A}{\partial X_1^A} \dfrac{\partial \varphi_1}{\partial Y_1^A}} \right]$$

Como por [$\beta$.2] el denominador es idéntico para $h = A$ o $h = B$, nos encontramos inmediatamente con [$\beta$.3]. Si dividimos [5] entre [2] o [4] o dividimos [6] entre [1] o [3], nos encontramos con la misma formulación dada por $i \neq j$. En estos casos no es posible eliminar las funciones de utilidad.

$$= \frac{\partial w}{\partial u^A} \frac{\partial u^A}{\partial X_1^A} \frac{\partial \varphi_1}{\partial Y_1^A} \left[ 1 + \frac{\partial \varphi_1 / \partial Y_1}{\partial \varphi_1 / \partial Y_1^A} + \frac{\partial \varphi_1 / \partial Y_1}{\partial \varphi_1 / \partial Y_1^B} \right], \text{ por } [\gamma.2]$$

$$= \frac{\partial w}{\partial u^A} \frac{\partial u^A}{\partial X_1^A} \frac{\partial \varphi_1}{\partial Y_1^A} c_1, \text{ por definición de } c_1. \qquad [7]$$

La ecuación [2] puede escribirse de forma similar:

$$-\lambda \frac{\partial F}{\partial Y_2} = \frac{\partial w}{\partial w^A} \frac{\partial u^A}{\partial X_2^A} \frac{\partial \varphi_2}{\partial Y_2^A} c_2 \qquad [8]$$

Dividiendo [7] entre [8] obtenemos [$\gamma$.1] para el individuo $A$. Obtengamos ahora [$\gamma$.3] para el caso de $i = j = 1$. A partir de [5] tenemos

$$-\lambda \frac{\partial F}{\partial Z_1} = \frac{\partial w}{\partial u_1^A} \frac{\partial u^A}{\partial X_1^A} \left( \frac{\partial \varphi_1 / \partial Y_1^A}{\partial \varphi_1 / \partial Y_1^A} - \right) \frac{\partial \varphi_1}{\partial Z_1} +$$

$$+ \frac{\partial w}{\partial u^A} \frac{\partial u^A}{\partial X_1^A} \frac{\partial \varphi_1 / \partial Y_1^A}{\partial \varphi_1 / \partial Y_1^B} \frac{\partial \varphi_1}{\partial Z_1}, \text{ por } [\gamma.1] \qquad [9]$$

$$= \frac{\partial w}{\partial u^A} \frac{\partial u^A}{\partial X_1^A} \frac{\partial \varphi}{\partial Y_1^A} \left[ \frac{\partial \varphi_1 / \partial Z_1}{\partial \varphi_1 / \partial Y_1^A} + \frac{\partial \varphi_1 / \partial Z_1}{\partial \varphi_1 / \partial Y_1^B} \right]$$

Dividiendo [9] entre [7] obtenemos [$\gamma$.3]*. Lo mismo se podría hacer para $i = j = 2$. Como en el caso $\beta$, cuando lo hacemos para $i \neq j$ no nos podemos librar de la función de utilidad.

## BIBLIOGRAFÍA

1. GALBRAITH, J. K.: *La Sociedad Opulenta,* Ariel, 1960.
2. HEAD, J. G.: «Public Goods and Public Policy», *Public Finance,* 17, 1962, páginas 197-219.
3. LANCASTER, K. J.: «A New Approach to Consumer Theory», *Journal of Political Economy,* 74, 1966, pp. 132-157.
4. SAMUELSON, P. A.: «The Pure Theory of Public Expenditure», *Review of Economics and Statistics,* 36, 1954, pp. 387-389.
5. SANDMO, A.: «Public Goods and the Technology of Consumption», *Review of Economic Studies,* 40, 1973, pp. 517-528.
6. ZABALZA, A.: «Eficiencia y Optimalidad», *Anales de Economía,* 1973, pp. 243-261.
7. ZABALZA, A.: «El Concepto de Precio Sombra», *Cuadernos de Economía,* vol. 2, núm. 3, enero-abril 1974, pp. 90-111.