

*Las parábolas neoclásicas y la función agregada de producción**

I

Como todos los buenos productos diferenciados, la teoría neoclásica del valor, de la producción y de la distribución se vende al menos en tres envolturas distintas. La versión de la función agregada de producción, que históricamente se asocia con J. B. Clark (1889, 1891) y Hicks (1932), es la más simple y persuasiva, tanto a nivel apoloético como a nivel pedagógico, aunque no sea la más rigurosa o respetable intelectualmente. Además, esta versión enlaza de la manera más satisfactoria, al menos superficialmente, con la preocupación de la gran economía política clásica: la distribución de la renta entre las grandes clases sociales durante el proceso de acumulación de capital. Joan Robinson pensaba claramente en ello cuando escribió su famoso artículo «The production function and the Theory of Capital», Robinson (1953-54).

Los otros productos son: el primero, el desarrollo de las teorías del tipo de interés de Irving Fisher en el contexto de una economía global y, el segundo, el modelo de equilibrio general. El nombre de Solow (1963, 1967, 1970) se asocia con el desarrollo de las teorías de Fisher, mientras que en el marco de equilibrio general no agregado, en Hirshleifer (1958, 1970) el representante de dicha teoría. Arrow y Hahn (1971) han desarrollado el modelo de equilibrio general y la teoría de la productividad marginal en su forma más general. Johnson (1971) los ha desarrollado en una forma que, al ser más aplicable a la enseñanza, ha tenido que apoyarse en algunas características del modelo de función de producción agregada.

Estos tres productos, aunque distintos, no han sido siempre claramente diferenciados en el contexto de los debates que siguieron al artículo de Joan Robinson. Los debates mismos alcanzaron su clímax en las controversias so-

* Este artículo se basa en la conferencia pronunciada en la Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Barcelona, en diciembre de 1972. Preparando esta conferencia me han sido de gran utilidad las discusiones sostenidas con Mahmoud Abdel-Fadil, Tom Asimakopoulos, John Eatwell, Pierangelo Garegnani, Frank Hahn, Mario Nuti, Joan Robinson y Bob Rowthorn. Les doy las gracias a todos, pero no quiero implicar a ninguno de ellos. Traducción de L. Argemí.

bre el retrodesplazamiento (*reswitching*) y sobre la reversión de capital (*capital-reversing*), y lo que ha sucedido desde entonces ha tenido la naturaleza de un ocaso, aunque tormentoso a veces: ver Harcourt (1972). Dichas controversias han sido llamadas controversias de Cambridge, ya que los principales participantes en ellas viven, se trasladan o están en uno de los dos Cambridges (Inglaterra o Massachusets), o han estado asociados durante parte de su vida académica con uno de los dos (o con ambos). De todos modos, la geografía no es buena clasificadora de tipos. Así en Cambridge, Inglaterra, encontramos a representantes de los dos lados del debate, tanto de los llamados neo-keynesianos y/o neo-marxistas, o ahora neo-ricardianos —la capacidad de la izquierda para combatir a la derecha es superada únicamente por la capacidad de la izquierda para combatir a la misma izquierda, fenómeno que no dejará de ser familiar a una audiencia española—, como de los que han sido llamados neo-neoclásicos: ver Samuelson (1962), p. 193.¹ El producto americano es mucho más homogéneo, como tal vez era de esperar.

Dijimos anteriormente que los recientes debates alcanzaron su clímax en las controversias sobre el retrodesplazamiento y sobre la reversión de capital en 1965-67. Técnicamente, retrodesplazamiento (o doble cambio, *double-switching*) es la posibilidad de que una misma técnica sea la más beneficiosa a dos o más valores distintos de la tasa de beneficio, aunque otras técnicas sean las más beneficiosas a tasas de beneficio intermedias. La reversión de capital implica la posibilidad de una relación positiva entre el valor del capital y la tasa de beneficio, al considerar el cambio desde una técnica a otra distinta.

Las implicaciones de estos resultados inciden directamente sólo sobre las dos primeras versiones de la teoría neoclásica, es decir, las versiones agregadas. (El que a veces hayan sido vistas como si incidieran sobre todas las versiones ha sido causa de confusión: véase, por ejemplo, los últimos debates entre Joan Robinson y Franklin Fisher, Robinson (1971) y F. M. Fisher (1971).) Voy a dedicar la mayor parte de esta conferencia a la discusión de las implicaciones en el caso de la primera versión. Pasinetti (1969, 1970, 1972) en particular, ha discutido las implicaciones en el caso de la segunda versión: ver también Garegnani (1970), Bliss (1970), Solow (1970), Harcourt (1972) pp. 159-69, Dougherty (1972). Desde mi punto de vista, sus críticas son las que llevan la línea. Para que no se piense, sin embargo, que pese a ello los neo-neoclásicos tienen una conveniente salida de escape vía equilibrio general *a lá* Arrow-Hahn, o al estilo Johnson, sólo tenemos necesidad de referirnos a

1. El siguiente «Quién es quien» puede servir de ayuda: Neo-keynesianos: A. Asimakopoulou, A. Bhaduri, P. Garegnani, G. C. Harcourt, N. Kaldor, E. J. Nell, D. M. Nuti, L. L. Pasinetti, Joan Robinson, P. Sraffa (separados en lo cotidiano, al revés de lo que pasa en las grandes batallas; otros usan su propia munición).

Neo-neoclásicos: C. J. Bliss, M. Bruno, E. Burmeister, C. E. Ferguson (y cohortes), F. H. Hahn, N. F. Laing, H. G. Johnson, J. E. Meade, P. A. Samuelson, E. Sheshinski, R. M. Solow, J. E. Stiglitz, T. W. Swan y el 99,9 % de la profesión económica americana, australiana y mundial.

estos mismos autores, Arrow y Hahn (1971), especialmente el prefacio, y Hahn (1972a, 1972b). Desde su punto de vista, el análisis del equilibrio general ha llegado al final de su camino, comenzado en el siglo pasado. Además, estos autores no consideran el equilibrio general como una hipótesis explicativa, principalmente debido a que la variable tiempo no puede ser incorporada: ver, por ejemplo, Kaldor (1972). Es más bien un conjunto de relaciones de equilibrio con afirmaciones rigurosas acerca de lo que *no se puede decir*. Así, demuestran que no es posible, excepto bajo condiciones muy poco reales y muy especiales, el demostrar la unicidad y la estabilidad local y/o general (falta de robustez que ni Arrow ni Hahn creyeron pudiera darse al empezar su inmenso proyecto en 1963). Finalmente, argumentan que deben probarse otros caminos, y que indefectiblemente debemos volver al primer peldaño, el corto plazo keynesiano del que muchos de nosotros dudamos en salir ya al principio: ver Robinson (1964).

II

Antes de que las implicaciones del debate sobre el retrodesplazamiento tuviesen gran circulación, había varias proposiciones que, de haber pensado los economistas en ellas alguna vez, se habrían considerado como axiomas. Estas proposiciones se conocen como parábolas neoclásicas. Las parábolas son: asociación negativa entre la tasa de beneficios y el capital por hombre (parábola 1), asociación negativa entre la tasa de beneficio y la relación capital-producto (parábola 2), y asociación negativa entre la tasa de beneficio y el nivel de consumo *per capita* posible en un estado de crecimiento sostenido (*steady-state*) (parábola 3). La cuarta parábola constituye la teoría marginal de la distribución, o sea que, en condiciones de competencia, la distribución de la renta entre asalariados y perceptores de beneficios puede explicarse mediante el conocimiento de la razón capital-trabajo y de los productos marginales del capital y del trabajo, que son iguales a la tasa de beneficio y tasa de salario respectivamente. En un modelo de mercancía única buena para todo (*all-purpose*), las ofertas relativas de factores y la función de producción son suficientes para determinar la distribución de la renta. Cuando existe más de un sector, deben introducirse los factores de demanda —preferencias de la gente— para obtener simultáneamente las soluciones de todos los precios y cantidades: ver Johnson (1971). En las primeras dos parábolas ha usado el término «capital» de forma algo vaga, para que encaje en la tradición existente.

Las parábolas se pueden establecer mucho más simplemente dentro de las fronteras del mundo de jalea (*jelly-world*) o mercancía única maleable de J. B. Clark: ver Swan (1956), Samuelson (1962), y Ferguson (1969). En dicho mundo, el futuro y el pasado están inmersos en el presente, ya que cualquier expectativa no cumplida puede superarse inmediatamente —la razón

capital-trabajo puede convertirse en la apropiada cambiando instantáneamente y sin coste la forma del capital y añadiendo capital al stock existente en relación a la oferta de trabajo—. Por ello, es «como si» tuviésemos siempre un poder de predicción perfecto. Las parábolas pueden decirnos, entonces, lo que se puede esperar de un proceso de acumulación de capital-profundización (*deepening*), en que la razón capital-trabajo crece con el tiempo. Son el vehículo perfecto para «el apologeta del capital y de la austeridad» (Samuelson (1966), p. 577), aunque los perceptores de beneficio puedan no aprobarlo siempre, puesto que no sólo cae con el tiempo la tasa de beneficio, sino que también puede decrecer el beneficio por perceptor del mismo según el valor de la elasticidad de sustitución del trabajo por capital y según los hábitos reproductivos de los perceptores de beneficios. Las parábolas subyacen en dos ramas importantes de la moderna literatura de Teoría Económica, relacionadas, la primera, con los modelos agregados de crecimiento, y la segunda, con la especificación econométrica de la función de producción agregada en estudios de las contribuciones respectivas al crecimiento de la productividad por la profundización del capital y por el progreso tecnológico. Ejemplos típicos de la primera rama son Solow (1956), Swan (1956) y Meade (1961). Los artículos esenciales de la segunda rama son Solow (1957) y Arrow, Chenery, Minhas y Solow (ACMS) (1961).

Para ilustrar estas parábolas, sea la función de producción de rendimientos a escala constantes

$$q = f(k) \quad (1)$$

en que

$$\begin{aligned} f'(k) &> 0 \\ f''(k) &< 0 \end{aligned}$$

y = producto por hombre, k = razón capital-trabajo, todo ello medido en términos de la mercancía única maleable. La función de producción está representada en la figura 1. Cada punto de la función de producción representa un

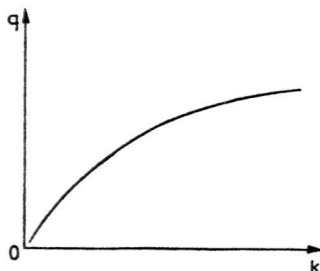


FIG. 1. — La función de producción de jalea.

estado estacionario sostenible, que puede ser alcanzado ahorrando (e invirtiendo) la cantidad necesaria de mercancía. Además, en competencia perfecta, con expectativas estáticas y rendimientos a escala constantes,

$$r = f'(k) \quad \text{y} \quad w = f(k) - f'(k) k,$$

en que r = tasa de beneficio y w = tasa de salario. Véase que $f'(k)$ decrece al crecer k . Las parábolas 1, 2 y 3, están representadas en las figuras 2, 3 y 4.

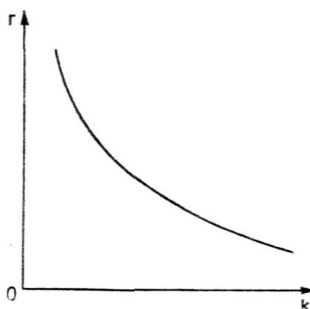


FIG. 2. — Parábola 1.

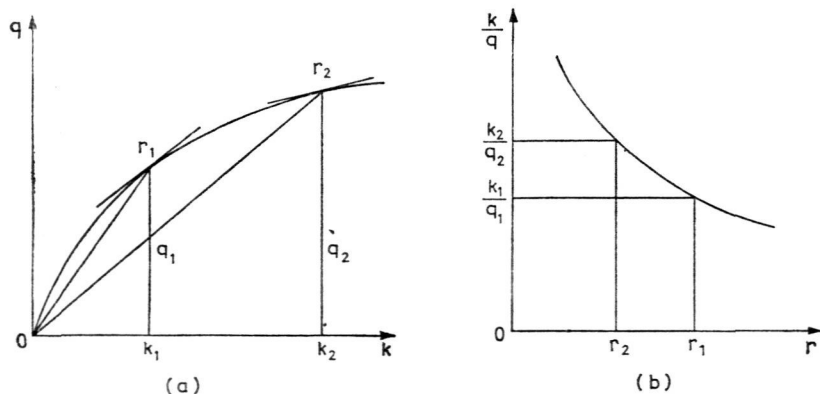


FIG. 3. — Parábola 2.

De la parábola 4 se puede derivar una relación de interconcesiones (*trade-off*) entre r y w que es llamada frontera de precios de factores (*factor-price-frontier*) por los neo-neoclásicos: ver Samuelson (1962). Considérense las figuras 5a y 5b que muestran respectivamente las relaciones entre k y r y entre k y w , dado que los valores de k y w son iguales a sus respectivos productos marginales. Con los valores de r y w correspondientes a cada valor de k ,

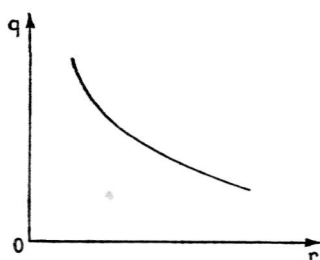


FIG. 4. — Parábola 3.

construimos las relaciones de interconcesiones entre w y r : véanse los puntos r_1 , w_1 y r_2 , w_2 en la figura 5c. Podemos demostrar también que la pendiente de la relación de interconcesiones w - r es igual a k , razón capital-trabajo, y que

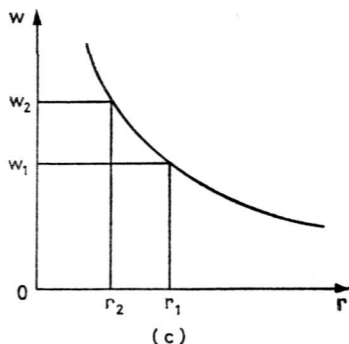
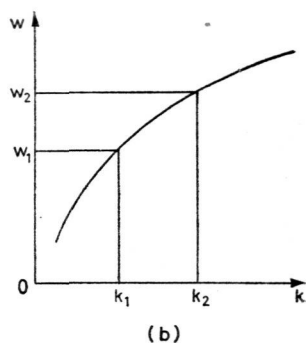
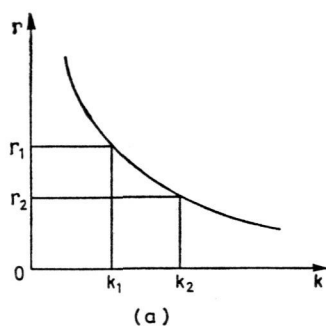


FIG. 5. — Derivación de la relación de interconcesiones w - r .

la elasticidad marshaliana en cada punto, E , es una medida de la distribución de la renta. Así,

$$\frac{dr}{dk} = f''(k), \quad \text{y} \quad \frac{dw}{dk} = f'(k) - f''(k)k - f'(k) = -f''(k)k$$

$$\frac{dw}{dr} = \frac{dw}{dk} \cdot \frac{dr}{dk} = -k \quad (2)$$

$$E = -\frac{r}{w} \frac{dw}{dr} = \frac{rk}{w} \quad (3)$$

Es importante señalar que los resultados de las expresiones (2) y (3) dependen vitalmente de la igualdad de los precios de equilibrio de los factores con sus productos marginales. Incidiremos de nuevo en ello al llegar a la función de producción surrogada («como si») de Samuelson.

III

Dos cosas deben tenerse en cuenta acerca del modelo de J. B. Clark. Primero, la función de producción, asociada con la competencia perfecta, puede resolver simultáneamente los problemas gemelos de la producción y distribución en términos de nuestro conocimiento de las características técnicas de la función de producción y de las ofertas relativas de los factores. En segundo lugar, no existe dificultad alguna en el análisis del proceso de acumulación como sustitución de trabajo por capital a lo largo del tiempo, ya que siempre puede establecerse la adecuada razón capital-trabajo. Pero para hacerlo tenemos que abstraer las siguientes características de las economías capitalistas reales. Primero, «capital» significa dos cosas distintas: fondos a la búsqueda de oportunidades de inversión y objetos pesados que a menudo necesitan largos períodos de construcción y tienen larga vida, de manera que las esperanzas puestas al inicio de la financiación pueden desaparecer por sucesos fácticos. Esto refleja la naturaleza esencial de la inversión como un compromiso de finanzas y recursos frente a la incertidumbre, de manera que cuando las expectativas no se realizan, los cálculos del hombre de palabras y del hombre de acción se separan para siempre: ver Robinson (1953-54). En segundo lugar, cuando buscamos, en este mundo de mercancía única una medida para medir el «capital social», como compañero de la tierra y el trabajo en la tríada clásica, nos vemos forzados a utilizar una medida de precio que contiene en sí misma la tasa de beneficio: ver Robinson (1953-54), Harcourt (1972), cap. 1. O sea que el producto marginal del «capital social», aun en el caso de que pueda dársele un significado, no es independiente el valor que trata de ayudar a determinar (al revés de lo que pasa con los pro-

ductos marginales de la tierra y el trabajo, márgenes intensivo y extensivo de la teoría de la renta malthusiano-ricardiana, de la que derivó originalmente la teoría de la distribución marginal: ver Garegnani (1970)). A diferencia del «capital», trabajo y tierra pueden medirse en sus propias unidades físicas.

Sin embargo, Samuelson (1962) quería argüir que para algunos fines, y, en particular, para los modelos de crecimiento agregados y para la especificación econométrica de la función de producción agregada, sería útil y posiblemente justificable hacer abstracción de los rompecabezas antes mencionados. Por lo tanto, deseaba observar tanto los conceptos teóricos cuanto las estadísticas fácticas «como si» proviniesen del mundo de jalea de J. B. Clark, aunque de hecho supiésemos que el mundo real contiene bienes heterogéneos de capital, de todo tipo de formas, tamaños y duraciones. Y se propuso demostrar que, bajo ciertas condiciones, se podía arreglar un matrimonio, o, por lo menos una relación duradera, mediante los buenos oficios de la función de producción surrogada, entre el mundo de jalea y el mundo de la realidad de bienes heterogéneos de capital, en que la sustitución *ex post* de trabajo por bienes de capital, dentro de una misma técnica, es imposible. O lo que es lo mismo, quería demostrar que las cuatro parábolas neoclásicas podían ser aplicadas a este mundo igual que al mundo de jalea.

Samuelson procedió de la siguiente manera: supongamos que se conoce un cierto número de técnicas con rendimientos a escala constantes, para producir, mediante capital y trabajo, un bien de consumo y un bien de capital. Cada técnica contiene un sector del bien de consumo y un sector del bien de capital, y constituye un estado estacionario en que sólo el bien de consumo forma parte del producto neto del sistema: ver Champernowne (1953-54), Harcourt (1972), cap. I. Siempre existirá una técnica para cada valor arbitrario de w o r que, o bien es la más rentable, o bien es la que paga mayor tasa de salario (o dos de ellas que sean igualmente rentables o paguen la misma tasa de salarios). Además, si consideramos que existe competencia perfecta y que las expectativas se realizan siempre, nos encontraremos en presencia del estado estacionario. Estaremos en equilibrio competitivo a largo plazo, con tasa de salarios y tasa de beneficios uniformes, y, por ello, con precios «normales»: ver Robinson (1953-54), Harcourt (1972), cap. I.

Samuelson ha escogido un camino intermedio entre el mundo neoclásico en el que «capital» y trabajo son factores primarios, y el mundo de los economistas políticos clásicos, en el que, en frase inmortal de Sraffa, las mercancías son producidas mediante mercancías, Sraffa (1960). En este último, cada mercancía es producida, en general, por trabajo, por sí misma y por otras mercancías, directa o indirectamente. El trabajo es el factor primario (si para mayor simplicidad ignoramos el factor tierra) y las mercancías pueden ser medios de producción y también pueden formar parte del producto neto: ver Harcourt (1972), apéndice al cap. 4. En el mundo de Samuelson, el trabajo es el único factor primario, pero sólo el bien «capital» produce y es producido a la vez. El significado de esta elección de Samuelson aparecerá más adelante.

Las ecuaciones de precios en cualquier economía del ejemplo de Samuelson puede escribirse de la siguiente manera (ignoramos la depreciación, y el bien de consumo es el *numéraire* o unidad de medida):

$$\begin{aligned} w l_c + r p_k k_c &= 1 \\ w l_k + r p_k k_k &= p_k \end{aligned} \quad (4)$$

en que, l_c , l_k , k_c , k_k son los inputs de trabajo y capital por unidad de output en los sectores de bienes de consumo y de bienes de capital respectivamente, y p_k es el precio del bien de capital en términos del bien de consumo. De la expresión (4) obtenemos

$$w = \frac{1 - r k_k}{r(k_c l_k - k_k l_c) + l_c} \quad (5)$$

La expresión (5) es la relación de *interconcesiones* w - r o frontera de precios de factores, en la terminología de Samuelson, en el mundo de bienes de capital heterogéneos.

Si ahora suponemos, como hace *en esencia* Samuelson, que:

$$k_c = k_k = k^* \quad \text{y} \quad l_c = l_k = l$$

obtendremos

$$w = \frac{1 - r k}{l} = \frac{1}{l} - \frac{k^*}{l} r \quad (6)$$

La expresión (6) es una línea recta con productividad, o sea output neto *per capita*, igual a la ordenada en el origen, y con *pendiente igual a la razón capital-trabajo*.

El examen de la expresión (5) muestra que formalmente, para obtener una recta, únicamente necesitamos suponer la igualdad de las *razones físicas* capital-trabajo, $\frac{k_c}{l_c}$ y $\frac{k_k}{l_k}$. Económicamente, sin embargo, solamente tiene sentido

la igualdad absoluta, pues parece imposible concebir una mercancía que difiera de otra aunque cuenten con la *misma razón física* capital-trabajo. En cualquier caso, sólo se trata de la elección de unidades. Además, la igualdad absoluta evita obtener una razón capital-trabajo espúrea, $\frac{k_k}{l_c}$ (Aunque se puede

demostrar que $\frac{k_k}{l_c}$ es igual a la razón capital-trabajo en valor para el sistema en su conjunto).²

2. Para obtener este resultado, junto con una visión más caritativa del supuesto de proporcionalidad de Samuelson, ver Asimakopoulou y Harcourt (1973).

Examinemos ahora las tres posibles líneas de interconcesiones $w-r$; en la mitad inferior están dibujados los valores de k (en términos del bien de consumo) correspondientes a cada línea. Las líneas de trazo continuo indican qué valores de k se asocian con la envolvente exterior de las relaciones $w-r$ (dibujada en trazo grueso). Cuando reina la competencia, sólo los puntos de la envolvente son posibles. Es fácil demostrar —ver el apéndice final— que si las relaciones $w-r$ son líneas rectas, el valor de k correspondiente a cada relación es invariante con los cambios de r . (Si son cóncavas con respecto al origen, $\frac{dk}{dr} < 0$.)

La razón económica de la invariancia de k respecto a r estriba, básicamente, en que cuando toda razón $w-r$ es una línea recta, p_k es independiente del nivel de r y de los cambios del nivel de r . Esto puede verse por lo siguiente: de las ecuaciones (4) obtenemos para p_k

$$p_k = \frac{l_k}{r(k_{cl} - k_{clc}) + l_c} \quad (7)$$

Se puede ver que cuando $\frac{k_k}{l_k} = \frac{k_c}{l_c} = \lambda$, siendo $\lambda = \text{constante}$,

$$p_k = \frac{l_k}{l_c} \quad (= 1, \text{ cuando } l_k = l_c = l).$$

O sea, el precio del bien de capital en términos del bien de consumo es igual a la relación entre los inputs de trabajo directo en los dos sectores (ley marxiana del valor trabajo; ver Harcourt (1972), cap. 4) y es así independientemente de r .

De la figura 6 podemos ver que, por ejemplo, tasas de beneficios menores se asocian con valores mayores de k , en el sentido de que cuando consideramos las tasas de beneficio en los puntos de cambio r_{ab} y r_{bc} , es decir, los valores de r para los que dos economías son *igualmente rentables*, por debajo de estos valores, la economía con mayor q y mayor k se asocia con la envolvente. Por ejemplo, para r_{ab} , b está a punto de sustituir a a . Estas asociaciones se refieren a la parábola 1. También es fácil demostrar que existen relaciones inversas entre $\frac{k}{q}$ y r (parábola 2) y entre posibles estados de crecimiento t sostenidos del consumo *per capita* — q — y r (parábola 3):³ ver Harcourt (1972), cap. 4. Además la pendiente en cada punto de la envolvente es igual a la razón capital-trabajo adecuada con lo que la elasticidad marshalliana en él es una medida de la distribución de la renta (parábola 4). Esto es, existe una

3. Como la mercancía de consumo es la única mercancía en el producto neto, la intersección de cada línea $w-r$ con el eje w nos da, para todos los valores de r , la tasa máxima de salario, w_{max} , y la productividad. Esto no es verdad en general, cuando varían los precios relativos al variar r : ver Harcourt (1972), cap. 1.

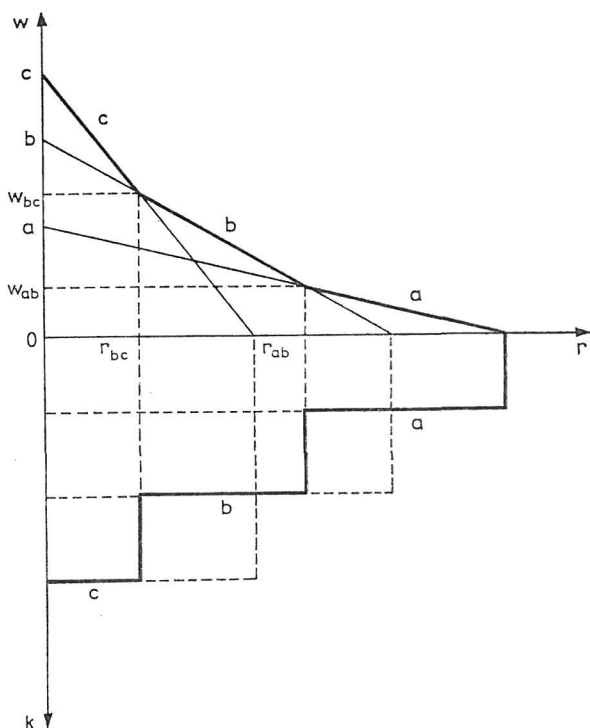


Fig. 6. — Línea recta de interconcesiones w - r con los valores correspondientes de k .

cierta correspondencia entre las cuatro parábolas del mundo de jalea, y las correspondientes al mundo de bienes de capital heterogéneos, completamente distinto al anterior. De ahí, podemos interpretar las observaciones hechas en este último mundo «como si» provinieran del primero. En particular, podemos interpretar w y r «como si» fuesen productos marginales del capital (jalea) y del trabajo respectivamente, y podemos usar la pendiente de la envolvente como una medida simple, de una sola cifra, del capital por hombre. Además, como la expresión (6) es un caso especial de la expresión (5), se espera que estas interpretaciones sobrevivan al relajamiento de los supuestos que transforman la expresión (5) en la (6). Esto constituye la justificación, hecha por Samuelson, de los modelos de crecimiento de Solow, Swan y Meade, de las especificaciones econométricas de Solow y ACMS, y de los axiomas inconscientes de los economistas.

VI

Sin embargo, hay, por lo menos dos fallos serios en la justificación, al primero de los cuales, a instancias de Garegnani, prestó atención el mismo Samuelson en su trabajo de 1962 y lo analizó en su trabajo de conclusiones (*summing up*), Samuelson (1966). Examinemos primero lo que pasa cuando tenemos dentro de cada técnica en un mundo de bienes de capital heterogéneo una

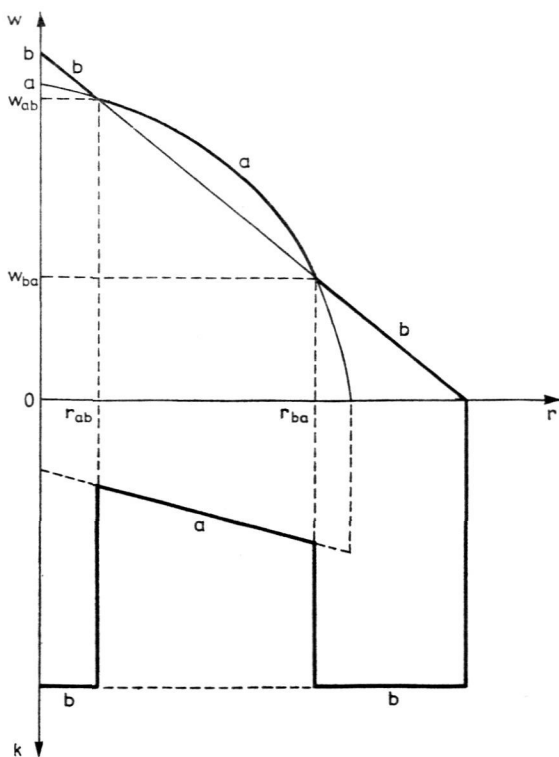


FIG. 7. — Reversión de capital y retrodesplazamiento. ¡Abajo las parábolas 1-3!

relación w - r curva en vez de recta, o sea, la expresión (5) en vez de la (6), Raquel Welch en vez de Twigg. Consideremos la figura 7 en que aparecen tanto el retrodesplazamiento como la reversión de capital (la reversión de capital ocurre en r_{ab} , w_{ab} , y el retrodesplazamiento existe en el sentido de que b hace dos apariciones separadas en la envolvente, para tasas de beneficio mayores que r_{ba} y para tasas de beneficios menores que r_{ab}). Se puede ver inmediatamente que, en general, las parábolas 1, 2 y 3 ya no se mantienen. Por ejemplo,

al considerar valores de r justo por debajo de r_{ba} , el valor del capital por hombre se mueve en la *misma* dirección que r .

Consideremos ahora la figura 8, que muestra una relación $w-r$ curva para

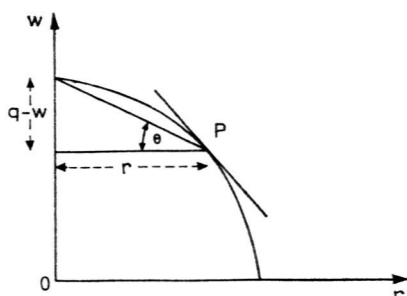


FIG. 8. — Fin de la parábola 4.

una determinada técnica. Un resultado crucial para obtener la parábola 4, o sea para arreglar la correspondencia, es que $k = -\frac{dw}{dr}$. Pero sabemos que siempre $q = rk + w$, con lo que $k = \frac{q-r}{r}$, por definición. La tangente del ángulo θ en la figura 8 es igual a $\frac{q-w}{r}$ para el punto p , en la curva de interconcesiones $w-r$. En este caso, $-\frac{dw}{dr}$ es la pendiente de la tangente a la curva en P . Claramente, las dos medidas no son iguales. Pero $k = \frac{q-w}{r}$ es siempre verdad por definición, por lo que en general, $-\frac{dw}{dr} \neq k$ para relaciones $w-r$ que no sean líneas rectas,⁴ y las elasticidades en los puntos de la envolvente *no son* medidas de la distribución de la renta. Por ello, no podemos considerar las observaciones «como si» proviniesen del mundo de jalea —y en particular, r y w no pueden ser observadas «como si» igualaran los productos marginales respectivos del capital y del trabajo, y $-\frac{dw}{dr}$ no es una medida simple, de una sola cifra, de k . Con relaciones $w-r$ lineales pueden considerarse así; pero, como veremos luego, la línea recta del mundo de Samuelson es realmente la correspondiente a un mundo de jalea, dentro de cuyos confines nadie dudó nunca de la veracidad de las parábolas: ver Garegnani (1970).

La *misma* mercancía de consumo forma el producto neto de *cada* estado

4. Ver Harcourt (1972), cap. 4, para algunas excepciones.

estacionario y *dentro* de cada técnica tenemos el mismo bien físico que, combinándose con trabajo, se produce a sí mismo. O lo que es lo mismo, es el *bien de consumo*, combinado con trabajo, el que produce al bien de consumo. Por ello, *al igual que entre técnicas*, debe seguirse que el bien de consumo es producido por distintas proporciones del mismo bien de consumo, combinado con trabajo. Volvemos a estar en el mundo de mercancía única en que los cambios marginales son posibles; si se quiere, el caso «cereal como input, cereal como output» de Ricardo: ver Pasinetti (1969), Garegnani (1970). Por tanto, con el supuesto de un mundo con *un solo* bien de capital y con igualdad de las razones físicas capital-trabajo, Samuelson rechazaba abandonar el mundo de jalea. Si hubiese omitido el segundo supuesto habría podido dejar dicho mundo; pero entonces no habría podido contar las parábolas neoclásicas.

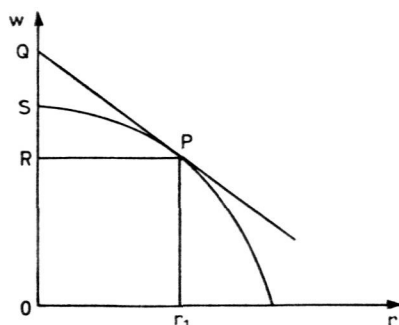


FIG. 9

Consideremos ahora otro ejemplo esencial de «producción de mercancías por medio de mercancías» en Robinson y Naqvi (1967), pp. 585 y ss. En este ejemplo, *cuando $r = 0$* , las razones en valor-trabajo de los medios de producción al trabajo son las mismas en todas las industrias de una misma economía, *aunque existen distintas proporciones de cada mercancía en los varios medios de producción*. Ello implica que, *en este caso especial*, los valores de los medios de producción son invariantes respecto a los cambios de r , y que las relaciones de interconcesiones w - r serán líneas rectas: ver Harcourt (1972), cap. 4. *Pero eso no implica que hayamos vuelto al mundo de jalea*.

Desde estos resultados, podemos pasar a nuestra segunda y más fundamental crítica de que, en general, el matrimonio entre el mundo de bienes de capital heterogéneo y el mundo de jalea ha conseguido sólo un simulacro de unión satisfactoria, *incluso en el caso de la línea recta*. Es verdad que en el mundo de jalea y en el ejemplo de Samuelson, podemos obtener un proceso *marginal* de sustitución de trabajo por capital. Pero en el otro mundo sólo podemos tener una serie de comparaciones de estados estacionarios en equili-

brio, *unos con otros*, provisto cada uno de ellos de su *propio* pasado y de su *propio* futuro. Trasladarse en la frontera de precios de factores significa, pues, que estamos pasando de un estado a otro, y no un proceso de sustitución de trabajo por capital en el tiempo histórico. Cualquier intento de *cambio* de estado estacionario a otro, mediante el cambio, por ejemplo, de la tasa de acumulación, rompería el estado de equilibrio mantenido por largo tiempo y desembocaría en un proceso de transición, fuera del equilibrio. Las comparaciones de estado de equilibrio a largo plazo son guías muy pobres de lo que pueda suceder inicialmente o finalmente, durante tal proceso tal como Joan Robinson indicó hace ya tiempo: ver Robinson (1953-54).

Además incluso con relaciones $w-r$ rectas, los cambios marginales no serán suficientes para llevar a la economía desde una posición de equilibrio a otra. Aun en el caso de que sólo se produzcan pequeños cambios del valor del capital, pueden existir cambios totales en la composición de los medios de producción y, de hecho, por lo general es lo que ocurrirá. En cualquier caso, tal como Pasinetti ha indicado sucintamente: «... la continuidad en la escala de variación de la tasa de beneficio *no* implica continuidad en el cambio de las cantidades de capital por hombre» (Pasinetti (1972), p. 1.352). El ejemplo especial de Samuelson de «producción de mercancías por medio de mercancías», o, para ser más exactos, la interpretación poco caritativa del mismo, fortuitamente excluyó este punto fundamental, como ocurrió asimismo en la crítica hecha por Garegnani al análisis de Samuelson, Garegnani (1970).

Para concluir: como estamos en España no podemos obtener un divorcio entre los dos mundos. ¿Cuál es el precio de la anulación?

APÉNDICE

Considérese una economía estacionaria con un producto neto *per capita* de bien de consumo $q = w_{\max}$; la relación $w-r$ será

$$w = w_{\max} - f(r) \quad (8)$$

en que, para $r = 0$, $f(0) = 0$ y $f'(0) > 0$

Entonces

$$k = \frac{q - w}{r} = \frac{w_{\max} - (w_{\max} - f(r))}{r} = \frac{f(r)}{r}$$

$$\frac{dk}{dr} = \frac{1}{r^2} (f'(r) r - f(r)), \text{ con } \frac{dk}{dr} \geq 0, \text{ según } \frac{f'(r)}{f(r)} \geq 1$$

Considérese una relación $w-r$ cóncava al origen, y para la cual $w_{\max} = OS$, en la figura 9. Considérese r_1 y el punto correspondiente en la lí-

nea $w-r$, P . Dibujar una tangente en P , que corta al eje en Q . Desde este punto, trazar una horizontal que corta al eje w en R . Entonces $RQ = f'(r_1) r_1$, y $RS = f(r_1)$; $\frac{RQ}{RS} > 1$ que implica que $\frac{dk}{dr} > 0$. Por un razonamiento similar, si la curva fuese convexa al origen $\frac{dk}{dr} < 0$ y si fuese recta $\frac{dk}{dr} = 0$.

BIBLIOGRAFÍA

- ARROW, K. J.; CHENERY, H. B.; MINHAS, B. S., y SOLOW, R. M. (1961): «Capital-Labour Substitution and Economic Efficiency», *Review of Economics and Statistics*, XLIII, pp. 225-50.
- ARROW, K. J., y HAHN, F. H. (1971): *General Competitive Analysis* (San Francisco: Holden-Day, inc.; Edinburg: Oliver and Boyd).
- ASIMAKOPOULOS, A., y HARCOURT, G. C. (1973): *Proportionality and the neoclassical parables* (mimeo), Cambridge.
- BISS, C. J. (1970): «Comment on Garegnani», *Review of Economic Studies*, XXXVII (2), pp. 437-38.
- CHAMPERNOWNE, D. G. (1953-54): «The Production Function and the Theory of Capital: A Comment», *Review of Economic Studies*, XXI, pp. 112-35.
- CLARK, J. B. (1889): «The Possibility of a Scientific Law of Wages», *Publication of the American Economic Association*, IV, pp. 39-63.
- (1891): «Distribution as Determined by a Law of Rent», *Quarterly Journal of Economics*, V, pp. 289-318.
- DOUGHERTY, C. R. S. (1972): «On the Rate of Return and the Rate of Profit», *Economic Journal*, 82, pp. 1.324-50.
- FERGUSON, C. E. (1969): *The Neoclassical Theory of Production and Distribution* (Cambridge: Cambridge University Press).
- FISHER, F. M. (1971): «Rebly», *Econometrica*, 39, p. 405.
- GAREGNANI, P. (1970): «Heterogeneous Capital, the Production Function and the Theory of Distribution», *Review of Economic Studies*, XXXVII (3), pp. 407-36.
- HAHN, F. H. (1972): *The Share of Wages in the National Income. An Enquiry into the Theory of Distribution* (London: Weidenfeld and Nicolson).
- (1972): «The Winter of Our Discontent», *Economica* (forthcoming).
- HARCOURT, G. C. (1972): *Some Cambridge Controversies in the Theory of Capital* (Cambridge: Cambridge University Press).
- HICKS, J. R. (1932): *The Theory of Wages* (London: Macmillan). Hay traducción española, Labor, Barcelona.
- HIRSHLEIFER, J. (1958): «On the Theory of Optimal Investment Decision», *Journal of Political Economy*, LXVI, pp. 329-52.
- (1970): *Investment, Interest and Capital* (New York: Prentice Hall).
- JOHNSON, H. G. (1971): (The Yrjö Jahnsson Lectures, 1970) *The Two Sector Model of General Equilibrium* (London: Allen and Urwin).
- KALDOR, N. (1972): «The Irrelevance of Equilibrium Economics», *Economic Journal*, 82, pp. 1.237-53.
- MEADE, J. E. (1961): *A Neoclassical Theory of Economic Growth* (London: Allen and Unwin).

- PASINETTI, L. L. (1969): «Switches of Technique and the 'Rate of Return' in Capital Theory», *Economic Journal*, LXXIX, pp. 508-31.
- (1970): «Again on Capital Theory and Solow's 'Rate Return'», *Economic Journal*, LXXX, pp. 428-31.
- (1972): «Reply to Mr. Dougherty», *Economic Journal*, 82, pp. 1.351-52.
- ROBINSON, Joan (1953-54): «The Production Function and the Theory of Capital», *Review of Economic Studies*, XXI, pp. 81-106.
- (1964): «Pre-Keynesian Theory after Keynes», *Australian Economic Papers*, 3, páginas 25-35.
- (1971): «The Existence of Aggregate Production Functions: Comment», *Econometrica*, 39, p. 405.
- ROBINSON, Joan, y NAQVI, K. A. (1967): «The Badly Behaved Production Function», *Quarterly Journal of Economics*, LXXXI, pp. 579-91.
- SAMUELSON, P. A. (1962): «Parable and Realism in Capital Theory: The Surrogate Production Function», *Review of Economic Studies*, XXIX, pp. 193-206.
- (1966): «A Summing Up», *Quarterly Journal of Economics*, LXXX, pp. 568-83.
- SOLOW, R. M. (1956): «A Contribution to the Theory of Economic Growth», *Quarterly Journal of Economics*, LXX, pp. 65-94.
- (1957): «Technical Change and the Aggregate Production Function», *Review of Economics and Statistics*, XXXIX, pp. 312-20. Hay traducción española en «Lecturas de macroeconomía», Mueller Ed. Ceca.
- (1963): (Professor Dr. F. de Vries Lectures, 1963) *Capital Theory and the Rate of Return* (Amsterdam: North-Holland).
- (1967): «The Interest Rate and Transition between Techniques», *Socialism, Capitalism and Economic Growth, Essays presented to Maurice Dobb*, ed. by C. H. Feinstein (Cambridge: Cambridge University Press).
- (1970): «On the Rate of Return: Reply to Pasinetti», *Economic Journal*, LXXX, pp. 423-28.
- SRAFFA, P. (1960): *The Production of Commodities by Means of Commodities. Prelude to a Critique of Economic Theory* (Cambridge: Cambridge University Press). Hay traducción española, Oikos, Vilasar.
- SWAN, T. W. (1956): «Economic Growth and Capital Accumulation», *Economic Record*, XXXII, pp. 334-61.