BUSCANDO EL ORIGEN DE LA ACTIVIDAD MATEMÁTICA: ESTUDIO EXPLORATORIO SOBRE EL JUEGO DE CONSTRUCCIÓN INFANTIL

Carlos de Castro Hernández

RESUMEN

El juego de construcción con bloques de madera está considerado como un tipo de 'práctica adecuada para el desarrollo' de los niños de 2 a 6 años. La literatura sobre juego infantil indica que la actividad de construcción tiene gran importancia para el desarrollo del pensamiento lógico-matemático de los niños. En este trabajo, planteamos un estudio exploratorio sobre el uso del juego de construcción con niños de 2 y 3 años, observando y registrando el proceso de construcción infantil. Nuestro objetivo es reflexionar sobre esta práctica a fin de plantearnos preguntas acerca del origen de la actividad matemática infantil.

Palabras clave: Actividad matemática, Educación matemática, Educación Infantil, niños de 1 a 3 años, juego de construcción, práctica adecuada al desarrollo, conocimiento lógico-matemático.

TITLE: SEARCHING FOR THE ORIGIN OF MATHEMATICAL ACTIVITY: AN EXPLORATORY STUDY ON BLOCK PLAY WITH TODDLERS

ABSTRACT

Block play with wooden blocks is considered "an appropriate practice within development" for children from 2 to 6 years. Literature on children's play ensures that block building has great importance for the development of children's logical-mathematical knowledge. In this paper, we propose an exploratory study on block play with children aged 2 and 3, observing and recording their construction processes. Our goal is to reflect on this practice in order to formulate questions about the origin of children's mathematical activity.

Keywords: Mathematical activity, mathematics education, Early Childhood Education, Toddlers, Block play, appropriate practice for development, logical-mathematical knowledge.

Correspondencia con el autor: Carlos de Castro Hernández. Facultad de Educación. Universidad Complutense de Madrid. carlos.decastro@edu.ucm.es. Original recibido: 10-06-11. Original aceptado: 25-10-11

1. Introducción

Dentro del ámbito de la Psicología, hay numerosas investigaciones que se han dedicado a estudiar el conocimiento matemático de los bebés (0-1 años). Muchos de los resultados a los que se ha llegado pueden consultarse en la revisión de investigaciones de Lago, Jiménez y Rodríguez (2003). En estos trabajos se demuestra que niños de pocos meses, en condiciones de laboratorio, son sensibles a cambios en el número de pequeñas cantidades de objetos. Los resultados de estos trabajos llevan a diversas polémicas, dentro de la Psicología, sobre cómo interpretar las respuestas infantiles a los estímulos planteados en los estudios.

Desde el punto de vista de las matemáticas, y de la didáctica de las matemáticas, asumimos estos resultados provenientes de la Psicología y aceptamos que los niños, desde el nacimiento, parecen ser sensibles a ciertos aspectos de la realidad que consideramos propios de las matemáticas, como el número de objetos que hay en un conjunto pequeño de objetos. Ahora bien, en la mayoría de las investigaciones psicológicas a las que nos hemos referido antes, el bebé es receptor pasivo de ciertas informaciones o estímulos suministrados por el experimentador, ante los cuales reacciona con mayor o menor sorpresa, según el grado de novedad del estímulo, fijando mayor o menor tiempo la atención sobre el mismo.

Aunque no descartamos que en estas situaciones de laboratorio haya un conocimiento matemático en juego, o se ponga de manifiesto algún tipo de aprendizaje matemático, los objetivos de este tipo de investigación son bastante diferentes de los planteados en un trabajo de didáctica de las matemáticas. La pregunta que resulta más pertinente, dentro de este área de investigación es: ¿*Cuándo* comienzan los niños a realizar un tipo de actividad que podamos considerar "matemática", *cómo identificar* este tipo de actividad, y *de qué modo intervenir*, en el aula de 0-3, para favorecer y potenciar en los pequeños el desarrollo de este tipo de actividad?

Dado que hay pocos trabajos de investigación sobre didáctica de las matemáticas de 0 a 3 años, planteamos un *estudio exploratorio* orientado a delimitar lo mejor posible un futuro problema de investigación. Dos son las decisiones fundamentales que hay que tomar: (1) la elección de un marco teórico sobre la actividad matemática, y (2) la selección de una metodología de investigación. De acuerdo con este plan, en el próximo apartado vamos a comenzar con una breve revisión de teorías que podríamos emplear para identificar, estudiar, y describir la actividad matemática de niños de 0 a 3 años. A continuación, justificaremos la selección del tipo de actividad que creemos más adecuada para desarrollar una investigación sobre este tema, y describiremos la experiencia realizada en un aula de 2-3 años. Finalizaremos con una valoración del presente estudio e intentaremos definir mejor el objeto y modo de abordar un estudio más profundo sobre esta temática.

2. La actividad matemática en el primer ciclo de Educación Infantil (0 a 3 años)

En este apartado, presentamos varios modelos teóricos que tratan de explicar en qué consiste la actividad matemática y que se han empleado, o podrían emplearse, para referirse a este tipo de actividad en sus inicios, dentro de la Educación Infantil (0 a 6 años) y, más específicamente, en primer ciclo de Educación Infantil (0 a 3 años).

Durante muchos años, el modelo comúnmente aceptado (y también en la actualidad) para hablar de matemáticas en Educación Infantil, ha sido el del *conocimiento lógico-matemático*, que tiene su origen en los trabajos de Piaget. Este autor distingue entre la experiencia *física*, que consiste en actuar sobre los objetos para abstraer sus propiedades, y la experiencia *lógico-matemática*, en la que se actúa sobre los objetos y se abstrae de las acciones efectuadas sobre los objetos, y no de los objetos (Piaget e Inhelder, 1966/2007, p. 153-154). Esta distinción, realizada por Piaget, hace ya más de 50 años, pervive desde entonces y en la actualidad en gran parte de la literatura especializada en Educación Matemática Infantil (Geist, 2009; Gura, 1992; Kamii, 1982/1995; Kamii, Miyakawa, y Kato, 2004; Miyakawa, Kamii, y Nagahiro, 2005). De un modo resumido y muy simplificado, podemos decir que hay tres tipos de conocimiento: físico, lógico-matemático y social (o convencional). El conocimiento físico es el conocimiento de los objetos y de sus propiedades físicas y se alcanza mediante la observación y la abstracción empírica. El conocimiento lógico-matemático consiste en la coordinación de las relaciones que establecemos entre los objetos y se llega a él mediante la abstracción reflexiva (para más detalles, ver Kamii, 1982/1995).

En la actualidad asistimos al siguiente fenómeno: Mientras que en los planteamientos que se hacen en Didáctica de las Matemáticas para la Educación Secundaria apenas se cita ya a Piaget (ver por ejemplo Rico, 1997, en que hay una sola referencia a Piaget entre más de 140 referencias bibliográficas), y casi lo mismo podríamos decir en Educación Primaria, en la Educación Infantil, la etiqueta piagetiana del "conocimiento lógico-matemático" sigue estando omnipresente. Así, hablar de matemáticas en la Educación Primaria y en la Educación Secundaria resulta natural. Sin embargo, en la Educación Infantil se suele preferir la etiqueta "lógico-matemático" para todo: conocimiento, razonamiento, actividad, etc. El inconveniente que tiene asumir la etiqueta "lógico-matemático" es que supone, por coherencia, aceptar con ella una visión de la psicología, las matemáticas, y la epistemología, que tienen también más de 50 años, y que resultan difícilmente asumibles en la actualidad.

Bishop (1999) ofrece una alternativa especialmente interesante para tratar las matemáticas en el ámbito de 0 a 3 años. Él concibe las matemáticas como un producto cultural, un tipo de conocimiento simbolizado resultante de ciertas actividades y procesos. Las actividades elegidas son: contar, localizar, medir, diseñar, jugar y explicar. Todas ellas están motivadas por necesidades del entorno, estimulan procesos cognitivos, implican el uso del lenguaje y la representación y son importantes para el desarrollo de ideas matemáticas en cualquier cultura (Bishop, 1999, p. 42), quizá también para la cultura del aula de niñas y niños de 2 y 3 años. Todas las actividades mencionadas parecen idóneas para referirse a la actividad que se desarrolla en una escuela infantil. Contar, localizar y medir son actividades que se identifican inmediatamente con el conocimiento del número, el espacio y la medida, tres áreas que aparecen siempre en la matemática escolar. No obstante el interés del planteamiento de Bishop para la Educación Infantil, tomar su propuesta de seis tipos de actividades para explicar en qué consiste la actividad matemática, nos crea nuevos problemas casi igual de complejos que el inicial: ¿Cuándo son un diseño, un juego, o una explicación, matemáticos? ¿En qué sentido podemos decir que un niño de 2-3 años que juega, explica o diseña algo está haciendo una actividad matemática o está aprendiendo matemáticas?

Otra propuesta, poco desarrollada todavía, es la de la *matemática emergente* (Geist, 2009). Este modelo sugiere que el hombre nace con un *dispositivo para el aprendizaje de las matemáticas* en el cerebro (Butterworth, 1999) y que desde el nacimiento aprende matemáticas como resultado de la combinación de su desarrollo cognitivo y la interacción con el entorno. Este modelo va desarrollándose a medida que se van publicando investigaciones psicológicas sobre el conocimiento matemático de los bebés y trabajos que relacionan el aprendizaje de las matemáticas con el cerebro (Dehaene, 1997). No obstante, parece un modelo con más interés para la Psicología y para la Neurociencia que para la Didáctica de las Matemáticas, para la cual, postular la existencia en el cerebro de un *dispositivo para el aprendizaje de las matemáticas*, no tiene gran relevancia.

Hay otros planteamientos teóricos más cercanos, desde el punto de vista epistemológico a las matemáticas. Uno de ellos es el de la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD) debida a Brousseau (1997). Para este autor:

> *Hacemos matemáticas sólo cuando tratamos con problemas –aunque a veces olvidamos que resolver un problema es sólo una parte del trabajo; encontrar buenas preguntas es tan importante como hallar las soluciones. Una reproducción fiel de la actividad científica por parte del alumno requerirá que éste formule, pruebe, y construya modelos, lenguajes, conceptos y teorías; que los intercambie con otras personas; que reconozca aquellos que son conformes a la cultura; que tome prestados de ella aquellos que le resulten útiles; etc. (p. 22)*

Además de ofrecernos esta caracterización de la actividad matemática, Brousseau (1997) nos pone sobre aviso de ciertos fenómenos que se producen en el aula, cuya comprensión resulta fundamental para distinguir ciertas actividades matemáticas de otras que no lo son. Por ejemplo, Brousseau describe el "efecto Jourdan", que consiste en el reconocimiento, por parte del profesor, de "un conocimiento científico en el comportamiento o en las respuestas de un alumno, incluso cuando estos están motivados en realidad por causas o significados ordinarios" (p. 26). Brousseau (1997) pone el ejemplo de un alumno haciendo manipulaciones con el vaso vacío de un yogur o con dibujos coloreados al que su profesor le dice: "¡Acabas de descubrir un grupo de Klein!" La vigilancia sobre el efecto Jourdan debe ser constante en una situación en la que sobre una misma actividad de construcción infantil, confluyen la mirada instruida del matemático que interpreta la actividad infantil, con la mirada del niño de 2-3 años que apenas está comenzando a entrar en la cultura matemática. En esa situación puede resultar sencillo atribuir significados matemáticos a acciones infantiles desprovistas de los mismos.

Independientemente del enfoque teórico que se adopte, hemos traducido y adaptado la Tabla 1, partiendo del trabajo de Geist (2009). En ella se recoge el resultado de un cierto consenso entre especialistas de Estados Unidos sobre los conceptos y tipos de actividades matemáticos adecuados para el primer ciclo de Educación Infantil. Pensamos que esta tabla constituye una buena referencia inicial para comenzar a discutir sobre lo que se entiende por actividad matemática en estas edades. Como vemos, algunos de los contenidos que aparecen en dicha tabla, como el apilamiento de objetos iguales o la construcción de torres, aparecerán en el juego de construcción.

Concepto	Edad	Descripción	Ejemplo
Número			
Permanencia del objeto	6-12 m.	Es saber que un objeto sigue existiendo aunque deje de verse. El niño comprende que está escondido.	Un bebé juega con una pelota. Si un adulto la tapa, el bebé llorará como si la pelota hubiera dejado de existir. Un niño de un año la destaparía para recuperarla.
Más	12-18 m.	En cada colección de objetos hay una cantidad.	Los niños pueden decir a un adulto dónde hay más, si en un grupo hay 5 objetos y en otro hay 2. No pueden explicarlo recurriendo al número.
Corresponden-cia uno a uno	24-36 m.	Podemos emparejar objetos de un grupo con los de otro.	Los niños juegan a las sillas musicales. Cada niño tiene una silla. Si se quita una silla, hay un niño que se queda sin ella.
Uno	24-36 m.	Los objetos pueden ser contados.	Los niños entienden cuando se les pide: «Coge una galleta» o «coge dos galletas». Pueden señalar objetos al contar, aunque cometiendo errores.
Conteo	24-36 m.	Los niños pueden recitar algunas «palabras numéricas»	Los niños comienzan a contar oralmente, aunque a menudo no en el orden correcto. No suele haber relación entre los numerales y las cantidades.
Geometría			
Encajar, relacionar, emparejar	12-18 m.	Los niños emparejan objetos con otros que tienen la misma forma o el mismo color.	Los niños comienzan a utilizar puzles de encajar. Encajan una figura con determinada forma en un hueco con la misma forma y tamaño.
Apilar	24-36 m.	Los niños pueden formar torres apilando piezas de distintos tamaños.	Los niños forman torres de cubos, ordenados por tamaño, con el cubo mayor abajo y el menor arriba.
Medición			
Juzgar una distancia	6-12 m.	Los bebés comienzan a valorar cuándo algo está «cerca» o «lejos»	Los bebés pueden valorar cómo de cerca o lejos están los objetos, según estén a su alcance o fuera del mismo.
Cuantificación indefinida	12-24 m.	Al emplear el concepto de «más» los niños comparan cantidades.	Al jugar con agua o arena y recipientes, los niños trasvasan el contenido de un recipiente a otro de diferente tamaño.
Comparación de tamaños	24-36 m.	Los niños usan las palabras «más grande» y «más pequeño» para hacer comparaciones.	Un niño puede decir: «Yo soy mayor y mi hermano es más pequeño».

Concepto	Edad	Descripción	Ejemplo
Patrones y razonamiento			
Clasificar juntando los objetos iguales	12-24 m.	Agrupar objetos idénticos.	Un niño forma una pila con círculos pequeños amarillos idénticos unos a otros.
Clasificación atendiendo a una variable	18-24 m.	Agrupar objetos que tengan una propiedad común.	Un niño pone en un montón todas las figuras rojas, o todas las figuras azules.
Serie cualitativa con patrón sencillo	18-24 m.	Los niños son capaces de reconocer, continuar y producir patrones.	Los niños de 18 meses pueden copiar patrones escuchados con un tambor. Los mayores reproducen series del tipo: rojo-amarillo-amarillo-rojo-amarillo-amarillo, con cuentas de collar.
Serie cualitativa sin patrón	24-30 m.	Los niños son capaces de reproducir un orden arbitrario.	Un niño copia el orden rojo-azul-verde, amarillo, naranja.
Serie cuantitativa	30-36 m.	Los niños ordenan objetos de menor a mayor tamaño.	Lo pueden hacer con piezas de 10 tamaños diferentes o con colecciones de objetos con distintos cardinales.

Tabla 1. Contenidos matemáticos para primer ciclo de Educación Infantil

3. El juego de construcción, la actividad matemática, y la Educación Infantil

Dentro del estudio de la actividad matemática infantil, una preocupación que guía continuamente nuestro trabajo es la de diseñar y proponer situaciones de aprendizaje a través del juego que sean verdaderamente adecuadas para los niños de 2-3 años. Siguiendo las orientaciones de Paniagua y Palacios (2005), no tratamos de extrapolar al primer ciclo de Educación Infantil (0 a 3 años) actividades más propias del segundo ciclo (3-6), como en ocasiones se hace con el trabajo por proyectos, o la asamblea y los rincones, sino de buscar un tipo de actividad adecuada al desarrollo (físico, cognitivo, social, emocional) de las niñas y niños de 0-3. Para ello, hemos revisado trabajos que consideramos que recogen con sensibilidad esta forma de ver la Educación Infantil, como los de Arnáiz (2005), Arnáiz y Camps (2005), que dan orientaciones sobre cómo llevar a cabo en el aula de 2-3 años el juego de construcción, o los trabajos de investigación de Kamii, Miyakawa y Kato (2004) en que se estudian aprendizajes lógico-matemáticos, dentro de la actividad de construcción, con niños de 1 a 4 años, y el de Miyakawa, Kamii y Nagahiro (2005) con niños de 1 a 3 años.

También dentro del trabajo de Wellhousen y Kieff (2001), en el que se propone un enfoque constructivista para el juego de construcción, hemos revisado el capítulo en que se trata este tipo de actividad de forma específica para los bebés (0-1 años) y los niños de 1 a 3 años. Por último, hemos revisado las orientaciones para 0 a 3 años que garanticen que el tipo de práctica que proponemos a los pequeños es adecuada a su desarrollo (Zero to Three, 2008).

Por otra parte, la relación del juego de construcción con el aprendizaje de las matemáticas es antigua y se remonta, como poco, al trabajo de Froebel (Michelet, 1977) que pedía a sus alumnos que construyesen formas de la vida, formas de la belleza (construcciones simétricas) y formas del conocimiento (construcciones que representasen relaciones matemáticas abstractas, como los hechos numéricos del tipo $2 + 2 = 4$). Esta relación del juego de construcción con las matemáticas ha sido destacada por Hirsch (1996) en un libro de referencia que compila, reeditándolos, trabajos clásicos de construcción como "El arte de construir con bloques" de Harriet M. Johnson, de 1933.

La relación del juego de construcción y las matemáticas también aparece en trabajos de investigación. En primer lugar, cabe citar el trabajo de Gura (1992), inspirado en los trabajos de Froebel, en el que hay dos capítulos completos dedicados a las matemáticas del juego de construcción. Más recientemente, en un resumen sobre investigaciones que relacionan el juego de construcción con las habilidades espaciales (dentro de las matemáticas), se ha llegado a la conclusión de que la destreza adquirida en la construcción con bloques en la Educación Infantil está relacionada con el desarrollo de la visualización espacial, medida a través de tareas en las que había que analizar y reproducir patrones abstractos, encontrar una forma geométrica determinada dentro de una figura compleja, o reproducir construcciones realizadas con cubos pequeños (Kersh, Casey y Young, 2008).

Como conclusión de este apartado, pensamos que el juego de construcción con bloques de madera es un tipo de actividad privilegiada para estudiar la actividad matemática de niñas y niños de 2 y 3 años. Tras esta justificación inicial, el apartado siguiente está dedicado a narrar la experiencia desarrollada y a comentar los aspectos fundamentales de las construcciones, resaltando entre ellos los que parecen indicadores de una actividad matemática.

4. Narración de la experiencia

La experiencia del uso del juego de construcción que describimos en este trabajo se ha realizado en la Escuela Infantil El Limonero, de Parla (Madrid), en el aula de 2-3 años, en primer ciclo de Educación Infantil, con Oscar Quiles como maestro (autor de todas las fotografías de este trabajo). En alguna ocasión, tuvimos la colaboración de una maestra de apoyo (Figura 4). Se han realizado 8 sesiones de trabajo con los alumnos en una situación de juego libre con el material. Durante las mismas, el maestro de aula se dedicaba a organizar la situación, materiales, espacios, tiempo de trabajo, a recordar a los pequeños las normas (como no destruir las construcciones de los compañeros), y a documentar la actividad de juego libre a través de fotografías y anotaciones. La intervención de la maestra de apoyo se limitó a jugar con aquellos niños que querían construir con ella, y dio lugar a construcciones de características diferentes a las de los niños de 2 y 3 años.

El diseño del material de construcción está basado en trabajos anteriores (ver De Castro y Escorial, 2006) y está inspirado en los "dones de Froebel", descritos en Michelet (1977, p. 184-223) y en los "Bloques unidad" de Caroline Pratt, ver Hirsch (1996, p. 149), en que se da el nombre de "unidad" al prisma rectangular de dimensiones iguales al cuarto "don de Froebel"). La característica fundamental del material (ver Figura 1) es que todas las piezas (salvo la más pequeña de ellas; un cubo de 4 cm de arista) pueden componerse utilizando otras piezas más pequeñas del propio material. Además, esta composición puede hacerse, en muchas de las

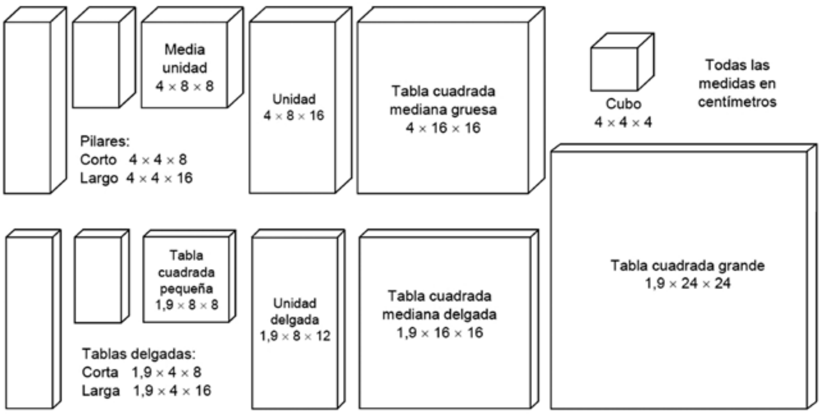

Figura 1. Diseño del material de construcción

piezas, de varias formas diferentes. Por ejemplo, si consideramos el bloque unidad (de $4 \times 8 \times 16$), vemos que puede componerse empleando dos "medias unidades" (de $4 \times 8 \times 8$). También podrá componerse con 4 pilares cortos, con un pilar largo y dos cortos, con 2 pilares largos, con media unidad y 4 cubos pequeños, o incluso con 8 cubos de 4 cm de arista. Otras tantas composiciones podrán hacerse del "bloque unidad" si utilizamos las piezas de la parte inferior de la Figura 1. Por ejemplo, podríamos componer el bloque unidad con 4 tablas cuadradas pequeñas.

La forma de diseñar el material, su peso, su estabilidad (con pilares no muy altos y bastante gruesos), la abundancia de piezas, su tamaño, la posibilidad de componer piezas con otras del material, explorando las relaciones parte-todo, hacen que este material sea idóneo para rastrear, en la actividad libre de los niños de 2 y 3 años, los inicios de la actividad matemática. Dado que los participantes en la experiencia son niños en momentos evolutivos diferentes, y que narramos lo que ha ocurrido dentro de un periodo breve de 8 semanas, no tiene mucho sentido organizar el material para su presentación por sesiones de trabajo, sino que hemos optado por presentarlo agrupando las imágenes en figuras que corresponden a distintos tipos de construcción característicos de las niñas y niños de 2 y 3 años. Así, cuando nos refiramos a la cuarta imagen, empezando por la izquierda, de la Figura 2, lo haremos como Figura 2.4.

Uno de los primeros tipos de construcción que hacen los niños son los denominados "apilamientos", que pueden ser verticales (Figura 2) u horizontales (Figuras 3.1 y 3.2). La palabra "apilamiento" en el contexto de la construcción infantil hace referencia a que los niños suelen poner una pieza sobre otra, de forma repetida, sin tener muy en cuenta al principio el tipo de pieza que se utiliza en la construcción, ni la forma global que va teniendo la construcción. En este sentido, las

Figura 2. Distintos tipos de apilamientos unidimensionales verticales

imágenes más representativas de un apilamiento vertical serían las Figuras 2.4 y 2.5. Hay dos elementos que resultan fundamentales en los apilamientos: la repetición y la continuidad. La repetición puede darse en el tipo de piezas utilizado en la construcción o en la misma acción de añadir una pieza más, sea esta cual sea. Por ejemplo, la tendencia a seleccionar piezas iguales para construir la vemos claramente en las Figuras 2.1 y 2.2, esta última hecha toda con cubos iguales. En la Figura 2.1, en las últimas piezas colocadas en la parte de arriba, observamos un fenómeno muy habitual en la construcción infantil: Los niños tienden a hacer apilamientos con piezas iguales y cuando se acaba el tipo de pieza empleado en la construcción, comienzan a utilizar piezas equivalentes a las anteriores, o a componer la pieza que estaban utilizando con otras piezas del material para poder continuar la construcción. Con respecto a la continuidad, rasgo de la construcción eminentemente matemático, está forzada en los apilamientos verticales por la fuerza de la gravedad, pero también se da en los apilamientos horizontales, como vemos en la Figura 3.1, en el apilamiento formado por piezas diferentes, o en la parte izquierda de la Figura 3.3, realizado a base de prismas cuadrados.

En la Figura 3.2 vemos ejemplos de apilamientos bidimensionales horizontales (un suelo, o un embaldosado) y verticales (una pared). En Figura 3.3 observamos una torre “doble” hecha con “pisos” de dos cubos. En la Figura 3.4 asistimos a la técnica de construcción que emplea la niña, poniendo cada cubo con una de sus manos en un gesto simétrico. Existe una conexión, que ha sido estudiada por Forman (1982), entre los gestos físicos (o esquemas de acción) y las características de las construcciones. Esto se hace bastante evidente en las Figuras indicadas y hace que, de cara a cualquier investigación sobre construcción infantil, sea interesante recoger, o documentar de algún modo, tanto los gestos infantiles como sus resultados en la construcción.

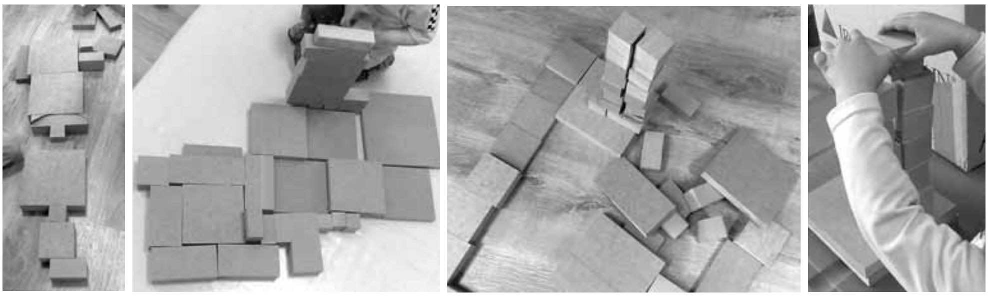

Figura 3. Apilamientos horizontales lineales y bidimensionales

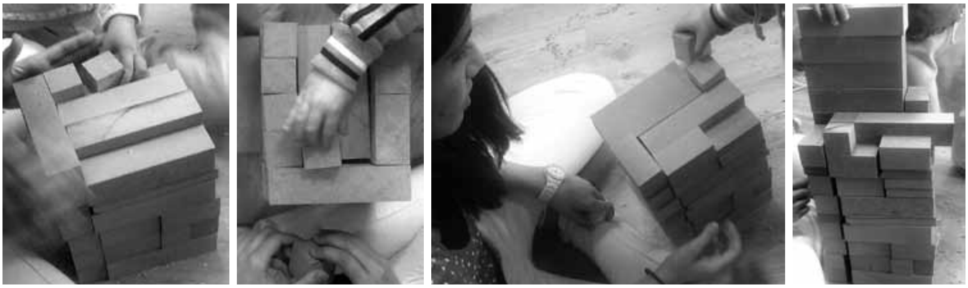

Figura 4. Intervención de la maestra de apoyo jugando con los pequeños

En la Figura 4 vemos una intervención de la maestra durante el juego libre de los niños. Uno de los aspectos más interesantes a investigar es el modo en que deben producirse las micro-intervenciones (Paniagua y Palacios, 2005) para favorecer el desarrollo del pensamiento matemático, o una mayor riqueza en la actividad matemática de los niños al construir. En la Figura 4 puede observarse cómo la maestra hace que la "torre", construida con otros tres niños, tenga una forma bien definida de prisma rectangular. Como veíamos en las Figuras 2.2, 2.4 y 2.5 muchos niños apilan las piezas sin importarles la forma tridimensional que surge del apilamiento. Otro aspecto destacado de la construcción es que los pequeños, para hacer cada "piso" de su torre, deben componer un prisma rectangular uniendo piezas diferentes. Esto convierte la construcción de cada piso en un problema de composición. Además, cuando la maestra elige una pieza concreta y la coloca sobre la torre, condiciona completamente el resto de la composición, que debe ajustarse a componer un todo, con una de las partes dada.

Otro modo de intervención adulto podemos observarlo en las Figuras 5.3 y 5.4. La maestra de apoyo realiza varios puentes (formados por dos piezas verticales,

Figura 5. Diferentes aspectos de la construcción

separadas entre sí, con una pieza superior que se apoya en ambas). Los puentes son las construcciones que suelen hacer los niños después de los apilamientos. Como vemos en la Figura 5.4, a los niños les llama la atención poder hacer construcciones con huecos. Al construir con los niños, los maestros pueden intervenir proponiendo modelos de construcción que sugieren nuevas técnicas para los niños.

También es característica de la construcción infantil la búsqueda de equilibrios, en la que los niños exploran los límites de la estabilidad de las construcciones. En la Figura 5.2 vemos una torre construida sobre una tabla delgada, colocada de canto. Además, cada pieza añadida parece orientada de modo diferente a las anteriores y apoyada sobre la cara que le proporciona menor estabilidad a la construcción. En la estabilidad influyen varias variables: el peso de los bloques, la cara sobre la que los apoyamos, la superficie de contacto de la cara de apoyo con las piezas colocadas inmediatamente debajo, o la posición relativa de las piezas y sus centros de gravedad... Todos estos son aspectos que los niños exploran de forma muy intuitiva y a través del ensayo y error con caídas de las torres y posteriores reconstrucciones.

En la Figura 6.1 observamos la composición de un rectángulo formado con 11 piezas. Como se ha advertido al explicar el diseño del material, este es uno de los objetivos del material: que los niños exploren de forma espontánea las posibilidades del material en la composición y descomposición de figuras geométricas, profundizando en las relaciones parte-todo. En la Figura 6.2 quedan patentes varias de las relaciones que podemos establecer con el material: el pilar largo equivale en longitud al "bloque unidad", a la unión de cuatro cubos pequeños, o a la de media unidad con un pilar corto. Es fundamental remarcar que en ningún momento se pide a los niños que establezcan estas relaciones, sino que éstas surgen de las propias situaciones que se generan en medio de la actividad de construcción de forma espontánea, por el deseo infantil de ampliar una superficie añadiendo bloques, o de aumentar la altura de una torre añadiendo piezas.

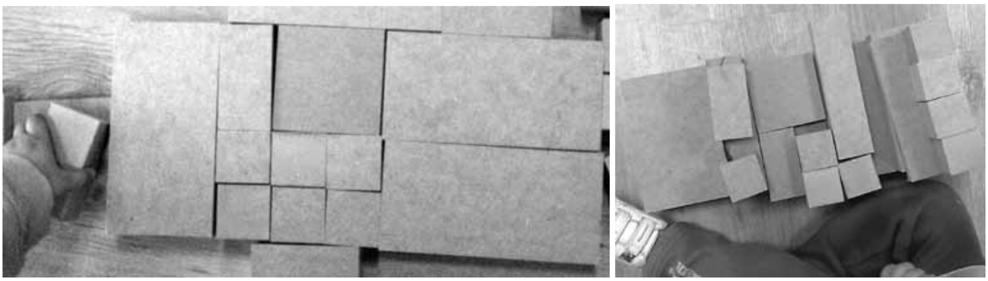

Figura 6. Equivalencias con el material de construcción

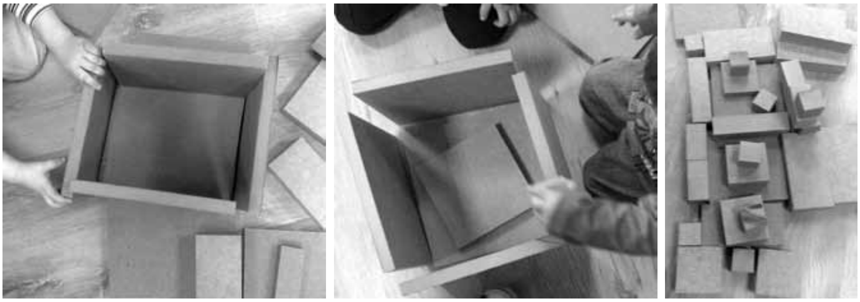

Figura 7. Cerramientos

Los *cerramientos* constituyen un tipo de elemento constructivo que suele surgir después de apilamientos y puentes. Si miramos desde las matemáticas, es decir, como adultos que hemos entrado en la cultura matemática, y percibimos las cosas a través de una visión instruida y cargada de teoría, posiblemente nos resulte incluso natural ver conceptos matemáticos reflejados en las construcciones: la continuidad en los apilamientos, las nociones de cerrado o abierto, interior y exterior, dentro y fuera… en los cerramientos. Todas estas son nociones topológicas que suelen aprenderse en la Educación Infantil. Ahora bien, el niño de 2 años que está jugando a hacer un zoo, coloca la figura de un tigre dentro de un cerramiento… ¡para que no se escape! Parece difícil pensar que esté aprendiendo los conceptos topológicos de dentro y fuera, o cerrado y abierto, aunque está en una situación ideal para aprenderlos a partir de una representación de los mismos en una situación altamente familiar. En esta situación es en la que resultará fundamental la intervención del adulto.

Otro elemento matemático que aparece representado en las construcciones de los niños es el de la simetría. En particular, la simetría bilateral. En la Figura 8 vemos

Figura 8. La aparición espontánea de construcciones simétricas a los 3 años

4 ejemplos diferentes de composiciones simétricas en las que resulta difícil defender que la simetría ha sido resultado de una colocación de las piezas al azar. Especialmente, en la Figura 8.4, compuesta por 12 piezas que respetan escrupulosamente las reglas para hacer una composición simétrica, parece totalmente descartable la ausencia de intencionalidad.

La simetría aparece en las construcciones infantiles desde muy pronto (2-3 años). ¿Cómo podemos intervenir para que este concepto matemático pase de ser una característica de la construcción más o menos advertida por los constructores o más o menos implícita a un objeto de aprendizaje? Froebel nos da una pista cuando, después de observar la actividad libre infantil, se basa en el interés que percibe en los niños por la simetría para pedirles que sistematicen y exploren esta idea a través de la construcción de las "formas de la belleza" (construcciones simétricas). Otros autores (Chalufour y Worth, 2004) recomiendan formas de intervención parecidas para pasar del juego libre exploratorio al juego centrado en el aprendizaje de conceptos como el de altura, equilibrio, o simetría.

Para concluir con el relato de la experiencia, nos centraremos en la actividad matemática, vista como actividad de resolución de problemas matemáticos. Aunque la actividad de juego de construcción sea libre, especialmente al principio, y con pequeños de 2 y 3 años, esto no quiere decir que los niños no se planteen problemas espontáneamente. Un problema que hemos observado que los niños se han planteado espontáneamente es el que hemos llamado "problema del contorno". Dado un bloque, preferentemente una tabla cuadrada, el problema consiste en elaborar o componer una especie de contorno de la figura utilizando otras piezas del material. ¿Es este problema un problema matemático? En principio, lo podemos considerar un problema espacial (por oposición a un problema geométrico) o un problema "matemático-práctico".

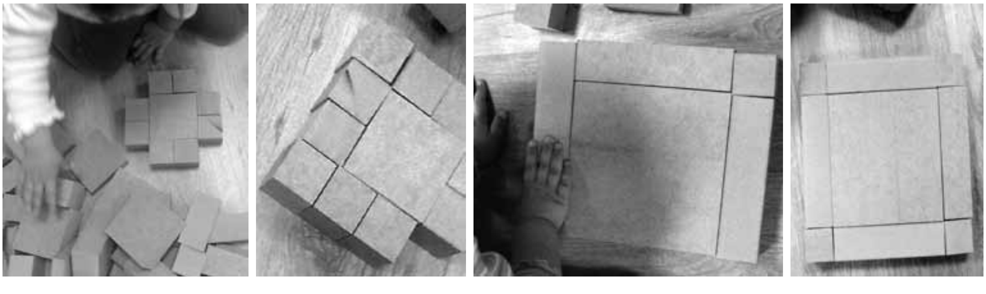

Figura 9. Resolviendo un problema de contorno

Figura 10. Continuación del *problema del contorno*

Podemos ver cómo se aborda este problema en la Figura 9. Al principio, el niño coloca cubos en los lados del prisma cuadrado (Figura 9.1), pero le faltan las esquinas para completar el diseño y las añade posteriormente (Figura 9.2). El problema del contorno se plantea después con otro prisma cuadrado cuatro veces mayor que el anterior (en volumen y en la superficie de sus caras cuadradas). En este caso, el niño parece utilizar una técnica parecida a la anterior eligiendo en primer lugar piezas con la misma longitud que los lados del prisma (Figura 9.3), para completar a continuación las esquinas con cubos (Figura 9.4). Entre estos dos problemas de contorno, observamos que el alumno es capaz de adaptar la técnica inicial para ajustarla a la diferencias entre un problema y otro. En un caso el contorno se realiza con cubos, y en el otro con pilares y cubos. En ambos casos se colocan primero las piezas equivalentes a los lados, y después los cubos de las esquinas.

En la Figura 10 observamos cómo la misma técnica empleada en el segundo caso, se aplica ahora también a la figura inicial. Ya no hacen falta los cubos para rodear la figura completa, sino que se buscan pilares más cortos, equivalentes a dos cubos, para dar otra solución más eficiente, o estética, al problema. La técnica se repite y practica hasta que se va afianzando (Figura 10.2 y 10.3). En la Figura 10.4 asistimos a una nueva extensión del problema del contorno. Los cubos se convierten en piezas privilegiadas para elaborar contornos sin las limitaciones de tener que buscar listones con la misma longitud que el lado del cuadrado base. En todos estos casos se debe reflexionar sobre el destacado papel que juega el diseño del material en la posibilidad de plantear y resolver problemas de este tipo.

A lo largo de los ejemplos que hemos analizado del problema del contorno, hemos visto como los niños se plantean un problema, inventan una técnica para resolverlo, adaptan esta técnica de forma flexible a distintas variantes del problema y llegan a un tipo de "generalización práctica" de la solución (cualquier pieza se puede rodear con cubos, como vemos con el prisma cuadrado y el rectangular de la Figura 10.4).

5. Reflexión final, conclusiones e implicaciones

A la vista de los resultados de la experiencia analizados en el apartado anterior, una de las líneas que parece más prometedoras es la de conceptualizar la actividad matemática como una actividad de resolución de problemas. El término "problema" lo debemos tomar en un sentido amplio, como un tipo de situación que parte del interés del niño, que desea hacer algo que supone una cierta dificultad, para lo cual debe elaborar una técnica. Esta técnica o procedimiento debe tener cierta estabilidad, poder adaptarse de una situación a otra parecida, generalizarse hasta servir para resolver toda una clase de problemas similares... Y a todo esto, será fundamental que podamos considerar el problema como un "problema matemático", para lo cual, será necesario que el aspecto fundamental que haya que tener en cuenta para resolver el problema, que haya que manipular y sobre el que haya que reflexionar, sea la forma de los objetos, la posición relativa de los mismos, la cantidad de objetos, la medida de los mismos, u otro aspecto de la realidad que podamos considerar como matemático. Siguiendo esta línea, el problema analizado de los "contornos de las figuras" podría considerarse un problema matemático. Este problema, o problemas similares deben ser examinados con detalle, pero para ello es preciso elegir primero un marco teórico para el análisis que permita hacer este trabajo.

Otro aspecto que queda pendiente, y que sería de interés, es el de tratar de elaborar un repertorio con tipos de intervenciones adultas, más o menos directas, que sean adecuadas para enriquecer el juego de construcción infantil en estas edades. La maestra puede construir sola, proponiendo modelos para los niños; puede construir jugando con los niños dando ideas, planteando problemas, condicionando las construcciones; puede proporcionar materiales complementarios, como fotografías de construcciones hechas por niños de la misma edad, o por niños algo mayores, libros de edificios en general que los niños puedan tomar como modelo, literatura infantil sobre construcción (como el cuento de los tres cerditos). En todo momento debemos ser capaces de evaluar la idoneidad didáctica (De Castro, 2007) de las situaciones de juego enriquecidas por estas intervenciones.

Dos aspectos que no hemos tratado son los referentes a la dualidad aprendizaje globalizado-disciplinar, tan importante en la Educación Infantil y tan relevante para el problema que nos planteamos. También, el hecho de que exista alguna concepción en el niño sobre las Matemáticas podría ser decisivo. A este respecto, recordando el "efecto Jourdan", que hace referencia al personaje de la obra de Moliere "El burgués gentilhombre", cabría preguntarse de cara a una futura investigación: "¿Es posible que un niño de 2 o 3 años pueda hacer matemáticas sin saberlo?"

6. Bibliografía

Arnáiz, V. (2005). Testimonios de un itinerario. Ejemplos de lo que hacen algunos niños y niñas de dos años en el taller de construcciones. *Aula de infantil,* 26, 16-19.

Arnáiz, V., y Camps, V. (2005). Taller de construcciones. ¿Cómo lo hacemos? *Aula de infantil,* 26, 7-10.

Bishop, A. J. (1999). *Enculturación matemática: la educación matemática desde una perspectiva cultural*. Barcelona: Paidós.

Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics: Didactique des mathématiques, 1970-1990*. Dordrecht: Kluwer.

Butterworth, B. (1999). *The mathematical brain*. London: Macmillan.

Chalufour, I. y Worth, K. (2004). *Building structures with young children*. St. Paul, MN: Redleaf Press.

De Castro, C. (2007). La evaluación de métodos para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la Educación Infantil. *Unión: Revista Iberoamericana de Educación Matemática,* 11, 59-77.

De Castro, C., y Escorial, B. (2006). El juego de construcción: Una experiencia matemática para la escuela infantil. *INDIVISA Revista,* 15, 15-17. Recuperado: 10-06-2011, desde http://eprints.ucm.es/12635/.

Deheane, S. (1997). *The number sense: How the mind creates mathematics*. New York: Oxford University Press.

Forman, G. E. (1982). A search for the origins of equivalence concepts through a microanalysis of block play. En G. E. Forman (Ed.), *Action and thought: From sensorimotor schemes to symbolic thought* (pp. 97–134). New York: Academic Press.

Geist, E. (2009). *Children are born mathematicians: Supporting mathematical development, birth to age 8*. Upper Saddle River, NJ: Pearson.

Gura, P. (Ed.) (1992). *Exploring learning: Young children and blockplay*. London: Paul Chapman Publishing.

Hirsch, E. (Ed.) (1996). *The Block Book* (3rd ed.). Washington, DC: NAEYC.

Kamii, C. (1982/1995). *El número en la educación preescolar* (4ª ed.). Madrid: Visor.

Kamii, C., Miyakawa, Y. y Kato, Y. (2004). The development of lógico-mathematical knowledge in a block-building activity at ages 1-4. *Journal of Research in Childhood Education,* 19 (1), 44.

Kersh, J., Casey, B. M. y Young, J. M. (2008). Research on spatial skills and block building in girls and boys. In B. Spodek y O. N. Saracho (Eds.), *Contemporary perspectives on mathematics in Early Childhood Education* (pp. 233-251). Charlotte, NC: Information Age Publishing.

Lago, M. O., Jiménez, L. y Rodríguez, P. (2003). El bebé y los números. En I. Enesco (Coord.), *El desarrollo del bebé: cognición, emoción y afectividad* (pp. 147-170). Madrid: Alianza.

Michelet, A. (1977). *Los útiles de la infancia*. Barcelona: Herder.

Miyakawa, Y., Kamii, C. y Nagashiro, M. (2005). The development of logico-mathematical thinking at ages 1-3 in play with blocks and an incline. *Journal of Research in Childhood Education,* 19 (4), 292.

Paniagua, G. y Palacios, J. (2005). *Educación Infantil: respuesta educativa a la diversidad*. Madrid: Alianza.

Piaget, J. e Inhelder, B. (1966/2007). *Psicología del niño* (17ª ed.). Madrid: Morata.

Rico, L. (1997). *La educación matemática en la enseñanza secundaria*. Barcelona: ICE Universidad Autónoma de Barcelona & Horsori.

Wellhousen, K. y Kieff, J. (2001). *A constructivist approach to blockplay in early childhood*. Albany, NY: Delmar.

Zero to three (2008). *Caring for infants and toddlers in groups: Developmental appropriate practice* (2nd ed.). Washington, DC: Author.