MATEMÁTICAS, CIENCIA Y TECNOLOGÍA: UNA RELACIÓN PROFUNDA Y DURADERA

Juan Luis Vázquez
Catedrático de Matemáticas Aplicadas. Universidad Autónoma de Madrid

1. ESENCIA Y PAPEL MULTIDISCIPLINAR DE LAS MATEMÁTICAS

Los matemáticos suelen decir que la esencia de las Matemáticas está en la belleza de los números, figuras y relaciones, y hay una gran verdad en eso. Pero la fuerza motriz de la innovación matemática en los siglos pasados ha sido el deseo de entender cómo funciona la Naturaleza. Este aspecto es pocas veces mencionado.

Las matemáticas son, por una parte, una disciplina intelectual autónoma, uno de los más claros exponentes de la capacidad creativa de la mente humana. Al tiempo, han jugado un papel fundamental en la ciencia moderna y han influido en ella y han sido influidas por ella en forma esencial. Las matemáticas forman, junto con el método experimental, el esquema conceptual en que se basa la ciencia moderna y en el que se apoya la tecnología, con íntimas interacciones entre sí. Sobre estas bases se gestó hace casi cuatro siglos la sociedad industrial y se construye en el presente la naciente sociedad de la información.

He aquí planteadas muy brevemente dos concepciones que simbolizan distintas maneras de ver el gran edificio que son hoy día las matemáticas. Estas opciones se reflejan en las denominaciones de Matemática Pura y Aplicada. Pero entonces, ¿es que existen dos Matemáticas diferentes? De ser ello cierto, ¿pueden existir o existen de hecho una sin la otra? En el presente artículo veremos que hoy como ayer ambas son caras de la misma moneda, a veces tan distintas, a veces tan semejantes. Vayamos por partes pues la cuestión interesa a la ciudadanía y el caos es notable.

Una primera dimensión de las matemáticas es en efecto el aspecto *puro,* interno o íntimo. Es natural que los matemáticos profesionales tiendan a ver el conjunto desde el punto de vista del edificio en sí mismo, con sus postulados, conjeturas, lemas y teoremas, con sus intuiciones y sus métodos de demostración, con sus áreas seculares: aritmética, álgebra, geometría y análisis, y los nuevos retoños: estadística, cálculo de probabilidades, lógica matemática, computación, ...Más aún, la matemática es un arte que aspira a hallar y manifestar la belleza que le incumbe en forma de axiomas, teoremas y relaciones lógicas o numéricas; ella atrae al investigador por su perfección lógica, por ser una de las muestras más claras de la capacidad analítica de la razón humana, por imponer orden y armonía en lo que se nos aparecía como caos. Esta es la dimensión más próxima al investigador y tiene como todo arte puro una fascinación que hace que los profesionales le dediquen una parte enorme y exclusiva de sus vidas. Grandes sabios han visto incluso en las matemáticas un mundo de orden más perfecto que el mundo físico de todos los días, desde Pitagoras y Platón a Gauss. En sus fabulosos 13 libros de *Los Elementos,* Euclides de Alejandría (325-265 a.C.) estableció a la vez la teoría y las reglas de un juego que sigue sus pautas hoy como hace 22 siglos. Tal es su influencia intelectual que en elsiglo XX los matemáticos asociados bajo el nombre de guerra de Nicolas Bourbaki osaron repetir la histórica gesta con unos actuales *Elements de Mathématique* (y una cierta división de público y crítica).

¿Es éste el cuadro completo de la Matemática? Para muchos sí. Para nosotros en absoluto, pues, gracias a Dios, la Matemática es mucho más, hay un modo totalmente distinto de verla y de hacerla que queremos presentar. Junto al método experimental son la base sobre la que se ha edificado la ciencia moderna y, en consecuencia, el desarrollo tecnológico. Empapan hoy día todos los aspectos de la sociedad contemporánea, desde la ingeniería a la información y las finanzas, sin olvidar el movimiento de las disciplinas sociales hacia el estatus de ciencias, que en otras palabras y con las debidas salvedades quiere decir *el uso en estas disciplinas del método matemático*. La importancia práctica de las matemáticas en la ciencia es indiscutible e indiscutida a un cierto nivel, pues los protagonistas de la aventura científica tienen pocas dudas del *valor instrumental* de algunas matemáticas. Una parte cuantitativamente muy importante de las matemáticas que se enseñan en nuestro país en las universidades está destinada a la formación de *ingenieros, físicos, químicos, informáticos, economistas* y profesionales de *otras varias disciplinas.*

En realidad el papel "aplicado" de las matemáticas va mucho más allá, es más *esencial.* En efecto:

a) las matemáticas han jugado desde el principio un papel fundamental en la formulación de la ciencia moderna; una teoría científica es una teoría que dispone de un modelo matemático adecuado;
b) las matemáticas que se pueden aplicar hoy día abarcan todos los campos de la ciencia matemática y no algunos especiales; se trata de matemáticas de todos los niveles de dificultad y no sólo de resultados y argumentos sencillos;
c) las ciencias exigen hoy como ayer nuevos resultados de la investigación y plantean nuevas direcciones a ésta, pero el ritmo de la sociedad contemporánea hace los plazos sustancialmente más cortos y la exigencia más urgente;
d) la capacidad del cálculo científico ha hecho de la *simulación numérica* un útil imprescindible en el diseño y control de los procesos industriales.

En este artículo nos ocuparemos de exponer este aspecto en que *la matemática* es *el lenguaje* en el que se escriben las páginas de la ciencia y gracias al cual se desarrolló el combinado ciencia-tecnología que ha cambiado la vida del ciudadano de las sociedades tecnológicamente avanzadas en los últimos cuatro siglos de manera más radical de lo que la revolución neolítica lo había hecho en los noventa siglos anteriores. Pues detrás de la práctica diaria de las ciencias físicas y las ingenierías hay enormes cantidades de matemáticas no elementales; más aún, los conceptos en que se basan las teorías correspondientes son esencialmente *conceptos matemáticos.* En los últimos decenios hemos visto la matematización llegar a otras disciplinas, como la economía, muy especialmente el mercado financiero, ramas de la química, la biología y la medicina, y hasta las ciencias sociales. En manos del científico la matemática ha de permitir asimilar los datos y comprender los fenómenos. En manos del ingeniero ha de permitir además tomar decisiones y realizar diseños. Esta visión es lo que a falta de un nombre mejor llamamos Matemática Aplicada, que cubre áreas clásicas como la Física Matemática y los Métodos Matemáticos para la Ingeniería, pero que tiene hoy día contornos más amplios con el advenimiento de la computación científica y la simulación numérica.

Señalemos que hay aún otras visiones complementarias de las matemáticas: su aspecto cultural, su importancia en la enseñanza como vehículo del pensamiento racional, su importancia para comprender el mundo diario (las "matemáticas para el hombre de la calle"), su aspecto de juego intelectual. Es al mismo tiempo la ciencia de lo exacto y el cálculo de lo probable. Es la ciencia del razonamiento abstracto y simbólico. Es también hoy día sinónimo de virtuosidad computacional, de capacidad y efectividad para procesar información, tan importante en el mundo que se gesta. Es por un lado el científico que trabaja con un trozo de papel y por otro el mundo de la modelización, cálculo y control de procesos industriales. Todo ello forma también parte del múltiple legado de las matemáticas.

Volvemos a continuación nuestra atención hacia el pasado y presente de la Matemática Aplicada. Al lector le puede resultar útil evitar en una primera lectura la información complementaria contenida en las notas.

2. UN SUEÑO RENACENTISTA. HEREDEROS DE LEONARDO, GALILEO Y NEWTON

Dos grandes figuras fijaron el *papel estelar* de las matemáticas en los momentos en que nacía la ciencia moderna. *Galileo lo formuló, Newton lo demostró.* Habría que añadir que el genio universal de *Leonardo da Vinci lo intuyó* un siglo antes[1]. Una pléyade de grandes matemáticos, los héroes de nuestra historia, les siguió. Los matemáticos que se ocupan de la aplicación de su arte se asoman al futuro verdaderamente sobre los hombros de gigantes[2].

Vayamos por partes: es cierto que desde la más remota antigüedad las matemáticas han estado relacionadas, más aún motivadas, por problemas prácticos, como el pueblo llano sabe pero mucho intelectual olvida: la aritmética proviene de la actividades de contar y sumar, la geometría de medir líneas, superficies y cuerpos. Pero también es cierto que la matemática como ciencia lógico-deductiva, tal como fue elaborada y nos fue legada por los griegos de Pitágoras a Euclides, tuvo una base netamente intelectual, digamos ideal, que siempre ha conservado desde entonces y que es parte fundamental de la matemática pura, es decir, de las matemáticas en sí mismas. Este proceso intelectual vive en su propio mundo y no debe nada de su mérito o belleza a la posible utilidad o aplicación práctica, no más que un poema o un cuadro. Un silogismo fácil y frecuente llevaría de aquí a concluir que la auténtica matemática vive esencialmente ajena a la aventura de la ciencia y la tecnología. Este silogismo es falso por mucho que haya sido sostenido por no pocos matemáticos. Muy al contrario, *la historia nos muestra que la simbiosis con la ciencia y la tecnología ha sido fundamental y fructífera y que las matemáticas deben mucho de su ser actual y de sus temas estrella a sus compañeras de aventura, y éstas a ella.*

La ciencia moderna surgió en Europa como es sabido al final del período del Re- nacimiento. No se basa sólo en las matemáticas. La columna fundamental del edificio en germen fue formulada por el filósofo y político inglés Francis Bacon hacia 1620 y consiste en el método *experimental.* El objeto preferente de la filosofía se orienta hacia la Naturaleza, que debemos leer y comprender, y eventualmente controlar; la observación es el medio para la comprensión y el experimento es el test de nuestras predicciones. Las ciencias se formaron alrededor de este método, primero la física, luego la biología, la geología, la química.

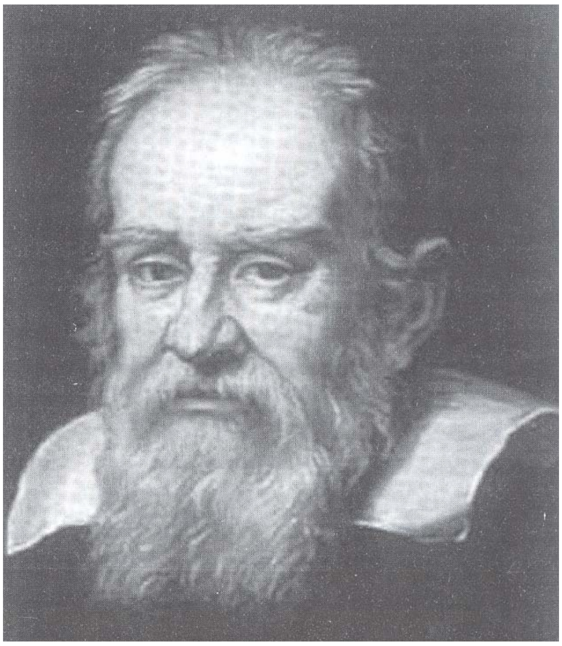
Las matemáticas son desde el principio el otro pilar de las ciencias. Fue Galileo Galilei (1564-1642) quien más claramente señaló a principios del siglo XVII ese rumbo para las nacientes ciencias, y a él se debe la famosa cita de su obra "El Ensayador" que reproducimos así: "La filosofía está escrita en *ese grandísimo* libro *que tenemos delante* de los ojos, es *decir,* el *Universo,* pero no se *puede entender* si antes no se *aprende* a *entender* la lengua, a conocer los caracteres en *que* está *escrita.* Está escrita en lengua matemática y *sus* caracteres *son* triángulos, *círculos* y otras *figuras* geométricas...". Las famosas palabras no suelen imprimirse en su italiano (toscano) original y hay quien duda de su existencia. Helas aquí:

> “La filosofia è scritta in questo grandissimo libro che continuamente ci sta aperto innanzi agli occhi (io dico l'universo), ma non si può intendere se prima non s'impara a intender la lingua, e conoscer i caratteri ne' quali è scritto. Egli è scritto in lingua matematica, e i caratteri son triangoli, cerchi, ed altre figure geometriche, senza i quali mezzi è impossibile a intendere umanamente parola, senza questi è un aggirarsi vanamente per un oscuro labirinto” ("Il Saggiatore", 1623).

---

[1] En el recorrido histórico que sigue los nombres de Galileo y Newton irán acompañados de otros matemáticos ilustres, a algunos de los cuales adjudicaremos un papel relevante. Tal selección, que nos ayudará a fijar los hitos principales y a conocer a los héroes de nuestra particular aventura, es sin duda injusta con otros personajes de la talla de Fermat, Leibniz o Gauss, de lo cual queremos dejar constancia y sólo la brevedad (el *estrecho margen* del que hablaba Fermat) y lo concreto de nuestro objetivo nos sirve de excusa.

[2] Tomado de una frase de Newton sobre sus predecesores en carta a R. Hooke, 1675: "If I have seen farther than others, it is by standing on the shoulders of giants".



GALILEO

Clarito. ¿no?[3] La actitud de Galileo no dejaba de tener precedentes, siendo quizá los más notables Arquímedes en la Antigüedad y Leonardo da Vinci (1452-1519)[4] un siglo antes, pero su formulación fue decidida y puesta en práctica y sucedió en el contexto histórico justo; socavó en sus bases el aristotelismo y la escolástica hasta entonces imperantes, fructificó oportunamente y los científicos nos reconocemos en ella.

En efecto*, las filosofías son poca cosa si se quedan en palabras y polémicas*, si no se realizan. La gloria del siglo XVII reside en una serie de grandes filósofos-científicos (llamados en aquel entonces *filósofos naturales)* que sin olvidar la metafísica se lanzan decididamente por el camino del conocimiento de la naturaleza y de la invención matemática: René Descartes estudia los principios del razonar y también la mecánica y el universo, liga la geometría al álgebra y escribe el "Discurso del Método"; Blaise Pascal escribe sus "Pensées" pero también investiga los principios de los fluidos (la presión), la geometría, el cálculo y las probabilidades. Y así otros, como Pierre de Fermat, Edmond Halley, Christiaan Huygens, Gottfried W. Leibniz, cuya hoja de servicios como matemático y como filósofo es excelente.

Pero el siglo tiene su cima en la presencia de Isaac Newton (1642-1727), quien demuestra el éxito incontestable de la propuesta de Galileo aplicada a la mecánica. Ataca los problemas básicos debatidos durante el siglo y

a) concluye que el movimiento de los cuerpos sigue una simple ley matemática que liga la segunda derivada del espacio a un ente invisible *pero real,* la fuerza; en clave matemática, $F = m \cdot a$

[3] Galileo fue, por supuesto, un firme defensor del método experimental, al que contribuyó con sus famosas observaciones astronómicas y mecánicas. Dejó escritas sus ideas sobre física, matemáticas e ingeniería en su libro *Discursos* y demostraciones matemáticas *concernientes* a las dos *nuevas ciencias,* escrito en Florencia antes de 1633 pero sólo publicado en el extranjero en 1638 tras los problemas con la Iglesia. En 1995 la sonda espacial *Galileo* alcanzaba Júpiter y con él los 4 planetas descubiertos por Galileo en 1610.

[4] Los intereses de Leonardo, genio universal, abarcaban la pintura y la escultura, la ingeniería y la arquitectura, la física y las matemáticas. Científico y visionario, dibujó los planos de un objeto volante (precursor del helicóptero) y acuñó el concepto de turbulencia. He aquí una cita relevante de Leonardo: "Ninguna certeza existe allí donde no es posible aplicar la matemática o en aquello que no puede relacionarse con la matemática".

b) al aplicar esta teoría a los cuerpos celestes, concluye que se mueven en sus órbitas de acuerdo con la fuerza de atracción universal. En concreto, $F = Gmm^1/r^2$.

Para sustentar matemáticamente los movimientos que resultan de estas leyes descubre el cálculo infinitesimal y resuelve las ecuaciones diferenciales. Más aún, la formulación de sus leyes no es posible sin los nuevos conceptos alumbrados por el Cálculo Diferencial e Integral, que es inventado con este fin combinando las intuiciones de la mecánica y la geometría, y lleva los nombres de Newton y Leibniz.

Es un viaje maravilloso. En 1687, cuando se publican los *Principia*[5], la Mecánica queda establecida sobre las bases que aún hoy tiene. Las matemáticas no son sólo un útil imprescindible, *son el lenguaje en que se concibe y se expresa la ciencia,* por algo figuran en el título. Tienen ante sí un enorme período de desarrollo para cumplir con la tarea fundamental que les incumbe. En adelante, la descripción de la dinámica y la evolución de los sistemas mecánicos serán parte esencial de las matemáticas.

NEWTON

Para comprender la grandeza del legado de Newton, para muchos el científico más influyente en la historia de la humanidad, añadamos algunos datos complementarios. En su haber consta no sólo la fundamentación de la Mecánica y la Astronomía, del Cálculo Diferencial e Integral y las Ecuaciones Diferenciales; también estudió la naturaleza de la luz, fundamentó la Óptica y contribuyó notables avances técnicos como el telescopio de refracción. y además estudió los fluidos (que se llaman hoy día newtonianos), explicó el funcionamiento de las mareas, calculó la velocidad del sonido... Su prestigio entre los contemporáneos fue enorme y los más brillantes filósofos del siglo XVIII (Hume, Kant, Voltaire[6]) estudiaron su obra y pensaron en ampliar su fabuloso éxito a todos los campos de la filosofía, tarea que resultó ser de una dificultad superior, en ella estamos aún.

Con todo su éxito, a una persona como Newton no se le escapaba la inmensidad de la tarea de comprender la naturaleza. En uno de sus pensamientos más celebrados se expresa así: "*No se lo que voy a parecer al mundo; pero para mi mismo soy sólo como un muchacho que juguetea a la orilla del*

---

[5] Philosophiae Natumlis Principia Mathematica, Londres.

[6] Es digno de recordar que los Principia fueron traducidos al francés por la amiga de este último, la Marquesa de Chatelet, con su colaboración. ¿Se imaginan un/a noble español/a dedicado a esas tareas? Quizá la corresponsal vasca imaginada por F. Savater lo hiciera.

mar y que se divierte aquí y allá encontrando un guijarro más pulimentado, mientras el gran océano de la verdad se extiende entero sin descubrir delante de mí".

3. MATEMÁTICAS, CIENCIAS Y TECNOLOGÍA: UN VIAJE HISTÓRICO COMPARTIDO

Tres siglos transcurridos desde entonces han permitido llenar una parte de ese océano de verdad, ciencia y matemáticas. Con teorías, razonamientos y experimentos han avanzado la ciencia y la tecnología, base de la Revolución Industrial. Como consecuencia, la sociedad del siglo XX ha cambiado respecto al siglo XVII más radicalmente de lo que había sucedido en los últimos miles de años, desde el advenimiento de las grandes civilizaciones agrícolas: las comodidades de la casa, el transporte, las comunicaciones, la salud del hombre actual reposan sobre bases desconocidas para el hombre del siglo XXVII.

Empezando por G.W. Leibniz, gran filósofo y rival de Newton en la célebre y un poco triste "disputa del cálculo", una serie de brillantes matemáticos (diríamos físico-matemáticos, como la familia Bernoulli, Euler, D'Alembert...) explotarán las potencialidades del nuevo cálculo y formularán toda clase de problemas de la mecánica: problemas de tiro, de caída de cuerpos, de movimiento de fluidos, de vibraciones mecánicas, problemas de minimización,...

Algunas de las glorias y penas de las matemáticas como lenguaje de la mecánica se pueden observar en el estudio de los fluidos, cuya teoría sistemática eludió al mismo Newton. Pues lo difícil de esta teoría es dar con las hipótesis exactas que permitan matematizar este aspecto de la *tal cual es*[7]. Hacia el año 1738 Juan y Daniel Bernoulli establecen la Hidrodinámica teórica sobre la base ideal de los *fluidos perfectos.* El estudio lo prosigue Euler, que escribe las famosas ecuaciones (1755) cuya solución analítica se muestra inabordable en el momento. Más aún, J.L.R. D'Alembert expone las limitaciones de la idealización implícita en el modelo de fluido perfecto al mostrar que un obstáculo sometido a un "viento perfecto" no sufriría empuje neto alguno. Y es que la mecánica teórica no trata de la Naturaleza, que es esquiva en su pura esencia a nuestra curiosidad, sino del modelo matemático que logramos hacernos de ella. Sólo el acuerdo experimental nos permite decir que una teoría es buena, pero nunca que es perfecta[8].

A pesar del fracaso relativo en los fluidos, cuando termina el siglo una sensación de optimismo invade las mentes de los mejores matemáticos-mecánicos, como Joseph Louis Lagrange o Pierre Simon de Laplace. Este publica su monumental libro de "Mécanique celeste" (1788). Piensa que el universo funciona como un reloj (determinismo) y declara que la mayor parte de los problemas matemáticos importantes estaban planteados y resueltos, o lo serían en breve. Afortunadamente, la historia se encargaría de desmentir al gran hombre. ¿No recuerda ésto algunos debates recientes en la física o en la historia?

Durante el siglo XIX, por otra parte, se desarrolla de forma importante e inesperada la relación entre la física y las matemáticas, con varios exponentes realmente significativos a este respecto:

- *Electricidad y magnetismo*: de Michael Faraday a J.C. Maxwell, experimentos y leyes parciales cubren un camino que cuenta con los nombres de Gauss, Ampere, Biot, Savart, Lenz,... hasta llegar al sistema de ecuaciones diferenciales que liga a los campos eléctrico y magnético (1863), obra cumbre de James Clerk Maxwell[9], que pone a esta nueva rama de la ciencia, cuya existencia era insospechada un siglo antes, a la altura en que dejó Newton la mecánica.

---

[7] De nuevo recordemos a Newton que decía de su mecánica: *hypotheses non fingo,* yo no me invento las hipótesis o axiomas.

[8] Volveremos sobre este tema al hablar de Einstein.

[9] Publicación en forma final en *A Treatise on Electricity and Magnetism,* 1873. Maxwell es considerado el mayor físico teórico del siglo XIX. La teoría de propagación de ondas es una de las ramas clásicas de la matemática aplicada actual en sus múltiples vertientes.

Poco después, Heinrich R. Hertz predice y descubre ondas electromagnéticas no visibles (ondas de radio, 1888), y Guglielmo Marconi descubre la telegrafía sin hilos, es decir la radio (1895), introducción al mundo de las comunicaciones, que es el alma del siglo XX. Por otra parte, se plantea la incompatibilidad con la mecánica de Newton de la que hablaremos en un momento. Quede dicho esto sobre las consecuencias de la formulación matemática en la evolución de la ciencia. .

- Los *fluidos reales*, de Claude Louis Navier a George Gabriel Stokes, 1821-1856, y después. La ecuaciones de Navier-Stokes describen los fluidos reales y gobiernan el comportamiento de los problemas de la atmósfera (clima, meteorología, hidrología, la futura aeronáutica). La formulación correcta de las ecuaciones del movimiento de los fluidos reales habrá pues tardado 180 años, tras los intentos primeros de Newton. Una serie de nombres ilustres como matemáticos figuran entre los modelizadores, como S. Poisson y J. C. Saint Venant, así como el médico J. L. M. Poiseuille, que se ocupa del flujo sanguíneo. Lord Kelvin y H. Helmhotz ponen las bases del estudio matemático de los fluidos vorticosos. La correcta comprensión matemática de los fluidos turbulentos, ya mencionados por Leonardo, es *aún un problema abierto.*

- La *termodinámica*, que estudia los intercambios de calor es fundamentada matemáticamente por James Joule, Saadi Carnot, J.R. Mayer,... Tiene una profunda repercusión sobre el cálculo con derivadas parciales y el concepto de diferencial exacta. A esta teoría pertenece la ley de crecimiento de la entropía, típica ley matemática cuya interpretación práctica preocupa a generación tras generación de estudiosos[10].

- Por último y para no alargar la lista, mencionemos la *mecánica estadística*, asociada a los nombres de J.C. Maxwell, L. Boltzmann y W. Gibbs, que dan un vuelco a una rama de las matemáticas que había permanecido un tanto al margen de esta aventura científica: el cálculo de probabilidades. Esta idealización matemática del azar había sido elaborada en el fabuloso siglo XVII (ca. 1650) por B. Pascal, P. Fermat y C. Huygens para comprender los juegos de azar, y avanzada luego por Buffon, Bernoulli, Moivre y Laplace entre otros. De repente el concepto de probabilidad cobra vida para la ciencia física a la hora de modelar el comportamiento de cantidades enormes de partículas. Veamos por qué: están sujetas evidentemente a las leyes de la mecánica (Newton), pero si el número de Avogadro[11] es aprox. 6 x 1023 será imposible seguir sus trayectorias individuales. La mecánica estadística propone un comportamiento medio. ¡De ella es inmediato predecir la relación de la temperatura con la energía y la presión para un gas perfecto!

El avance de la matemática pura. Existen campos de investigación, por otra parte, en que las matemáticas toman claramente el relevo a la física en la tarea de extraer el jugo de un concepto. Esto sucede con el problema de representación de una función como una suma de funciones simples, resuelto por Brook Taylor y Colin McLaurin para las sumas de potencias y planteado por Daniel Bernoulli (1753) y Leonhard Euler para las sumas sinusoidales que aparecen en las ecuaciones de ondas y el calor. Es gracias a la insistencia de Joseph Fourier (1822)[12] que los matemáticos se adentran en la aventura de dar un sentido a las sumas de funciones sinusoidales generales y así se desarrolla gran parte de la teoría de funciones y nace el análisis funcional, muy en particular el análisis de Fourier. El teorema fundamental de sumación de series de Fourier se debe a Lennart Carleson, 1966, y necesita la maquinaria del análisis del siglo XX.

Dos figuras fundamentales abarcan las matemáticas en su doble aspecto puro y aplicado: Johann Carl Friedrich GAUSS y Georg Friedrich Bernhard Riemann. El primero es considerado el *Princeps Mathematicorum* y sus intereses matemáticos eran universales pero su reina era la teoría de

---

[10] Con consecuencias insospechadas: la entropía es hoy día un concepto central en la teoría de la información tras la obra de C. Shannon, 1948.

[11] Que mide el número de moléculas de un gas por unidad de volumen (22,4 1) en condiciones normales.

[12] Escrito de 1807, memoria presentada a la Academia de Ciencias de Paris y publicada en 1822.

números. Hora bien, también era el director del observatorio astronónico de Gotinga. El segundo es bien conocido como autor de la hipótesis sobre los ceros de la ``función zeta" (*Hipótesis de Riemann*} cuya demostración es quizá el problema abierto de las matemáticas más famoso al entrar el siglo XXI, tras la reciente resolución de la conjetura de Fermat. La hipótesis de Riemann afirma que las soluciones (o ceros) interesantes de la ecuación $\zeta(s) = 0$ están situadas sobre una misma línea recta en el plano complejo, precisamente la de ecuación $Re(s)=1/2$. ¡Esto se ha verificado para las primeras 1,500,000,000 soluciones! Una prueba de que esto es verdad para toda solución aclararía muchos misterios, desde la distribución de números primos a la física teórica. Riemann fue un investigador de mente geométrica que ligó la suerte del análisis complejo a las transformaciones conformes y pensó enlos espacios generales de varias dimensiones definidos a partir de su geometría local\footnote{Su famoso artículo "On the hypotheses which lie at the foundations of Geometry", 1854. Hoy día llamamos a esas *geometrías riemannianas* y son la base a partir de la cual se construye la física teórica, en particular la relatividad. Pues bien, el mismo Riemann estudio la propagación de gases compresibles y llegó a la conclusión de que el modelo matemático (un sistema de ecuaciones en derivadas parciales no lineal de tipo hiperbólico, para quien desee el detalle} entendido en el sentido de las soluciones clásicas era contradictorio (porque preveía líneas características que se cortan, y sobre las cuales las variables físicas -densidad, presión y velocidad- tomarían valores distintos simultáneos). Sin embargo, con una audacia típica de los genios introdujo la soluciones anómalas (entonces) hoy llamadas ondas de choque.

Contexto social. Es interesante decir dos palabras sobre la evolución social de la ciencia en el siglo XIX. Este es el siglo en que la revoluciones industrial, burguesa y democrática se asientan en Europa trayendo consigo la extensión de los estudios científicos e industriales tanto en universidades como en otros centros especializados[13], con lo que aumenta exponencialmente el cuerpo de profesores investigadores. Los avances son tan impresionantes que el final de siglo vuelve a encontrar a los matemáticos en franco optimismo, si uno se fía de la historia escrita por el geómetra alemán Felix Klein[14]. Otra característica de este período es la profunda separación que se manifiesta entre matemáticos, físicos e ingenieros, consecuencia del enorme crecimiento de sus campos de estudio. Tal separación tendría consecuencias profundas sobre la evolución de la matemática en el siglo XX, e incluso sobre el mismo concepto de matemática.

4. ÉPOCA DE CRISIS EXTENSA Y FRUCTÍFERA

En los albores del siglo XX se puede afirmar que el cambio de siglo es espectacular tanto en física como en matemáticas. En éstas aparecen en el firmamento figuras extraordinarias como Henri Poincaré (1854-1912) y David Hilbert (1862-1943), que marcarán profundamente las matemáticas del siglo XX. Pero una gran parte del brillo en retrospectiva se debe a que el cambio de siglo fue una época de crisis, pues las evidencias de fenómenos fuera del gran esquema se acumulaban.

- El experimento de Michelson-Morley (1887) prueba que la velocidad de la luz es efectivamente constante, como predecía la teoría ondulatoria basada en las ecuaciones de Maxwell. El modelo mecánico del mundo de Euclides-Newton tiene por primera vez una grieta.

  - El movimiento de las partículas suspendidas en los gases revela un movimiento altamente irregular, el movimiento browniano (Robert Brown, 1827). Este es un golpe para la geometría de Euclides basada en puntos, rectas y curvas regulares (al menos a trozos).
  - Las sorpresas de la teoría de funciones llevan a la teoría de conjuntos (Georg Cantor) que junto con la lógica (George Boole, Gottlob Frege, Giuseppe Peano) son la base de un intento de fundamentar las matemáticas rigurosamente de una vez por todas.

[13] Muchas de las Escuelas de Ingenieros se fundan en España hacia 1830-50. Así, Montes y Caminos en 1834.

[14] *Lectures on the development of mathematics in the 19th century.* He aquí una cita de Klein: "los grandes matemáticos como Arquímedes, Newton o Gauss siempre unieron teoría y aplicaciones en igual medida".

- No existen útiles analíticos ni computacionales para abordar las complejidades de las ecuaciones de los medios continuos, como los fluidos. En consecuencia, las matemáticas prácticas de la *ingeniería* se sumen en una serie de aproximaciones y recetas que las divorcian de la teoría.

• Pero incluso el tema clásico de la integración general de las ecuaciones del movimiento para tres o más cuerpos celestes se muestra imposible[15]. A grandes males grandes remedios: H. Poincaré propone los métodos cualitativos y abre las puertas a la *geometría algebraica* y la *topología* (llamada entonces Analysis Situs, 1895). Pero al tiempo descubre con sus métodos teóricos una tremenda complejidad escondida en el modelo matemático (que son los sistemas dinámicos). Estos monstruos se llaman órbitas homoclínicas y sembrarán de *caos* la mecánica celeste cuando Poincaré sea bien comprendido (lo que llevó bastantes décadas). Para mejor medir la estatura de nuestro héroe valga la siguiente cita: "en sus cursos en la Facultad de Ciencias de París desde 1881, y de la Sorbona desde 1886 Poincaré cambiaba de tema cada año, tocando la óptica, la electricidad, la astronomía, el equilibrio de los fluidos, la termodinámica, la luz y la probabilidad".

• Para terminar con una nota optimista, la teoría de la integración se ve coronada por los trabajos de E. Borel y H. Lebesgue. En adelante el cálculo posee un concepto de integral donde el proceso de tomar límite es natural, el análisis funcional puede nacer (espacios de Hilbert) y el famoso problema de Dirichlet tiene solución (en un sentido aún visto como raro). El precio a pagar es la construcción de una teoría matemática sofisticada que los estudiantes de ciencias e ingeniería deben estudiar, o al menos han de aprender a convivir con ella[16]

Descubrimientos importantes de naturaleza matemática ocurren en otras ciencias y darán fruto en el próximo siglo. El Científico ruso Dmitri Mendeleyev encontró el orden en el caos de los elementos químicos y propuso la Tabla Periódica en 1869, que es hoy día la base del tratamiento físico-matemático de la Química. Por otro lado, el monje, botánico y experimentador de las plantasaustríaco, Gregor J. Mendel formuló las leyes racionales de la herencia, poniendo así los fundamentos matemáticos de la ciencia de la Genética[17].

5. EL SIGLO XX Y LA *MATEMATIZACIÓN* GENERALIZADA DE LAS CIENCIAS

La explosión de las matemáticas y la ciencia que ha acaecido durante el siglo XX solo puede describirse como espectacular e inimaginable. Es conveniente reducir nuestra exposición a algunos de los temas más importantes. Una de las primeras características a resaltar consiste en la matematización progresiva de otras ciencias, prácticamente todas. La matemática aplicada amplia pues sus horizontes sin límite previsible.

a) Nuevas matemáticas que vinieron de la física

• *La relatividad*. Albert Einstein, el Hombre del Siglo según la revista Time (año 2000), propuso las dos versiones de la relatividad en 1905 (especial) yen 1916 (la general). Al lector de este texto no le sorprenderá que digamos que en ambos casos se trata de una reflexión a fondo sobre las matemáticas que han de servir de base a la física. La Relatividad Especial tiene como precursores a Lorentz, Poincaré y Minkowski, que estudian el grupo de invariancia que corresponde a la nueva geometría del espacio-tiempo. La Relatividad General usa los conceptos geométricos que Riemann dejó listos medio siglo antes como ejercicio de especulación sobre "los fundamentos que sirven de base a la geometría", y que fueron desarrollados por la escuela italiana de geometría diferencial de Ricci, Levi-Civita y Bianchi. La relatividad será un gran campo de juego de la geometría diferencial en

[15] Como expone H. Poincaré en su libro *Méthodes nouvelles de la mécanique céleste,* Paris, 1899.
[16] Parafraseando a J. von Neumann. *Ad astro per aspero,* dice el adagio latino.
[17] "Experimentos con híbridos de Plantas", publicado en 1886.

el siglo XX. De las ecuaciones de Einstein se llegará al Big Bang y a los agujeros negros (Oppenheimer y Snyder, 1939; Penrose y Hawking). Todo un ejercicio de matemática pura como modelo de una rama de la física.

Conviene sin embargo no olvidar la otra cara de la Relatividad: desde la primera confirmación experimental de A. Eddington en 1919, incesantes experimentos han servido para confirmar (mejor diríamos con la modestia de Einstein, no refutar) la teoría de la Relatividad. Pues en la ciencia real no se inventan las hipótesis[18].

- *La mecánica cuántica*. El segundo recorrido mágico[19] nos lleva de la hipótesis de los quanta de Max Planck, 1900, a las ecuaciones de Schrödinger (Erwin Schr., 1926) pasando por Niels Bohr, Louis de Broglie, Werner Heisenberg y Paul Dirac.

Esta teoría en el máximo de idealización matemática es confirmada por todo un siglo de experimentos. La parte mágica, que tanto abunda, tiene un momento estelar cuando Dirac, basado en la formulación relativista, propone la existencia de los positrones (1932) porque las ecuaciones los admitían el cambio de signo respecto a las soluciones correspondientes a los electrones, y los positrones fueron descubiertos (¿hallados?, ¿reconocidos?) por los físicos experimentales en corto tiempo[20]. Y tras ellos vinieron otras partículas predichas por la teoría y halladas por le experimentador ¿Se acuerdan Uds. de Hertz?

b) Matemáticas que vinieron de la ingeniería

- *La aeronáutica*. Tras los impresionantes avances de la física matemática del siglo XIX, y en particular de la mecánica de fluidos, pudiera parecer que un problema antiguo como el del vuelo, que ya había ocupado a Leonardo da Vinci, debería estar resuelto. y los experimentos con globos habían tenido éxito un siglo antes[21]. Además la teoría de variable compleja y de flujos potenciales y vorticosos había obtenido un notable progreso. Pero un desanimado (W. Thomson) Lord Kelvin reconocía a finales de siglo que el sueño del vuelo propulsado era quizá imposible. Es entonces cuando el método experimental es reivindicado por los hermanos Wilbur y Orville Wright, fabricantes de bicicletas y consumados experimentadores, que logran volar en un artefacto propulsado en las inhóspitas playas de Kitty Hawk, Carolina del Norte, en la mañana del 17 de diciembre de 1903. Es el nacimiento de la Aeronáutica. La reacción de los teóricos fue inmediata. Hacia 1907 los principales ingredientes matemáticos que faltaban al modelo teórico eran comprendidos (M. Kutta, N. E. Zhukovski, L. Prandtl). Se trata de los conceptos de sustentación, circulación, capa límite, separación, régimen laminar y turbulento. Una ingeniería nace, que nos lleva en 30 años más allá de la barrera del sonido. Y nacen ramas de la matemática aplicada, como la teoría de las perturbaciones singulares, la teoría de los flujos supersónicos y transónicos y la teoría matemática de la combustión[22]

c) Grandes novedades que vinieron de las matemáticas

Las matemáticas han vivido el siglo XX pendientes del desarrollo interno de las ideas recibidas del fabuloso siglo anterior. Para más fortuna, el siempre difícil y en general fallido intento de prever

---

[18] He aquí una opinión significativa de Einstein sobre las matemáticas: "Mathematics deals exclusively with the relation of concepts to each other without consideration of their relation to experience. Physics too deals with mathematical concepts; however, these concepts attain physical content only by the clear determination of their relation to the objects of experience' particle" de The theory of Relativity, 1950.

[19] Cita homenaje a "The Magical Mystery Tour", Lennon y McCartney, 1967.

[20] Anderson y Blacket, 1932-33: Dirac previó también la existencia de los antiprotones que fue confirmada por Segre en 1955, y de los monopolos magnéticos cuya existencia está aún sin confirmar, ejemplo notable pero no único del adelanto del modelo matemático sobre la confirmación experimental.

[21] Hermanos Montgolfier, 1783.

[22] Más hacia la matemática teórica tenemos la teoría matemática de formación de singularidades como la explosión (o blow-up) para las ecuaciones diferenciales no lineales, de tanta actualidad.

las líneas del futuro contó con una confirmación en la famosa propuesta de D. Hilbert al II Congreso Internacional de Matemáticos celebrado en Paris. En 23 problemas Hilbert resumía los principales retos con que se enfrentaban las matemáticas, tanto puras como aplicadas. Esos 23 problemas han sido de gran importancia en el transcurso de los años, pero otras líneas han venido a complementarlos. Señalemos tres desarrollos importantes entre tantos.

- *El cálculo de probabilidades*. Como respondiendo a la necesidad planteada por la mecánica cuántica, pero en realidad independientemente, Andrei N. Kolmogórov funda en Moscú la probabilidad axiomática[23] sobre la teoría de conjuntos y nace la teoría de la medida, tarea a la que se asocian los nombres de P. Lévy en Francia y N. Wiener en EE. UU. Hemos de recordar aquí que Boltzmann fue un estudioso del movimiento browniano y que Einstein recibió el premio Nobel en 1921 no por la teoría que le hizo famoso sino por sus estudios del efecto fotoeléctrico y... del movimiento browniano. Los Procesos Estocásticos, en particular los procesos de Markov, son áreas predilectas de esta floreciente rama de las matemáticas, desconocida por los antiguos, que se ocupa de informamos sobre lo aleatorio y su evolución probable.

- *El caos determinista*. El estudio del caos generado por las ecuaciones diferenciales, ya anunciado por Poincaré, cuyas matemáticas habían madurado a impulso de diversos matemáticos, especialmente G. Birkhoff, ha de esperar a la obra de un físico dedicado a los estudios del clima para adquirir el impulso definitivo. En efecto, se atribuye a Edward Lorenz, del MIT, ese mérito[24],

Nacen el caos determinista, los atractores extraños y toda una rama de las matemáticas tanto teóricas como experimentales, gran novedad, posible gracias al desarrollo de los ordenadores. Autores como S. Smale y M. Feigenbaum se hacen célebres[25]. Entran en escena los *conjuntos fractales* de B. Mandelbrot[26], ya anunciados en la obra de G. Julia en los años 20.

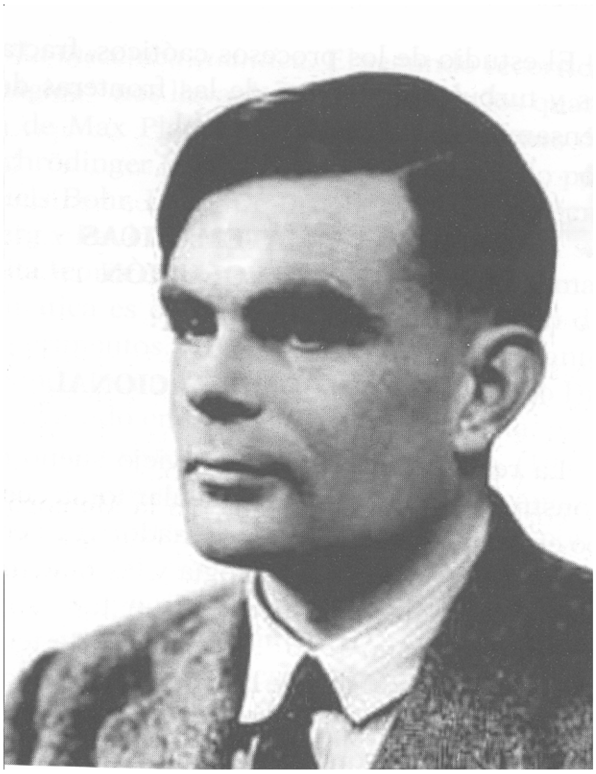
El estudio de los procesos caóticos, fractales y turbulentos es una de las fronteras del pensamiento matemático actual.

6. INGENIERÍA Y MATEMÁTICAS EN LA ÚLTIMA REVOLUCIÓN DEL SIGLO XX. LOS ORDENADORES Y LA MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

La realización práctica del viejo sueño de construir una máquina de calcular toma cuerpo en forma del moderno ordenador que acredita dos orígenes, la tecnología y las matemáticas, los cuales confluyen en un fantástico invento en el año 1946[27]. Por una parte tenemos el viejo proyecto de la máquina de calcular, pensada ya por B. Pascal y G. Leibniz en el siglo XVII[28], y que debe tanto a Ch. Babbage a principios del siglo XIX, proyecto que es realizable en el siglo XX de forma eficiente gracias al avance de la electrónica: primero el tubo de vacío y luego una saga de progresos espectaculares que nos lleva al semiconductor, a la miniaturización y al *chip.* Pero el ordenador no nace como máquina de calcular pasiva, sino que nace con un programa. Esta es la herencia de la lógica matemática, desde G. Boole con su álgebra al programa de formalización de las matemáticas de D. Hilbert, que lleva a la prueba de Kurt Gödel en 1931[29], uno de los hitos de la matemática del siglo XX, y que provoca el interés de un matemático genial, Alan Turing (1912-1954). Turing traduce el programa de formalización al lenguaje de las máquinas[30] e inventa con Alonzo Church la teoría de la

[23] Su libro titulado *Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung,* "Fundamentos del Cálculo de Probabilidades", es publicado en 1933.
[24] *Deterministic non-periodic fiow,* J. Atmos. Sci 20 (1963), 130-141.
[25] Cf. Ian Stewart, Does God play dice? The New Mathematics of Chaos, Penguin, Londres, 1989.
[26] Cf. B. Mandelbrojt, *The fractal geometry of Nature,* 2nd ed., San Francisco, 1982.
[27] Con esta fecha hago referencia al ordenador ENIAC.
[28] Recientes investigaciones indican que la primera de tales máquinas de calcular se debe a un alemán, Schickard, 1623
[29] El teorema de incompletitud de los sistemas formales, publicado en *Ueber formal unentscheidbare Saetze der Principia Mathematica und verwandter Systeme,* "Sobre las proposiciones formalmente indecidibles..."
[30] *On Computable Numbers, with an application to the Entscheidungsproblem,* Proceedings of the London Mathematical

computabilidad, años antes de que el ordenador viera la luz. Sigue un momento histórico: el esfuerzo de guerra, el desciframiento del código alemán Enigma. Entra en escena la arquitectura del ordenador con von Neumann, y se construye el Eniac en 1946[31].



TURING

En los poco más de 50 años transcurridos se pasa de las grandes máquinas (armatostes) que manejan a kilobytes o megabytes a los ordenadores personales con capacidad de varios gigas y a la WWW. La dualidad en el mundo del ordenador continua en forma de la pareja Hardware y Software.

El mundo computacional, un nuevo mundo para las matemáticas. El mundo del ordenador cambia poco a poco la vida diaria del ciudadano: las transacciones bancarias, el correo electrónico, la reserva de pasajes... Su efecto sobre las matemáticas, menos conocido del gran público, es aún más dramático. Aparecen por un lado las nuevas ramas de la Matemática Computacional teórica, como la teoría de la computabilidad y la complejidad y la teoría de autómatas y lenguajes formales. Pero todas las ramas de la matemática pura y aplicada se contagian de la repentina capacidad para calcular efectivamente lo que antes era sólo imaginable: órbitas de satélites o trayectorias de sistemas dinámicos, distribuciones numéricas o series temporales de procesos reales, mapas climatológicos o estudios de singularidades, distribución de temperaturas en un alto horno o propiedades estadísticas de los ceros de la función Zeta de Riemann...

Entre los notables cambios acaecidos, las matemáticas tienen un papel importante en los procesos industriales u otros en que se combina la experimentación en laboratorio con las nuevas herramientas matemáticas: aparece la combinación de modelización matemática -análisis matemático - simulación numérica - control, que forma un utensilio de uso habitual en los más diversos campos: las comunicaciones, la climatología, la astrofísica, la ecología, la economía, y la finanza, la ingeniería industrial, la industria automovilística o la medicina. Aparecen con ello los grandes institutos y centros de cálculo, y nuevas disciplinas como la CFM, la mecánica de fluidos computacional.

Society, 1937.

[31] Habría que mencionar el Colossus inglés y las Zl a Z4 alemanas, ver ref. [10].

Los nuevos conceptos: modelo numérico, simulación numérica, experimento o exploración numérica, visualización dinámica... se hacen de uso diario en el medio científico e industrial. El desarrollo de métodos de formulación numérica de los modelos continuos, como las ecuaciones diferenciales e integrales, es una rama fundamental de la matemática computacional (como los métodos de diferencias finitas, elementos finitos, volúmenes finitos...). El estudio de las propiedades y convergencia de esos métodos forma el Análisis Numérico, que tiene una profunda relación con el álgebra.

Por otra parte la capacidad de cálculo da nueva vida a la matemática discreta, como la teoría de grafos, con sus importantes aplicaciones (por ejemplo, a las redes telefónicas y en general en el mundo de las comunicaciones).

7. LOS RETOS MULTIDISCIPLINARES DEL SIGLO XXI. MATEMÁTICAS EN LAS CIENCIAS, LAS FINANZAS Y LA INDUSTRIA Y LA ADMINISTRACIÓN

Un primer ejemplo de las aplicaciones prácticas en las ciencias sociales de las matemáticas es la llamada matemática financiera. Los nuevos instrumentos financieros de *derivados* se basan y a su vez motivan esta nueva rama de la matemática aplicada, la cual combina procesos estocásticos, ecuaciones en derivadas parciales y problemas de frontera libre. El resultado más famoso es el *modelo de Black-Scholes*[32] para el mercado de opciones, el cual reduce la valoración a la solución de una ecuación del calor, sorprendente ejemplo de *transferencia de conceptos y técnicas* hecho posible por la clave común matemática (y por el hecho de que F. Black era licenciado en Física Cuántica).

La inestabilidad inherente a esos mercados y las enormes repercusiones sobre la economía pública y privada hacen tanto más importante la aplicación del método matemático para intentar hallar la clave matemática que rige tales procesos. Un reto para el nuevo siglo.

Por otra parte, y en consonancia con los apuntes vistos de la reciente evolución de la matemática pura y aplicada hacia la solidez teórica y la universalidad de intereses, el panorama de intereses presentes en el mundo de las matemáticas de cara al futuro es de una total variedad. Las matemáticas son *ubicuas* y *relevantes.* Mencionaremos solamente algunos de los principales temas de aplicación que aparecen en la literatura, en los congresos, en los programas de los institutos de investigación; junto a ellos señalamos (en letra cursiva) aspectos matemáticos relacionados.

- Mecánica celeste. Problemas de la ciencia aeroespacial. *Estabilidad y caos en sistemas dinámicos. Atractores extraños.* Mecánica de sólidos y fluidos en gravedad cero.
- Teoría de fluidos. Aplicación a la Meteorología y la Climatología. Fluidos marinos. Glaciología. Acústica y aplicación a la industria del sonido. Turbulencia. *Predicibilidad y caos. Estabilidad, bifurcación. Problemas de frontera libre. Jerarquías de problemas aproximados (como el modelo geostrófico).*
- Aeronáutica. Problemas de la hidrodinámica. Problemas de la combustión (propagación de llamas). *Ondas de choque y ecuaciones hiperbólicas. Capas límite y desarrollos asintóticos. Ondas viajeras.*
- Física fundamental. Las matemáticas del mundo atómico y de las partículas elementales. El modelo estándar, la supersimetría, la QED, la QCD. *Teoría de grupos, renormalización, teorías gauge, ecuaciones de Yang-Mills, instan ton es, dilatones... Geometrías y topologías exóticas en dimensiones superiores.*
- Astrofísica. Relatividad general, modelos estelares. Matemáticas de la física de plasmas, magnetohidrodinámica. *Ecuaciones cinéticas (Boltzmann, Landau, Fokker- Planck, Vlasov...).*

[32] F. Black, M.Scholes, *The pricing* o/ *options and corporate liabilities,* 1973.

- Ciencias de la tierra. Problemas de recursos y minería. Problemas de conservación del medio ambiente. *Las ecuaciones de la extracción de petróleo, de la filtración en los suelos, de la difusión de contaminantes: sistemas no lineales de EDPs y problemas de frontera libre.*
- Ciencia de materiales. Física del estado sólido. N anotecnología. *Acoplamiento* de estados cuánticos, *mesoscópicos* y *continuos,* teoría de *Boltzmann semiclásica, ecuación* de *Wigner.* Composites. *Elasticidad lineal y no lineal. Teoría de la homogenización.* Teorías de fractura. Polímeros. Superconductores.
- Ingeniería industrial. Procesos de la siderurgia, altos hornos. Prototipos de la industria automovilística (fluidos, aerodinámica, materiales y teoría de la fractura).
- La resistencia de materiales. Microestructuras, composites, nuevos materiales. *Teorías matemáticas del cálculo de variaciones y la homogenización.* Los problemas de fractura.
- Matemática discreta. *Teoría de grafos, combinatoria.*
- Teoría de la información. Codificación de mensajes, códigos correctores de errores (por ej. en los CD's). La sorprendente aplicabilidad de la *teoría de números y el álgebra.* Tratamiento de imágenes. Compresión. *Ondículas, frac tales, teorías de EDPs no lineales.*
- Computación. *Lógica matemática, Algoritmia, Complejidad computacional.* La construcción del computador cuántico abriría un nuevo mundo a la computación.
- Robótica. *Geometría algebraica y computación.*
- Redes neuronales. Teoría del aprendizaje. Inteligencia artificial. Comunicaciones. Antenas y radares, la teoría de campos electromagnéticos. .Problemas de transporte óptimo y de tráfico. Tráfico en la *Web.*
- Economía. El cálculo financiero une *ecuaciones diferenciales estocásticas, ecuaciones en derivadas parciales y problemas de frontera libre.* Modelos de la economía global.
- Química. Química cuántica: *simulación de la estructura atómica y molecular a partir de las ecuaciones fundamentales.* Dinámica de reacciones. *Matemáticas de la nucleación, crecimiento de cristales y quemotaxis.*

Ciencias de la vida:

- Biología: Morfogénesis. Modelos de población, de epidemias. Matemáticas de la genética. Computación ADN.
- Medicina: interacción fluido-estructura como modelo del flujo sanguíneo. Modelización y simulación del funcionamiento de otros órganos.
- Tomografía. Tomografía computerizada, reconstrucción de imágenes 3D. Tratamiento de tumores. *Transformadas de Fourier y de Radon.*

No entraremos en detalles sobre los extensos campos de aplicación de la estadística, la investigación operativa, la optimización y el control, tan sólo dejaremos constancia de que autores más versados habrán de tratar estos temas. También deberían ser mencionados temas como las matemáticas borrosas ("fuzzy"), los sistemas complejos, la autosemejanza en la naturaleza, la formación de formas *(pattern formation* en inglés), así como múltiples temas de aplicación tecnológica inmediata como los sistemas de posicionamiento global, GPS. En conclusión, esta larga lista, sin duda incompleta por los limitados conocimientos del autor en tan vasto campo, aspira a mostrar al lector la enorme variedad de intereses y proyecciones multidisciplinares de la matemática aplicada actual.

CODA

Es para los profesionales un gran misterio el que las partes pura y aplicada de las matemáticas sean como caras de la misma moneda. Que ambas no son exactamente lo mismo queda muy bien reflejado en las palabras de Albert Einstein: “Hasta donde las leyes de la matemática se refieren a la realidad, no son exactas; y en cuanto son exactas no se refieren a la realidad”. Pero el ideal y la práctica se unen con resultados sorprendentes. Es famosa la frase de E. Wigner que se asombraba de la “efectividad de las matemáticas en las ciencias más allá de lo razonablemente esperable”, literalmente, “the unreasonable effectiveness of mathematics in the natural sciences”[33]. La importancia de la teoría para la práctica viene descrita en estas bellas palabras de Euler: “La généralité que j'embrasse, au lieu d'éblouir nos lumières, nous découvrira plutôt les véritables lois de la Nature dans tout leur éclat[34]. En tono mucho más relajado no me resisto a citarles un famoso dicho de Yogui Berra, jugador de béisbol americano muy conocido para su (se dice que involuntaria) vis cómica: “En teoría no hay ninguna diferencia entre la teoría y práctica; en la práctica, hay no poca”. Pues ya lo saben unos y otros.

Es por otra parte un prejuicio extendido y poderoso que las matemáticas son un arte viejo cuyas verdades importantes han sido ya comprendidas: la aritmética, la geometría clásica, unas integrales para los más avanzados y algunas probabilidades con naipes. Hay algo de verdad en ello, todo eso es muy útil y vetusto, pero también hay una gran mentira: la sociedad moderna impone a nuestra ciencia un ritmo trepidante de *descubrimiento y desarrollo* que los investigadores sabemos, que los científico necesitan y aprecian, y que he querido reflejar en las páginas precedentes. Es ese reto lo que hace la delicia de nuestras vidas como creadores y que espero haber sabido expresar.

Recordando a Galileo, me gustaría concluir así: el *Libro de la Naturaleza* se abre ante nosotros para que lo admiremos con su infinita, cambiante y sorprendente belleza; las Matemáticas como Lenguaje de la Ciencia están ahí para que la comprendamos, y nos permiten además utilizar la Naturaleza y explotarla, aspecto este final cargado de promesas y peligros, como todo lo humano. Espero que los matemáticos de hoy día realicemos nuestra parte en el esfuerzo de comprender y mejorar la Sociedad de la Información que nos ha tocado ver nacer, del lado del progreso, del humanismo y por la felicidad de todas las gentes.

AGRADECIMIENTO

La idea de este artículo divulgativo se originó con los esfuerzos de las Sociedades Matemáticas españolas para celebrar el Año Matemático Mundial 2000. El autor está en deuda con los organizadores de aquel evento, con la Sociedad Nuevo Milenio, con los colegas que han suministrado múltiples sugerencias, con la Univ. de Texas en Austin y con la Sociedad Española de Matemática Aplicada que tuvo a bien premiar un extenso escrito en inglés que desarrolla estas ideas y que pueden encontrar en http://www.uam.adi.es/~jvazquez.

ALGUNAS REFERENCIAS

V. Arnold, M. Atiyah, P. Lax, B. Mazur, "Mathematics: Frontiers and Perspectives", AMS Publications, 2000.

J. L. Casti, "Five Golden Rules", JohnWiley, New York, 1996.

B. Engquist (Editor), W. Schmid (Editor), "Mathematics Unlimited -2001 and Beyond", Springer Ver lag, Berlin, 2001.

J. Gleick, "Chaos: Making a New Science", Penguin Books, Nueva York, 1987.

"Mathematical Developments arising from Hilbert Problems", Proceedings of Symposia in Pure Mathematics, XXVIII, Amer. Math. Soc, Providence, 1976.

[33] Conferencia dada en New York, 1959. Publicada en la revista *Comm. Pure Applied Math*. 13 (1960), 1-14.

[34] En traducción algo libre: “La generalidad con la que opero, en lugar despistarnos, nos descubrirá las verdaderas leyes de la Naturaleza en todo su esplendor”. La frase figura en la tapa de la revista Archive Rat. Mech. Anal.

G. H. Hardy, "Apología de un matemático", Nivola ed., Madrid, 1999. Traducción de "A Mathematician's apology", Cambridge, 1940.
A. Jackson, *Mathematical challenges oi the XXI century,* Notices Amer. Math. Soc., vol. 47, no 10 (2000), pp. 1271-1273.
M. Kline, "Mathematical Thought from Ancient to Modern Times", Oxford Univ. Press, 1972.
J. P. Maury, "Galileo, el mensajero de los astros", Claves, Ed. B.S.A., Barcelona, 2000.
N. Metropolis, J. Howlett, G. C. Rota, eds., "A history of computing in the XXth century", Academic Press, 1980.
I. Newton, "Principios matemáticos de la Filosofía Natural", Alianza Ed., Madrid, 1987.
J. Muñoz Santonja, "Newton, el umbral de la ciencia moderna", col. La Matemática en sus personajes, vol. 3, Nivola ed., Madrid, 1999.
Obra colectiva, "Fotografiando las Matemáticas", Carroggio SA de Eds, Barcelona 2000.
Revista Española de Física, vol 14, no. 5, año 2000. Número especial "La Física y las Matemáticas.
J. M. Sánchez Ron, "El siglo de la ciencia", Taurus, Madrid, 2000.
J. Simmons, "The scientific 100", Citadel Press, Kensington Publ. Corp, Nueva York, 1996.
I. Stewart, "The Problems of Mathematics", Oxford Univ. Press, 1992.
J. L. Vázquez, *Las matemáticas* y *los objetivos del* año *2000. Un llamamiento* a *los* matemáticos *españoles,* Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española, vol. 3, 1 (2000), pp. 9-22. Cf. también http://dulcinea.uc3m.es/ceamm.
J. L. Vázquez *Mathematical Events in Spain in the* Year *2000,* Intelligencer, Springer-Verlag, Julio 2000, pp. 12-14.
J. L. Vázquez, *The importance of Mathematics in the development of Science and Technology*, Boletín Soc. Esp. Mat. Aplicada, no 19, 2001, pg. 69--112.