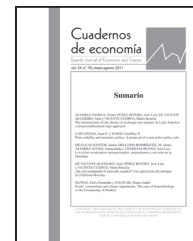




Asociación  
Cuadernos  
de economía

# Cuadernos de economía

www.cude.es



## ARTÍCULO

# Control óptimo de las expectativas de inversión. Una política alternativa para la administración contracíclica de la demanda efectiva

Mario Eduardo Firmenich

*Departamento de Economía de la Universitat Rovira i Virgili, Tarragona, España*

### JEL CODES

C02; C61; E02; E22;  
E32; E64

### KEYWORDS:

Optimal control;  
Investment  
expectations;  
Inventory cycle

### CÓDIGOS JEL

C02; C61; E02; E22;  
E32; E64

### PALABRAS CLAVE:

Control óptimo;  
Expectativas de  
inversión;  
Ciclo de las  
existencias

**Abstract:** In the traditional theory of economic policy managers had a perfect knowledge of reality and could achieve a “fine tuning” in their management. But, assuming rational expectations, optimal control is impossible for managers making discretionary decisions. Thus, the theory of optimal control lost its place against the theory of games that formalized agents of strategic behavior.

In this work, a synthesis is tested between the optimal control technique and the expectations of the private agents; for this, the optimal control is not exercised over monetary or fiscal variables, but over expectations, whose credibility is based on institutional transformations. The model of the inventories cycle shows an oscillation of the marginal propensity to invest. An endogenous investment is then formalized, whose propensity to invest is a function of expectations, and the technique of optimal control is applied to investment expectations. The result is the stabilization of the inventory cycle. This formalization is consistent with Keynes's (1936) views on the desirability of stabilizing the cycle not by stopping investment in the boom but by stimulating consumption to make the boom sustainable.

**Resumen:** En la teoría tradicional de la política económica los gestores tenían un conocimiento perfecto de la realidad y podían alcanzar una “sintonía fina” en su gestión. Pero, suponiendo expectativas racionales, el control óptimo resulta imposible para unos gestores que toman decisiones discrecionales. Así, la teoría del control óptimo perdió lugar ante la teoría de los juegos que formaliza agentes de comportamientos estratégicos.

En este trabajo se ensaya una síntesis entre la técnica de control óptimo y las expectativas de los agentes privados; para ello, el control óptimo no se ejerce sobre variables monetarias o fiscales sino sobre las propias expectativas, cuya credibilidad se basa en transformaciones institucionales.

El modelo del ciclo de las existencias evidencia una oscilación de la propensión marginal a invertir. Se formaliza entonces una inversión endógena cuya propensión a invertir es función de las expectativas, y se aplica la técnica del control óptimo sobre las expectativas de inversión. El resultado es la estabilización del ciclo de las existencias. Esta formalización es coherente con las apreciaciones de KEYNES (1936) sobre la conveniencia de estabilizar el ciclo no mediante el freno de la inversión en el auge sino mediante el estímulo al consumo para que el auge sea sostenible.

Correo electrónico: [marioeduardo.firmenich@urv.cat](mailto:marioeduardo.firmenich@urv.cat); [firmenich@economistes.com](mailto:firmenich@economistes.com)

<https://doi.org/10.32826/cude.v42i118.79>

0210-0266/© 2019 Asociación Cuadernos de Economía. Todos los derechos reservados

## 1. Introducción

En este artículo se plantea dos cuestiones innovadoras que se complementan y se fundamentan mutuamente: una concepción alternativa de la política contracíclica y la aplicación de la técnica del control óptimo a las expectativas de inversión.

Se plantea una política contracíclica alternativa que retoma algunos aspectos olvidados del pensamiento de Keynes (1936)<sup>1</sup>. En lugar de frenar el crecimiento en el auge y sostener la demanda efectiva en la crisis, se plantea la posibilidad de suprimir las oscilaciones de la propensión marginal a invertir en existencias, haciendo sostenible el nivel de ventas alcanzado en el auge del ciclo.

Complementariamente, se ensaya una síntesis diferente entre la técnica de control óptimo y las expectativas de los agentes económicos. El planteo se centra en que las variables que deben ser objeto del control óptimo para la política contracíclica no son variables monetarias o fiscales sino que son las propias expectativas.

En esta propuesta la demanda efectiva no se sostiene desde el gasto público sino desde el gasto de consumo privado. El instrumento técnico que demuestra la estabilización del ciclo de las existencias optimizando las ventas es el control óptimo de las expectativas de inversión. La credibilidad necesaria se logra mediante un cambio institucional que funcione como un estabilizador automático de nuevo tipo.

Hasta los años '70 del S. XX la concepción de la política económica se basaba en la confianza de que los gestores de las políticas tenían los conocimientos suficientes sobre los datos de la realidad y sobre la estructura económica a gestionar, incluyendo los retardos de las variables endógenas tras la aplicación de las medidas gubernamentales y las reacciones de los agentes económicos ante las decisiones de los gestores públicos. Así, la política económica debía ser capaz de mantener los valores de las variables relevantes en torno a una senda temporal de crecimiento equilibrado. Se consideraba factible optimizar la dinámica macroeconómica, alcanzando una "sintonía fina" (*fine tuning*) de la política contracíclica mediante las técnicas del "control óptimo"<sup>2</sup>. La optimización dinámica de la gestión macroeconómica se formalizaba incluso con una lógica similar al control óptimo de la gestión a nivel empresarial<sup>3</sup>.

Los fundamentos teóricos de tal concepción tambalearon en 1977 tras las investigaciones de Kydland F. E. and Prescott, E. C. (1977)<sup>4</sup>, quienes estudiaron la aplicabilidad de los métodos de control óptimo en un mundo de expectativas racionales. La conclusión fue que el control óptimo era

imposible para unos gestores que desarrollan una política discrecional. El motivo principal es que la técnica del control óptimo es aplicada en modelos en que las variables dependen de decisiones y/o datos conocidos del pasado y del presente, pero la situación cambia cuando las acciones presentes dependen de previsiones sobre acciones futuras; en un contexto de expectativas racionales, para un plan óptimo en el momento  $t=1$  en que la información del pasado es un dato dado, resulta que el plan óptimo del momento  $t=2$  bajo los mismos supuestos es diferente.

Otros autores han investigado la aplicación de variantes de las técnicas del control óptimo con expectativas racionales en diversos casos particulares<sup>5</sup>, pero sin lograr una solución general satisfactoria. Por ello los manuales de macroeconomía suelen contraponer la teoría del control óptimo a las expectativas racionales de agentes con comportamientos estratégicos y se plantea que la técnica apropiada no es la del control óptimo sino la teoría de los juegos<sup>6</sup>.

En este trabajo el análisis se plantea partiendo del modelo del *ciclo de las existencias* de Metzler<sup>7</sup>, en el cual se constata una oscilación de la propensión marginal a invertir. Se transforma el modelo convirtiendo a la inversión en variable endógena que depende de unas propensiones marginales a invertir en *existencias* y en *otras inversiones*, las cuales son funciones de las expectativas.

Se plantea luego una hipótesis explicativa de la oscilación de la propensión marginal a invertir en existencias, en base a la cual se propone la política contracíclica alternativa.

Se aplica la técnica del control óptimo sobre las expectativas de inversión para optimizar las ventas; el resultado es que se elimina la oscilación del ciclo de las existencias ante una perturbación exógena y la dinámica se estabiliza en la senda del crecimiento equilibrado del modelo de Domar.

A continuación se discute el significado económico de los resultados del modelo matemático y finalmente se exponen las conclusiones.

## 2. La incidencia de la variación de existencias en el ciclo económico

Interesa investigar aquí el comportamiento de la variación de las existencias de inventarios compuestas de materias primas, bienes en proceso de elaboración y bienes terminados almacenados por las empresas como paso previo a su venta, que se mantienen para afrontar la demanda futura esperada de bienes finales.<sup>8</sup>

<sup>1</sup> Keynes, J. M., 1936, Teoría general de la ocupación, el interés y el dinero, FCE, México, 2ª edición (corregida), Novena reimpresión, 1986

<sup>2</sup> Cf. Kamien, M. and Schwartz, N., 1993, Dynamic optimization: the calculus of variations and optimal control in economics and management, 2ª ed., North - Holland

<sup>3</sup> Cf. Biayna, A., Aplicación al Problema del Saldo de Tesorería, o Control Óptimo del Nivel del Saldo de Activo Disponible, mimeo, Universidad de Barcelona

<sup>4</sup> Kydland, F. E. and Prescott, E. C., 1977, Rules Rather than Discretion: The inconsistency of Optimal Plans, Journal of Political Economy, vol. 85, issue 3, pp. 473 - 491

<sup>5</sup> Cerdá Tena, E., 1990, Control óptimo de sistemas lineales con expectativas racionales, Investigaciones Económicas (Segunda Época), Vol XIV, nº 1, pp. 85 - 111

<sup>6</sup> Cf. Blanchard, O., 2000, Macroeconomía, 2ª edición, Prentice Hall, Pearson Educación SA, Madrid, p. 500

<sup>7</sup> Metzler, L. A., 1946, Business Cycles and the Modern Theory of Employment, The American Economic Review, Vol. 36, No. 3 (Jun.), pp. 278 - 291

<sup>8</sup> Este apartado está basado en la evidencia empírica citada y comentada teóricamente en Dornbusch, R. y Fischer, S., 1988, Cap. 9 - 1 LA INVERSIÓN EN EXISTENCIAS, en Macroeconomía, 4ª edición, Mc Graw Hill, Madrid, pp. 316 - 319

La evidencia empírica indica que las empresas mantienen, en promedio y con variaciones de un lugar a otro, existencias que suponen un valor de sus ventas finales de aproximadamente tres meses.

Para la empresa, el valor deseado de existencias en relación a las ventas finales esperadas depende de diversas variables. Cuanto mayor sea la incertidumbre respecto a la demanda futura, dado cierto nivel de ventas, mayor será la relación *existencias / ventas*. Pero a medida que el nivel de ventas es mayor, la relación *existencias / ventas* disminuirá, debido a que cuando las ventas aumentan disminuye relativamente la incertidumbre sobre las ventas futuras.

La inversión en existencias puede tener tanto un carácter deseado como un carácter no deseado. Así, una caída repentina de la demanda genera un aumento del *stock* invertido en existencias de un modo no anticipado por las empresas.

La variación de la inversión en existencias tiene una fluctuación a lo largo del ciclo económico que es proporcionalmente mayor que la de cualquier otro componente de la demanda agregada. Antes de cada recesión, se verifica un crecimiento de las existencias. Al final de todas las recesiones, se verifica que las empresas han reducido sus existencias. Este componente de la inversión resulta negativo en el último trimestre de todas las recesiones. Estadísticamente se comprueba que entre un 20 % y un 40 % o más de la caída de la producción ocurrida en una recesión se debe a la caída en la inversión en existencias.

Por esto se destaca como aspecto particular de los ciclos económicos el llamado *ciclo de las existencias*. Antes de cada recesión se genera una caída de la demanda agregada; esto se manifiesta como caída de las ventas. Dado que la producción tarda en tomar nota del fenómeno, se produce un crecimiento no deseado de las existencias. Entonces las empresas deciden reducir su *stock* de existencias y disminuyen la producción para agotar los *stocks*. Este recorte de la inversión en existencias agudiza la recesión.

*“Si las existencias se pudieran mantener relacionadas con las ventas o con la demanda agregada con una mayor exactitud, se reducirían las fluctuaciones de la inversión en existencias y del PNB.”<sup>9</sup>*

### 3. Un modelo de ciclo de inventarios

Se puede ilustrar lo dicho con una simulación numérica del modelo de Metzler sobre el *ciclo de las existencias*. Tomamos como base la simulación numérica expuesta en Lee (1967)<sup>10</sup>, cuyos supuestos son los siguientes.

El producto total se descompone entre consumo e inversión. Todo el ahorro se convierte en inversión. El consumo es igual a las ventas.

La conducta de los empresarios se formaliza con dos supuestos: a) se espera que las ventas finales de cada período sean iguales al nivel existente en el período anterior, b) se desea mantener constante el *stock* de existencias. Bajo estos supuestos, se considera que los empresarios produ-

cen una cantidad de bienes para ventas finales (igual a las ventas del período anterior) y, además, si fuera necesario, producen otra cantidad de bienes para la reposición de inventarios.

Por otra parte, existe un flujo de *otras inversiones*, ya sea en nuevas instalaciones y maquinarias o en amortizaciones. Se supone que la propensión marginal al consumo inicial es de 0,7 y la propensión marginal a invertir (igual a la propensión marginal a ahorrar) es de 0,3.

En base a esta simulación numérica de Lee (1967) construimos los valores de la Tabla 1. Supongamos que las cifras de la Tabla 1 se refieren a períodos trimestrales. El valor de las existencias en inventarios será, conforme a la evidencia empírica ya mencionada, aproximadamente igual a las ventas totales del período.

Para facilitar la interpretación como proporciones porcentuales de la simulación numérica, tomaremos el valor inicial de la producción total como igual a 100. En consecuencia el consumo inicial será igual a 70. En el estado inicial existe un equilibrio en el que no se han modificado las existencias anteriores, de modo que la producción para existencias es igual a cero. Las *otras inversiones* serán iguales a 30 y supondremos que el valor del *stock* inicial de existencias es igual a 60, o sea, aproximadamente igual a las ventas de un período, es decir, de tres meses.

Dada una situación inicial de equilibrio, supongamos que se produce una variación exógena en las inversiones, las que en el período 2 aumentan de 30 a 40. Con los supuestos enunciados tendremos la evolución dinámica del sistema económico que se describe en el TABLA 1.

Los números destacados en negrita corresponden a los valores extremos, máximos y mínimos, de cada fluctuación cíclica. La simulación pone de manifiesto que una única perturbación exógena es capaz de generar movimientos cíclicos autogenerados de amplitud decreciente, demostrándose treinta y cuatro períodos en alcanzarse una nueva situación de equilibrio.

En el modelo, el mecanismo de propagación cíclica es la propensión marginal al consumo constante, que hace fallar las expectativas empresariales destinadas a mantener un nivel de existencias, el cual está determinado por la experiencia anterior y por la necesidad de disminuir los costes financieros de un nivel de existencias mayor.

El estado final es de mayor producto y ventas que el inicial, porque en esta simulación el *shock* de inversión ha sido positivo. Las propensiones marginales a invertir y consumir del estado final son las mismas que las iniciales.

<sup>9</sup> Dornbusch, R. y Fischer, S., 1988, *Op. cit.*, p. 319

<sup>10</sup> Cf. Lee, M. W., 1967, *Fluctuaciones Económicas - crecimiento y estabilidad*, EUDEBA, Buenos Aires, pp. 403 - 407

Período	Producción para ventas (1) t (1)t=(5)t-1	Producción para inventarios (2) t (2)t=60 - (6)t-1	Otras inversiones (3) t (3)t=exógena	Producto total (4) t (4)t=(1)t+ (2)t+(3)t	Ventas (5) t (5)t=0.7*(4)t	Existencia de inventarios (6) t (6)t=60 -[ (5)t-(5)t-1 ]
1	70	0	30	100	70	60
2	70	0	40	110	77	53
3	77	7	40	124	86,8	50,2
4	86,8	9,8	40	136,6	95,6	51,2
5	95,6	8,8	40	144,4	101,1	54,5
6	101,1	5,5	40	146,6	102,6	58,5
7	102,6	1,5	40	144,1	100,9	61,7
8	100,9	-1,7	40	139,2	97,4	63,5
9	97,4	-3,5	40	133,9	93,7	63,7
10	93,7	-3,7	40	130	91	62,7
11	91	-2,7	40	128,3	89,8	61,2
12	89,8	-1,2	40	128,6	90	59,8
13	90	0,2	40	130,2	91,1	58,9
14	91,1	1,1	40	132,2	92,5	58,6
15	92,5	1,4	40	133,9	93,7	58,8
16	93,7	1,2	40	134,9	94,4	59,3
17	94,4	0,7	40	135,1	94,6	59,8
18	94,6	0,2	40	134,8	94,4	60,2
19	94,4	-0,2	40	134,2	93,9	60,5
20	93,9	-0,5	40	133,4	93,4	60,5
21	93,4	-0,5	40	132,9	93	60,4
22	93	-0,4	40	132,6	92,8	60,2
23	92,8	-0,2	40	132,6	92,8	60
24	92,8	0	40	132,8	92,9	59,9
25	92,9	0,1	40	133	93,1	59,8
26	93,1	0,2	40	133,3	93,3	59,8
27	93,3	0,2	40	133,5	93,4	59,9
28	93,4	0,1	40	133,5	93,4	60
29	93,4	0	40	133,4	93,3	60,1
30	93,3	-0,1	40	133,2	93,2	60,1
31	93,2	-0,1	40	133,1	93,1	60,1
32	93,1	-0,1	40	133	93,1	60
33	93,1	0	40	133,1	93,1	60
34	93,1	0	40	133,1	93,1	60

**Tabla 1.** Elaboración propia en base a la Tabla 18-1 de Lee, M. W., 1967, p. 405<sup>11</sup>. Los datos de la columna 1 son iguales a los datos de la columna 5 del período anterior. Los valores de la columna 2 son iguales a la cantidad necesaria para cubrir la diferencia entre el valor inicial de la columna 6 y el valor de la columna 6 en el período anterior. La columna 3 es un dato exógeno; el valor inicial tiene una única varia-

ción exógena en el período  $t=2$ , permaneciendo luego constante. El valor de la columna 4 es la suma de los valores de las columnas 1, 2 y 3 del mismo período. La columna 5 se obtiene multiplicando el valor del mismo período de la columna 4 por la propensión marginal a consumir. Los valores de la columna 6 en cada período son la diferencia entre las existencias deseadas inicialmente y la discrepancia entre las ventas planeadas (iguales al período anterior) y las ventas realizadas en el período.

<sup>11</sup> La simulación numérica que tomamos de Lee, M. W., 1967, ha sido modificada dividiendo todas las cifras por 10 para facilitar la interpretación porcentual y se ha agregado la interpretación de que un período es un trimestre, para que las existencias iniciales sean aproximadamente un trimestre de ventas.

Las existencias finales son iguales a las del período inicial pero con un producto total mayor, lo que resulta consistente con el hecho de que, para un nivel sostenido de ventas más alto, la relación *existencias / ventas* se reduce porque disminuye la incertidumbre.

No obstante, la propensión marginal a invertir es, a partir de período cuarto, menor que la inicial y tiene un comportamiento también cíclico hasta que en el equilibrio final recupera su valor inicial.

El máximo producto se alcanza en el período seis, siendo un 46,6 % mayor que el producto inicial. Desde este máximo se produce una reducción de 13,5 % hasta el estado final. Las pérdidas acumuladas son mayores debido a las oscilaciones. Como se verá en el apartado siguiente, la conclusión de la formalización matemática de este modelo dinámico es que, producida una perturbación exógena, el modelo es estable con una oscilación cíclica amortiguada.

Si el producto total pudiera mantenerse en su nivel máximo, alcanzado en el período seis, hasta el período treinta y cuatro se evitaría una pérdida total muy cuantiosa.

#### 4. Formalización matemática de la dinámica del modelo del ciclo de las existencias de Metzler en tiempo discreto y en tiempo continuo

Partimos de la formalización del modelo que presenta Gandolfo (1976)<sup>12</sup> en versión de tiempo discreto y lo transformamos luego para versión de tiempo continuo. Hacemos esta transformación a los efectos de aplicar posteriormente, del modo habitual, la técnica del *Principio del Máximo de Pontryagin* (P.M.P.) en la optimización dinámica. Si bien es cierto que el principio del máximo puede traducirse en forma equivalente a condiciones aplicables a ecuaciones dinámicas en tiempo discreto<sup>13</sup>, es más frecuente aplicarlo a modelos de tiempo continuo, mientras que en modelos de tiempo discreto se suele considerar más apropiado aplicar el método de Bellman<sup>14</sup>.

Gandolfo (1976) construye esta formalización del modelo de Metzler sobre un conjunto de supuestos que se detallan a continuación.

El producto total,  $Y$ , incluye la producción para consumo,  $C$ , y la inversión considerada exógena,  $I_0$ . La producción para consumo se desdobra en producción para ventas esperadas,  $V$ , y para la variación de las existencias,  $Q$ , (que es inversión en existencias), si fuera necesario. La variación de existencias puede ser negativa.

En esta formulación del modelo se asume que las expectativas de ventas son *ingenuas*: los productores esperan que las ventas sean iguales a las del período inmediato anterior<sup>15</sup>.

Valga la aclaración anticipada de que el modelo de control óptimo que se plantea en este trabajo no depende de estas expectativas; se modificará la formalización del modelo de Metzler hecha en Gandolfo (1976): la inversión se desdoblará en "*inversión en existencias*" y "*otras inversiones*", ambas como variables endógenas que dependen de unas expectativas formalizadas como funciones de propensiones marginales a invertir variables.

El consumo corriente es una proporción constante,  $b$ , del producto corriente y las existencias deseadas son una proporción constante,  $k$  (acelerador de las existencias), de las ventas esperadas.<sup>16</sup>

Por último las existencias en inventarios efectivas,  $Q$ , son las existencias deseadas,  $Q^*$ , menos la variación producida sobre el consumo esperado. Si el consumo efectivamente producido es superior al consumo esperado, la diferencia correspondiente será positiva y en consecuencia las existencias de inventarios serán menores que las deseadas.

Bajo estos supuestos la formalización del modelo en tiempo discreto es la siguiente:

$$V_t = C_{t-1} \quad , \quad C_t = b \cdot Y_t \quad , \quad 0 < b < 1$$

$$\Rightarrow V_t = b \cdot Y_{t-1}$$

$$Q_t^* = k \cdot V_t \quad 0 < k$$

$$Q_t^* - Q_{t-1} = k \cdot V_t - Q_{t-1} = k \cdot b \cdot Y_{t-1} - Q_{t-1}$$

Pero  $Q_{t-1}$ , que es el nivel efectivo de las existencias de inventarios cuando los productores hacen los planes para el período  $t$ , es igual al nivel de existencias que los productores habían planeado para el período  $t-1$  menos la variación de existencias producida en dicho período entre el consumo y las ventas esperadas. Es decir:

$$Q_{t-1} = k \cdot V_{t-1} - (C_{t-1} - V_{t-1})$$

$$\Rightarrow Q_{t-1} = k \cdot b \cdot Y_{t-2} - b \cdot (Y_{t-1} - Y_{t-2})$$

La inversión en existencias entonces es:

$$Q_t^* - Q_{t-1} = (1+k) \cdot b \cdot (Y_{t-1} - Y_{t-2})$$

El producto total o renta nacional resulta:

$$Y_t = V_t + (Q_t^* - Q_{t-1}) + I_0$$

<sup>12</sup> Gandolfo, G., 1976, *Métodos y modelos matemáticos de la dinámica económica*, Ed. Tecnos, Madrid, pp. 83 - 85

<sup>13</sup> Ver Tu, P. N. V., 1991, *Introductory Optimization Dynamics. Optimal control with economics and management applications*, 2ª Ed. Springer Verlag, p. 261 y siguientes

<sup>14</sup> Petit, M. L., 1990, *Control theory and dynamics games in economic policy analysis*, Cambridge Un. Press, p. 99

<sup>15</sup> Gandolfo, G., 1976, *Op. cit.*, p. 108, presenta otra formalización del modelo del ciclo de las existencias de Metzler, siempre en tiempo discreto, pero con expectativas adaptativas.

<sup>16</sup> Lee, M. W., 1967, *Op. cit.*, pp. 403 - 407 plantea, como ya hemos visto, este modelo con el supuesto de que las existencias deseadas son constantes, siendo el valor inicial, con situación de equilibrio, el punto de referencia.



Sustituyendo en esta última ecuación las expresiones anteriores se obtiene una ecuación en diferencias finitas de segundo orden:

$$Y_t - (2+k) \cdot b \cdot Y_{t-1} + (1+k) \cdot b \cdot Y_{t-2} = I_0$$

Para cierto intervalo de los parámetros que satisfagan la siguiente condición de estabilidad:

$$b < \frac{1}{(1+k)}$$

La solución general tiene raíces imaginarias,  $h \pm z \cdot i$ , cuyos valores absolutos,  $R = \sqrt{(h^2 + z^2)}$ , son menores que uno. En consecuencia, cualquier perturbación en la inversión exógena produce una oscilación amortiguada en torno al valor de equilibrio:

$$Y = \frac{I_0}{(1-b)}$$

El modelo describe una situación en la cual la estabilidad solamente puede existir con oscilaciones cíclicas atenuadas y convergentes.

Al pasar el modelo para versión de tiempo continuo debemos hacer algunos ajustes, ya que las diferenciales no pueden manipularse idénticamente a los retardos discretos, debido a que cambia el comportamiento del modelo. En particular, la convergencia a un valor de equilibrio requiere ahora raíces características menores que cero, no menores que uno. La oscilación amortiguada exige que la parte real de las raíces imaginarias sea menor que cero.

El supuesto crucial del modelo, de que las ventas esperadas son iguales al consumo del periodo anterior, podemos formalizarlo teniendo presente que:

$$V_t = C_{t-1} = C_t - (C_t - C_{t-1}) = C_t - \Delta C_t$$

Equivalentemente, en tiempo continuo podemos escribir:

$$V(t) = C(t) - \frac{dC}{dt}$$

$$C(t) = b \cdot Y(t) \quad 0 < b < 1$$

$$\Rightarrow V(t) = b \cdot Y(t) - b \cdot \frac{dY}{dt}$$

$$Q(t)^* = k \cdot V(t) = k \cdot b \cdot Y(t) - k \cdot b \cdot \frac{dY}{dt}$$

$$Q(t) = Q(t)^* - \frac{dC}{dt} = k \cdot b \cdot Y(t) - k \cdot b \cdot \frac{dY}{dt} - b \cdot \frac{dY}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{dQ}{dt} = k \cdot b \cdot \frac{dY}{dt} - (k \cdot b + b) \frac{d^2 Y}{dt^2} \quad (1)$$

El producto total o renta nacional resulta:

$$Y(t) = V(t) + \frac{dQ}{dt} + I_0 \quad (2)$$

Sustituyendo en la última ecuación a partir de las ecuaciones previas, se obtiene la ecuación diferencial de segundo orden que describe la dinámica del ciclo:

$$Y(t) = C(t) - \frac{dC}{dt} + k \cdot b \cdot \frac{dY}{dt} - (k \cdot b + b) \frac{d^2 Y}{dt^2} + I_0$$

Sustituyendo en esta ecuación las expresiones:

$$C(t) = b \cdot Y(t) \quad \frac{dC}{dt} = b \cdot \frac{dY}{dt}$$

resulta:

$$Y(t) = b \cdot Y(t) - b \cdot \frac{dY}{dt} + k \cdot b \cdot \frac{dY}{dt} - (k \cdot b + b) \frac{d^2 Y}{dt^2} + I_0$$

$$\Rightarrow (k \cdot b + b) \frac{d^2 Y}{dt^2} + (b - k \cdot b) \frac{dY}{dt} + (1 - b) Y(t) = I_0$$

Se parte de una situación inicial de equilibrio en que la variación de existencias es nula porque las ventas esperadas coinciden con el consumo que se hace efectivo. En este equilibrio la inversión exógena es igual al producto total menos el consumo, de modo que las derivadas primera y segunda de  $Y(t)$  respecto al tiempo son nulas.

Si se supone un incremento exógeno de la inversión que la sitúa en un nivel constante más elevado que el que tenía en la situación de equilibrio, entonces se pone en funcionamiento la dinámica del ciclo de las existencias.

La solución general se obtiene sumándole a una solución particular cualquiera la solución general de la ecuación homogénea. Tendremos entonces:

$$Y(t) = A_1 \cdot e^{\alpha \cdot t} + A_2 \cdot e^{\beta \cdot t} + Y_p$$

$$Y_p = \frac{I_0}{(1-b)}$$

$$\alpha, \beta = \frac{-(b - k \cdot b) \pm \sqrt{(b - k \cdot b)^2 - 4(k \cdot b + b)(1 - b)}}{2(k \cdot b + b)}$$

Para cierto intervalo de los valores de los parámetros, las raíces son imaginarias. La condición es que:

$$(b - k \cdot b)^2 < 4 \cdot (k \cdot b + b) \cdot (1 - b)$$

$$\Rightarrow b < \frac{4(k+1)}{(1+k)^2 + 4}$$

17

La parte real de las raíces es:

$$\frac{-(b - k \cdot b)}{2(k \cdot b + b)}$$

<sup>17</sup> DEDUCCIÓN:

$$b^2 - 2b^2k + b^2k^2 < 4b(k+1)(1-b) \Rightarrow b(1-2k+k^2) < 4(k+1)(1-b) \Rightarrow$$

$$b(1-2k+k^2) + 4(k+1)b < 4(k+1) \Rightarrow b(1+2k+k^2+4) < 4(k+1) \Rightarrow$$

$$b < \frac{4(k+1)}{(1+k)^2 + 4}$$

Por lo tanto, la condición de estabilidad es:

$$b > k.b \Rightarrow k < 1$$

Bajo estas condiciones, la trayectoria temporal exhibe una fluctuación amortiguada que converge al valor de la solución particular.

La versión en tiempo continuo del modelo del ciclo de las existencias de Metzler posee así el mismo comportamiento que la versión en tiempo discreto.

La oscilación cíclica que surge en este modelo se produce porque la propensión marginal a consumir es constante mientras que, al mantenerse constante la inversión exógena en tanto que el producto total oscila, resulta que la propensión marginal a invertir oscila. Por ello los productores no aciertan a producir la cantidad exacta para cubrir sus expectativas de ventas y reponer las existencias en, el nivel deseado. El ajuste de las existencias es entonces cíclico.

## 5. Reformulación del modelo de Metzler definiendo a la inversión como endógena

Los supuestos ahora son: el producto total incluye la producción para consumo y la inversión considerada endógena,  $I(t)$ .

La producción para consumo contempla la producción para ventas esperadas y para reposición de existencias si las ventas resultan mayores que las esperadas. Dado que la inversión es ahora endógena, es necesario concebir claramente la producción para reposición de existencias como una fracción de la inversión total.

Con lo dicho, la formalización del modelo, hasta ahora, presenta como única diferencia la transformación de las inversiones en endógenas y es como sigue.

La producción para ventas esperadas es:

$$V(t) = C(t) - \frac{dC}{dt}$$

$$C(t) = b.Y(t) \quad 0 < b < 1$$

Las existencias deseadas son:

$$Q(t)^* = k.V(t) = k.C(t) - k.\frac{dC}{dt} = kb.Y(t) - kb.\frac{dY}{dt}, \quad 0 < k$$

La producción para variación de existencias es:

$$Q(t) = Q(t)^* - \frac{dC}{dt} = kb.Y(t) - kb.\frac{dY}{dt} - b.\frac{dY}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{dQ}{dt} = kb.\frac{dY}{dt} - (b + kb)\frac{d^2 Y}{dt^2}$$

El producto total es:

$$Y(t) = V(t) + \frac{dQ}{dt} + I(t)$$

La inversión endógena es:

$$I(t) = u(t).Y(t)$$

$$I(0) = (1 - b).Y(0)$$

Bajo estas condiciones, la propensión marginal a invertir en  $t=0$  es

$$u(t) = 1 - b \quad (3)$$

En rigor el modelo ahora es diferente al modelo presentado en los apartados anteriores precisamente porque definimos la inversión como variable endógena, con una propensión a invertir variable,  $u(t)$ , aunque la situación inicial de equilibrio resulta idéntica a la situación inicial de la formalización planteada del modelo de Metzler con inversión exógena. No obstante, ahora la función  $u(t)$  puede representar las oscilaciones de la propensión marginal a invertir que están implícitas en el modelo con inversión exógena; en esta función la propensión marginal a invertir depende de las expectativas, las que evidentemente no están formalizadas como expectativas ingenuas.

El propio Metzler ha dicho que este tipo de modelos:

*“explican cómo el sistema económico se adapta por sí mismo a los cambios en las condiciones de equilibrio y da poderosas razones para creer que el proceso de adaptación será cíclico pero no explica los factores de perturbación que inician (estos cambios cíclicos de adaptación)”*.<sup>18</sup>

## 6. Hipótesis explicativa de la oscilación de la propensión marginal a invertir en el ciclo de las existencias

Dado que en este trabajo nos interesa estudiar la optimización dinámica a través del control óptimo de las expectativas de inversión, necesitamos una hipótesis explicativa del fenómeno que el modelo por sí mismo no nos da. Esto es un requisito para poder definir las variables de control.

El modelo del *ciclo de las existencias* presentado formaliza la oscilación del ajuste recurriendo al supuesto simplificador de hacer exógena la inversión con una propensión marginal a consumir constante. Como ya hemos señalado, esto no es otra cosa que una formalización sencilla de la oscilación cíclica de la propensión marginal a invertir.

En la simulación numérica que hemos expuesto, el inicio de la fase descendente del primer ciclo se genera porque, del período 6 al 7, las empresas aumentan la producción para ventas pero pensando que éstas no aumentarán respecto del período anterior, mientras que reducen la producción para existencias porque no quieren sobrepasar el nivel inicial de las mismas. Simultáneamente, desde el período 4 la propensión marginal a invertir es inferior a la inicial y muy inferior a la del período en que se produjo el cambio exógeno de la inversión.

Podemos interpretar que, implícitamente, las empresas están suponiendo que la restricción presupuestaria de los consumidores impedirá que las ventas aumenten e inclusive comienzan a dudar de que se mantengan en el nuevo nivel alcanzado. Por eso mismo sería riesgoso acumular existencias mayores y aumentar el nivel de inversión.

Como afirma Keynes (1936), la magnitud de la inversión depende de los riesgos del prestatario y del prestamista y el

<sup>18</sup> Metzler, L. A., 1946, *Op. Cit.* Texto citado por Lee, M. W., 1967, *Op. cit.*, p. 406

exceso de endeudamiento en el auge del ciclo es una causa de incertidumbre capaz de frenar la inversión:

*“La esperanza de un resultado muy favorable, que puede equilibrar el riesgo en la mente del deudor, no es aprovechable para tranquilizar al prestamista. ... Durante el auge, el cálculo popular de la magnitud de ambos riesgos, el del prestamista y el del prestatario, puede llegar a ser inusitada e imprudentemente bajo.”<sup>19</sup>*

Es lícito inferir en la simulación numérica, inclusive, que si no se modifica el nivel de inversión, oscilando cíclicamente la propensión marginal a invertir, las empresas están suponiendo que el nivel de ventas no se mantendrá en el futuro y que el producto total final será el que convierta al nivel de inversión en el 0,3 del producto, es decir, que el nivel de inversión exprese el retorno a la propensión marginal a invertir inicial.

Si no existieran dudas sobre la posibilidad de sostener el producto total alcanzado, sería razonable o bien mantener una relación *existencias / ventas* menor que la inicial pero no tan baja como la que evidencia la simulación, o bien aumentar la inversión para dar perdurabilidad al nivel de ventas alcanzado.

La oscilación de la propensión marginal a invertir, en definitiva, expresa una inestabilidad de las expectativas de los inversores como la causa del *ciclo de las existencias*. Esta interpretación es coherente con el diagnóstico de Keynes (1936):

*“ ... en condiciones de laissez - faire, quizá sea imposible evitar las fluctuaciones amplias en la ocupación sin un cambio trascendental en la psicología de los mercados de inversión, cambio que no hay razón para esperar que ocurra. En conclusión, afirmo que el deber de ordenar el volumen actual de inversión no puede dejarse con garantías de seguridad en manos de los particulares.”<sup>20</sup>*

Por lo tanto, la estabilización del ciclo de las existencias nos plantea un problema de política de administración contracíclica de la demanda efectiva que en este trabajo abordaremos con la técnica del control óptimo de las expectativas de inversión.

## 7. Una política económica alternativa para la administración contracíclica de la demanda efectiva

En medio de la gran depresión de los años '30, la idea innovadora de Keynes (1936) se centró en la gestión de la demanda efectiva fundamentalmente desde el gasto en obras públicas:

*“las obras públicas, aun cuando sean de dudosa utilidad, pueden proporcionar una compensación varias veces superior en épocas de grave desocupación”.<sup>21</sup>*

Sus propuestas estuvieron inclusive cargadas de dura ironía para con los gobernantes y capitalistas que no atinaban a

hacer nada serio para sacar al sistema económico de aquella situación. En ese contexto llegó a decir:

*“... los gastos ‘ruinosos’ de préstamos pueden, no obstante, enriquecer al fin y al cabo a la comunidad. La construcción de pirámides, los terremotos y hasta las guerras pueden servir para aumentar la riqueza, si la educación de nuestros estadistas en los principios de la economía clásica impide que se haga algo mejor”.<sup>22</sup>*

Como ya se ha dicho, la evidencia empírica demuestra que el componente de la demanda agregada que más oscila durante el ciclo económico es la variación de existencias. Puede llegar a representar casi el 50 % de la variación total.

Siguiendo a Keynes (1936), el problema político de administrar la demanda con objetivos contracíclicos no debe centrarse ni en penalizar con la tasa de interés a la inversión en el auge ni en financiar en la crisis inversiones públicas o privadas que por su propia rentabilidad social o económica nunca se harían, sino en financiar la venta de las existencias para que no se acumulen debido a la no sostenibilidad del consumo privado:

*“ ... aunque la sobreinversión ... fuera una característica normal del auge, el remedio no estaría en imponer de súbito una alta tasa de interés, que probablemente disuadiría algunas inversiones útiles y podría reducir más la propensión a consumir, sino en tomar medidas drásticas, por la redistribución de los ingresos o de otro modo, para estimular la propensión a consumir.”<sup>23</sup>*

La idea que se sostiene aquí combina ciertos conceptos de política macroeconómica con las transformaciones institucionales que resultan necesarias para aplicar dicha política como “otro modo” de “estimular la propensión a consumir”.

La política propuesta consiste en administrar la demanda efectiva con objetivos contracíclicos a partir del gasto privado y no del gasto público. Este último conserva su rol en relación a los bienes y servicios públicos que la comunidad demanda, pero se sustituye el concepto de realizar gasto público, inclusive “ruinoso”, con el único objeto de sostener la demanda efectiva.

Administrar la demanda efectiva desde el gasto privado conlleva ganancias de eficiencia macroeconómica en el gasto, ganancias de pleno empleo y ganancias de redistribución de la renta. No debe ignorarse que posiblemente también implique mejoras ecológicas, ya que es habitual que las obras públicas destinadas a generar empleo transitorio en la fase recesiva del ciclo se hagan con desaprensión respecto al medio ambiente. Con mucha más razón esto es cierto cuando las obras públicas exhiben irracionalidades que sólo se pueden explicar por la corrupción.

Como se ha visto en el apartado 2, la propensión marginal a invertir en existencias fluctúa debido a la incertidumbre de los empresarios sobre las ventas futuras y si se lograra mantener más estable la relación entre las existencias y las ventas, se reduciría la amplitud del ciclo de las existencias.

También se ha dicho ya que, en el modelo del *ciclo de las existencias* presentado, el supuesto simplificador de hacer

<sup>19</sup> Keynes, J. M., 1936, *Op. cit.*, p. 133

<sup>20</sup> *Ibidem*, p. 285

<sup>21</sup> *Ibidem*, p. 119

<sup>22</sup> *Ibidem*, p. 120

<sup>23</sup> *Ibidem*, p. 285



exógena la inversión con una propensión marginal a consumir constante es una formalización sencilla de la oscilación cíclica de la propensión marginal a invertir.

En el apartado 6 hemos planteado como hipótesis de este trabajo que la oscilación cíclica de la propensión marginal a invertir expresa una inestabilidad de las expectativas de los inversores como la causa del *ciclo de las existencias*.

Lo dicho nos permite deducir que si desapareciera la incertidumbre de los empresarios respecto de las ventas futuras, la relación entre existencias de inventarios y ventas tendería a ser estable; esto implicaría la desaparición de la oscilación cíclica de la propensión marginal a invertir y por lo tanto implicaría también la desaparición de la causa del *ciclo de las existencias*.

La política contracíclica alternativa que aquí se analiza plantea entonces la hipótesis de que si se garantiza de un modo sostenido una capacidad de pago en efectivo sin mayor endeudamiento de los consumidores, de modo que los empresarios se formen expectativas realistas de que el nivel de ventas alcanzado en la cima del ciclo puede ser sostenible, entonces puede establecerse un nuevo piso más elevado de los *stocks* de mercaderías para ventas y desaparecería la causa de las oscilaciones de la propensión marginal a invertir en existencias y, con ello, desaparecería el *ciclo de las existencias*.

Se trata de que la política contracíclica logre estabilizar el ciclo en su mejor nivel, tal como afirma Keynes (1936):

*“El remedio correcto para el ciclo económico no puede encontrarse en evitar los auge y conservarnos así en semidepresiones permanentes, sino en evitar las depresiones y conservarnos de este modo en un cuasi-auge continuo.”*<sup>24</sup>

Si una política de ingresos basada en un cambio institucional eliminara la incertidumbre de los empresarios sobre las ventas futuras, los empresarios se formarían expectativas estables sobre una capacidad adquisitiva sostenida de la población y entonces podrían mantener estable su propia propensión marginal a invertir en existencias. Si además pudiera gestionarse esta estabilización de expectativas optimizando las ventas en el auge, la política contracíclica cumpliría con el *“remedio correcto”* sugerido por Keynes (1936).

No es objetivo de este trabajo el desarrollo detallado de las transformaciones institucionales del gasto social y de la distribución del trabajo socialmente necesario para concretar esta gestión de la política contracíclica desde el gasto privado. Se asume que esto es posible, teniendo en cuenta otros desarrollos del tema que pueden ser consultados<sup>25</sup>. En cualquier caso, para el objetivo de este trabajo no es necesario asumir ninguna forma político - institucional específica, sino que basta aceptar, al decir de Keynes (1936), que cabe *“tomar medidas drásticas, por la redistribución de los ingresos o de otro modo, para estimular la propensión a consumir”*.

<sup>24</sup> *Ibidem*, p. 286

<sup>25</sup> Cf. Firmenich, M. E., 2004, Cap. 7 El desarrollo social y Cap. 8 Política económica anticíclica administrando la demanda de consumo privado, en Eutopía - Una propuesta alternativa al modelo neoliberal., Ed Colihue, Buenos Aires.

A los efectos de este trabajo, asumimos que es posible una transformación institucional que incluye:

- a) la instauración de una *renta no laboral* para todos los ciudadanos sin excepción reestructurando el gasto público social;
- b) complementariamente, se requiere una nueva forma de organización del tiempo de trabajo anual *per capita*, de modo de distribuir el trabajo necesario para la capacidad de producción potencial existente entre toda la población activa; con la reducción apropiada del trabajo anual *per capita* y con la reorganización del tiempo de trabajo<sup>26</sup> por individuo se puede absorber completamente el desempleo involuntario;
- c) asimismo, se requiere una regulación del crédito al consumo privado, para evitar que el auge consumista con endeudamiento, en la fase de auge del ciclo económico, sea el preludio de una situación tal en que los ingresos salariales terminen destinándose al pago de las deudas y se contraigan así bruscamente las ventas.

Supongamos que puede establecerse un nuevo modo de gestión política del gasto de consumo privado sostenido en un conjunto de transformaciones institucionales de este tipo o equivalentes.

Si fuera posible reasignar en las magnitudes apropiadas el gasto público actual, de modo de reducir algunas partidas y darle esa misma cantidad de dinero a toda la población a través de unas transferencias del tipo de una *renta no laboral*, el gasto agregado no sufriría ninguna mengua, puesto que la erogación pública total no habría sufrido variación: lo que se reduce en ciertas partidas presupuestarias del gasto público se destina íntegramente a incrementar las transferencias. La diferencia sería que el dinero no habría sido gastado en bienes finales por el aparato público administrativo sino por toda la población en su carácter de consumidores.<sup>27</sup>

Para las expectativas empresariales, la estabilidad de la nueva situación sería creíble en la medida en que no se trata de una promesa política o de una política coyuntural y ni siquiera del establecimiento de una “regla de gasto”, sino que se trata de un cambio institucional.

<sup>26</sup> No necesariamente debe mantenerse el actual esquema trabajando menos horas por día. Eso aumenta proporcionalmente el costo de transporte. Una semana laboral de 35 horas con 15 días de vacaciones anuales implica un total de 1.750 horas de trabajo al año. El mismo tiempo de trabajo total podría organizarse con ocho horas diarias y cuarenta y cuatro horas semanales, teniendo más de 12 semanas de vacaciones anuales, lo que podría distribuirse en tres vacaciones de un mes cada una. Para una discusión del tema Cf. Barceló, A. y Colom, A., 1996, Reflexiones sobre reducción de la jornada de trabajo y lucha contra el paro en relación con los ciclos vitales de trabajo y consumo, en Mientras tanto, N0 66, publicación trimestral de ciencias sociales, Barcelona, verano - otoño, pp. 39 - 49

<sup>27</sup> En términos del equilibrio dinámico a establecer, no tiene relevancia que el dinero destinado a transferencias no vaya totalmente a gasto en bienes finales debido a la propensión marginal a ahorrar.

## 8. Control óptimo del ciclo de las existencias desde las expectativas de inversión

Retomamos ahora el modelo del ciclo de las existencias reformado para introducir la inversión endógena con propensión marginal a invertir variable en función de las expectativas.

En la situación inicial se verifica un equilibrio estacionario en el que la variación de existencias es nula. Se supone que, partiendo de esta situación de equilibrio en que las expectativas se verifican correctas, se produce un aumento exógeno de la inversión,  $I^*$ , (por ejemplo, un incremento de inversión extranjera directa que se mantiene en los períodos futuros), que sitúa el nivel de la misma en un mayor nivel que el prevaleciente en la situación de equilibrio preexistente. Las inversiones, aparte de la inversión en existencias, se componen ahora de un término constante exógeno y otro término variable endógeno.

El incremento de la inversión hará crecer el producto y por tanto las ventas, a través de la propensión marginal a consumir constante<sup>28</sup>. Tal incremento de ventas no ha sido previsto por los empresarios y, por lo tanto, introduce una variación de existencias. Se pone en marcha así el proceso cíclico debido a que la propensión marginal a invertir oscila.

Ahora se introduce el supuesto de que se aplica las transformaciones políticas e institucionales señaladas en el apartado anterior y que, en consecuencia, las expectativas que se forman los empresarios son que el crecimiento en las ventas es sostenible, o sea que pueden *augmentar la inversión* de modo que la propensión marginal a invertir se vuelva a mantener estable y en su nivel inicial. Esto implica que no habrá variación de existencias negativas, que es un rasgo característico del modelo del ciclo de las existencias.

La proporción de la producción total que se reinvierte se podría descomponer en, por un lado, una *inversión en existencias* determinada por la propensión marginal a invertir en *variación de existencias*,  $v(t)$ , y, por otro lado, *otras inversiones* (que contienen las inversiones exógenas y endógenas) determinadas por su propia propensión marginal a invertir,  $u(t)$ .

En relación a la propensión marginal a invertir en *otras inversiones* tenemos:

$$I(t) + I^* = u(t) \cdot Y(t)$$

En estas circunstancias la propensión marginal a invertir en *otras inversiones* es:

$$u(t) = \frac{I(t) + I^*}{Y(t)} \quad (4)$$

En cuanto a la propensión marginal a invertir en *variación de existencias* tenemos:

$$Q^*(t) - Q(t) = v(t) \cdot Y(t)$$

En estas circunstancias la propensión marginal a invertir en *variación de existencias* es:

$$v(t) = \frac{Q(t)^* - Q(t)}{Y(t)} \quad (5)$$

Pero por la ecuación (1) resulta:

$$\begin{aligned} Q(t)^* - Q(t) &= \frac{dC}{dt} = b \cdot \frac{dY}{dt} \\ \Rightarrow v(t) &= b \cdot \frac{\frac{dY}{dt}}{Y(t)} \end{aligned} \quad (6)$$

La inversión total del sistema es la sumatoria de las inversiones en *variación de existencias* y en *otras inversiones*. Así, el crecimiento del producto es una función de dicha inversión total:

$$\frac{dY}{dt} \equiv \rho \cdot [u(t) + v(t)] \cdot Y(t) \quad 0 < \rho < 1 \quad (7)$$

El parámetro  $\rho$  puede tener diferentes interpretaciones según el tipo de función de producción que se desee suponer. Si se supone una función de producción neoclásica, entonces  $\rho$  representa el producto marginal del capital, considerando el incremento del producto en el corto plazo con rendimientos constantes a escala, sin progreso tecnológico ni crecimiento del trabajo<sup>29</sup>.

Si supone una función de producción del tipo  $Y = \rho \cdot K$ , como en el modelo de Domar, entonces el parámetro  $\rho$  representa la relación "capacidad potencial / capital" en una situación de equilibrio.<sup>30</sup>

A los efectos de nuestro análisis técnico de la optimización dinámica no tiene importancia particular el tipo de función de producción que se suponga, pero, como se verá más adelante, resulta de implicancias más sugerentes económicamente suponer que se trata de la función de producción del modelo de Domar. En cualquier caso lo que interesa destacar es el análisis del control óptimo sobre la decisión de invertir.

El objetivo de la optimización dinámica es maximizar el producto total y eliminar el ciclo de las existencias a través de la optimización de la decisión de invertir tanto en existencias como en otras inversiones.

<sup>28</sup> La propensión marginal a consumir constante es un supuesto simplificador que se mantiene en este trabajo. En rigor, como plantea Keynes, 1936, *Op. cit.*:

"Por desgracia, una baja importante en la eficiencia marginal del capital también tiende a afectar en forma adversa la propensión a consumir;" p. 284

<sup>29</sup> Dornbusch, R. y Fischer, S., 1988, *Op. cit.*, pp. 758 y 792

<sup>30</sup> Cf. Chiang, A. C., 1987, *Métodos fundamentales de economía matemática*, 3ª edición, Mc Graw Hill, España, pp. 476 - 477. La solución del modelo de Domar es:  $I(t) = I(0) \cdot e^{\rho \cdot s \cdot t}$ , siendo  $s$  la propensión marginal a ahorrar. La tasa de crecimiento equilibrado de este modelo es entonces  $\rho \cdot s$ .

De acuerdo a lo dicho, sustituyendo en la ecuación (2) las ecuaciones (4) y (6), se obtiene:

$$Y(t) = V(t) + v(t) \cdot Y(t) + u(t) \cdot Y(t)$$

$$\Rightarrow V(t) = [1 - v(t) - u(t)] \cdot Y(t) \quad (8)$$

En términos generales, el problema de optimización dinámica que queremos resolver consiste en aplicar la técnica del control óptimo a una variable cuyo valor es una función que depende de otras variables dinámicas, que son la variable de estado y las variables de control. El valor inicial de la variable de estado es un dato conocido y el estado final es un valor libre.<sup>31</sup>

En el caso que aquí se trata, se puede plantear el problema de control óptimo maximizando dinámicamente las ventas  $V(t)$  como función del producto total (tomado como variable de estado) y de las propensiones marginales a invertir en existencias,  $v(t)$ , y en otras inversiones,  $u(t)$ . Estas propensiones marginales, que concebimos como variables en el tiempo en función de las expectativas empresarias sobre las ventas, jugarán el papel de variables de control.<sup>32</sup>

El problema de optimización dinámica se plantea formalmente como sigue:

$$\max \int_0^T V[Y(t), u(t), v(t)] \cdot dt$$

$$s.a \quad \frac{dY}{dt} = f[Y(t), u(t), v(t)]$$

$$Y(0) = Y_0, \quad Y(T): \text{libre}$$

Concretando este planteamiento con las funciones (7) y (8) que hemos definido resulta:

$$\max \int_0^T [1 - u(t) - v(t)] Y(t) \cdot dt$$

$$s.a \quad \frac{dY}{dt} = \rho \cdot [u(t) + v(t)] \cdot Y(t)$$

$$Y(0) = Y_0, \quad Y(T): \text{libre}$$

Definimos la función Hamiltoniana  $H$  y la variable de coestado  $p(t)$ :

$$H = [1 - u(t) - v(t)] \cdot Y(t) + p(t) \cdot \rho \cdot [u(t) + v(t)] \cdot Y(t)$$

Esta función Hamiltoniana es lineal en ambos controles, lo que implica que estamos ante un caso del tipo *bang bang*.<sup>33</sup>

Reordenando términos, es:

$$H = Y(t) + [p(t) \cdot \rho - 1] \cdot Y(t) \cdot u(t) + [p(t) \cdot \rho - 1] \cdot Y(t) \cdot v(t)$$

Para poder aplicar las condiciones para el máximo debemos definir la función de reacción y las correspondientes cotas en las variables de control.

La función de reacción para el control  $u(t)$  y sus cotas serán:

$$p(t) > \frac{1}{\rho}$$

$$u = \underline{u} \quad \text{si:} \quad [p(t) \cdot \rho - 1] \cdot Y(t) < 0 \Rightarrow p(t) < \frac{1}{\rho}$$

Sin pérdida de generalidad, tomaremos como  $t=0$  el período en que se produce la irrupción de la inversión exógena. En consecuencia  $Y(0)$  ya no representará la situación del equilibrio inicial, sino la situación del inicio del desequilibrio, que desencadena el movimiento cíclico y sobre el cual pretendemos optimizar la decisión de invertir como forma de superar el ciclo de las existencias. La optimización supone el objetivo de alcanzar nuevamente el estado de equilibrio dinámico del crecimiento del sistema y de las propensiones marginales a invertir, como ocurría previamente a la irrupción de la inversión exógena causante del ciclo.

Las cotas para esta variable de control son entonces:

$$\text{Por (4): } \hat{u} = \frac{I_0 + I^*}{Y_0}$$

$$\text{Por (3): } \underline{u} = 1 - b$$

La función de reacción para el control  $v(t)$  y sus cotas serán:

$$v = \hat{v} \quad \text{si:} \quad [p(t) \cdot \rho - 1] \cdot Y(t) > 0 \Rightarrow p(t) > \frac{1}{\rho}$$

$$v = \underline{v} \quad \text{si:} \quad [p(t) \cdot \rho - 1] \cdot Y(t) < 0 \Rightarrow p(t) < \frac{1}{\rho}$$

Por las ecuaciones (6) y (7) resulta:

$$v = b \cdot \frac{dY}{Y(t)} = b \cdot \rho \cdot [u(t) + v(t)]$$

<sup>31</sup> Cf. Chiang, A. C., 1992, Elements of Dynamic Optimization, Mc Graw Hill

Cf. Gandolfo, G., 1996, Economic Dynamics, 3ª Ed., Berlin, Springer

<sup>32</sup> Tu, P. N. V., 1991, Op. cit., p. 251, presenta un modelo de control de estabilización de la producción y los inventarios. Se trata del modelo de BENSOUSSAN. La acumulación de inventarios se formaliza como la diferencia entre las tasas de crecimiento de la producción y de ahorro. El modelo es tratado en el contexto de modelos estabilizadores del tipo LINEAR REGULATOR y LINEAR TRACKING. En estos problemas el funcional objetivo es una forma cuadrática y el objetivo es minimizar la desviación del sistema respecto a un nivel deseado.

<sup>33</sup> El problema de optimización dinámica expuesto también puede analizarse como una optimización con restricciones en las variables de control, cumpliendo las cotas de las variables de control el rol de las restricciones. En este caso se debe maximizar la Hamiltoniana sujeta a las restricciones, para lo cual se define una función de Lagrange o Hamiltoniana Generalizada:  $L[Y(t), u(t), v(t), w] = H + w' \cdot g$ , donde  $w$  es el vector de los multiplicadores dinámicos de Lagrange y  $g$  es el vector de las restricciones. El resultado final es el mismo. Cf. Seierstad, A. y Sydsæter, K., 1987, Optimal control theory with economic applications, North - Holland, p. 270

Las cotas para esta variable de control son entonces:

$$\text{Por la ecuación (4): } \hat{v} = \frac{b \cdot \rho \cdot \hat{u}}{(1-b) \cdot \rho}$$

$$\Rightarrow \hat{v} = b \cdot \rho \cdot \frac{(I_0 + I^*)}{Y_0 \cdot (1-b) \cdot \rho}$$

Por la ecuación (3):  $v=0$

Las restantes condiciones del P.M.P., con las correspondientes condiciones de contorno y transversalidad, son:

$$\frac{\partial H}{\partial p} = \rho \cdot [u(t) + v(t)] \cdot Y(t) = \frac{dY}{dt}, \quad Y(0) = Y_0$$

$$\frac{\partial H}{\partial Y} = 1 - [u(t) + v(t)] + p(t) \cdot \rho \cdot [u(t) + v(t)]$$

$$\frac{\partial H}{\partial Y} = -\frac{dp}{dt}, \quad p(T) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{dp}{dt} + \rho \cdot [u(t) + v(t)] \cdot p(t) = u(t) + v(t) - 1, \quad p(T) = 0$$

La solución consistirá en establecer dos fases y un punto de cambio de la fase inicial a la fase final, o punto de *switch*, estudiando simultáneamente los dos controles.

*ecuación de estado*

$$\frac{dY}{dt} - \rho \cdot [u(t) + v(t)] \cdot Y(t) = 0 \quad (9)$$

*ecuación de coestado*

$$\frac{dp}{dt} + \rho \cdot [u(t) + v(t)] \cdot p(t) = u(t) + v(t) - 1 \quad (10)$$

En  $t=0$ , serán:

$$u = \hat{u}, \quad v = \hat{v}$$

En  $t=T$ , serán:

$$u = \underline{u}, \quad v = \underline{v}$$

El punto de cambio será en el instante de  $t$  en que se cumpla:

$$[p(t) \cdot \rho - 1] = 0$$

Por lo tanto, en  $\underline{t}$ , ha de ser:

$$p(\underline{t}) = \frac{1}{\rho}$$

Comenzamos con la fase final, intervalo  $[t, T]$ :

$$p(t) < \frac{1}{\rho} \Rightarrow \underline{u} = 1 - b, \quad \underline{v} = 0$$

Sustituyendo en la ecuación diferencial de coestado (10) resulta:

$$\frac{dp}{dt} + (1-b) \cdot \rho \cdot p(t) = 1 - b + 0 - 1$$

$$\frac{dp}{dt} + (1-b) \cdot \rho \cdot p(t) = -b$$

Integrando la ecuación, considerando  $p(t)$  constante se obtiene como solución particular:

$$\bar{p} = \frac{-b}{\rho(1-b)}$$

Como solución general de la homogénea se obtiene:

$$p(t) = C \cdot e^{-\rho(1-b)t}$$

Por lo tanto, la solución general indefinida es:

$$p(t) = C \cdot e^{-\rho(1-b)t} - \frac{b}{\rho(1-b)}$$

La constante de integración es:

$$p(T) = 0 = C \cdot e^{-\rho(1-b)T} - \frac{b}{\rho(1-b)}$$

$$C = e^{\rho(1-b)T} \frac{b}{\rho(1-b)}$$

Finalmente, en el intervalo  $[t, T]$  la solución general definida para la ecuación de coestado resulta:

$$p(t) = \frac{b}{\rho \cdot (1-b)} \cdot e^{\rho(1-b)(T-t)} - \frac{b}{\rho(1-b)}$$

Podemos determinar a partir de esta solución general el momento del cambio  $\underline{t}$ :

$$p(\underline{t}) = \frac{1}{\rho} = \frac{b}{\rho \cdot (1-b)} \cdot e^{\rho(1-b)(T-\underline{t})} - \frac{b}{\rho(1-b)}$$

$$\left[ \frac{1}{\rho} + \frac{b}{\rho \cdot (1-b)} \right] \cdot \frac{\rho \cdot (1-b)}{b} = e^{\rho(1-b)(T-\underline{t})}$$

$$\frac{1}{b} = e^{\rho(1-b)(T-\underline{t})}$$

$$\ln 1 - \ln b = \rho(1-b) \cdot (T - \underline{t})$$

$$\underline{t} = T + \frac{\ln b}{\rho(1-b)}, \quad \ln b < 0$$

Partiendo de la ecuación diferencial de estado (9) en la fase final, con  $\underline{u}=1-b$  y  $\underline{v}=0$ , e integrándola resulta:

$$\frac{dY}{dt} - \rho \cdot [1-b] \cdot Y(t) = 0$$

$$Y(t) = D \cdot e^{\rho \cdot (1-b) \cdot t} \quad (11)$$

Dado que  $Y(t)$  es libre, para hallar esta constante de integración debemos esperar a resolver la ecuación diferencial de estado de la fase inicial; de ese modo podremos igualar las expresiones en  $Y(t)$  de ambas fases. En efecto, el producto total en un momento dado del tiempo no puede tener una discontinuidad.

Es interesante hacer notar que esta expresión de crecimiento óptimo, posterior al ajuste, puesto que corresponde al periodo final, es exactamente la que corresponde al crecimiento equilibrado en el modelo de Domar.<sup>34</sup>

Operando ahora en la fase inicial, intervalo  $[0, \underline{t}]$ :

$$p(t) > \frac{1}{\bar{\rho}} \Rightarrow \hat{u} = \frac{I_0 + I^*}{Y_0}, \quad \hat{v} = \frac{b \cdot \rho \cdot \hat{u}}{(1-b) \cdot \rho}$$

Se parte de la ecuación diferencial de coestado (10)

$$\frac{dp}{dt} + \rho \cdot [u(t) + v(t)] \cdot p(t) = u(t) + v(t) - 1$$

Teniendo en cuenta:

$$\hat{u} + \hat{v} = \hat{u} + \frac{b \cdot \rho \cdot \hat{u}}{1-b \cdot \rho} = \hat{u} \left[ 1 + \frac{b \cdot \rho}{1-b \cdot \rho} \right] = \frac{\hat{u}}{1-b \cdot \rho}$$

$$\Rightarrow \hat{u} + \hat{v} = \frac{I_0 + I^*}{Y_0(1-b \cdot \rho)}$$

Sustituyendo en la ecuación de coestado, resulta:

$$\frac{dp}{dt} + \rho \cdot \left[ \frac{I_0 + I^*}{Y_0(1-b \cdot \rho)} \right] \cdot p(t) = \frac{I_0 + I^*}{Y_0(1-b \cdot \rho)} - 1$$

La solución particular se busca haciendo  $p(t)$  constante:

$$\bar{p} = \frac{1}{\bar{\rho}} - \frac{Y_0 \cdot (1-b \cdot \rho)}{\rho \cdot (I_0 + I^*)}$$

Reordenando e integrando, la solución general de la ecuación homogénea es:

$$p(t) = E \cdot e^{-\rho \cdot \left[ \frac{I_0 + I^*}{Y_0(1-b \cdot \rho)} \right] \cdot t}$$

Por lo tanto la solución general indefinida resulta:

$$p(t) = E \cdot e^{-\rho \cdot \left[ \frac{I_0 + I^*}{Y_0(1-b \cdot \rho)} \right] \cdot t} + \frac{1}{\bar{\rho}} - \frac{Y_0 \cdot (1-b \cdot \rho)}{\rho \cdot (I_0 + I^*)}$$

Definimos la constante de integración en el instante de cambio de fase:

$$p(\underline{t}) = \frac{1}{\bar{\rho}} = E \cdot e^{-\rho \cdot \left[ \frac{I_0 + I^*}{Y_0(1-b \cdot \rho)} \right] \cdot \underline{t}} + \frac{1}{\bar{\rho}} - \frac{Y_0 \cdot (1-b \cdot \rho)}{\rho \cdot (I_0 + I^*)}$$

$$\Rightarrow E \cdot e^{-\rho \cdot \left[ \frac{I_0 + I^*}{Y_0(1-b \cdot \rho)} \right] \cdot \underline{t}} = \frac{Y_0 \cdot (1-b \cdot \rho)}{\rho \cdot (I_0 + I^*)}$$

$$\Rightarrow E = e^{\rho \cdot \left[ \frac{I_0 + I^*}{Y_0(1-b \cdot \rho)} \right] \cdot \underline{t}} \cdot \frac{Y_0 \cdot (1-b \cdot \rho)}{\rho \cdot (I_0 + I^*)}$$

La solución general definida de la ecuación de coestado en el intervalo  $[0, \underline{t}]$  es:

$$p(t) = e^{\rho \cdot \left[ \frac{I_0 + I^*}{Y_0(1-b \cdot \rho)} \right] \cdot (t-\underline{t})} \cdot \frac{Y_0 \cdot (1-b \cdot \rho)}{\rho \cdot (I_0 + I^*)} + \frac{1}{\bar{\rho}} - \frac{Y_0 \cdot (1-b \cdot \rho)}{\rho \cdot (I_0 + I^*)}$$

Por otra parte, de la ecuación diferencial de estado (9) tenemos:

$$\frac{dY}{dt} - \rho \cdot \left[ \frac{I_0 + I^*}{Y_0(1-b \cdot \rho)} \right] \cdot Y(t) = 0$$

Integrando la ecuación resulta:

$$Y(t) = F \cdot e^{\rho \cdot \left[ \frac{I_0 + I^*}{Y_0(1-b \cdot \rho)} \right] \cdot t} \quad (12)$$

Para  $t=0$  el valor de la constante de integración es:

$$Y(0) = Y_0 = F$$

La solución general definida para la fase inicial  $[0, \underline{t}]$  resulta:

$$Y(t) = Y_0 \cdot e^{\rho \cdot \left[ \frac{I_0 + I^*}{Y_0(1-b \cdot \rho)} \right] \cdot t} \quad (13)$$

Igualando las ecuaciones diferenciales de estado de ambas fases, (11) y (13), para el instante  $\underline{t}$  nos permite hallar la constante  $D$ :

$$Y_0 \cdot e^{\rho \cdot \left[ \frac{I_0 + I^*}{Y_0(1-b \cdot \rho)} \right] \cdot \underline{t}} = D \cdot e^{\rho \cdot (1-b) \cdot \underline{t}}$$

$$D = Y_0 \cdot e^{\left[ \rho \cdot \frac{I_0 + I^*}{Y_0(1-b \cdot \rho)} - \rho \cdot (1-b) \right] \cdot \underline{t}}$$

<sup>34</sup> Chiang, A. C., 1987, *Op. cit.*, pp. 475 - 477



La solución general definida para la fase final [  $t, T$  ] es entonces:

$$Y(t) = Y_0 \cdot e^{\left[ \rho \cdot \frac{I_0 + I^*}{Y_0 \cdot (1-b \cdot \rho)} - \rho \cdot (1-b) \right] \cdot t} \cdot e^{\rho \cdot (1-b) \cdot t}$$

$$Y(t) = Y_0 \cdot e^{\left[ \rho \cdot \frac{I_0 + I^*}{Y_0 \cdot (1-b \cdot \rho)} \right] \cdot t + \rho \cdot (1-b) \cdot (t-t)}$$
(14)

## 9. Discusión de los resultados

Teniendo en cuenta que hemos ubicado el cero del eje temporal en el inicio del desequilibrio motivado por un *shock* de inversión exógena y que antes de aplicar el control óptimo el modelo evidenciaba un comportamiento cíclico ante una perturbación de ese tipo, podemos decir que los resultados de la optimización dinámica son el efectivo control del ciclo de las existencias y la optimización del crecimiento, evaluado por la optimización dinámica de las ventas.

En efecto, las soluciones de la optimización dinámica halladas para  $Y(t)$ , tanto para la fase inicial antes del *switch* (ecuaciones 12 y 13), como para la fase final después del *switch* (ecuaciones 11 y 14), no tienen un comportamiento oscilante, sino de crecimiento exponencial a tasas constantes, lo que se evidencia en que los valores de dichas tasas en ambas funciones exponenciales son números reales y ambos son positivos, dado que  $(1 - r \cdot b) > 0$  y  $(1 - b) > 0$ .

Si se compara las tasas de crecimiento obtenidas para la solución del modelo antes y después del *switch* se verifica que la tasa de crecimiento de la fase inicial, en el intervalo [  $0, t$  ], (en las ecuaciones 12 y 13) es mayor que la tasa de crecimiento de la fase final, en el intervalo [  $t, T$  ], (en las ecuaciones 11 y 14):

$$\rho \cdot \left[ \frac{I_0 + I^*}{Y_0 \cdot (1-b \cdot \rho)} \right] > \rho \cdot (1-b)$$

En efecto, teniendo en cuenta que  $I_0 = (1 - b) \cdot Y_0$ , se verifica:

$$\rho \cdot \left[ \frac{I_0 + I^*}{Y_0 \cdot (1-b \cdot \rho)} \right] > \rho \cdot (1-b) \Rightarrow \frac{I_0 + I^*}{Y_0 \cdot (1-b \cdot \rho)} > (1-b)$$

$$\Rightarrow 1 + \frac{I^*}{I_0} > 1 - b \cdot \rho$$

Esto significa que, con el control óptimo de las propensiones marginales a invertir en *existencias* y en *otras inversiones*, como consecuencia del incremento de la inversión exógena, el crecimiento en la fase inicial se acelera y luego del *switch* se estabiliza con la tasa del crecimiento equilibrado del modelo de Domar:  $\rho \cdot (1 - b) = \rho \cdot s$ .

Pese a que dejamos en su momento abierto a interpretación el significado del parámetro  $\rho$  podemos decir que los resultados obtenidos evidencian una coincidencia clara del significado de este parámetro con el parámetro correspondiente del modelo de Domar.

En efecto, la idea que impera en el modelo de Domar es que todo incremento de inversión genera un incremento de la capacidad productiva potencial, el cual debe ser absorbido totalmente por el incremento de la demanda agregada efectiva para recorrer la senda del crecimiento equilibrado.<sup>35</sup>

Esto es precisamente lo que ocurre en nuestro modelo tras el control óptimo de las expectativas de inversión, puesto que la ausencia de las oscilaciones propias del *ciclo de las existencias* indica precisamente que la capacidad productiva generada con la inversión es perfectamente compensada por la evolución de las ventas, de modo que se estabiliza la propensión marginal a invertir y la demanda agregada evoluciona sin desviación respecto de las existencias deseadas.

El crecimiento equilibrado que resulta del modelo matemático implica que las expectativas de los empresarios se forman con la credibilidad de que el mayor nivel de ventas alcanzado, como consecuencia del impacto de una inversión exógena, será sostenible, pudiendo entonces ser más elevado el nivel de inversión, lo que requiere primero un rápido incremento de la misma para luego estabilizar la propensión marginal a invertir en el nivel correspondiente al crecimiento equilibrado.

El modelo matemático nos demuestra que puede obtenerse la optimización dinámica de las ventas con el control óptimo de las expectativas de inversión, pero no nos dice cómo se forma la credibilidad de dichas expectativas. En el apartado 7 hemos planteado la hipótesis de que si se garantiza de un modo sostenido una capacidad de pago en efectivo sin mayor endeudamiento de los consumidores, los empresarios pueden formarse expectativas realistas de que el nivel de ventas alcanzado en la cima del ciclo será sostenible.

Es sabido que la política económica puede verse sometida al problema de la inconsistencia dinámica<sup>36</sup> especialmente si los agentes privados evalúan la política con expectativas sobre el futuro. Un aspecto crítico de la cuestión es la credibilidad de los agentes privados en que una política sea realmente sostenible en el tiempo. La política discrecional no genera credibilidad sobre el futuro y las políticas basadas en reglas tampoco resuelven completamente el problema. Las reglas sólo son creíbles a futuro si el gobierno, (ya sea el que impuso la regla o los gobiernos que lo sucedan), no puede cambiarlas. Los gestores de la política económica ganan credibilidad cuando sus decisiones evidencian que se presta mayor peso a los períodos futuros que al corto plazo y esta credibilidad aumenta a medida que transcurren más períodos<sup>37</sup>. Como dicen Argandoña A., Gámez C. y Mochón F. (1996):

*“Esto confiere particular importancia al marco legal e institucional en que opera la política: un cambio en dicho marco alterará los efectos de las políticas. De hecho, lo*

<sup>35</sup> Cf. Gandolfo, G., 1976, *Op. cit.*, pp. 170 - 172

<sup>36</sup> Los primeros en plantear la cuestión fueron Kydland F. E. and Prescott E. C., 1977, *Op. cit.*

<sup>37</sup> Cf. Romer, D., 1996, Cap 9.5 Addressing the Dynamic Inconsistency Problem, en *Advanced Macroeconomics*, The McGraw-Hill Companies, Inc., pp. 403 - 412

*más importante de la teoría de la política económica es la elaboración y adaptación de dicho marco.”<sup>38</sup>*

Entendemos que el modo más seguro para generar credibilidad sobre la sostenibilidad de una política en el largo plazo, es decir, más allá de la duración de un gobierno, es que la nueva política se asiente en un cambio institucional, consagrado no sólo por leyes sino por un contrato socioeconómico entre los agentes sociales y los partidos políticos.

El control óptimo de las expectativas de inversión se basa en un cambio institucional para la gestión de la demanda agregada que funcione como un estabilizador automático de nuevo tipo. Dicho cambio institucional será estable en la medida en que sea adoptado con el consenso suficiente para que sea políticamente sostenible; el nuevo marco institucional sin duda no sería eterno, pero su modificación presupondría un cambio en el propio contrato social.

## 10. Conclusiones

En relación a la técnica de la optimización dinámica, queda demostrado que el control óptimo no es una técnica antagónica con expectativas basadas en situaciones o acciones futuras.

Asimismo, la optimización dinámica del modelo planteado demuestra que es posible eliminar las oscilaciones del ciclo de las existencias en base a optimizar el consumo privado (formalizado como las ventas finales) con el control óptimo de unas expectativas de inversión variables. Este resultado del modelo verifica la hipótesis de que gestionar la demanda efectiva de modo contracíclico desde el consumo privado es más eficaz y más eficiente que hacerlo desde el gasto público.

El comportamiento del modelo muestra que algunas ideas olvidadas de Keynes (1936) expresan una política contracíclica consistente en la cual “*el remedio correcto*” no es penalizar la inversión en el auge sino adoptar una política de ingresos (inclusive “*drástica*”) que sostenga la propensión marginal a consumir; no es cuestión de “*evitar el auge*” sino de sostener “*un cuasi-auge continuo*”.

El modelo matemático exige una hipótesis plausible del comportamiento de las expectativas de inversión en la optimización dinámica. Puesto que la credibilidad es mayor cuanto más garantías de estabilidad tiene el marco institucional de una política económica, una política contracíclica alternativa de este tipo exige garantizar la credibilidad a largo plazo de los agentes económicos en base a cambios institucionales políticamente sostenibles.

<sup>38</sup> Argandoña, A., Gámez, C., Mochón, F., 1996, *Macroeconomía Avanzada I*, McGraw-Hill, p. 203

## Referencias bibliográficas

- Argandoña, A., Gámez, C. y Mochón, F., 1996, *Macroeconomía Avanzada I*, McGraw-Hill
- Barceló, A. Y Colom, A., 1996, Reflexiones sobre reducción de la jornada de trabajo y lucha contra el paro en relación con los ciclos vitales de trabajo y consumo, en *Mientras Tanto* N0 66, publicación trimestral de ciencias sociales, Barcelona, verano - otoño
- Biayna, A., *Aplicación al Problema del Saldo de Tesorería, o Control Óptimo del Nivel del Saldo de Activo Disponible*, mimeo, Universidad de Barcelona
- Blanchard, O., 2000, *Macroeconomía*, 2ª edición, Prentice Hall, Pearson Educación SA, Madrid
- Cerdá Tena, E., 1990, Control óptimo de sistemas lineales con expectativas racionales, *Investigaciones Económicas (Segunda Época)*, Vol XIV, nº 1, págs. 85 - 111
- Chiang, A. C., 1987, *Métodos Fundamentales de Economía Matemática*, 3ª Ed., Mc Graw Hill, España
- Chiang, A. C., 1992, *Elements of Dynamic Optimization*, Mc Graw Hill
- Dornbusch, R. y Fischer, S., 1988, *Macroeconomía*, 4ª Ed., Mc Graw Hill, Madrid
- Firmenich, M. E., 2004, *Eutopía - Una propuesta alternativa al modelo neoliberal*, 1ª edición, Ed. Colihue, Buenos Aires
- Gandolfo, G., 1976, *Métodos y Modelos Matemáticos de la Dinámica Económica*, Ed. Tecnos, Madrid
- Gandolfo, G., 1996, *Economic Dynamics*, 3ª Ed., Berlin, Springer
- Kamien, M. I. and Schwartz, N. L., 1993, *Dynamic Optimization: The Calculus of Variations and Optimal Control in Economics and Management*, 2ª Ed., North - Holland
- Keynes, J. M., 1936, *Teoría General de la Ocupación el Interés y el Dinero*, F.C.E., México, 2ª edición (corregida), novena reimpresión, 1986
- Kydland, F. E. and Prescott, E. C., 1977, Rules Rather than Discretion: The inconsistency of Optimal Plans, *Journal of Political Economy*, vol. 85, issue 3, (pp. 473 - 91)
- Lee, M. W., 1967, *Fluctuaciones Económicas: crecimiento y estabilidad*, EUDEBA, Buenos Aires
- Metzler, L. A., 1946, Business Cycles and the Modern Theory of Employment, *The American Economic Review*, Vol. 36, No. 3 (Jun.), (pp. 278 - 291)
- Petit, M. L., 1990, *Control Theory and Dynamic Games in Economic Policy Analysis*, Cambridge University Press
- Romer, D., 1996, *Advanced Macroeconomics*, The McGraw-Hill Companies, Inc.
- Seierstad, A. y Sydsæter, K., 1987, *Optimal Control Theory with Economic Applications*, North - Holland
- Tu, P. N. V., 1991, *Introductory Optimization Dynamics. Optimal Control with Economics and Management Applications*, 2ª Ed., Springer Verlag