



Universidad Autónoma  
de Madrid

**Biblos-e Archivo**  
Repositorio Institucional UAM

**Repositorio Institucional de la Universidad Autónoma de Madrid**

<https://repositorio.uam.es>

Esta es la **versión de autor** del artículo publicado en:  
This is an **author produced version** of a paper published in:

Ruiz, N. and Atrio, S., "Influencia del competencia digital en la adquisición de competencias geométricas en un entorno GeoGebra". 8th Iberian Conference on Information Systems and Technologies (CISTI). IEEE 2013. 1-4

El acceso a la versión del editor puede requerir la suscripción del recurso

Access to the published version may require subscription

# Influencia del nivel de competencia digital en la adquisición de competencias geométricas en un entorno GeoGebra

Natalia Ruiz López  
Santiago Atrio Cerezo

Departamento de Didácticas Específicas  
Facultad de Formación de Profesorado y Educación (UAM)  
Madrid, España  
natalia.ruiz@uam.es  
santiago.atrío@uam.es

**Resumen**—Se ha realizado un estudio para analizar la influencia del nivel de competencia digital de futuros maestros en la adquisición de competencias geométricas y didácticas en un entorno de resolución de problemas mediante GeoGebra. Se presentan los resultados del análisis estadístico realizado que reflejan que alumnos de nivel medio y alto mejoran sus competencias didáctico-geométricas de forma análoga. Además, los estudiantes prefieren usar GeoGebra que lápiz y papel para investigar y conjeturar en procesos de resolución de problemas abiertos y opinan que es un buen recurso para la enseñanza de la geometría.

**Palabras clave:** *GeoGebra; formación de profesorado; geometría; competencia digital.*

## I. INTRODUCCIÓN

Nuestra extensa experiencia docente en los contenidos de geometría y su didáctica en la carrera de Magisterio nos ha permitido experimentar los cambios que produce el uso de un Software de Geometría Dinámica (SGD) en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Esto nos ha convencido de que introducirlos de manera habitual en las clases puede beneficiar la adquisición de competencias geométricas en los alumnos.

Los sistemas de geometría dinámica permiten realizar construcciones en las que es necesario conocer las propiedades geométricas y las relaciones entre los distintos elementos de las figuras. Además, el “arrastre” de los objetos por la pantalla permite hacer generalizaciones y comprobar propiedades que con los métodos tradicionales a menudo no pueden realizarse. El uso de los SGD en la enseñanza produce cambios en la actuación docente en el aula y en las características del conocimiento que construye el alumno, como muestran las investigaciones realizadas hasta la fecha, muchas de las cuales se centran en programas informáticos de uso restringido (con licencia), mayoritariamente en Cabri Géomètre o Cinderella [1], [2], [3], [4], [5], [6].

Sobre software libre, como es GeoGebra, empieza a haber bastantes investigaciones, pero gran parte de estos trabajos se centran en las etapas de enseñanza secundaria, bachillerato o nivel universitario [7], [8], [9], [10], [11], [12], [13], [14], [15], [16].

También se han realizado estudios sobre el uso de SGD en formación inicial o permanente de profesorado, aunque en general, enfocados hacia los niveles de secundaria y bachillerato [17], [18], [19], [20], [21], [22], [23], pero apenas hay estudios sobre la influencia de GeoGebra en la formación geométrica de profesores de educación primaria [24], [25]. Y por esta razón nos parece pertinente y relevante abordar la cuestión con estudiantes de magisterio.

## II. DEFINICIÓN DE LOS OBJETIVOS DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

Después de revisar la literatura sobre enseñanza de la geometría, SGD y formación de profesorado, creemos que es necesario realizar un análisis de cómo interviene el uso de GeoGebra en la adquisición de competencias geométricas en los futuros maestros [26]. Hemos elegido este software por sus especiales características que lo hacen accesible a todos y muy adecuado para la enseñanza de la Geometría, además de permitir relacionar esta rama de las matemáticas con otras [20].

En nuestra investigación, el problema que se pretende abordar es cómo interviene el software de geometría dinámica GeoGebra en el desarrollo de competencias geométricas y didácticas en la formación inicial del profesorado de Primaria [26]. Para ello nos hemos planteado los siguientes objetivos:

1) *Identificar las competencias geométricas que deben desarrollarse durante la formación inicial del profesorado de Educación Primaria.*

2) *Analizar cuáles de estas competencias pueden mejorar con el uso de GeoGebra.*

3) *Diseñar una investigación que permita estudiar si mejoran las competencias geométricas y didácticas con la utilización de GeoGebra respecto al recurso “lápiz y papel”.*

4) *Examinar la influencia del uso de GeoGebra en las creencias sobre las matemáticas y su enseñanza de los estudiantes de Magisterio.*

5) *Analizar qué tipología de alumnos obtiene mejores resultados con GeoGebra en relación a su nivel de competencia digital.*

En esta comunicación nos vamos a centrar en el último objetivo planteado, describiendo el estudio realizado y las conclusiones obtenidas.

### III. METODOLOGÍA

El problema de investigación, que emana del objetivo número 5 planteado en el apartado anterior, lo hemos concretado en la siguiente pregunta: *¿Cómo afecta al desarrollo de competencias geométricas y didácticas, mediado con GeoGebra, el nivel de competencia digital del alumnado?*

Para responder a esta pregunta, hemos propuesto un diseño experimental que integra los enfoques cuantitativo y cualitativo. Desde el enfoque cuantitativo se ha realizado un diseño quasi-experimental pretest-postest con grupo de control no equivalente (muestreo disponible con grupos ya formados). En el grupo experimental, formado por alumnos de un grupo de 2º curso del grado de Magisterio de Educación Primaria, se ha realizado una evaluación previa para realizar categorías según su nivel de desarrollo en competencias geométrica (pretest) y digital. Se han utilizado instrumentos de evaluación estandarizados (TEDS-M<sup>1</sup>) para medir la competencia geométrica y otros ad hoc para medir la competencia digital.

Dentro del horario lectivo del curso se ha impartido a estos alumnos un taller de resolución de problemas de geometría mediante el uso del SGD GeoGebra, mientras que los estudiantes del grupo control resolvían los mismos problemas con lápiz y papel.

Hemos dedicado mucha atención y cuidado al diseño y realización de la intervención educativa que consta de una parte común para los dos grupos y una parte diferenciada en función del recurso didáctico principal (GeoGebra versus lápiz y papel).

Al final del semestre se ha realizado una evaluación de competencias geométricas (postest). El análisis estadístico, descriptivo e inferencial, de los resultados ha permitido responder al problema planteado.

Para apoyar y dar más significado a estos resultados cuantitativos, se ha realizado además un estudio de casos. Las parejas participantes se han elegido teniendo en cuenta los niveles previos de competencia geométrica y de competencia digital de los dos miembros de la pareja. La prueba consistió en la resolución de una actividad de construcción de figuras, conjetura e investigación. Los instrumentos de recogida de datos utilizados fueron:

- El protocolo de construcción de las figuras obtenido del archivo de GeoGebra de cada pareja;
- El auto-protocolo escrito de cada pareja con el proceso de resolución del problema;
- Las grabaciones de vídeo de las interacciones entre la pareja y la profesora.

El análisis se realizó bajo una perspectiva interpretativa [27] en la que se tuvieron en cuenta diversos aspectos cognitivos y procedimentales. Los resultados se han recogido en tablas donde se caracterizan las técnicas utilizadas, los tipos de arrastre, los obstáculos encontrados, las interacciones entre los miembros de la pareja y de éstos con la profesora y el nivel de propiedad del lenguaje geométrico utilizado en los auto-protocolos escritos. A partir de estas tablas se ha analizado el proceso de génesis instrumental [28] llevado a cabo en cada caso objeto de estudio, interpretando los resultados mediante los criterios que nos ofrece la teoría de la instrumentación de Rabardel y Verillon [29] que nos sirve de marco teórico.

### IV. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

Hemos definido la variable Mejora Total, que mide la diferencia entre los resultados de los alumnos en el postest y el pretest en la prueba de competencias geométricas y didácticas. La variable Mejora Total puede tomar valores, en teoría, entre -13 y 13 ya que la puntuación máxima en la prueba de conocimientos geométricos y didácticos es de 13 puntos. En nuestra investigación los valores están entre -2 y 9. Vamos ahora a realizar un análisis estadístico descriptivo de esta variable solamente en el grupo experimental y agrupando a los alumnos según su nivel previo de competencia digital.

Los alumnos del grupo experimental se clasificaron según su nivel de competencia digital (NCDIG) al comienzo del curso. Para ello se utilizaron los resultados de una prueba inicial de introducción en el manejo de GeoGebra y sus calificaciones en la asignatura de TIC para la sociedad digital que habían cursado el año anterior. Se realizó una media ponderada entre las dos puntuaciones, dándole el doble de peso a la nota de la práctica 1, ya que era una actividad específica con GeoGebra. Se obtuvieron así las puntuaciones de cada alumno del grupo experimental, cuyo rango estaba entre 5 y 10 puntos. Esto permitió agrupar a los alumnos en dos niveles según la variable NCDIG: medio (puntuaciones en el intervalo [5,9)) y alto (puntuaciones en el intervalo [9,10)).

---

<sup>1</sup> TEDS-M: *Teacher Education Study in Mathematics*, <http://teds.educ.msu.edu>. Items traducidos al español por Natalia Ruiz López

TABLA 1

		N
Nivel de competencia digital	alto	19
	medio	26

Veamos los estadísticos descriptivos de cada grupo en la Tabla 2:

TABLA 2

Estadísticos Mejora Total			
		Nivel alto	Nivel medio
N	Válidos	19	26
	Perdidos	0	0
Media		3,789	3,788
Mediana		3,000	4,000
Moda		3,0	4,0
Desv. típ.		1,6941	2,3459
Asimetría		,866	,068
Error típ. de asimetría		,524	,456
Curtosis		,492	1,563
Error típ. de curtosis		1,014	,887
	Percentiles		
	25	2,500	2,375
	50	3,000	4,000
	75	5,000	5,000

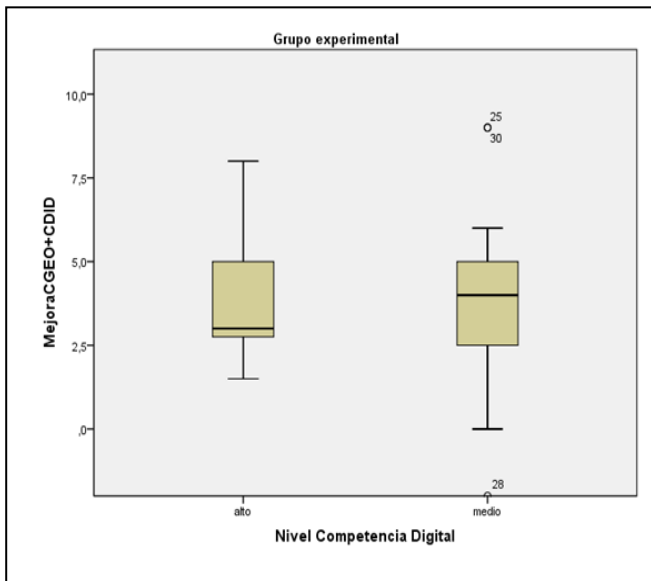


Figure 1. Diagramas de caja

Observando estos datos podemos concluir lo siguiente:

- La mejora media de ambos grupos es prácticamente igual: 3,789 el nivel alto y 3,788 el nivel medio (Tabla 2).
- La mediana del grupo de nivel medio es superior en un punto a la del grupo de nivel alto (Tabla 2).
- En los diagramas de caja se observa que los alumnos del grupo de NCDIG medio han mejorado más que los de nivel alto, sobre todo los que se encuentran en el tercer cuartil y 2 alumnos que están fuera del gráfico (Fig. 1).

Una vez que el análisis descriptivo nos ha permitido comprobar un comportamiento del grupo de NCDIG medio ligeramente mejor que el del grupo de nivel alto, tenemos que ver ahora hasta qué punto esa mejora es significativa desde el punto de vista estadístico. Para ello vamos a realizar un análisis inferencial mediante el paquete estadístico SPSS (ANCOVA). Vamos a analizar la variable Total, que es la suma de las puntuaciones obtenidas en los ítem de competencias geométricas (CGEO) y los ítem de competencias didácticas (CDID). Los gráficos de perfil nos permitirán comparar los dos grupos y analizar si hay interacciones entre ellos.

Analizando la variable Total, obtenemos que hay diferencias significativas entre el pretest (Total 1) y el postest (Total 2), sig = 0,000 en la Tabla 3. Sin embargo, no hay diferencias significativas según el nivel de competencia digital previo, NCDIG: alto o medio (sig=0,490 > 0,05).

TABLA 3

ANCOVA para la variable TOTAL <sub>b</sub>					
Variable dependiente: Puntuación total postest					
Origen	Suma de cuadrados tipo III	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Modelo corregido	70,144a	2	35,072	10,534	,000
Intersección	290,443	1	290,443	87,236	,000
TOTAL1	62,637	1	62,637	18,813	,000
NCDIG	1,611	1	1,611	,484	,490
Error	139,834	42	3,329		
Total	3478,250	45			
Total corregida	209,978	44			

a. R cuadrado = ,334 (R cuadrado corregida = ,302)  
b. Grupo experimental

Si observamos el gráfico de perfil, fig. 2, vemos que los dos grupos han obtenido un avance equivalente en los resultados de la prueba de conocimientos geométricos y

didácticos, las rectas son prácticamente paralelas. El grupo de nivel medio partía de una media más baja en el pretest y obtiene una media menor que el grupo de nivel alto en el postest. La mejora media es prácticamente idéntica en ambos grupos: 3,78 (ver en la Tabla 4 la diferencia entre la puntuación del postest y el pretest).

TABLA 4

Estadísticos descriptivos de TOTALa				
	Nivel CDIG previo	Media	Desviación típica	N
Puntuación total pretest	alto	5,211	2,3471	19
	medio	4,385	2,2285	26
	Total	4,733	2,2903	45
Puntuación total postest	alto	9,000	2,1148	19
	medio	8,173	2,2088	26
	Total	8,522	2,1845	45

a. experimental/control = exp

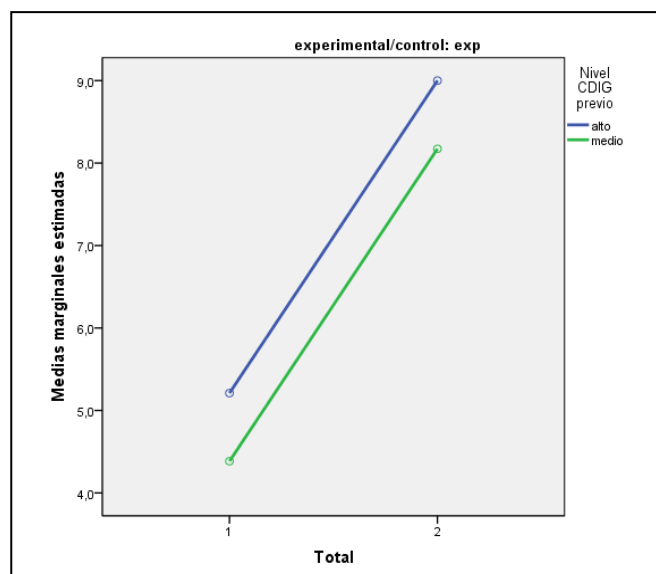


Figure 2. Gráfico de perfil

Por lo tanto, el análisis realizado nos permite responder a nuestra pregunta de investigación: *El nivel de competencia digital del alumnado no influye significativamente en su desarrollo de competencias geométricas y didácticas, mediado por GeoGebra.*

## V. CONCLUSIONES

En esta investigación hemos encontrado que la mejora en las competencias didáctico-geométricas de los alumnos del grupo experimental no está influida por su nivel previo de competencia digital. Es decir, GeoGebra es una herramienta útil para el desarrollo de estas competencias en todo tipo de alumnado, incluido el que no tiene grandes conocimientos tecnológicos. Esto puede explicarse por el carácter intuitivo

del software y porque la intervención llevada a cabo con él ha sido suficiente para llegar a convertirse en un verdadero instrumento para los alumnos (en el sentido de la teoría de la instrumentación).

Además, los alumnos del grupo experimental expresan que el Taller de GeoGebra les ha ayudado a comprender mejor los conocimientos geométricos y a explorar, experimentar, hacer conjeturas y comprobarlas. Prefieren este recurso a la hora de resolver problemas nuevos que el método tradicional de papel y lápiz. También opinan que es un buen recurso para la enseñanza de la geometría en Primaria [30].

En el estudio de casos hemos observado que las parejas resolutoras se reparten los roles de acuerdo a su nivel de competencia digital. El alumno de nivel más alto normalmente se encarga del manejo de GeoGebra mientras que su compañero asume la redacción del auto-protocolo escrito, aunque en alguna pareja se iban intercambiando los papeles.

Para concluir, podemos decir que este estudio ha mostrado que el uso de una metodología activa de enseñanza de la geometría, como la que hemos utilizado, acompañada de un Taller semanal de resolución de problemas con GeoGebra resulta eficaz para desarrollar competencias geométricas en los futuros maestros de primaria, siempre que su utilización sea habitual y no esporádica.

## REFERENCES

- [1] A. Carrillo de Albornoz and I. Llamas, *Cabri Géomètre II Plus una aventura en el mundo de la geometría*, Madrid: Ra-Ma, 2005.
- [2] C. Laborde and B. Capponi, "Cabri-Géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique," *Recherches en Didactique del Mathématiques*, vol. 14, no. 12, pp. 165-210, 1994.
- [3] J. Murillo and J.M. Fortuny, "Interactividad en la red con actividades Cabri," *Contextos educativos*, vol. 6-7, pp. 295-315, 2003.
- [4] R. Falcade, C. Laborde and M.A. Mariotti, "Approaching Functions: Cabri Tools as Instruments of Semiotic Mediation," *Educational Studies in Mathematics*, vol. 66, no. 3, 11, pp. 317-333, 2007.
- [5] I. García and C. Arriero, "Una experiencia con Cabri: las curvas cónicas," *Suma*, no. 34, pp. 73-80, 2000.
- [6] C. Laborde, "Integration of technology in the design of geometry tasks with Cabri-Geometry," *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, vol. 6, pp. 283-317, 2001.
- [7] V. Antohe, "Limits of Educational Soft GeoGebra in a Critical Constructive Review," *Annals. Computer Science Series*, vol. II, no. 1, 2009.
- [8] A. Carrillo de Albornoz, *Geogebra mucho más que geometría dinámica*, Madrid: Ra-Ma, 2009.
- [9] L. Dikovic, "Implementing Dynamic Mathematics Resources with GeoGebra at the College Level," *International Journal of Emerging Technologies in Learning*, vol. 4, no. 3, 2009.
- [10] M. Freixas, R. Joan-Arinyo and A. Soto-Riera, "A constraint-based dynamic geometry system," *Computer-Aided Design*, vol. 42, no. 2, pp. 151-161, 2009.
- [11] M.M. García-López, "Evolución de actitudes y competencias matemáticas en estudiantes de secundaria al introducir GeoGebra en el aula," Tesis doctoral, Universidad de Almería, España, 2011.
- [12] N. Iranzo, "La influencia conjunta del uso de geogebra y lápiz y papel en la adquisición de competencia del alumnado," *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, vol. 27, no. 3, pp. 433-446, 2009.

- [13] K. Jones, Z. Lavicza, M. Hohenwarter, A. Lu, M. Dawes, A. Parish and M. Borcherds, "BSRLM geometry working group: establishing a professional development network to support teachers using dynamic mathematics," en *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, Southampton, 2009, vol. 29, no. 1, pp. 97-102.
- [14] R. Losada, "Geogebra: la eficiencia de la intuición," *Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, vol. 10, no. 1, pp. 223-240, 2007.
- [15] R. Pujol, "GeoGebra en el actual sistema educativo," *Uno: Revista de didáctica de las matemáticas*, no. 47, pp. 94-105, 2009.
- [16] M. Roux, "Construire des savoirs, en analyse, avec le logiciel GeoGebra," *Bulletin de l'APMEP*, no. 483, pp. 534.
- [17] M.J. González-López and J.L. Lupiáñez, "Formación inicial de profesores de matemáticas en secundaria: actividades basadas en la utilización de "software" de geometría dinámica," *Uno. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, no. 28, pp. 110-125, 2001.
- [18] B. Güven and T. Kosa, "The effects of dynamic geometry software on student mathematics teachers' spatial visualization skills," *The Turkish Online Journal of Educational Technology*, vol. 7, no. 4, pp. Article11, 2008.
- [19] S. Haja, "Investigating the Problem Solving Competency of Pre Service Teachers in Dynamic Geometry Environment," en *Proceedings of the 29<sup>th</sup> Conference of International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2005, vol. 3, pp. 81-87.
- [20] M. Hohenwarter, D. Jarvis and Z. Lavicza, "Linking Geometry, Algebra, and Mathematics Teachers: GeoGebra Software and the Establishment of the International GeoGebra Institute," *The International Journal for Technology in Mathematics Education*, vol. 16, no. 2, pp. 83, 2009.
- [21] J. Preiner, "Introducing dynamic mathematics software to mathematics teachers: The case of geogebra," Tesis doctoral, Universidad de Salzburgo, Austria, 2008.
- [22] M. Santos-Trigo, A. Reyes-Rodríguez and H. Espinosa-Perez, "Musing on the Use of Dynamic Software and Mathematics Epistemology," *Teaching Mathematics and Its Applications: An International Journal of the IMA*, vol. 26, no. 4, pp. 167-178, 2007.
- [23] S. Scaglia, "Una propuesta de capacitación docente basada en el uso de un software de geometría dinámica," *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias*, vol. 3, no. 1, pp. 35-50, 2008.
- [24] R. Barroso, "Elección de cuatro problemas geométricos para una investigación sobre la comprensión de propiedades geométricas. Una justificación," en *Investigación en educación matemática : séptimo Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática*, 2003, pp. 139-152.
- [25] A. Lasa Oiarbide, M.R. Wilhelmi and A. Saenz de Cabezón, "Uso de GeoGebra en la titulación de maestro," *Epsilon: Revista de la Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales*, no. 74, pp. 7-14, 2010.
- [26] N. Ruiz-López, "Análisis del desarrollo de competencias geométricas y didácticas mediante el software de geometría dinámica GeoGebra en la formación inicial del profesorado de primaria," Tesis doctoral, Universidad Autónoma de Madrid, España, 2012.
- [27] M. A. Eisenhart, "The Ethnographic Research Tradition in Mathematics Education Research," *Journal for research in mathematics education*, vol. 19, no. 2, pp. 99-114, 1988.
- [28] M. Artigue, "Learning Mathematics in a CAS environment: The genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work," *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, vol. 7, no. 3, pp. 245-274, 2002.
- [29] P. Verillon and P. Rabardel, "Cognition and artifacts: A contribution to the study of thought in relation to instrumented activity," *European Journal of Psychology of Education*, vol. 10, no. 1, pp. 77-101, 1995.
- [30] N. Ruiz-López, "GeoGebra Workshop for the Initial Teacher Training in Primary Education," *The International Journal for technology in Mathematics Education*, vol. 18, no.4, pp. 183-188, 2011.