



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MADRID

FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y EMPRESARIALES

TESIS DOCTORAL

Modelos geoestadísticos del precio de la vivienda: aproximación al conocimiento intraurbano de la ciudad de Madrid.

Mónica Navarrete Álvarez

Madrid, 2011

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE MADRID
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y EMPRESARIALES
Instituto Lawrence R. Klein
Doctorado en Modelización Económica Aplicada

TESIS DOCTORAL

Modelos geoestadísticos del precio de la vivienda: aproximación al conocimiento intraurbano de la ciudad de Madrid.

Presentada por:

Mónica Navarrete Álvarez

Dirigida por:

Dra. Coro Chasco Yrigoyen

Dra. Ana M^a López García

Madrid, 2011

Tribunal de tesis

- Presidente:** D. Antonio Pulido San Román, Doctor en Ciencias Económicas y Diplomado en Estadística por la Universidad Complutense de Madrid. Catedrático de econometría en la Facultad de CC. Económicas y Empresariales de la Universidad Autónoma de Madrid. España.
- Secretaria:** Dña. Juncal Cuñado Eizaguirre, Doctora en Economía Aplicada de la Universidad de Navarra; catedrática de Métodos cuantitativos de la Universidad de Navarra. España.
- Vocal 1:** D. Antonio Moreno Jiménez, Doctor en Filosofía y Letras (Geografía) por la Universidad Complutense de Madrid; catedrático del departamento de Geografía de la Universidad Autónoma de Madrid. España.
- Vocal 2:** D. Patricio Aroca González, Doctor en Economía de la Universidad de Illinois (USA), profesor titular y director del Instituto de Economía Aplicada Regional de la Universidad Católica del Norte. Chile. Es también profesor investigador afiliado al Laboratorio de Economía Regional Aplicada (REAL) de la Universidad de Illinois de los Estados Unidos.
- Vocal 3:** D. Ludo Peeters, Doctor en Ciencias Económicas Aplicadas de la Universidad Católica de Lovaina, Bélgica, profesor titular de econometría de la Facultad de Economía de la Empresa, Universidad de Hasselt, Diepenbeek-Hasselt. Bélgica.
- Suplente 1:** D. Fernando López Hernández, Doctor en Economía por la Universidad Politécnica de Cartagena, profesor titular del Departamento de Métodos Cuantitativos e Informáticos de la Universidad Politécnica de Cartagena. España.
- Suplente 2:** D. Francisco Javier Braña Pino, Doctor en Ciencias Económicas y Empresariales por la Universidad Complutense de Madrid, catedrático de economía aplicada del Departamento de Economía Aplicada de la Universidad de Salamanca. España.

Tabla de contenido

DEDICATORIA Y AGRADECIMIENTOS	13
1 CAPÍTULO INTRODUCCIÓN	15
1.1 ANTECEDENTES INICIALES	15
1.2 PROPUESTA DE INVESTIGACIÓN	18
1.3 OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN	21
1.3.1 <i>Objetivo General</i>	21
1.3.2 <i>Objetivos específicos</i>	21
1.4 HIPÓTESIS DE LA INVESTIGACIÓN	22
1.5 ESTRUCTURA DE LA TESIS	22
2 CAPÍTULO: LA CIUDAD EN EL CONTEXTO DEL FENÓMENO URBANO CONTEMPORÁNEO	25
2.1 FUNDAMENTOS TEÓRICOS DEL ESPACIO URBANO Y SU CONFIGURACIÓN ESPACIAL.....	26
2.1.1 <i>Antecedentes generales del fenómeno urbano</i>	26
2.1.2 <i>La ciudad como lugar de habitabilidad</i>	29
2.1.3 <i>Neologismos urbanos: naturaleza cambiante de la ciudad</i>	32
2.1.4 <i>Expansión de la gran ciudad</i>	35
2.1.5 <i>Configuración urbana contemporánea</i>	38
2.1.6 <i>Características del fenómeno urbano contemporáneo</i>	42
2.1.7 <i>Causas explicativas del crecimiento de las ciudades</i>	44
2.1.7.1 <i>Teoría del ciclo urbano</i>	45
2.1.7.2 <i>Teoría del filtro urbano</i>	46
2.1.8 <i>Modelos de concentración/dispersión territorial urbana</i>	47
2.1.8.1 <i>Modelo de Ciudad monocéntrica</i>	50
2.1.8.2 <i>Modelo de ciudad policéntrica</i>	54
2.1.9 <i>Grado de concentración morfológica y/o funcional de las ciudades</i>	56
2.1.10 <i>Efecto acogida de las ciudades centrales</i>	58
2.2 VALORACIÓN DEL FENÓMENO URBANO.....	60
2.2.1 <i>Indicadores de medición del fenómeno urbano en las ciudades</i>	61
2.2.2 <i>Indicadores urbanos en Europa: “Proyecto Urban Audit”</i>	63
2.2.2.1 <i>Indicadores por desagregación territorial</i>	67
2.3 EL PRECIO DE LA VIVIENDA COMO INDICADOR DE APROXIMACIÓN AL FENÓMENO URBANO	70
2.3.1 <i>Valoración económica y social de la vivienda</i>	71
2.3.2 <i>El mercado de la vivienda</i>	73
2.3.2.1 <i>Características del mercado de la vivienda</i>	73
2.3.2.2 <i>Determinantes del precio de la vivienda</i>	75
2.3.2.2.1 <i>Las tasas de interés de las hipotecas</i>	75
2.3.2.2.2 <i>Factores demográficos</i>	76
2.3.2.2.3 <i>La Renta familiar</i>	76
2.3.2.2.4 <i>Construcción y gastos de gestión</i>	77
2.3.2.2.5 <i>Suelo</i>	77
2.3.3 <i>Ajuste del mercado</i>	78
2.3.4 <i>Medición del precio de la vivienda</i>	78
2.3.4.1 <i>Tipologías de precios disponibles de vivienda</i>	79
2.3.5 <i>Beneficios de la valoración del precio</i>	80
2.3.6 <i>Relación entre el espacio urbano y la vivienda</i>	81

2.3.7	<i>Dependencia espacial entre los bienes urbanos.</i>	83
3	CAPÍTULO: ASPECTOS GENERALES DE LA ESTIMACION ESPACIAL.	85
3.1	EL TERRITORIO Y LOS DATOS ESPACIALES	86
3.1.1	<i>Naturaleza de los datos espaciales.</i>	87
3.1.1.1	<i>Georreferenciación.</i>	87
3.1.1.2	<i>Multidireccionalidad.</i>	88
3.1.1.3	<i>Multidimensionalidad.</i>	88
3.1.2	<i>Representación de los datos espaciales.</i>	89
3.1.3	<i>Cambio de escala de los datos espaciales.</i>	89
3.1.4	<i>Vecindad espacial.</i>	90
3.1.5	<i>Efectos espaciales en los datos territoriales.</i>	91
3.2	MODELIZACIÓN CON DATOS ESPACIALES.	92
3.2.1	<i>La Econometría Espacial.</i>	92
3.2.2	<i>La Geoestadística.</i>	93
3.2.2.1	<i>Teoría de las variables regionalizadas.</i>	95
3.3	LA INTERPOLACIÓN ESPACIAL COMO TÉCNICA DE APROXIMACIÓN TERRITORIAL.	97
3.3.1	<i>Conceptos generales de la interpolación espacial.</i>	99
3.3.2	<i>Aplicaciones de la interpolación espacial en lo urbano</i>	101
4	CAPITULO: MÉTODO GEOESTADÍSTICO DE INTERPOLACIÓN ESPACIAL.	107
4.1	ANÁLISIS GEOESTADISTICO DE LA DEPENDENCIA ESPACIAL.	108
4.1.1	<i>Análisis exploratorio de datos (AED)</i>	108
4.1.2	<i>Análisis estructural de la dependencia espacial.</i>	109
4.1.2.1	<i>Concepto de dependencia espacial.</i>	110
4.1.2.2	<i>Estimadores de la dependencia espacial.</i>	111
4.1.2.2.1	<i>Estadístico I de Moran.</i>	112
4.1.2.2.2	<i>Diagrama de dispersión de Moran.</i>	114
4.1.2.2.3	<i>Variograma.</i>	114
4.2	DETECCIÓN Y MODELIZACIÓN DE LA DEPENDENCIA ESPACIAL MEDIANTE EL VARIOGRAMA.	116
4.2.1	<i>Variograma experimental.</i>	116
4.2.1.1	<i>Elementos básicos del semivariograma.</i>	118
4.2.1.2	<i>Indicador de dependencia espacial (IDE).</i>	119
4.2.1.3	<i>Cálculo del semivariograma a partir de los datos.</i>	120
4.2.1.3.1	<i>Número de observaciones $N_p(h)$ y/o pares de datos.</i>	120
4.2.1.3.2	<i>Distancia h y número de intervalos nh.</i>	121
4.2.1.3.3	<i>Dirección ϑ.</i>	122
4.2.1.4	<i>Análisis de anisotropía mediante el semivariograma.</i>	125
4.2.1.5	<i>Limitaciones del semivariograma.</i>	126
4.2.2	<i>Variograma teórico.</i>	127
4.2.2.1	<i>Modelos autorizados de variograma.</i>	129
4.2.2.1.1	<i>Modelos con meseta.</i>	130
4.2.2.1.2	<i>Modelos sin meseta.</i>	133
4.2.3	<i>Ajuste a modelos de variogramas</i>	134
4.2.4	<i>Validación cruzada del modelo de variograma o "Cross-validation".</i>	135
4.3	PREDICCIÓN POR INTERPOLACIÓN ESPACIAL KRIGING.	136
4.3.1	<i>Definición del Kriging.</i>	136
4.3.2	<i>Tipologías de Kriging.</i>	139

4.3.3	<i>Planteamiento básico del Kriging</i>	142
4.3.3.1	<i>Kriging simple</i>	144
4.3.3.2	<i>Kriging ordinario</i>	147
4.3.3.3	<i>El Kriging en presencia de no-estacionariedad</i>	153
4.3.4	<i>Derivaciones locales del Kriging</i>	157
5	CAPÍTULO: EL PRECIO COMO MEDIDA DE ACERCAMIENTO URBANA DE MADRID	159
5.1	ANTECEDENTES PREVIOS SOBRE EL FENÓMENO URBANO EN MADRID.....	160
5.2	PLANTEAMIENTO DE LA INVESTIGACIÓN APLICADA.....	163
5.2.1	<i>Aspectos sobre la investigación y aplicación empírica</i>	164
5.2.1.1	<i>Utilización y comparación de la técnica</i>	164
5.2.1.2	<i>Técnicas de valoración de la dependencia espacial</i>	165
5.2.1.3	<i>Observación del territorio urbano</i>	166
5.2.2	<i>Datos y sistema de información empleados</i>	167
5.3	ANÁLISIS ESTRUCTURAL DEL PRECIO DE LA VIVIENDA EN MADRID	171
5.3.1	<i>Autocorrelación espacial de Moran</i>	174
5.3.1.1	<i>Semivariograma</i>	177
5.3.2	<i>Observación territorial de la dependencia espacial</i>	181
5.3.2.1	<i>Observación en el Municipio:</i>	181
5.3.2.2	<i>Observación de la almendra central</i>	184
5.3.2.3	<i>Observación en el distrito:</i>	186
5.3.3	<i>Estimación univariante por interpolación espacial</i>	188
5.3.3.1	<i>Interpoladores para la ciudad de Madrid</i>	189
5.3.3.2	<i>Representación visual de la interpolación para Madrid capital</i>	190
5.3.3.3	<i>Predicción mediante interpolación</i>	194
5.3.3.4	<i>Representación visual de la interpolación para la almendra central</i>	196
5.3.4	<i>Estimación precio de la vivienda en la Comunidad de Madrid</i>	202
5.3.5	<i>Interpolación y Modelo de estimación por precios hedónicos</i>	210
5.3.5.1	<i>El modelo</i>	211
5.3.5.2	<i>Resultados comparados de las modelizaciones</i>	212
5.3.5.3	<i>Estimaciones por distrito</i>	215
5.3.5.4	<i>Observaciones generales:</i>	217
5.3.5.5	<i>Análisis estructural de los errores del modelo</i>	218
5.3.5.6	<i>Valoración de la dependencia espacial según la dirección</i>	222
5.4	OBSERVACIÓN DEL FENÓMENO URBANO EN LA COMUNIDAD DE MADRID.....	226
6	CAPÍTULO: CONCLUSIONES Y COMENTARIOS FINALES	235
6.1	CONCLUSIONES RELACIONADAS CON LA INVESTIGACIÓN TEÓRICA.	237
6.1.1	<i>Aproximación al fenómeno urbano contemporáneo: capítulo 2</i>	237
6.1.2	<i>Estimación espacial de lo urbano: capítulo 3</i>	238
6.1.3	<i>Método geoestadístico de interpolación espacial: capítulo 4</i>	240
6.2	CONCLUSIONES RELACIONADAS CON LA OBSERVACIÓN DE LA DEPENDENCIA ESPACIAL.	242
6.3	CONCLUSIONES RELACIONADAS CON LA OBSERVACIÓN DEL PRECIO DE LA VIVIENDA EN LAS DIFERENTES ESCALAS TERRITORIALES.....	244
6.4	CONCLUSIONES RELACIONADAS CON EL FENÓMENO URBANO.	246
1	DOCUMENTOS ANEXOS	249
1.1	ANEXO 1: SOBRE LA GEOESTADÍSTICA Y SU GÉNESIS	249
1.1.1	<i>El nacimiento de la geoestadística</i>	249

1.1.2	<i>Formalización de la geoestadística</i>	250
1.1.3	<i>Desarrollo de la geoestadística</i>	252
1.1.4	<i>LA GEOESTADÍSTICA EN ESPAÑA</i>	255
1.1.4.1	<i>Universidad de Granada, precursora de la aplicación Geoestadística en España</i>	256
1.1.4.2	<i>Universidad Castilla La mancha; aplicación de la Geoestadística predictiva en variables socioeconómicas</i>	258
1.1.4.3	<i>Universidad Jaume I de Castellón; desarrollo de la Geoestadística espacio-temporal</i> ..	260
1.1.4.4	<i>Otros aportes a la Geoestadística en el contexto español</i>	261
1.2	ANEXO 2: TEORÍA DE LAS VARIABLES REGIONALIZADAS: HIPÓTESIS	265
1.1.1	<i>Función aleatoria estacionaria en sentido estricto</i> :.....	266
1.1.2	<i>Función aleatoria estacionaria de segundo orden (o estacionariamente débil)</i> ,.....	267
1.1.3	<i>Función aleatoria intrínseca o estacionaria débil</i> :.....	269
1.1.4	<i>Función aleatoria no estacionaria</i> :	270
1.3	ANEXO 3: ANTECEDENTES DE LAS TÉCNICAS DE INTERPOLACIÓN ESPACIAL	271
1.3.1	<i>Sinopsis de las técnicas de interpolación espacial</i>	271
1.3.2	<i>Clasificación de las técnicas de interpolación</i>	272
1.3.2.1	<i>Tipo de elemento a interpolar</i>	272
1.3.2.2	<i>Técnicas exactas o aproximadas</i>	273
1.3.2.3	<i>Interpoladores graduales y abruptos</i>	274
1.3.2.4	<i>Determinísticos y estocásticos</i>	274
1.3.2.5	<i>Técnicas de interpolación directa y analítica</i>	275
1.3.2.6	<i>Locales o globales</i>	276
1.3.3	<i>Definición de algunas técnicas de interpolación</i>	277
1.3.3.1	<i>Distancia Inversa Ponderada (IDW)</i>	277
1.3.3.2	<i>Polinomio global</i>	278
1.3.3.3	<i>Polinomio local</i>	279
1.3.3.4	<i>Funciones de base radiales (RBF)</i>	279
1.3.3.5	<i>Kriging</i>	280
1.3.3.6	<i>Cokriging</i>	281
1.3.4	<i>Comparación de las técnicas de interpolación</i>	282
1.3.4.1	<i>Velocidad de interpolación</i>	282
1.3.4.2	<i>Interpoladores exactos e interpoladores inexactos</i>	282
1.3.4.3	<i>Flexibilidad</i>	283
1.3.4.4	<i>Suposiciones</i>	284
1.3.4.5	<i>Ventajas y desventajas</i>	284
1.4	ANEXO 4: ESTIMACION POR KRIGING LOCAL	287
1.4.1	<i>Regresión de ventana móvil (MWR)</i>	288
1.4.2	<i>Regresiones geográficamente ponderadas</i>	289
1.4.3	<i>Kriging con ventanas móviles (moving windows kriging MWK)</i>	290
1.4.4	<i>Kriging con ventanas móviles y variograma geográficamente ponderado (MWK- GWV)</i> ..	294
1.4.5	<i>Interpolación con ventanas locales de moran</i>	296
1.4.5.1	<i>Determinación de las ventanas locales de moran</i>	298
1.4.5.2	<i>Modelos de predicción local</i>	299
1.4.5.2.1	<i>Predicción estocástica parcelación 1, ventana 1</i>	299
1.4.5.2.2	<i>Predicción estocástica parcelación 1, ventana 2</i>	300
1.4.5.2.3	<i>Predicción estocástica parcelación 2, ventana 1</i>	300
1.4.5.2.4	<i>Predicción estocástica parcelación 2, ventana 2</i>	300
1.4.5.3	<i>Semivariogramas locales predicción estocástica</i>	301

1.4.5.4	<i>Estadísticas de errores predicción estocástica local</i>	303
1.4.5.4.1	<i>Predicción determinista parcelación 1, ventana 1</i>	303
1.4.5.4.2	<i>Predicción determinista parcelación 1, ventana 2</i>	304
1.4.5.4.3	<i>Predicción determinista parcelación 2, ventana 1</i>	304
1.4.5.4.4	<i>Predicción determinista parcelación 2, ventana 2</i>	305
1.4.5.5	<i>Estadísticas de errores predicción determinista local</i>	305
1.4.6	<i>Análisis predicción local de moran:</i>	306
1.4.7	<i>Predicción local de moran para valores ausentes</i>	310
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS		315

DEDICATORIA Y AGRADECIMIENTOS

Muchas cosas han pasado desde que, acompañada de mi esposo y cuatro niños, inicié un proyecto de tesis doctoral que me pondría a prueba en muchos sentidos. En alguna de ellas, quisiera retroceder en el tiempo para disfrutarlas, aprovecharlas al máximo, para revivirlas o para cambiarlas. La consecución de este proceso me enseñó que la antesala del éxito es difícil y dolorosa y que la humildad, la persistencia y el esfuerzo son necesarios para seguir avanzando.

De las externalidades de esta tesis tengo mucho que decir pero pido disculpas principalmente por todas aquellas ocasiones en que postergué, rechacé o no hice por su causa, y asumo su factura. Sin embargo, destaco que tengo la dicha de compartir la opción profesional con dos de mis hijos hoy estudiantes universitarios: Jorge, que optó por la minería, los GIS y el estudio de la Geoestadística y Rodrigo, que pronto comienza sus estudios en el área económica (y espero que derive a la economía espacial).

Sin duda de que Jorge, mi esposo y compañero de vida, es parte fundamental de este logro. Son demasiadas las ocasiones en que hemos compartido nuestros proyectos de tesis, ideas, fracasos, frustraciones, alegrías y también aquellas de aliento, dedicación y de apoyo. Tu éxito y hoy el mío son la mejor herencia académica para nuestros hijos. Te dedico este logro a ti y a nuestros hijos: Jorge, Rodrigo, Daniela y Marcelo. Dedico este logro también a mis padres, Raquel y Juan, y deseo que sirva como aliento a mis sobrinos, en sus proyectos personales.

Este logro no hubiera sido posible sin la contribución de muchas personas. Cómo no agradecer y reconocer el constante estímulo del Rector de la Universidad de Tarapacá, D. Emilio Rodríguez, y la confianza que depositó en mi persona (y en mi familia). Agradezco enormemente las palabras de aliento de mis compañeros de universidad: Sergio, Pablo,

Ángel, Francisco, Daniel y Ricardo, entre otros. También agradezco a mis amigos: Marta, Jenny, Mariana, Alvarito, Juan, Isabel y Teresa.

El doctorado y la estancia en Madrid me permitieron conocer a grandes personas en el Instituto L. R. Klein, a quienes estoy muy agradecida por sus lecciones académicas, pero aún más por sus lecciones intelectuales de lo que es ser docente, maestro (a) e investigador, como el profesor Antonio Pulido, Julian Pérez, Pedro Chasco, José Vicens, Sofía García, Eva Medina y, por supuesto, a Milagros Dones.

Sin embargo, faltan palabras para expresarme hacia CORO y ANA, mis tutoras de tesis y formación doctoral.

“Si he visto más lejos ha sido subiéndome a hombros de gigantes”.

Newton, 1676.

Estimadas Coro y Ana, solo hombros como los suyos permitieron conocer y apasionarme por una línea de investigación tan dura y complicada como la geoestadística y la modelización espacial. Reciban ustedes el mayor de los agradecimientos y mis muestras de aprecio personal por todo el esfuerzo y dedicación que, en estos cinco años, me han brindado. La complementariedad en sus conocimientos y pensamientos me guiaron por un camino, no exento de tropiezos y del que siempre me levantaron y abrieron puertas de salida.

Estimada Coro, aunque naciera nuevamente no podría acumular la gran cantidad de conocimientos que usted posee y, ni mucho menos, su capacidad de transmitir con sencillez, lo difícil y complicado. Su pasión y rigurosidad extrema por la buena investigación; son cualidades que admiro muchísimo y espero no defraudar en su decisión de guiarme en la formación doctoral. Estimada Ana, su asertividad y sutileza para transmitir conocimientos técnicos acompañados por experiencias de vida son sin duda grandes legados que me ayudaron a mirar la vida de otra forma. Un abrazo eterno a ambas.

1 Capítulo INTRODUCCIÓN

¿Por qué estudiar el fenómeno urbano en la ciudad y su microterritorio?

¿Por qué proponer como indicador de acercamiento intraurbano al precio de la vivienda estimado mediante el interpolador espacial del Kriging?

- ✓ Esta tesis nace en respuesta al Proyecto de Auditoría Urbana que presenta un problema de “datos ausentes” en distintos niveles de desagregación espacial, relacionados con variables de contenido socioeconómico.
- ✓ A través de este proyecto, la Comisión Europea plantea el interés y preocupación por la observación de las ciudades, su entorno urbano y su desagregación interna.
- ✓ Aun cuando los fondos se distribuyen regionalmente, la Comisión reconoce que las ciudades son el motor del crecimiento regional además de ser el lugar de habitabilidad del 80% de la población europea. Pero, no todas las ciudades son iguales, ni las regiones tampoco. Las diferencias territoriales son enormes.
- ✓ Disponer de técnicas que permitan desagregar datos microterritoriales se convierte en objetivo de interés común a muchas realidades (países, regiones, etc) mientras que la consideración del espacio en la modelización económica, es un punto de interés personal.

1.1 Antecedentes iniciales

La población urbana crece y con ella las ciudades y el espacio urbanizado también. El espacio territorial, que en épocas pasadas se configuraba por una gran ciudad compacta de mayor densidad y otra unidad menos densa ubicada en la periferia rural, aparece hoy como un

modelo de urbanización extendido, que abarcaría desde el territorio de la ciudad central hacia el perímetro urbano. Dando así lugar a una “ciudad difusa/ciudad extendida” compuesta por muchas y pequeñas ciudades con identidad propia interconectadas entre sí mediante los ejes modales y las vías de comunicación.

En este enfoque es especialmente relevante la aparición simultánea de fenómenos de expansión de la urbanización en el perímetro y la revitalización de los centros urbanos, que la teoría urbana asocia al movimiento de inmigración/emigración selectiva de una población urbana. Movimientos debidos a cambios en la base económica, ubicación de los puestos de trabajo (desindustrialización, terciarización,...), la aparición de nuevas estructuras familiares (hogares monoparentales, solteros, divorciados, parejas sin hijos, alquiler compartido,...), llegada de población inmigrante con fines laborales; que unido a las políticas de regeneración de los centros urbanos, se argumentan como motor de crecimiento de la zona central.

En las zonas más periféricas se encuentran los hogares que buscan espacios más amplios y residenciales y que compensan el aumento de la distancia hacia el empleo con la disminución de valor y aumento del tamaño de la vivienda entre otros.

Si es así, las pautas observadas del fenómeno urbano en la ciudad central y su periferia urbana *¿son extrapolables al microterritorio de la ciudad central?* El análisis urbano considera a las ciudades como entidades socioeconómicas con auténtica autonomía en sí mismas, portadoras de mucha información sobre lo que acontece en el agregado país. Sin embargo, estas ciudades internamente muestran diferencias territoriales, sociales y económicas que son necesarias de valorar y cuantificar para la gestión de la intraciudad. Se advierte que el espacio se vuelve más homogéneo a gran escala y más fragmentado y

diferenciado a pequeña escala (Méndez y Rodríguez, 2007). Conocer el espacio microterritorial implica profundizar en la estructura económica, en el fenómeno urbano y las interrelaciones que se producen dentro de la ciudad mediante la generación y desagregación territorial de los indicadores de análisis puesto que; a mayor tamaño de la ciudad, lo más probable es que exista una mayor disparidad del indicador “dentro de la ciudad”.

La información disponible en las fuentes oficiales de datos, a nivel de distritos o barrios que componen la intra-ciudad, están referidas a las variables demográficas contenidas en el padrón municipal de habitantes destinadas a conocer la estructura demográfica de los habitantes. El censo de población y vivienda es también otra alternativa aunque asociado a un momento del tiempo determinado; y que provee información sobre las personas, los hogares, la vivienda, la ocupación y los estudios. Las variables de actividad económica como el PIB, el empleo o la renta, por ejemplo, no están disponibles con tal nivel de desagregación. Por tanto, su análisis ha de tomarse con el valor agregado en el que se encuentre disponible, asumiendo que las disparidades que pudieran existir dentro de la ciudad (o dentro de la provincia), están contenidas en el valor “medio” de la variable. Es posible un acercamiento al dato del microterritorio mediante los coeficientes de estimación de la variable obtenida por medio de algún método econométrico en un nivel de agregación mayor y, proyectado al nivel más desagregado mediante variables *proxy* disponibles en el mismo.

El proyecto de auditoría urbana dirigido por la DG XVI (Política regional y de Cohesión) sobre indicadores socioeconómicos para ciudades europeas bajo la conducción de los institutos de estadística nacionales, nace en respuesta a la necesidad de valoración del fenómeno urbano y es un buen ejemplo de esfuerzo mancomunado en la generación de

indicadores puesto que recoge datos para la zona urbana que rodea la gran ciudad (large urban zone), la gran ciudad misma (core) e indicadores de desagregación de la ciudad en niveles inferiores (subcity). Los indicadores del proyecto, se relacionan con la estructura de los hogares, condiciones de habitabilidad, gestión de la ciudad; participación ciudadana, renta de las familias, empleo y elementos urbanos como conectividad y transporte entre otros. Indicadores todos muy necesarios para el conocimiento de la ciudad, pero muy escasos de conseguir particularmente en el nivel de mayor desagregación microterritorial de la intra-ciudad

Los indicadores anteriores, sugieren que un acercamiento al conocimiento urbano requiere disponer de variables en diferentes niveles de desagregación que tengan implicancias en el mercado de bienes, en el mercado del trabajo; y que a su vez, provean de información de las familias y las empresas, de modo que se pueda observar la estructura urbana social y económica de la ciudad.

1.2 Propuesta de investigación.

En esta investigación se propone *utilizar el precio de la vivienda como variable de acercamiento al conocimiento de la configuración espacial de la intra ciudad.*

Si se observan diferencias en los precios de la vivienda entre dos zonas equidistantes y con características similares en cuanto a sus factores de atracción físicos y de accesibilidad, tal situación podría inferirse como representativa de la diferencia en la condición económica y social de quienes residen en esas zonas (Leal, 2002). La investigación sobre el aspecto social del fenómeno urbano indica que los hogares con características socioeconómicas similares tienden a ordenarse en

determinadas zonas del espacio urbano (Dujardin, 2010), transformando el lugar de habitabilidad compuesto por el vecindario y el entorno que le rodea en un espacio segregado en términos de valor económico de la vivienda y del ingreso de sus propietarios. En este sentido, la distribución espacial del precio de la vivienda ayuda a visualizar la ubicación espacial de las zonas urbanas respecto de determinados grupos de población y sus características socioeconómicas (Leal, 2002, García, 2007).

La propuesta tiene en cuenta que los valores de los bienes urbanos presentan dependencia espacial a pequeña escala y, en determinados casos, también a gran escala (Cano y Chica, 2004). La presencia de dependencia espacial en los valores de los bienes urbanos significa que éstos dependen de su localización en el espacio, por lo que los bienes próximos están relacionados entre sí y tienden a presentar valores similares. A medida que los inmuebles se encuentran más alejados, estas relaciones de dependencia y de similitud entre sus características y, por ende, entre sus valores, van disminuyendo, siendo la distancia o lejanía, una medida de localización relativa que depende de su ubicación respecto de los demás bienes urbanos. Las características de localización, difícilmente reproducibles de forma competitiva en el mercado inmobiliario a diferencia de lo que ocurre con las características constructivas de las edificaciones (Cano y Chica, 2004), ejercen una influencia determinante sobre el valor de los bienes urbanos y, en este caso en particular, sobre la valoración de la vivienda y se convierten en factores de atracción si afectan favorablemente el valor de la propiedad. Esta relación de dependencia espacial del precio de la vivienda y el valor que asume la misma variable en las zonas vecinas, recuerda las bases de la primera ley geográfica de Tobler (1970) que indica que “todo está relacionado con todo, pero las cosas cercanas aun más”, con lo cual la estimación del precio de la vivienda ha de

contemplar tanto la dependencia espacial de las observaciones como las características particulares de los datos vinculados al territorio.

Una técnica que considera la dependencia espacial de las observaciones, es la interpolación espacial del Kriging proveniente de la geoestadística. Con la interpolación espacial, no solo es posible conocer el precio medio de las viviendas en una escala geográfica en particular sino que además, el precio de cada vivienda según sus coordenadas de ubicación en esa zona espacial.

Por otro lado, la utilización del kriging en el precio de la vivienda de Madrid, permitirá identificar la tendencia espacial de la serie mediante una función continua que atraviesa todo el espacio muestral e informa sobre las diferencias en el valor de la serie localizadas por espacios geográficos con independencia de los límites administrativos. También permite que a partir del comportamiento de un soporte o escala de los datos (puntual) se pueda inferir la regionalización que tendría en otro soporte de áreas como el municipio, los distritos de una ciudad o entre sus barrios, por ejemplo (Chica et al 2004).

La investigación centra su atención en la ciudad central, puesto que si el incremento de la población urbanizada constituye un fenómeno, lo es aún más, el aumento del número de ciudades, la diversidad de su configuración espacial y la densidad de algunas de ellas y se espera que esta tendencia siga en aumento, lo cual supone un fuerte reto en temas de vivienda, infraestructuras, servicios y estadísticas. Se observa el fenómeno urbano que ocurre dentro de la ciudad de Madrid, capital de España, por ser el escenario de los principales hechos económicos, por su coexistencia con múltiples culturas, por su atractivo como metrópoli y porque representa un buen ejercicio de valoración del fenómeno en sus diferentes niveles territoriales. Se estima el precio de la vivienda mediante la técnica univariante de interpolación espacial y se comparan

los resultados con la estimación del precio mediante un modelo de precios hedónicos que integran variables relacionadas con el fenómeno urbano. La información de base se extrae del precio de la vivienda que los propietarios publican en portales inmobiliarios y para los cuales se dispone de información sobre tipo de vivienda (piso, ático, estudio, dúplex, chalet), metros cuadrados, nº de habitaciones, nº de baños, con o sin garaje, piscina, terraza, ascensor etc.; con información sobre estado del inmueble (a reformar, obra nueva, buen estado) entre otros.

1.3 Objetivos de la investigación.

1.3.1 Objetivo General

La investigación realizada, contiene un doble objetivo. El primero es inherente al proyecto de indicadores urbanos y que consiste en *“estimar datos ausentes de contenido socioeconómico en escalas microterritoriales y proponer entre otros, el uso de las técnicas de interpolación espacial en general y las técnicas de interpolación de la geoestadística en particular”*.

Mientras que el segundo se relaciona con la propuesta de *“utilización del precio de la vivienda estimado mediante el kriging, como variable de apoyo en la aproximación al conocimiento del fenómeno urbano en las distintas escalas del territorio y en particular, del microterritorio”*.

1.3.2 Objetivos específicos

1. Evaluar si hay alguna relación entre la distribución territorial del precio de la vivienda, la localización de los bienes urbanos y la distribución demográfica y socioeconómica en Madrid.

2. Evaluar la tendencia espacial del precio de la vivienda en diferentes niveles de desagregación territorial de Madrid, en particular; dentro de los distritos y barrios de la ciudad de Madrid.
3. Evaluar la predicción de variables socioeconómicas mediante el interpolador espacial del Kriging y el uso del interpolador como técnica de desagregación espacial.
4. Obtener un acercamiento al tipo de configuración urbana presente en la ciudad de Madrid.

1.4 Hipótesis de la investigación.

La estructura urbana subyacente en los bienes urbanos y en particular en el precio de la vivienda, es adecuadamente recogida por la técnica de interpolación espacial, de modo que la tendencia de la dependencia espacial se transforma en un buen indicador sobre la distribución del fenómeno social y económico dentro de la ciudad.

1.5 Estructura de la tesis.

La tesis se estructura en seis capítulos, siendo el primero de ellos, este capítulo introductorio. El capítulo 2 expone algunos antecedentes sobre el fenómeno urbano contemporáneo y la revisión de diversos neologismos que intentan dar nombre a la naturaleza cambiante de la *civitas* moderna, así como los modelos de concentración/dispersión urbana que ayudan a entender la configuración urbana. Se dedica un apartado a destacar la importancia de las ciudades como lugar de habitabilidad de un número creciente de personas. También se dedica un apartado a las iniciativas que buscan cuantificar el fenómeno urbano mediante la recogida de indicadores socioeconómicos en

distintos niveles de agregación y, en particular, al proyecto de Auditoría Urbana desarrollado en el Instituto Universitario de Predicción Económica Lawrence R. Klein de la Universidad Autónoma de Madrid, bajo el cual nació esta investigación doctoral como una forma de evaluar técnicas de estimación de variables socioeconómicas ausentes en el microterritorio de ciudades españolas, que servirían para construir indicadores de aproximación el fenómeno urbano en España. Por último, se dedica un apartado que repasa algunos conceptos elementales del mercado de la vivienda y el precio a fin de sustentar la hipótesis de que la modelización de la dependencia espacial, contenida en el valor de la vivienda y en su relación con los bienes y el espacio urbano, puede ser utilizada en el acercamiento microterritorial.

El tercer capítulo expone un apartado sobre algunos aspectos espaciales de la estimación en el microterritorio, otro apartado dedicado a la Geoestadística y teoría de las variables regionalizadas que sustentan la interpolación espacial del método Kriging.

El cuarto capítulo, se centra en el método geoestadístico de predicción espacial del Kriging, técnica que permite inferir la regionalización que tendría una variable en diversos soportes de áreas, con especial atención en la valoración y cuantificación de la dependencia espacial mediante herramientas de las Geoestadística y de la Econometría espacial.

El quinto capítulo plantea la investigación empírica en tres grandes apartados: la revisión de interpolación espacial como técnica de predicción espacial univariante, el análisis de la dependencia espacial mediante la combinación de las herramientas de la econometría espacial y la Geoestadística y la observación microterritorial en diferentes escalas del territorio urbano. Este capítulo se inicia con una revisión sobre el aspecto urbano en Madrid, luego se realiza una

descripción de la investigación y posteriormente se centra en observar la capacidad de la variable de precio para transmitir información sobre la actividad social y económica a nivel microterritorial, que pueda servir como indicador de información para aproximarse al fenómeno urbano que acontece en la intraciudad de Madrid. Con este apartado, se pretende aportar información al conocimiento de la zona urbana central de Madrid y, de paso, contribuir en la búsqueda de técnicas que permitan una aproximación al conocimiento y valoración de la intra ciudad.

Finalmente, el capítulo seis, presenta las principales conclusiones que pueden extraerse del trabajo de investigación desarrollado en esta tesis doctoral y las líneas futuras de investigación.

2 Capítulo: LA CIUDAD EN EL CONTEXTO DEL FENÓMENO URBANO CONTEMPORÁNEO.

¿Cuál es el rol de la ciudad central dentro de la configuración urbana contemporánea? ¿Cómo se configuran espacialmente las ciudades? ¿Qué indicadores se utilizan para valorar la distribución urbana?

ESQUEMA GENERAL DEL CAPITULO

- 2.1 FUNDAMENTOS TEÓRICOS DEL ESPACIO URBANO Y SU CONFIGURACIÓN ESPACIAL
 - Antecedentes generales,
 - La ciudad como lugar de habitabilidad,
 - Configuración urbana contemporánea,
 - Modelos de concentración/dispersión territorial urbana.
- 2.2 VALORACIÓN DEL FENÓMENO URBANO
 - Indicadores de medición del fenómeno urbano en las ciudades,
 - Indicadores urbanos en Europa: "Proyecto Urban Audit".
- 2.3 EL PRECIO DE LA VIVIENDA COMO INDICADOR DE APROXIMACIÓN AL FENÓMENO URBANO
 - Valoración económica y social de la vivienda,
 - Medición del precio de la vivienda,
 - Relación entre el espacio urbano y la vivienda,
 - Dependencia espacial entre los bienes urbanos.

En este capítulo se exponen algunos antecedentes sobre el fenómeno urbano contemporáneo, que muestra un crecimiento demográfico de las centralidades urbanas y en sus zonas periféricas, dando origen a una ciudad difusa o ciudad extendida que se desarrolla a lo largo de los ejes viales (donde cada nodo de esta red intenta potenciar sus atractivos como lugar de habitabilidad). Se dedica un apartado a destacar la importancia de las ciudades como lugar de habitabilidad de un número creciente de personas, se realiza un repaso de diversos neologismos que intentan dar nombre a la naturaleza cambiante de la civitas moderna, así como los modelos de concentración/dispersión urbana que ayudan a entender la configuración urbana.

El apartado 2, expone algunas iniciativas que buscan cuantificar el fenómeno urbano con indicadores socioeconómicos en distintos niveles de agregación. Se dedica un apartado al proyecto de Auditoría Urbana que originó esta investigación doctoral como evaluación de técnicas de estimación de variables ausentes en el microterritorio de ciudades españolas. El tercer apartado se dedica a evaluar el precio como variable de acercamiento al espacio urbano.

2.1 Fundamentos teóricos del espacio urbano y su configuración espacial

El dinamismo experimentado por las ciudades forma parte de un fenómeno urbano que llama la atención en cuanto a la aparición de los procesos económicos, socio-demográficos y tecnológicos que transforman el espacio geográfico y que determinan nuevos patrones de configuración urbana. Dinamismo que se patentó en la extensa investigación acumulada sobre este fenómeno y que cubre lo ocurrido en las grandes zonas, sea ésta la ciudad principal o la zona urbana circundante. Las consideraciones relacionadas con la diversidad y heterogeneidad del espacio urbano y la complejidad de las variables requeridas en el proceso de observación del fenómeno urbano, requieren de un cuerpo de conocimientos mínimo que permita un acercamiento a la estimación de la realidad del espacio urbano.

2.1.1 Antecedentes generales del fenómeno urbano.

El fenómeno urbano, como expresión de las actuaciones de los agentes urbanos, ha generado una extensa y variada literatura que puede resultar abrumadora e incluso confusa para quien se inicia en su investigación. Intentar resumir y esquematizar la investigación derivada del fenómeno urbano, responde a un objetivo ambicioso que escapa al ámbito de esta investigación. Sin embargo; de las referencias consultadas se infiere que éstas buscan describir, analizar y contextualizar temporal y evolutivamente el estado del fenómeno, a fin de identificar las causas, cuantificar y/o predecir los efectos de la urbanización sobre las personas, sobre el territorio y sobre el estado y uso de recursos disponibles del planeta. El resultado de tales investigaciones, contribuye a generar un cuerpo de conocimiento sobre

el estado del fenómeno urbano en función del método de investigación empleado, del carácter multidisciplinar del fenómeno y de la conducción orientativa del estudio y que centra principalmente la observación de la ciudad y la zona urbana extendida.

La investigación urbana da cuenta de ciudades que se reinventan, ciudades que crecen, decrecen, ciudades que nacen y ciudades que se transforman, originando cambios en las estructuras del espacio urbano que potencia la supremacía de ciudades centro, la aparición de otras en las periferias urbanas que se desarrollan a su alrededor y en el dinamismo de unos frente a la exclusión y el declive de otros (Méndez y Rodríguez, 2007). Mientras que en la extensión, se evalúa la urbanización (como unidad global que integra ciudad central y periferia urbana) y su relación con el territorio rural mediante estudios que analizan sus efectos sobre las transformaciones del espacio rural (Ávila, 2001) o buscan una explicación a las relaciones espaciales urbanas y/o transformaciones morfológicas y estructurales del territorio (por ejemplo, Gallo et al 2010, Pain, 2008, Carut, 2006, Díaz y Lourés, 2003).

Desde la geografía, Aguilera et al (2011) presentan un estudio conjunto del territorio y tiempo mediante el uso de cartografía de ocupación urbana, obtenidos con el apoyo de los Sistemas de Información Geográfica (SIG). Los autores realizan una simulación del crecimiento urbano en el área metropolitana que se identifica como la gran ciudad y el crecimiento que crece alejado de esta zona y que se extiende siguiendo unos patrones nodales (nudos de comunicación) también entendido como aquel crecimiento lineal que aparece en el territorio anexo a las vías de comunicación. Este crecimiento se expresa mediante la urbanización el territorio en torno a las ramificaciones radiales de la gran ciudad (Méndez y Rodríguez, 2007; Cardona, 2008) y que

observado a nivel global, se muestra como una imagen de ciudad dispersa o ciudad difusa en forma de red (Dematteis, 1998).

La investigación también se centra en valorar el peso que cada unidad de observación tiene sobre el espacio urbano, mediante modelos analíticos o descriptivos que cuantifican las causas de la concentración o de la dispersión urbana desde diferentes ópticas como la planificación urbana, el desarrollo y sostenibilidad (Muñiz et al 2006), el efecto demográfico y social de la urbanización (Kim y Galiani, 2009; Cardoso y Ortiz, 2010; Brueckner y Largey, 2008; Ciraci y Kundak, 2000), la relación entre la distribución territorial de la población urbana con el estilo y calidad de vida (Royuela et al 2008; Gutiérrez y García, 2007a; Cardona, 2008; Mayor y Hernández, 2000). Otros estudios se centran en el uso de métricas espaciales sobre el territorio, la medición de las huellas ecológicas y su relación con el crecimiento urbano (Thomas et al 2007; Seto y Fragkias, 2005), en la detección de los factores de movilidad, atracción laboral o residencial a la gran ciudad como son el PIB, las rentas de los hogares o el precio de la vivienda (García, 2010; Ahlfeldt, 2008, Garocho y Campos; 2007; Naess; 2006; Baumont et al;2003, Zandvliet y Dijst, 2006, Brueckner y Martin, 1997), la detección y evaluación de las economías de aglomeración (Ahlfeldt y Wendland, 2010), por mencionar algunos.

La ampliación de la urbanización como resultado de una concentración urbana -que en algunos casos llega a sobrepasar los límites administrativos de la ciudad central (ONU, 2001)- afecta a los límites de influencia de la gran ciudad (Méndez y Rodríguez, 2007; Cardona, 2008), transfiriendo con ello parte de la centralidad al desarrollo de territorios urbanos, en función de la movilidad espacial de los agentes urbanos y del grado de dependencia de la gran ciudad (Royuela et al,

2008). Así, la concentración de ciertas actividades en el área central del espacio urbano y la desconcentración de otras en el área perimetral, genera espacios urbanos que buscan consolidarse territorialmente como lugar atractivo de operatividad y de habitabilidad, potenciando y destacando su propia dinámica interna (Gallo et al, 2010; Dematteis, 1998).

2.1.2 La ciudad como lugar de habitabilidad

Si se contextualiza la urbanización de acuerdo al grado de concentración poblacional en un espacio territorial, entonces este momento califica como el periodo de urbanización del planeta tierra. La población urbana crece y con ella las ciudades y el espacio urbanizado también. Si entre el año 1900 y el año 2000 la población mundial se ha multiplicado por 3,75 en 100 años, la población urbana lo hizo en 12 veces en este período, equivalente a un crecimiento 3 veces superior. Periodo que incrementa en 40 millones de personas al año viviendo en zonas urbanas, con un incremento semanal de 0,7 millones de personas por semana. En esos 100 años, la tasa de urbanización mundial (población viviendo en zonas urbanas sobre la población total) del 38% paso al 50% en el año 2007 y se espera que entre el año 2015 y 2050, aproximadamente 6,3 mil millones de personas vivan en zonas urbanas, lo que equivale al 70% de la población global proyectada de 9 mil millones (véase estos valores en la tabla 1). Sin embargo, si el incremento de la población urbanizada constituye un fenómeno, lo es aún más, el aumento del número de ciudades y la densidad de algunas de ellas. Entonces, se justifica una mirada hacia la “naturaleza y causa de la riqueza de las ciudades” como diría hoy Adam Smith.

Si en el año 1900 había 10 grandes ciudades que sobrepasaban el millón de habitantes, en el 2000 se habían multiplicado casi por 40 y ya

en el año 2010 hay más de 500. En el año 1950 había dos ciudades con más de 10 millones de habitantes, en el 2007 hubo 17 y en el 2015 se espera que sean 27, con 9 de ellas que superarían los 20 millones de habitantes (Population Reference Bureau, 2011). Este crecimiento poblacional, impacta en la distribución urbana. Aún cuando el número de ciudades de gran tamaño aumenta, la mayor parte de la población urbana del mundo vive en ciudades pequeñas y medianas (37% en el 2000 al 22% en el 2050), las cuales ahora están experimentando un crecimiento más rápido que las grandes urbes en el mayor número de países (United Nations Population Division, 2001).

Tabla 1. Población urbana y población mundial.

Año	Población mundial (millones)	Población urbana (millones)	Población urbana (%)	Nº ciudades ≥ 1 millón hab.	Población en grandes ciudades (%)
1900	1600	250	15	10	
1950	2500			86	
1975	5600	2128	38		
2000	6000	3000	47	388	37
2010	6800	3400	50	500	
2050	9000	6300	70	550	22

Fuente 1: U.S.Census Bureau, Citypopulation (2010) y World Urbanization Prospects: The 2007. Revision

Que la mitad de la población mundial reside y trabaja en zonas urbanas, evidencia una desigual concentración y distribución sobre el espacio territorial que se observa en los cambios en el volumen, composición y dirección de los flujos migratorios hacia la gran ciudad y en su entorno circundante como ciudad extendida (Camarero, 2002). Las causas de tal configuración urbana espacial, se deben en parte al crecimiento demográfico natural de la población que vive en ciudades, a la migración de áreas rurales hacia las ciudades, a una conversión de pequeñas unidades de asentamiento ubicadas en la periferia lejana a la

ciudad y que crecen en torno a las vías de conexión y, por último, la absorción de la gran urbe, sobre los territorios de la periferia de las ciudades y que crece más en extensión que en población.

La ciudad ocupa un lugar central en el espacio urbano ya sea como unidad social (civitas), unidad urbana (espacio construido) o unidad política (límite territorial de gobernabilidad). La ciudad fundamenta su existencia en la historia con diversos hechos que muestran que las personas han encontrado más ventajoso “convivir” de forma concentrada y permanecerán en ella mientras sigan valorando tal convivencia (Royuela et al, 2008). La ciudad les provee un conjunto de servicios a los que la habitan y a quienes la visitan. Servicios entre los que se encuentra la vivienda, el trabajo y la provisión de bienes y servicios. Como centros de consumo, las ciudades poseen una fuerza de atracción sobre los consumidores, mediante el enganche de atractivos derivados del mayor acceso a los centros de producción y distribución de bienes y servicios que se encuentran generalmente en las grandes ciudades (Gleaser, 2001; Lee y Gordon, 2007). Como unidades económicas, las ciudades son poseedoras de la mayor concentración de actividades productivas. Las empresas de las grandes ciudades tienden a tener una mayor productividad, ya que puede reducir los costos de producción o facilitar la innovación competitiva, debido a las economías de aglomeración que surgen de una variedad de fuentes. Mella y Chasco (2005) destacan que la provisión de servicios avanzados, la concentración de centros científicos y técnicos, las calificaciones especializadas de la mano de obra y la existencia de grandes mercados de consumidores y proveedores influyen de modo determinante en la expansión de las ciudades. Factores que se identifican como atributos urbanos sobre todo de carácter intangible y calificados por los autores como decisivos para el crecimiento económico de las ciudades españolas. Las economías de escala relacionadas con las ganancias de productividad derivadas de la interacción con otros agentes de la ciudad

así como las deseconomías que surgen de la aglomeración urbana, transforman a la ciudad en un sistema abierto en constante cambio y que se manifiesta principalmente en los cambios físicos y sociales que se expresan en ella.

Como centro de hábitat, las ciudades son gestionadas mediante el uso, por ejemplo; de la planificación espacial, mejora de sus infraestructuras, recogida de residuos, gestión de la energía y fomento del uso del transporte público en aras de la calidad de vida de los residentes (Ciudades Europeas Sostenibles, 1996). Sin embargo, las ciudades también entran en el debate público cuando la sociedad organizada reclama el “Derecho a la Ciudad¹” como un nuevo Derecho Humano colectivo (ONU-Habitat, 2011), indicando que todas las personas tienen el derecho a encontrar en la ciudad las condiciones necesarias para el ejercicio de sus derechos políticos, económicos, sociales, culturales y ambientales. Siendo así un objetivo de la planificación urbana generar las condiciones para el desarrollo de una vida digna y de calidad para todas las personas en la ciudad, tanto en lo individual como en lo colectivo.

2.1.3 Neologismos urbanos: naturaleza cambiante de la ciudad

La creciente aparición de neologismos, que intentan dar nombre a la naturaleza cambiante de la *civitas* (espacio habitado) y de la *urbs*

¹ Algunos instrumentos propuestos por la sociedad civil son: Tratado por Ciudades, Villas y Poblados Democráticos, Equitativos y Sustentables (1992), Carta Europea de la Mujer en la Ciudad (1995), Carta por el Derecho de las Mujeres a la Ciudad (2004) Redes Feministas de América Latina, Carta Mundial por el Derecho a la Ciudad (2001 y 2005) y los propuestos en algunos gobiernos, tanto a nivel regional, nacional y local, sobre normas relacionadas con la protección de los Derechos Humanos en el contexto urbano como la Carta Europea de Salvaguarda de los Derechos Humanos en la Ciudad (2000), firmada hasta ahora por más de 400 ciudades; el Estatuto de la Ciudad de Brasil (2001), Carta de Derechos y Responsabilidades de Montreal (2006), la Carta por el Derecho a la Ciudad de México (2010) y la Carta-Agenda Mundial por los Derechos en la Ciudad (ONU-Habitat, 2011).

(espacio construido), es un síntoma de las dificultades para precisar el sentido, las claves explicativas y la dimensión del cambio estructural del fenómeno urbano contemporáneo y que intentan responder a una interpretación teórica² sobre las transformaciones de las nuevas formas urbanas resultantes³ (Vicente, 2003). De Matos (2001), indica que tales neologismos documentan los esfuerzos que se vienen desarrollando en pos de la identificación de las tendencias que estarían marcando el tránsito hacia la ciudad del futuro y de asimilar los rasgos y la conformación morfológica que la caracterizarían.

Cuando la investigación urbana centra su atención en el protagonismo cada vez mayor que ocupan las ciudades en el contexto económico les asigna el calificativo de ciudad global, ciudad mundial, ciudad planetaria o centros internacionales de negocios por ejemplo. Otros calificativos son utilizados para indicar los contrastes internos como ciudad collage, ciudad fractal, ciudad dual, micrópolis, o aquellos utilizados como unidad de aglomeración poblacional con significados contrapuestos (ciudad tradicional, ciudad del futuro), neologismos utilizados para caracterizar la ciudad en su contexto histórico (ciudad griega, ciudad medieval, ciudad moderna), o en su relación con el marco productivo/tecnológico y la estructura urbana (ciudad postindustrial, ciudad posfordista, véase, por ejemplo, Vicente, 2003). También, aquellos neologismos que relacionan la ciudad transformada por las tecnologías como ciberciudad, ciburbia, ciudad informacional, tecnópolis, telépolis, e-polis, softcity o city of bites, que expresan la idea

² Méndez y Rodríguez, (2007) revisan los argumentos que buscar explicar lo que es la ciudad e indican que debido a la imprecisión de ellas, la creciente aparición de neologismos puede llevar al lector a erróneas interpretaciones sobre el fenómeno urbano.

³ Formas urbanas donde el espacio globalizado y las tecnologías de las comunicaciones han contribuido a generar unas pautas de homogenización física y funcional de la ciudad -aunque originalmente diferenciada por su cultura- derivadas de la proliferación de franquicias o locales de ocio temático de carácter internacional que se desarrollan alrededor de unos centros comerciales (Díaz y Lourés, 2003), determinando con ello, unas características universales del residente urbano.

de una ciudad global o una ciudad que no se identifica con la distancia métrica como medida de vecindad, sino con la distancia virtual o conexión a-geográfica, que se posibilita con las tecnologías e instrumentos de comunicación e información y que se adquieren como atributos de vida urbana tales como el grado de conectividad y accesibilidad (Vicente, 2003). Por otro lado, al asociar a la ciudad con su grado de integración en la sociedad del conocimiento, se las califica de ciudad inteligente, ciudad creativa, ciudad moderna.

Otros términos que aluden un cambio en las formas espaciales que se expresan en sus límites exteriores, utilizan el cambio de escala para referirse a la ciudad (megalópolis, metrópolis, megaciudad, ciudad región), o aquellos vocablos relativos a su expansión más allá de unos límites bien definidos (metrópolis, ciudad policéntrica, metápolis,) y los términos que contienen una profunda alteración morfológica, funcional y social de las periferias metropolitanas (edge cities, ciudad jardín, ciudad dormitorio, ciudad satélite) o referido a aquellas palabras que intentan explicar el fenómeno de expansión urbana con vocablos como postsuburbia, conurbación, contra-urbanización, suburbanización, rururbanización y periurbanización.

Vicente (2003) reconoce que en esta diversidad de vocablos, hay unas tendencias mínimamente unificadas de lo que ocurre en las ciudades contemporáneas, tales como el reconocimiento de un modelo urbano preexistente en estado de crisis o transformación, sea por cambios tecnológicos, económicos y sociales. Se reconoce la aparición de un modelo urbano de baja densidad en la periferia de la ciudad central y que se corresponde con nuevas premisas y formas de la estructura económica como motor de la transformación urbana y territorial.

2.1.4 Expansión de la gran ciudad

Los vocablos de suburbanización, rururbanización y periurbanización referidos a la extensión de la gran ciudad hacia su área circundante, expresan en común el fenómeno de dispersión urbana y que acontece más allá de los límites territoriales dentro de los que opera la gran ciudad extendiendo, con ello, unos límites espaciales o de influencia de la ciudad extendida así, como el desarrollo de nuevos modelos de organización urbana derivados de ella (Ávila, 2001). Sin embargo, tienen particularidades que les diferencian.

La suburbanización es un proceso de expansión que se expresa en el paisaje urbano que caracteriza el cinturón que rodea a la gran ciudad, asociado a un crecimiento inicial de la población en la periferia y seguida por un aumento de las actividades industriales y de servicios originalmente ubicados en el área central (Formigo, 2005). Proceso que se representa físicamente mediante un paisaje diverso y que incorpora en sí mismo, el crecimiento poblacional originado en los suburbios. Cáceres et al (2002), en su análisis retrospectivo de la relación entre Suburbanización y suburbio, indica que la percepción del fenómeno de Suburbanización está fuertemente influenciado por la ambigüedad misma del concepto de suburbio, vocablo utilizado para referirse al crecimiento poblacional de la periferia urbana, carente de equipamiento y deficitario en servicios e infraestructura que, en buena parte de occidente, se asociaba a pobreza, prostitución o delito. Tal asociación se contrapone al concepto de expansión en las zonas colindantes a varias de las principales ciudades inglesas de fines del siglo XVIII, como alternativa conveniente para segmentos de hogares de rentas más altas.

Por tanto, el paisaje urbano contemporáneo que se configura alrededor de algunas ciudades como cinturón o corona urbana, da cuenta de las diferencias en la génesis del proceso de Suburbanización: Anexas a las

redes de autopistas metropolitanas surgen áreas residenciales diferenciadas por el poder adquisitivo de sus habitantes, por las formas arquitectónicas y los estilos de vida, con aislamiento intencional en algunos casos (muros de acceso), cuyo resultado no es sólo la extensión de lo urbano, sino la segmentación social y económica de sus habitantes (Gutiérrez y García, 2007a). Esta suburbanización de elite o suburbanización selectiva, que en la Europa mediterránea latina nace como un fenómeno difuso basado en “segundas residencias”, se introduce en el entorno de acogida mediante una suburbanización sin expansión de la ciudad como una convivencia marginal (Dematteis, 1998). Proceso que se revierte cuando la suburbanización va acompañada de una invasión y absorción de la ciudad sobre el territorio de acogida impactando morfológica, social y físicamente el entorno. Hecho que conlleva a la rururbanización⁴ o urbanización de lo rural al recibir una serie de elementos que proceden de las ciudades, yuxtaponiéndose y compitiendo en algunos casos; por áreas territoriales o de recursos (agua, por ejemplo).

Por otro lado, la segregación social que se acompaña con la expansión del fenómeno urbano también se expresa en la aparición de suburbios que crecen en las afueras de la gran ciudad compuesto por familias de menos ingresos que, atraídas por la concentración de la riqueza y la percepción de mayores “oportunidades” de prosperidad económica, se ven “obligados” a buscar zonas con precios más bajos de las viviendas. Viviendas que se ofrecen en zonas territoriales que las empresas inmobiliarias adquieren a menor costo, ya sea por la menor calidad de los suelos, problemas asociados a inundaciones, hundimientos o terrenos ubicados en zonas de la ciudad poco atractivas por su cercanía a elementos urbanos molestos y que se asocian a precios inferiores de

⁴ En Francia y España rururbanización y rururbanización significan la dinámica metropolitana que llega a los espacios rurales más lejos de la ciudad (Cardoso y Ortiz, 2010)

viviendas. En este sentido, la expansión inmobiliaria y el negocio de la misma, ha jugado un papel importante en la segmentación social del fenómeno de Suburbanización (De Matos, 2000).

El proceso contemporáneo de desconcentración urbana mirado desde la ciudad central o el proceso de expansión urbana referido a la extensión de la ciudad hacia la periferia urbana se asocia con una “desconcentración concentrada” (Dematteis, 1998) o “concentración descentralizada” (Pain, 2008), que la investigación relacionada distingue con el término de periurbanización⁵. Dematteis indica que mientras hay quienes asocian la urbanización dispersa como la continuación de la suburbanización, otros asumen como pertinente su tipificación como un fenómeno totalmente nuevo (Entrena, 2005 en citación a Arroyo, 2001). Con la incorporación del término periurbano, se ha identificado una zona de contacto entre dos ámbitos que tradicionalmente se consideraban opuestos: el rural y el urbano. Dos mundos con valores y objetivos distintos: una población rural vinculada a las actividades agropecuarias y una población urbana ligada a las funciones de la ciudad (Ávila, 2001).

La expresión territorial más clara del proceso de periurbanización lo constituye la conformación de coronas o espacios periféricos concéntricos, en los cuales se entrelazan actividades económicas y formas de vida que manifiestan características tanto de los ámbitos urbanos como de los rurales (Ávila, 2001). El espacio territorial dedicado predominantemente a actividades agrícolas, se convierte en un espacio combinado de múltiples funciones territoriales urbanas y rurales que es transformado por los residentes urbanos que viven en este espacio, pero que siguen conectados a la gran urbe. Cardoso y

⁵ “Periurbanización” sería la integración de los antiguos núcleos rurales a las dinámicas metropolitanas, como una consecuencia de la suburbanización (Cardoso y Ortiz, 2010)

Ortiz, (2010) distinguen en la periurbanización, las siguientes funciones que promueven la expansión territorial de las ciudades:

- Función *residencial*: que ofrece lugares habitacionales de distintas clases sociales;
- Función de *abastecimiento*: que distribuye para la ciudad y para el campo productos provenientes de la agricultura metropolitana, (avícolas, viveros, mercados de concentración, artículos alimenticios-limpieza-higiene personal, etc.) que se distribuyen para supermercados, materiales para la construcción (madera) y servicios (energéticos, agua potable, cloacales, cementerios, aeropuertos entre otros).
- Función *industrial*: la necesidad de espacio, bajo costo del suelo y proximidad a las rutas favorecen a las instalaciones industriales diversas en el periurbano.
- Función *social*: el periurbano ofrece a la población áreas de esparcimiento y recreación (clubes, parques ecológicos, cines, etc.), áreas educativas (institutos de enseñanzas, granjas educativas),
- Función *ecológica*: el periurbano puede tener la función de equilibrio de sistemas naturales de una región.

2.1.5 Configuración urbana contemporánea

El espacio territorial que en épocas pasadas se configuraba como una gran ciudad compacta, o ciudad madre como unidad organizativa de mayor densidad y una suburbanización de menor densidad ubicada en su periferia rural perfectamente definida, hoy aparece como un espacio territorial compuesto por la gran ciudad, una periferia urbana intermedia y la periferia rural. Esta periferia urbana intermedia resulta de la dispersión de la ciudad central y de la atracción de la periferia

rural⁶ que responde a la explosión y distribución demográfica y su correspondencia con las necesidades de urbanización mediante la densificación y/o extensión territorial hacia territorio periurbano.

La urbanización del espacio periférico entre la ciudad central y la periferia rural puede ser expresada evolutivamente como una división celular simbiote⁷ con la ciudad central respecto de la urbanización, pero no de la densidad poblacional, característica que le es transferida desde la ruralidad del entorno⁸, configurando así un escenario donde la gran ciudad y su entorno periférico urbano actúan en el espacio desde una perspectiva complementaria y no contrapuesta (Gallo et al, 2010)⁹. Tal como la expansión del crecimiento de una se externaliza o dispersa sobre la otra¹⁰, las economías o deseconomías se externalizan y, en

⁶ Tal afirmación corresponde a una inferencia realizada sobre la tasa de crecimiento demográfico de ambas zonas. Se reconoce la necesidad de fundamentar empíricamente esta afirmación mediante la cuantificación y comparación evolutiva de la tasa neta de movilidad demográfica residencial.

⁷ Del término simbiosis proveniente del griego “vivir-con”, propio de las ciencias naturales y que indica una relación estrecha entre dos organismos diferentes, que va más allá de una transferencia de energía (alimento). En este caso se utiliza en referencia al vocablo “convivir” de la ciudad extendida, que se conecta no solo por las vías de transporte (transferencia); sino por las relaciones bidireccionales entre ambas referidas a aspectos sociales, económicos y culturales entre otros.

⁸ Desde el análisis de la dispersión, la investigación se enriquece si se incorpora el efecto sobre lo rural como un doble proceso de desdensificación de la ciudad central y, en mayor medida, de densificación del espacio agrario desde el espacio agrario (Vicente, 2003). De obviar este análisis, la urbanización ya no solo desplaza estructural y físicamente al territorio, sino que la excluye respecto de su aporte al proceso simbiótico. En el estudio de la dispersión, Dematteis (1998) indica que se utiliza un criterio residual cuando la urbanización es solo vista desde la ciudad central sobre la periferia urbana, calificándola de este modo como una unidad sin vida propia.

⁹ La dinámica de las relaciones de complementariedad o segmentación entre la zona urbana y su metrópoli, responde a la expresión “centro-periferia” no utilizado en el sentido de describir las diferencias de gradientes de la variable (por ejemplo población residente urbana versus población residente en la ciudad central) reduciendo con ello a un espacio cuyas cualidades nunca pueden alcanzar las del centro; sino utilizado en el sentido de oposición con una relación de dependencia recíproca desigual, entre un lugar central y dominante que se beneficia de su posición y del otro en posición periférica.

¹⁰ En Royuela et al (2008), se confirma la existencia de autocorrelación espacial (significativa y positiva) en el término de perturbación del modelo que explica el crecimiento urbano.

consecuencia, las actuaciones de los agentes locales trascienden su espacio de gobernabilidad más allá de sus límites administrativos (Royuela, et al, 2008).

El análisis demográfico y la expansión urbana de las tres unidades de observación puede ser recogido y explicado en un modelo econométrico espacio-temporal, que informe sobre los cambios y su distribución demográfica sobre el territorio. Tal modelo no sustenta por sí mismo la presencia de un cambio estructural, ni tampoco lo es la expresión evolutiva de la urbanización graficada como la extensión de una mancha de aceite que discurre desde la ciudad central hacia el territorio circundante, puesto que esto podría explicarse por un cambio de escala del modelo (De Matos, 2000). En esencia; la investigación relativa al fenómeno urbano contemporáneo, da cuenta de un cambio en el patrón urbanizador. El análisis conjunto de la trilogía espacio-tiempo-persona, indivisible e intrínseco al fenómeno demográfico y al fenómeno urbano; requiere identificar la presencia del fenómeno mismo, en un contexto temporal y, en este caso en particular, en un contexto espacial y social, con lo cual la valoración del aumento demográfico en determinadas zonas geográficas ha de integrar el análisis del espacio y tiempo expresado en la urbanización. Por ejemplo, puede resultar interesante relacionar el crecimiento de la expansión urbana con el aumento de los factores contaminantes de la urbanización, pero no se debe pasar por alto la necesidad de corroborar que la unidad y la variable objeto de investigación presentan signos de dispersión. Se puede sostener la investigación en un aumento de la población urbana, pero no se puede obviar realizar el análisis evolutivo de aumento de la población y su ubicación territorial. Resulta interesante comparar el estado de urbanización de unas zonas y otras, pero debe considerarse el estado evolutivo del desarrollo de esas zonas. Se puede centrar la investigación en la concentración urbana o en la dispersión territorial de la misma, pero debe fundamentarse con una evaluación del espacio territorial

urbanizado. Se puede valorar el impacto de la urbanización mediante el cálculo de tiempo de traslado entre un lugar y otro de la zona urbana, pero no se puede obviar considerar el cambio de escala resultante de la temporalidad del fenómeno¹¹.

Dematteis (1998) y De Matos (2000) coinciden en que la búsqueda del modelo contemporáneo de urbanización de la civitas y de la urbs en términos territoriales sobre el espacio urbano, responde a una búsqueda por identificar o explicar el cambio de la urbanización, ya que éste no puede ser explicado con los mismos argumentos de épocas pasadas. Dematteis indica que el modelo parece corresponderse con una nueva estructura de la urbanización que camina hacia una metropolización extendida, donde la ciudad entra en una nueva fase de desconcentración concentrada.

¿Cómo se expresan o distinguen estas nuevas tendencias de la expansión urbana? ¿Qué diferencias hay respecto de las formas anteriores de expansión urbana?

La movilidad espacial, la valoración de las economías de la aglomeración y la expresión de las posibilidades y preferencias de habitabilidad de los hogares, son algunas de las causas genéricas que explican el patrón descentralizador de la gran ciudad (Muñiz et al 2006; Ne·Lo, 2004) y que según Méndez y Rodríguez (2007; pág. 110) contienen rasgos de organización territorial que se manifiesta como dilatación progresiva hacia un área urbana de menor densidad, responsable de la disminución de población en los centros de las grandes ciudades y del aumento de la superficie urbanizada, que justifican un creciente interés de análisis. Rasgos territoriales que se

¹¹ El tiempo que tarda en llegar un trabajador al centro de la ciudad, dado el estado de desarrollo del transporte y movilidad, puede ser equivalente al tiempo requerido dado un nuevo estado de desarrollo.

manifiestan mediante el cambio morfológico, funcional y social de la ciudad central y la ciudad extendida o dispersa (Vicente, 2003; Muñiz et al 2006). En este sentido, se asiste a una nueva configuración urbana conocida como ciudad difusa que comprendería el territorio más extenso que la ciudad central (Dematteis, 1998).

2.1.6 Características del fenómeno urbano contemporáneo.

A juicio de Méndez y Rodríguez (2007) los rasgos principales de esta nueva organización territorial se relacionan con una expansión física del fenómeno urbano, una progresiva sustitución de su estructura de ciudad monocéntrica por otra estructura de muchas y pequeñas ciudades con identidad propia y una ruptura en la continuidad como elemento definidor del espacio urbano, al considerar la existencia de áreas dispersas pero fuertemente interconectadas.

Rasgos que a juicio de De Matos (2000) se relacionan con un cambio estructural del territorio, aún cuando algunos de ellos no sean novedosos ni exclusivos de este periodo. De Matos enfatiza que su intensificación y generalización es lo que podría considerarse como lo nuevo de la actual fase de urbanización. Esto es, la observación universal de ciertas pautas de urbanización que se corresponden con unos determinados efectos:

- Efectos *socio-territoriales* cuya formación de una estructura urbana polarizada y segregada de estratificación social, tiene una perfecta lectura territorial.
- Efectos *físico-territoriales* mediante la irrupción de un conjunto de nuevos artefactos urbanos (centros comerciales por ejemplo), con gran capacidad para (re)estructurar el espacio metropolitano.

- Efectos *morfológico-territoriales* con una marcada tendencia a la suburbanización de baja densidad, con un periurbano difuso y que se extiende por todas las direcciones en que ello es posible.

Esta dinámica de descentralización concentrada del desarrollo del territorio urbano contemporáneo se genera en consonancia con la filosofía de la especialización flexible del postfordismo¹² y que responde a la diversidad, el individualismo, la búsqueda del bienestar personal, al aumento de las opciones individuales¹³ y sociales para elegir su lugar de habitabilidad y al que ha respondido la expansión inmobiliaria y el negocio de la misma, urbanizando el territorio adyacente de la gran ciudad.

La reestructuración económica y la globalización de los mercados, también impactan en la localización y producción del tejido empresarial; la actividad financiera y de servicios. Las casas matrices se ubican preferentemente en la ciudad central, trasladando al perímetro urbano extendido de la gran ciudad, las actividades productivas y/o manufactureras. Este crecimiento del perímetro urbano, se observa en las coronas o espacios periféricos concéntricos, en los cuales se entrelazan actividades económicas y formas de vida que manifiestan características tanto de los ámbitos urbanos como de los rurales (Ávila, 2001). En esta ampliación territorial se acompaña una demanda creciente por una infraestructura vial, que en conjunto con la aparición de sectores residenciales, guían la expansión suburbana, acentuando una morfología urbana de tipo tentacular-vial. Esta ampliación

¹² Fordismo, llamado así en reconocimiento de “FORD” y las innovaciones de la producción en masa, mientras que Posfordismo se utiliza para describir todo un sistema de procesos sociales modernos, donde se destaca la especialización flexible entre otros acontecimientos.

¹³ Esta tendencia se refuerza si se considera que en las últimas décadas del pasado siglo, el anterior mercado de bienes de producción orientado a una masa de consumidores, hoy experimenta una fragmentación orientada a los diferentes tipos de consumidores, con estilos de vida y estructura de los hogares muy diferentes, que vendría a caracterizar la era postindustrial.

territorial favorece la desvinculación de la ciudad de sus límites territoriales y a una expansión de la misma en formato de red, en que el espacio físico como lugar de encuentro se sustituye por el espacio de flujos, de movilidad, de interconexión, de velocidad (De Matos, 2000). En un entorno globalizado, las conexiones tienen el mismo impacto integrador en las ciudades que en el siglo pasado lo tuvo la industrialización en el urbanismo. (ONU-Habitat, 2011).

En suma, la configuración urbana contemporánea resultante de los últimos 50 años se resumen en dos: una dispersión de la ciudad central hacia la periferia urbana y el nacimiento de la ciudad con características propias articulada al mundo como ciudad en red.

2.1.7 Causas explicativas del crecimiento de las ciudades

El aumento demográfico y la extensión del área urbana por el perímetro circundante experimentado en muchas ciudades del planeta a partir del año 1950 se expresan en la creciente y variada investigación relativa al fenómeno urbano que busca explicar la creciente concentración urbana. A las ciudades se le atribuyen la presencia de economías de aglomeración, mientras que la dispersión se originaría por los costos de congestión: mientras las economías de aglomeración tienen un sentido centrípeto sobre el territorio (ciudad central/ciudad monocéntrica) atrayendo a los agentes urbanos; el otro lo hace en forma contraria. Las empresas y las familias de las grandes ciudades tienden a valorar las oportunidades que generan las concentración urbana (Lee y Gordon, 2007). Sin embargo, un sector de la población considera que la gran ciudad es un espacio que impide y dificulta la obtención de mejor calidad de vida. Por tanto, busca nuevos espacios de bajas densidades

residenciales, dotados de espacios verdes o zonas deportivas (Entrena, 2005; García y Gutiérrez, 2007).

A mediados de los años 60, la investigación urbana explica el movimiento poblacional entre la ciudad central y la periferia urbana, mediante la teoría del “ciclo de vida urbano (Muñiz et al, 2006; Dematteis, 1998) o como posteriormente, a finales de los años 80, lo sería la teoría del filtro urbano (Muñiz et al, 2006).

2.1.7.1 Teoría del ciclo urbano

La teoría del ciclo urbano postula que las ciudades y su zona periférica urbana pasan por un ciclo de vida compuesto por las fases de urbanización (crecimiento poblacional en ambas zonas), suburbanización (crecimiento de la zona periférica a expensas de la gran Core), desurbanización (disminución de ambas zonas) y reurbanización (recuperación del núcleo central). Tales cambios o fases se inician con la concentración de la población en el núcleo central, un crecimiento posterior en las coronas circundantes y, con ello, una consecuente disminución demográfica de la zona central. Finalmente, una espera de la recuperación de la población en la zona central.

Dematteis (1998) indica que este evento afecta casi de forma paralela a los centros urbanos menores o incluso los rurales caracterizados por periodos de declive o de crecimiento menos fuerte respecto al de las ciudades medias y grandes. Fenómeno conocido con el nombre de contraurbanización y que a diferencia de otros procesos de expansión urbana estos centros menores se encuentran más allá del radio de influencia o de la pendularidad de las grandes ciudades. En este hecho, Dematteis destaca que no se pasa sólo de la polarización a la descentralización, sino también de una fase de polarización poco selectiva que afecta a las actividades industriales de alta intensidad de

trabajo poco cualificado, a una fase mucho más selectiva. Esto ocurre por dos eventos:

- *Descentralización* de puestos de trabajo ubicados, en principio, en centros metropolitanos y que se trasladan o se crean en los sistemas menores y,
- Un movimiento de *centralización* en los puestos de trabajo ligados a una actividad muy cualificada, no presentes, en los sistemas menores.

Además de un cambio en la base económica de las ciudades y la ubicación de los puestos de trabajo (desindustrialización, terciarización), la teoría del ciclo de vida urbano apunta a justificar la descentralización y la dispersión como resultado a las políticas de suelo y vivienda y la caída del tamaño medio de los hogares (Muñiz et al, 2006).

2.1.7.2 Teoría del filtro urbano.

A finales de los ochenta surge la teoría del filtro urbano para explicar la aparición simultánea de fenómenos de suburbanización y la revitalización de los centros urbanos, que segmenta una población que opta o prefiere vivir en el centro de la ciudad de aquella que prefiere alejarse de ella. La aparición de nuevas estructuras familiares tales como hogares monoparentales, solteros, divorciados, parejas sin hijos, alquiler compartido y la llegada de población inmigrante con fines laborales; unido a las políticas de regeneración de los centros urbanos, se argumentan como motor de crecimiento de la zona central, mientras que las familias con hijos, hogares con personas mayores, la búsqueda de espacios de vivienda más amplios y espacios públicos más

residenciales entre otros, son los argumentos para la “expulsión” del centro de la ciudad (Muñiz et al, 2006).

Por otro lado, la teoría del filtro urbano también se asocia a una inmigración selectiva, es decir, las personas de altos ingresos se mudan a las localizaciones con altos niveles de renta también, y estas zonas a su vez están caracterizadas por contar con amenidades que las hacen más atractivas. Esto por lo tanto, conducirá a que las zonas receptoras (las ricas) tengan una ganancia de ingreso en términos netos, lo que resultará al final que se vayan alejando cada vez más de las zonas más atrasadas (Peeters, 2008).

2.1.8 Modelos de concentración/dispersión territorial urbana.

¿Cómo se diferencia una ciudad compacta de una ciudad dispersa? O, ¿Cuán disperso y fragmentado está el territorio urbano?

Tanto la población rural como la urbana, pueden distribuirse en el territorio en forma dispersa o concentrada. Hay población urbana dispersa en la periferia de los centros urbanos, y hay población rural concentrada en los pueblos rurales. Si una de las características que distingue a una ciudad es la mayor densidad poblacional respecto de otras concentraciones urbanas menores, en esta distinción también participan otras variables de discriminación como los derivados de la demanda y oferta de viviendas. Los primeros se relacionan con las preferencias y aspiraciones de hogares que optan por vivir en espacios ubicados en la periferia urbana, mientras que desde la oferta, los agentes inmobiliarios generan y favorecen el desarrollo suburbano destinado a satisfacer dicha demanda. Por otro lado, el proceso de dispersión también se refuerza con el producto de las políticas

gubernamentales (Heinrichs et al 2009), que favorecen el desarrollo de espacios urbanos mediante el desarrollo de planes de urbanización.

¿Qué factores o características permiten observar que se está frente a un proceso de dispersión o concentración urbana?

Muñiz et al (2006) indican que el análisis morfológico permite valorar el fenómeno de la dispersión urbana mediante una estrategia cuantitativa que indique si una ciudad ha aumentado su nivel de dispersión o no con el paso del tiempo; o bien si una ciudad es más dispersa que otra. En este sentido, indican que los aspectos morfológicos que definen la dispersión urbana como un modelo de expansión se caracteriza por, al menos, una de las siguientes pautas:

- Una densidad de población decreciente acompañada de un mayor consumo de suelo, de las zonas residenciales que crecen en la periferia urbana.
- Un peso creciente de las zonas periféricas respecto a las centrales.
- Un mayor aislamiento (falta de proximidad) entre cada una de las partes de la ciudad.
- Una menor concentración de la población en un número limitado de zonas densas y compactas.
- Una creciente fragmentación del territorio.

Pautas según las cuales, es posible inferir que en promedio, las densidades urbanas (número de habitantes por kilómetro cuadrado de zona edificada) han ido disminuyendo en los últimos dos siglos, pero con un aumento del espacio urbanizable.

Por otro lado, el modelo general de ciudad establece una relación negativa entre la densidad de población (número de habitantes por

kilómetro cuadrado) y la distancia al centro de la ciudad¹⁴ y su cuantificación se ha utilizado para evaluar el grado de concentración y la configuración o estructura urbana (Lee y Gordon, 2007).

Desde las economías de aglomeración y el grado de concentración del empleo en relación al entorno regional (o de acuerdo a alguna escala geográfica), la estructura urbana puede ser clasificada según el grado de concentración y de monopolización que Meijers y Burger (2010) valoran en dos dimensiones, según lo expuesto en la Figura 1:

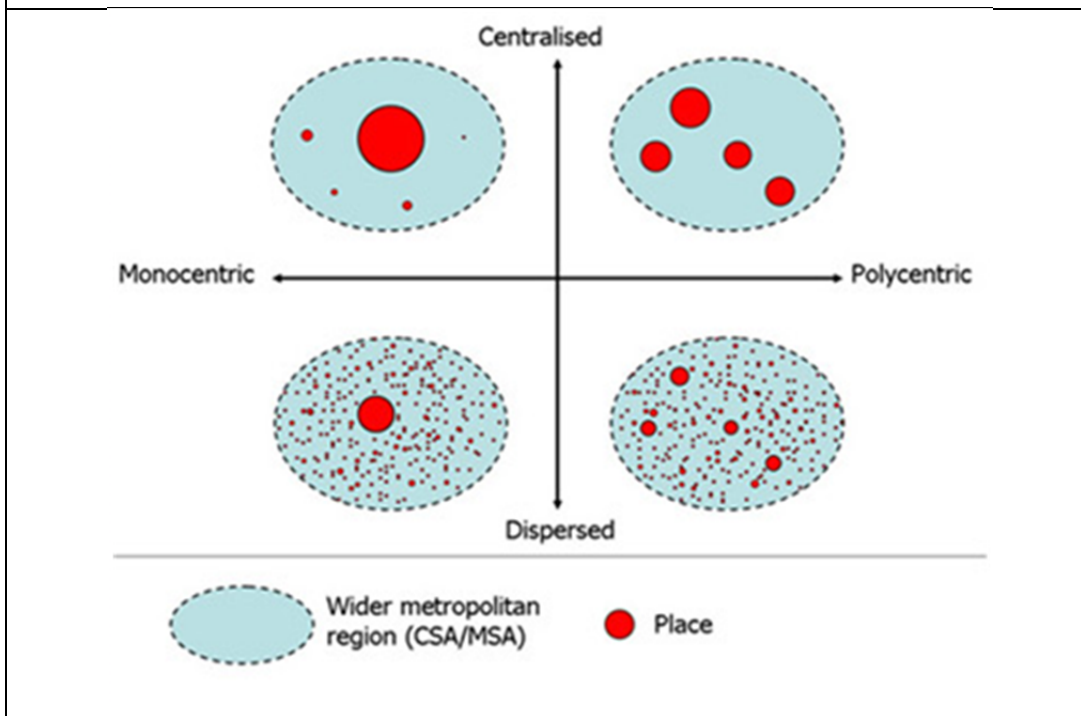
- El grado de centralización se puede discriminar según su aproximación a la centralización o dispersión que tenga la población y el empleo respecto de la ciudad central y los lugares urbanizados de menor tamaño ubicados en la periferia urbana.
- La dimensión monocéntrico-policentrismo referida al número de participantes en la estructura urbana refleja el grado en que la población urbana y el empleo se concentra en una ciudad o se encuentran repartidas en varias ciudades en el área urbana o ciudad extendida.

La combinación de las dos dimensiones genera zonas urbanas compuestas, por ejemplo, de un único centro dominante que concentra la mayor proporción de la población, correspondiendo este esquema a las ciudades monocéntricas, situación que puede darse en la concentración descentralizada característica de una zona rodeada de muchas unidades urbanas. Si el espacio urbano se configura por un número reducido de ciudades con características homogéneas que evoluciona hacia formas de áreas urbanas dispersas, se hablaría de centralización desconcentrada o estructuras policéntricas. Lo mismo que en el caso de gran número de unidades residenciales de menor

¹⁴ En Coffey (2006) se ofrece una valoración sobre la densidad de población en relación a la distancia y la dirección al centro de la ciudad, como complemento al análisis de la estructura de una ciudad y su simetría radial.

tamaño donde hay algunas de mayor densidad poblacional, que se origina en una estructura urbana dispersa y policéntrica o descentralización desconcentrada.

Figura 1. Grado de concentración/dispersión urbana.



Fuente: Meijers y Burger (2010).

Meijers y Burger (2010) indican que las grandes ciudades no nacen policéntricas sino que pueden evolucionar en esa dirección. El paso de una a otra se corresponde con distintos momentos de su proceso evolutivo ¹⁵. Algunas ciudades pueden ser predominantemente monocéntricas, mientras que otras lo son policéntricas.

2.1.8.1 Modelo de Ciudad monocéntrica.

¹⁵ Lee y Gordon (2007), evalúan temporalmente el cambio en la estructura urbana e indican que pueden existir muchas formas urbanas competitivas, las cuales dependerán de su estado de evolución espacial.

En el modelo de ciudad monocéntrica propuesto¹⁶ por Alonso (1964) para explicar la diferencia en el valor de la tierra y la distancia al centro de la ciudad¹⁷, la aglomeración urbana se concentra en torno al Centro o CBD (*Central Business District* cuando se considera el centro económico) ha sido utilizado en muchos trabajos empíricos para examinar la gradiente que mide los cambios en la densidad de la ciudad o CBD a la zona urbana ubicada en la periferia y con ello definir el proceso de suburbanización (Kim, 2007) o la transición hacia otras formas de estructura y concentración urbana. Este modelo establece como premisa que el precio por unidad de tierra y la vivienda en alquiler descienden a medida que se alejan del área central a fin de compensar a los residentes suburbanos de mayores gastos de transporte.

Los hogares deciden su lugar de habitabilidad evaluando la proximidad a sus fuentes laborales y el gasto de traslado. Debido a la escasez de espacio territorial en el CBD, los hogares que residan en el centro de la ciudad cambiarán tamaño de vivienda por tiempo de traslado, mientras que aquellos que elijan localizaciones alejadas del centro consumirán mucho más suelo y vivienda, a cambio de mayores desembolsos en transporte (Ahlfeldt, 2008). En este contexto, el modelo de la ciudad monocéntrica implica que "el espacio se utilizará más intensamente cerca del centro y la densidad de su uso tenderá a disminuir en todas las direcciones al aumentar la distancia. Esta intensidad de uso en lugares cercanos refleja el valor alto (renta) de la tierra debido a la accesibilidad que caracteriza a estos lugares" (Gamez, 1997). En el centro de la ciudad, el valor aumenta debido a su escasez, a las ventajas de la aglomeración y del equipamiento e infraestructura que se dispone (Mori, 2006). Estos factores de atracción hacia el centro, hacen

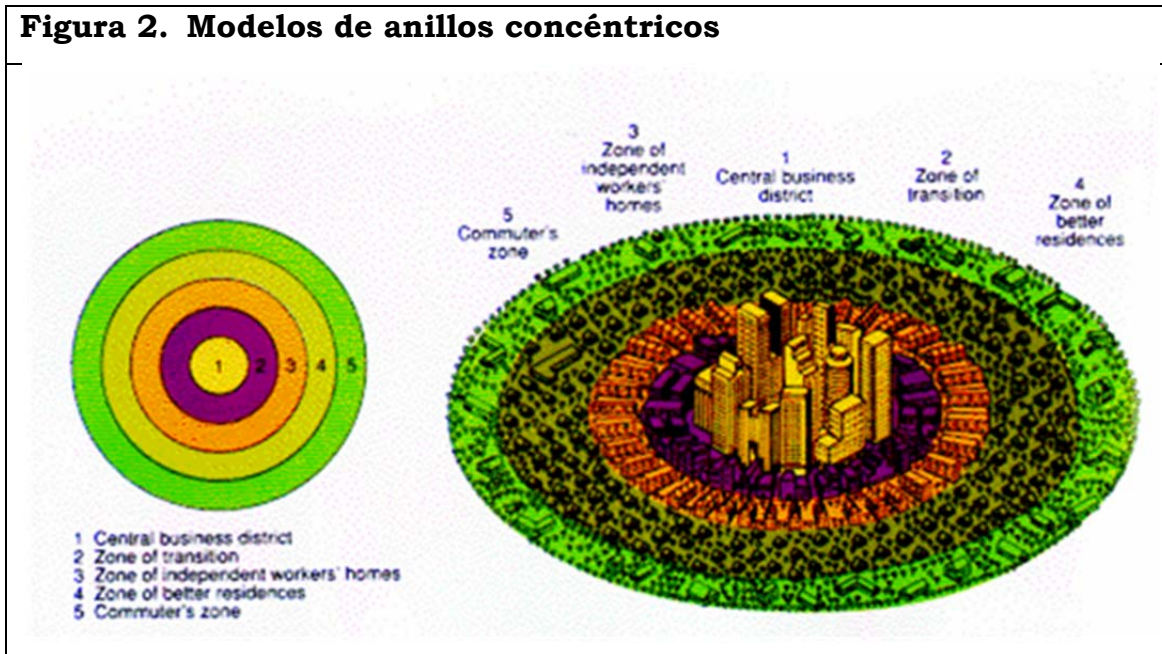
¹⁶ Extendido posteriormente para incluir la producción, transporte y vivienda por Mills, Muth y Fujita (Mori, 2006).

¹⁷ Mori, (2006) indica que la idea de que el valor de la tierra disminuye con la distancia al núcleo urbano fue propuesta inicialmente por Von Thünen en 1826.

que el flujo de los viajes sea de pasajeros que viven en el territorio que rodea a la ciudad principal, mientras que el territorio que lo rodea no atrae a los viajeros.

La estructura de ciudad monocéntrica puede ser descrita mediante el modelo de anillos concéntricos que Burgess propuso en el año 1923 (ver figura 2) y que refleja un crecimiento de la ciudad desde el centro hacia el exterior, con zonas diferenciadas. En la zona central se ubica el CBD, que contiene la mayoría de las actividades productivas, de comercio y de servicios. La zona 2, es la zona de transición donde convive la zona industrial y residencial de mayor densidad o menor tamaño.

Figura 2. Modelos de anillos concéntricos



Fuente: <http://geog-www.sbs.ohio-state.edu/courses/G650/Emalecki/Ch6%20Notes.pdf>

Las siguientes zonas son residenciales, que están ocupadas por viviendas grandes y antiguas, seguido por viviendas más espaciaosas y las viviendas de quienes han elegido vivir en la zona periférica. La zonificación del modelo, establece una separación implícita de los lugares de trabajo, ocio y vivienda. Por tanto, la relación entre el núcleo urbano y sus alrededores en el modelo monocéntrico, es jerárquica, centralizada o nodal en el sentido de que la mayoría de los flujos de

movilidad en términos relativos se dirigen de las áreas suburbanas hacia el CBD (Burger et al, 2011).

La forma funcional del modelo que sigue un formato de campana, y que fuera propuesto inicialmente para evaluar la estructura social de la población de acuerdo al lugar de residencia y de la renta, sugiere que la estructura social se extiende hacia afuera desde el CBD en términos de renta y de densidad, lo que significa que las familias de menos ingresos viven más cerca del centro de la ciudad, mientras que las de ingresos más altos viven más lejos del centro ya que pueden costear un mayor traslado diario (Mori, 2006).

De esta forma, los anillos residenciales de Burgess operan bajo una modalidad de “expulsión” y “reemplazo”. A medida que la ciudad crece y se desarrolla con el tiempo, el CBD podría ejercer presión sobre la zona inmediata que lo rodea (la zona de transición) y éstos a su vez ejercerán presión sobre los otros, generándose movilizaciones territoriales según las rentas de los hogares.

Aunque se cuestione la validez del modelo monocéntrico para explicar los patrones urbanos, puesto que se ha demostrado una creciente descentralización del empleo de forma policéntrica, con una serie de subcentros de empleo que influyen en la distribución espacial de empleo y la población (Baumont et al, 2003), el mensaje clave de Alonso (1964) es que el acceso al empleo determina el grado de atracción del lugar de habitabilidad y, con ello, patrones urbanos. Por ejemplo, el atractivo de la vida cerca del CDB no puede explicarse completamente por el acceso al empleo, sino que junto a éste se encuentran factores como la provisión de servicios públicos y oportunidades comerciales, la diversidad cultural, étnica y social, mientras que los residentes de lugares más alejados, compensan el aumento de la distancia hacia el

empleo con la disminución de valor de la vivienda (Ahlfeldt, 2008; Ahlfeldt y Wendland, 2010).

2.1.8.2 Modelo de ciudad policéntrica.

Sin embargo, hay diferentes estudios que avalan una evolución de la ciudad monocéntrica hacia un modelo de ciudad policéntrica (Ciraci y Kundak, 2000; Coffey, 2006; Gallo et al, 2010) aún cuando se podría pensar que tal evolución se dirige hacia el fenómeno de dispersión e inclusive respecto de la ciudad difusa (García y Muñiz, 2007). La dispersión de la ciudad o la “ciudad sin centro” de estructura reticular, cuyos “nodos” (sistemas urbanos singulares) a lo que Dematteis (1998) denomina ciudad difusa, resulta de la combinación y convivencia de zonas residenciales y zonas productivas, derivados ya sea de dinámicas endógenas del tipo zona industrial o de la descentralización urbana al extrarradio.

Algunos rasgos que el modelo de ciudad difusa comparte con el policentrismo, son la baja densidad, la discontinuidad y la existencia de subcentros. Sin embargo, en el modelo de policentros, la mayor evolución y consolidación de los subcentros urbanos, y su evidente impacto en la organización de las ciudades, le define como una realidad diferente (Gallo et al, 2010). La dispersión se entenderá como un tipo de reestructuración que genera espacios de simple concentración poblacional (subareas), mientras que el policentrismo se desarrolla hacia núcleos (subcentros) con cierta jerarquía en el espacio urbano (Gallo et al, 2010).

El policentrismo urbano es visto como una forma de "concentración descentralizada" en que las actividades se agrupan en una serie de subcentros o ciudades de tamaño similar distribuidos equilibradamente

en lugar de estar concentrada en un solo centro. Esta consideración del tamaño similar, diferencia este concepto de aquellos como multicéntrico o multinuclear (Burger y Meijers, 2010). Existen así mismo, una serie de condiciones como el espacio territorial que los separa, la clusterización de los centros, las funciones de especialización que cumplen, su tamaño y las interrelaciones o conexiones entre ellos, que debe tenerse en cuenta al definir una estructura policéntrica.

Respecto de la conexión o flujo entre los componentes del modelo policéntrico, el flujo de personas o mercancías son recíprocos ya que no sólo se dirige desde el territorio circundante a la ciudad principal, sino también de la principal ciudad del territorio circundante. Las diferentes zonas urbanas que componen el sistema urbano, se han vuelto más dominante al atraer a viajeros de otras partes del territorio circundante (Parr, 2004).

Respecto del modelo de ciudad monocéntrica, el policentrismo integra a las viviendas con áreas de actividad y empleo, lo que reduce su dependencia respecto a los espacios centrales de la aglomeración. El resultado es una unidad espacial caracterizada por la heterogeneidad, la fragmentación de estructuras y funciones donde se produce una ruptura de la continuidad espacial como rasgo de conexión, lo que permite aproximarse a unos límites urbanos que dejan de ser espaciales y pasan ahora a ser temporales. En este escenario de continuidad espacial, la localización en el espacio es una cuestión relativa que define los espacios y los bienes urbanos (Méndez y Rodríguez, 2007).

Por otro lado, la magnitud de las externalidades de la urbanización en un área urbana policéntrica es menor en comparación con un área urbana monocéntrica, con lo cual; un mayor número de ciudades no es un sustituto de las externalidades de urbanización de una gran ciudad a pesar de que el tamaño de la población sea similar (Meijers y Burger,

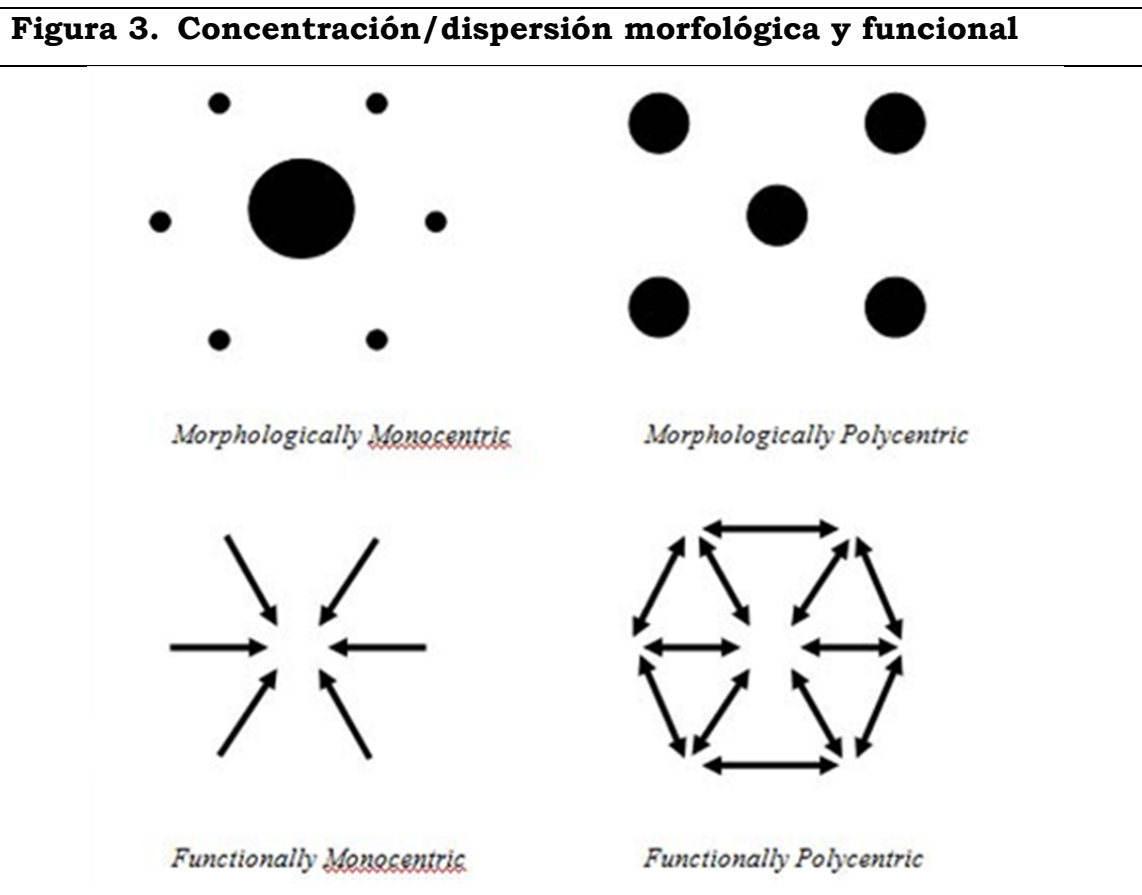
2010). El grado de concentración o dispersión dependerá asimismo de la escala en que se evalúe. Esto es, la estructura urbana policéntrica es el resultado combinado de descentralización a una escala mayor mientras que la concentración puede resultar a nivel local. Dematteis (1998) indica que el crecimiento de los sistemas menores y periféricos deriva del saldo de dos movimientos: uno de descentralización (es decir, puestos de trabajo durante un tiempo localizados o localizables en los sistemas metropolitanos que se trasladan o se crean ex novo en los sistemas menores) y un movimiento de centralización que afecta al desarrollo en los centros metropolitanos de nuevos puestos de trabajo, en la mayoría de los casos ligados a una actividad muy cualificada, no presentes, al menos por ahora, en los sistemas menores.

2.1.9 Grado de concentración morfológica y/o funcional de las ciudades

Pareciera que pueden existir muchas formas urbanas que se obtienen de los diferentes caminos de la evolución espacial (Lee y Gordon, 2007), por tanto la calificación de ciudad monocéntrica o ciudad policéntrica dependerá del tipo de atributo valorado. Se puede evaluar la estructura espacial de las ciudades y su entorno urbano de acuerdo al grado de concentración de atributos morfológicos y atributos funcionales (Meijers, 2008). Cuando la medición se refiere a aspectos como tamaño de la ciudad o a aspectos de la distribución territorial interna de los centros (por ejemplo, el número de puestos de trabajo) entonces se da lugar a concentraciones monocéntricas o concentraciones policéntricas morfológicamente. Mientras que si se añaden las relaciones de conexión de las ciudades; sobre la base de la estructura de los flujos dentro de los sistemas espaciales, se refiere al mono(poli)centrismo relacional o como mono(poli)centrismo funcional.

La figura 3 muestra un esquema de concentración morfológica y un esquema de concentración funcional. Las flechas de la figura muestran

la conexión funcional entre diferentes nodos urbanos que se definen en función de su tamaño y la gama de funciones que ofrece. Burger et al (2011) indican que en el enfoque funcional, la atención se centra en la distribución de los flujos intra-urbano con su centralidad. Con ello, se puede esperar que el aumento de la movilidad de los hogares y las empresas se traduzca en un aumento de densidad de la red de conexiones dentro de las zonas urbanas, así como una creciente apertura hacia otras zonas. Argumentan que una zona urbana funcional policéntrica requiere de un mínimo grado de interacción entre los centros.



Fuente: Burger et al, 2011.

En su opinión, la diferencia entre el grado de concentración morfológica y el grado de concentración funcional se puede explicar por dos factores:

- La importancia de la unidad urbana local respecto de las conexiones o de su distribución (medida en los flujos que se generan dentro de la misma ciudad).
- La importancia de las conexiones o distribución con otras unidades urbanas (medida en los flujos que las ciudades reciben desde fuera).

Una zona más concentrada funcionalmente tiende a tener una ciudad principal que atrae a la población local en mayor medida que las zonas concentradas morfológicamente (Burger et al, 2011). Esta zona será más autosuficiente basándose en su propia mano de obra local y el mercado de consumo, importancia que puede atribuirse a la provisión de bienes, servicios y puestos de trabajo superiores a los exigidos por los propios habitantes del centro, al mayor flujo de personas externas a la ciudad principal y cuanto mayor sea el tamaño de la ciudad principal.

2.1.10 Efecto acogida de las ciudades centrales

Las ciudades y sus habitantes crecen teniendo como referencia un centro. Esta referencia atribuida a la ciudad central (core) o ciudad capital, le dota de una centralidad o primacía¹⁸ sobre algunas funciones que no se transfieren a los nuevos centros emergentes de las estructuras policéntricas. Una de ellas se relaciona con la acogida de un volumen de personas que transita diariamente por la ciudad, mayor al número de personas que residen en la ciudad. La ubicación espacial de algunos elementos con sentido de identidad colectiva como el estadio, el palacio, la catedral, la casa central, edificios de organismos públicos, Biblioteca Nacional; Museos Históricos; entre otros, forman parte de un

¹⁸ Utilizado en este caso para referirse a la función de acogida que cumple la ciudad capital. En términos de primacía urbana, se puede consultar en Cuervo (2004); concepto definido por el autor como aquella valoración estadística que ocurre cuando el peso relativo de la primera ciudad sobrepase los patrones de comportamiento en un doble sentido: histórico y sincrónico.

patrimonio urbano, que otorga a los residentes de la ciudad capital y de la ciudad extendida; un sentido de pertenencia que les hace ser partícipes y a utilizar como referencia a esta ciudad centro.

Con una densidad móvil de la ciudad, que se relaciona con un número importante de personas que transitan o permanecen temporalmente en la ciudad respecto del número de personas que habitan en el centro, *¿Qué se puede hacer cuando tal densidad no tiene arraigo territorial en la ciudad?*

Mientras los nuevos centros o ciudades que crecen en la zona periférica dedican la mayor parte de sus recursos a adornar y destacar el lugar como hábitat de menor densidad poblacional, la capacidad de acogida de la ciudad central debe, además, distribuir sus recursos a invertir y mantener la infraestructura pública que acoge a esta población en tránsito. Por ejemplo, ampliación de vías de conexión, integración de ejes de conexión o el mejoramiento para un mayor volumen de uso del mismo. Los residentes de la zona central tienen que convivir y compartir los espacios públicos que a su vez tendrán una vida útil menor debido a su mayor utilización y desgaste. El efecto acogida tiene también una cara visible cuando el centro de la ciudad resulta ser elegido como lugar de manifestación popular, sean éstos de hechos de celebración de algún acontecimiento importante para la ciudadanía o como un espacio para manifestar el reclamo público. Tales eventos tienen repercusiones sobre los habitantes del sector que ven afectados sus formas de vida y los bienes de propiedad pública y privada.

2.2 Valoración del fenómeno urbano¹⁹

Las tendencias crecientes de concentración urbana suponen un fuerte reto en temas de vivienda, infraestructuras y servicios, lo que cual por supuesto; conlleva unas necesidades de valoración del fenómeno urbano lo cual implica valorar y cuantificar lo que ocurre en las ciudades en particular y en el territorio urbano en general. Los cambios territoriales que se suceden en el espacio urbano, obligan a quien se interese por cuantificar variables relacionadas con la ciudad, a que se adentre en la investigación sobre el fenómeno mismo y sobre la forma de valorarlo.

Una aproximación la realidad territorial urbana, se obtiene mediante la recogida de indicadores urbanos de contenido socioeconómico que son utilizados en la identificación de atributos que condicionan el poder de atracción de un área geográfica como lugar de residencia y/o de trabajo (Royuela et al, 2008) y que pueden incluso convertirse en factores de “competitividad urbana” (Polese, 2001, Lever y Turok, 1999), donde cada ciudad busca incrementar su atractivo en relación a la inversión, al capital humano calificado y flujo turístico con vistas a lograr un mayor volumen de actividad productiva y, en consecuencia, incrementar el empleo (De Matos, 2001).

En línea con la propuesta de Camagni (2005) de que la ciudad es algo más que el soporte de la actividad económica y que en esta era de la globalización, “no sólo compiten las empresas, sino que también compiten las ciudades”, en los siguientes apartados del capítulo, se

¹⁹ Este capítulo contiene algunas partes del paper “Auditoría urbana: indicadores y tipología de las ciudades europeas” (2009), elaborado en conjunto con las tutoras de tesis la Dr. Ana Maria Lopez y Dra. Coro Chasco Y. durante el transcurso de esta investigación doctoral. Paper que expone algunos resultados de la estimación de indicadores urbanos territoriales en el Proyecto Urban Audit.

exponen diferentes iniciativas de medición del fenómeno urbano, en particular del proyecto UA, a fin de identificar la información necesaria para aproximarse al conocimiento urbano y que lamentablemente se tropiezan con la ausencia de estadísticas oficiales para los niveles microterritoriales urbanos.

2.2.1 Indicadores de medición del fenómeno urbano en las ciudades

La percepción que los ciudadanos tienen de sus respectivas ciudades depende de determinados factores a los que se concede mayor o menor importancia en función del espacio geográfico donde se ubique la ciudad. A objeto de calificar a las ciudades de acuerdo a las mejores condiciones de habitabilidad, hay una serie de rankings populares como las valoraciones que hacen en “Economist Intelligence Unit”, “Mercer Human Resource Consulting”, “Monocle Magazine” y “Business Week”, entre otros; y que a grandes rasgos, valoran a las ciudades de acuerdo a factores de sostenibilidad soportado en la competitividad y productividad social y económica. Iniciativas que decantan en un consenso de valoración a la hora de calificar a las ciudades de Vancouver, Ginebra y Viena como aquellas que reúnen las mejores condiciones de habitabilidad en el mundo.

Un ejemplo de evaluación que nace en organismos oficiales es el Programa de Indicadores Urbanos²⁰ para 237 ciudades que UN-Habitat (United Nations Human Settlements Programme) hizo en el año 1993, reconocido como uno de los programas pioneros en la generación de indicadores urbanos que recopilaban información sobre distintos aspectos de la vida en urbanidad (Leva, 2005). Versiones continuadas sirvieron de base para elaborar los “Informes sobre el Estado de

²⁰ Relacionado con temas de vivienda, administración pública, desarrollo social, económico y del medio ambiente.

Ciudades en el Mundo” y una serie de documentos sobre los asentamientos humanos, utilizados en las Conferencias de las Naciones Unidas.

Otro ejemplo, es la Encuesta de Percepción de Calidad de Vida realizada por la oficina estadística europea (EUROSTAT), en noviembre de 2006 para 75 ciudades europeas; en donde los resultados arrojaron que vivir en la ciudad holandesa de Groningen, o en la alemana de Leipzig es valorado por sus habitantes como muy satisfactorio, al igual que vivir en las ciudades españolas de Málaga, Oviedo o Barcelona. Entre los factores positivos que fueron destacados por los informantes, destacaron el acceso de vivienda a precios razonables, sistemas de transporte público eficiente, ciudades dotadas con espacios verdes unidos y una mayor sensación de seguridad en la ciudad. Mientras que las ciudades más densas como Madrid, Londres o Bruselas, fueron bien evaluadas en cuanto al acceso al empleo. La referencia a cuestiones medioambientales y/o climáticas así como a la presencia de bienes y servicios públicos, complementa e incluso supera, a los factores estrictamente económicos como el PIB per capita, el nivel de precios o las posibilidades de encontrar trabajo (Royuela et al, 2008).

El Libro Verde sobre el Medio Ambiente urbano (CCE, 1990) destaca la importancia de la ciudad como lugar de residencia de un número creciente de europeos, como unidad organizativa del sistema urbano y como centro de la vida económica, social, cultural y política. Tal importancia se demuestra al incluir la perspectiva urbana dentro de sus programas de planificación e intervención comunitaria.

El Programa Urban y el proyecto de Auditoría Urbana (Urban Audit, UA), son dos iniciativas que lleva a cabo la DG XVI (Política regional y de Cohesión). El primero busca la regeneración de las ciudades, afrontando los problemas de carácter social, económico y medio

ambiental de las zonas más desfavorecidas, mientras que el proyecto de Auditoría Urbana trata de la recopilación y publicación de indicadores de contenido socioeconómico, con el fin de conocer y medir la calidad de vida en las ciudades europeas (López, Chasco y Navarrete, 2009). Desde el año 1998, se han realizado cuatro auditorías urbanas; tres de las cuales el Instituto Universitario de Predicción Económica Lawrence R. Klein de la Universidad Autónoma de Madrid, ha colaborado con el Instituto Nacional de Estadística (INE) de España; recabando datos para diferentes periodos de tiempo y que no suelen estar disponibles en las fuentes oficiales de datos. Las variables recogidas en el proyecto han permitido generar información comparable para más de 300 ciudades y zonas urbanas de Europa con publicaciones realizadas en “*State of European Cities Report. Adding value to the European Urban Audit*, (2007) o en *Eurostat regional yearbook* (ediciones anuales) por ejemplo.

2.2.2 Indicadores urbanos en Europa: “Proyecto Urban Audit”.

La referencia europea de recogida de indicadores con información referida a diferentes espacios territoriales urbanos, es sin duda el proyecto URBAN AUDIT (UA, Assessing the Quality of Life of Europe’s Cities) impulsado por la Comisión Europea y Eurostat, cuya finalidad es recopilar, estudiar y publicar indicadores comparables de contenido socioeconómico en distintos niveles administrativos de las ciudades y su zona urbana circundante y que permiten conocer y medir la calidad de vida urbana.

Los orígenes del proyecto se remontan a mayo de 1998, cuando la Dirección General de Política Regional y Eurostat lanzan el Urban Audit Pilot Project (UAPP, identificado posteriormente como UAI) con el fin de medir la calidad de vida en 58 ciudades europeas mediante la recogida

de un conjunto de indicadores urbanos. La prueba piloto²¹ dio como resultado la recopilación de más de 500 variables correspondientes a los años 1981, 1991 y 1996 en 21 áreas temáticas (disponibles en la página www.urbanaudit.org)²² y demostró la viabilidad de obtener estos indicadores y variables en distintos niveles administrativos de las ciudades europeas.

A partir de la segunda versión del UA, Eurostat solicitó la incorporación de las oficinas o Instituto Nacional de Estadística de los países participantes a fin de dar garantía de calidad a la información recopilada, especialmente para las variables de difícil estimación. Con las nuevas versiones del proyecto (UA3 realizado entre los años 2005 y 2008 y el UA4 en ejecución durante el año 2010 y 2011), se ha aumentado el número de indicadores y variables, el periodo de referencia y el número de países participantes y, con ello, el número de ciudades y zonas urbanas evaluadas.

Las variables asociadas al UA están referidas a **diversos aspectos** que en conjunto integran más de 340 variables, **cuantificados en diferentes niveles de desagregación del territorio urbanizado** (ver tabla 2).

²¹ Realizada por consultores internacionales.

²² En esta página web, se puede tener acceso a perfiles de ciudades, ranking de ciudades para un indicador, comparación entre ciudades y obtener una estructura ciudad a diferentes niveles espaciales, entre otras.

Tabla 2. Variables UA

DOMINIOS	VARIABLES UAIII	VARIABLES Tipo B	DOMINIOS	VARIABLES UAIII	VARIABLES Tipo B
Demography	61	8	Social Aspect	46	32
Demography	42	0	Housing	22	22
Nationality	6	0	Health	19	5
Household structure	13	8	crime	5	5
Economic Aspect	79	78	Civic Involvement	20	17
Labour market	48	48	Civic Involvement	12	9
Economic activity	20	19	Local administration	8	8
Income disparities and poverty	11	11	Environment	52	23
Training Education	20	20	Climate/geography	5	1
Education and training provision	11	11	Air quality and noise	12	6
Educational qualifications	9	9	Water	7	7
Travel and transport	31	25	Waste management	5	5
Travel patterns	31	25	Land use	23	4
Culture and recreation	21	11	Information Society	14	14
Culture and recreation	10	10	User and infrastructure	4	4
Tourism	11	1	Local e-government	4	4
Variables UAIII	344		Ict sector	6	6
Variables Tipo B	288				

Fuente: www.urbaudit.org.

En la tercera versión del proyecto, el 83% del total de variables solicitadas para las ciudades y zonas urbanas de España, fueron calificadas como no disponibles en las fuentes oficiales de datos (variables tipo B). Porcentaje que depende a su vez del tipo de variable solicitada y el nivel de desagregación de la misma. Por ejemplo; la información demográfica referida a población es más fácil de obtener que la información referida a la estructura de los hogares o sobre la información referida a datos medioambientales para las zonas urbanas de España.

Los resultados obtenidos en la predicción de variables tipo B, indican que la recogida de datos desciende a medida que se desagrega el territorio y a medida que disminuye el tamaño de la ciudad. Los dominios con mayor recogida corresponden a aspectos demográficos,

sociales, económicos y de educación, mientras que los menos contienen variables de medio ambiente, calidad del aire, ruido y calidad del agua.

Por otro lado, la observación del fenómeno urbano de las variables anteriores en conjunto con variables de mercado laboral, de renta, de cualificación educación y de uso del suelo como las que se recogen en la tabla 3, entregan una buena aproximación de aquello que se desea cuantificar para aproximarse al fenómeno urbano. En la página www.urbanaudit.org, se puede ver que los datos disponibles en cada versión del UA, aumentan tanto en cantidad como en la cobertura de las unidades de observación. Un ejemplo de variables solicitadas en diferentes divisiones del espacio urbano (gran ciudad, zona urbana extendida y una división interna de la gran ciudad) se presentan en la tabla 3.

En ellas se aprecia como factor común que interesa evaluar la concentración o dispersión territorial de acuerdo a una tipología social en el territorio urbano. Esto es, evaluar la distribución de los hogares por tipo de familia que los integra que se complementa con la información sobre el tipo de viviendas y la ubicación espacial de determinados grupos de población.

Tabla 3. Variables en cada nivel de desagregación.

Dominio	variable
Estructura de los hogares	Número total de hogares
	Población residente total que vive en hogares
	Hogares de una persona
	Hogares monoparentales con niños de 0 a 18 años
	Número total de hogares con personas jubiladas
Vivienda	Número de viviendas convencionales
	Familias en viviendas sociales (o protegidas)
	Viviendas que carecen de comodidades básicas
Mercado laboral	Población total económicamente activa
	Población masculina económicamente activa
	Población femenina económicamente activa
	Total Población económicamente activa de 15 a 24 años
	Residentes desempleados
	Residentes desempleados de 55-64 años
Ingreso, disparidad y pobreza	Renta media anual disponible de los hogares
	Número total de hogares con menos que la mitad de los ingresos medios nacionales
	Número total de familias sujetas a los beneficios de la Seguridad Social (>50%)
	Número de Individuos sujetos a los beneficios de la Seguridad Social (>50%)
Cualificación educacional	Número de residentes (edad 15-64) con ISCED 0,1 o 2
	Número de residentes (edad 15-64) con ISCED 3,4
	Número de residentes (edad 15-64) con ISCED 5,6
Uso de la tierra	Superficie total (km2) de acuerdo a catastro
	Espacios de zona verde (km2)
	Espacios verdes (en hectáreas) de acceso público

Fuente: www.urbanaudit.org.

2.2.2.1 Indicadores por desagregación territorial.

Sumado a la diversidad de las variables solicitadas en la observación urbana; el proyecto incluye la condición de que tal información se recoja en diferentes niveles territoriales de modo que se integran condiciones de **diversidad y heterogeneidad** del espacio urbano y de

las relaciones entre las distintas unidades de observación, como lo indicado con las variables de la tabla anterior.

La figura 4, representa un esquema del espacio territorial con tres unidades de observación del proyecto: la ciudad central (CORE) ubicada en el centro del espacio urbano, seguido por la zona urbana funcional más grande, que se extiende más allá de la ciudad central, definida en función de los desplazamientos y de la contigüidad física (Large urban zone, LUZ) y la división interna de la ciudad central en sub-districtos de la ciudad (SCD, Sub-city), que busca medir las desigualdades espaciales dentro de la misma.

Figura 4. Desagregación territorial UA



Fuente: www.urbanaudit.org.

La conformación de las LUZ, origina distintos esquemas de configuración urbana que dependerán del grado de importancia y concentración de la ciudad central el cual puede variar desde grandes ciudades rodeadas por un núcleo urbano compuesto por muchas y pequeñas ciudades, a un núcleo urbano en que se identifican dos o más ciudades con cierta jerarquía en el espacio urbano. En el proyecto UA, esto se refleja en ciudades cuya LUZ se compone de todos los

municipios de la provincia (caso de Madrid, Córdoba y Badajoz), una parte mayoritaria de los municipios (Pamplona, Valencia, Valladolid) o inclusive, solo un número reducido de municipios (Murcia, Málaga, Gijón), por ejemplo.

Por otro lado, la división interna de la gran ciudad se relaciona directamente con el tamaño de la ciudad: no es lo mismo el nivel de complejidad de la estimación de variables para una división interna de la ciudad de Madrid o Barcelona que el resultante de la división interna de ciudades como Oviedo o Santander. De igual forma, la figura 4 también informa que las estimaciones han de considerar que el espacio territorial puede ser afectado por barreras naturales o artificiales (línea central que atraviesa el territorio) dividiendo el área en dos sub-espacios como lo puede ser un río o una carretera. Lo anterior, es indicativo de que las ciudades internamente muestran diferencias territoriales, sociales y económicas que son necesarias de valorar y cuantificar para la gestión de la intraciudad. En este sentido, el proyecto UA es una iniciativa muy interesante no sólo por la información comparable, relacionada con el conocimiento de la calidad de vida en las ciudades y/o zonas urbanas, sino que además plantea una cuestión metodológica que es frecuente encontrar en muchas investigaciones que trabajan con bases de datos, y que tiene que ver con el nivel de desagregación de los datos y con la ausencia de éstos en algunos niveles espaciales. Si el espacio se vuelve más homogéneo a gran escala y más fragmentado y diferenciado a pequeña escala (Méndez y Rodríguez, 2007), entonces el tipo de estadísticas necesarias sobre el territorio de un país también se afecta.

Conocer el espacio microterritorial implica profundizar en la estructura económica, en el fenómeno urbano y las interrelaciones que se producen dentro de la ciudad mediante la generación y desagregación territorial de los indicadores de análisis puesto que; a mayor tamaño de

la ciudad, lo más probable es que exista una mayor disparidad del indicador “dentro de la ciudad”. Sin embargo, se observan realidades muy diferentes en lo que se refiere a la disponibilidad de datos estadísticos de ámbito microterritorial. Es posible un acercamiento al dato del microterritorio mediante los coeficientes de estimación de la variable obtenida por medio de algún método econométrico en un nivel de agregación mayor y, proyectado al nivel más desagregado mediante variables *proxy* disponibles en el mismo. La variable proxy disponible a nivel microterritorial ha de tener implicaciones en el mercado de bienes, mercado de activos y mercado del trabajo; y que a su vez, provea información de las familias, las empresas, de modo que permita observar la estructura económica y el fenómeno urbano de la ciudad.

2.3 El precio de la vivienda como indicador de aproximación al fenómeno urbano

La ciudad, vista como lugar para vivir, desarrollarse, trabajar, estudiar y, para convivir en sociedad, es portadora de información sobre el fenómeno urbano que ocurre dentro de ellas. En este sentido, La distribución espacial del precio de la vivienda, *¿puede ser interpretada como una manifestación del grado de concentración o dispersión de la ciudad? ¿Es el precio de la vivienda un factor de atracción o expulsión de los residentes de las ciudades?*

Por el lado de la demanda, el precio puede ser interpretado como una métrica que las familias están dispuestas a pagar por atractivos no observables de la vivienda, tales como cercanía a transporte público, buenas vistas, cercanía a centros comerciales (Shuehui, 2010) y desde la sociología, las diferencias territoriales de precio ayudan a entender el fenómeno urbano (Leal, 2002) Por tanto, la distribución espacial del precio de la vivienda ayuda a visualizar la ubicación espacial de las

zonas urbanas respecto de determinados grupos de población y sus características socioeconómicas (Leal, 2002, García, 2007).

2.3.1 Valoración económica y social de la vivienda

La vivienda como producto material poseedora de características físicas, de localización y de funcionalidad, acoge en su interior el producto social de su habitabilidad (Di Paula, 2007). En este espacio físico, las familias pasan la mayor parte del tiempo, se establecen relaciones entre sus habitantes y es el lugar donde transcurren hechos que impactan sus vidas. Las familias definen la vivienda para sí mismos y para los otros y son definidos por el lugar donde habitan²³ (Di Paula, 2007). La calidad de la vivienda, el entorno, por las modalidades de vida y de consumo, pero sobre todo por el vecindario, crea unas estructuras espaciales que cobran una conciencia de clase. Por ello, la vivienda no es algo puramente económico, sino social e incluso estructural (Roch, 2007) en el seno de la actividad económica, que afecta a otras variables.

Habitar una vivienda para la mayor parte de los hogares, representa una inversión que involucra una buena parte de sus ingresos, ya sea mediante la adquisición de la misma o en el pago del alquiler, hecho económico que convierte a la vivienda en activo patrimonial. Como activo, también tiene su expresión visible en la “vivienda-taller”, “vivienda-almacén”, “vivienda-peluquería”, cuando es destinada (principalmente por familias con bajos ingresos) para el desarrollo de actividades productivas. Esta forma de expresión urbana, presente especialmente en los países menos desarrollados, encuentra en ella una vía de asistencia social mediante programas destinados a sectores vulnerables. Un ejemplo de ellos es la inclusión de la “Vivienda Productiva” en el Fondo de inversión social de emergencia del *Banco de*

²³ El programa de televisión que emitió la TV española entre marzo-abril 2011 “mi casa es la mejor”, representa esta premisa.

Vivienda Nicaragüense (BAVINIC) como programa prioritario. En los países más desarrollados la expresión de vivienda productiva se puede observar en el telecommuting que se posibilita por las nuevas tecnologías de la información que evitan el desplazamiento de los trabajadores hasta su lugar de trabajo sin renunciar a su jornada laboral habitual. El objetivo de la funcionalidad de la “vivienda productiva”, en ambos casos, suele ser el mismo: conciliar la vida laboral y familiar.

Por otro lado, la vivienda representa el bien más caro de todos los bienes de primera necesidad. Para las familias, la inversión en vivienda, tanto su adquisición como su mantenimiento, resulta ser su principal activo, catalogado como una inversión de largo plazo. La compra de este activo, trae asociada, en la mayor parte de los casos, el pago de una hipoteca, con un plazo medio de 25 años²⁴. Traducido en esfuerzo de pago²⁵, la familia estará destinando un montante de pago durante un 70% de su vida laboral (cifrada en 35 años, por término medio). Este período es el doble del soportado por las familias en el año 1990. El importe medio para viviendas urbanas en la Comunidad de Madrid es de 156.149 euros, un 32% más alto que el importe medio de España (datos a enero del 2011) y un 17% más alto que en el 2003. Esta mayor deuda, y a cada vez más largo plazo, no sería problema si su venta reportara un beneficio mayor a la inversión. Sin embargo, la valoración de la vivienda (comprada con apalancamiento financiero) depende de un precio que fluctúa cíclicamente con los vaivenes de la economía. Por otro lado, los hogares destinan parte de sus ingresos a habilitar esta vivienda para sus fines a través de la adquisición de mobiliario e implementos. Esta adaptación del inmueble a sus necesidades y el gasto que se requiere en su mantenimiento mensual supone una gran carga en el presupuesto del hogar. Por tanto, antes de realizar la compra (venta) o el alquiler, las familias suelen dedicar un tiempo a la

²⁴ Banco España. Indicadores del mercado de vivienda. Plazo medio Año 2010

²⁵ Medido en número de años de sueldo necesarios para pagar la hipoteca.

búsqueda de una vivienda que se adapte a sus necesidades y para ello, recurren al mercado de la vivienda.

2.3.2 El mercado de la vivienda

Como activo productivo, la vivienda tiene un precio resultante de la interacción del mercado. Los oferentes definen el precio de la vivienda en función de las características que posee, como la calidad de su construcción, superficie, lugar de ubicación, fecha de construcción y del tipo de vivienda (vivienda pública o vivienda libre), entre otras. Los demandantes, requieren unas viviendas de acuerdo a sus intereses personales, como el tamaño y estructura de su hogar, en sectores geográficos definidos, relacionados o no con la cercanía al lugar de trabajo o lugar de estudio, características del vecindario y modo de vida de “sus vecinos” y que se ajuste a su disponibilidad de pago. Estas diferencias de valoración de la vivienda entre oferentes y demandantes, se transmiten a los precios, que hacen de este mercado una competencia monopolística.

2.3.2.1 Características del mercado de la vivienda

La teoría económica caracteriza el mercado de la vivienda como un mercado imperfecto al que cataloga de ineficiente, puesto que no se produce el ajuste ni en el momento, ni en el lugar ni sobre el volumen adecuado de viviendas. En el corto plazo, los excesos de demanda y oferta de viviendas no se puede trasladar a otro mercado, dado su carácter local, por cuanto el ajuste se realiza mediante el precio. En el largo plazo, las variaciones en la oferta disponible pueden aparecer en momentos inadecuados a la demanda y, por consecuencia, pueden afectar también el precio. Este mercado se caracteriza por estar muy fragmentado por el lado de la oferta, con ineficiencias en el mercado del

suelo, en el que se producen asimetrías de información. La búsqueda de información, asociada a los atributos del bien de intercambio - la vivienda- trae consigo un costo de transacción que se traduce en la valoración de la vivienda y que define los parámetros sobre los cuales realizar la negociación del precio. Las asimetrías de información en el mercado de la vivienda, afectan a las familias en más de un sentido, ya que la adquisición de la vivienda como activo productivo conlleva paralelamente un costo de transacción derivado de la utilización de la vivienda como garantía del crédito hipotecario. Tanto bancos como entidades financieras de espectro múltiple que ofrecen créditos hipotecarios a las familias, operan en un mercado de intermediación financiera que moviliza recursos del mercado de capitales principalmente de corto plazo hacia el mercado de la vivienda - demandante de créditos de largo plazo-, hecho que conlleva riesgos por superposición de plazos y de tasas de interés. Este riesgo, que cae fundamentalmente en los prestamistas, repercute a su vez sobre las familias. En el mercado de bienes de consumo, el comprador puede devolver el producto al oferente recibiendo, a cambio, el pago efectuado. En el mercado de la vivienda, si una familia enfrenta impago de hipoteca, aunque “devuelva”²⁶ la vivienda a la institución poseedora del bien como garantía, no salda su deuda.

Por otro lado, la investigación relacionada con el mercado de la vivienda, extensa y variada en el campo de la economía, aborda aspectos de la tenencia, permanencia y localización²⁷, siendo la mayor parte de ellos relativa al precio de la vivienda. El aumento o disminución del precio en el mercado de la vivienda tiene su

²⁶ Dación de pago es una figura legal que existe en Estados Unidos y Gran Bretaña. En Francia opera la Ley de la Segunda Oportunidad, que prevé la condonación de las deudas de personas físicas mediante la liquidación de su patrimonio. En otros países, como Alemania y Portugal, se contempla un proceso de negociación que puede conducir a la condonación parcial de la deuda cuando se trate de “deudores de buena fe” (Pérez, 2011).

²⁷ Colom y Moles (1997) ofrecen una muy buena lista de referencias sobre el tema.

contraparte en el número de transacciones que se realiza, el cual, a su vez, se explica por los factores que determinan la demanda y la oferta y la sensibilidad de estos al precio. Que los precios se estabilicen o bajen debería alegrar a las familias, pero sólo complace a un 15% más o menos, mientras que se convierte en consternación general para el 85 ó 90% restantes que son propietarios, y para el 100% si se enfoca desde los efectos generales sobre la economía (Roch, 2007).

2.3.2.2 Determinantes del precio de la vivienda

La demanda de viviendas de parte de las familias se relaciona con sus condiciones económicas y familiares, actuales y futuras, las que dependen de factores tales como:

2.3.2.2.1 Las tasas de interés de las hipotecas.

El aumento de precios en el mercado de la vivienda tiene un efecto sobre la apreciación de la vivienda para aquellos que tienen la propiedad en sus manos y que se plantean venderla. En las fases expansivas del ciclo económico, la alta rentabilidad de la vivienda provoca un aumento en la demanda como activo (produciéndose el efecto contrario en caso de una disminución de los precios). Por otro lado, un aumento de precios se traslada a un aumento en los tipos de interés de los préstamos hipotecarios afectando directamente a las hipotecas transadas en renta variable (produciéndose el efecto contrario en caso de una disminución del precio y una hipoteca transada en renta fija). El tipo de interés conecta la demanda de viviendas (vivienda como activo) con el mercado de activos y con el coste de oportunidad del dinero, produciéndose un aumento o desviación de recursos monetarios de un mercado a otro.

2.3.2.2.2 Factores demográficos

El tamaño de los hogares influye tanto en la demanda de viviendas como en sus características. Es decir, pueden dar diferentes formas a las ciudades, lo que implica impactos sobre las políticas urbanísticas (Tscharaktschiew, 2010). Una tendencia al aumento de hogares trigeracionales y unipersonales, así como con la consecuente disminución en el tamaño de éstos afecta al mercado inmobiliario. Un incremento en las condiciones de emancipación o en la población entre los 20 y los 34 años, impactan positivamente en la demanda de vivienda (Poterba, 1991; Mankiw y Weil, 1989). Trilla, (2001) indica que las dificultades de ingreso al mercado laboral y el futuro incierto sitúa a los jóvenes de esta edad, en una posición competitiva desfavorable. Si desean abandonar el hogar familiar, han de recurrir a la ayuda financiera de sus familias o buscar otras formas de financiamiento, constituyendo el alquiler una de las vías más próximas de emancipación. El piso compartido, es una posibilidad al que se recurre para hacer frente a la adquisición de vivienda, en este proceso de emancipación.

2.3.2.2.3 La Renta familiar

Como principal indicador de variación de la demanda, la renta explica un 70% del incremento del precio real de la vivienda (Bover, 1993). Su efecto puede ser recogido con variables proxy como el PIB y el desempleo, como variables que afecta inversamente la renta. En el caso de los primeros compradores (o vivienda para jóvenes) las fluctuaciones más importantes en los precios de la vivienda se deben al efecto de sus variaciones de renta. Por otro lado, el nivel de renta segmenta el mercado de vivienda, trasladando una porción de la demanda al mercado de alquiler y produciendo una distribución espacial de la población de acuerdo a su poder de pago.

La oferta de viviendas por su parte, valorizada cuantitativamente por el volumen de construcción y stock de las mismas, posee información que es afectada por los siguientes factores:

2.3.2.2.4 Construcción y gastos de gestión

Sujetos a una cierta disciplina de mercado que garantiza cierta competencia entre los oferentes y contribuye a la estabilidad del precio.

2.3.2.2.5 Suelo

Constituye un factor escaso y una variable fijada por el poder público. El problema radica en que la escasa oferta de terrenos urbanizables, unida a la presión temporal para satisfacer las demandas de vivienda, constituye una seria restricción que se traduce en precios elevados en el mercado inmobiliario, especialmente el residencial (Díaz et al, 2003). De hecho, una gran parte de los cambios en los precios de la vivienda vienen dados por el uso de suelo residencial, que presenta una dificultad a la hora de evaluarlo diferencialmente de los otros factores (Bourassa et al, 2011). Sin embargo, el precio del suelo es función del precio de la vivienda dado que la demanda de suelo es, en términos económicos, una demanda derivada de la demanda de vivienda (García, 1999). El precio máximo no viene determinado por su coste, sino por la disposición a pagar por él, que depende a su vez, de las ganancias futuras asociadas al uso del terreno en materia inmobiliaria, lo que conduce a generara externalidades derivadas de la especulación como activo (Riera et al., 1997).

2.3.3 Ajuste del mercado

El libre juego de la oferta, demanda y los incentivos para sus participantes, se ajusta al equilibrio en función de los factores que determinan la demanda y la oferta de vivienda. Esto es, los incrementos en la demanda de viviendas que se enfrentan a una oferta inelástica de corto plazo²⁸, ocasiona un aumento en el precio causando una burbuja de especulaciones sobre los precios futuros y sobre las expectativas de revalorización. El resultado genera un efecto en la valoración del activo y en especial, sobre el esfuerzo económico familiar destinado a cubrir la función de habitabilidad principalmente. El mantenimiento de las expectativas de los precios de la vivienda, los cambios demográficos a largo plazo y el ritmo de construcción en el corto plazo, generan en el mercado de inmobiliario (mercado de bienes) -en el medio plazo- un evidente exceso de oferta. Esto produce, a su vez, una caída en el precio de la vivienda que impactará en el mercado de activos al estar interconectados con la tasa de interés y el dinero (García, 1999).

2.3.4 Medición del precio de la vivienda

El precio de la vivienda puede cambiar por factores exógenos a los factores que determinan su demanda y oferta. La construcción de una estación de metro, un hospital, un centro comercial o un parque, afectan favorablemente el valor de la propiedad, mientras que la instalación de un centro de acogida para drogodependientes, la instalación de un centro penitenciario, la construcción de un aeropuerto o un vertedero de basura, entre otros, provoca en los habitantes del sector resistencia y oposición, argumentando la pérdida de valor de sus propiedades. Sin embargo, en un mercado monopolístico como el de la vivienda, con precios presentes que

²⁸ Dada fundamentalmente por la inelasticidad del precio del suelo.

dependen de la rentabilidad futura y con variables exógenas que le afectan, la medición del precio es de vital importancia para la economía en general. Su medición responde a una variedad de metodologías y nivel de desagregación, que no serán abordados en esta tesis, pero que pueden ser consultadas en Díaz et al, (2003); García, (1999); Minst, (2008), Rodríguez, (2007).

2.3.4.1 Tipologías de precios disponibles de vivienda

El mercado ofrece precios medidos de forma diferente. Por un lado, está el precio por el que el oferente espera vender (o alquilar) su vivienda; por otro, aquél pagado por la transacción y que figura en la escritura del inmueble y, por último, el precio que ofrecen algunas sociedades de tasación. El más visible es aquél que anuncia la vivienda, el que es publicitado por el propio oferente con el aviso “se vende”, en portales de compraventa, en la prensa escrita o en avisos de marquesinas (precio de oferta). El oferente extrae el valor de su propiedad a partir del precio de oferta de inmuebles cercanos con rasgos similares en cuanto a la antigüedad del edificio o su estado de conservación, el número de habitaciones y superficie útil, entre otros. Este precio de salida representa la valoración de los oferentes de vivienda y no tiene por coincidir necesariamente con el precio final pagado por el comprador (precio de mercado).

El precio medio por metro cuadrado resultante de las tasaciones (valor de tasación) se calcula a partir de la agregación ponderada de precios de tasación suministrados por diversas sociedades. Incluso si no recoge la valoración hedónica de la calidad de los inmuebles (Montalvo, 2007), es el más aceptado estadísticamente (Rodríguez y Fellingner, 2007, Rodríguez, 2007).

2.3.5 Beneficios de la valoración del precio

La medición del precio otorga posibilidades de valoración a las familias acerca de su activo patrimonial, así como sobre las decisiones de consumo de la vivienda (necesidades de habitabilidad).

A los estudiosos de la economía urbana, la distribución espacial del precio de la vivienda les ayuda a visualizar la localización geográfica de crecimiento urbano y las particularidades de cada sub-mercado, así como las interrelaciones existentes entre estos. A nivel agregado, el precio de la vivienda constituye un indicador del ingreso familiar y de la evolución del sector de la construcción, que otorga la posibilidad de anticipar la aparición de burbujas especulativas. Puede ser utilizado para medir la tasa de depreciación económica de la vivienda (Thibodeau, 2011) o también, para estimar modelos de búsqueda de vivienda y la movilidad del hogar (DeBoer 1985), o como ejercicio econométrico que compara diferentes modelos de estimación del precio de la vivienda (Bradford, 2004).

Por su parte, a los analistas políticos de la vivienda, el precio les ayuda a evaluar la equidad y eficiencia de la asistencia del gobierno en los programas de vivienda y les proporciona herramientas para la toma de decisiones sobre proyectos de inversión en vivienda de interés social. Barceló, (2006) concluye que los propietarios y los que alquilan viviendas con protección oficial (con precio más bajo al mercado) están menos dispuestos a buscar y a aceptar un empleo en otras zonas geográficas diferentes de su lugar de residencia²⁹, que los arrendatarios y las familias en vivienda libre. Flatau (2003) precisa que los propietarios con hipotecas de vivienda pública son también quienes

²⁹ Jos, (2011) analiza el efecto negativo de la distancia en los desplazamientos del trabajador y la productividad.

experimentan un desempeño de menor duración. Un análisis de las diferencias en el precio de vivienda entre ciudades y la movilidad laboral presentado por Zabel (2009) indica que las ciudades con una oferta de vivienda muy inelástica al precio, tienen poca sensibilidad en la entrada de trabajadores. Por tanto las políticas de incentivos al empleo deben observar previamente lo que ocurre en el mercado de la vivienda. Asimismo, el precio de la vivienda puede ser utilizado como indicador de los impuestos sobre la propiedad, así como de la valoración de las políticas de inversión públicas en la propiedad (Thibodeau, 2011).

2.3.6 Relación entre el espacio urbano y la vivienda.

La vivienda compuesta por el vecindario y el entorno que le rodea; crea unas estructuras espaciales conocidos como barrios, condominios, sector, población, villa, urbanización que cobran una conciencia de clase o segmentación de los estratos sociales según la renta de los hogares (bajos, medio/bajos, altos) mensurables en términos de valor económico de la vivienda (Cardoso y Ortiz, 2010). Dicha jerarquización del espacio se refleja en la existencia de barrios de lujo, en los cuales los elevados precios de las viviendas impiden la entrada a las clases sociales de rentas bajas, por lo que éstas, por su parte, tienden a polarizarse en otras zonas (Cano y Chica, 2004). En ambos casos, la vivienda es una manifestación de segmentación social.

El nivel de renta segmenta el mercado de vivienda, trasladando una porción de la demanda al mercado de alquiler y produciendo una distribución espacial de la población de acuerdo a su poder de pago, por tanto; constituye un indicador del ingreso familiar. Tal segmentación genera pautas de segregación social en el espacio urbano y se manifiesta en el precio de la vivienda según su ubicación espacial

(Arriagada, 2003). Así, si se observan diferencias en los precios de la vivienda entre dos zonas equidistantes y con características similares en cuanto a sus factores de atracción físicos y de accesibilidad, tal situación podría inferirse como representativa de la diferencia en la condición económica y social de quienes residen en esas zonas (Leal, 2002).

De acuerdo al grado de concentración de la estructura espacial urbana, la localización de la vivienda se traduce en un tema de métrica espacial, que dependerá del grado de escasez del suelo y formalidad de los procesos de acceso u ocupación y dotación de infraestructura pública. Mientras mayor sea la densidad poblacional, más escaso es el suelo residencial. Por tanto, la ciudad ofrecerá soluciones habitacionales de forma vertical, mientras que en la zona urbana menos densa, se ofrecerán soluciones horizontales en terrenos de menor costo, pero que incrementan los requerimientos de inversión en infraestructura y equipamiento urbano.

El valor de la localización de suelo residencial depende de la localización diferenciada y exclusiva de la vivienda dentro de la estructura urbana (Cano y Chica, 2004) que depende a su vez, de la valoración futura asociada al cambio de uso de suelo. El problema radica en que la escasa oferta de terrenos urbanizables, unida a la presión temporal para satisfacer las demandas de vivienda, constituye una seria restricción que se traduce en precios elevados en el mercado inmobiliario, especialmente el residencial (Díaz et al, 2003).

La distribución espacial del precio de la vivienda ayuda a visualizar la localización geográfica de crecimiento urbano. En este sentido, el precio de la vivienda envía señales sobre la ubicación espacial de las zonas que componen la ciudad, de determinados grupos de población, sus características demográficas y niveles de ingreso. Es decir, el precio

resume, de alguna manera, el cambio en el valor social de las zonas que componen la ciudad: valor que se materializa en las viviendas y que muestra la distribución de los hogares en términos sociales y económicos (Leal, 2002, García, 2007). En las zonas más periféricas se encuentran las familias con hijos, que inclusive están dispuestos a ser mega-viajeros (más de 3 horas de viajes diario hasta su lugar de trabajo) si con ello pueden acceder a viviendas más amplias y más económicas (Centro de Política Urbana y Metropolitana, 2002).

2.3.7 Dependencia espacial entre los bienes urbanos.

La dependencia o autocorrelación espacial en el valor de la vivienda, indica una relación directa entre valor y cercanía a los bienes urbanos (Cano y Chica, 2004; Montero y Larraz, 2006) e implica que los bienes urbanos de acuerdo a su ubicación sobre el plano trae consigo una dependencia espacial a pequeña escala y, en determinados casos, también a gran escala. Según Cano y Chica (2004), los bienes urbanos que se encuentran en el entorno inmediato de la vivienda, generan una *dependencia espacial a pequeña escala* de modo que afectan fuertemente el valor de la vivienda.

Los factores de atracción físicos (atractivo de la localización, forma y tamaño terreno, etc.), atractivos relacionados con la accesibilidad local (a los centros docentes, comerciales, facilidades de transporte, etc.) y atractivos relacionados con las variables socioeconómicas de los residentes del barrio; se relacionan con la dependencia espacial de los bienes urbanos y el entorno inmediato de la vivienda en la microescala. Estas características o factores, explicarían la diferencia entre el valor de una vivienda y la media de su barrio.

Por otro lado, la diferencia entre el valor de los bienes de un determinado barrio y la media de la ciudad, se explicaría por factores como accesibilidad al centro y red de transporte, densidad residencial y normativa urbanística. Estos factores asociados a la ciudad, generan una *dependencia a gran escala*, que se manifiesta en que la media de los valores de una vivienda por barrios no permanece constante, sino que va variando sobre el espacio de la ciudad. Por tanto, la localización y el precio de la vivienda se encuentran estrechamente relacionados con el fenómeno urbano.

Las características localizativas difícilmente reproducibles de forma competitiva en el mercado inmobiliario, a diferencia de lo que ocurre con las características constructivas de las edificaciones (Cano y Chica, 2004), ejercen una influencia determinante sobre el valor de los bienes urbanos y, en este caso en particular, sobre la valoración de la vivienda.

En esta tesis, se plantea que la información contenida en las relaciones de dependencia espacial del precio de la vivienda permite entregar información sobre el fenómeno urbano a nivel microterritorial (Leal, 2002; Arriagada, 2003).

3 Capítulo: ASPECTOS GENERALES DE LA ESTIMACION ESPACIAL

“Todo está relacionado con todo, pero las cosas cercanas están más relacionadas entre sí que las más lejanas”. Waldo Tobler (1979)

ESQUEMA GENERAL DEL CAPITULO

- 3.1 EL TERRITORIO Y LOS DATOS ESPACIALES
 - Naturaleza de los datos espaciales,
 - Representación de los datos espaciales,
 - Cambio de escala de los datos espaciales,
 - Vecindad espacial,
 - Efectos espaciales en los datos territoriales.
- 3.2 MODELIZACIÓN CON DATOS ESPACIALES.
 - La Econometría Espacial,
 - La Geoestadística.
- 3.3 LA INTERPOLACIÓN ESPACIAL COMO TÉCNICA DE APROXIMACIÓN TERRITORIAL.
 - Conceptos generales de la interpolación espacial,
 - Aplicaciones de la interpolación espacial en lo urbano.

La aproximación al conocimiento urbano microterritorial de la ciudad, requiere disponer de indicadores desagregados en barrios, distritos o secciones censales por ejemplo. Indicadores que en este nivel, se caracterizan por su escasez y/o ausencia. En este sentido, tanto la elección de las técnicas de estimación espacial como las variables de acercamiento urbano, resultan fundamentales para obtener tal aproximación.

En esta parte de la tesis, se expone un apartado que repasa algunos aspectos espaciales de la estimación en el microterritorio, otro apartado dedicado a la Geoestadística y la econometría espacial, que sustentan la interpolación espacial como técnica que permite estimar datos ausentes e inferir la regionalización que tendría una variable en diversos soportes de áreas. Mientras que la Geoestadística provee herramientas para describir y modelizar la dependencia espacial de los datos, la Econometría Espacial, se ocupa de la relación entre variables que tienen estructura espacial. Por último se dedica un apartado dedicado a sustentar la hipótesis de que la modelización de la dependencia espacial, contenida en el valor de la vivienda y en su relación con los bienes y el espacio urbano, puede ser utilizada en el acercamiento urbano.

3.1 El territorio y los datos espaciales

La imagen del espacio urbano a gran escala muestra una única estructura difusora de tipo tentacular-vial mientras que en la escala *micro*, cada “nodo” de esta red; contiene características particulares (Dematteis, 1998). Cuando la dinámica interna de las ciudades es cuantificada en un valor agregado, las disparidades que pudieran existir dentro de la ciudad (o dentro de la provincia), quedan contenidas en un valor “medio” de la variable que puede estar afectado por diferencias de escala y por la agrupación arbitraria de los datos. Hechos que encubren la presencia de una dependencia espacial contenida en los datos con lo que trabaja la economía urbana y que, inclusive, puede no corresponderse con los límites administrativos de estos valores medios. Lo anterior no indica que la regionalización de los datos discretos con los que trabaja la econometría carezcan de sentido, sino que las tendencias diferenciales de la variable en el territorio son explicativas de la heterogeneidad del espacio microterritorial. Las técnicas de estimación de indicadores de aproximación urbana, han de considerar las características “espaciales” de los datos y las relaciones espaciales que se producen tales observaciones.

Los datos vinculados a su localización espacial, presentan unas pautas que los hacen muy peculiares y justifican su tratamiento aparte por parte de la estadística espacial. La estadística espacial se relaciona con los métodos específicos que utilizan la distancia y las relaciones espaciales como parte de las matemáticas para sus cálculos, a fin de determinar patrones, tendencias y relaciones espaciales que permitan entender mejor el comportamiento de fenómenos territoriales. Para ello, dispone de herramientas que cuantifican el patrón espacial con la finalidad de detectar si las características se distribuyen al azar, están concentradas o dispersas en el territorio, mientras que con otras, se

identifican las características de la distribución de la variable respondiendo a preguntas de dónde está el centro, o cómo determinadas características se distribuyen alrededor del centro. Mientras que la estadística clásica prueba en los datos la hipótesis de independencia y aleatoriedad³⁰, los datos vinculados al territorio o localización no cumplen estos supuestos básicos al estar relacionados unos con otros en el espacio geográfico³¹. Si se incluye y se toma en cuenta esta relación espacial de los datos territoriales, se puede obtener mayor información sobre el fenómeno estudiado (Aroca, 2000).

3.1.1 Naturaleza de los datos espaciales.

El valor medio de los datos ha de tomar en cuenta la naturaleza de los datos espaciales que se relaciona con unas características de georreferenciación, multidireccionalidad y multidimensionalidad.

3.1.1.1 Georreferenciación.

La característica georreferencial de los datos espaciales está relacionada con las coordenadas geográficas de los mismos. A partir de éstas, se define la localización de un objeto espacial según el sistema de coordenadas y datum determinado (Alcalá, 2005). Un datum define el origen del sistema de coordenadas geográficas (origen dado por el único punto donde el esferoide coincide perfectamente con la superficie de la Tierra). Los sistemas de coordenadas intentan modelizar la Tierra y ubicar las entidades con precisión y se clasifican en sistemas geográficos o los sistemas proyectados. El primero de ellos se utiliza

³⁰ Como se verá más adelante, las hipótesis planteadas por la Geoestadística son necesarias por cuanto los datos observados $Z(x)$ no son una muestra ordinaria de tamaño n en el sentido tradicional sino una única realización de la variable en un subespacio s del espacio geográfico D . Por tanto no existen réplicas de los mismos y en consecuencia la aleatorización y la repetición no son posibles (IGAC, 1998).

³¹ Montero y Larraz (2008) advierten sobre el riesgo que se corre en presencia de dependencia espacial cuando se utiliza la inferencia estadística clásica como el uso de la media muestral aleatoria como el mejor estimador de la media poblacional.

para ubicar objetos en la superficie curva de la Tierra, mientras que con el segundo se ubican objetos en una superficie plana (un mapa en papel o un mapa digital visualizado en una pantalla de ordenador plana) (ESRI). El sistema métrico, que para el caso español es el Sistema de Coordenadas Universal Transversal de Mercator (En inglés *Universal Transverse Mercator*, UTM), dispone de distintos husos en el territorio peninsular, como son el 29, 30 y 31 y para incluir Canarias se suma el huso 28 (Alcalá, 2005). En esta tesis, los datos espaciales estarán georreferenciados al huso 30 de UTM.

3.1.1.2 Multidireccionalidad.

En el análisis espacial, la relación de cercanía es de forma multidireccional en contraste, por ejemplo, con los datos temporales, que se desarrollan en una estructura regular en el tiempo y variaciones estables y coherentes con el propio pasado de la serie (Chasco, 2003). Los datos geográficos por su parte, presentan inestabilidad en las relaciones de las variables puesto que proceden de unidades de observación diferente.

3.1.1.3 Multidimensionalidad.

Si se considera que los datos geográficos son entidades espacio-temporales que cuantifican la distribución, el estado y los vínculos de distintos objetos (bienes urbanos) o fenómenos naturales y/o sociales (IGAC, 1998), el análisis de las relaciones espacio-temporales varía según el nivel de detalle de los datos geográficos, nivel de complejidad y su alcance temporal (Cely y Bedard, 2006). Por ejemplo, la relación espacio temporal contenida en las variables demográficas puede ser utilizada para observar el fenómeno de dispersión urbana a través del tiempo, que afecta un área geográfica particular así como el porcentaje

de terreno de uso agrícola que ha sido reemplazado por terreno de uso residencial.

3.1.2 Representación de los datos espaciales.

Según el Instituto Geográfico Agustín Codazzi (IGAC), “los datos geográficos son entidades espacio-temporales que cuantifican la distribución, el estado y los vínculos de los distintos fenómenos u objetos naturales o sociales”, de acuerdo a una posición absoluta sobre un sistema de coordenadas, posición relativa frente a otros elementos del paisaje (adyacencia, contigüidad, pertenencia, conectividad e inclusión) y una presentación del dato mediante una figura geométrica que lo representa (punto, línea, polígono) y que posee propiedades intrínsecas a su misma naturaleza geométrica. La representación de las variables espaciales intenta mostrar la “realidad geográfica” y su conceptualización o representación mediante formas discretas o continuas (Goodchild y Haining 2005). Las variables geográficas conceptualizadas de forma continua son aquellas con las que trabaja la Geoestadística, mientras que la econometría espacial lo hace con variables discretas con entidades susceptibles de medición matemática (Chasco, 2003).

3.1.3 Cambio de escala de los datos espaciales.

Además de la consideración de las características particulares de los datos espaciales, las técnicas de estimación y desagregación de datos en el territorio han de considerar las diferencias de escala. Chasco (2003) indica que cuando las correlaciones realizadas en ámbitos geográficos agregados, son inferidas a unidades de diferente escala como los datos microterritoriales, se puede caer en una falacia ecológica, es decir; aquella posible falsedad de las relaciones espaciales en los datos a la que puede llevar una inferencia ecológica (IE) cuando las observaciones

procedentes de un determinado nivel, proporcionan una información que no es aplicable a los niveles inferiores, particularmente cuando se observan patrones de heterogeneidad espacial. La desagregación de datos en áreas de diferente tamaño, Chasco (2003) lo relaciona con el “problema de la unidad espacial modificable” (MAUP, “Modifiable Areal Unit Problem”), que tiene que ver con las diferentes formas y criterios con que puede dividirse un espacio geográfico, así como con las desviaciones significativas experimentadas por algunos estadísticos cuando son calculados en diversos ámbitos geográficos, con mayor o menor agregación espacial (Bailey y Gatrell, 1995). Chasco aclara que, en caso de desagregación espacial, ha de tenerse en cuenta que el comportamiento del fenómeno estudiado no necesariamente es uniforme entre unidades de diferentes tamaños. No evaluar este hecho, puede conducir fácilmente a una falacia ecológica (Peeters y Chasco, 2006).

3.1.4 Vecindad espacial.

Otra consideración a tener en cuenta es la dificultad asociada a la agrupación o medida de vecindad espacial de los datos. En el caso de los datos temporales, la unidireccionalidad evita esta circunstancia, cosa contrario que sucede en los datos espaciales en donde las relaciones que se generan en el espacio no pueden obviarse puesto que pueden contribuir a generar hipótesis sobre su génesis. Por ejemplo, la ocurrencia de un proceso de “contagio”, en el que el valor de la variable para un determinado lugar está afectado por el valor de “sus vecinos”. La identificación de las unidades de observación “vecinas” se define en la econometría espacial mediante la construcción de una matriz de contigüidad o de pesos espaciales en la que se establecen las relaciones espaciales entre cada par de localizaciones, o como en la Geoestadística, que se definen en función de las semivarianzas de los valores de las variables.

3.1.5 Efectos espaciales en los datos territoriales.

Por otro lado, al trabajar con datos vinculados geográficamente, ha de valorarse dos efectos espaciales: el efecto de la dependencia también conocida como autocorrelación espacial y el efecto de la heterogeneidad espacial. El primero se produce cuando el valor de una variable en una unidad espacial mantiene una similitud o disimilitud, respecto al valor que asume la misma variable en las zonas vecinas, superior a lo que tendría lugar por casualidad, mientras que la heterogeneidad, se relaciona con las características propias de los datos espaciales.

De los efectos espaciales, Chasco (2003) indica que el más conocido es el de la dependencia espacial gracias a los trabajos pioneros de Cliff y Ord (1973, 1981). Sin embargo, acota que el problema causado por la heterogeneidad espacial; a diferencia de lo que sucede con la dependencia espacial, podría en gran parte ser resuelto mediante procedimientos de la econometría estándar (como el análisis cluster), aunque existen casos en que la compleja interacción resultante de la estructura y los flujos espaciales pueden generar dependencia espacial combinada con heterogeneidad espacial, haciéndose altamente complicado distinguir entre ambos efectos. Por otro lado, ignorar los efectos espaciales en la estimación de modelos puede conducir a obtener estimadores ineficientes o incluso sesgados (Aroca, 2000). En Mella et al. (2005) se hace una estimación del PIB municipal para 122 capitales de provincia y municipios superiores a 50.000 habitantes mediante un modelo de extrapolación espacial basado en la imputación por regresión, que utiliza como explicativas, variables disponibles en el ámbito provincial y municipal. La consideración de la existencia de efectos espaciales en la distribución de estas variables así como en la relación que mantienen con el PIB, hace posible una mejor

aproximación de los datos municipales a partir de las relaciones existentes en el ámbito provincial.

3.2 Modelización con datos espaciales.

La incorporación de los datos con vinculación geográfica es tomada en cuenta en las modelizaciones dentro del campo de la econometría espacial y la Geoestadística. La primera se corresponde con la economía regional y en consecuencia con la economía urbana, mientras que la aplicación natural de la Geoestadística, se relaciona con los eventos relacionados con la naturaleza, pero con una creciente y reciente aplicación en el campo de las ciencias sociales. Ambas áreas del conocimiento tienen un punto de interés común: la valoración de la dependencia espacial de las variables vinculadas al territorio.

3.2.1 La Econometría Espacial

Definida como aquella parte de la econometría que se ocupa del efecto causado por el espacio en los datos estadísticos y su impacto en los modelos económicos. Debe sus cimientos al trabajo de Student que en el año 1914 aborda por primera vez los problemas derivados de la heterogeneidad espacial y la dependencia espacial de los mismos, así como el efecto en la validez de los métodos estadísticos convencionales. Posteriormente, en la década de los cincuenta, los índices formales para medir la autocorrelación o dependencia espacial de Moran (1948) y Geary (1954) ramifican un campo de estudio de la econometría, llamada *econometría espacial* por Paelinck y Klaasen a fines de la década de los 70. Chasco (2003) define la econometría espacial como “aquella disciplina de la econometría general que incluye técnicas de especificación, estimación, contraste y predicción necesarias para el tratamiento de los datos espaciales”. Según Chasco, la distinción entre la econometría espacial y la econometría convencional no se limita a la consideración geográfica de la estimación de modelos -por ejemplo

modelos econométricos regionales- ya que estos se pueden estimar utilizando técnicas econométricas convencionales.

La distinción más bien ocurre en el tratamiento de los aspectos espaciales en el ámbito estadístico, donde la econometría espacial considera un conjunto de métodos y técnicas que se abordan con modelos que contemplan la vinculación de las variables al territorio. Las técnicas utilizadas en la econometría espacial tratan de modelizar datos que están localizados espacialmente y que suelen presentar efectos como el de la heterogeneidad y la autocorrelación espacial, así como la predicción de datos mediante técnicas de interpolación espacial³².

3.2.2 La Geoestadística

En el campo de las Geociencias de comienzos de los años 50, la evaluación de reservas minerales útiles motivó la aparición y desarrollo de propuestas que informaban sobre el carácter sesgado de la media aritmética como técnica de estimación. Las investigaciones condujeron al desarrollo de la Teoría de las Variables Regionalizadas dando origen a la Geoestadística (término concebido por George Matheron) que mezcla conocimientos de geología, matemática y estadística y que tiene en cuenta la correlación espacial en sus predicciones. Con la fundamentación teórica de los modelos de estimación de variables regionalizadas y del variograma, el profesor Matheron expresa las características espaciales estructurales de una variable aleatoria en términos matemáticos, mientras que el variograma, lo presenta como una herramienta para modelizar la correlación espacial. En cuanto a la predicción, el profesor Matheron propone la interpolación espacial a

³² Chasco (2003) y Peeters y Chasco (2006) indican que la predicción espacial tendría que ampliarse para incluir a la extrapolación espacial (o inferencia ecológica), método inferencial destinado a obtener datos en ámbitos territoriales desagregados a partir de información espacial agregada. Los modelos de extrapolación espacial están centrados en la desagregación espacial de una variable desde ámbitos agregados a otros ámbitos más desagregados.

partir de un muestreo fragmentado utilizando una formulación matemática llamada “krigeage” dentro del círculo francés y que terminó siendo mundialmente conocido con el nombre de kriging en honor a Daniel Krige (Agterberg, 2004). Técnica basada en una media móvil ponderada que depende de la distribución de las observaciones (posibles agrupamientos), de la distancia o proximidad geográfica respecto del punto no muestral, del tamaño y calidad de los datos y de la estructuración de la variable (Montero y Larraz, 2008). Factores que son tomados en cuenta para que produzca a un estimador $Z^*(x)$ óptimo y eficiente (varianza mínima), diferenciando así al Kriging, de otras técnicas de interpolación determinísticas como el Inverso de la Distancia, las Funciones polinómicas o del interpolador por mínimos cuadrados, por ejemplo y que han llevado a los investigadores a aplicar el método geoestadístico en diversas³³ ramas de las ciencias.

Mediciones como niveles de contaminantes en el aire, contenidos de nutrientes en el suelo (Estévez Cruz et al, 2005, Henríquez et al, 2005; Juárez y Auvinet, 2002), variables geológicas de yacimientos (Martínez Vargas, A. 2006), valores de precipitación (Kastelec y Košmelj, 2002), aplicaciones en ingeniería aeroespacial (Simpson et al, 2001) o el precio del metro cuadrado de una vivienda, intención de voto político (Tam y Gimpel, 2007; Gomez y Hansford, 2008) son casos de variables con presencia de continuidad espacial detectada mediante el variograma y que son modeladas mediante predicción espacial por Kriging o una de sus variantes (Funes, 2004). Para mayor información sobre la

³³ Las aplicaciones geoestadísticas se relacionan con el análisis de la dependencia espacial, la predicción por kriging y/o Simulación condicional, así la predicción Geoestadística en datos espacio-temporales. Como proceso de interpolación, la simulación se diferencia de la estimación por Kriging, en que este último ofrece una imagen suave o lisa de la realidad, que corresponde a la realidad más probable de los puntos medios existentes (Delgado, 2004(a) y (b), Cuador et al 1997). La extensión de los datos geoestadísticos espaciales al caso espacio-temporal es una línea de investigación que cobra cada vez más fuerza. El desarrollo de modelos de covarianzas espacio-temporales³³ asociados a campos aleatorios estacionarios y no estacionarios abre un puente entre la geoestadística convencional y la geoestadística espacial o espacio-temporal.

Geoestadística, nacimiento y aplicación; puede ser consultado en el **ANEXO 1: Sobre la Geoestadística y su génesis.**

3.2.2.1 Teoría de las variables regionalizadas.

La teoría de las variables regionalizadas asume que la variación espacial de una variable cualquiera puede ser obtenida por la adición de un componente estructural, en que los datos no son independientes de su ubicación geográfica y que puede expresarse como un valor medio constante (tendencia), un componente aleatorio espacialmente correlacionado en que los datos varían irregular e imprevisiblemente y un error residual (Chica Olmo, J. 1994). El error de la predicción será mayor cuanto más irregular sea la distribución de la variable aleatoria en el espacio y más discontinua sea su variación espacial.

El alcance de los objetivos propuestos por la Geoestadística cuando se dispone de una variable regionalizada $z(x)$ como realización de la variable aleatoria $Z(x)$, se obtiene al introducir unas hipótesis suplementarias relacionadas con la homogeneidad espacial de la función aleatoria, permitiendo de este modo, reducir el número de parámetros de los cuales depende la función de distribución de $Z(x)$ (Matheron, 1962; Moral y Marques, 2002). Estas hipótesis; que se describen con mayor profundidad en el **ANEXO 2: Teoría de las variables Regionalizadas: Hipótesis**; son necesarias por cuanto los datos observados $Z(x)$ no son una muestra ordinaria de tamaño n sino una única realización de la variable en un sub-espacio s (localizaciones muestreadas o regionalización observada) del espacio geográfico D . Por tanto, no existen réplicas de los mismos. El mecanismo que permite generar tales réplicas para realizar inferencias sobre el campo aleatorio, son la estacionariedad y la ergodicidad (Montero y Larraz, 2008).

La estacionariedad³⁴ está relacionada con la condición de repetibilidad garantizada mediante una estructura probabilística del campo aleatorio similar en diferentes partes de D (Instituto Geográfico Agustín Codazzi), lo cual ocurre cuando las coordenadas absolutas no muestran ninguna influencia sobre la ocurrencia de la variable. Mientras que la ergodicidad (aduciendo a la capacidad reiterativa del proceso) supone que un dominio es suficientemente grande como para que se pueda confundir la media de la regionalización, con la esperanza de la función aleatoria o promedio en el espacio (Montero y Larraz, 2008).

La estacionariedad permite combinar pares de x con diferentes coordenadas geográficas separadas a una misma distancia h . Si se incorpora el supuesto de que el valor de x no depende de la dirección de la misma, entonces nos encontramos en un campo isotrópico³⁵. Físicamente este evento representa homogeneidad de la variable en el espacio (Usandivaras, 2006) y ocurre, en consecuencia, un proceso estacionario e isotrópico a la vez (Verdoy, 2005). En la figura 5 se muestran dos imágenes de una variable regionalizada con a) media estacionaria y b) media no estacionaria o con deriva o tendencia en el valor promedio de la variable.

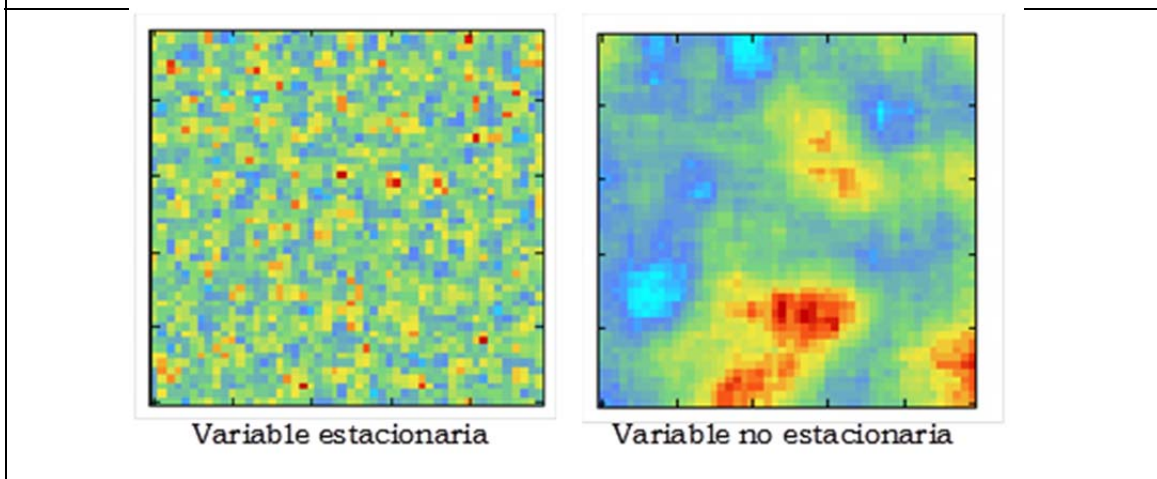
Por otro lado, puede ocurrir que un campo aleatorio sea estacionario pero no isotrópico. Por tanto, no basta conocer la distancia h que hay entre dos puntos cualesquiera, sino además; la orientación de la misma. En términos geométricos, la estacionariedad y la isotropía son propiedades de invarianza: la estacionariedad es invarianza bajo

³⁴ Montero y Larraz, (2008) indican que desde el punto de vista matemático-probabilístico, la estacionariedad está referida al comportamiento regular en el espacio de los momentos de la función aleatoria o de la misma función y que se presenta en diferentes grados según sea su nivel de homogeneidad espacial. En caso que la variable aleatoria presente dispersión y/o muestre tendencia o deriva (media no constante), la hipótesis de estacionariedad puede no cumplirse. En tal caso, se considera una hipótesis menos restrictiva que la anterior (Moral y Marques, 2002, Chica Olmo, J. 1994), llamada por Matheron como hipótesis intrínseca.

³⁵ En un espacio isotrópico, la correlación entre los valores de x no depende de la dirección en la que ésta se calcula.

traslación, mientras que la isotropía es invarianza bajo rotación (Instituto Geográfico Agustín). La falta de estacionariedad puede ocurrir debido a la existencia de valores anómalos en el espacio, a la existencia de una tendencia o a la existencia de dos o más poblaciones dentro del mismo espacio de muestreo.

Figura 5. Observación gráfica de la estacionariedad



Fuente: Elaboración propia.

3.3 La interpolación espacial como técnica de aproximación territorial.

La interpolación espacial es considerada como un método de predicción espacial. Estas técnicas son utilizadas para estimar valores geográficos ausentes para el cartografiado, por ejemplo, para la estimación de variables climatológicas o en estudios geológicos. Se trata de métodos que presentan una gran variedad de algoritmos matemáticos, dependiendo la elección de uno u otro de las características de los datos, el grado de precisión y el proceso de cálculo requerido.

Detrás de cada técnica de interpolación está implícita la primera ley geográfica de Tobler (1979), según la cual “todo está relacionado con todo, pero las cosas cercanas están más relacionadas entre sí que las

más lejanas”. Dos son las modalidades que se emplean para estimar la inexistencia de datos mediante la interpolación espacial:

I. Soluciones derivadas de la *cartografía*: la representación de superficies por medio de contornos, líneas y puntos es un medio muy común por el cual los datos se generalizan para dar una representación completa del área o superficie de la topografía. Estos algoritmos matemáticos se subdividen normalmente en dos clases principales: interpolación y aproximación numérica³⁶. Entre las técnicas de interpolación, las más utilizadas son: *Inverse distance Weigted*, (IDW), triangulación, “esplines” y las funciones polinómicas.

II. Soluciones derivadas de la *geoestadística*: Para predecir el atributo $Z(s)$ en puntos no muestrales, el método geoestadístico realiza el cálculo del semivariograma³⁷ empírico, selecciona un modelo válido de semivariograma que sea compatible con el semivariograma empírico y ajusta el modelo elegido para estimar sus parámetros. En función de estos parámetros se predice el atributo Z en puntos no muestrales y se calculan las correspondientes varianzas de los errores de predicción.

La interpolación mediante cualquiera de las soluciones anteriores, requiere el conocimiento de la estructura espacial subyacente en ellos. En concreto, será necesario detectar posibles efectos *autocorrelación espacial* (Cliff y Ord 1973, 1981). Es precisamente en este punto, donde las técnicas de interpolación provenientes de la geoestadística se diferencian de otras técnicas de interpolación, ya que las primeras

³⁶ Las técnicas basadas en la aproximación, también llamadas técnicas de interpolación aproximadas, son aquellas que aseguran que dada una función definida en un intervalo cerrado, podemos encontrar un polinomio que "se acerca" a esta función tanto como lo deseemos. En cambio, la interpolación calcula la función exacta que pasa por dos o más puntos sobre una superficie.

³⁷ Herramienta de la geoestadística que se utiliza para observar la autocorrelación espacial de la variable

incorporan explícitamente la identificación y modelización del efecto de autocorrelación espacial de los datos.

Aunque se han identificado unos 30 algoritmos matemáticos diferentes de interpolación³⁸ (se pueden encontrar revisiones muy completas sobre las técnicas de interpolación y su clasificación en Franke,1982; Lam, 1983; Wingle, 1992; Burrough y Mc Donnell, 1998; Nalder y Wein,1998; Echegoyen, 2002; Coley y Clabburn, 2005; Goodchild, et al. 2007), no existe un acuerdo unánime acerca de cuál es aquella técnica de interpolación espacial que dé mejor resultado en todas las circunstancias, o incluso en una situación concreta. Algunas de ellas gozan de gran aceptación por su simplicidad de cálculo o adecuación a situaciones concretas. **El ANEXO 3: Técnicas de interpolación espacial**, puede ser consultado para mayor información referida a algunas técnicas de interpolación espacial.

3.3.1 Conceptos generales de la interpolación espacial.

Si se entiende a la predicción como “una afirmación (probabilística) acerca de un punto muestral no observado” (Haavelmo, 1950), el uso de técnicas de interpolación espacial de datos, permite estimar o “predecir” valores de una variable en una localización espacial precisa a partir de

³⁸ En la mayor parte de las investigaciones sobre el tema, se utilizan diferentes técnicas y se comparan los resultados para determinar el ajuste a los datos (véase Dowdall y O’Dea, 1999, Ninyerola 2007, como algunos ejemplos de aplicación). El conocimiento del mundo real de la variable a interpolar afectará inicialmente a la elección de la técnica de interpolación que se desee usar. Así, por ejemplo, si los puntos muestrales presentan valores atípicos muy altos, la técnica IDW sobreestimaré el valor ausente, al ser ésta una técnica que se aconseja para unidades espaciales con valores similares entre sí; en estos casos, la técnica “spline” puede utilizarse en su lugar. Por otro lado, la distribución del conjunto de puntos muestrales puede también afectar a la elección del método de interpolación. Así, si los puntos de la muestra están pobremente distribuidos o son muy pocos, la interpolación se podría realizar mediante triangulación con interpolación lineal (TIN), por ejemplo.

valores de la variable obtenidos de puntos cercanos conocidos (dentro del mismo ámbito territorial) definidas por coordenadas de latitud-longitud (x,y).

La interpolación espacial es definida como un procedimiento que permite calcular el valor de una variable en una posición del espacio (punto no muestral, con valor estimado), conociendo los valores de esa variable en otras posiciones del espacio (puntos muestrales, con valores reales conocidos) (Bosque 1997) o también como un procedimiento que, "dado una serie de datos espaciales, sea en forma de puntos o subáreas, busca la función que mejor representará la superficie total y que predecirá los valores en otras unidades espaciales" (Lam 1983). Bosque (1997) atribuye a la interpolación espacial la función de "rellenar la información que falta en aquellas áreas en las que no están disponibles las observaciones del mundo real".

Entre las modalidades que se emplean para estimar datos espaciales mediante técnicas de interpolación espacial, la cartografía y la Geoestadística proporcionan uno de los métodos de estimación más directos (Bennett et al, 1984). La cartografía hace uso de algoritmos matemáticos de interpolación o aproximación numérica en la representación de superficies por medio de contornos, líneas y puntos por el cual los datos se generalizan para dar una representación completa del área o superficie de la topografía. Las técnicas basadas en la aproximación, también llamadas técnicas de interpolación aproximadas, son aquellas que aseguran que dada una función definida en un intervalo cerrado, hay un polinomio que "se acerca" a esta función tanto como lo se desee. En cambio, la interpolación calcula la función exacta que pasa por dos o más puntos sobre una superficie.

Los datos espaciales requeridos en el proceso interpolador, tienen la forma $(x_i, y_i, Z(x))$, siendo Z la variable observada en los puntos i con

localización espacial (x_i, y_i) cercanos al punto no muestral $\hat{Z}(x_0)$. Para estimar el valor de la variable en un punto no muestral, las técnicas de interpolación utilizan la ecuación 1:

$$\hat{Z}(x_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i) \quad \text{Ec. 1.}$$

Donde λ_i (con valores entre 0 y 1) es la función de ponderación³⁹ de los n puntos muestrales i que intervienen en el cálculo de la distancia al punto no muestral $Z(x)$ a partir de los puntos conocidos $Z(i)$. La técnica otorga un mayor peso a algunos valores cercanos conocidos, definidos en una vecindad dada por un efecto de correlación presente en los datos que dependiendo de la especificación dada al modelo, dará lugar a un algoritmo u otro dentro de las técnicas de interpolación disponibles.

3.3.2 Aplicaciones de la interpolación espacial en lo urbano

La Geoestadística nacida dentro de la minería como rama de la estadística que abarca teorías y aplicaciones para procesos aleatorios con índices espaciales continuos (Cressie, 1991), posibilita que la variable regionalizada corresponda o no, a un fenómeno natural (Funes, 2004) de manera que otorga a cualquier disciplina que trabaje con datos espaciales, el desarrollo de modelos geoestadísticos (Montero et al., 2009). Aún cuando la investigación Geoestadística se concentra en eventos relacionados con las ciencias de la tierra, la reciente incorporación y/o valoración del espacio en la investigación económica también recurre al método geoestadístico y al kriging como alternativa a

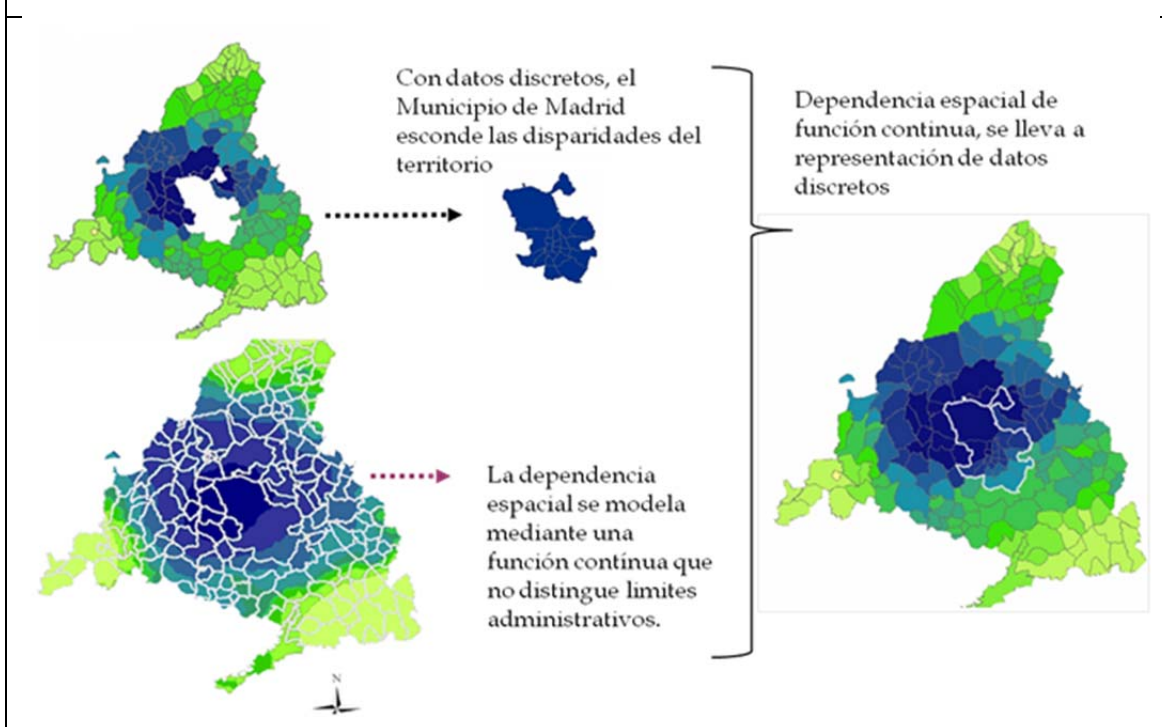
³⁹ El proceso mediante el cual la influencia de los puntos muestrales disminuye con la distancia es incorporado a la función de interpolación mediante una función de *ponderación*. La elección de esta función, según la cual la ponderación disminuye conforme aumenta la distancia es tan variable como la elección de la misma función de interpolación (McCullagh 1990).

la práctica econométrica espacial en aplicaciones que se relacionan con la valoración de la calidad del aire en las ciudades, la distribución territorial de actividades comerciales o en la valoración de la dependencia espacial en el precio de la vivienda por ejemplo (Fernández, 2009). En Pascual et al (2001), los investigadores indican que con los métodos geoestadísticos se obtiene la regionalización de la variable de manera que se pueden observar las diferencias en su distribución espacial. En este sentido la técnica de interpolación permite que, a partir del comportamiento de un soporte de los datos (puntual) se pueda inferir la regionalización que tendría en otro soporte de áreas como el municipio, los distritos de una ciudad o entre sus barrios por ejemplo (Chica Olmo et al, 2004).

Por otro lado, la técnica de interpolación evalúa la correlación espacial de la variable en el espacio muestral, por cuanto al superponer los límites geográficos o administrativos de la ciudad, es posible observar las diferencias de la distribución de la variable en la microescala.

En la figura 6, se muestran tres mapas con el resultado de la interpolación espacial de la Renta media per cápita de los hogares en los 179 municipios de la Comunidad de Madrid en el año 2004. Si tales datos se representan en forma de datos discretos (mapa superior izquierdo) y al municipio de Madrid se le asigna el valor correspondiente a su centriode en la función de interpolación, el valor común para los 21 distritos, encubre las diferencias microterritoriales que son detectadas mediante la tendencia de la variable.

Figura 6. Datos discretos-datos continuos e interpolación espacial



NOTA: El mapa se ha construido a partir de la modelización por kriging de la renta percapita 2004 de los hogares en los 179 municipios de la Comunidad. Si se reemplazan las coordenadas de latitud y longitud de un área determinada en la función de interpolación, se obtiene el valor de la variable siguiendo la tendencia o continuidad de la dependencia espacial. En el mapa del extremo inferior izquierdo, se ha superpuesto los límites municipales, sobre un trazado de diversos colores en función del valor de la renta. Mediante el uso del algoritmo interpolante, se obtiene una función continua que posibilita el cálculo del valor que asumiría la variable de renta per cápita en todas las coordenadas del espacio incluyendo el microterritorio.

Un municipio con características tan peculiares como las que presenta Madrid en cuanto a densidad, longitud, variedad y cantidad de municipios “vecinos”; puede ser mejor descrito si en la función interpolante se reemplazan los centriodes de cada barrio o distrito, puesto que la predicción del valor por kriging arrojará un valor territorial que sigue la tendencia espacial detectada por el semivariograma.

Si el kriging puede evaluar agrupamientos o tendencias en la serie y la economía urbana reconoce que los individuos con características

socioeconómicas similares⁴⁰ tienden a ordenarse en determinadas zonas del espacio urbano (Dujardin, 2010), entonces el instrumental variográfico es una herramienta interesante y complementaria a las dispuestas en las econometría para valorar la dependencia espacial. Puesto que el valor de la vivienda dentro de la estructura urbana, depende de su localización relativa (Cano y Chica, 2004) y la utilización del kriging se destaca como técnica de estimación del precio de la vivienda, entonces la determinación de la estructura del precio de la vivienda, es orientativa de la zonificación de suelo urbano.

Un caso de aplicación se encuentra en Vivo y Chica (2004) quienes utilizan técnicas multivariantes (Análisis de Componentes Principales y Análisis Factorial) desde la óptica de la Teoría de las Variables Regionalizadas para detectar la autocorrelación espacial de la actividad comercial-industrial en los municipios de la Comunidad Autónoma de la Región de Murcia. Los investigadores observan que municipios próximos desarrollan similares actividades de tipo comercial minorista o mayorista y actividades industriales y que conforme aumenta la distancia entre ellos, esta relación disminuye. La información sobre la dependencia espacial de los bienes urbanos, también es utilizada en el marketing para delimitar las áreas comerciales dentro de la ciudad (Chica y Luque, 1992). Por otro lado, Larraz y Montero (2002) constatan la existencia de dependencia espacial de la tasa de paro provincial española mediante el estadístico de autocorrelación espacial I de Moran y en los scatterplot de Moran y posteriormente utilizan el variograma para determinar la estructura espacial de la tasa de paro.

La utilización de la geoestadística también tiene aplicaciones que relacionan el lugar de habitabilidad, con la renta de las personas y el nivel de contaminación por dióxido de azufre en la atmósfera urbana

⁴⁰ El interpolador determinístico IDW es utilizado para detectar patrones de distribución poblacional en una ciudad caracterizada por zonas con alta dispersión demográfica (García y Cebrián, 2006).

(zona urbana de Madrid) a fin de evaluar qué grado de polución soporta cada estrato de renta (Moreno y Cañada, 2007). En esta línea, Anselin y Le Gallo (2006) incorporan la calidad del aire como variable para determinar los precios de la vivienda. Los investigadores comparan el resultado de la interpolación espacial de las mediciones puntuales de ozono obtenidas en 27 estaciones de control de calidad del aire en los lugares donde se sitúan las viviendas y concluyen que, en general, la técnica Kriging da los mejores resultados en cuanto a los cálculos, la idoneidad del modelo y la interpretación. El kriging también es utilizado en un cambio en el soporte de datos para construir un índice de calidad ambiental para las grandes ciudades (Montero et al, 2008). Romero et al (2010) utilizan el kriging para evaluar las diferencias de temperatura que se registran al interior de las áreas urbanas de acuerdo a la densidad poblacional, las características de las viviendas, condiciones socioeconómicas de los hogares y el uso y cobertura del suelo urbano. Los autores encuentran rasgos de segregación social e injusticia ambiental respecto de la carga de contaminantes que deben soportan unas u otras áreas de la zona urbana. En Montero et al (2009) se utiliza el kriging como alternativa a la predicción econométrica de variables económicas ausentes a nivel microterritorial.

Cano y Chica (2004) ofrecen una propuesta que combina herramientas de la Geoestadística y de la Econometría para estimar el precio de la vivienda en una ciudad mediante la técnica de interpolación espacial. Los autores indican que la proximidad geográfica entre los bienes urbanos facilita el denominado «contagio espacial», ocasionado por la interacción entre bienes inmuebles próximos que, unido a la transmisión de información entre los agentes que intervienen en el mercado inmobiliario, causa una correlación entre los precios de las viviendas (véase otras aplicaciones en Chica et al (2004) y Chica, Cano y Hermoso (1999), Gámez et al (2000)).

Fernández y Larraz (2008), indican que el desarrollo de las geotécnicas ⁴¹ de estimación de bienes urbanos con dependencia espacial otorga información más fidedigna sobre el mercado inmobiliario, que las técnicas que se utilizan actualmente para valorar la vivienda. Mediante las geotécnicas, es posible conocer no sólo el “precio medio” por metro cuadrado de una vivienda con unas características determinadas y en una localización concreta, sino que aún más interesante es la posibilidad de estimar el precio de la vivienda en todos y cada uno de los puntos de dicha zona geográfica. En este sentido, proponen la utilización del kriging puntual así como el kriging espacio-temporal para incorporar también su correlación temporal. De esta forma, se proporcionarían estimaciones más precisas tanto del precio medio en un área como del precio de una vivienda en una localización concreta.

En Chica et. al (2007) realizan un modelo hedónico espacio-temporal que se fundamenta en un análisis variográfico de la autocorrelación espacio-temporal del precio de la vivienda y de las principales características que influyen sobre éste. Otras aportaciones en esta línea se encuentran en Basu y Thibodeau, 1998; Gelfand et al 2004; Montero y Larraz, 2006; Chica, 1995 y Chica Olmo et al 2007. En Gámez (1997) también se indica que las técnicas tradicionales de valoración del precio de la vivienda que no consideran el componente espacial son ineficientes. El autor propone el uso del Kriging universal y Kriging ordinario sobre los residuos de un modelo aditivo generalizado, para la estimación puntual, y Kriging universal y Kriging con alisado por la mediana, para la estimación por zonas, eligiéndose este último como el mejor para modelizar el comportamiento espacial del precio medio de la vivienda.

⁴¹ Término en el que incluyen a la Geoestadística y a la Geoeconometría, también conocido como econometría espacial

4 Capítulo: MÉTODO GEOESTADÍSTICO DE INTERPOLACIÓN ESPACIAL.

*¿Cómo saber que se está en presencia de una variable regionalizada?
¿Cuál es la estructura de la dependencia espacial de la variable? ¿Posee la variable direcciones preferenciales en cuanto a su continuidad?*

ESQUEMA GENERAL DEL CAPITULO

- 4.1 ANÁLISIS GEOESTADISTICO DE LA DEPENDENCIA ESPACIAL.
 - Análisis exploratorio de datos (AED)
 - Análisis estructural de la dependencia espacial.
- 4.2 DETECCIÓN Y MODELIZACIÓN DE LA DEPENDENCIA ESPACIAL MEDIANTE EL VARIOGRAMA.
 - Variograma experimental.
 - Variograma teórico.
 - Ajuste a modelos de variogramas
 - Validación cruzada del modelo de variograma o “Cross-validation”.
- 4.3 PREDICCIÓN POR INTERPOLACIÓN ESPACIAL KRIGING.
 - Definición del Kriging.
 - Tipologías de Kriging.
 - Planteamiento básico del Kriging.

Para aplicar el método geoestadístico en variables socioeconómicas, se requiere de la consecución de una etapa previa de exploración de los datos espaciales, seguido por una etapa de gran importancia como lo es el análisis de la dependencia espacial y se finaliza con la predicción de los datos mediante la interpolación. El capítulo repasa los conceptos básicos y fundamentales de cada etapa. Centra su atención en el tratamiento de la dependencia espacial de los datos y en la predicción por el Kriging, técnica de interpolación estocástica proveniente de la Geoestadística, que hace referencia a una familia de algoritmos interpolantes que incorpora en sus cálculos a la dependencia espacial. La técnica explora y luego modeliza el aspecto estocástico de la variable conocida como variable regionalizada.

4.1 Análisis geoestadístico de la dependencia espacial.

¿Cómo saber que se está en presencia de una variable regionalizada?

Referencias consultadas sobre el tema coinciden en indicar que la detección de las características de una variable regionalizada se realiza mediante la consecución de las etapas del método geoestadístico (Gómez (1986), Giraldo et al (2000), Sommer et al (2000); Usandivaras, (2006); Gallardo, (2006); Cressie (1989), Giraldo (2002); Chica et al (2004)), el cual se inicia con un Análisis Exploratorio de los Datos (AED), que busca identificar la localización, variabilidad de los datos, tendencia y detección de valores atípicos, la etapa del Análisis estructural de la dependencia espacial mediante el cálculo y modelado del variograma y finalmente la Predicción por interpolación Kriging referida a la estimación para todo el espacio muestral.

4.1.1 Análisis exploratorio de datos (AED)

La identificación de valores atípicos, las distribuciones de las cuales provienen, buscar tendencias o esquemas de asociación espacial y examinar la autocorrelación espacial y variación direccional de los datos (Moreno y Vayá, 2002; Moreno, 2005) resultan de suma importancia para establecer si algunos supuestos necesarios para la aplicación de la teoría geoestadística son válidos o para definir el procedimiento de predicción mediante una de las tipologías Kriging. La exploración anterior, busca determinar si la variable no muestra tendencia o que sea estacionaria al menos en media.

El análisis exploratorio se inicia con la aplicación de herramientas descriptivas como el tamaño, la media, mediana, coeficiente de variación, varianza, desviación típica, simetría, curtosis, máximo, mínimo y cuartiles (0.25, 0.75), histograma de frecuencias y pruebas de

normalidad⁴²; el gráfico Q-Q como instrumento de análisis de la distribución de la variable que representa los cuantiles reales (eje y) y teóricos de una distribución normal (eje x), gráficos de dispersión, o cartogramas, entre otros; siendo éstos los más utilizados en aplicaciones geoestadísticas (Moreno, 2005; Condal y Miranda, 2003, Villatoro et al 2008). La detección de anomalías diferencia entre outliers espaciales y outliers distribucionales. En los primeros, las observaciones tienen un valor muy diferente al de sus vecinos más cercanos, mientras que los segundos; tienen valores que se alejan significativamente del valor medio de la muestra (Díaz, 2002).

4.1.2 Análisis estructural de la dependencia espacial.

¿Qué tan continua es la variable en el espacio? ¿Posee la variable direcciones preferenciales en cuanto a su continuidad?

Mediante el análisis estructural, considerada la etapa más importante de la Geoestadística (Díaz, 2002, Montero y Larraz, 2008), se realiza la estimación y modelización de la función que cuantifica la correlación espacial con el objetivo de establecer las características de la variabilidad espacial. La manera formal de evaluar la primera ley geográfica de Waldo Tobler (1979) de que “todo está relacionado con todo, pero las cosas cercanas están más relacionadas entre sí”, es mediante la detección de la dependencia o autocorrelación espacial.

⁴² Estevez et al (2005) indican los resultados de la prueba Kolmogorov-Smirnov y la forma simétrica del histograma como indicadores de una distribución normal aparentemente homogénea, pueden resultar del elevado tamaño de la muestra (de acuerdo con el Teorema Central del Límite) lo que ha de compararse con el análisis estructural. El uso de transformaciones a los datos (logarítmica, inversa, logit etc) son alternativas que permiten considerar a la muestra transformada como normal. Una vez que la tendencia se ha eliminado, se dispone de un conjunto de datos para los cuales la interpolación obtiene resultados sensiblemente más precisos con un error cuadrático medio, por ejemplo, como indicador del ajuste del modelo elegido. De lo contrario se pueden obtener resultados poco satisfactorios.

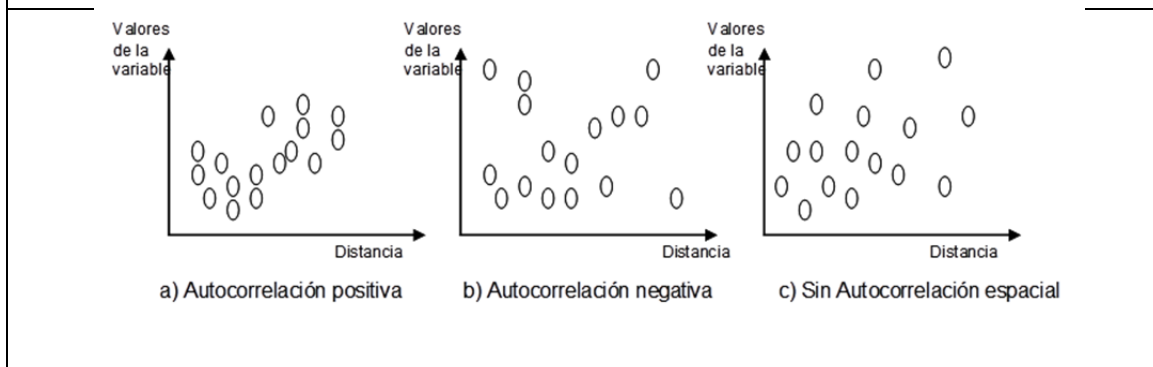
4.1.2.1 Concepto de dependencia espacial.

La dependencia espacial viene determinada por la noción de localización relativa, en la que se enfatiza el efecto que tiene la distancia⁴³ entre las unidades espaciales. Cliff y Ord (1973), indican que la autocorrelación espacial es aquella relación funcional entre lo que ocurre en un punto determinado del espacio y lo que ocurre en otro lugar. Anselin (1999) la relaciona con aquella coincidencia de valores similares en localizaciones similares. Camarero y Rozas (2006) la definen como aquella relación entre los valores de una variable que se puede atribuir a la forma en la que los puntos de muestreo de esta variable están dispuestos en el espacio. Upton y Fingleton (1985) definen la autocorrelación espacial el patrón de comportamiento propio de un conjunto de datos geográficos según el cual, valores relativamente altos (bajos) de la magnitud elegida en una determinada localización vienen acompañados de valores relativamente altos (bajos) de la misma magnitud en las localizaciones vecinas.

La figura 7 muestra tres gráficas en cuyo eje horizontal se mide la distancia que separa a todos los pares de datos de unidades espaciales con valor de una variable dada, mientras que en el eje vertical, se representa la diferencia de la variable, en valor absoluto, entre cada par de valores. La autocorrelación espacial es positiva cuando existe un efecto de contigüidad en la estructura espacial, es decir, cuando las unidades espaciales vecinas o colindantes tienen valores semejantes de la variable o un comportamiento común (gráfica a)).

⁴³ La distancia, elemento clave en todo proceso de interpolación se mide en relación con una referencia, por ejemplo, distancia a un centro o distancia a una vía de circulación. Su medición puede considerar varias alternativas, como la distancias en línea recta, distancias por vías de acceso, tiempo de trayecto, coste económico, entre otros. Así, la distancia geográfica no puede identificarse únicamente con el espacio euclídeo sino que también puede extenderse al espacio económico, político o social, lo cual amplía de manera considerable el estudio de la dependencia espacial en el ámbito de las Ciencias Sociales (Larraz 2004).

Figura 7. Observación gráfica de la autocorrelación espacial



Si, por el contrario, valores relativamente altos (bajos) de una magnitud se alternan en el espacio geográfico con valores relativamente bajos (altos) de la misma variable en localizaciones adyacentes, la autocorrelación será negativa (gráfica b)), mientras que si la variable se distribuye en forma aleatoria o no se observa ningún patrón de comportamiento, estamos frente a la ausencia de autocorrelación espacial tal como se aprecia en la gráfica c).

4.1.2.2 Estimadores de la dependencia espacial.

La descripción de la dependencia espacial viene dada por el variograma también conocido como semivariograma, función que se utiliza con mayor frecuencia (Sommer et al, 2000, Delgado et al, 2002, Cuador, 2005) aún cuando el uso del variograma no es popular fuera de la Geoestadística. Alternativamente, existen otras funciones como el covariograma y el correlograma (Giraldo, 2002). Montero y Larraz (2008) indican que "...en el contexto del análisis estructural, también podría incluirse el cómputo del estadístico I de Moran y el Scatterplot de Moran; sin embargo, no es frecuente en el ámbito de la Geoestadística ya que, una de las piezas angulares de esta disciplina el semivariograma aportará más y mejor información acerca de la cuestión de la dependencia espacial. Por el contrario, sí es habitual encontrar

disquisiciones sobre esta cuestión en los textos con orientación econométrica, que no hacen uso del instrumental semivariográfico”.

4.1.2.2.1 Estadístico I de Moran.

La autocorrelación o dependencia espacial se puede medir de varias formas, entre las que destacan por su uso, los estadísticos I de Moran (1948) y c de Geary (1954), presentados a izquierda y derecha de la ecuación 2, respectivamente. Estos estadísticos permiten contrastar la hipótesis nula de que un conjunto de valores muestrales de una variable se encuentran distribuidos de forma totalmente aleatoria en el espacio o si, por el contrario, existe una asociación significativa de valores similares o diferentes entre regiones vecinas.

$$I = \frac{N}{S_0} \frac{\sum_i \sum_j w_{ij} (X_i - \bar{X})(X_j - \bar{X})}{\sum_i (X_i - \bar{X})^2} \quad c = \frac{(N-1)}{2S_0} \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij} (X_i - X_j)^2}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} \quad \text{Ec. 2.}$$

donde w_{ij} es el elemento de la matriz de pesos espaciales ⁴⁴ correspondiente al par (i, j).

$$S_0 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij}, \quad i \neq j$$

corresponde a la suma de los pesos espaciales.

\bar{X} es el valor medio o esperado de la variable.

N : número de observaciones.

El concepto de cercanía de los datos espaciales, se puede abordar mediante la construcción de una matriz de contigüidad o de pesos espaciales en la que se establecen las relaciones espaciales entre cada par de localizaciones. Cada elemento de la matriz W (Ec.3) refleja la

⁴⁴ La matriz de contigüidad o interacción espacial es una matriz $n \times n$, donde cada unidad espacial se representa a la vez mediante una fila y una columna. En cada fila, los elementos no nulos de las columnas se corresponden con las unidades espaciales contiguas.

intensidad de la interdependencia existente entre cada par de localizaciones i y j como consecuencia de su posición en el mapa (Larraz, 2004). Moran, (1948) y Geary, (1954), utilizan un criterio de contigüidad física de primer orden en que w_{ij} será unitario si las localizaciones i y j son físicamente adyacentes y cero en caso contrario.

$$\mathbf{W} = \begin{pmatrix} 0 & w_{12} & \dots & w_{1n} \\ w_{21} & 0 & \dots & w_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{n1} & w_{n2} & \dots & 0 \end{pmatrix} \quad \text{Ec. 3.}$$

Según Cliff y Ord (1973, 1981) si el tamaño muestral es suficientemente grande, el test I de Moran y el estadístico c de Geary, una vez estandarizados, siguen una distribución asintótica normal. Dado lo anterior, el nivel de significación estadística puede ser obtenido, en ambos casos, siguiendo la ecuación 4 (Larraz, 2004).

$$Z = \frac{I - E(I)}{\sqrt{V(I)}} \rightarrow N(0,1) \quad \text{y} \quad Z = \frac{c - E(c)}{\sqrt{V(c)}} \rightarrow N(0,1) \quad \text{Ec. 4.}$$

siendo $E_N(I) = \frac{-1}{(n-1)}$ el valor esperado. La varianza del I o c viene

dada, a su vez, por la ecuación 5:

$$Var_N(I) = \left(\frac{1}{S_0^2(N^2 - 1)} (N^2 S_1 - N S_2 + 3 S_0^2) \right) - E_N(I)^2 \quad \text{Ec. 5.}$$

donde $S_1 = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (W_{ij} + W_{ji})^2}{2}$ y $S_2 = \sum_{i=1}^n (W_{i.} + W_{.i})^2$ es el sumatorio del

cuadrado de la suma de la columna i más la fila j de la matriz de pesos espaciales. Si la matriz de pesos espaciales es simétrica, entonces

$$S_1 = 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n W_{ij} \quad S_2 = 4 \sum_{i=1}^n W_{i.}^2$$

4.1.2.2.2 Diagrama de dispersión de Moran.

Una alternativa en la evaluación de la dependencia espacial es el diagrama de dispersión de Moran o “Moran scatterplot”. Esta herramienta es una técnica gráfica de visualización de los efectos espaciales, que representa en el eje de abscisas los valores de la variable x_i , previamente estandarizada, y en el eje de ordenadas, el retardo espacial, es decir, el valor resultante del promedio estandarizado de los valores de la variable en el resto de las localizaciones “vecinas” (Anselin, 1989,1993; Larraz, 2004; Navarro, 2005). La pendiente de la recta de regresión es el valor del estadístico I de Moran de autocorrelación espacial global, de forma que cuanto mayor sea el ángulo que forme ésta con el eje de abscisas, más fuerte será el grado de autocorrelación espacial, y viceversa. Este diagrama de dispersión divide en cuatro cuadrantes el grado de asociación espacial: el cuadrante I y III indica autocorrelación espacial positiva (valores altos de una variable rodeados de valores altos o valores bajos rodeados de valores bajos) y el cuadrante II y IV autocorrelación espacial negativa (valores altos rodeados por valores bajos, y viceversa). Si existiera una nube de puntos dispersa a lo largo de los cuatro cuadrantes se estaría en una situación de ausencia de autocorrelación espacial.

4.1.2.2.3 Variograma.

El variograma corresponde a una función matemática (Ec.6) en la que se establece la relación entre la semivarianza entre cualquier par de valores $Z(x)$ y $Z(x+h)$ con el vector h conocido como “lag”, referido a la separación en distancia y dirección a la que se sitúan las parejas de valores considerados, y que se obtiene como el valor promedio de la diferencia al

cuadrado de los valores de la propiedad en dos puntos separados por h donde:

$$2\gamma(h) = \text{Var}[Z(x+h) - Z(x)] = E[Z(x+h) - Z(x)]^2 \quad \text{Ec. 6.}$$

El principio de estacionariedad implícito en la construcción del variograma, indica que si dos localizaciones están a una distancia y dirección similar tendrán diferencias similares al cuadrado entre sus valores (Moreno, 2005) o de otra forma, utilizando la definición teórica de la varianza en términos del valor esperado de una variable aleatoria, tenemos que para cualquier vector h , la varianza del incremento está definida y es una función única de la distancia. A la mitad del variograma $\gamma(h)$ se conoce como la función de semivarianza (Ec.7):

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} \text{Var}[Z(x+h) - Z(x)] = \frac{1}{2} E[Z(x+h) - Z(x)]^2 \quad \text{Ec. 7.}$$

Donde:

- γ es independiente de la localización x
- γ depende del módulo y de la dirección del vector h

Según la definición del variograma, se deduce que $\gamma(0) = 0$, $\gamma(h) \geq 0$ y

$$\gamma(-\vec{h}) = \gamma(\vec{h}).$$

Para cada par de puntos, se representa en el eje de las ordenadas, las diferencias al cuadrado de los valores (en términos absolutos) de la variable en dichos puntos, $\gamma(h)$ mientras la distancia (generalmente medida a través de la distancia euclidiana) entre ambos puntos h , se mide en el eje de las abscisas.

4.2 Detección y modelización de la dependencia espacial mediante el variograma.

El variograma, se divide en dos tipos: el variograma experimental o variograma de la muestra, y el variograma teórico o variograma de la función aleatoria. A partir de los datos muestrales se obtiene el variograma experimental, al cual se le ajusta un modelo de variograma teórico que cumpla ciertas condiciones de tipo matemático y, posteriormente; la elección del modelo teórico de variograma se analiza e interpreta mediante el uso de una validación del modelo (Jiménez, 2003)⁴⁵.

4.2.1 Variograma experimental.

El estimador clásico propuesto por Matheron en 1965 para obtener el variograma o semivariograma experimental viene dado por la ecuación 8, obtenido por el método de los momentos como estimador de la semivarianza. El estimador es sensible a la presencia de outliers debido al término cuadrático presente en el sumando del estimador clásico (Funes, 2004). Por cuanto Cressie y Hawkins en 1980, Amstrong y Delfiner en 1980, Emery en el año 2000 y Gunst y Hartfield (1997) propusieron alternativas de estimadores que permiten salvar esta deficiencia. Sin embargo, el estimador obtenido por el método de los momentos sigue siendo el más utilizado (Larraz, 2004):

⁴⁵ El cálculo del semivariograma experimental y su posterior ajuste a un modelo teórico, no es tarea sencilla. En él intervienen decisiones respecto del tamaño y distribución muestral, dirección y distancia a fin de que se refleje adecuadamente la dependencia espacial de la variable. De hecho, los problemas más comunes encontrados a la hora de obtener el semivariograma, tiene que ver con una pobre elección de la distancia, una muestra de datos heterogénea y la existencia de outliers o distribuciones asimétricas (Cuador Gil et al, 2000).

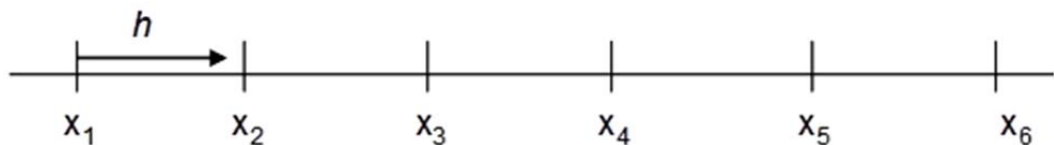
$$\gamma(\mathbf{h}) = \frac{1}{2Np(h_\theta)} \sum_{i=1}^{Np(h_\theta)} [Z(x_i + h_\theta) - Z(x_i)]^2 \quad \text{Ec. 8.}$$

Donde:

- N es el número de puntos o tamaño muestral y $Np(h)$ es el número de pares de observaciones separados a una distancia
- h_θ es el espacio de distancia de separación entre pares de datos en la dirección θ . h también se denomina “paso del variograma”
- $Z(x_i)$ son los valores que asume la variable en un espacio dado.
- x_i corresponde a las unidades geográficas según sus coordenadas cartesianas, donde son medidos los valores $Z(x_i)$.

Matherón (1965) indica que en caso de disponer de una muestra finita, el semivariograma $\gamma(h)$, puede ser obtenido punto por punto experimentalmente, para distancias h según la ecuación anterior. Como ejemplo de aplicación suponga que se dispone de la observación de la variable x en seis sitios distribuidos uniformemente en una línea, separados a una distancia h , con lo cual $Np(h) = 5$

distancia



Reemplazando los valores en Ec 9, con θ en la dirección este-oeste, se calcula $\gamma(h)$ para valores de $h = 1$,

$$\gamma(\mathbf{h}) = \frac{1}{2 \times 5} [(Z(x_1) - Z(x_2))^2 + (Z(x_2) - Z(x_3))^2 + \dots + (Z(x_5) - Z(x_6))^2] \quad \text{Ec. 9.}$$

Se obtiene $\gamma(h)$ para los pares situados a $2h$ (ec 10), $3h$ y así sucesivamente hasta nh ,

$$\gamma(2h) = \frac{1}{2 \times 4} \left[(Z(x_1) - Z(x_3))^2 + (Z(x_1) - Z(x_3))^2 + \dots + (Z(x_4) - Z(x_6))^2 \right] \quad \text{Ec. 10}$$

4.2.1.1 Elementos básicos del semivariograma.

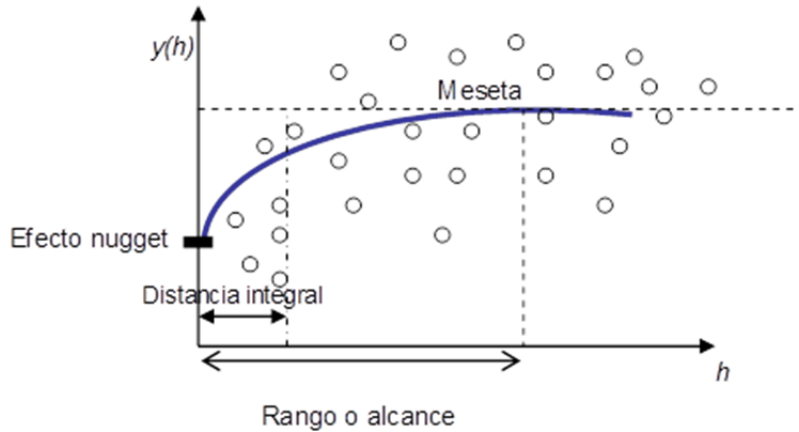
El semivariograma experimental compuesto por cada par de puntos situados a una distancia h en una dirección θ determinada, contiene toda la información referente a la variable regionalizada (Henríquez y Vilorio, 1999). A mayor grado de similitud entre pares de observaciones, menor será la semivarianza y por tanto, menor el valor de $\gamma(h)$ (Ovalles y Rey, 1995).

Los valores así obtenidos, se utilizan para graficar el semivariograma (Figura 8), dentro del cual, se puede distinguir las siguientes partes:

- 1) *Efecto pepita*: Comportamiento del semivariograma en el origen (C0). En la práctica suele presentar una discontinuidad en el origen denominada efecto pepita o efecto “nugget⁴⁶”.
- 2) *Distancia integral*: es aquel valor de h tal que el área por debajo de la curva semivariográfica coincide con el área por encima de ella y bajo la asíntota horizontal. Si esta distancia integral es pequeña, significa que existe correlación sólo entre pares de puntos ubicados a distancias muy cercanas. A medida que aumenta la distancia integral, aumenta la correlación existente entre las observaciones que se encuentra a mayor distancia, indicando, por tanto, un incremento en la dependencia espacial de las observaciones con la distancia (Larraz, 2004).

⁴⁶ El nombre efecto de pepita proviene del estudio de los depósitos de oro y en general, se produce debido a microvariaciones y/o a errores en el muestreo (Alfaro, 2007).

Figura 8. Semivariograma.



NOTA: La gráfica entre la semivarianza y la distancia (h) muestra el semivariograma y se obtiene como la mitad del promedio de la diferencia entre cada par de datos y la línea de 45° en la gráfica y su valor aumenta a medida que el coeficiente de correlación y la covarianza disminuyen (Ovalles y Rey, 1995).

3) *Zona de alcance*: zona de influencia o región donde existe dependencia espacial, que está representada por el alcance o rango de dependencia espacial donde se alcanza la máxima variación o umbral llamado meseta. El alcance determina la superficie que representa la distancia a partir de la cual se podría decir que la correlación espacial entre los valores es nula. Dos muestras cuya distancia sea inferior al alcance a están correlacionadas entre sí (Alfaro, 2007).

4.2.1.2 Indicador de dependencia espacial (IDE).

Los valores de los parámetros de la meseta parcial (C), nugget (C_0), meseta ($C_0 + C$) y el rango, son utilizados para construir un indicador de dependencia espacial (IDE) de acuerdo a la ecuación 11:

Ec. 11.

La relación Nugget/meseta es un criterio de clasificación de la dependencia espacial. Si esta relación es inferior a 25% existe un fuerte dependencia espacial, entre 25% y 75% se considera una dependencia moderada y mayor a 75%, existe una débil dependencia. Si IDE es igual a 100%, el modelo de semivariograma tendrá solo efecto nugget. Por otro lado, el valor del IDE indica la factibilidad de aplicar técnicas de predicción estocásticas o determinísticas de interpolación espacial. En el caso del kriging, este no es recomendable para un IDE mayor a 75%.

4.2.1.3 Cálculo del semivariograma a partir de los datos.

Al ser el semivariograma una media de todos los pares de semivarianzas para cada distancia de separación h , es dependiente del número total de datos (N) y de la consistencia de los mismos (Moreno, 2005; Webster y Oliver, 1990, Montero y Larraz, 2008). Por tanto, siendo la precisión de la estimación del semivariograma particularmente sensible al tamaño muestral y a su distribución, es necesario tener presente algunas *reglas prácticas* que permiten elevar la *eficiencia* y la *calidad de la estimación* (Díaz, 2002). Reglas relacionadas con los componentes del estimador de la siguiente forma:

4.2.1.3.1 Número de observaciones $Np(h)$ y/o pares de datos.

Las referencias consultadas coinciden en establecer como regla general, que el *tamaño muestral mínimo* indicado debería ser al menos de 50 puntos (Gallardo, 2006; Usandivaras, 2006). Henríquez y Viloría (1999) consideran que 50 observaciones es un número de muestras muy pequeño y citan el tamaño mínimo de la muestra de 100 observaciones propuesto por Webster y Oliver (1990) como condición para obtener semivariogramas satisfactorios. En condiciones de isotropía, 150 datos podrían ser satisfactorios mientras que uno derivado de 225 datos

usualmente sería más confiable. Por su parte, Moral (2004) aconseja 100 datos en condiciones isotrópicas, mientras que si existe anisotropía los datos tienen que ser mucho más abundantes. Por otro lado, si se considera el número de pares de puntos como mínimo para obtener un semivariograma, Journel y Huigbregts (1978), Gallardo (2006), Henríquez y Viloría (1999), Díaz (2002), indican que se requiere al menos 30 pares de datos.

Si bien estas reglas generales sirven de guía, no deben ser tomadas como un dogma insalvable por cuanto se han publicado trabajos con menos de 50 puntos en el espacio (Gallardo, 2006). Por ejemplo, Pradere (1999) prueba empíricamente en muestras de tamaño $30 \leq N \leq 500$ que existe una relación inversa entre densidad muestral y el error en la predicción mediante el Kriging. De las Cuevas (1999) prueba empíricamente que para muestras entre 30 y 40 unidades, la eficiencia en la disminución del error de estimación decrece significativamente según aumenta el tamaño muestral. Villatoro *et al.* (2008) concluye en su investigación acerca de la comparación de los interpoladores IDW y Kriging que cuando se dispone de una alta densidad de muestreo aumenta la dificultad de detectar diferencias de predicción mediante ambos interpoladores, indicando que, tal diferencia puede haber sido más marcada a una menor densidad de muestreo.

4.2.1.3.2 Distancia h y número de intervalos nh .

Montero y Larraz, (2008) indican que en la práctica, el número de pares de datos suele disminuir con la distancia y a grandes distancias el número de ellos no es suficientemente elevado como para que se tenga confianza en el valor que proporciona el semivariograma experimental. La práctica justifica por tanto, la regla siguiente: el variograma es significativo a distancias aproximadas a la mitad de la distancia

máxima entre pares de puntos (Gallardo, 2006; Díaz, 2002, Alfaro, 2007). No obstante, Montero y Larraz, aclaran que la decisión final relativa a la distancia máxima a la que se calcula el semivariograma empírico, dependerá del investigador a la luz de pares que tenga a cada distancia.

Respecto de nh , la elección del número de intervalos es arbitraria, no obstante Díaz, 2002 sugiere considerar una *cantidad mínima de 10 intervalos* y un número máximo de 25 intervalos para determinar con precisión los elementos del semivariograma (rango, meseta, alcance, que veremos en los siguientes apartados).

4.2.1.3.3 Dirección θ .

Aún cuando resulta deseable que de cara a la representación del semivariograma experimental $\gamma(h)$, se disponga de un gran número de parejas a cada distancia (Montero y Larraz, 2008), lo más probable es que no encontremos ningún o muy pocos pares de datos que estén exactamente a la distancia h , más aún si la muestra está compuesta por datos irregularmente espaciados. Una práctica habitual, especialmente cuando se trabaja con datos en dos o tres dimensiones (R^2 y R^3), es considerar *regiones de tolerancia* formadas a partir de intervalos de distancia $h \pm \Delta h$ y un ángulo de tolerancia $\Delta\theta$ alrededor de la dirección definida por el vector h .

Debido a que h además de ser un vector de distancia, implica dirección θ , es decir un comportamiento diferente según la dirección elegida (Moreno, 2005), la búsqueda de pares de puntos para el cálculo del semivariograma puede hacerse a lo largo de distintas direcciones del espacio. Normalmente θ es alguna de las cuatro direcciones principales en el plano: E-O (0°), NE-SO (45°), N-S (90°) y NO-SE (135°) (Hernández

y Corvalán, 2000). Para cada dirección, se fija una tolerancia $\Delta\theta$ y se utilizan solo los puntos situados entre esas localizaciones $\theta - \Delta\theta$ y $\theta + \Delta\theta$

En el cálculo del semivariograma se incluyen todos los pares de datos cuyo vector de separación cae dentro de la región de tolerancia. En caso de haber más de un punto, se obtiene la media de la semidiferencia cuadrática de todos ellos. A medida que aumenta la longitud de intervalo de distancia y el ángulo de tolerancia, disminuyen las fluctuaciones del semivariograma, si bien a costa de aumentar el error de discretización cometido (Montero y Larraz, 2008).

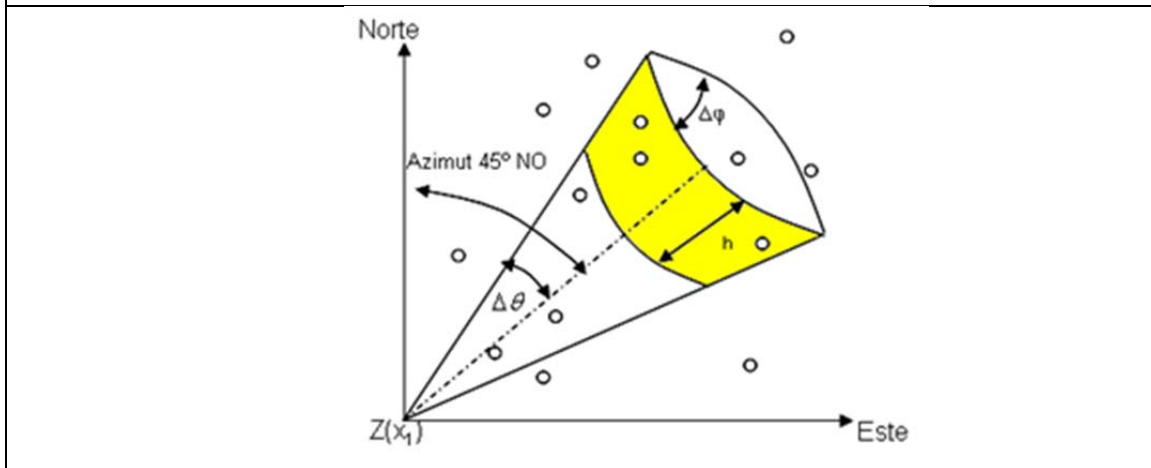
Ahora bien, en caso de disponer de un conjunto de muestras con extensiones en todos los sentidos de búsqueda de datos, se realiza un semivariograma en 3 dimensiones, siendo el más común, el método de búsqueda cónica (figura 9), que depende de la dirección θ (o azimut) y una inclinación φ . El Azimuth θ se mide en grados desde el norte, mientras que la inclinación φ se mide en grados desde la horizontal (Alfaro, 2007).

Donde:

- El azimut θ es la dirección en la que se calcula el variograma medida en un plano horizontal respecto al norte, en el sentido de los punteros del reloj.
- $\Delta\theta$ es la tolerancia angular en el azimut, dentro del que se considera válido un punto, para constituir un par en el cálculo del variograma, generalmente considerada en $\Delta\theta = 22.5^\circ$.
- Ancho de banda o bandwidth en el azimut Δh es la banda dentro de la cual se consideran válidos los datos para el cálculo del variograma.
- Inclinación φ es la dirección medida en el plano vertical del azimut, en la que se calcula el variograma.

- Tolerancia angular en la inclinación $\Delta\varphi$ es el ángulo dentro del cual se considera válido un punto, para el cálculo de la diferencia, en el mismo plano vertical en que se definió la inclinación.

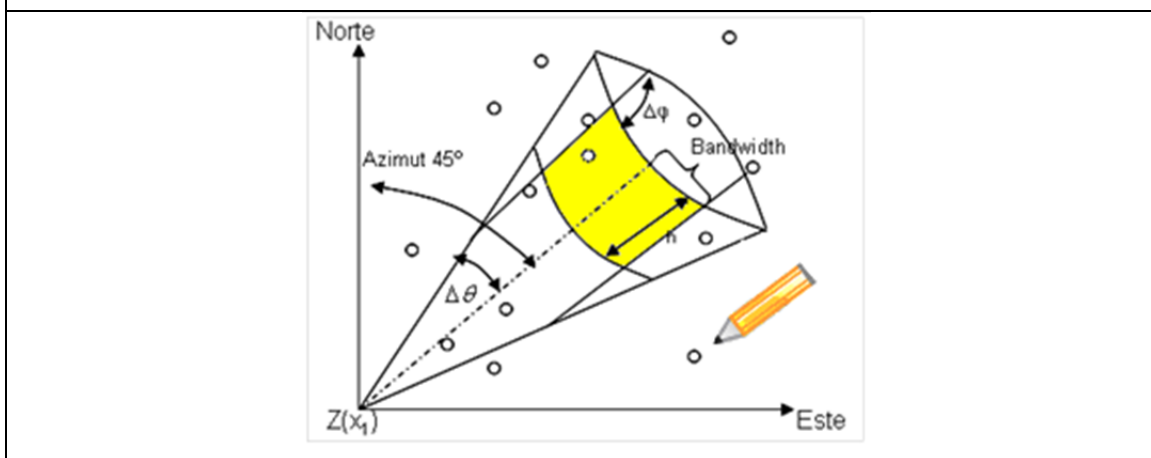
Figura 9. Dirección.



Fuente: Alfaro, 2007.

Cuando la distancia es muy grande en la búsqueda cónica, el ángulo se abre de tal modo que la aproximación tiende a ser muy errática, por tanto, algunos software especializados en el análisis espacial, incluyen una búsqueda restringida a un ancho de banda (zona destacada en la figura 10) y que tiene una forma de lápiz (Alfaro, 2007).

Figura 10. Dirección



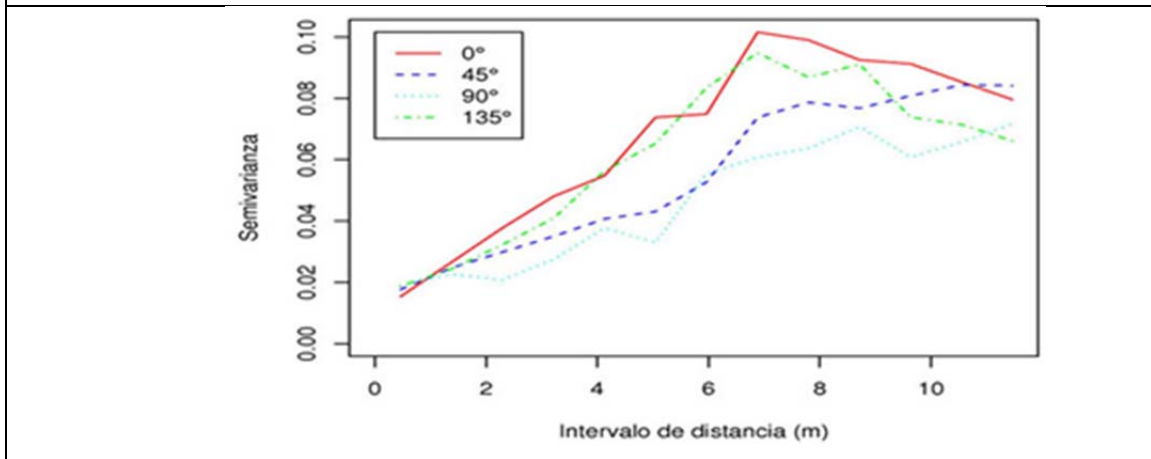
Fuente: Alfaro, 2007.

4.2.1.4 Análisis de anisotropía mediante el semivariograma.

El cálculo del semivariograma en distintas direcciones y ángulos de inclinación permite determinar la posible existencia de anisotropía en la superficie analizada. Inicialmente, se calcula el semivariograma con una dirección de 0° y una tolerancia angular $\pm 90^\circ$ de la dirección especificada, permitiendo de esta manera, incluir todos los pares de puntos posibles. Este semivariograma “medio” denominado "semivariograma omnidireccional" o “global” o “adireccional” es independiente de la dirección y proporciona una idea inicial de la variabilidad espacial de los datos en función de la distancia, siendo el más idóneo para representar u obtener una estructura clara y definida (Moral, 2003). Si la variación del valor de la variable con el espacio es igual en todas las direcciones de éste, se dice que la variable tiene un comportamiento isotrópico.

En caso contrario, existe *anisotropía* hecho que indica que la variable regionalizada posee direcciones preferenciales en cuanto a su continuidad (Gallardo, 2006). En este último caso, se suele realizar distintos semivariogramas experimentales en cuatro direcciones: 0° , 45° , 90° y 135° , con tolerancias angulares de $\pm 22.5^\circ$, hasta encontrar la dirección de máxima o mínima variabilidad (figura 11) denominados semivariogramas direccionales. En caso de que los semivariogramas direccionales sean marcadamente distintos, se puede inferir presencia de anisotropía en los datos, aunque tal situación posiblemente se deba a que el proceso no sea estacionario o ni siquiera intrínseco (Funes, 2004). Una gran heterogeneidad de los datos o fluctuaciones muestrales en ellos, puede ser causantes de la anisotropía (Cano y Chica ,2004).

Figura 11. Semivariogramas direccionales



Fuente: Gallardo, 2006.

4.2.1.5 Limitaciones del semivariograma.

El semivariograma presenta algunas limitaciones debido a que $\gamma(h)$ es esencialmente una media muestral. Se le considera un estimador insesgado pero no robusto ni resistente a valores anómalos (Díaz, 2002). En consecuencia, el variograma experimental es poco estable cuando:

- La distancia considerada (h) es grande.
- $Z(x)$ y $Z(x+h)$ presentan desviaciones en su distribución. Con frecuencia $Z(x)$ es sesgada y con grandes colas o de otra forma, cuando la distribución de los datos es muy asimétrica.
- Existencia de valores atípicos (*outliers*)⁴⁷. Larraz (2004) indica que la presencia de *outliers* en la muestra afecta la robustez del semivariograma, puesto que tales valores exacerban el valor medio de las diferencias cuadráticas y, en consecuencia, distorsionan la estimación del semivariograma. Es decir, el hecho de que cada

⁴⁷ En Chica y Jiménez (1992a y 1992b) se analiza la influencia que tienen los valores extremos en la determinación del variograma, así como la valoración de diferentes modelos de variogramas autorizados, en la determinación de la estructura espacial.

observación se utiliza muchas veces en la estimación del semivariograma, puede agravar los efectos de los datos anómalos⁴⁸.

4.2.2 Variograma teórico.

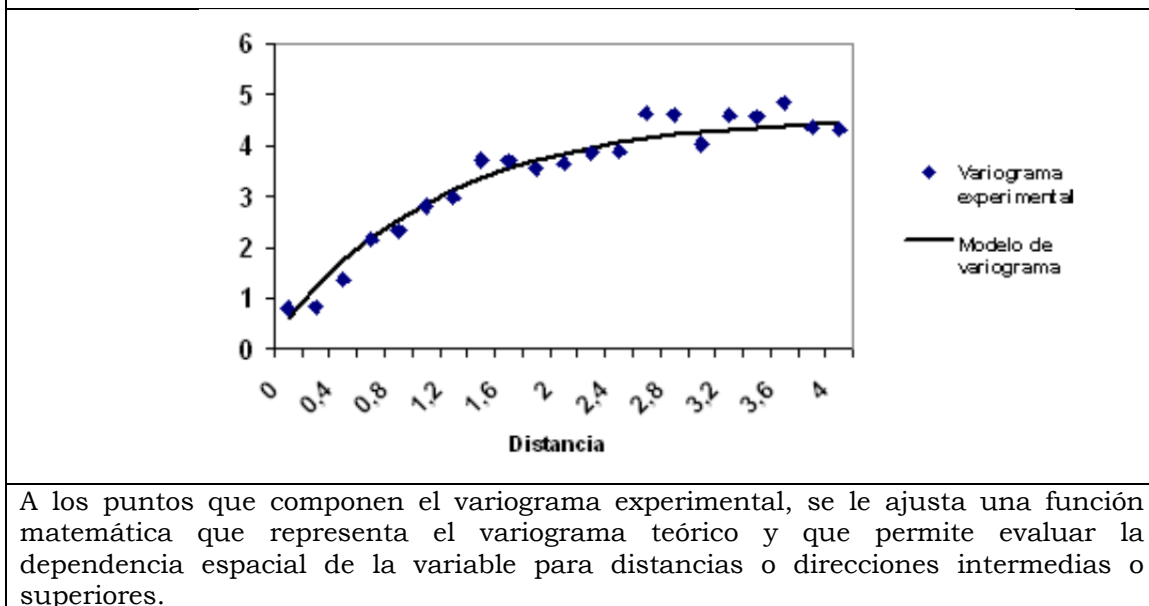
Estimador del semivariograma experimental que según Matheron (1965) pese a poseer significación objetiva, se interpreta en la óptica estocástica como una variable aleatoria, cuyo valor probable no es otro que el variograma teórico. El variograma teórico (Ec. 12) se define al considerar los valores como aleatorios y al utilizar una esperanza matemática en lugar de un promedio (Emery, 2004):

$$\gamma(h^*) = \frac{1}{2} \text{Var}[Z(x+h) - Z(x)] = \frac{1}{2} E[Z(x+h) - Z(x)]^2 \quad \text{Ec. 12.}$$

La construcción de este último se debe a la imposibilidad de trabajar con un variograma como el experimental, carente de una función matemática precisa y a la necesidad de evaluar el variograma en diferentes distancias sea, para distancias próximas a cero, distancias intermedias o superiores (Moral y Marques, 2002). Por tanto, una vez definido los puntos del variograma experimental mediante, por ejemplo, el estimador clásico de Matheron de la ecuación 25, se busca una función matemática apropiada para los puntos muestrales tal como se observa en la figura 12. La figura muestra una serie de puntos muestrales, cuyo resultado se obtiene de los pares de puntos a una determinada distancia. A medida que aumenta la distancia, los puntos muestrales presentan un valor mayor de variograma, con lo cual, se busca una función matemática que se ajuste a tales valores. Según Larraz (2004), la función elegida debe recoger el comportamiento de la variable en el origen y el comportamiento para grandes distancias.

⁴⁸ Se puede consultar en Larraz (2004) sobre métodos alternativos para reemplazar al estimador tradicional que propuso Matheron en 1965.

Figura 12. Variograma experimental y variograma teórico.



Fuente: Rodón (2007).

A través del comportamiento de la variable en el origen se puede observar el grado de regularidad espacial o lo que es lo mismo, estudiar cuán rápido puede variar la variable a pequeñas distancias. Por tanto, se espera que mientras más regular sea el variograma en el origen, más regular será la variable regionalizada en el espacio (Emery, 2004).

A cortas distancias, el variograma presenta dos tipos de formas:

- Forma discontinua (efecto pepita): que representa una variable regionalizada errática. Teóricamente se supone que $\gamma(0)=0$, sin embargo puede ocurrir que,

$$\lim_{h \rightarrow 0} \gamma(h) = C > 0 \quad , \text{ donde } C \text{ es el efecto nugget o pepita.}$$

- Forma continua bajo dos posibilidades: forma parabólica o forma Lineal. La primera indica que el semivariograma es continuo y derivable en el origen $\gamma(h) \rightarrow f(h^2)$, mientras que en la forma lineal,

el semivariograma adquiere un comportamiento continuo aunque no derivable en el origen $\gamma(h) \xrightarrow{h \rightarrow 0} f(h)$

4.2.2.1 Modelos autorizados de variograma.

Cualquier función que dependa de la distancia y de la dirección, no necesariamente ha de ser un variograma válido (véase Larraz, 2004 sobre propiedades de la función de semivariograma). Una función que represente adecuadamente los valores estimados del variograma no es cualquier función y de hecho existen un número reducido de modelos teóricos que pueden ser usados (Díaz, 2002; Funes, 2004). Algunos de estos modelos se pueden clasificar, de acuerdo a dos consideraciones no excluyentes entre sí (Montero y Larraz, 2008):

- Según posean meseta o no (comportamiento a grandes distancias).
- Según sea la recta tangente a la curva en el origen (comportamiento a cortas distancias).

Cada uno de estos modelos tiene particularidades respecto de su comportamiento de acuerdo a la distancia. Pueden ser utilizados individualmente para ajustar el semivariograma experimental a uno teórico o en algunas ocasiones se puede ajustar un modelo correspondiente a la suma de dos (o más) modelos, llamados modelos anidados. La suma de dos modelos de variograma constituye un modelo autorizado (Alfaro, 2007).

Un ejemplo en el campo económico, es la estimación del precio de la vivienda realizada en Montero y Larraz (2006), donde optan por un ajuste del semivariograma experimental mediante la combinación de tres semivariogramas teóricos: el modelo Efecto pepita puro, modelo exponencial y modelo esférico.

4.2.2.1.1 Modelos con meseta.

Los modelos con meseta son también denominados acotados o transitivos. Los variogramas con rango y meseta definidos, se derivan a partir de la noción de autocorrelación entre los valores promedios de los puntos muestrales con la distancia. La idea es que la forma de la función aleatoria, permite diferenciar el paso (zona de transición) de una zona de correlación a otra zona, con ausencia de ella (Díaz, 2002, Funes, 2004). Hay modelos que no alcanzan una meseta efectivamente, pero sí se aproximan asintóticamente a un valor constante, que se puede considerar como una meseta. En estos modelos se habla de alcance práctico cuando el límite de ese 95% sea alcanzado (Funes, 2004). Entre estos modelos, se destacan:

- a) Modelo *Efecto Pepita Puro*: Modelo donde la variable presenta un comportamiento discontinuo en el origen. Se caracteriza por ausencia total de correlación en el espacio. Es decir, independiente de cuan cerca se encuentren los puntos muestrales entre ellos, ya que los valores de las variables mostrará siempre no correlación. Este caso es el equivalente espacial de una muestra aleatoria en la estadística clásica (Instituto Geográfico Agustín Codazzi). Montero y Larraz (2008) indican que no es habitual su uso individual, sino que en combinación con otro semivariograma que posea meseta.

El modelo corresponde a la función:

$$\gamma(h) = \begin{cases} 0 & \text{si } h = 0 \\ C & \text{en caso contrario} \end{cases}, \text{ con } C = \text{meseta.}$$

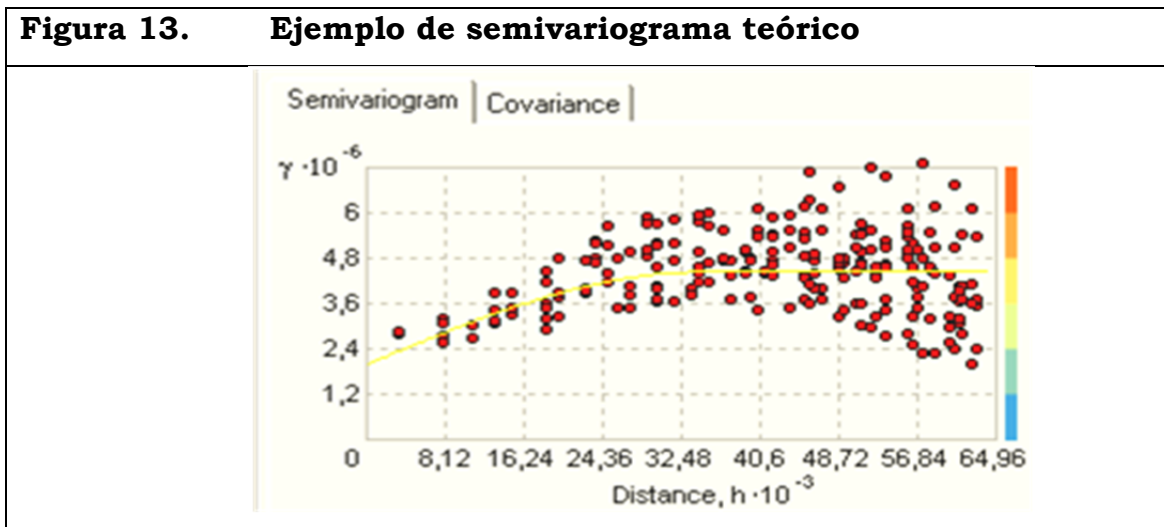
b) Modelo *Esférico*. Este modelo tiene un comportamiento lineal en el origen y alcanza la meseta a una distancia igual al rango a . Representa un fenómeno continuo pero no diferenciables. Es decir, fenómenos cuya gráfica pueden presentar quiebres (Funes, 2004). El modelo esférico corresponde a uno de los modelos de variogramas más utilizados.

El modelo corresponde a la función:

$$\gamma(h) = \begin{cases} C \left\{ \frac{3}{2} \frac{h}{a} - \frac{1}{2} \left(\frac{h}{a} \right)^3 \right\} & \text{si } h \leq a \\ C & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

En la figura 13, se muestra el modelado del semivariograma teórico de la variable renta del año 2004 de los hogares para los municipios de la Comunidad de Madrid, mediante un ajuste de una función esférica teniendo en cuenta el comportamiento anisotrópico de la variable. En el ajuste, se ha considerado un intervalo de distancia (*lag size*) de 5.349,6 km. y 12 intervalos en los que se han agrupado estas distancias, así como una tolerancia en la distancia de una banda de ± 6 y una tolerancia en la dirección de $\pm 45^\circ$.

Figura 13. Ejemplo de semivariograma teórico



Fuente: Elaboración propia.

c) Modelo *Exponencial*. El modelo alcanza la meseta en forma asintótica y tiene un comportamiento lineal en el origen. Representa fenómenos continuos pero no diferenciables. El parámetro a es el alcance práctico y corresponde a la distancia para la cual el variograma llega al 95% de su meseta C . El modelo corresponde a la función:

$$\gamma(h) = C \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{3h}{a}\right) \right\}$$

La principal diferencia entre el modelo esférico y el exponencial, es la distancia a la cual sus tangentes en el origen cortan a la recta de $y=h$. El modelo esférico alcanza una meseta más rápidamente que el exponencial (Montero y Larraz, 2008).

d) Modelo *Gaussiano*. Modelo con comportamiento parabólico en el origen. Representa fenómenos continuos infinitamente diferenciables (sumamente continuos). C es la meseta o varianza y a es prácticamente el rango (valor al 95 % de la meseta). Este modelo también tiene un alcance práctico asintóticamente de la meseta en $1.73a$

El modelo corresponde a la función:

$$\gamma(h) = C \left[1 - \exp\left(-\frac{3h^2}{a^2}\right) \right]$$

e) Modelo *Cúbico*. Representa fenómenos bastante continuos. El modelo corresponde a la función:

$$\gamma(h) = \begin{cases} s \left(7 \frac{h^2}{a^2} - 8.75 \frac{h^3}{a^3} + 3.5 \frac{h^5}{a^5} - 0.75 \frac{h^7}{a^7} \right) & \text{si } h \leq a \\ s & \text{si } h > a \end{cases}$$

4.2.2.1.2 Modelos sin meseta.

a) Modelo *potencial o monómico*. El modelo representa a fenómenos no estacionarios. El exponente θ puede variar entre 0 (variograma pepítico) y 2 (variograma parabólico), con lo cual, el modelo es de interés debido a que presenta una variedad de formas al variar el valor de θ . Este modelo se corresponde con una función del tipo:

$$\gamma(h) = \omega h^\theta$$

Donde ω es la varianza positiva y θ es una potencia entre 0 y 2. En caso de que $\theta = 1$, el modelo corresponde a una función lineal, mientras que si $\theta = 0$, el semivariograma es del tipo “efecto pepita puro” (Montero y Larraz, 2008).

b) Modelo *logarítmico*. Tipo de semivariograma que no está definido en el origen, con lo cual no cumple la propiedad de los semivariogramas teóricos referidos al comportamiento en el infinito: $\lim_{h \rightarrow +\infty} \frac{\gamma(h)}{h^2} = 0$

El modelo logarítmico se corresponde con la función: $\gamma(h) = b \log h$, si $h \geq 0$

Siendo b una constante positiva relativa con la variabilidad del fenómeno (Montero y Larraz, 2008).

Además de los anteriormente vistos, se puede probar la modelización del semivariograma mediante modelos ofrecidos en paquetes

informáticos de GIS. En particular, el software ArcGIS, utilizado como soporte de cálculo en esta investigación, ofrece las opciones de modelos teóricos como el modelo Circular, modelo sinusoidal que sirve para representar el efecto de hoyo (Hole Effect) o periodicidades en la curvatura de la función, modelo basado en funciones K-Bessel, J-Bessel entre otros.

4.2.3 Ajuste a modelos de variogramas

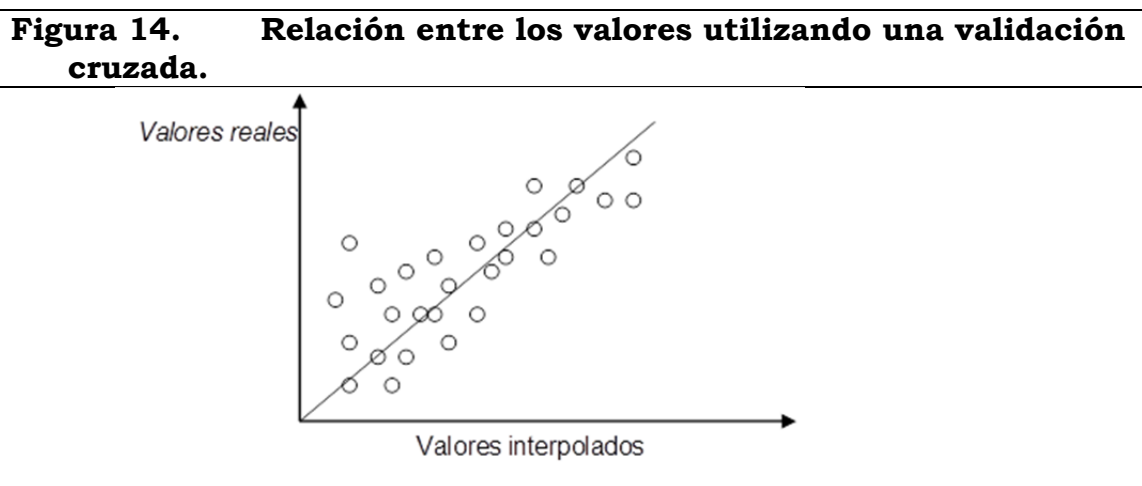
¿Cómo se puede saber que la elección del modelo de variograma teórico es la correcta? El modelo elegido, ¿Refleja la dependencia espacial adecuadamente tanto en pequeñas como en grandes distancias?

El principal problema que se plantea en la aplicación de los métodos geoestadísticos es que el modelo elegido sea capaz de representar de forma adecuada la variabilidad espacial detectada en los puntos muestrales (o conocidos), ya que de ello depende la predicción del punto no muestreado. Tal predicción resulta de la relación que establece el variograma entre los puntos conocidos y el punto no muestreado (Usandivaras, 2006). Larraz (2004) enfatiza que esta etapa llamada análisis variográfico es la más importante dentro del trabajo a desarrollar, ya que en caso de no elegir bien el modelo que represente el proceso en estudio, lo más probable es que los resultados de la estimación no sean óptimos. Larraz (2004) indica que una primera aproximación a la elección de tal función se realiza “a sentimiento”, “a primera vista” porque más interesa que recopile bien las condiciones de continuidad y estacionariedad asociadas al proceso estocástico, que la búsqueda de una función que ajuste matemáticamente. La elección de tal función afecta al conocimiento que se tenga de los diferentes modelos teóricos de variogramas y de los parámetros a estimar. Una segunda aproximación viene dada por el uso de indicadores de bondad

del ajuste. El uso de programas informáticos permite ajustar automáticamente el mejor modelo según unos criterios de bondad del ajuste, basado bien en el mínimo de la suma de los cuadrados de los residuales o bien en el R^2 de la ecuación. Entre los criterios de bondad del ajuste resultan de utilidad el Criterio de Máxima Verosimilitud y el de Mínimos Cuadrados (Funes, 2004; Legrá, 1999; Montero y Larraz, 2008; Giraldo, 2002). Finalmente, una tercera aproximación viene dada por la Validación Cruzada, que no prueba que el modelo de variograma sea el correcto, sino que no sea groseramente incorrecto (Gallardo, 2006).

4.2.4 Validación cruzada del modelo de variograma o “Cross-validation”.

La validación cruzada como aproximación para evaluar el ajuste del modelo de variograma elegido, resulta atractiva por su sencillez y eficiencia (Díaz, 2002). Método también conocido como “leave one out” que consiste en eliminar un valor de la variable, calcular el semivariograma correspondiente y estimar el valor eliminado a partir de dicho semivariograma (Isaaks y Srivastava 1989, Franz et al 1992). Si esto lo hacemos, uno por uno, con todos los valores de las variables, se puede representar todos los valores estimados frente a sus valores reales (figura 14).



Fuente: Elaboración propia.

Si el variograma modelizado refleja adecuadamente la estructura espacial implícita en el conjunto de datos, entonces los valores estimados deben ser cercanos a los valores observados (Díaz, 2002). Esta “cercanía” puede ser caracterizada según los siguientes estadígrafos (Díaz, 2002):

- Medias de los errores y de los errores estandarizados: se revisa la estimación mediante el error cuadrático medio (ECM, por ejemplo), para comprobar la desviación del dato estimado con respecto al medido. Se considera que el mejor modelo será aquel en el que la suma de los errores cuadráticos medios para todos los puntos muestrales sea más próxima a cero.
- Varianza de los errores: se espera debe ser la más baja posible.
- Varianza de los errores estandarizados: debe ser cercana a uno.
- Nube de dispersión entre valores reales y estimados: la regresión debe acercarse a la diagonal.

El apoyo de los estadígrafos anteriores, se utiliza a modo de ir probando los diferentes valores de los parámetros del semivariograma hasta que los errores de validación cumplan los siguientes criterios estadísticos (Cuador, 2000). Ahora bien, el estudio de los resultados de la validación cruzada debe concentrarse en los aspectos negativos, como por ejemplo, en errores muy elevados o áreas con evidente sobre o subestimación⁴⁹ (Gallardo, 2006).

4.3 Predicción por interpolación espacial KRIGING.

4.3.1 Definición del Kriging.

⁴⁹ En el capítulo de aplicación empírica de esta tesis, se demuestra la existencia de diferencias en los errores en la estimación en regiones de menor correlación espacial.

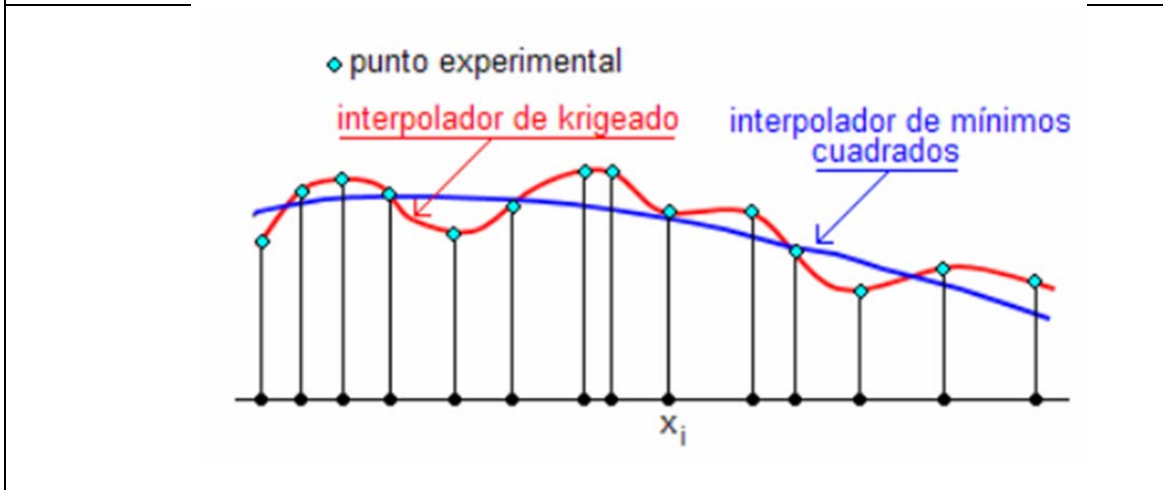
La formalización del Kriging dada por Matheron se relaciona con un conjunto de métodos de predicción espacial que se fundamentan en la minimización del error cuadrático medio de predicción (Giraldo, 2002). La palabra kriging sinónima de “predicción óptima” (Funes, 2004) se utiliza como referencia a una familia de algoritmos de interpolación, se le asocia con el término BLUE, que significa “mejor estimador lineal insesgado” (en inglés, Best Linear Unbiased Estimator) de un punto y al mejor promedio lineal móvil ponderado de un bloque (Díaz, 2002, Emery, 2004).

- *mejor* , dado por la búsqueda del modelo de variograma (covarianza) de varianza mínima en el error,
- *lineal* , porque es una combinación lineal ponderada de los datos,
- *Insesgado*, con un error de estimación de media igual a cero.

Gallardo (2006) indica que este interpolador lleva asociado un grado de incertidumbre que puede ser representado en el espacio en forma de varianza o desviación estándar, por cuanto a cada punto del espacio interpolado se le puede asociar una distribución teórica, lo que permite a su vez; realizar simulaciones probabilísticas, representando el resultado del kriging como la probabilidad de que la variable alcance un determinado valor. Larraz (2004) indica que, además de la precisión de la estimación mediante el cálculo de la varianza del error, el estimador de Krige es un interpolador exacto, lo que implica que en los puntos que forman parte de la muestra, su estimación coincide con el valor muestral y por tanto aporta una varianza de estimación asociada nula.

En la figura 15, se muestra una representación gráfica de la diferencia entre utilizar el estimador Kriging y el interpolador por mínimos cuadrados. En el primero, la función obtenida “pasa por los puntos muestrales”, mientras que en el segundo caso no.

Figura 15. Predicción espacial por Kriging.



Fuente: Alfaro (2007).

La acotación al carácter lineal del Kriging se debe a que se requiere el conocimiento del momento de segundo orden de la función aleatoria (la covarianza o el variograma) y que, en general en la práctica, es posible inferir a partir de una realización de la misma.

El Kriging permite realizar distintos tipos de estimaciones según sea el tipo de dato a interpolar, la forma del estimador o según sean las necesidades planteadas a la hora de estimar (Larraz, 2004). Cada estimador puede ser interpretado como una predicción de un valor desconocido $\hat{Z}(x)$ en el conjunto de los posibles estimadores (Díaz, 2002). Estimadores que no son más que variantes de la estimación de regresión lineal clásica (Verdoy, 2005), compuesto por las variables aleatorias $Z(x_i)$ que corresponden al valor que asume la variable x en las n localizaciones cercanas a x_0 localización con valor desconocido, según:

$$\hat{Z}(x_0) = \lambda_1 Z(x_1) + \lambda_2 Z(x_2) + \dots + \lambda_n Z(x_n)$$

O de forma más general:

$$\hat{Z}(x_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i) \tag{Ec. 13.}$$

donde λ_i (con valores entre 0 y 1) es la función de ponderación⁵⁰ de los n puntos muestrales que intervienen en el cálculo de la distancia al punto no muestral $\hat{Z}(x_0)$ a partir de los puntos conocidos $Z(x_i)$.

4.3.2 Tipologías de Kriging.

En cada una de las variantes, los pesos o ponderadores se encuentran minimizando la varianza, del cual se obtendrá un sistema de ecuaciones, según sea el planteamiento de hipótesis sobre la media, la covarianza del proceso y la distribución de la variable en estudio. Siguiendo una clasificación de los estimadores Kriging propuesta en Díaz (2002) el kriging puede clasificarse de acuerdo con:

a) Medición de los datos o tamaño del objetivo:

- ✓ Kriging puntual: Utilizado en caso de que el valor desconocido sea un punto.
- ✓ Kriging por bloques o áreas: La interpolación por bloques se corresponde con la media de un área predeterminada que rodea a ese punto. En la mayoría de los casos la interpolación por bloques, correlaciona mejor con los valores verdaderos, siendo generalmente más exacta que la interpolación puntual (Gallardo, 2006). Un ejemplo de esta aplicación se puede ver en Chica et al (1999) como metodología utilizada para zonificar o dividir la ciudad en zonas homogéneas según las características de las viviendas.

b) La forma del estimador.

- Kriging lineal:
 - ✓ Kriging simple con valores esperados conocidos.

⁵⁰ El proceso mediante el cual la influencia de los puntos muestrales disminuye con la distancia es incorporado a la función de interpolación mediante una función de *ponderación*. La elección de esta función, según la cual la ponderación disminuye conforme aumenta la distancia es tan variable como la elección de la misma función de interpolación (McCullagh 1990).

- ✓ Kriging ordinario (KO), con valores esperados estacionarios pero desconocidos.
- ✓ Kriging universal (KU): kriging en presencia de tendencia.
- ✓ Kriging residual: Kriging en presencia de tendencia con valores esperados conocidos.
- ☑ Kriging no lineal:
 - ✓ Aquellos que no cumplen con la condición de linealidad ya que se aplica a una variable transformada. Entre ellos, destacan los siguientes enfoques:
 - ✓ Kriging Disyuntivo: Kriging aplicado sobre una transformación polinómica.
 - ✓ Kriging de indicadores: aplica kriging a datos binarios (0 y 1) que codifican probabilidades de pertenecer a un tipo de propiedad o no. Puede ser comparado con el Kriging ordinario donde la media es constante y no conocida.
 - ✓ Kriging Probabilístico.
 - ✓ Kriging Log normal: cuando se aplica Kriging al logaritmo de los datos.
- Trans-Gaussiano.

c) Según el número de atributos:

- ☑ Kriging: un único atributo.
- ☑ Co-Kriging: perteneciente a la geoestadística multivariante, es utilizado en caso de múltiples de atributos.

d) Según el supuesto de la distribución de probabilidad:

- ☑ Kriging paramétrico:
 - ✓ Kriging multi-Gaussiano: aplica kriging a la transformada Gaussiana de los datos para conseguir normalidad
 - ✓ Kriging disyuntivo: aplica kriging a factores que descomponen la variable a estimar
 - ✓ Kriging lognormal: cuando el logaritmo de los datos tiene una distribución normal

- ☑ Kriging no paramétrico. Ubicado dentro de la geoestadística no lineal, con extensiones como el Kriging simple, Ordinario, Universal, Residual, Indicador y kriging probabilístico.

Emery (2004) también hace referencia a otras variantes como:

- ✓ Kriging trigonométrico: donde la deriva es una función periódica.
- ✓ Kriging con deriva externa (KDE): En el kriging con una deriva externa, la tendencia se modeliza como una función lineal de una variable secundaria (Hernández, 2000).
- ✓ Kriging factorial: perteneciente a la geoestadística multivariada, asume que la variable propiedad observada es la suma de diversos factores aleatorios e independientes.

En caso de desconocerse la distribución de probabilidad, se utiliza el Kriging media polish, Kriging bayesiano y el kriging robusto (Instituto Geográfico Agustín Codazzi). Cressie (1986) indica que el Kriging mediana polish puede ser usado alternativamente al Kriging universal en caso de no estacionariedad, pocos puntos no gaussianos y con presencia de outliers. Por otro lado, Martínez y Ramírez (2005) citan a Goovaerts (1997) para indicar que el Kriging factorial, kriging de indicadores, de logaritmos o kriging multigaussiano no son más que aproximaciones del kriging ordinario o simple, de datos no linealmente transformados.

Cada una de estas técnicas de la geoestadística, tiene sus particularidades que las hacen adecuadas a una aplicación, sin embargo, puede recurrirse a ellas en forma complementaria. El Kriging se suele utilizar para examinar la bondad del ajuste de la predicción, variantes utilizadas de forma complementaria o comparativa entre ellas o con otras técnicas de interpolación espacial (Dowdall y O’Dea, 1999, Nalder y Wein 1998, Villatoro et al 2008).

En Chica y Luque (2003) se presentan los métodos de estimación de krigeaje ordinario y krigeaje de indicatrices, ambos con los mismos fundamentos teóricos, pero con un enfoque de la estimación diferente. En el primer caso se obtiene el valor más probable del contenido en nitratos en el acuífero (estimación lineal). En el segundo, se estima la probabilidad de superar determinados valores límite o “problema de alarma” del contenido en dicha variable (estimación no lineal). En Hernández (2000), se utilizó el KO, KU y KDE para estimar la temperatura del aire. La comparación mediante validación cruzada de los tres estimadores indicó que la inclusión de una variable secundaria aportó una mejora sustancial en la explicación de la estructura de distribución espacial de la variable primaria, caso que también puede verse en Martínez et al (2003). En Guerra et al (2006), se citan algunos ejemplos acerca de la aplicación del kriging en sus variantes en una misma variable, esto es; el KU, KDE, Kriging factorial, KO (lineal) se utilizó como técnica para estimación de datos pluviométricos en áreas con escasez de estaciones o de difícil accesibilidad, así como para conocer la distribución espacial y temporal de las mismas y el análisis de su representación gráfica espacial.

4.3.3 Planteamiento básico del Kriging.

Según Olea (1991) el Kriging es una colección de técnicas generalizadas de regresión lineal para minimizar una varianza de estimación definida de un modelo a priori de covarianza o variograma, donde la variable $Z(x)$ es considerada como una función aleatoria (FA) con un componente determinista que mide la tendencia, $\mu(x)$ y un componente residual o error aleatorio $\varepsilon(x)$.

Dado que se requiere estimar el valor de la variable en estudio $Z(x)$ en el punto desconocido (x_0) , el predictor del kriging vendría dado por $\hat{Z}(x_0) = \mu + \hat{\varepsilon}(x_0)$, donde al despejar el error aleatorio, queda $\hat{\varepsilon}(x_0) = \hat{Z}(x_0) - \mu$.

El Kriging, considera las estimaciones como la suma ponderada de los residuos de los puntos vecinos, cuyo estimador sigue la forma:

$$\hat{Z}(x_0) - \mu(x_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot Z(x_i - \mu(x_i))$$

donde:

x_i, x_0 : Son vectores de ubicación para el punto de estimación x_0 y la ubicación de sus vecinos x_i

n : es el número de puntos muestrales considerados en el proceso de interpolación utilizados para la estimación de $\hat{Z}(x_0)$

$\mu(x_i), \mu(x_0)$: Valores esperados (medios) de $\hat{Z}(x_0), Z(x_i)$

λ_i : Peso o ponderación del punto i en la estimación del punto no muestral, con valores que fluctúan entre 0 y 1 para cada dato conocido, calculado a partir de un conjunto de $n + 1$ de ecuaciones lineales simultáneas y cuyo valor depende de factores como (Montero y Larraz, 2008):

- La distribución de las observaciones, posibles agrupamientos, clusters.
- La distancia o proximidad geográfica respecto del punto no muestral.
- El tamaño de la muestra y la calidad de los datos.
- La estructuración de la variable.

Por otro lado, la elección de los ponderadores busca minimizar la varianza del estimador, $V[\hat{Z}(x_0) - Z(x_0)]$ y llevar la media del error de las predicciones a cero $E[(\hat{Z}(x_0) - Z(x_0))] = 0$. El proceso de minimización de la varianza permite obtener un sistema de ecuaciones simultáneas de

acuerdo a las hipótesis que se tengan sobre la media, la covarianza del proceso y la distribución de la variable en estudio, y que da origen a diferentes tipologías de kriging nombradas anteriormente.

De estas tipologías, nos centraremos en tres variantes que difieren en el tratamiento de la componente determinística. La exposición metodológica sigue la propuesta de Montero y Larraz (2008):

- Kriging Simple: $E(Z(x)) = \mu$ conocida
- Kriging Ordinario: $E(Z(x)) = \mu$ desconocida
- Kriging en presencia de no-estacionariedad

4.3.3.1 Kriging simple.

Supuestos del kriging simple (KS): la hipótesis básica del KS es la estacionariedad de segundo orden, una media μ de la función aleatoria constante y conocida, varianza constante y conocida $C(0) = \sigma^2$ y función de covarianza conocida $C(h)$.

Tomado los valores de $Z(x_i)$ en los puntos conocidos, la predicción vendría dada por:

$$\hat{Z}(x_0) = \mu(x_0) + \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot Z(x_i - \mu(x_i))$$

Sea $Z(x)$ una FA estacionaria o no, en general de esperanza no nula y para la que se desea estimar un valor $Z(x_0)$ fuera del dominio muestral. Se recurre por tanto, a otra FA $Y(x)$ no necesariamente estacionaria ni intrínseca, de esperanza nula $E(Y(x)) = 0$, así, $Y(x) = Z(x) - \mu$, obteniéndose para esta nueva FA la estimación en el punto x_0 mediante el estimador lineal

$$\hat{Y}(x_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i Y(x_i)$$

Ecuación, que una vez obtenidos los ponderadores, se utiliza para estimar el valor de $\hat{Z}(x_0)$. Los ponderadores λ_i se obtienen de acuerdo a las siguientes condiciones:

1. Condición de insesgadez

$$E(\hat{Y}(x_0)) = E(Y(x_0)) = \mu, \text{ con } E(\hat{\epsilon}(x_0)) = 0$$

La condición de insesgadez del estimador KS se asegura de la siguiente forma:

$$E(\hat{Y}(x_0)) = \sum_{i=1}^n \lambda_i E(Y(x_i)) = \mu = 0 = E(Y(x_0))$$

2. Los ponderadores que satisfacen la varianza mínima se obtienen de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} V[\hat{Y}(x_0) - Y(x_0)] &= E\left[(\hat{Y}(x_0) - Y(x_0))^2\right] = E\left[\left(\sum_{i=1}^n \lambda_i Y(x_i) - Y(x_0)\right)^2\right] = \\ &= E\left[\left(\sum_{i=1}^n \lambda_i Y(x_i)\right)\left(\sum_{j=1}^n \lambda_j Y(x_j)\right)\right] - 2E\left[\sum_{i=1}^n \lambda_i Y(x_i) Y(x_0)\right] + E\left[(Y(x_0))^2\right] = \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j E[Y(x_i) Y(x_j)] - 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i E[Y(x_i) Y(x_0)] + E\left[(Y(x_0))^2\right] \end{aligned}$$

Si $E[Y(x)] = 0$, entonces y $E[(Y(x_0))^2] = C(\mathbf{0})$, $E[Y(x_i) Y(x_j)] = C(x_i - x_j)$

Entonces;

$$V[\hat{Y}(x_0) - Y(x_0)] = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j C(x_i - x_j) - 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i C(x_i - x_0) + C(\mathbf{0})$$

Los ponderadores óptimos (que minimizan la varianza del error) pueden determinarse tomando derivadas parciales con respecto a los ponderadores $\lambda_i, \forall i$

$$\frac{\partial V[\hat{Y}(x_0) - Y(x_0)]}{\partial \lambda_i} = 2 \sum_{j=1}^n \lambda_j C(x_i - x_j) - 2C(x_i - x_0), \quad \forall i = 1, \dots, n$$

e igualando a cero se tiene el sistema de ecuaciones del KS:

Sistema de ecuaciones del kriging simple

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j C(x_i - x_j) = C(x_i - x_0)$$

Que expresado en forma matricial, se obtiene un sistema de N ecuaciones con N incógnitas $\mathbf{C} \cdot \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{C}_0$ o $\boldsymbol{\lambda} = \mathbf{C}^{-1} \cdot \mathbf{C}_0$.

$$\begin{pmatrix} C(\mathbf{0}) & C(x_1 - x_2) & \cdots & C(x_1 - x_n) \\ C(x_2 - x_1) & C(\mathbf{0}) & \cdots & C(x_2 - x_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C(x_n - x_1) & C(x_n - x_2) & \cdots & C(\mathbf{0}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C(x_1 - x_0) \\ C(x_2 - x_0) \\ \vdots \\ C(x_n - x_0) \end{pmatrix}$$

Cuya primera parte, mide las correlaciones entre los puntos muestrales, mientras que la segunda mide la correlación entre estos puntos y el valor a estimar.

El valor mínimo de la varianza del error de estimación se llama varianza de kriging y se obtiene reemplazando:

$$\begin{aligned} V[\hat{Y}(x_0) - Y(x_0)] &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j C(x_i - x_j) - 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i C(x_i - x_0) + C(\mathbf{0}) = \\ &= \sum_{i=1}^n \lambda_i C(x_i - x_0) - 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i C(x_i - x_0) + C(\mathbf{0}) \end{aligned}$$

En la siguiente Ecuación, varianza mínima de estimación del KS

$$V[\hat{Y}(x_0) - Y(x_0)] = V[\hat{Z}(x_0) - Z(x_0)] = C(\mathbf{0}) - \sum_{i=1}^n \lambda_i C(x_i - x_0)$$

Que permite obtener el valor de λ_i con el cual se multiplica al valor de las variables en los puntos muestrales y permite predecir el valor de la variable original $\hat{Z}(x_0)$ mediante el estimador $\hat{Z}(x_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i)$ y al que se le suma el valor de la media del proceso $\mu(x)$ para obtener la estimación del valor de $Z(x_0)$.

$$\hat{Z}(x_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot Z(x_i) + \{1 - \sum_{i=1}^n \lambda_i\} \cdot \mu$$

En la ecuación anterior, μ representa un ponderador que complementa el valor de λ_i de los datos.

4.3.3.2 Kriging ordinario.

Supuestos del Kriging Ordinario (KO): El KO asume que los datos son estacionarios de segundo orden o intrínsecos, con covarianza conocida y media desconocida. A diferencia del kriging simple, añade la condición de que la suma de los valores del ponderador λ_i que minimizan la varianza, sea igual a 1 para que el estimador sea insesgado. Con μ desconocida, ésta no se puede incorporar al estimador, por cual se trabaja directamente con la variable en estudio:

$$\hat{Z}(x_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i)$$

Para estimar los ponderadores, el KO estacionario de segundo orden, hace uso del semivariograma o covarianzas, mientras que en el caso

intrínseco; solo pueden ser obtenidos mediante el semivariograma, al no existir valor de la covarianza en el origen.

1. Para garantizar la propiedad de insesgadez es indispensable imponer a los coeficientes λ_i que su sumatoria sea la unidad; es decir:

$$E[\hat{Z}(x_0) - Z(x_0)] = E\left[\sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i) - Z(x_0)\right] = \sum_{i=1}^n \lambda_i E[Z(x_i)] - E[Z(x_0)] = \mu \sum_{i=1}^n \lambda_i - \mu$$

con $\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$

2. Respecto de la condición de mínima varianza; se procede igual que en el caso anterior: minimización de la varianza sujeta a la restricción del ponderador igual a 1:

$$V[\hat{Z}(x_0) - Z(x_0)] = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j E[Z(x_i)Z(x_j)] - 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i E[Z(x_i)Z(x_0)] + E[(Z(x_0))^2]$$

Que bajo las condiciones:

- $E[Z(x_i)Z(x_j)] = C(x_i - x_j) + \mu^2$
- $E[(Z(x_0))^2] = C(\mathbf{0}) + \mu^2$

Que son sustituidas en la varianza

$$V[\hat{Z}(x_0) - Z(x_0)] = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j C(x_i - x_j) - 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i C(x_i - x_0) + C(\mathbf{0}) + \mu^2 \left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j - 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i + 1 \right)$$

Pero, por la condición de insesgadez:

$$\left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j - 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i + 1 \right) = \left(\sum_{i=1}^n \lambda_i - 1 \right)^2 = 0$$

La expresión a minimizar queda como la ecuación siguiente, bajo la restricción de que $E(\hat{Z}) = Z$:

$$V[\hat{Z}(x_0) - Z(x_0)] = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j C(x_i - x_j) - 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i C(x_i - x_0) + C(\mathbf{0})$$

Problema de minimización con restricciones al que se aplica los multiplicadores de Lagrange. Consideramos una nueva función Φ de la forma siguiente:

$$\varphi(\lambda_1, \dots, \lambda_n, \alpha) = V[\hat{Z}(x_0) - Z(x_0)] + 2\alpha \left(1 - \sum_{i=1}^n \lambda_i \right)$$

Que, derivando parcialmente e igualando a cero,

$$\frac{\partial \varphi(\lambda_1, \dots, \lambda_n)}{\partial \lambda_i} = 0 \quad \text{y} \quad \frac{\partial \varphi(\lambda_1, \dots, \lambda_n)}{\partial \alpha} = 0$$

Da lugar al siguiente sistema de $n+1$ ecuaciones con $n+1$ incógnitas en términos del covariograma:

Sistema de Ecuaciones del kriging Ordinario:

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i C(x_i - x_j) - \mu = C(x_i - x_j)$$

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$$

Sistema de ecuaciones que se puede escribir en forma matricial como:

$$\mathbf{C} \cdot \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{C}_0$$

$$\begin{pmatrix} C(\mathbf{0}) & C(x_1 - x_2) & \cdots & C(x_1 - x_n) - 1 \\ C(x_2 - x_1) & C(\mathbf{0}) & \cdots & C(x_2 - x_n) - 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C(x_n - x_1) & C(x_n - x_2) & \cdots & C(\mathbf{0}) - 1 \\ 1 & 1 & \cdots & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ \alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C(x_1 - x_0) \\ C(x_2 - x_0) \\ \vdots \\ C(x_n - x_0) \\ 1 \end{pmatrix}$$

Cuya resolución mediante $\lambda = C^{-1} \cdot C_0$, permite obtener la varianza del error de predicción que queda:

Varianza mínima de error de estimación del KO:

$$V[\hat{Z}(x_0) - Z(x_0)] = C(\mathbf{0}) - \sum_i \lambda_i C(x_i - x_0) + \alpha$$

Ecuación en que es necesario conocer la función de covarianza, lo cual no siempre es posible. Una alternativa es obtener los ponderadores en términos del semivariograma. La condición de insesgadez, se mantiene como en el caso anterior:

$$E[\hat{Z}(x_0) - Z(x_0)] = E\left[\sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i) - Z(x_0)\right] = \sum_{i=1}^n \lambda_i E[Z(x_i)] - E[Z(x_0)] = \mu \sum_{i=1}^n \lambda_i = \mu$$

con $\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$

La varianza del error de estimación expresada en términos del semivariograma:

$$\begin{aligned} V[\hat{Z}(x_0) - Z(x_0)] &= E\left[\left(\hat{Z}(x_0) - Z(x_0)\right)^2\right] = E\left[\left(\sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i) - Z(x_0)\right)^2\right] = \\ &= E\left[\left(\sum_{i=1}^n \lambda_i (Z(x_i) - Z(x_0))\right)\left(\sum_{j=1}^n \lambda_j (Z(x_j) - Z(x_0))\right)\right] = \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j E\left[(Z(x_i) - Z(x_0))(Z(x_j) - Z(x_0))\right] \end{aligned}$$

En esta última ecuación, hemos de recurrir a la relación entre el covariograma y la semivarianza, $C(h) = C(\mathbf{0}) - \gamma(h)$, donde $C(h) = C(x_i - x_j)$, $\gamma(h) = (x_i - x_j)$,

En la sección anterior, se definió el semivariograma por la ecuación 8 donde h se define como la distancia entre los punto x_i y x_j :

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} \text{Var}[Z(x+h) - Z(x)] = \frac{1}{2} E[Z(x+h) - Z(x)]^2$$

Reescribiendo y desarrollando la ecuación anterior, el semivariograma queda:

$$\begin{aligned} \gamma(h) &= \frac{1}{2} E\{[(Z(x_i) - Z(x_0)) - (Z(x_j) - Z(x_0))]^2\} = \\ \gamma(x_i - x_j) &= \frac{1}{2} E[(Z(x_i) - Z(x_0))^2] + \frac{1}{2} E[(Z(x_j) - Z(x_0))^2] - E[(Z(x_i) - Z(x_0))(Z(x_j) - Z(x_0))] = \\ &= \gamma(x_i - x_0) + \gamma(x_j - x_0) - E[(Z(x_i) - Z(x_0))(Z(x_j) - Z(x_0))] \end{aligned}$$

Ecuación en la cual al despejar el término $E[(Z(x_i) - Z(x_0))(Z(x_j) - Z(x_0))]$, representa la función de varianza en términos del semivariograma

$$\begin{aligned} V[\hat{Z}(x_0) - Z(x_0)] &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j E[(Z(x_i) - Z(x_0))(Z(x_j) - Z(x_0))] = \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j \gamma(x_i - x_0) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j \gamma(x_j - x_0) - \sum_{i=1}^n \sum_{j=01}^n \lambda_i \lambda_j \gamma(x_i - x_j) \end{aligned}$$

Ecuación a la que se le incorpora la condición de insesgadez,

$$V[\hat{Z}(x_0) - Z(x_0)] = 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma(x_i - x_0) - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j \gamma(x_i - x_j)$$

y que se le aplica el método de los multiplicadores de Lagrange, para minimizar la función y obtener los ponderadores:

$$\varphi(\lambda_1, \dots, \lambda_n, \alpha) = V[\hat{Z}(x_0) - Z(x_0)] + 2\alpha \left(1 - \sum_{i=1}^n \lambda_i\right)$$

Dando lugar al sistema de $n+1$ ecuaciones con $n+1$ incógnitas en términos del semivariograma:

Ecuaciones del KO en función del semivariograma:

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma(x_i - x_j) + \alpha = \gamma(x_i - x_0)$$

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$$

Que expresado en forma matricial queda como: $\Gamma \cdot \lambda = \Gamma_0$

$$\Gamma = \begin{pmatrix} \gamma(\mathbf{0}) & \gamma(x_1 - x_2) & \cdots & \gamma(x_1 - x_n) & 1 \\ \gamma(x_2 - x_1) & \gamma(\mathbf{0}) & \cdots & \gamma(x_2 - x_n) & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \gamma(x_n - x_1) & \gamma(x_n - x_2) & \cdots & \gamma(\mathbf{0}) & 1 \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ \alpha \end{pmatrix} \quad \Gamma_0 = \begin{pmatrix} \gamma(x_1 - x_0) \\ \gamma(x_2 - x_0) \\ \vdots \\ \gamma(x_n - x_0) \\ 1 \end{pmatrix}$$

La matriz gamma Γ está compuesta por los valores del semivariograma entre todos los pares de puntos con valores conocidos, calculados con base en la distancia entre ellos mientras que el vector Γ_0 contiene el valor del semivariograma para cada dato conocido y el punto a estimar. Así, los pesos que minimizan el error de predicción se determinan mediante la función del semivariograma a través de $\lambda = \Gamma^{-1} \cdot \Gamma_0$, de modo que se puede calcular la predicción en el punto x_0 y análogamente para cada punto x_i que se desee estimar.

La varianza mínima del error del Kriging ordinario en términos del semivariograma queda por tanto:

$$V[\hat{Z}(x_0) - Z(x_0)] = \sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma(x_i - x_0) + \alpha$$

4.3.3.3 El Kriging en presencia de no-estacionariedad.

El KO y el KS asumen que la variable regionalizada es estacionaria. Sin embargo, puede haber datos que muestren una tendencia que cambia según sea la orientación espacial. En la modelización del variograma, si esta tendencia (no estacionariedad) se manifiesta a largas distancias; puede evaluarse el tamaño de vecindad en la valoración del modelo.

Sin embargo, ¿qué ocurre cuando esta tendencia persiste incluso a escalas pequeñas? Una propiedad que caracteriza las funciones aleatorias no estacionarias (con independencia de las distancias) es que poseen media, varianza y covarianzas variables por traslación (Martínez y Ramírez, 2005), con lo cual los coeficientes de regresión en los sistemas lineales de estimación, serán cambiantes.

En caso de tendencia en la media $E(Z(x)) = \mu(x)$, donde $\mu(x)$ representa la deriva, hay dos propuestas posibles para el kriging, la primera asume una deriva polinomial de orden finito k con respecto de las coordenadas, método propuesto por Matheron en 1969 y conocido como Kriging Universal, mientras que la segunda es el de las Funciones Aleatorias Intrínsecas de orden k , propuesto por Matheron en 1973 y que postula que una cierta diferencia de orden finito k de la función aleatoria $Z(x)$ es débilmente estacionaria (o intrínseca de orden k) (Cresie, 1986).

☑ Kriging universal (KU): El KU asume que la variable $Z(x)$ está compuesta por dos factores:

$$Z(x) = \mu(x) + \tau(x)$$

donde la tendencia $\mu(x)$ es tratada como una función determinística dependiente de la localización de x , que se define a partir de los polinomios deducidos con las realizaciones disponibles de $Z(x)$, mientras que el residuo $\tau(x)$ es considerado como una componente estocástica estacionaria de media cero $E(\tau(x)) = 0$. Por tanto;

$$\begin{aligned}Z(x) &= \mu(x) + \tau(x) \\E(Z(x)) &= \mu(x) + E(\tau(x)) \\E(Z(x)) &= \mu(x)\end{aligned}$$

De la descomposición anterior, puede ocurrir que $\mu(x)$ sea conocida o no. En caso de que de la media sea desconocida, puede expresarse localmente mediante una expresión del tipo

$$\mu(x) = \sum_{h=1}^p a_h f_h(x)$$

donde $f_h(x)$ llamadas funciones de base son conocidas, a_h son parámetros constantes y desconocidos y p el número de términos empleados o polinomio de orden k para ajustar $\mu(x)$.

El predictor del KU es expresado como:

$$\hat{Z}(x_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i)$$

y, por tanto, será insesgado si

$$E(\hat{Z}(x_0)) = \mu(x_0)$$

$$E\left(\sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i)\right) = \mu(x_0)$$

$$\left(\sum_{i=1}^n \lambda_i \mu(x_i)\right) = \mu(x_0)$$

considerando la deriva o tendencia definida en KU

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i \left(\sum_{h=1}^p a_h f_h(x_i)\right) = \sum_{h=1}^p a_h f_h(x_0)$$

$$\sum_{h=1}^p a_h \left(\sum_{i=1}^n \lambda_i f_h(x_i)\right) = \sum_{h=1}^p a_h f_h(x_0)$$

con lo cual, se impone la condición que

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i f_h(x_i) = f_h(x_0), \forall h = 1, \dots, p$$

En la ecuación anterior, la obtención de los pesos λ_i en el kriging universal, se resuelve de modo análogo al kriging ordinario, de modo que la varianza del error de predicción sea mínima, es decir:

$$\begin{aligned}
 V[\hat{Z}(x_0) - Z(x_0)] &= E\left[\left(\hat{Z}(x_0) - Z(x_0)\right)^2\right] \\
 &= E\left[\left(\sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i) - Z(x_0)\right)^2\right] = \\
 &= E\left\{\left[\left(\underbrace{\sum_{i=1}^n \lambda_i \mu(x_i) - \mu(x_0)}_0\right) + \left(\sum_{i=1}^n \lambda_i \tau(x_i) - \tau(x_0)\right)\right]^2\right\} = \\
 &= E\left[\left(\sum_{i=1}^n \lambda_i \tau(x_i) - \tau(x_0)\right)^2\right]
 \end{aligned}$$

Si la media se expresa en forma polinómica $f_h(x)=1$, el sistema de ecuaciones del KU y la varianza de predicción del KO coinciden. Así;

$$\begin{aligned}
 E\left[\left(\sum_{i=1}^n \lambda_i \tau(x_i) - \tau(x_0)\right)^2\right] &= E\left[\left(\sum_{i=1}^n \lambda_i (\tau(x_i) - \tau(x_0))\right)^2\right] = \\
 &= E\left[\left(\sum_{i=1}^n \lambda_i (\tau(x_i) - \tau(x_0))\right)\left(\sum_{j=1}^n \lambda_j (\tau(x_j) - \tau(x_0))\right)\right] = \\
 &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j E\left[(\tau(x_i) - \tau(x_0))(\tau(x_j) - \tau(x_0))\right]
 \end{aligned}$$

Ecuación semejante a la minimización de la varianza del error del kriging ordinario que considera como variables el residuo $\tau(x)$ y que en términos del semivariograma de los errores $\gamma_e(x_i - x_j)$ queda:

$$V[\hat{Z}(x_0) - Z(x_0)] = 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma_e(x_i - x_0) - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j \gamma_e(x_i - x_j)$$

Que después de incluir la restricción dada por la condición de insesgamiento, se minimiza mediante los multiplicadores de Lagrange de forma que:

$$\varphi(\lambda_1, \dots, \lambda_n, \alpha_h) = V[\hat{Z}(x_0) - Z(x_0)] + 2 \sum_{h=1}^p \alpha_h \left(f_h(x_0) - \sum_{i=1}^n \lambda_i f_h(x_i) \right)$$

Que al derivar respecto de λ_i, α_i e igualando a cero, da lugar al sistema de $n+1+p$ ecuaciones con $n+1+p$ incógnitas en términos del semivariograma⁵¹:

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma_e(x_i - x_j) + \sum_{h=1}^p \alpha_h f_h(x_i) = \gamma_e(x_i - x_0), i = 1, 2, \dots, n$$

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i f_h(x_i) = f_h(x_0), h = 1, 2, \dots, p$$

Expresado matricialmente como:

$$\begin{pmatrix} \gamma_e(\mathbf{0}) & \gamma_e(x_1 - x_2) & \cdots & \gamma_e(x_1 - x_n) & 1 & f_2(x_1) & \cdots & f_p(x_1) \\ \gamma_e(x_2 - x_1) & \gamma_e(\mathbf{0}) & \cdots & \gamma_e(x_2 - x_n) & 1 & f_2(x_2) & \cdots & f_p(x_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \gamma_e(x_n - x_1) & \gamma_e(x_n - x_2) & \cdots & \gamma_e(\mathbf{0}) & 1 & f_2(x_n) & \cdots & f_p(x_n) \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ f_2(x_1) & f_2(x_2) & \cdots & f_2(x_n) & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ f_p(x_1) & f_p(x_2) & \cdots & f_p(x_n) & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ \tau_1 \\ \tau_2 \\ \vdots \\ \tau_p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma_e(x_1 - x_0) \\ \gamma_e(x_2 - x_0) \\ \vdots \\ \gamma_e(x_n - x_0) \\ 1 \\ f_2(x_0) \\ \vdots \\ f_p(x_0) \end{pmatrix}$$

Con lo cual su solución vendría dado por $\delta = \Gamma^{-1} \cdot \Gamma_0$, siendo el segundo término inverso del primer y tercer término, respectivamente.

La varianza de predicción del kriging está dada por:

$$V[\hat{Z}(x_0) - Z(x_0)] = \sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma_e(x_i - x_0) + \sum_{h=1}^p \tau_h f_h(x_0)$$

Nótese que si $p=1$ y $f_h(x)=1$ el sistema de ecuaciones del KU y la varianza de predicción coinciden con las del KO. Por último, destacar que Armstrong (1984) indica que dos problemas comunes al utilizar el

⁵¹ Montero y Larraz (2008) indican que debido a que la expresión de la deriva sólo es válida localmente, el valor de n está restringido a un entorno más pequeño.

KU se deben a la indeterminación en la tendencia y a la indeterminación en el variograma.

4.3.4 Derivaciones locales del Kriging.

La investigación empírica sobre la aplicación del kriging ha derivado hacia modelizaciones locales que consideran la propuesta de Timothy Haas (Haas, 1990) quien incluyó una adaptación del kriging⁵² con ventanas móviles a fin de interpolar zonas del territorio que carecen de uniformidad en su estructura espacial. El uso de ventanas en movimiento en el kriging (MWK) calcula un nuevo variograma utilizando los datos en un sector circular circundante al lugar de estimación (ventana) y que se mueve con la ubicación⁵³.

El kriging se clasifica dentro de las técnicas locales de interpolación, al definir, dentro de sus procedimientos de cálculos, una vecindad definida. Sin embargo, la técnica realiza una única estimación de parámetros de la función interpoladora definidas por un variograma único, aplicable a toda la superficie; asumiendo de esta forma, estacionariedad espacial en media y varianza a lo largo de todo el espacio muestral. Esto supone un comportamiento homogéneo de la muestra en diferentes zonas del espacio cuya correlación entre las observaciones se puede representar como una función de la distancia que los separa (Páez et al, 2008). Tal correlación, que en el caso del kriging se representa en el variograma, puede verse afectada por la presencia de outliers distribucionales y espaciales, una muestra de

⁵² Aun cuando el algoritmo estándar que utiliza el kriging ordinario (OK) es sí mismo una técnica de ventana móvil (Harris et al 2010).

⁵³ El uso de ventanas móviles permite calcular la estimación en el centro de esta vecindad con una estructura de covarianza de ámbito local, moviéndose entonces a la siguiente ubicación, con procedimiento iterativo. Se transforma así, en una función que depende de la ubicación y que modela con mayor fidelidad la tendencia espacial observada y la media dependientes de la varianza del proceso.

puntos distribuidas de manera no homogénea en el espacio y la presencia de variaciones espaciales a una escala más pequeña de lo definido en el modelado del variograma (efecto nugget alto) y como consecuencia, en las estimaciones que derivan de él. En este sentido, el análisis del comportamiento del variograma a lo largo del espacio muestral, ayuda a determinar zonas en que el kriging responde mejor.

En el MWK, la estimación de un conjunto de parámetros para cada sitio, hace uso de una estructura de covarianza espacial local que varía de un sitio a otro. Propiedad que se cree conduce a una representación más precisa de los fenómenos espaciales observados (Páez et al 2008; Haas, 1990). Freeman y Moisen (2007) indican que el kriging se comporta mejor en zonas donde el índice de Moran es superior (mayor autocorrelación espacial) y donde el semivariograma "se comporta mejor". Estos autores notan una mejoría en la modelización del variograma al dividir el área de estudio en zonas a fin de reducir la tendencia causada por muestras espaciales heterogéneas. Francis y Koplatak (2000) sugieren una división del área o superficie muestral en submuestras para realizar interpolaciones locales. En particular; cuando la estimación se ve complicada por una fuerte tendencia espacial (no estacionariedad), una estructura de covarianza espacial dependiente de la ubicación (no estacionariedad de covarianza) y cuando se obtienen valores bajos de correlación espacial a cortas distancias.

5 Capítulo: EL PRECIO COMO MEDIDA DE ACERCAMIENTO URBANA DE MADRID

¿Se observan pautas de concentración del fenómeno urbano contemporáneo en el espacio urbano de Madrid? ¿Hay alguna relación entre la distribución territorial del precio de la vivienda, la localización de los bienes urbanos y la distribución demográfica en Madrid? ¿Se observan cambios en los parámetros de estimación del precio de la vivienda a medida que se desciende en la escala espacial?

ESQUEMA GENERAL DEL CAPITULO

- 5.1 ANTECEDENTES PREVIOS SOBRE EL FENÓMENO URBANO EN MADRID.
- 5.2 PLANTEAMIENTO DE LA INVESTIGACIÓN APLICADA
 - Aspectos sobre la investigación y aplicación empírica
 - Datos y sistema de información empleados
- 5.3 ANÁLISIS ESTRUCTURAL DEL PRECIO DE LA VIVIENDA EN MADRID
 - Autocorrelación espacial de Moran
 - Observación territorial de la dependencia espacial
 - Estimación univariante por interpolación espacial
 - Estimación precio de la vivienda en la Comunidad de Madrid
 - Interpolación y Modelo de estimación por precios hedónicos
- 5.4 OBSERVACIÓN DEL FENÓMENO URBANO EN LA COMUNIDAD DE MADRID.

El capítulo V plantea la investigación empírica en tres grandes apartados: la revisión de interpolación espacial como técnica de predicción espacial univariante, el análisis de la dependencia espacial mediante la combinación de las herramientas de la econometría espacial y la Geoestadística y; la observación microterritorial en diferentes escalas del territorio urbano.

El capítulo se inicia con una revisión sobre el aspecto urbano en Madrid, luego se realiza una descripción de la investigación, y posteriormente se centra en observar la capacidad de la variable precio para transmitir información sobre la actividad social y económica a nivel microterritorial que pueda servir como indicador de información para aproximarse al fenómeno urbano que acontece en la intraciudad de Madrid.

Con este apartado, se pretende aportar al conocimiento de la zona urbana central de Madrid y de paso, contribuir en la búsqueda de técnicas que permitan una aproximación al conocimiento y valoración de la intra ciudad.

5.1 Antecedentes previos sobre el fenómeno urbano en Madrid.

Madrid capital no solo es la ciudad más poblada de España, sino que es una de las tres ciudades europeas que concentra mayor población en el continente, ranking que mantiene si se toma en cuenta las cifras de población metropolitana que la rodea. *Es por exigencia, una ciudad mundial* (Pulido, 2006) valorada en la cuarta posición entre 15 grandes ciudades europeas en cuanto a aspectos económicos y sociales. Comparte el liderato con París, Londres y Barcelona de ciudades como lugar de mayor atracción para instalar empresas internacionales. Internamente, sus habitantes la valoran muy satisfactoriamente en lo referente a disponibilidad de instalaciones culturales e infraestructuras de la ciudad, sin embargo; requiere revisar aspectos que afectan a su comportamiento global como la insatisfacción de los habitantes en temas relacionados con la habitabilidad (Pulido, 2006).

Como lugar de residencia, Madrid es la ciudad más poblada de España con 3.273.006 habitantes al 1 de enero del 2009 y que acapara más del 51% de peso relativo ciudad/región (Pobl. área metropolitana de 6.386.932 habitantes). Madrid también es la capital de la Comunidad autónoma de Madrid que tiene una superficie de 8.021,80 km² y que está integrada por otros 178 municipios que en promedio tienen una superficie de 44,8 km², siendo el más extenso y ubicado en el centro; el municipio de Madrid, con 605,77 m². Los límites de la Comunidad describen la forma de un triángulo equilátero aproximado, que limita con la provincia de Toledo, las provincias de Ávila y Segovia y las provincias de Guadalajara y Cuenca.

Desde 1988, la ciudad de Madrid se divide en 21 distritos, que a su vez se subdividen en barrios. El centro del centro se ubica en la almendra central compuesta por 7 distritos. Los distritos más poblados (1 enero 2009) son Latina con 258.012 habitantes, Carabanchel con 256.973 y Vallecas con 245.180, mientras que Barajas con 44.989 habitantes,

Vicálvaro con 70.050 y Villa de Vallecas con 80.711 habitantes, son los distritos menos densos.

El crecimiento urbano de Madrid también evidencia la concurrencia de dos hechos: un crecimiento de la población urbana basado en la dispersión de la urbanización hacia las periferias urbanas y un crecimiento de las principales ciudades de España. La observación de lo que ocurre en Madrid y otras seis grandes ciudades españolas respecto de la variación espacio temporal de la población en la ciudad capital, en la zona metropolitana y en el resto de la provincia; permiten a Ne·Lo (2004) afirmar que las transformaciones de las grandes ciudades españolas en la segunda mitad del siglo XX y los primeros años del siglo XXI, se corresponden con fidelidad a los modelos estadísticos clásicos sobre el ciclo de vida de las ciudades y la zona urbana periférica, algunas de las cuales han pasado todas las etapas del ciclo para llegar a ubicarse en la recentralización de las grandes Cores. Para Ne·Lo, la recentralización de Madrid capital se explica por un aumento de los hogares unipersonales, la preferencia de acceso y cercanía a los puesto de trabajo y por la llegada de una población extranjera que, en conjunto con grupos de menores ingresos, tienden a concentrarse en zonas densamente pobladas como los núcleos históricos de las ciudades donde los precios de la vivienda son más bajos y que contrasta con los altos precios medios de la vivienda en otras áreas de los municipios centrales en su conjunto facilitando así, un incremento de la segregación urbana. Ne·Lo también indica que las migraciones poblacionales entre unas zonas y otras están íntimamente ligadas con lo que ocurre en el mercado inmobiliario respecto de los precios y las unidades ofrecidas, la demanda de infraestructura urbana y de administración local. Utiliza este análisis, datos a nivel de provincia sobre inversiones en carreteras, aeropuertos, telefonía, gestión de residuos y datos sobre el PIB entre otros.

Méndez y Razquin, (1992) también analizan el proceso de difusión poblacional ocurrida en el periodo de años 1940 y 1990 entre Madrid capital, los municipios de área metropolitana y los restantes municipios de la periferia en la comunidad, identificando unas ondas de expansión de alrededor de 30 km. del centro de la ciudad, bajo condiciones anisotrópicas del crecimiento urbano de Madrid, a lo largo de los ejes nodales en un área de 35 a 40 km. Tal tendencia de un modelo de dispersión urbana de baja densidad, es confirmada en el tiempo con datos referidos a los Censos 1991 y 2001 y el análisis conjunto con la información sobre el espacio urbano del seccionado de Madrid (García y Gutiérrez, 2007b). Según el Barómetro de economía de la ciudad de Madrid, 2007, la configuración territorial el fenómeno urbanizador de la ciudad de Madrid, se extiende hacia las coronas metropolitanas surgidas a partir de la irradiación de la ciudad central cuya influencia, sobrepasa incluso los límites de la Comunidad Autónoma, alcanzando ciudades como Guadalajara, Toledo o Segovia, distancia se ha recortado con el tren de alta velocidad, generando de esta forma, espacios de residencia en el perímetro urbano, a menores precios que los de la zona central. Los nuevos desarrollos residenciales en la zona urbana de Madrid, se diferencian por el poder adquisitivo de sus habitantes, por las formas arquitectónicas e, incluso, por los estilos de vida; los cuales reflejan de algún modo; el mayor nivel de renta de la sociedad madrileña (Méndez y Rodríguez, 2007). Cuadrado et al, (2007) observan las diferencias microterritoriales de la ciudad mediante el esquema de indicadores urbanos propuesto por Eurostat. Los distritos y barrios del centro de la ciudad (Almendra central) presentan mayores tasas de población adulta (distritos Centro, Salamanca y Chamberí), de % de hogares unipersonales y mayor proporción de población extranjera (Centro, Arganzuela y Tetuán), mientras que en conjunto, los habitantes gozan de mejores niveles de renta bruta disponible per cápita (11.426 euros de media frente a los 15.738 euros de media de la zona central), menor volumen de empresas por población (0,52 empresas por

población frente a 0,65 empresas por población como media en la zona centro) y mayores dotaciones municipales que los distritos y barrios ubicados en la periferia. Por otro lado, la población más joven se concentra en la zona periférica del municipio, con un mayor número de viviendas de tamaño medio (60-90 m²) y de menor precio (respecto a la media de Madrid), y por disponer, de un menor número de viviendas en alquiler en términos comparativos (12% de los hogares de la periferia frente al 5% de los hogares de la zona centro). Datos que confirman la observación de las diferencias territoriales en diversas escalas de valoración, y que a su juicio, se recurre frecuentemente a las estadísticas demográficas, dado el mayor acceso a las mismas.

La Ciudad de Madrid y su particular distribución geográfica, mantiene una supremacía urbana al concentrar más del 60% del empleo y de los establecimientos del sector servicios, aun cuando a lo largo de los ejes nodales, Gallo et al (2010) han detectado la aparición de síntomas de policentrismo y dispersión urbana en la concentración de población y empleo que se viene desarrollando desde finales de los años 90. En términos funcionales, la región metropolitana de Madrid sobrepasa la delimitación de su territorio administrativo anexando otros 35 municipios de las Comarcas de Guadalajara y Toledo que manifiestan una estrecha vinculación con el resto de la aglomeración (Méndez y Rodríguez, 2007).

5.2 Planteamiento de la investigación aplicada

La investigación empírica centra su atención en la observación del fenómeno urbano que ocurre dentro de la ciudad de Madrid, capital de España por ser el escenario de los principales hechos económicos, por su coexistencia con múltiples culturas, por su atractivo como metrópoli y porque representa un buen ejercicio de valoración del fenómeno en

sus diferentes niveles territoriales. La aplicación presenta así mismo, el uso de la técnica de interpolación espacial de datos del Kriging proveniente de la Geoestadística como técnica que facilita este acercamiento. Una de las características de la técnica, es que permite cambiar el soporte de datos según el nivel de observación del fenómeno y estimar datos en caso de ausencia de los mismos.

5.2.1 Aspectos sobre la investigación y aplicación empírica

La investigación empírica tiene tres grandes divisiones que se integran en el análisis. La primera se relaciona con el uso de la técnica de interpolación de datos. ¿Y LA SEGUNDA Y LA TERCERA?

5.2.1.1 Utilización y comparación de la técnica

Interesa evaluar la interpolación en la predicción de datos socioeconómicos como:

- i) Técnica de predicción univariante en que la función de interpolación (por Kriging y/o IDW) obtenida de la información de la variable y del valor que asume dicha variable en las unidades vecinas que participan del proceso interpolador, se utiliza en la predicción de datos ausentes.
- ii) Parte de un modelo de estimación multivariante como es el modelo de Precios Hedónicos, que integra elementos urbanos a través de variables relacionadas con las características constructivas, características localizativas de la vivienda y condiciones medioambientales del lugar de residencia. La

interpolación es utilizada para estimar datos ausentes en una escala diferente.

5.2.1.2 Técnicas de valoración de la dependencia espacial

El análisis de la dependencia espacial combina de forma natural y complementaria las técnicas disponibles en dos áreas de las ciencias que trabajan con datos espaciales: una de ellas que identifica su presencia y otra que la modela. Esto es:

- i) Las técnicas provenientes de la econometría espacial como el Indicador de autocorrelación espacial I de Moran y Diagrama de dispersión de Moran, que requieren de matrices de contigüidad en la definición de la vecindad, permitiendo con ello identificar espacialmente unidades de observación que comparten “patrones comunes”.
- ii) La Geoestadística pone a su disposición el semivariograma, herramienta que modela la dependencia espacial. La modelización de la tendencia espacial, se utiliza también en algunos casos, para representar gráficamente la variable.

Por último, la modelización de la dependencia espacial de las variables, es utilizada no solo a efectos de predicción de la técnica de interpolación, sino que como técnica de cartografiado que permite representar la tendencia de la serie en el espacio geográfico. Asimismo, la comparación de la interpolación y del modelo de precios hedónicos, integra el análisis estructural de la dependencia espacial contenida en los errores de los modelos, a fin de valorar las diferencias entre ambas técnicas de predicción de datos ausentes.

5.2.1.3 Observación del territorio urbano

El eje articulador de la investigación aquí expuesta, es integrar a la investigación urbana, el fenómeno que ocurre en la desagregación microterritorial de la ciudad central. Por cuanto, la aplicación empírica evalúa la capacidad de la interpolación espacial y de la variable precio de la vivienda, para recoger esta información en un camino de doble tránsito: desde la escala de mayor agregación en la ciudad (municipio) a la menor desagregación posible sea esta en el nivel de distritos, barrios o en su efecto, cuando se recojan observaciones puntuales; y lo mismo en el caso contrario; afín de valorar los hechos indicados por la investigación urbana. En este ámbito, Páez et al (2008) revisan las técnicas tradicionalmente utilizadas para estimar el precio de la vivienda y entre ellas, la técnica del kriging⁵⁴. Sugieren que para capturar la información del mercado local de vivienda y proporcionar estimaciones más precisas de precios marginales de atributos, resulta conveniente estratificar los datos en los diferentes sectores y ajustar un modelo separado para cada uno de ellos. El tránsito de observación, se realiza en las siguientes segmentaciones:

- i) Aplicación en Municipios de la Comunidad de Madrid
 - (1) Interpolación de datos agregados por municipio de variables socioeconómicas.

- ii) Aplicación del modelo interpolador para Madrid capital
 - (1) Interpolación puntual
 - (2) Interpolación datos agregados por barrio

⁵⁴ Prueban la eficacia del kriging con ventanas móviles e indican que los modelos hedónicos tradicionales de estimación en el precio de la vivienda, fueron superados por los modelos espaciales ya que hacen un mejor trabajo al abordar explícitamente la dependencia y/o los problemas de heterogeneidad espacial. Sin embargo, las predicciones en datos ausentes del MWK no se desempeñaron tan bien como habían previsto.

- iii) Modelo para almendra central
 - (1) Función interpoladora puntual y por barrio
 - (2) Modelo de precios hedónicos puntuales

- iv) Modelo por distritos almendra central
 - (1) Función interpoladora por distritos
 - (2) Modelo de precios hedónicos por distritos

Se realiza la detección de las características estructurales de la dependencia espacial de la variable y se valora el ejercicio de interpolación respecto de los errores del modelo en cada unidad de observación urbana (de mayor a menor agregación espacial). El modelo de precios hedónicos es evaluado respecto de la modelización de la dependencia espacial, cuantificada en términos del error.

5.2.2 Datos y sistema de información empleados

Los datos de precio considerados en la aplicación empírica de esta tesis, fueron tomados desde www.idealista.com, portal inmobiliario que entrega información sobre compra-venta-alquiler de propiedades en España. Estos datos corresponden al precio de viviendas nuevas o de segunda mano, ofrecidas a la venta tanto por sus dueños, como por profesionales inmobiliarios y que se encontraban en la base de datos de idealista entre diciembre del año 2007 y enero del año 2008. En estas fechas, había cerca de 60.000 viviendas ofrecidas para la venta en los diferentes municipios de la Comunidad de Madrid, con información sobre tipo de vivienda (piso, ático, estudio, dúplex, chalet), metros cuadrado, nº de habitaciones, nº de baños, con o sin garaje, piscina, terraza, ascensor etc.; con información sobre estado del inmueble (a reformar, obra nueva, buen estado) entre otros, donde más del 50%

estaban ubicadas en Madrid capital y a su vez, un porcentaje similar de viviendas en los distritos de Arganzuela, Centro, Chamartín, Chamberí, El Retiro, Salamanca y Tetuán, ubicados en la almendra central de la ciudad.

Hay que indicar que el año 2007 se refiere a un año anterior a la crisis acontecida en España por tanto; las observaciones tendenciales del precio de la vivienda sobre el espacio urbano de Madrid que se extraen en esta tesitura; pueden no reflejar la situación presente y futura del mercado. Por otro lado, los 4.135 euros como precio medio por metro cuadrado para la ciudad de Madrid según la base de datos de idealista en las 13.696 viviendas contabilizadas (el párrafo siguiente se explica su proceso de obtención); fue contrastado con el precio de la vivienda que ofrece el Ministerio de Fomento que en el último trimestre del 2007 fue de 3.900 euros con una tasación efectuada a 8.900 viviendas libres con escasa variación respecto del precio medio del primer semestre del 2008.

Una consideración importante en la valoración inmobiliaria, se relaciona con el sesgo que podría estar implícita en el tamaño y en el carácter aleatorio de la muestra considerada. En este caso, los datos considerados son los precios de oferta (y no de mercado) que se “encuentran disponibles” en el portal inmobiliario, por tanto se podrían estar dejando fuera aquellas viviendas ofrecidas en otros medios. Respecto del tamaño de la muestra⁵⁵, una alternativa interesante sería construir un ratio respecto del censo de viviendas a fin de contrastar si las viviendas de la muestra representan convenientemente el total del mercado. De igual forma; sería interesante evaluar si el porcentaje de

⁵⁵ Recomendación que fuera efectuada por el profesor Dr. Jose Vicens Otero, especialista en análisis microeconómico del Instituto Klein, a quien se le agradece este y otros aportes realizados en el marco de la prelectura de esta investigación doctoral.

viviendas anunciadas por zona sobre el total de viviendas es un indicador de las desigualdades por barrios o zonas. Realizar este trabajo implica valorar temporal y evolutivamente el mercado inmobiliario respecto del número de viviendas en ventas y realizar ajustes al censo 2001 respecto de las variaciones de inmuebles registradas en la zona de estudio, por cuanto se nos escapa a los objetivos de este estudio y que tendría mayor sentido si la finalidad fuera utilizar la interpolación espacial como medida de valoración inmobiliaria. En nuestro caso; buscamos utilizar la tendencia de la serie precio de la vivienda como aproximación al fenómeno urbano.

Respecto de la muestra utilizada para Madrid capital se obtuvo una base de 13.696 datos al finalizar el proceso de georreferenciación y depuración; siendo 5080 de ellos sobre viviendas ubicadas en los distritos de la almendra central.

El proceso de geocodificación de las viviendas se realizó mediante la utilización del Sistema de Información Geográfica “Callejero” de la Comunidad de Madrid que dispone de la georreferenciación para más de 200 mil direcciones de Madrid capital. Esta base de datos contiene información sobre nombres y número de las calles así como las coordenadas de latitud (X) y longitud (Y), los cuales se tuvo que “encajar” con la información sobre calle y número de la vivienda también disponible en la base de Idealista. Durante el proceso, se puso atención a aquellos datos con calles sin número, sufijos inexistentes (causas de ausencia de datos, como la "B" tras el número de portal), calles inexistentes y números repetidos. En el caso de falta de concordancia en los nombres de las calles, se editó los nombres de las calles de la base de Idealista con el nombre de la calle tal y como aparece escrita en el Callejero. En caso de no figurar la calle en el Callejero, se buscó en Google Maps la dirección a fin de identificar el error en el nombre de la calle. Para direcciones repetidas (en valores y superficie), se elaboró los subtotales por calle/número identificando las

viviendas repetidas en cada portal. Para direcciones (calle o número) que no se ubicaron en el callejero, se realizó una geocodificación manual de las direcciones (cerca de 400 viviendas), asignando las coordenadas XY de los portales/calles más cercanos a la dirección y en caso de existir la calle en el Callejero, se le asignó el portal par o impar (según corresponda) más cercano. En cuanto a la depuración de datos, se eliminaron las repeticiones de viviendas según su coincidencia en valores de precio, tamaño y ubicación así como la eliminación de las viviendas en venta que no disponían de información sobre su ubicación territorial.

Los datos sobre PIB y Renta per cápita de los hogares a nivel municipal para el 2008, corresponden a estimaciones efectuadas en el Instituto de Predicción Económica Lawrence R. Klein. Los datos de precio medio del metro 2 de la vivienda para los 178 municipios restantes de la Comunidad de Madrid, se obtuvieron de la misma base de datos idealista (en este caso, no se realizó el proceso de georeferenciación de seguido para las viviendas en Madrid capital, puesto que se implica un trabajo de 60 mil datos y mas).

La aplicación de las herramientas de la Geoestadística y de la econometría espacial, que se presenta en esta tesis, utilizan el software⁵⁶ ARCGIS 9.2 de ESRI y el programa GeoDA diseñado por el profesor Luc Anselin, software pertenecientes a los Sistemas de Información Geográfica (SIG) que facilitan el análisis de cluster, detección de valores atípicos, modelación de variogramas, técnicas de interpolación y de simulación espacial entre otras funcionalidades.

En las aplicaciones gráficas, se utiliza cartografía digital de la Comunidad de Madrid, del Municipio de Madrid, cartografía digital con

⁵⁶ Desde que en 1978, el Centro de Géostatistique de París, presentara el software BLUEPACK⁵⁶ de aplicación a la industria minera y del petróleo, los usuarios de las tecnologías geoespaciales disponen de una oferta amplia de paquetes comerciales, cuyo uso depende de tipo de usuario, características de los datos y del grado de conocimiento geoestadísticos del usuario.

los límites de los barrios de la ciudad de Madrid y cartografía de los límites de los distritos de la almendra central de la ciudad. La representación visual de los bienes urbanos de la ciudad, se han tomado desde la cartografía disponible en el “Callejero” de la ciudad de Madrid.

5.3 Análisis estructural del precio de la vivienda en Madrid

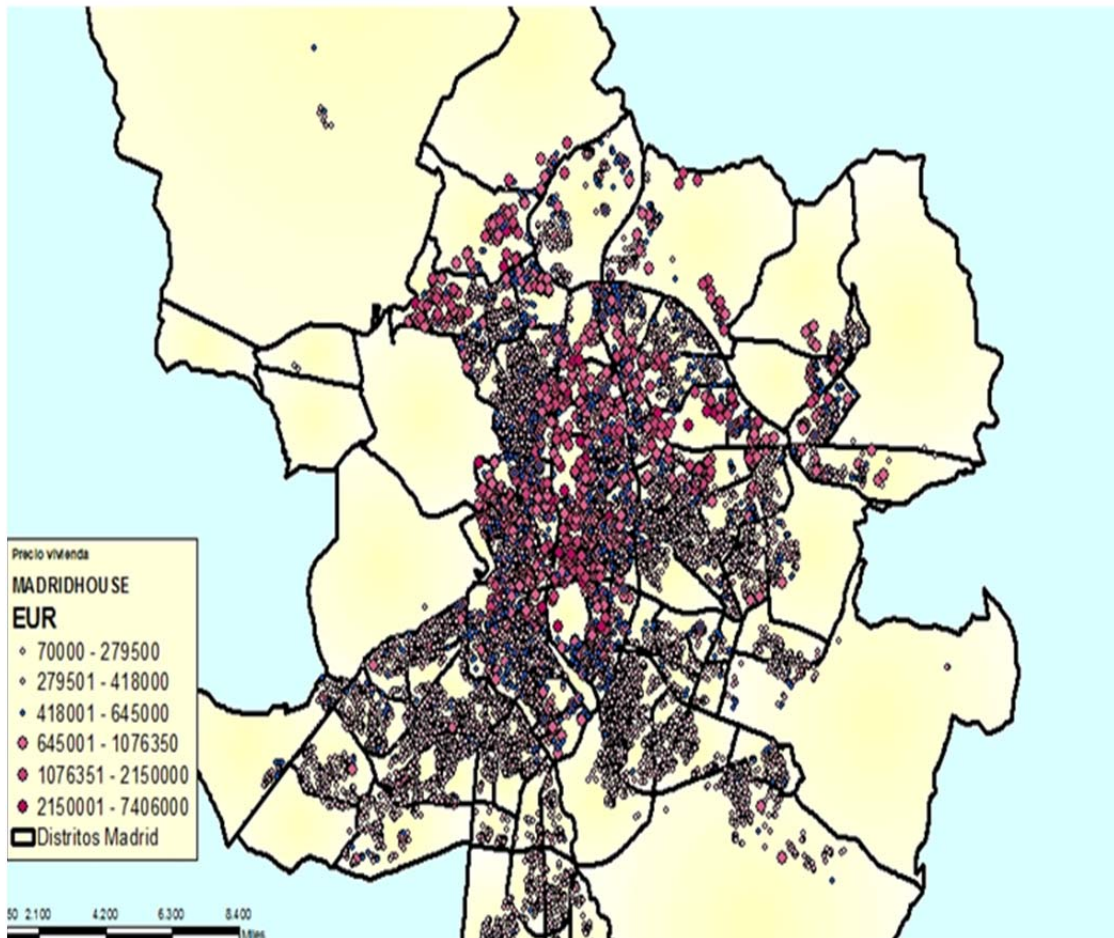
¿Cómo se distribuye la tendencia del precio de la vivienda en el espacio urbano de Madrid? ¿Hay diferencias en la tendencia de la serie precio si se particiona la muestra en unidades territoriales más pequeñas? ¿Hay diferencia en la tendencia si se agrega la variable en valores medios por Barrios?

Si la distribución espacial del precio de la vivienda ayuda a visualizar la localización geográfica de crecimiento urbano y sobre la ubicación espacial de las zonas que componen la ciudad, de determinados grupos de población, sus características demográficas y niveles de ingreso (Leal, 2002, García, 2007), entonces el análisis estructural del precio de la vivienda en los diferentes barrios del municipio de Madrid, es esencial para detectar la presencia o ausencia de autocorrelación espacial de la variable y la identificación del patrón o dirección de la variable. La idea del análisis estructural es detectar las tendencias direccionales de la variable a fin integrarla en la estimación del precio de la vivienda en el espacio territorial.

En la figura 16, aparecen representados los puntos que corresponden a las coordenadas geográficas de las 13.696 viviendas a la venta en Madrid entre diciembre del 2007 y enero del 2008. Los puntos de mayor valor se concentran principalmente en la zona central del municipio en dirección norte-sur. La variable tiende a disminuir de valor a medida que las viviendas se ubican en la zona urbana sur. Atendiendo a la

distribución demográfica de la ciudad (mapa izquierdo en figura 22), se observa que la información extraída del precio responderá principalmente a lo que ocurra en la zona centro sur oeste del municipio.

Figura 16. Distribución del precio de venta de la vivienda. 2008.



NOTA: La distribución espacial de la variable tiene una relación directa con la paleta de colores y el tamaño de los puntos (de más claro a más oscuro y de más pequeño a más grande). A medida que el punto es más oscuro y más grande, el valor de la variable aumenta.

Los valores medios de la vivienda, según su barrio y distrito de la tabla 4, confirman la observación anterior. Los distritos que aparecen ubicados en las primeras siete posiciones y que pertenecen a la almendra central, presentan los mayores valores medios del precio de venta de vivienda en el municipio de Madrid. La tabla confirma así

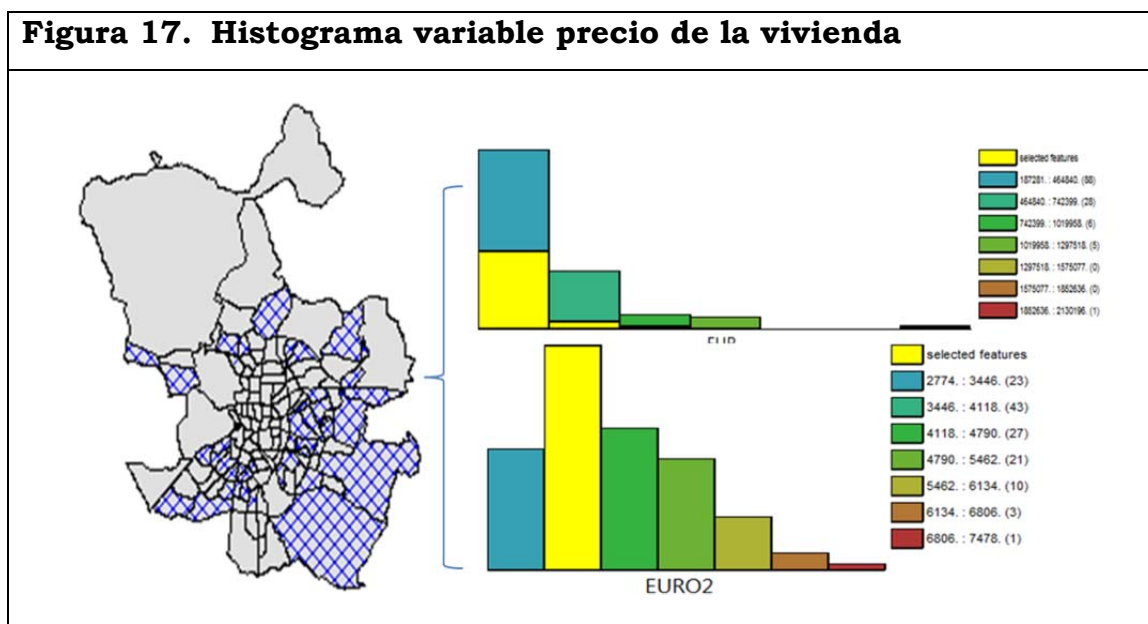
mismo, que los barrios cuyos precios medios de la vivienda bordean los 3000 euros, se encuentran espacialmente ubicados la periferia sur del municipio. Una vivienda en venta en los barrios de Las águilas en el distrito Latina, Opañel, San Isidro, Vista alegre, Puerta bonita, del distrito de Carabanchel, Pradolongo, y Almendrales del distrito de Usera y el barrio Entrevías en el distrito Puente Vallecas, por ejemplo; cuesta de media entre 3000 y 3500 euros por metro cuadrado. Mientras que en los barrios de El Visio, Prosperidad, Ciudad jardín e Hispanoamérica pertenecientes al distrito de Chamartín, el precio medio de la vivienda supera los 4500 euros por metro cuadrado.

Tabla 4. Precios medios de la vivienda por barrio en Madrid, 2008.

DISTRITO	Nº DATOS	Valor medio de la vivienda (euros/m2)	Precio medio por m2	superficie media de la vivienda (mtrs.)
Chamberí	616	530.085	5.464	97
Chamartí	592	569.668	5.309	105
Centro	1.061	403.885	5.013	81
Arganzuela	806	354.547	4.410	82
Retiro	415	500.855	4.829	103
Salamanca	638	572.067	5.482	103
Tetuán	952	342.994	4.419	79
Barajas	277	441.171	4.114	112
Carabanchel	1.218	278.100	3.570	80
Ciudad Lineal	983	354.550	4.145	85
Fuencarral	688	482.399	4.169	119
Hortaleza	575	500.214	4.298	117
Latina	928	281.845	3.517	82
Moncloa	113	312.666	3.830	81
Moratalaz	226	310.464	3.620	85
Puente Vallecas	1.082	244.691	3.491	73
San Blas	833	337.583	3.760	92
Usera	599	268.410	3.416	81
Vicálvaro	161	283.458	3.385	86
Villa de vallecas	416	279.759	3.521	83
Villaverde	517	248.987	3.067	83
Valor medio	13.696	376.114	4.135	91
Distritos almedra central	5.080	467.729	4.989	93
Distritos periferia urbana	8.616	330.307	3.707	90

Adquirir una vivienda en la ciudad de Madrid, cuesta en promedio 376.114 euros con un valor medio de 4.135 euros por metro cuadrado, valores que se pueden incrementar si la vivienda se ubica en la zona central y en el perímetro urbano noroeste, mientras que el mayor porcentaje de viviendas en venta, y que se ubican en barrios del perímetro urbano municipal sur, afectan al precio hacia la baja; alguno de los cuales se destacan en los histogramas del precio de venta y el precio en metro cuadrado de la vivienda de la figura 17, que muestran una tendencia que es tratada mediante el logaritmo de la serie (LPRICE) a fin de disminuir la variabilidad de la serie manteniendo el patrón de comportamiento.

Figura 17. Histograma variable precio de la vivienda

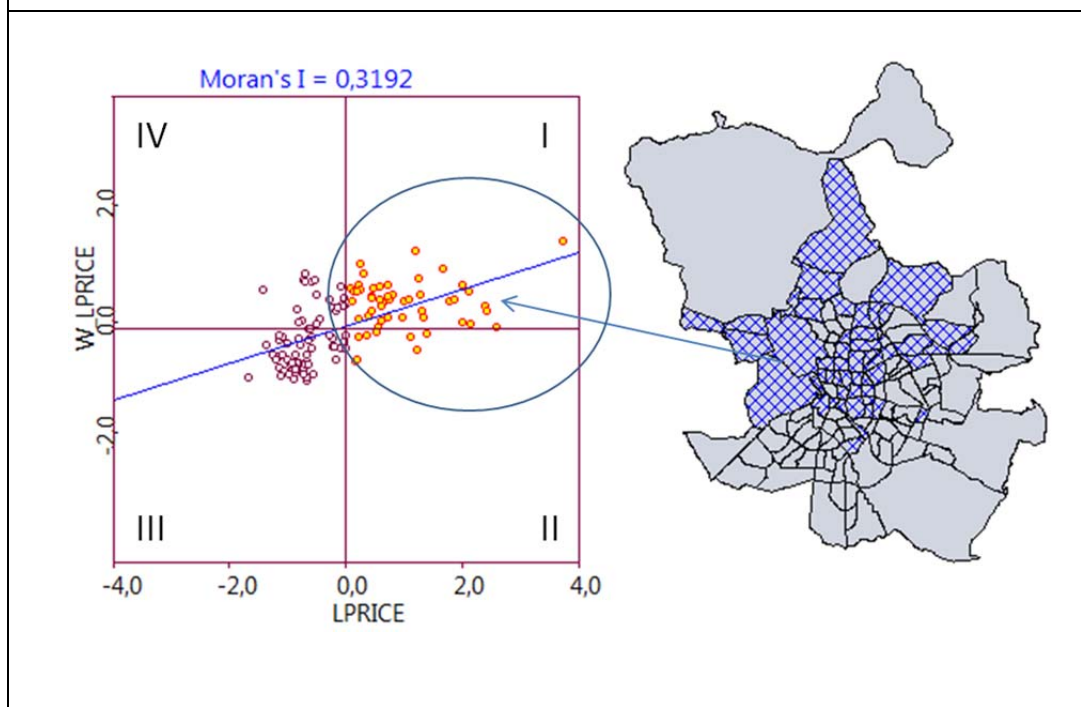


5.3.1 Autocorrelación espacial de Moran

Si se argumenta que la proximidad geográfica entre los bienes urbanos facilita el denominado «contagio espacial», ocasionado por la interacción entre bienes inmuebles próximos que, unido a la transmisión de

información entre los agentes que intervienen en el mercado inmobiliario, causan una correlación entre los precios de las viviendas (Cano y Chica Olmo, J.; 2004), el análisis de la dependencia espacial ha de confirmar esta suposición. La figura 18, muestra la observación gráfica de la dispersión de Moran y el indicador local de asociación espacial disponibles en la econometría espacial. El valor del índice permite afirmar que existe una relación superior a la que se produciría por casualidad, entre el valor de una vivienda en un barrio del municipio de Madrid y el precio de otra vivienda en venta en sus barrios vecinos. Para un total de 999 permutaciones de los datos de vivienda, el método otorga al valor del estadístico $I = 0,392$ un p-valor de 0.001, lo que permite rechazar la hipótesis nula de no autocorrelación espacial (distribución espacial aleatoria) en esta variable con casi el 100% de confianza.

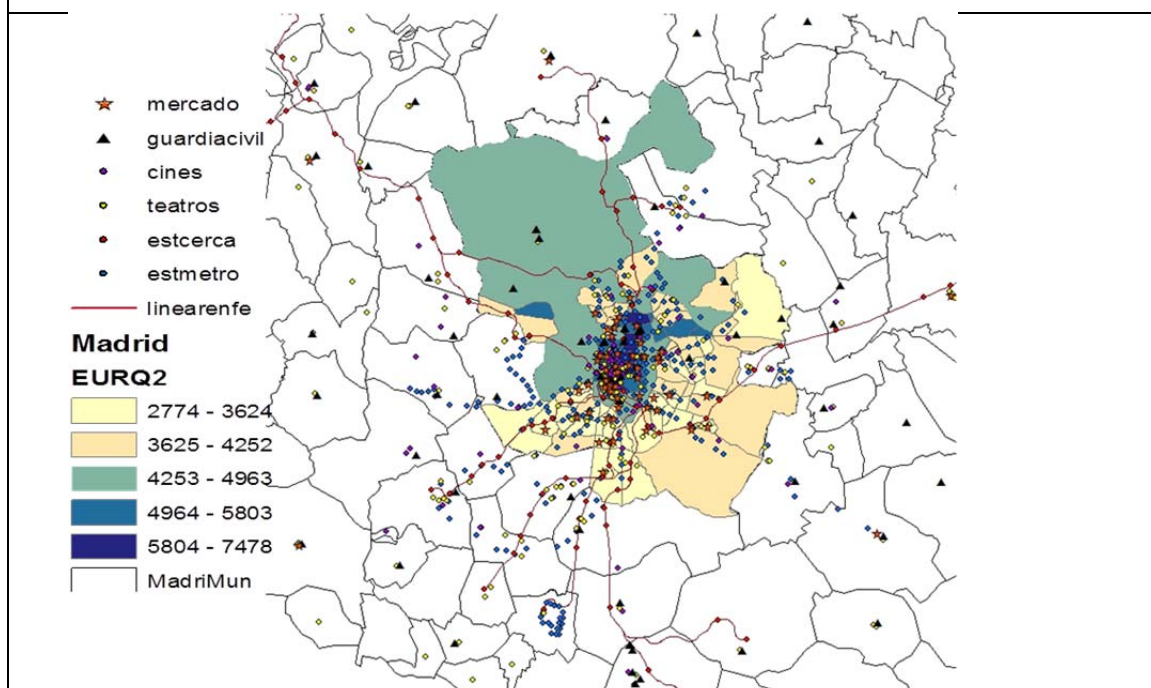
Figura 18. Grafico de dispersión espacial de Moran



Los precios medios de la vivienda en cada barrio y su correspondiente retardo espacial, se localizan básicamente en los cuadrantes 1 y 3, indicadores de asociación espacial positiva. En el cuadrante 1 se

encuentran aquellos barrios de Madrid con altos precios de la vivienda (superior a la media) que están rodeados de barrios con valores similares, como es el caso para barrios ubicados en el noroeste principalmente. En el cuadrante 3, por el contrario, se encuentran barrios que teniendo valores de vivienda a la venta inferiores a la media están rodeados de barrios con un nivel medio de precios bajos, que es el caso de los barrios del sector sur del municipio. Lo anterior, está en línea con el efecto contagio como factor explicativo de la dependencia espacial y que Cano y Chica, J. (2004) justifican en términos de la interacción y proximidad entre la vivienda y otros bienes públicos. Por otro lado, si se superpone una serie de elementos urbanos sobre un mapa de los precios de la vivienda por metro cuadrado a nivel de barrios en el municipio de Madrid, tal como se presenta en la figura 19, es posible observar que los mayores valores del precio de la vivienda se encuentran precisamente en lugares de gran congestión de bienes urbanos como líneas de metro, estación de cercanías, cines, teatros, mercado de abastos.

Figura 19. Distribución territorial bienes urbanos. Madrid. 2008



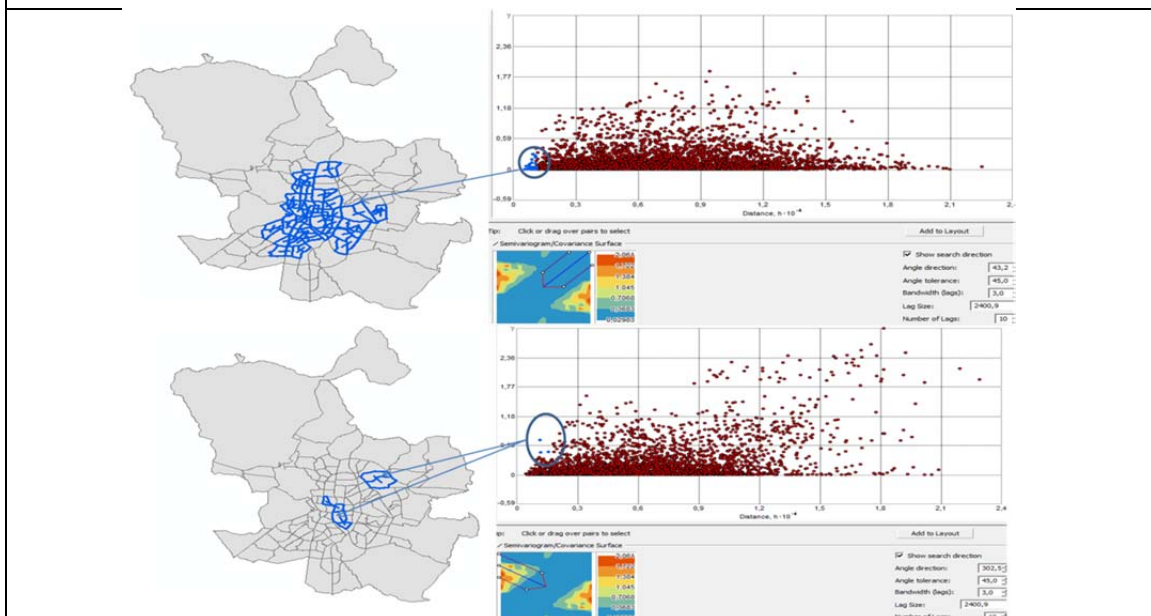
Si el precio de la vivienda puede ser interpretado como una métrica que las familias están dispuestas a pagar por la valoración física de la vivienda, el vecindario del sector y de los equipamientos urbanos en su lugar de localización, ya sea en la gran ciudad, o en la zona urbana extendida de la misma, la infraestructura urbana y en particular los bienes urbanos, se convierten en factores de atracción si afectan favorablemente el valor de la propiedad. La figura 26 muestra en el área central, el mapa con los barrios y distritos del Municipio de Madrid así como aquellos municipios que conforman la zona metropolitana de la Comunidad de Madrid. Los puntos destacados corresponden a las estaciones de metro. Nótese que gran parte de las estaciones se conectan principalmente en los barrios y/o distritos de la almendra central del municipio de Madrid. En este sentido, se considera que el grado de conectividad, la accesibilidad al centro de negocios y el grado de densidad residencial, contribuyen a explicar las diferencias entre el valor de una propiedad en un determinado barrio y la media de la ciudad, al generar una dependencia a gran escala que se expresa de forma que la media de los valores por barrios no permanece constante, sino que varía sobre el espacio de la ciudad.

5.3.1.1 Semivariograma

Ya constatada la existencia de autocorrelación o dependencia espacial con herramientas de la econometría espacial como el estadístico I de Moran y el diagrama de dispersión, el análisis de la estructura espacial se complementa con la información sobre la orientación y tipo de dependencia mediante el semivariograma. En el semivariograma se visualizan pares de barrios según su distancia euclidiana y la diferencia del valor de sus viviendas. Se producen diferencias en cuanto a la

información de la autocorrelación espacial de Moran: en la parte superior de la figura 20, aparecen destacados en el semivariograma del precio medio de la vivienda por barrio en Madrid, unos círculos que marcan la ubicación espacial de barrios cercanos en distancia y muy parecidos en cuanto al precio de venta de las viviendas. Se trata de viviendas ubicadas en los distritos de la almendra central. Mientras que en el extremo inferior, se destacan tres pares de barrios que a pesar de compartir límites territoriales, tienen diferencias significativas en el precio de la vivienda. En estos casos, es necesario agregar otra explicación al efecto contagio del precio de la vivienda. Una alternativa vendría dada por la mayor o menor presencia de bienes urbanos y por las características poblacionales del distrito vistas en la figura 21 y que de ser así; se fundamentaría la relación entre el precio de la vivienda y eventos relacionados con lo urbano. Veamos si esto ocurre:

Figura 20. Semivariograma empírico LPRICE. Precios medios por barrio. Madrid.



Tómese el caso de los barrios Piovera y Canillas pertenecientes al distrito de Hortaleza y que en la parte inferior de la figura 20, aparecen destacados como un par de barrios contiguos, pero con una diferencia importante⁵⁷ en términos del precio de la vivienda. En el barrio de Piovera, la vivienda es más cara, más grande, vive una mayor proporción de población infantil menor a 14 años y la proporción de población extranjera también es mayor respecto del barrio de Canillas (tabla 5).

Tabla 5. Estadísticas de barrios. Madrid, 2008.

	Valor vivienda en EUROS	Precio m2	LPRICE	metros2 de vivienda	% de Pobl. 0 a 14 años	% de pobl. Extranjera
Piovera	1.278.280	5.563	14,1	253	0,213	0,209
Canillas	392.197	4.136	12,9	98	0,116	0,109

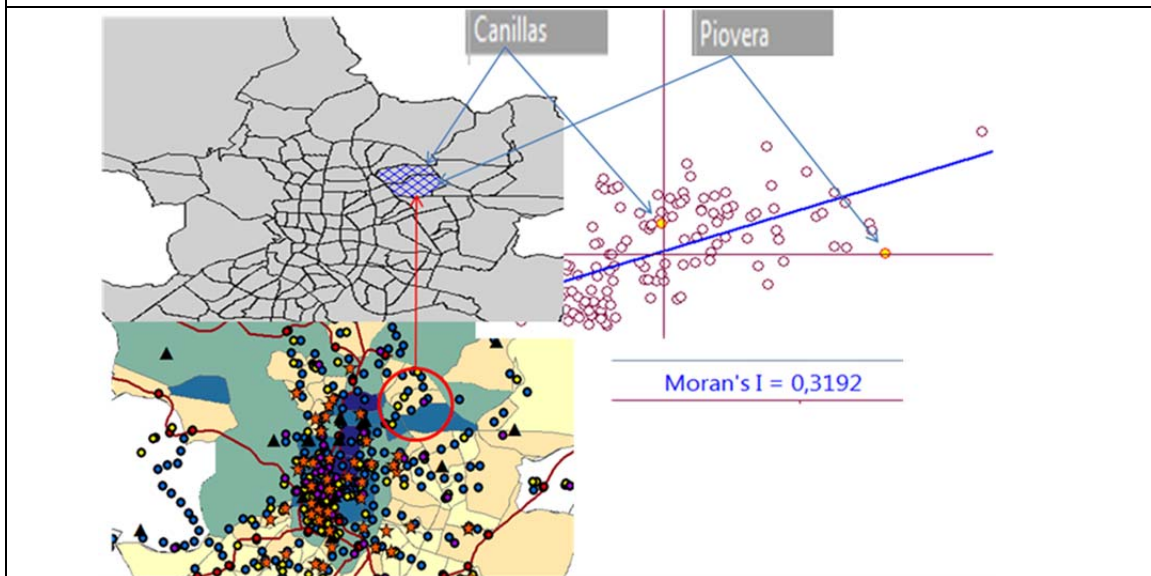
En la figura 21 se ha superpuesto el gráfico de dispersión de Moran y el mapa de Madrid con los bienes urbanos de transporte y atractivos de ocio mostrados anteriormente en la figura 26. Se identifica la posición de estos dos barrios respecto de su ubicación en el cuadrante 1 y 4 del diagrama de dispersión de Moran⁵⁸, indicadores de autocorrelación espacial positiva y negativa respectivamente. El barrio de Piovera, diferente en cuanto a variables poblacionales, también es diferente en cuanto a la disponibilidad de bienes urbanos. Los residentes en Piovera, no eligen su lugar de habitabilidad por la conexión modal, ni por el precio de la vivienda, de la misma forma que podría indicarse que la población extranjera, reside y trabaja en estas zonas. La identificación de las diferencias en el valor de la semivarianza para los

⁵⁷ Al menos mayor a la diferencia media de barrios ubicados a igual distancia.

⁵⁸ El hecho de que estos puntos caigan sobre las líneas divisorias de los cuadrantes, provoca una indefinición de la asignación del grado de autocorrelación. En sucesivas pruebas realizadas en esta tesis, se ha observado que en estas condiciones, los modelos de predicción muestran un aumento en los errores de estimación, hecho que será comentado más adelante.

barrios de la Piovera y Canillas, se ha obtenido cambiando la orientación o dirección del semivariograma.

Figura 21. Semivariograma empírico LPRICE. Ejemplo.



En este sentido, la información de la dependencia espacial entregada por el semivariograma, complementa el diagnóstico del indicador y análisis de dispersión de Moran al incorporar el sentido u orientación de la dependencia espacial. El concepto de “vecinos” o cercanía considerado en la matriz de contigüidad por la econometría espacial y en la definición del “lag” en la geostatística (capítulo III), tienen aspectos comunes de valoración mientras que la dirección u orientación es un parámetro que solo el semivariograma incorpora. Mediante la búsqueda cónica (capítulo III) se puede alterar la dirección, inclinación y ancho de banda sobre el espacio territorial a fin de evaluar la tendencia direccional de la serie. Observe lo anterior en la parte inferior del semivariograma en la figura 20 y compruebe que la diferencia de orientación en la búsqueda cónica muestra un cambio en la nube de

puntos para una distancia dada. Este aspecto es de vital importancia para valorar la dependencia espacial entre una escala y otra.

La observación de los puntos en el semivariograma se recogen y modelan a partir de la obtención de los parámetros que se identifican en el proceso de ajuste entre el semivariograma empírico según la ec.8,

$$\gamma(\mathbf{h}) = \frac{1}{2Np(h_\theta)} \sum_{i=1}^{Np(h_\theta)} [Z(x_i + h_\theta) - Z(x_i)]^2 \quad \text{Ec. 8.}$$

Y el semivariograma teórico (capítulo III) que define los parámetros de la meseta parcial (C), nugget (Co), meseta (Co + C) y el rango, parámetros que son utilizados para construir el indicador de dependencia espacial (IDE) de acuerdo a la ecuación 9:

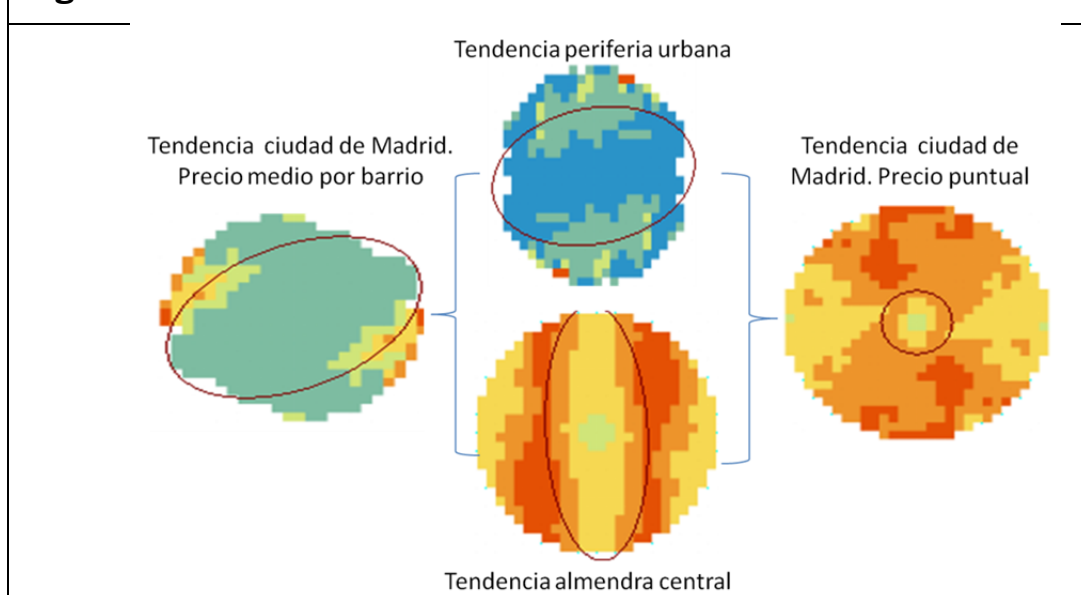
$$IDE = \frac{C_o}{C_o + C} * 100\% \quad \text{Ec. 9.}$$

5.3.2 Observación territorial de la dependencia espacial

5.3.2.1 Observación en el Municipio:

La observación del semivariograma direccional en el precio de la vivienda para las 13696 observaciones, indica que hay diferencias importantes. Sin embargo, la regla de validación de los errores mínimos; sugiere una modelización única para la serie bajo condiciones isotrópicas. Al realizar el análisis variográfico de la serie en diferentes escalas de agregación y sectorización, se observan las tendencias que la figura 22 ayudará a explicar:

Figura 22. Tendencia direccional LPRICE Madrid

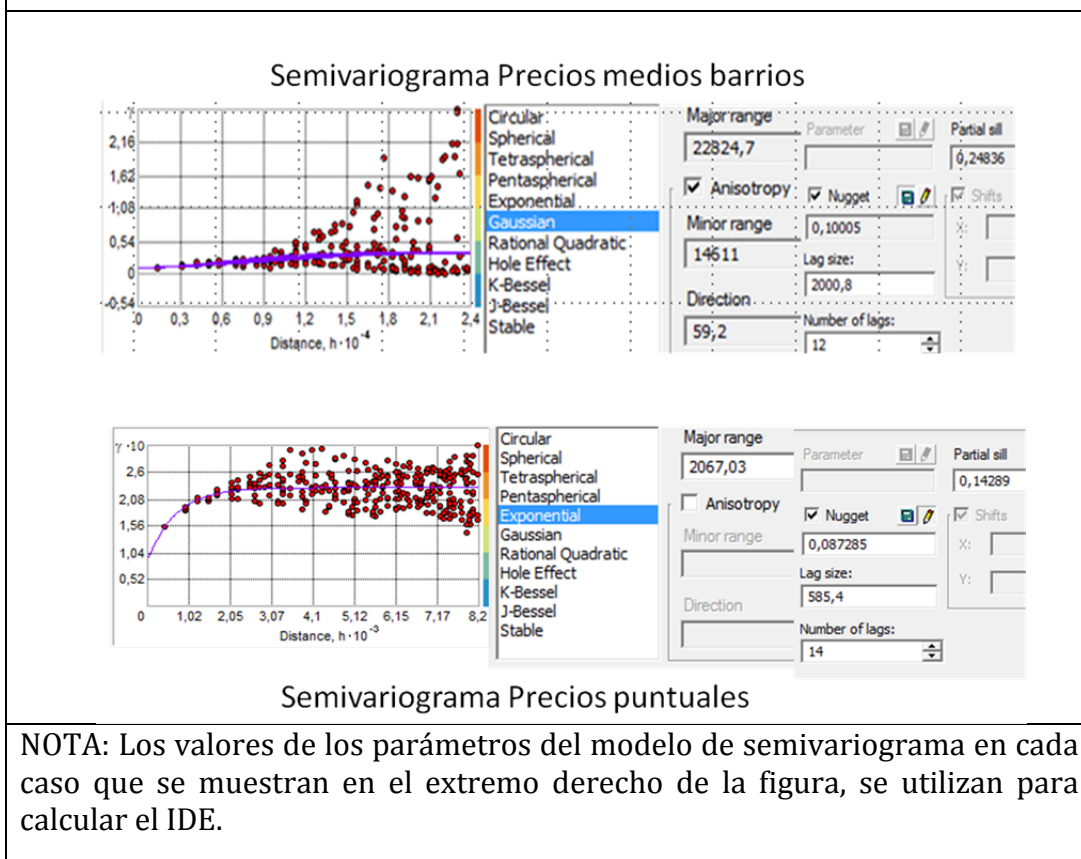


Si se realiza el análisis variográfico de precios puntuales para 13.696 datos, se obtiene una condición tan diversa que es preferible reducir el rango de alcance de la dependencia espacial y considerar condiciones isotrópicas (círculo marcado en la figura de la derecha) para lograr mejores estimaciones mediante interpolación.

En cambio, si se realiza el mismo procedimiento, pero con los valores medios de los 128 barrios de Madrid (grafica de la izquierda de la figura 22), se observa una tendencia en sentido noroeste-sureste con una alta dependencia estructural de la serie que arroja un IDE del 28,7% y menor al registrado en el caso puntual del 37,8% del IDE (véase parámetros en figura 23).

Si bien en ambos casos se muestra una fuerte presencia de dependencia estructural a gran escala, las diferencias en el valor del indicador también informan que la agregación del territorio encubre parte de esta dependencia de corto alcance y la disfraza como dependencia estructural en los datos microterritoriales.

Figura 23. Semivariograma LPRICE. Madrid



Cuando el semivariograma se calcula para las 13.696 observaciones de precio de venta de la vivienda en el municipio de Madrid, el rango de alcance de la dependencia espacial varía entre 22 y 14 kilómetros como máximo y mínimo respectivamente, siguiendo una orientación noreste a suroeste (direction 60°) en el ángulo de mayor amplitud (figura 23).

Mientras que en el caso del modelo puntual, el alcance se restringe a 2 kilómetros. La modelización de los precios medios tiende a suavizar las diferencias microterritoriales. Para el precio medio de una vivienda en venta en cualquiera de los 128 barrios de Madrid, el IDE del 28,7% es indicador no solo de una alta dependencia espacial de la serie a gran escala, sino de que esta dependencia posee aún un carácter estructural. Así mismo, el valor del IDE (en ambos casos), diagnostica unas

condiciones favorables para aplicar la interpolación espacial por kriging en la serie precio de venta de la vivienda.

A modo de observación de la tendencia de la serie según la dirección, se dividió la muestra en dos espacios: los distritos y barrios de la almendra central y los distritos y barrios de la periferia (gráficas centrales en la figura 22). La presencia de un régimen espacial con una zona de orientación este-oeste con menores diferencias en el valor de la variable (periferia) y otra zona (almendra central) orientada de norte a sur con mayores diferencias en la serie a medida que se aleja del centro del municipio de Madrid, es la causante de que el semivariograma puntual acote la vecindad de búsqueda de los participantes en el modelo interpolador, a un rango más isotrópico.

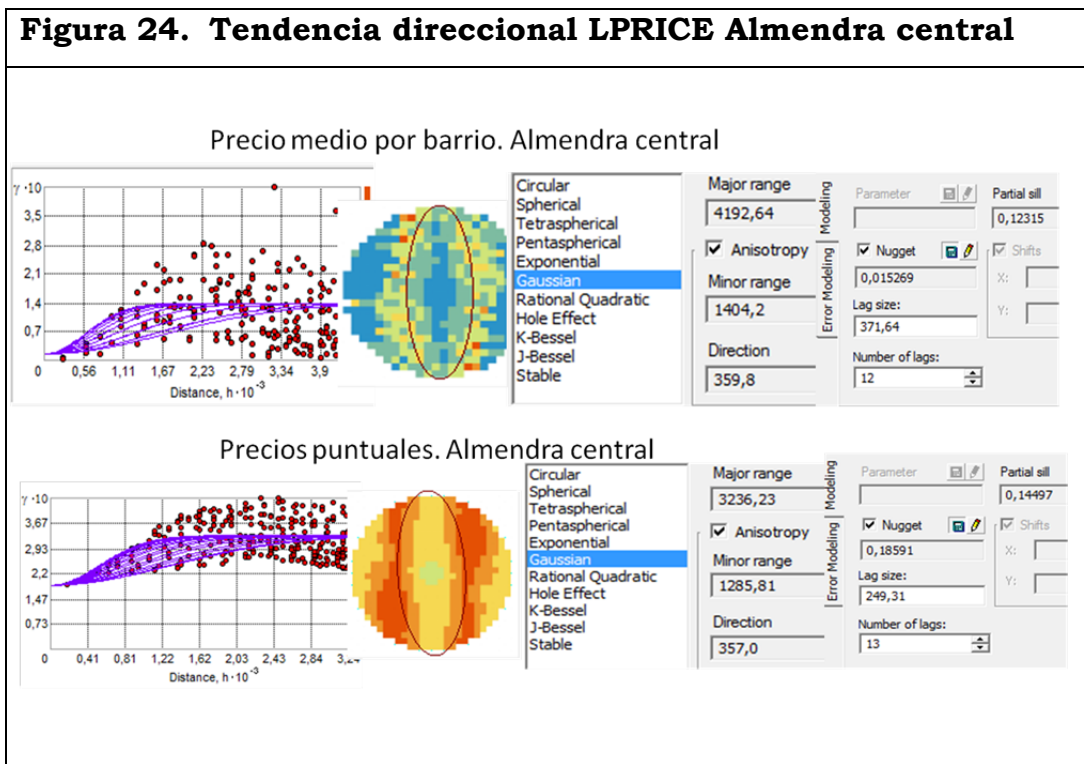
5.3.2.2 Observación de la almendra central

Tomando en cuenta, los datos de la almendra central que corresponden a 5.080 viviendas en venta; la modelización particionada confirma la anisotropía local en dirección norte-sur que fue detectada en la serie compuesta por los 13.969 datos. Sin embargo, esta partición, permite detectar y modelar en condiciones anisotrópicas, la dependencia espacial detectada en la serie completa. El semivariograma se define para unos parámetros de 13 “lag”, un “nugget” de 0,1859; un “partial sill” de 0,1449 y una diferencia de alcance entre 3,2 y 1,2 km. (figura 24).

Al agregar los datos de la almendra central en los precios medios por barrio (43 barrios en total) en los 7 distritos de la zona, se repiten las particularidades anteriores. La tendencia norte-sur se mantiene, sin embargo, el IDE cambia. Tomado los datos de la figura 24, para el modelo de precios medios por barrio se obtiene un IDE del 10%, mientras el análisis estructural de los 5.080 datos, obtiene un IDE del

56,2% coincidente con los argumentos sobre la presencia de microescala del precio de la vivienda. La agregación de datos puntuales en los barrios, indica una fuerte dependencia estructural macrolocalizada, mientras que al trabajar con los datos puntuales, el semivariograma no solo acota el rango de variación de la dependencia espacial, sino que identifica la dependencia en la microescala, según las diferencias del valor en el “nugget”.

Figura 24. Tendencia direccional LPRICE Almendra central

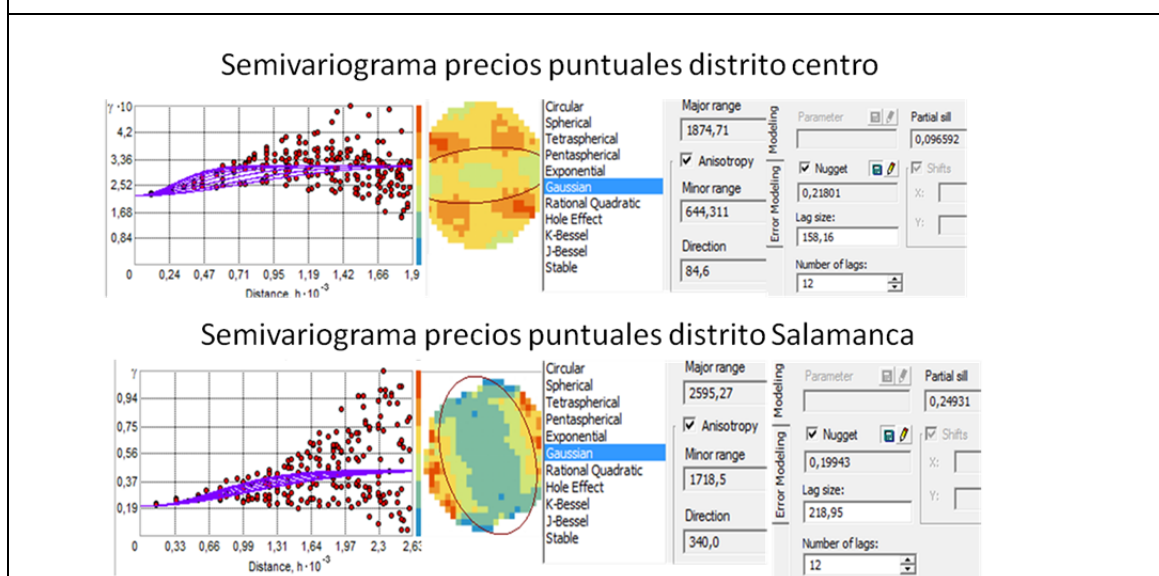


La presencia de anisotropía geométrica en la variable LPRICE dada por la diferencia entre mayor y menor rango de alcance de la serie en ambas escalas (municipio y almendra central), diagnostica una dependencia de la serie que traspasa los límites territoriales y cuya tendencia se mantiene en términos medios a pesar del cambio de escala.

5.3.2.3 Observación en el distrito:

Una segmentación del análisis estructural del precio de la vivienda según cada distrito en la almendra central⁵⁹, indica una diferencia en la orientación de la dependencia de la serie. Dos casos como ejemplo se muestran en la figura 25. Mientras la tendencia de la serie sigue una orientación este-oeste en el distrito Centro y un IDE del 69%, el distrito Salamanca muestra una orientación noroeste-sureste y un IDE del 44,5%. Indicadores que en ambos casos confirman la presencia de una autocorrelación en una microescala y que de acuerdo a la regla del IDE se puede aplicar la interpolación espacial por separado.

Figura 25. Semivariograma LPRICE barrios almendra central.



A modo de observación general, podemos concluir que la serie precio de la vivienda en venta (LPRICE), mantiene una tendencia global en el territorio en términos de tipo y dirección de la anisotropía que se puede apreciar en caso de segmentar la muestra en particiones más pequeñas (almendra central o distritos). A medida que se descende en el

⁵⁹ En los distritos se acota la observación a los datos puntuales puesto que en caso de tomar los precios medios por barrio en cada distrito, se dispondría de un número reducido de observaciones.

territorio, las diferencias contenidas en los valores globales (caso del distrito de Salamanca) pueden ser adecuadamente modeladas. También se puede apreciar que a medida que se desciende al análisis microterritorial, se disminuye la dependencia estructural de la serie (aumento IDE).

Si no se particiona la muestra en áreas pequeñas, igualmente una adecuada modelización de la dependencia espacial podrá captar las diferencias espaciales contenidas en los valores puntuales. La tendencia de la variable persiste a diferencia de lo que ocurre cuando se trabaja con valores agregados en el territorio. En este último caso, las agregaciones de precios medios no cambian en términos globales la orientación de la dependencia espacial, pero sí el tipo de dependencia que se recoge en los parámetros del modelo (medido por el IDE), según sea del tipo estructural o de la dependencia en la microescala.

Un análisis de sensibilidad del semivariograma respecto de la diferencia de modelizar la dependencia espacial con los precios medios en los 128 barrios (puntos en términos del semivariograma) respecto del total de viviendas que considera 13.696 datos (o puntos) y luego corroborado para 43 observaciones de precios medios por barrio en la almendra central versus los 5080 datos puntuales, mostró una relación inversa entre errores de muestro y número de observaciones que ya se anticipaba en el capítulo III (numero de observaciones y pares de puntos para el semivariograma empírico). A efectos de predicción en los apartados siguientes, se modelizará el precio de la vivienda por interpolación considerando los valores puntuales y los precios medios a fin de mantener el esquema de comparación seguido hasta ahora, que busca evaluar el efecto sobre la generación de valores en las variables microterritoriales cuando hay cambios de escala y agregaciones de la variable.

5.3.3 Estimación univariante por interpolación espacial

¿Se observan cambios en los parámetros de estimación del precio de la vivienda en Madrid a medida que se desciende en la escala espacial? ¿Se observan cambios en los parámetros de estimación del precio de la vivienda cuando se realizan agregaciones de la variable? ¿Se observan cambios en los parámetros de estimación del precio de la vivienda de acuerdo a la ubicación espacial de los barrios y/o distritos de la ciudad?

El objetivo del siguiente apartado es aplicar la interpolación espacial como técnica univariante de predicción del precio de la vivienda. En algunos casos se acompañan las interpolaciones estocásticas, con resultados de interpolaciones determinísticas (técnica del IDW) a fin de comparar y valorar la eficiencia de la consideración explícita de la modelización de la dependencia espacial mediante el semivariograma que contiene la interpolación estocástica del kriging.

La elección de la tipología del kriging (kriging ordinario, kriging simple, kriging universal), del modelo del semivariograma y en cada unidad de observación, se rigen de acuerdo a la validación cruzada, mediante los estadígrafos del error medio (ME), error cuadrático medio (ECM), el error medio estándar (SEM), el promedio de error estándar (MNE) y el error estandarizado cuadrático medio (EQNM), considerando que el mejor modelo será aquel en el que la suma de los errores cuadráticos medios para todos los puntos muestrales sea más próxima a cero y de valores muy similares a SEM, el EQNM cercano a uno, ME y MNE cercano a cero. Las estadísticas de errores del IDW y del Modelo de precios hedónicos corresponde al ECM y al ME, por tanto a efectos de comparación de las tres técnicas de estimación, en los siguientes apartados se utiliza principalmente el ECM.

5.3.3.1 Interpoladores para la ciudad de Madrid

La disminución de dependencia estructural obtenida mediante la modelización del semivariograma, es un argumento para formular la hipótesis de que:

La estructura subyacente en el precio de la vivienda, es adecuadamente recogida por la técnica de interpolación espacial en datos microterritoriales al modelar la dependencia espacial según la dirección de la misma.

En la ciudad de Madrid se modeliza por interpolación los 13.696 datos puntuales según el kriging ordinario, con una búsqueda de vecindad octante con 18 vecinos por parte y un semivariograma isotrópico de tipo exponencial. Para los 5.080 datos de la almendra central de Madrid, se escoge el kriging ordinario ajustado a un modelo de semivariograma teórico de tipo gaussiano, con una vecindad definida por 6 viviendas en un radio de búsqueda de 45 grados distribuidos en cuatro sectores.

Se realizó una estimación por kriging ordinario en 5 de los distritos de la almendra central, mientras que en los otros dos, se aplicó el kriging universal a fin de corregir una tendencia persistente de la serie. Se incorporó la condición isotrópica y/o anisotrópica en caso de mejorar los estadígrafos del error en la validación cruzada. Por ejemplo, en el caso de los distritos de Arganzuela, Chamberí y Tetuán, se modelizó bajo condiciones isotrópicas mientras que en los restantes, se tomó en cuenta la dirección de la dependencia espacial. Se eligieron los modelos de semivariograma teórico de tipo esférico y tipo gaussiano (ver formulas en capítulo 4).

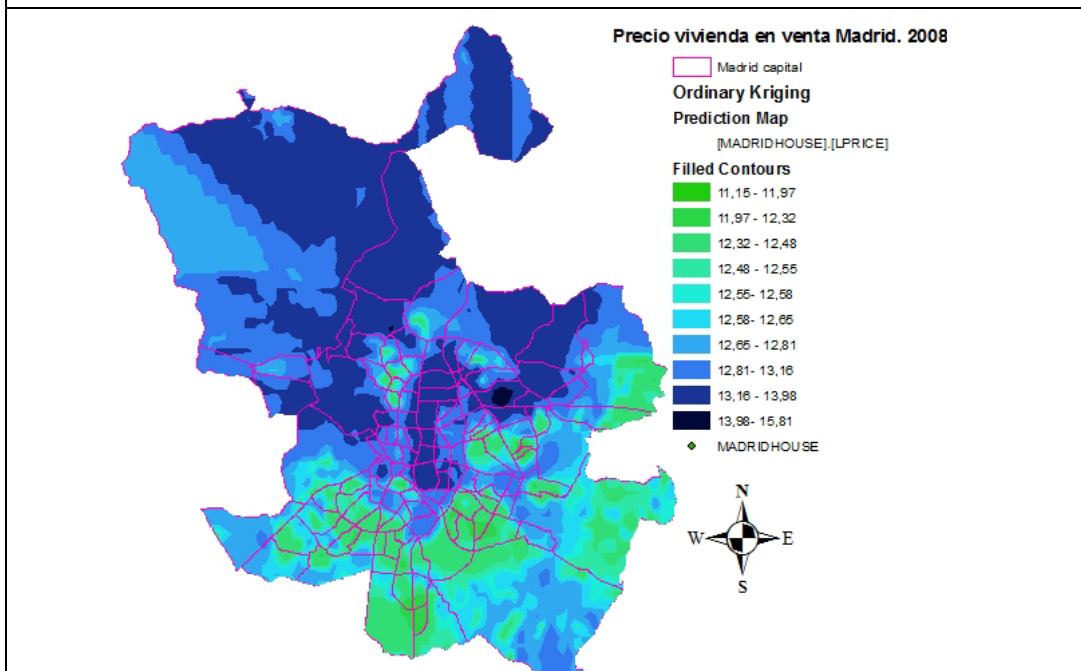
La aplicación del interpolador determinista del inverso de la distancia (IDW) en los 13.696 datos para Madrid capital, se considera un exponente 1, una vecindad orientada desde suroeste-noreste dividida en cuatro sectores y con 5 vecinos por sector. Para los 5.080 viviendas en

venta en la ciudad de Madrid, se incorporó la tendencia de noreste a suroeste, mediante la elección de la forma de elipse, un exponente de la distancia $p = 1$, un radio de vecindad entre 15 y 14 viviendas cuatro sectores de 45 grados. En los modelos por distrito, el rango de variación del exponente fue entre 1 y 3, una vecindad compuesta entre 5 y 20 vecinos, desde un espacio hasta los octantes y con orientación noreste y suroeste (ver formulas en capítulo 4).

5.3.3.2 Representación visual de la interpolación para Madrid capital

La figura 26 muestra la grafica de la función interpoladora del Kriging univariante para las 13.696 viviendas en venta en la ciudad de Madrid. La tendencia de la serie varía por el espacio urbano en diferentes direcciones e intensidades con independencia de los límites administrativos de los barrios. A modo de interpretación de los datos en valores discretos que responden a divisiones político administrativas, se superpone la cartografía de los límites por barrios. Así, se puede observar que incluso entre barrios de un mismo distrito y dentro de un mismo barrio; la vivienda en venta tiene precios diferentes. Se observa un “contagio” en el precio de la vivienda, ya que aparecen datos clusterizados por sectores espaciales. Barrios donde la vivienda es más cara, tienen vecinos con similares características, según la orientación de estos “vecinos”. En el mapa, se hace visible la diferenciación de la modelización de la dependencia espacial mediante el semivariograma y el indicador de Moran. En el primer caso, los “vecinos” serán aquellos definidos por la orientación y tendencia de la serie, mientras que en el segundo; los vecinos comparten puntos comunes (límites administrativos por ejemplo).

Figura 26. Interpolación kriging precio de la vivienda. Madrid-2008.



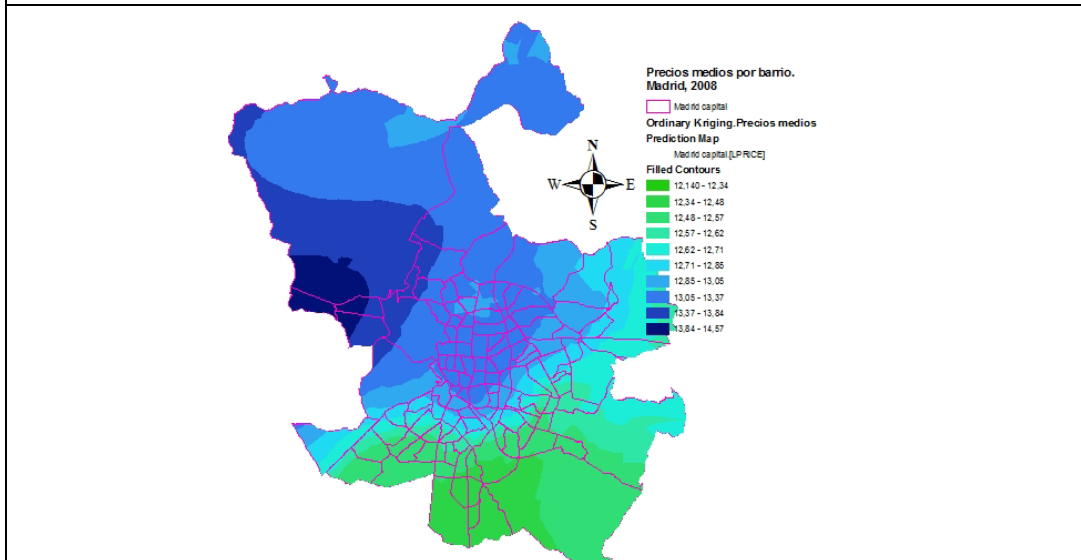
NOTA: En el mapa, el valor de la variable se representa mediante una paleta de colores degradados donde el más oscuro indica un mayor y sobre el cual se ha superpuesto los límites administrativos de los 128 barrios del municipio.

Los precios más altos que se observan en los barrios de la almendra central, corrobora los argumentos de la teoría urbana sobre la centralidad de la centralidad en cuanto a precio de la vivienda, y que coincide con los barrios de la almendra central. Parece tener cabida, un Madrid ciudad monocéntrica, según los anillos concéntricos de Burgess respecto de la variación del precio desde el centro hacia una periferia de zonas urbanas diferenciadas (periferia urbana sur-periferia urbana norte etc.). Si se define un único valor para la venta de viviendas en Madrid, las diferencias capturadas por la técnica de interpolación “univariante” quedan encubiertas en ese único valor medio.

¿Se observan cambios en los parámetros de estimación del precio de la vivienda cuando se realizan agregaciones de la variable?

Si realizamos el mismo procedimiento de estimación para interpolar por kriging los valores agregados de precio para los 128 barrios de Madrid, la expresión grafica de la interpolación queda como el de la figura 27.

Figura 27. Interpolación LPRICE valores medios por barrio



La menor variabilidad a microescala detectada por el semivariograma, queda expresada en una tendencia espacial suavizada, que homogeniza el microterritorio. Basta observar lo que ocurre con los barrios ubicados en la almendra central en la figura 26 y figura 27.

Imagine una figura construida por cuatro mapas de Madrid que representen la tendencia obtenida en la interpolación de los 13.696 datos, otro con 128 observaciones de precios medios por barrio, otro con 21 observaciones con los precios medios por distrito y finalmente un mapa con un único dato para el municipio de Madrid: los datos agregados van encubriendo diferencias microterritoriales a medida que se sube en la escala de observación.

El resultado grafico del interpolador del IDW se diferencia levemente en cuanto a que las líneas tendenciales de la variable son proclives a crear ojos de buey (círculos concéntricos) alrededor de los valores altos de la

variable y que son generados por la metodología de cálculo del interpolador mismo (función de gravitación).

El ECM del kriging para datos puntuales, indica que la estimación de LPRICE difiere en promedio 0,33 puntos respecto de su valor original. La tabla 6 reúne las estadísticas de validación en las tres interpolaciones: la interpolación por kriging y el IDW para los precios puntuales de 13.696 viviendas en venta en Madrid y los errores cometidos al interpolar por kriging, los precios medios por barrio.

Tabla 6. Medidas de valoración interpolación por kriging e IDW

	IDW. Datos puntuales	Kriging ordinario. Datos puntuales	Kriging ordinario Precios medios por barrio
Media de los errores	-0,01042	-0,001823	0,006072
Error cuadrático medio	0,3418	0,3305	0,3187
Desviación estándar del error		0,328	0,3268
Media estandarizada		-0,002911	0,01274
ECM estandarizado		1,004	0,9299

La valoración de la predicción mediante interpolación espacial en datos puntuales para el municipio de Madrid, muestra una leve superioridad del kriging respecto de las estadísticas de error que les son comunes. Un análisis variográfico de los errores medios de los modelos, indica que no presentan signos de anisotropía. El error medio de las observaciones, siguen una distribución normal e isotrópica por el territorio. El valor del IDE es 1, con lo cual la dependencia contenida en la serie es netamente atribuida al efecto nugget relacionada con la dependencia a microescala. La dependencia estructural contenida en la variable es completamente recogida en la función interpoladora, por cuanto a efectos de predicción, el modelo interpolador muestra un alto grado de confiabilidad.

5.3.3.3 Predicción mediante interpolación

El uso de la función interpoladora (Kriging e IDW) a efectos de predicción, se obtiene al reemplazar las coordenadas de latitud y longitud de una vivienda en venta en la ciudad de Madrid. Como ejemplo, se realiza la predicción de los barrios de la almendra central, en la función del kriging y del IDW en datos puntuales. Algunos de estos casos se muestran en la tabla 7. La tabla contiene el valor por barrio (LPRICE) obtenido como la media simple de todas observaciones de venta en esos barrios extraídos, desde la base de datos IDEALISTA. El valor estimado por la función interpoladora que pasa por los 13696 puntos, en general, recoge bastante bien el precio que en promedio tendría una vivienda por barrio. Aun cuando las diferencias entre la predicción por kriging e IDW son poco significativas, el kriging se muestra superior.

Tabla 7. Predicción por interpolación precio vivienda.

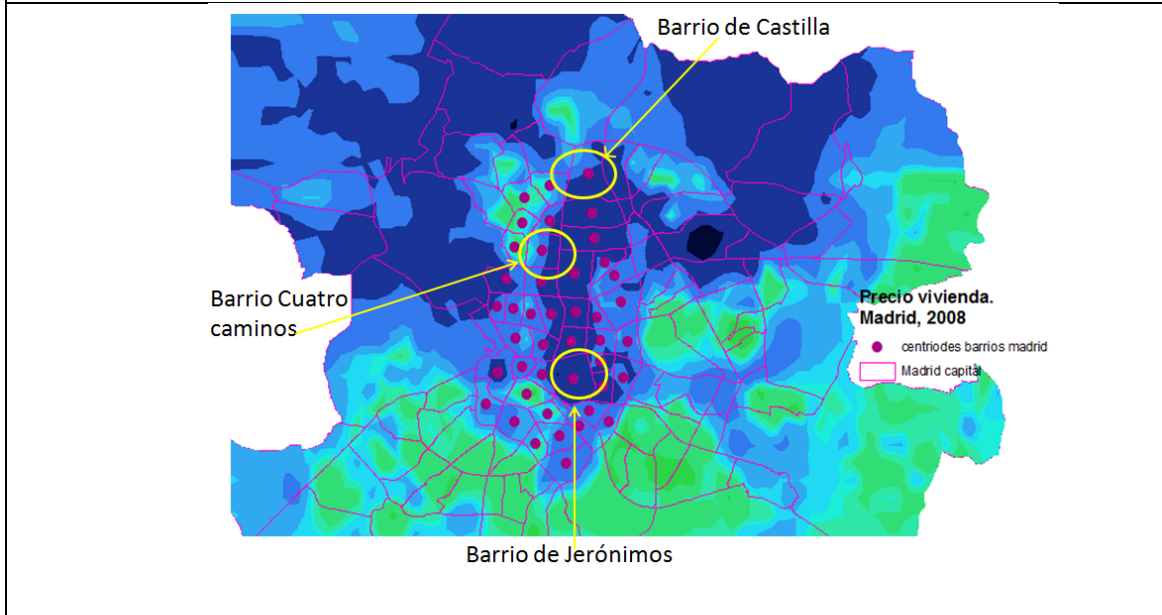
Barrio	X cordenadas	Y coordenadas	IDEALISTA	Predicción Kriging		Predicción IDW	
			LPRICE por barrio	LPRICE	ECM	LPRICE	ECM
Bellas Vistas	440106,1	4478425,4	12,56	12,35	0,0466452	12,37	0,0365242
Adelfas	443171,7	4472704,2	12,89	12,89	0,0000002	12,90	0,0000259
Estrella	443645,1	4474137,4	13,14	13,09	0,0018900	13,03	0,0110068
Ibiza	442901,3	4474676,7	13,17	13,18	0,0000026	13,21	0,0010455
Castilla	442489,3	4480833,5	13,34	13,33	0,0001232	13,33	0,0000026
Jerónimos	441982,7	4474116,0	13,85	13,81	0,0016612	13,61	0,0574372
Cuatro Caminos	441003,3	4478315,3	12,96	13,39	0,1819090	13,41	0,2026076

Observe tres predicciones en particular: el precio estimado para una vivienda ubicada en el barrio de Castilla, otra vivienda ubicada en el barrio Cuatro caminos y otra ubicada en el barrio de Jerónimos que aparecen destacadas en la figura 28:

- El grado de exactitud de la estimación del precio en el barrio Jerónimos, se debe a que la función interpoladora del kriging

reconoce valores homogéneos en todo el barrio (líneas tendenciales)

Figura 28. Predicción de valores por kriging. Casos de observación.



- En el barrio de Castilla, se observa tres zonas diferentes de precio, estimando valor según la ubicación de su centriode y que en este caso, es un valor muy aproximado al valor real.
- Un mayor error de estimación se comete en la estimación de una vivienda ubicada en el barrio Cuatro caminos. Si en este barrio, se repite la diferencia de valores de la función interpolante presente en Castilla, entonces la sobrevaloración de la vivienda plantea la inquietud sobre la utilización de los centriodes de los polígonos (barrios) como medida de concentración habitacional. Habría que revisar la adaptación de herramientas cartográficas al caso de fenómenos sociales y económicos (centriodes de polígonos, distancia euclidiana, tipología de “vecinos”, etc), a fin de mejorar la predicción.

Si se superponen en este mapa, algunos bienes urbanos como bocas de metro, cines, centros comerciales, líneas de metro entre otras; cabe preguntarse cuánta de la información sobre el fenómeno urbano, es capturada por el precio de la vivienda y que intentaremos responder en los siguientes apartados.

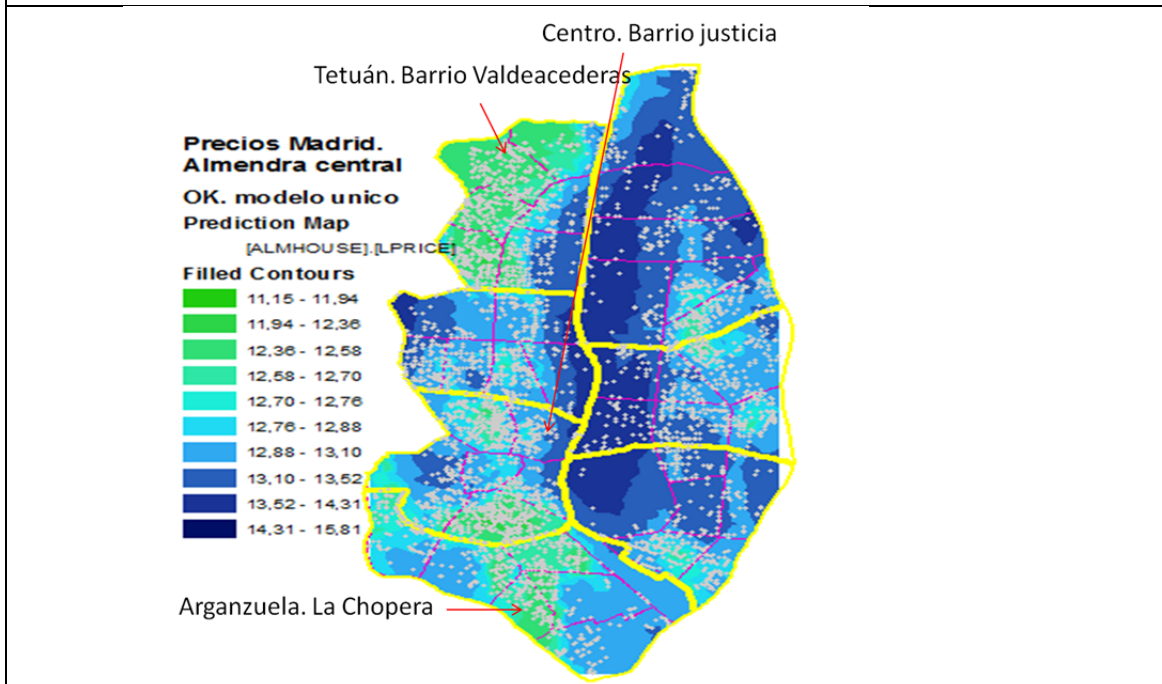
5.3.3.4 Representación visual de la interpolación para la almendra central

En este apartado interesa dos cuestiones: una se relaciona con la valoración de la “centralidad” de la centralidad en Madrid y otra con el grado de aproximación de la función interpolada de los 13.696 datos, para capturar la información en todo el territorio urbano.

Veamos lo primero:

La función interpoladora por kriging con el precio de las 5.080 viviendas en venta de la almendra central de Madrid, replica la tendencia de los valores más altos en los barrios centrales de la almendra central. La figura 29 muestra el resultado de interpolar mediante kriging los 5.080 datos. El kriging ha modelado los precios de la vivienda, siguiendo la tendencia observada en el análisis variográfico. La paleta de colores permite observar que el precio de la vivienda en este espacio territorial de la gran ciudad, tiene forma de gradiente desde los barrios centrales de la almendra central. El mapeo de la serie, también permite observar las diferencias en valores intraciudad, “dentro de los distritos” y “dentro de los barrios”.

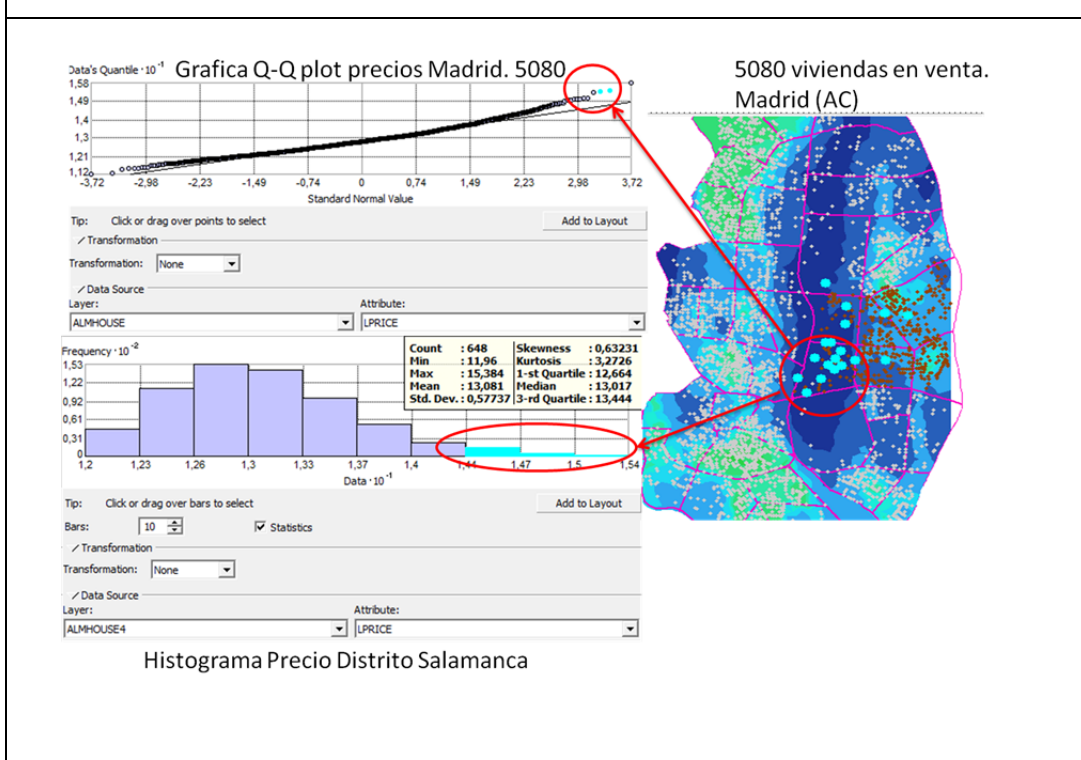
Figura 29. Precios interpolados y bienes urbanos. Madrid capital



NOTA: Se utiliza la misma paleta de colores graduados según el valor de la variable, que la presentada en el caso de la ciudad de Madrid, mientras que los puntos de cada observación en la almendra central, son mostrados en colores claros de modo que se pueda apreciar la tendencia de valores de la función interpoladora.

El barrio de la Chopera en el distrito de Arganzuela y el barrio de Valdeacederas en el distrito de Tetuán, muestran los menores valores de ECM estimación. Mientras que el barrio Justicia ubicado en el distrito Centro, muestra ECM mayor a la media de errores de cada barrio. El barrio de Recoletos en el distrito de Salamanca, muestra los errores más altos de la serie. Esta situación no debe sorprender, puesto que la técnica de interpolación es sensible a los puntos extremos de la serie. Para observar este hecho, observe la figura 30, en la que aparecen destacados con colores más oscuros, las viviendas a la venta ubicadas en el distrito de Salamanca. También se destacan en color y tamaño, los puntos extremos del gráfico de diferencias de la distribución del precio en la almendra central (gráfica QQ) y que se encuentran precisamente en este distrito. El histograma de la variable para los datos del Distrito de Salamanca, también confirma esta posición.

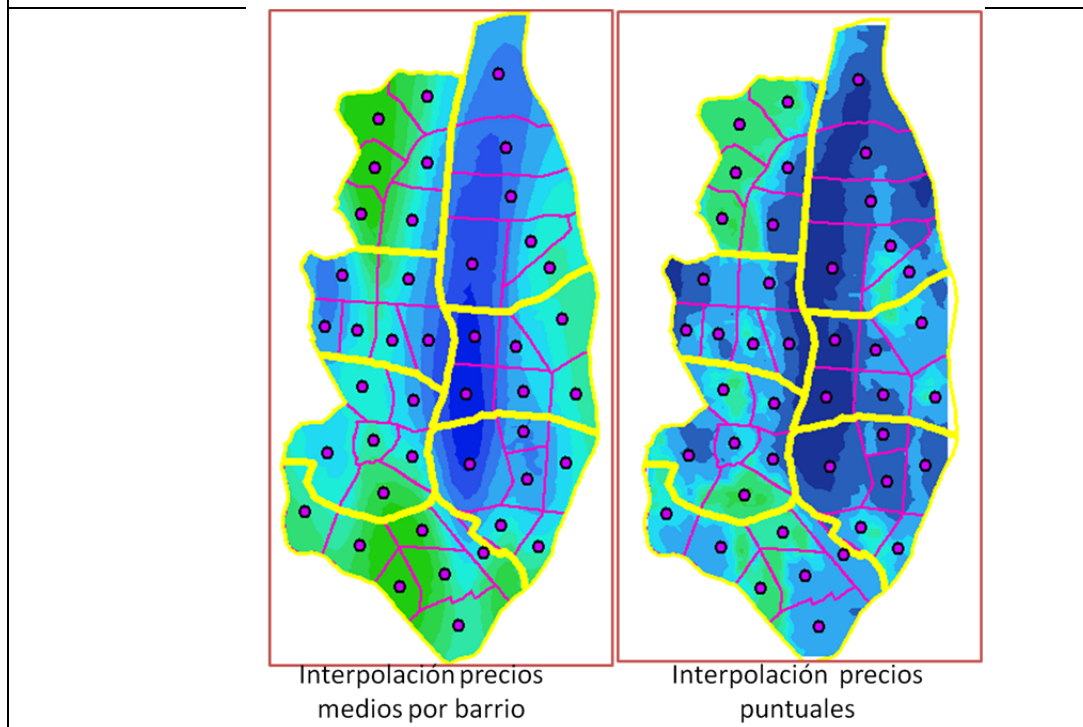
Figura 30. Tendencia precios Madrid y almendra central



La interpolación con valores medios por barrio, también muestra en términos generales, la tendencia de la centralidad de los barrios interiores de la almendra central. La figura 31 muestra un mapeo comparado entre la interpolación de precios medios y la interpolación con datos puntuales. Los valores agregados “suavizan” la tendencia de la serie si se compara con la tendencia de los valores puntuales.

Ahora bien, lo observado en la interpolación de la almendra central, ya era anticipado en la función interpoladora por kriging con los 13969 datos.

Figura 31. Interpolación puntual y precios medios. Comparación.



Veamos ahora el segundo caso: el grado de ajuste entre la interpolación en distintas áreas⁶⁰.

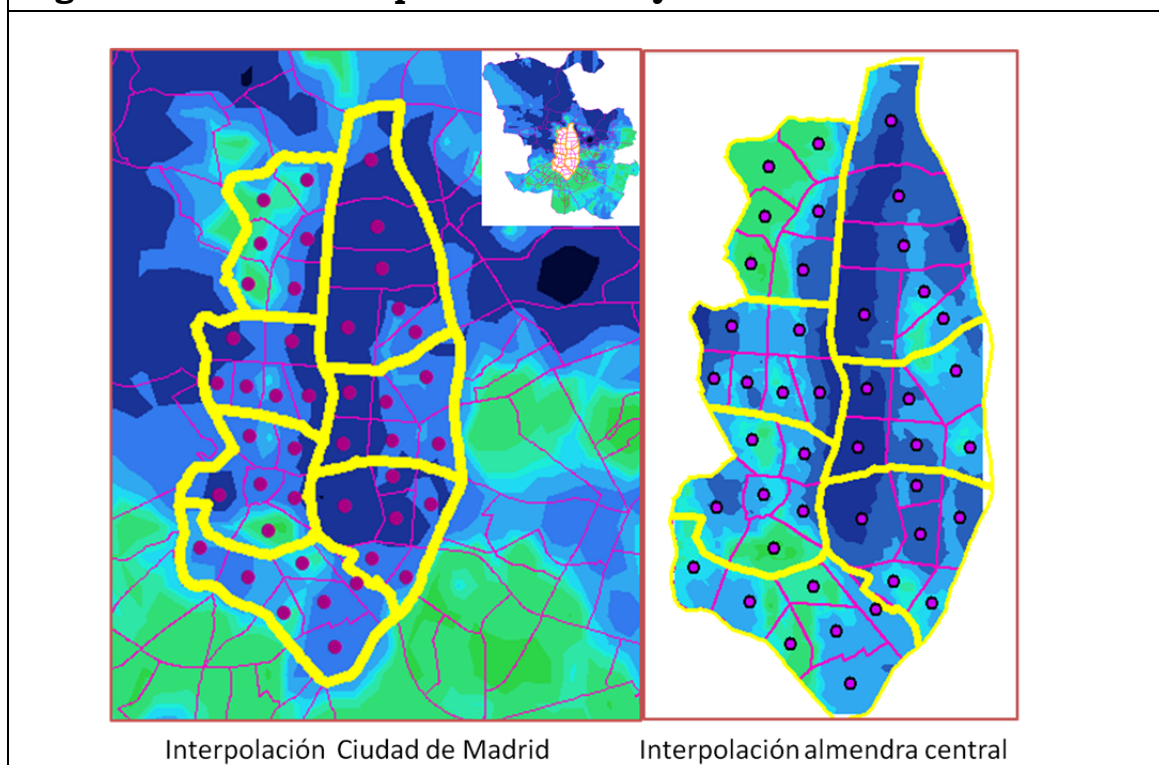
El análisis variográfico realizado sobre la serie compuesta por 13.696 observaciones de viviendas en venta en la ciudad de Madrid, mostró la presencia de una zona diferenciada entre los distritos de la almendra central y los distritos de la periferia urbana. Interesa en este caso, determinar si el modelo predictivo de la ciudad de Madrid recoge también, las características estructurales del precio de la vivienda en los datos de la zona central de la ciudad o en su efecto; sería más adecuado modelizar separadamente estas áreas.

Observe la figura 32: en la derecha está mapeada la función interpoladora del kriging de la almendra central mientras que a la

⁶⁰ Aquí se trata de la interpolación de los 13696 datos y la interpolación de los 5080 datos que están contenidos en los anteriores. Distinto es el caso de interpolar datos de municipios y obtener los valores por distrito, puesto que esto sería un cambio en el soporte de datos, aunque sea este el caso que nos interesa igualmente evaluar en esta investigación.

izquierda, se encuentra una parte del mapeo de la función por kriging modelada para las 13696 observaciones y que corresponde a un extracto de la figura 26 (según se indica en la parte superior izquierda de la figura).

Figura 32. Tendencia precios Madrid y almendra central



En ambos mapeos, se destacan los límites territoriales de cada distrito de la almendra central y se han incorporado unos puntos que corresponden a los centriodes de los distritos (observe la imagen en términos de la tendencia de la serie, puesto que graduación de la paleta de colores, está determinada por la escala de datos de la muestra).

El mapa de la interpolación para la almendra central, repite la tendencia observada de la serie en los 13696 datos. Las interpolaciones realizadas en cada distrito, en general repiten la tendencia de la serie observada tanto en la almendra central, como en Madrid capital. El análisis microterritorial por distrito permite apreciar las diferencias en

cada barrio así como mejorar los estimadores como método de predicción. Sin embargo, la serie completa recoge muy bien las tendencias direccionales de cada sector del espacio urbano.

Las estadísticas del error de la tabla 8, asociadas al modelo interpolador en la almendra central, muestran mayores valores de ECM que el obtenido en la muestra de 13.969 datos. Lo anterior se debe a la mayor variabilidad espacial y direccional de la serie capturada por el semivariograma anisotrópico mientras que el semivariograma relacionado con los 13.696 datos se modeló en condiciones isotrópicas. El análisis estructural de la serie completa, reconocía la presencia de más de una zona espacial pero, a fin de recoger la varianza mínima de los errores se acotó el alcance de la dependencia espacial y direccional. Por otro lado, pese a la extraordinaria diferencia de dificultad y toma de decisiones para ajustar los parámetros de los interpoladores kriging e IDW; los valores de la tabla 8 nuevamente indican una leve diferencia a favor del kriging, aun cuando debo indicar que la observación de la dependencia espacial en el semivariograma, fue un paso previo que facilitó la elección de los parámetros del interpolador IDW. Los errores en los modelos de interpolación para los precios puntuales de la almendra central y los errores medios no presentan signos de variabilidad estructural. Resultaron isotrópicos y con IDE igual a 1.

Tabla 8. Medidas de valoración kriging e IDW. Almendra central

	IDW. Datos puntuales	Kriging. Datos puntuales	Kriging Precios medios por barrio
Media de los errores	-0,0166	0,00322	0,005542
Error cuadrático medio	0,44	0,481	0,212
Desviación estándar del error		0,441	0,2081
Media estandarizada		0,0075	0,00553
ECM estandarizado		1,001	1,081

Si se toman los valores de precios agregados en barrios, el modelo interpolador arroja un ECM menor, pero ha de interpretarse éste como la confirmación del “suavizamiento” de las diferencias intraterritoriales. Lo anterior avala la hipótesis de que los datos puntuales (y no

agregados en el territorio), contienen información sobre lo que ocurre en el microterritorio, aun cuando posteriormente se desee segmentar la muestra. Mientras que si los datos se agregan en unidades de observación como el precio medio por barrios, la interpolación segmentada de la almendra central, seguirá escondiendo las disparidades del territorio. Por tanto; la consideración del cambio en el soporte de datos que permite la interpolación, no parece ser tan clara ni inmediata en variables económicas.

Los resultados de la interpolación para cada distrito de la almendra central; se exponen en los apartados siguientes en conjunto con los resultados del modelo de precios hedónicos.

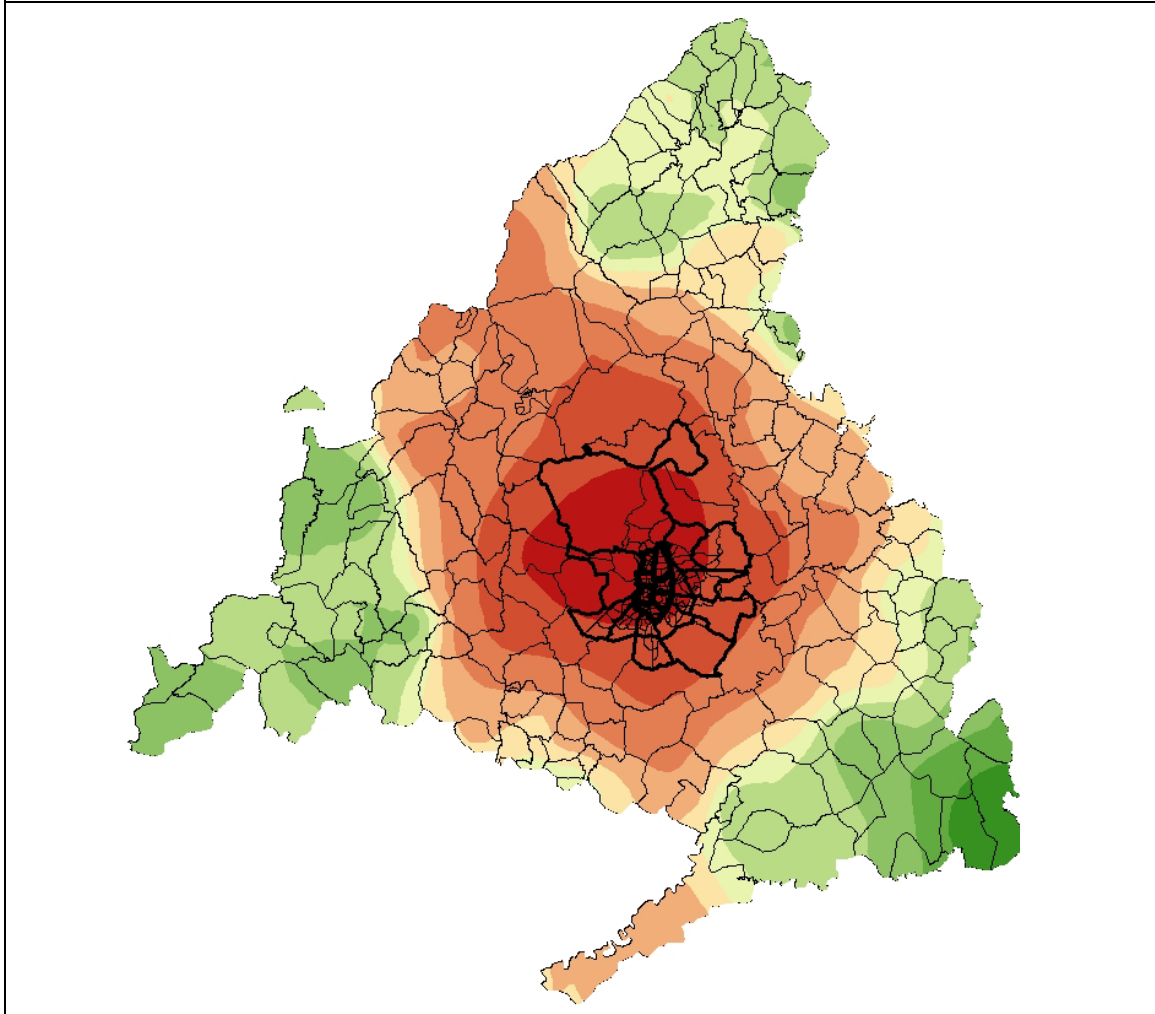
5.3.4 Estimación precio de la vivienda en la Comunidad de Madrid

Uno de los objetivos que se persigue a lo largo de esta investigación, es evaluar la información del precio de la vivienda como transmisión de aspectos relacionados con el fenómeno urbano, como lo es por ejemplo, la estructuración social del territorio urbano. Pues bien, los datos sobre el precio del metro cuadrado de la vivienda a nivel municipal (información de fácil acceso) en el 2008, que corresponden a los 179 municipios de la comunidad, se han utilizado para obtener la función de interpolación por Kriging ordinario que se muestra mapeada en la figura 33. En el análisis estructural, se decanta por un semivariograma esférico isotrópico. El error de predicción es $ECM=0,14$ y un $EM=-0,0012$.

La figura 33 permite apreciar las líneas tendenciales del precio de la vivienda diferenciado por zonas urbanas. La ciudad de Madrid tiene un valor por metro cuadrado de 4340 euros (8,38 en ln). Si este mapa fuera representado en valores discretos, el polígono correspondiente al municipio tendría un único valor y por tanto sería representado con un

único color también, sin embargo, la interpolación de datos que responde a una función continua, muestra diferencias en el precio de la vivienda dentro de los municipios y dentro de un mismo barrio. Con el análisis realizado hasta ahora en el municipio y en la almendra central, esto es un hecho comprobado empíricamente.

Figura 33. Precio medio m2 de la vivienda en Madrid. 2008



Llegados a este punto, nos preguntamos lo siguiente:

1. *¿Hay alguna relación entre la distribución territorial del precio de la vivienda y el fenómeno urbano en la Comunidad de Madrid?*

A priori podría responderse afirmativamente esta pregunta, puesto que unos valores medios de la vivienda más alta hacia los municipios de la zona noroeste de la capital, valores menores hacia los municipios de la periferia y con valores diferenciales en el municipio de Madrid, es una imagen que replica las líneas tendenciales de la renta percapita de los hogares a nivel municipal,⁶¹ expuesta en la figura 6 y figura 42.

La renta pcH es estimada a partir de información municipal sobre diferentes aspectos de la ciudad y sus habitantes, tales como líneas telefónicas de uso doméstico en primera residencia (por hab.); líneas RDSI y ADSL (por hab.), parque de automóviles (por hab.), proporción de población con estudios superiores sobre total población, proporción de población en puestos de trabajo cualificados sobre total población, tasa del total de demandas de empleo sobre la población de 15 y más años, distancia media (en kms) de cada municipio a su(s) cabecera(s) de área comercial, base imponible del IRPF por habitante y estimaciones de la renta bruta disponible por habitante municipal por métodos directos llevadas a cabo por diversos institutos de estadística de las comunidades autónomas.

La relación observada en las tendencias del precio de la vivienda y la renta pcH, se corresponde con un coeficiente de correlación entre el precio medio por m² de la vivienda en los municipios de la Comunidad de Madrid 2008 y la Renta pcH 2008, del 0,68. El efecto derrame desde la centralidad de la ciudad de Madrid sobre el territorio también se

⁶¹ Modelo estimado por la Dra. Coro Chasco en el Instituto de Predicción Económica Lawrence Klein. La Dra. Coro Chasco explica que el proceso de estimación de la renta bruta disponible municipal parte de los datos de que, para esta variable ofrece el INE en su Contabilidad Regional de España. El reparto de los datos de renta provincial al ámbito municipal se realiza mediante un procedimiento de predicción por extrapolación espacial que utiliza las variables explicativas anteriormente indicadas y que están disponibles a nivel provincial y municipal. Los coeficientes obtenidos en la regresión provincial-agregada se aplican a las variables exógenas en el ámbito municipal-desagregado, lo que produce el valor de la renta bruta disponible de los hogares por habitante municipal. Finalmente se ajusta los valores de renta disponible obtenidos para cada municipio (suma de la renta familiar disponible de cada uno de los municipios de una provincia debe coincidir con el total de renta provincial de la Contabilidad Regional de España).

comprueba así mismo con el coeficiente de correlación entre el precio y la distancia del municipio a la capital (km) del -0,61. Antecedentes que nos ayudan a comprobar la relación entre el precio de la vivienda y lo argumentado sobre la distribución social del espacio urbano.

2. ¿Se puede utilizar la tendencia de la variable en un nivel para extrapolar el valor en otro nivel de desagregación espacial?

La observación de las diferencias territoriales del precio de la vivienda en la ciudad de Madrid, lleva a que se busque una forma de desagregar o extrapolar el valor municipal en valores para los barrios de la ciudad. En este sentido, un ejemplo de predicción espacial en diferentes niveles es el de la renta pCH 2008. La Dra. Coro Chasco explica que el proceso de estimación de la renta bruta disponible municipal parte de los datos de que, para esta variable ofrece el INE en su Contabilidad Regional de España. El reparto de los datos de renta provincial al ámbito municipal se realiza mediante un procedimiento de predicción por extrapolación espacial que utiliza las variables explicativas disponibles a nivel provincial (y municipal). Los coeficientes obtenidos en la regresión provincial-agregada se aplican a las variables exógenas en el ámbito municipal-desagregado, lo que produce el valor de la renta bruta disponible de los hogares por habitante municipal. Finalmente se ajusta los valores de renta disponible obtenidos para cada municipio (suma de la renta familiar disponible de cada uno de los municipios de una provincia debe coincidir con el total de renta provincial de la Contabilidad Regional de España).

Emulando en parte este procedimiento para desagregar el precio medio de la vivienda en el municipio de Madrid, reemplazamos las coordenadas de latitud y longitud de los centriodes de los barrios de Madrid en el modelo interpolador de la figura 33. La predicción para los 128 barrios, otorga un valor medio estimado de 3.343 euros el m²,

1000 euros menos de lo que cuesta realmente el precio de la vivienda en la ciudad de Madrid. Tal subestimación era de esperar, pues la función interpoladora toma como “vecinos”, los puntos cercanos en valores siendo en este caso, municipios con valores medios inferiores a 4000 euros por metro cuadrado. De hecho el valor de la variable en Madrid es un atípico distribucional (valor se aleja significativamente de la media de la serie: Madrid= 4.340 euros/m², resto de los municipios=2.085 euros/m², media municipios Comunidad de Madrid= 2908).

Por otro lado, la investigación empírica nos indicó que dentro de la ciudad de Madrid, los valores más altos de la serie se encuentran en los barrios de la almendra central (5113 euros/m²) y son el 33% más alto que el precio de los barrios de la periferia de la ciudad (3849 euros/m²).

Una desagregación por extrapolación del valor de la vivienda a nivel de barrio para Madrid, utilizando los coeficientes de la función de interpolación de los precios medios por metro cuadrado en los 179 municipios, solo es plausible si lo que se busca es un acercamiento a las diferencias territoriales. En este caso, la función predice unos valores un 8% más alto para los barrios de la almendra central.

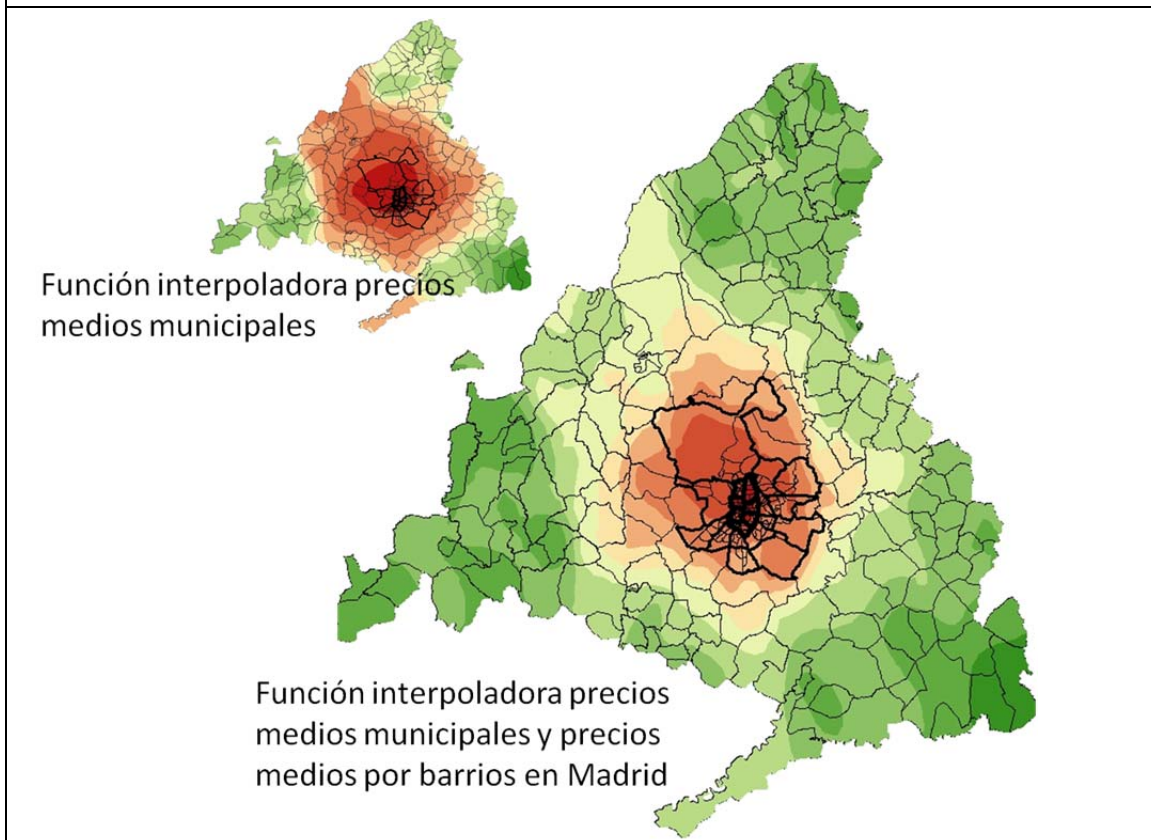
3. ¿Y si se integran valores de diferentes niveles en una función interpoladora?

Tomaremos los datos del precio medio de la vivienda por metro cuadrado para 178 municipios, con excepción de Madrid por supuesto. Se toma además, el precio por m² para los 128 barrios en los que se divide la ciudad de Madrid (dato disponible pero con cierto nivel de dificultad en la base de datos idealista).

La función de interpolación se obtiene por Kriging ordinario, con una función de semivariograma anisotrópico de tipo penta-esferico, un ECM de 0,13.

El valor estimado por la función para los 178 municipios es de 2078 euros m², muy cercano a su valor real de 2085 euros m². El valor medio estimado para los 128 barrios es de 4.229 euros, muy cercano a los 4340 euros m² de la ciudad de Madrid. Naturalmente, esta función también reconoce las diferencias entre los barrios de la almendra central y los barrios periféricos de la ciudad de Madrid (5015 y 3831 euros m² respectivamente). La grafica de la figura 34, muestra la diferencia (al menos visual) que se produce entre interpolar con precios medios por m² en cada municipio y la incorporación del precio medio por barrio en Madrid. La centralidad de la capital y las diferencias de precio de la vivienda con el resto de los municipios, queda claramente reflejada en la grafica y las diferencias intraciudad también.

Figura 34. Precio medio m² de la vivienda en Madrid. 2008



4. *¿Se puede obtener algún acercamiento microterritorial del valor de la renta, del PIB o de otras variables para la ciudad de Madrid a partir de los datos municipales mediante la interpolación espacial?*

La interpolación espacial del kriging se clasifica dentro de las técnicas locales de interpolación al definir dentro de sus procedimientos de cálculos, una vecindad definida. Sin embargo, la técnica realiza la estimación de parámetros de la función interpoladora definida por un variograma único aplicable a toda la superficie; asumiendo de esta forma, estacionariedad espacial en media y varianza a lo largo de todo el espacio muestral. Esto supone un comportamiento homogéneo de la muestra en diferentes zonas del espacio cuya correlación entre las observaciones se puede representar como una función de la distancia que los separa (Páez et al, 2008). Tal correlación, que en el caso del kriging se representa en el variograma; puede verse afectada por la presencia de outliers distribucionales y espaciales, una muestra de puntos distribuidas de manera no homogénea en el espacio y la presencia de variaciones espaciales a una escala más pequeña de lo definido en el modelado del variograma (efecto nugget alto) y como consecuencia, en las estimaciones que derivan de él. En este sentido; el análisis del comportamiento del variograma a lo largo del espacio muestral, ayuda a determinar zonas en que el kriging responde mejor.

¿Por qué no intentar entonces una interpolación local utilizando los puntos asignados a los cuadrantes de moran? Si las técnicas de interpolación espacial se basan en la autocorrelación espacial de los datos muestrales, podríamos suponer que los resultados de dicha interpolación son sensiblemente mejores cuando, en lugar de tomar en una única muestra todos los puntos disponibles, se parcela según los puntos situados en los cuadrantes del gráfico de dispersión de Moran para generar ecuaciones locales de interpolación espacial de acuerdo al tipo de correlación (positivo-negativa). De hecho, un análisis de los

errores cometidos por el interpolador Kriging en el precio de la vivienda en Madrid, muestra una relación directa entre subestimación y sobreestimación del error y la ubicación del punto muestral en los cuadrantes de Moran⁶².

Pues bien, para desagregar el dato municipal del precio de la vivienda en Madrid, se puede parcelar la muestra en dos: una muestra con los puntos situados en el cuadrante 1 y 2 (valores altos rodeados de valores altos y valores altos rodeados de valores bajos de la serie respectivamente) y otra muestra con los puntos situados en el cuadrante 3 y 4 (valores bajos rodeados de valores bajos y valores bajos rodeados de valores altos respectivamente)⁶³.

Madrid junto a otro 83 municipios se encuentran ubicados en el cuadrante 1 y 2 con una media de 2483 euros/m², mientras que los restantes 95 municipios ubicados en los cuadrantes 3 y 4, tienen una media de 1747 euros/m² (el valor medio de la serie es 2085 euros/m²).

Dado que Madrid se encuentra en la segmentación 1 y 2, el reemplazo de las coordenadas de latitud y longitud de los centriodes de los 128 barrios de la ciudad de Madrid en la función interpoladora con valores municipales del precio de la vivienda, arroja como precio de venta en 3540 euros/m² la vivienda en Madrid, algo más próximo que los 3343 euros/m² de la función única, pero aun muy por debajo de los 4340 euros/m² del valor real.

Si este procedimiento se quiere aplicar en otras variables como el PIB, la Renta o la tasa de desempleo dentro de la ciudad de Madrid, ha de considerarse que aun cuando la propuesta local de Moran mejora la estimación por desagregación (o extrapolación) de los barrios a partir de

⁶² En el anexo 4, se muestra una aplicación de la propuesta de segmentación de Moran en dos variables de Madrid; la renta pcH 2005 y la tasa de desempleo 2007.

⁶³ Un análisis anova mostro que diferencias significativas en los valores de la variable si se agrupaban en el cuadrante 1 y 2, respecto de la agrupación 3 y 4; mas no así si se realizaban agrupaciones por cuadrante 1, 2, 3 y 4.

datos municipales, el valor medio estimado está determinado por la distribución de la serie. El precio de venta de Madrid es un atípico distribucional y a menos que se apoye en una variable que permita prorratear las diferencias microterritoriales, el valor estimado será subestimado. Esta variable de apoyo puede ser la tendencia microterritorial del precio medio por m² de la vivienda en los barrios de Madrid.

5.3.5 Interpolación y Modelo de estimación por precios hedónicos⁶⁴

¿Es autosuficiente la información contenida en el precio de la vivienda en Madrid como para aproximarse al fenómeno urbano que ocurre en esta ciudad?

Una posibilidad de valorar la aproximación al conocimiento urbano mediante la interpolación espacial, es comparar los resultados de la interpolación con las estimaciones que arroja un modelo que la economía urbana utiliza en estos casos. En este apartado, mostramos la estimación del precio de la vivienda a través de un modelo de precios hedónicos, que integra explícitamente en variables explicativas; la valoración de bienes urbanos y de las condiciones de habitabilidad. El modelo de precios hedónicos para datos puntuales de la almendra central tiene un doble interés en esta investigación doctoral: el modelo utiliza la interpolación como instrumento de apoyo para obtener variables en distintos soportes y como posibilidad de comparación de los valores estimados del modelo con los estimados por la técnica de predicción univariante por interpolación espacial de datos.

Si la inclusión de variables relacionadas con los bienes urbanos, pueden capturar mayor información que un modelo provisto de una

⁶⁴ Las estimaciones del modelo forman parte de la investigación que lleva a cabo la doctora Coro Chasco, tutora de esta investigación. El modelo de precios hedónicos se puede consultar en Chasco y Le Gallo (2011).

sola variable como es la interpolación vista hasta ahora⁶⁵, cabría suponer una superioridad del modelo de precios hedónicos, hecho que buscamos evaluar.

5.3.5.1 El modelo

Las estimaciones de la interpolación espacial, tienen la difícil tarea de comparar sus resultados de estimación de LPRICE, con un modelo de precios hedónicos muy interesante que se caracteriza por dos aspectos innovadores:

- La incorporación de variables objetivas y subjetivas relacionadas con aspectos urbanos que pueden influir en el precio de la vivienda y;
- Se construye como un modelo multinivel al contener los 5080 datos de viviendas en venta durante diciembre del 2007 y enero del 2008 que hemos venido considerando hasta ahora en la almendra central de Madrid. Incorpora datos en un segundo nivel de 759 secciones censales y un tercer nivel de los 43 barrios de la almendra. El kriging se utiliza para hacer coincidir los registros de las estaciones de monitoreo disponibles en las secciones censales.

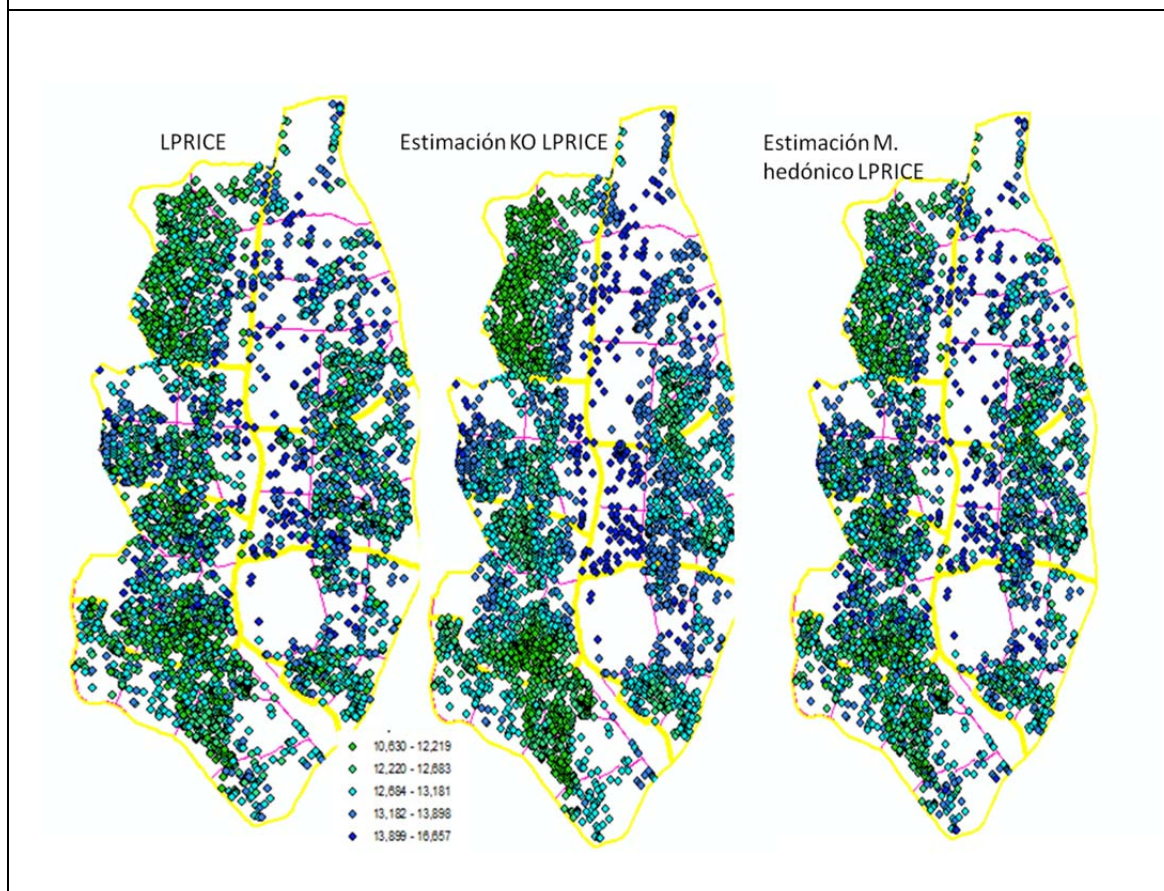
El modelo de precios hedónicos para la almendra central y para cada distrito, integra variables como la proximidad de la vivienda al CBD (Distrito Central de Negocios), la distancia a las principales avenidas del eje vial y comercial, distancia de cada vivienda a una parada de metro/tren con varios transbordos, si la vivienda se encuentra en ciertas calles principales (Alcalá, Gran Vía, Castellana, etc.). Integra variables relacionadas con las características constructivas de la vivienda como es si la vivienda está en el primero o piso superior, si la

⁶⁵ El Cokriging es una alternativa de interpolación multivariante

vivienda es un chalet, si la vivienda es un estudio, los metros cuadrados de superficie de la vivienda, si la vivienda es nueva y la variable subjetiva medida en porcentaje de hogares que opina que su vivienda se encuentra en una zona contaminada, variable disponible en un soporte de secciones censales del Municipio de Madrid. El modelo puede ser consultado en Chasco y Le Gallo (2011). En los siguientes apartados, se toman los datos estimados por el modelo y se comparan con los obtenidos por interpolación.

5.3.5.2 Resultados comparados de las modelizaciones

Figura 35. Distribución LPRICE estimado por Interpolación y Modelo precios hedónicos. Almendra central



En la figura 35, se muestra una representación mapeada de la distribución de la variable LPRICE y la estimación de la misma mediante interpolación espacial y el modelo de precios hedónicos.

Una valoración visual indica una buena aproximación de las técnicas de estimación, en relación a la reproducción de la tendencia y de los valores de la serie LPRICE siendo mejor el ajuste del modelo de precios hedónicos puesto que el kriging, tiende a generar zonas clusterizadas de predicción.

En términos del error, el modelo de precios hedónicos comete un ECM más bajo que los modelos interpoladores (tabla 9) salvo en el caso del ECM=0,21 cometido por el interpolador kriging en los precios medios por barrios en la almendra central (valores dados en tabla 8).

Tabla 9. Medidas de valoración modelos. Almendra central

		Kriging puntual		IDW puntual		Modelo precios hedonicos	
Distrito	LPRICE	Precio interpolado	ECM	Precio interpolado	ECM	Precio estimado	ECM
Centro	12,73	12,74	0,50	12,73	0,51	12,72	0,18
Arganzuela	12,70	12,70	0,36	12,70	0,33	12,70	0,18
Retiro	13,00	13,00	0,40	12,97	0,41	13,00	0,18
Salamanca	13,08	13,09	0,50	13,05	0,47	13,09	0,21
Chamartin	13,10	13,10	0,45	13,05	0,45	13,14	0,24
Tetuán	12,63	12,63	0,35	12,63	0,35	12,58	0,20
Chamberí	13,01	13,01	0,51	12,97	0,52	13,31	0,17
Almendra central	12,85	12,85	0,44	12,83	0,44	12,85	0,21

¿Hay una diferencia entre el ECM del modelo de precios hedónicos y el interpolador de precios medios?

En el modelo de precios hedónicos, la inclusión de otras variables ayudan en la estimación, mientras que en el modelo interpolador aparte de ser un modelo univariante, la técnica se muestra mucho sensible a

la estructura de la dependencia espacial. El kriging logra reducir el ECM a costa de “suavizar” la tendencia media de la serie. Si la escala elegida esconde disparidades territoriales, el modelo univariante como modelo predictivo, puede disminuir el ECM si se segmenta la muestra en unidades homogéneas⁶⁶. Por otro lado, aun cuando ambas tienen un mismo valor del ECM, las características de los errores son diferentes (como se verá en los siguientes apartados).

En el detalle microterritorial, la aplicación de la interpolación y el modelado de precios hedónicos, tienen ciertas diferencias que se relacionan con el grado de ajuste o sensibilidad de los modelos frente a situaciones particulares. Un caso de estas diferencias es lo que ocurre con la estimación para el barrio de Recoletos ubicado en el distrito de Salamanca (tabla 10). Este barrio destacado en la figura 37 como un barrio que contenía valores atípicos de la serie LPRICE, es modelizado por el kriging univariante según la orientación norte-sur de la tendencia de valores altos de la serie. Esta diferencia de la serie el kriging la detecta y modela mejor que los precios hedónicos, sin embargo, el ECM que comete es mayor. El barrio Vallehermoso del distrito de Chamberí tiene uno de los valores más altos de la serie LPRICE (15,82), además de disponer de una mayor varianza en los precios de las viviendas; en este barrio en particular, el modelo de precios hedónicos sobreestima LPRICE mientras que es subestimado por kriging al caer en la zona tendencial de precios menores.

⁶⁶ Lo cual da paso a la valoración de modelos de ventanas móviles y de la cual ya se expuso en el apartado anterior.

Tabla 10. Estimación precios modelo único en almendra central

	LPRICE	Modelo del Kriging		Modelo del IDW		Modelo precios hedonicos	
		Precio estimado	ECM	Precio estimado	ECM	Precio estimado	ECM
Recoletos	13,78	13,76	0,72	13,7727	0,732	14,04	0,3351
Vallehermoso	15,82	13,44	0,29	13,1248	0,328	16,66	0,0395
Palacios	12,93	12,91	0,55	12,8758	0,547	12,98	0,2097
Embajadores	12,47	12,50	0,43	12,4792	0,401	12,42	0,1768

Según los valores de la tabla 10, el modelo de precios hedónicos tendría una mejor aproximación debido al ECM, mientras que si se espera la mejor predicción del valor de la variable, la técnica de interpolación se muestra superior y en particular el Kriging.

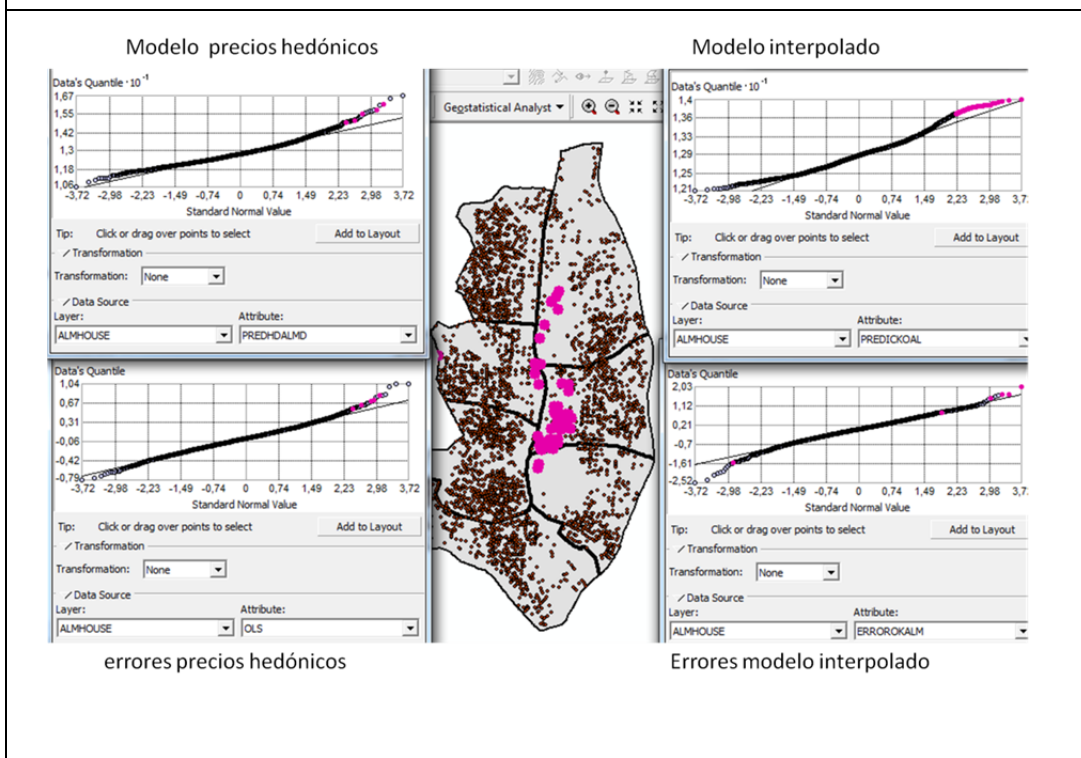
Una revisión de los errores cometidos por ambas técnicas, se observan aspectos comunes. En el centro de la figura 36, aparecen mapeados los puntos de las 5080 observaciones de precio y se distinguen por la diferencia de su tamaño, aquellas observaciones que se muestra en el centro y en los gráficos QQ que aparecen en los costados.

Los valores sobreestimados en ambos modelos corresponden a las mismas observaciones ubicadas en los valores extremos de la variable precio, por tanto; el menor ECM del modelo de precios hedónicos, podría atribuirse a la inclusión de otras variables en el modelo.

5.3.5.3 Estimaciones por distrito

La predicción del modelo de precios hedónicos aplicados en cada distrito de la almendra central; tiene mejorías mucho más significativas en la disminución de los ECM que la predicción por interpolación (tabla 11).

Figura 36. Estimación LPRICE. Errores almendra central



Si bien, la parcelación territorial disminuye el ECM en la interpolación, la diferencia no será muy significativa si la muestra se distribuye heterogéneamente por el espacio. El kriging y el IDW se comportan mejor en muestras homogéneamente distribuidas por el espacio. La técnica de interpolación univariante es más sensible a la distribución espacial de la muestra que el modelo de precios hedónicos (capítulo III). Parcelar la muestra tiene implicancias en la disminución de los errores del modelo cuando hay variables explicativas que no dependen de la distribución espacial de la serie.

Tabla 11. Estimación precios almendra central

Distrito	LPRICE	Kriging puntual por distrito				IDW puntual por distrito				Modelo precios hedonicos por distrito			
		modelo almendra	ECM a. central	modelo distrito	ECM distrito	modelo almendra	ECM a. central	modelo distrito	ECM distrito	modelo almendra	ECM a. central	modelo distrito	ECM distrito
Centro	12,73	12,74	0,50	12,72	0,50	12,73	0,51	12,72	0,51	12,72	0,18	12,73	0,18
Arganzuela	12,70	12,70	0,36	12,70	0,33	12,70	0,33	12,70	0,33	12,70	0,18	12,85	0,16
Retiro	13,00	13,00	0,40	13,00	0,38	12,97	0,41	12,98	0,38	13,00	0,18	13,15	0,17
Salamanca	13,08	13,09	0,50	13,06	0,50	13,05	0,47	13,06	0,48	13,09	0,21	13,08	0,17
Chamartín	13,10	13,10	0,45	13,10	0,43	13,05	0,45	13,08	0,43	13,14	0,24	13,10	0,19
Tetuán	12,63	12,63	0,35	12,63	0,34	12,63	0,35	12,62	0,35	12,58	0,20	12,63	0,17
Chamberí	13,01	13,01	0,51	13,02	0,50	12,97	0,52	12,98	0,51	13,31	0,17	13,28	0,16
Alm. central	12,85	12,85	0,44	12,85	0,43	12,83	0,44	12,84	0,43	12,85	0,21	12,85	0,17

5.3.5.4 Observaciones generales:

La inclusión explícita de variables relacionadas con el fenómeno urbano en la predicción del precio de la vivienda y que arrojan un menor ECM al modelo de precios hedónicos, puede ser una razón válida para indicar que la técnica de interpolación contribuiría a generar posibilidades de desagregación de series y/o cambio en el soporte de variables necesarias en la modelización.

Por otro lado, bajo la regla del menor ECM el modelo de precios hedónicos también se muestra superior a la técnica de interpolación espacial de datos sin embargo, el interpolador univariante tiene una mejor aproximación a los valores de la variable. La reducción del error cuadrático medio en el modelo de precios hedónicos, es un buen indicador para la interpolación, puesto que un menor ECM es tanto mayor, cuanto mayor sea la correlación de las variables extras introducidas en el modelo y que se relacionan como hemos indicado; con aspectos del fenómeno urbano y por tanto, con la variable precio de la vivienda. Si el interpolador univariante ajusta mejor el precio de la vivienda que el modelo de precios hedónicos, entonces la estimación y modelización del precio puede ser considerado como una buena proxy de lo que ocurre en el espacio urbano. Sin embargo, es necesario

observar que ocurre con la distribución de los errores. En el siguiente apartado se realiza un análisis estructural de los residuos en el modelo de precios hedónicos y se compara con los obtenidos por el modelo interpolador.

5.3.5.5 Análisis estructural de los errores del modelo

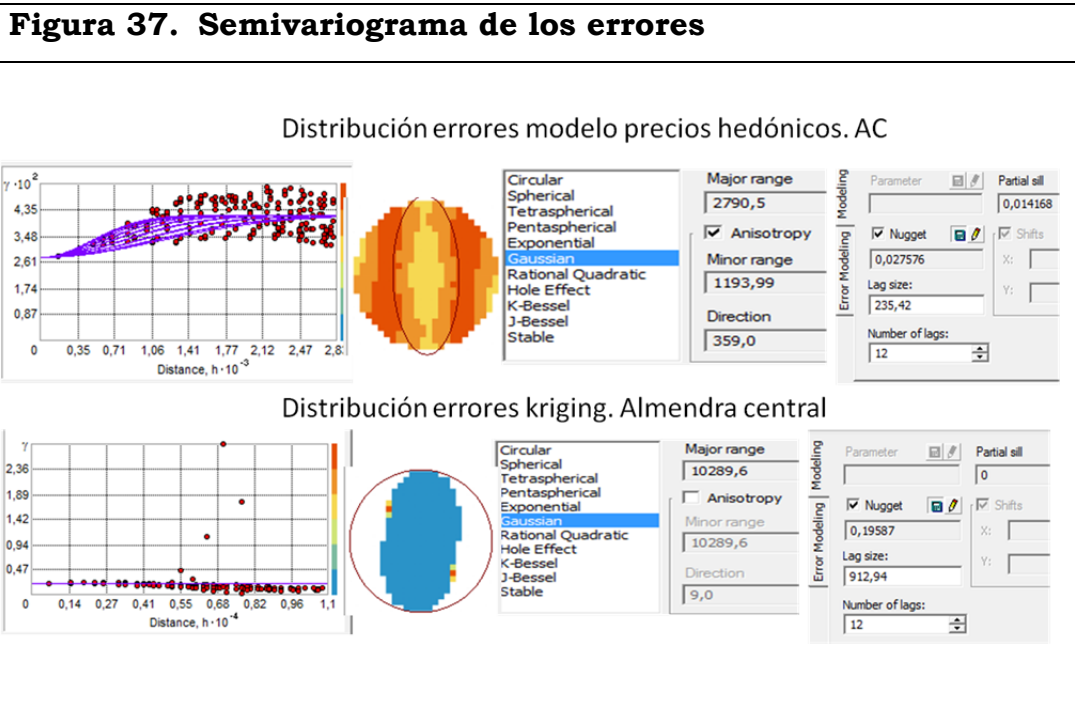
Según el diagnóstico del modelo dado por la econometría espacial, el modelo de precios hedónicos manifiesta la presencia de autocorrelación espacial en los residuos del variable precio de la vivienda, en los barrios de los distritos de la almendra central de Madrid (test de Moran, tabla 12) y la aplicación del semivariograma en los residuos del modelo de precios hedónicos avala esta condición.

Tabla 12. Diagnóstico de la regresión

	TEST	DF	VALUE	PROB
Test on normality of errors	Jarque-Bera	2	3.045.077	0.0000000
Multicollinearity condition number	3.844.953			
Diagnostics for heteroskedasticity				
Random coefficients	TEST	DF	VALUE	PROB
	Breusch-Pagan test	10	5.946.305	0.0000000
	Koenker-Bassett test	10	3.837.717	0.0000000
specification robust test	White	65	N/A	N/A
Diagnostics for spatial dependence				
FOR WEIGHT MATRIX	TEST	MI/DF	VALUE	PROB
d500.GWT (row-standardized weights)	Moran's I (error)	0.181047	989.276.196	0.0000000
	Lagrange Multiplier (lag)	1	19.472.829.162	0.0000000
	Robust LM (lag)	1	6.491.599.299	0.0000000
	Lagrange Multiplier (error)	1	86.501.269.727	0.0000000
	Robust LM (error)	1	73.520.039.865	0.0000000
	Lagrange Multiplier (SARMA)	2	92.992.869.026	0.0000000

Situación muy diferente de lo que ocurre con los residuos del modelo interpolador en los 5.080 datos de la almendra central. En la parte

inferior de la figura 37, se muestra el semivariograma de los residuos de la interpolación por kriging y en la parte superior de la figura, el semivariograma con los errores del modelo de precios hedónicos.



La dependencia en diferentes orientaciones y distancias del espacio, es modelada por el semivariograma experimental ajustado a una función gaussiana. De la observación de los parámetros del semivariograma dado en la parte superior de la figura 37, el rango o alcance de la dependencia espacial, se incrementa a medida que se toma en cuenta la autocorrelación espacial direccional (sentido norte-sur). Los rangos de autocorrelación indican que más allá de 2,8 kilómetros (major range), los componentes son aleatorios e independientes; el valor del nugget representan una alta proporción de la variación total (más del 67%), lo cual sugiere que posiblemente existe autocorrelación espacial en distancias menores a la distancia mínima de muestreo de 240 metros entre una y otra vivienda. El factor de anisotropía en el modelo de los errores es 2,03, con lo cual, no es posible considerar condiciones isotrópicas en la distribución de los errores. Mientras que en el

semivariograma de la parte inferior de la figura 37, correspondiente al interpolador kriging, muestra un IDE= 1, lo cual es indicativo de que los errores son totalmente independientes y aleatorios. La microvariabilidad no puede ser detectada en esta escala de muestro y es incorporado en el valor del ECM.

Los valores medios en los errores del modelo, no varían significativamente entre los siete distritos que componen la almendra central. Sin embargo, encubren mayores diferencias de medias en los valores a nivel de barrio o microterritorio, así como patrones de tendencia espacial y direccional. En la figura 37, se ha dibujado el semivariograma de acuerdo al menor y mayor rango de alcance de los errores del modelo de precios hedónicos. En la parte superior, el semivariograma indica la gran diferencia en los valores de la variable OLS (errores) de los barrios Bellas Vistas y Nueva España, separados a 2,7 kilómetros.

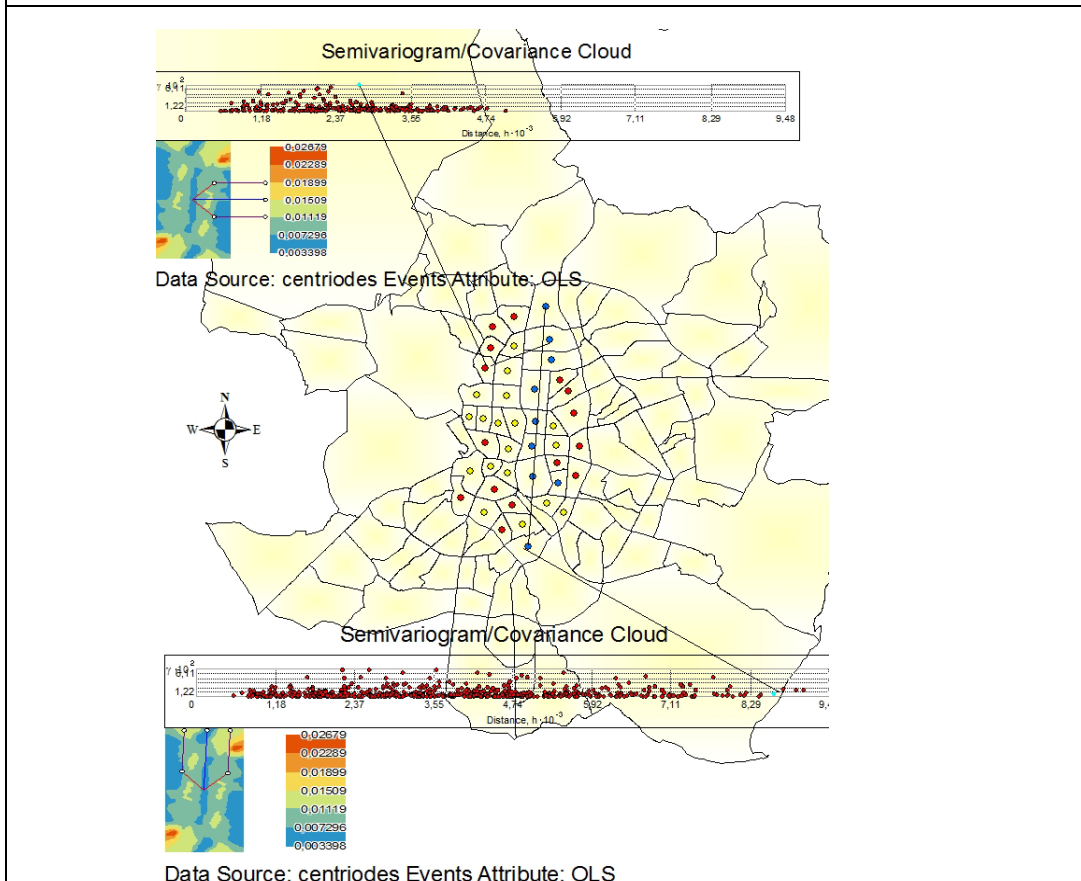
Estos dos barrios ubicados en orientación este-oeste, son un ejemplo de la presencia de anisotropía en los valores de la variable. El otro punto destacado en la gráfica, corresponde a los barrios de Castilla y Legazpi, separados a casi 10 kilómetros de distancia son reconocidos como puntos muy cercanos en las diferencias de sus valores (semivariograma inferior figura 38).

Los errores medios del modelo de precios hedónicos en estos barrios, son mayores a los errores medios de las interpolaciones (tabla 13).

Tabla 13. Diferencia de errores por barrios.

Barrio	Errores Kriging	Errores IDW	Errores Modelo precios hedonicos
Nueva España	-0,0426	-0,0974	0,0610
Bellas Vistas	-0,0034	0,0018	-0,1100
Castilla	0,0083	-0,0615	0,1350
Legazpi	0,0024	0,0102	0,1300

Figura 38. Semivariograma direccional errores medios por barrio del modelo. Almendra central. Madrid



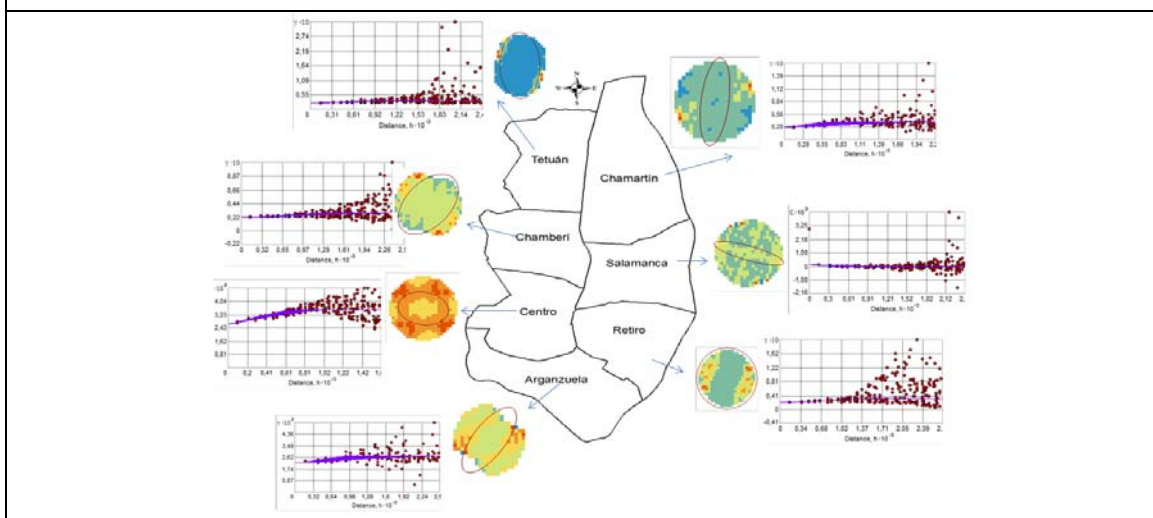
En un trabajo sobre valoración inmobiliaria, Guillen et al (2001), analizan la presencia de residuos en el modelo de precios hedónicos e indican que la persistencia de anisotropía en los residuos tienen su explicación en la influencia de externalidades provenientes de viviendas cercanas, en la omisión de variables que podrían explicar datos de la localización o entorno de la vivienda o por una inadecuada especificación del modelo. Los investigadores encuentran una relación entre la dependencia espacial detectada en los semivariogramas para submercados de viviendas ubicadas en el centro y el crecimiento de la ciudad. Este último hallazgo, invita a observar la presencia de la dependencia espacial por distritos.

5.3.5.6 Valoración de la dependencia espacial según la dirección

Ahora bien, estas diferencias en los valores direccionales indican la necesidad de incluir en el análisis una valoración de la dependencia espacial de los residuos del modelo de precios hedónicos para cada distrito, a fin de recoger las diferencias contenidas en los barrios. El desarrollo de modelos de precios hedónicos para la vivienda para cada distrito, permite valorar si estas diferencias direccionales y espaciales continúan persistiendo o se atenúan.

Ajustar un modelo hedónico para cada distrito, tiene implicancia en la determinación de los semivariogramas teóricos para cada una de las submuestras o barrios contenidos en cada distrito al tomar en cuenta las diferencias de los mismos. Si bien, la tendencia de la direccionalidad norte-sur en los errores de la modelación hedónica subyace en la modelación parcelada de las muestras, tal tendencia cambia de orientación en el sentido este-oeste para datos ubicados en dirección de los barrios Centro y Salamanca por ejemplo (Figura 39).

Figura 39. Semivariograma direccional errores del modelo por distritos. Almendra central. Madrid



Los semivariogramas direccionales por distrito que aparecen en la figura 39, se han obtenido siguiendo la validación cruzada, que se entregan en la tabla 14.

Tabla 14. Validación cruzada modelos de semivariograma

Medidas de valoración de errores en modelos semivariograma						
	Modelo	Mean	Root-Mean-Square	Average Standard Error	Mean Standardized	Root-Mean-Square Standardized
Centro	Anisotrópico	0,000	0,173	0,168	0,003	1,030
	Isotrópico	0,001	0,173	0,168	0,004	1,030
Arganzuela	Anisotrópico	0,001	0,151	0,151	0,010	1,000
	Isotrópico	0,002	0,150	0,152	0,011	0,990
Retiro	Anisotrópico	-0,004	0,157	0,153	-0,026	1,020
	Isotrópico	-0,004	0,157	0,153	-0,026	1,020
Salamanca	Anisotrópico	0,000	0,171	0,171	-0,002	1,000
	Isotrópico	-0,002	0,168	0,170	-0,009	0,990
Chamartin	Anisotrópico	-0,011	0,182	0,181	-0,060	1,000
	Isotrópico	-0,008	0,176	0,178	-0,044	0,980
Tetuán	Anisotrópico	-0,001	0,160	0,161	-0,005	1,000
	Isotrópico	-0,001	0,161	0,162	-0,005	0,990
Chamberí	Anisotrópico	-0,005	0,162	0,161	-0,031	1,010
	Isotrópico	-0,008	0,163	0,164	-0,046	0,990

Obsérvese que en general, los estadígrafos de error, tienen a favorecer a los semivariogramas obtenidos bajo condiciones anisotrópicas de la serie precio de la vivienda a nivel de distrito.

Las validaciones corresponden a los parámetros de semivariogramas esféricos, gaussianos, circulares y modelo efecto de hoyo (Hole Effect), obtenidos según diferentes modelos para cada distrito. Los valores para cada parámetro, cambian en el modelo según se considere o no la dirección de la dependencia espacial. A efecto de comparar tales parámetros según la dirección u orientación de la dependencia espacial, se ha privilegiado la aplicación de un mismo modelo en cada distrito.

Siguiendo los valores de la tabla 15, en los primeros seis distritos se infiere la presencia de una anisotropía geométrica ya que el mismo valor de la meseta que alcanzan los residuos del modelo de precios hedónicos por distrito, se obtiene para diferencias entre los rangos de alcance de la dependencia. Por otro lado, el factor de anisotropía menor a 2, en algunos de ellos; indica que el proceso se puede considerar isotrópico. En el distrito 7, la variable residuos del modelo, presenta anisotropía zonal al mostrar el mismo alcance, pero con diferencia en los valores de la meseta. El valor del IDE en el modelo de precio hedónicos obtenido en una valoración única del espacio, fue de 67% definiendo la presencia de una dependencia estructural moderada, mientras que los valores del ID en cada semivariograma obtenidos según cada modelo estimado por distritos; sugieren que los residuos del modelo presentan una alta dependencia espacial a microescala (IDE mayores al 75%). Esto es; el precio de la vivienda presenta alta dependencia espacial en valores inferiores a los considerados en la distancia definida.

Tabla 15. Parámetros de modelos de semivariograma

	Modelo		Nugget (Co)	Partial sill (C)	Meseta (Co+C)	Mayor Rango (Mtrs)	Menor rango (mtrs)	Varianza estructural C/(Co+C)	IDE Co/Co+C	Confiabil. modelo (%)	Factor de anisotropía	Dirección (grados)
distrito 1	Anisotrópico	Circular	0,02634	0,00922	0,03557	1107,3	758,18	0,2594	0,7406	77,81	1,46	279
	Isotrópico	Circular	0,02635	0,00913	0,03548	886,3		0,2573	0,7427	77,8		
distrito 2	Anisotrópico	Gaussian	0,02226	0,00522	0,02748	2536,16	1035,9	0,1900	0,8100	82,55	2,44	38
	Isotrópico	Gaussian	0,02248	0,00497	0,02745	1448,11		0,1811	0,8189	80,64		
distrito 3	Anisotrópico	Hole Effect	0,02147	0,00883	0,03030	2697,45	2697,5	0,2913	0,7087	80,6	1	0,6
		Hole Effect	0,02146	0,00884	0,03030	2697,45		0,2917	0,7083	80,6		
	Isotrópico											
distrito 4	Anisotrópico	Spherical	0,02832	0,00134	0,02966	2348,07	475,08	0,0452	0,9548	82,77	4,9	285,5
	Isotrópico	Spherical	0,0276	0,00206	0,02966	544,145		0,0694	0,9306	82,78		
distrito 5	Anisotrópico	Gaussian	0,02713	0,01156	0,03869	2212,46	698,82	0,2989	0,7011	72,35	3,16	7,4
	Isotrópico	Gaussian	0,02589	0,01168	0,03758	845,205		0,3109	0,6891	72,61		
distrito 6	Anisotrópico	Hole Effect	0,02446	0,00631	0,03077	2413,92	1469,7	0,2051	0,7949	81,01	1,64	358,8
		Hole Effect	0,02488	0,00578	0,03065	1813,53		0,1884	0,8116	81		
	Isotrópico											
distrito 7	Anisotrópico	Gaussian	0,02149	0,00828	0,02977	2578,24	1576,8	0,2781	0,7219	83,22	1,63	45,1
	Isotrópico	Gaussian	0,02237	0,00879	0,03116	2578,24		0,2822	0,7178	82,15		

El modelo de precios hedónicos por distritos, reduce la dependencia espacial estructural presente en el precio de la vivienda, sin embargo

aun persiste una tendencia direccional de la serie en algunos distritos, por cuanto el precio de la vivienda modelado bajo esta técnica; se considera como un fenómeno anisotrópico y la predicción de variables ha de tener en cuenta este hecho.

Si se retoma la ubicación espacial y direccional de las bocas y líneas de metro; se observa una pauta de relación directa y la dirección de anisotropía del modelo hedónico por distrito; sin embargo, más notoria es la pauta entre la geografía del espacio interpolado y la densidad poblacional del distrito. Es decir, la dependencia espacial de la variable, que no logran capturar las variables explicativas en el modelo de precios hedónicos, muestran una fuerte tendencia geográfica a la forma geográfica de desarrollo urbanístico. A diferencias de las variables de las ciencias de la tierra, campo natural de aplicación del análisis geoestadístico, las variables de corte económico tienen otros sistemas de transmisión de la dependencia de la variable que habría que investigar. Por último, aun cuando los residuos del modelo de precios hedónicos por distrito, siguen presentando síntomas de autocorrelación espacial, tanto en el proceso de interpolación espacial como en el modelo de precios hedónicos, el proceso se mejora al parcelar la muestra en unidades cada vez menores. El análisis estructural de la dependencia espacial, puede capturar de mejor forma las diferencias microterritoriales aun cuando los modelos de la macrozona con datos microterritoriales, son capaces de captar estas particularidades.

La pregunta es ¿que consecuencias tiene en el modelo de precios hedónicos, (a diferencia de las técnicas de interpolación) que los residuos de la regresión sigan presentando tendencias direccionales?. Aun no estamos en condiciones de responder esta pregunta, pero si nos queda claro que la interpolación espacial como técnica modela muy bien el error en las estimaciones.

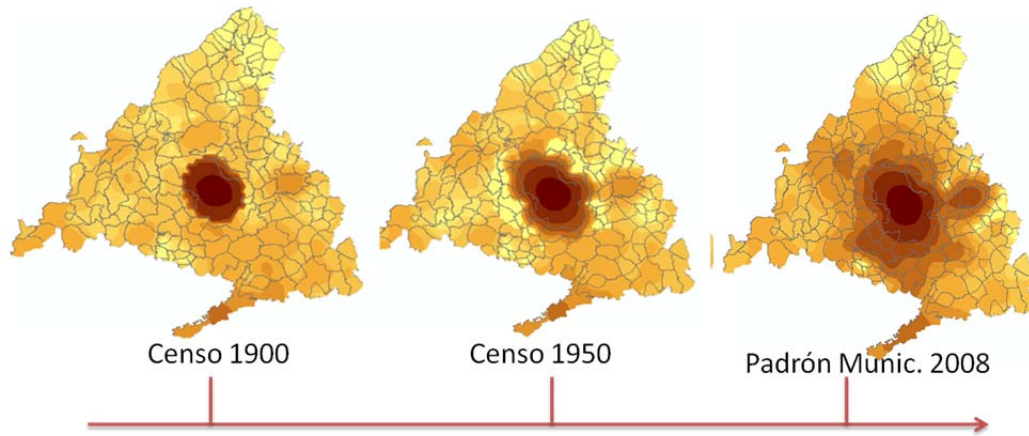
5.4 Observación del fenómeno urbano en la Comunidad de Madrid⁶⁷.

¿Responde Madrid a un modelo de ciudad monocéntrica o ciudad policéntrica? ¿Se observan pautas de concentración del fenómeno urbano contemporáneo en el espacio urbano de la Comunidad de Madrid? ¿Hay alguna relación entre la distribución territorial del precio de la vivienda, la localización de los bienes urbanos y la distribución demográfica en la ciudad de Madrid?

El estudio del fenómeno urbano y su desagregación microterritorial, encuentra en Madrid ciudad capital y los municipios de la Comunidad que la rodean, un buen exponente de observación. La forma territorial de la Comunidad de Madrid, que favorece tanto la conectividad con otras zonas urbanas del país como con su centro ubicado en la ciudad de Madrid; permite representar gráficamente lo ocurrido con el fenómeno contemporáneo. La figura 40 muestra un cambio en el patrón urbanizador. El primer gráfico de la izquierda en la figura, confirma la presencia de dos zonas diferenciadas en el modelo urbanizador pasado: Madrid capital y Madrid periferia, mientras que la grafica central de población del año 1950, corrobora lo expuesto en Ne-Lo (2004) en que la zona urbana de Madrid pasó por una fase del ciclo de vida urbano en que el centro se revitaliza y crece a expensas de las zonas urbanas circundantes. El crecimiento de la ciudad de Madrid, se expande en forma de gradiente desde la centralidad hacia las zonas limítrofes por todos los lugares donde ello es posible.

⁶⁷ Algunos de los mapas representados en este apartado, se han obtenido mediante la interpolación de la variable en cuestión. Su utilización como presentación cartográfica, obedece a que la interpolación facilita la representación de la tendencia de la variable a diferencia de la representación de datos discretos.

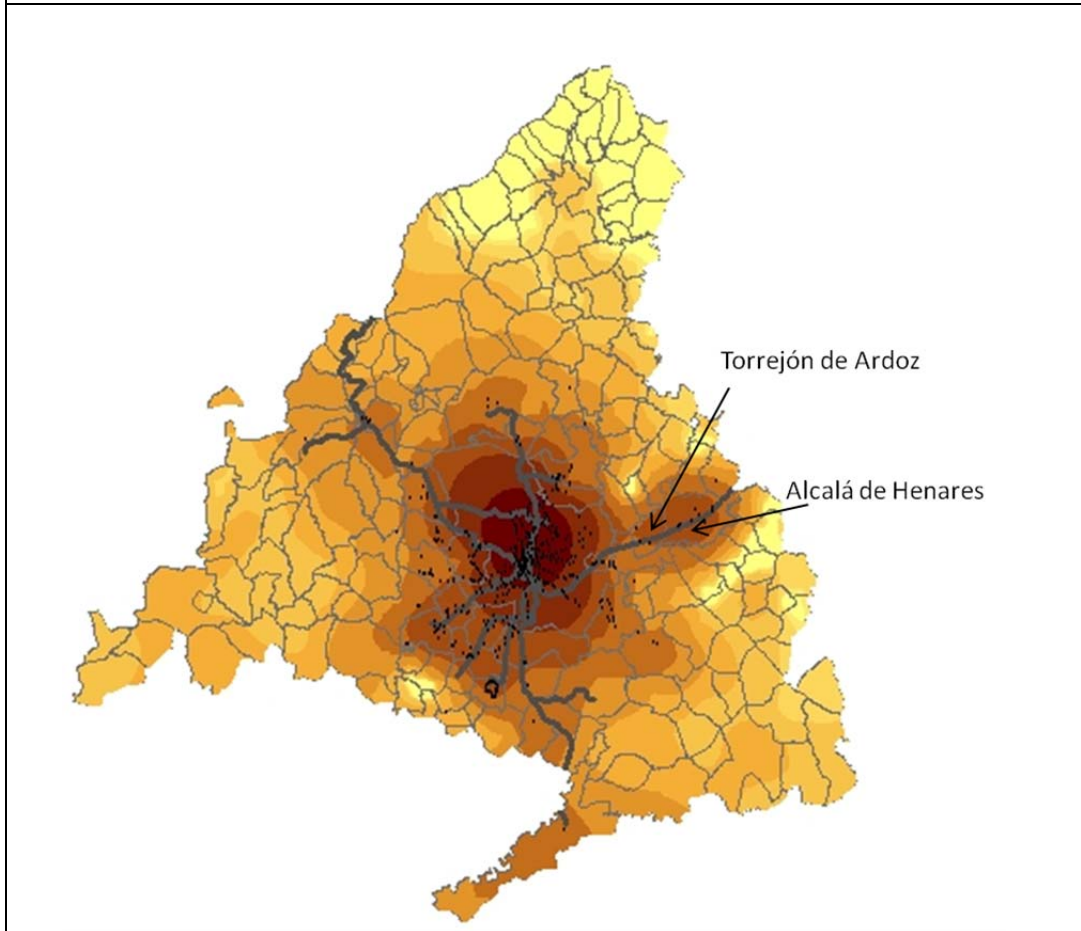
Figura 40. Monocentrismo y dispersión territorial. Comunidad de Madrid. Evolución.



Nota: los mapas de la figura se construyen utilizando las líneas tendenciales de datos sobre población total en los municipios de la Comunidad de Madrid, los cuales se obtienen mediante las funciones interpoladoras. Sobre cada mapa, se superponen los límites municipales. La paleta de color esta en directa relación con el valor de la variable. La tendencia no considera el sesgo producido en el tamaño del polígono de la ciudad de Madrid, puesto que se interpolan los datos de la serie y luego se superpone la cartografía de límites territoriales (el esquema se repite utilizando datos de población por barrio).

El mapa correspondiente al padrón 2008 de la figura anterior, se utiliza para realizar un acercamiento entre la tendencia de la variable poblacional y la ubicación de algunos bienes urbanos, como Centros Comerciales, las líneas de RENFE y las bocas de metro (Figura 41). La tendencia de la distribución poblacional del padrón municipal 2008, sigue un patrón de crecimiento en torno a las vías de conexión. Los círculos concéntricos que se extienden por todo el límite territorial de la ciudad central, algunos de los cuales evidencian formas de crecimiento simbiótico que da origen a la ocurrencia de pautas de dispersión y policentrismo.

Figura 41. Monocentrismo y dispersión territorial. Comunidad de Madrid. Pobl. 2008.



La imagen anterior no es diferente del crecimiento urbanizador del territorio en torno a las ramificaciones radiales de la gran ciudad visto en Méndez y Rodríguez, (2007) y Cardona, (2008) y que en palabras de Dematteis (1998), Madrid sería calificada como una imagen de ciudad dispersa o ciudad difusa en forma de red. Observe el caso particular de Torrejón de Ardoz y Alcalá de Henares. Dos municipios que comparten límites y cuyo crecimiento se extiende hacia la provincia de Guadalajara, mientras que en el extremo opuesto y también en línea con la conexión férrea, se desarrolla otro centro compuesto por los municipios de Leganés, Getafe, Alcorcón, Fuenlabrada y Móstoles, que muestran un crecimiento tendencial hacia la provincia de Toledo. Esta forma de expansión del crecimiento de Madrid le otorga una

responsabilidad política a la ciudad por cuanto tal crecimiento se externaliza o dispersa sobre los otros municipios y/o provincias y que en palabras de Royuela, et al, (2008); se traduciría en apuntar que *las actuaciones de los agentes locales en Madrid traspasan sus límites de gobernabilidad*. Mas bien, se corresponderían con la nueva estructura urbana que Dematties (1998) denomina metropolización extendida, donde la urbanización o la ciudad entran en una nueva fase de desconcentración concentrada.

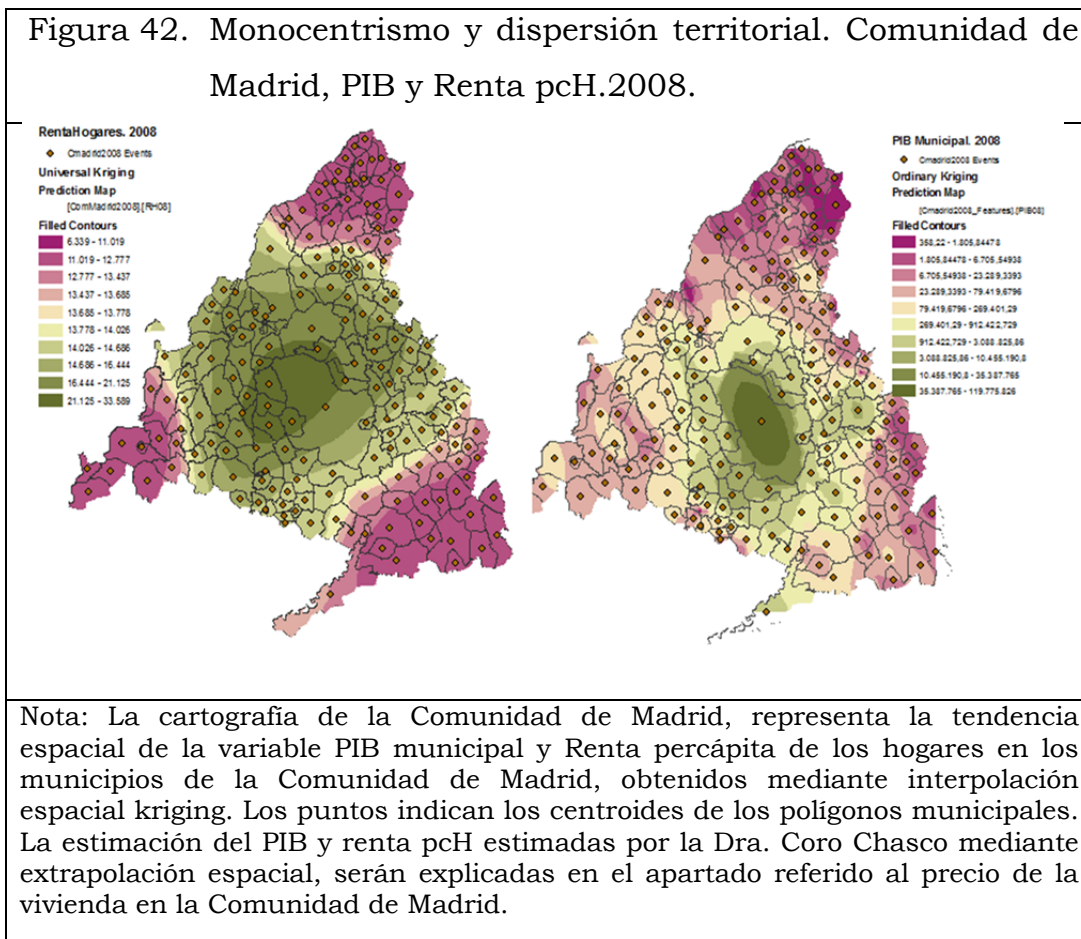
Utilizando otras variables de aproximación como el Producto interno bruto (PIB)⁶⁸ o la renta de las familias; las tendencias recogidas en las funciones interpoladoras parecen validar en carácter monocéntrico de la ciudad de Madrid en cuanto a la supremacía del Producto Interno Bruto generado en cada municipio (mapa de la derecha de la figura 42). Madrid concentra la generación de producción, mas no así la de rentas familiares que prefieren el extremo noroeste de la Comunidad (mapa de la izquierda de la figura 42). La variable renta per cápita de los hogares

⁶⁸ Los valores del PIB ha sido estimados por la Dra. Coro Chasco en el Instituto de Predicción Económica L. R. Klein. Su metodología corresponde a dos modelos provinciales en los que el PIB del sector primario y el PIB de los sectores secundario y terciario son explicados a partir de una serie de variables explicativas, disponibles también a nivel municipal en España, como la superficie total de las explotaciones agrarias, maquinaria agrícola, aprovechamiento de tierras labradas, unidades ganaderas, líneas de teléfonos fijos, líneas RDSI y ADSL, vehículos de motor e impuesto IAE de actividades empresariales y profesionales. Se recoge el fenómeno de heterogeneidad espacial a través de la especificación de varios sub-modelos del PIB para diversos grupos de municipios (considerando su pertenencia a determinadas Comunidades Autónomas y/o su carácter urbano o rural). Cada sub-modelo del PIB por habitante municipal es un ejercicio de predicción-extrapolación espacial que consiste en dos etapas. En la primera de ellas, se estima un modelo espacial del PIB, de ámbito provincial-agregado, en función de (todas o parte) las anteriores variables explicativas, previamente agrupadas mediante análisis factorial para evitar posibles problemas de multicolinealidad. La estimación de los sub-modelos espaciales se lleva a cabo por el método de máxima-verosimilitud, dada la existencia de autocorrelación espacial en los residuos de una regresión previa por mínimos cuadrados ordinarios. Una vez estimadas por el método máximo-verosímil las regresiones provinciales, suponiendo que las elasticidades provinciales son similares a las municipales, se aplican los coeficientes obtenidos en las regresiones provinciales a los valores de las variables explicativas correspondientes a cada regresión. El resultado es la obtención, para cada municipio, de los datos del PIB del sector primario y del PIB de los sectores secundario y terciario. La suma de ambos datos da lugar al PIB total municipal. Finalmente, se realiza un ajuste de los valores del PIB obtenidos para cada municipio, de modo que coincidan con el PIB provincial.

madrileños, indica una estructura urbana diferenciada en áreas territoriales noroeste-sureste o centro-periferia.

Por otro lado, la incipiente aparición de centros en la concentración poblacional, se corresponden con un crecimiento en el valor de la variable del PIB (Torrejón de Ardoz y Alcalá de Henares; Alcorcón y demás) y de la renta percápita de los hogares, por cuanto podríamos estar en presencia de un proceso evolutivo que según Meijers y Burger (2010), origina el paso de una ciudad monocéntrica a una estructura con más de un centro y no solo en términos de la simple concentración poblacional, sino que como lo aclara Gallo et al, (2010), hacia el desarrollo de núcleos con cierta jerarquía en el espacio urbano.

Figura 42. Monocentrismo y dispersión territorial. Comunidad de Madrid, PIB y Renta pCH.2008.

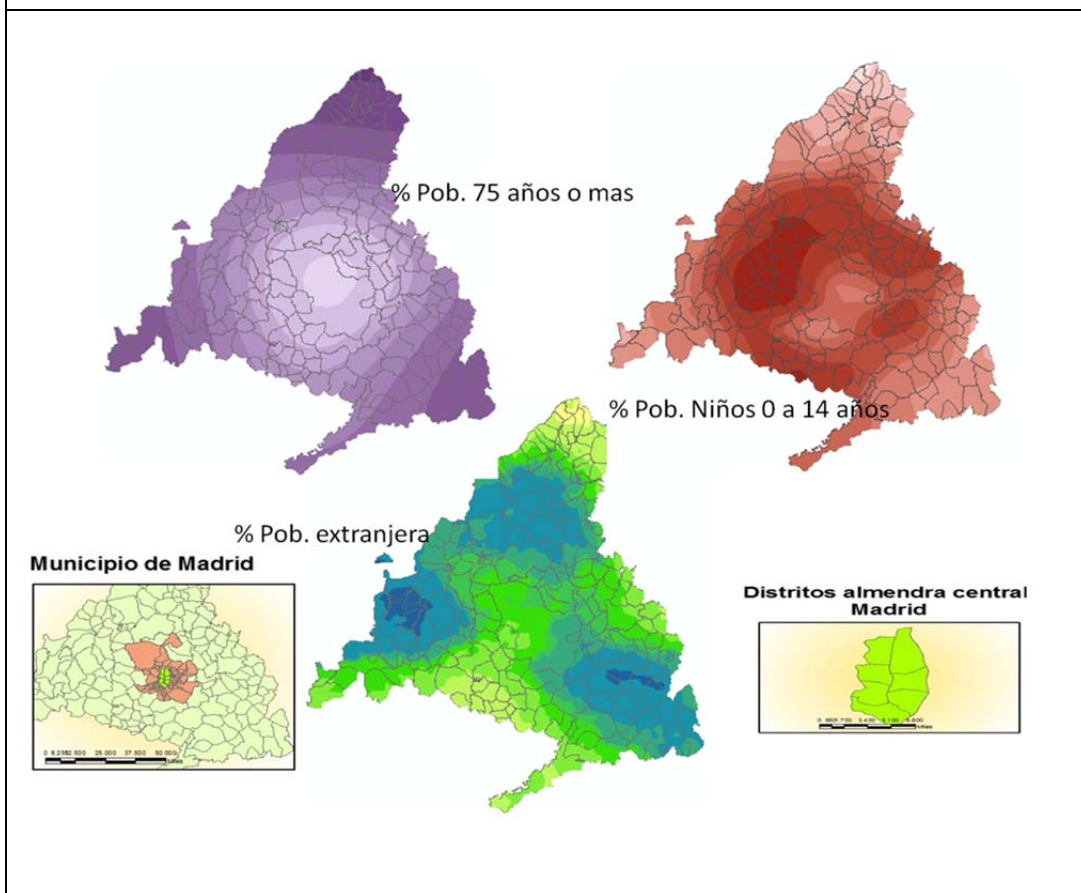


Nota: La cartografía de la Comunidad de Madrid, representa la tendencia espacial de la variable PIB municipal y Renta percápita de los hogares en los municipios de la Comunidad de Madrid, obtenidos mediante interpolación espacial kriging. Los puntos indican los centroides de los polígonos municipales. La estimación del PIB y renta pCH estimadas por la Dra. Coro Chasco mediante extrapolación espacial, serán explicadas en el apartado referido al precio de la vivienda en la Comunidad de Madrid.

La presencia de diferentes estructuras en el espacio urbano de la Comunidad, están presentes también en la “intra ciudad” de Madrid.

Las líneas tendenciales de la variable renta per cápita de los hogares (pcH) muestran un cambio en el eje de gravitación de la centralidad de Madrid capital que se origina por las preferencias de habitabilidad de determinados grupos sociales (figura 43). Los municipios de la periferia de la Comunidad, concentran los mayores porcentajes de población por sobre los 75 años, mientras que el municipio de Madrid, se caracteriza por lo contrario. Los municipios con mayores porcentajes de población de menos de 14 años, bordean el perímetro urbano de Madrid y se ubican preferentemente en zonas conectadas por las líneas férreas (véase figuras 41 y 43). Otra característica de la población madrileña, viene dada por los cluster territoriales de la población extranjera, quienes prefieren ubicarse en zonas alejadas del centro.

Figura 43. Distribución territorial de variables de población



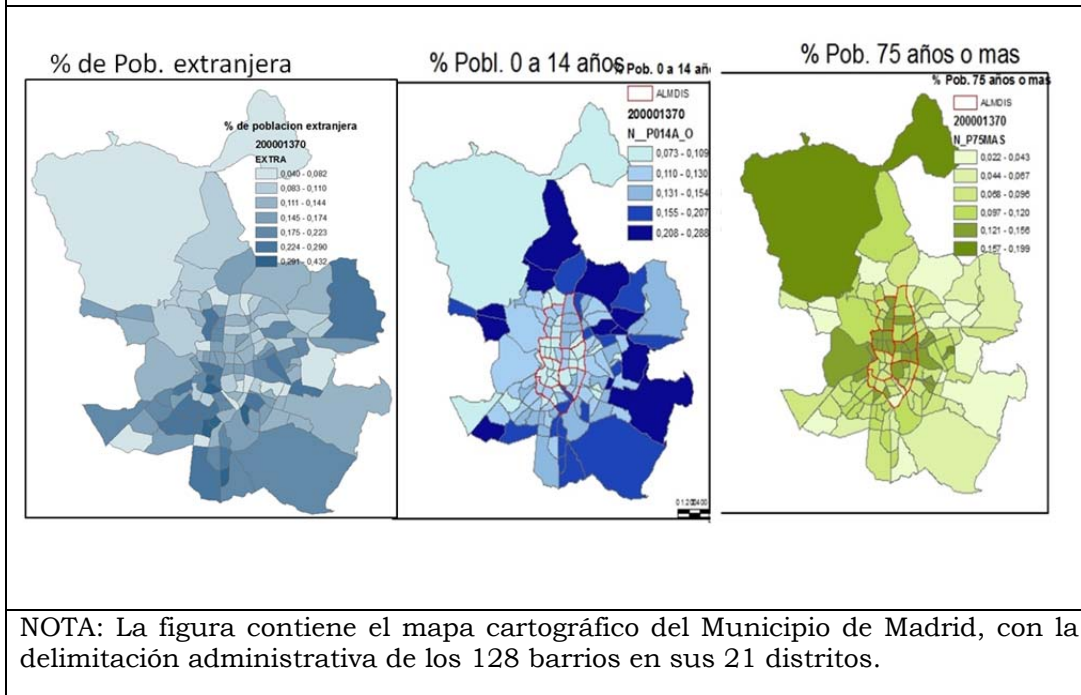
NOTA: Los mapas representan la distribución de la variable en valores porcentuales (respecto del total de la variable a nivel municipal). Los colores

indican que mientras más oscuro, más alto es el valor de la variable. A modo de orientación, se ha incluido la ubicación del municipio de Madrid y los distritos de la almendra central, dentro de la Comunidad de Madrid.

Los mapas anteriores respaldan la observación de Dujardin (2010), de que los individuos con características socioeconómicas similares tienden a ordenarse en determinadas zonas del espacio urbano, de la misma forma que la observación de De Mattos (2000): Las preferencias de habitabilidad de los hogares con niños, adultos mayores y población extranjera; muestra los efectos socio-territoriales de un espacio urbano polarizado y con una estratificación social con perfecta lectura territorial en la Comunidad de Madrid. A priori, el fenómeno observado en Madrid parece corresponderse con la teoría del filtro urbano y que en la observación de convergencias de Peeters (2008), le agregamos en esta tesis que añade una implicancia de tipo político para la ciudad de Madrid por cuanto el crecimiento económico de las zonas receptoras (noroeste de la comunidad), se distanciarán cada vez más de las zonas más atrasadas provocando la división del territorio local en dos espacios urbanos de difícil convivencia.

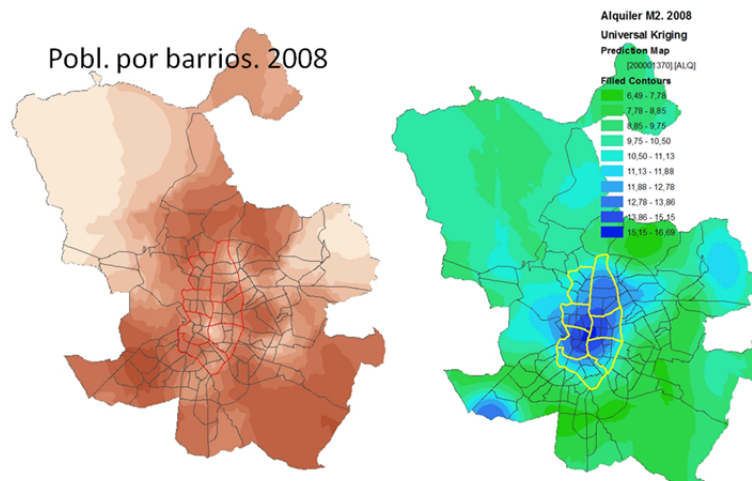
Las diferencias territoriales entre los 21 distritos que componen el municipio de Madrid, también muestran unas pautas similares (figura 44) en términos de la distribución de la población urbana extranjera, población menor de 14 años y la población mayor de 75 años sobre el espacio territorial.

Figura 44. Distribución territorial de variables de población en Madrid Capital. 2008.



La tendencia que se observa desde la centralidad hacia la zona urbana, parte desde el centro del centro. Esto es: el valor medio de la variable que representa al municipio de Madrid en los valores estimados del PIB, en la Renta municipal, en la distribución de la población urbana o aún más notorio como el valor de alquiler de la vivienda (figura 45); esconden unas diferencias internas que son más notorias a medida que se descende en el territorio con la recogida de indicadores.

Figura 45. Distribución territorial de la población y el precio del alquiler de la vivienda. Madrid. 2008



NOTA: la tendencia se obtiene de la interpolación de valores medios por barrios. La paleta de colores indica una relación directa con el valor de la variable. Mas oscuro, mayor valor y viceversa.

Conocer las tendencias microterritoriales, contribuye a entender según Tscharaktschiew (2010), los efectos económicos y espaciales en las ciudades y las diferencias entre las ciudades. Las diferencias en el tamaño del hogar promedio de una ciudad, afecta la participación en la fuerza laboral, a la demanda de viviendas, a los alquileres, los salarios, así como transporte urbano y los patrones de compra. La interpolación de datos reconoce las diferencias microterritoriales de la serie al modelar la variable sin considerar los límites territoriales representativos de esos valores medios. Aun cuando la agregación de variables “suaviza” el valor de la serie, la tendencia sigue presente en la serie.

6 Capítulo: CONCLUSIONES Y COMENTARIOS FINALES.

Esta investigación relacionada con la Geoestadística, desarrollada en el área de investigación regional y microterritorial del Instituto Universitario de Predicción Económica Lawrence R. Klein de la Universidad Autónoma de Madrid, ha girado en torno a estimar el precio de la vivienda en diferentes niveles de desagregación territorial mediante la interpolación geoestadística del Kriging y utilizar la tendencia espacial detectada por el análisis geoestadístico estructural como herramienta de aproximación al fenómeno urbano territorial en Madrid. Con ello se espera contribuir en la observación y recogida de indicadores urbanos de la ciudad en diferentes niveles de desagregación territorial y en particular en el nivel microterritorial. Por otro lado, esta tesis ha intentado probar la hipótesis de que *“La estructura urbana subyacente en los bienes urbanos y en particular en el precio de la vivienda es adecuadamente recogida por la técnica de interpolación espacial, de modo que la tendencia de la dependencia espacial se transforma en un buen indicador sobre la distribución del fenómeno social y económico dentro de la ciudad”*.

La ciencia de la Geoestadística nacida en el campo de fenómenos naturales, posee un conjunto de herramientas para la observación, análisis y predicción de datos ausentes en el microterritorio, que complementa y enriquece la modelización espacial que puede realizar la econometría. Sin embargo, es necesario tener en cuenta una serie de aspectos que se relacionan con la aplicación del método geoestadístico en variables socioeconómicas.

No todas las variables socioeconómicas son susceptibles de estimar por interpolación espacial, ni es tan directo el cambio en el soporte de datos en este campo de investigación. La distribución por áreas poligonales

característico de las variables socioeconómicas, esconde diferencias territoriales que pueden ser mejor observados siguiendo la condición de continuidad de los datos geoestadísticos. Lo anterior se transforma en una oportunidad para observar la tendencia de la serie, el efecto contagio y las externalidades de una variable con independencia de los límites administrativos de la unidad de observación. En este sentido, la técnica de interpolación espacial es una herramienta muy potente que puede contribuir a conocimiento territorial con la ciudad y al fenómeno intraurbano en particular. La predicción de datos ausentes según esta técnica, requiere disponer de una muestra de observaciones regionalizadas en una escala de agregación dada. La estimación de datos ausentes en un nivel de agregación diferente, dependerá de las características de la variable y del espacio territorial.

Tal como en los modelos ARIMA, la técnica de interpolación univariante realizada en el precio de la vivienda es una variable capaz de capturar información relacionada con el fenómeno urbano y cuya cualidad principal es que se reconoce como una variable regionalizada disponible en todos los niveles de observación del espacio, lo cual permite la observación del efecto en el cambio de escalas o soportes, característicos de la agregación de variables socioeconómicas. El caso de la ciudad de Madrid, representa un buen ejercicio pedagógico de aplicación de la técnica.

Algunas ideas y hallazgos específicos referidos a la investigación, se presentan a continuación siguiendo el contenido expuesto en cada uno de los capítulos anteriores.

6.1 Conclusiones relacionadas con la investigación teórica.

6.1.1 Aproximación al fenómeno urbano contemporáneo: capítulo 2.

- El creciente interés en valorar el fenómeno urbano contemporáneo se justifica por la importancia de la ciudad como lugar de habitabilidad del mayor porcentaje de la población en la historia de la humanidad.
- Neologismos como periurbanización, suburbanización o ciudad difusa entre otros, buscan poner nombre a una metropolización extendida de la gran ciudad hacia la periferia, cuyas pautas de crecimiento no pueden ser explicadas con los modelos anteriores.
- La aparición de estructuras urbanas monocéntricas o policéntricas, se justifican por los cambios en las preferencias de habitabilidad de los hogares; cambios en las estructuras familiares y unos cambios en la base económica de las ciudades.
- La observación de estos cambios en los distintos niveles de agregación espacial ha generado una serie de iniciativas que buscan obtener indicadores de contenido socioeconómico para identificar los atributos urbanos que condicionan el poder de atracción de un área geográfica como lugar de residencia y/o de trabajo. Una de estas iniciativas es el proyecto Urban Audit impulsado por la Comisión Europea y Eurostat, cuya finalidad es recopilar, estudiar y publicar indicadores comparables de contenido socioeconómico que permiten conocer y medir la calidad de vida en ciudades y zonas urbanas de Europa.
- Los indicadores del proyecto evalúan aspectos del fenómeno urbano relacionados con la caracterización de los hogares, la vivienda, el transporte, bienes urbanos disponibles, variables medioambientales y variables relacionadas con mercado laboral, entre otros. Una de las dificultades del proyecto es la ausencia de datos en los diferentes niveles territoriales del espacio urbano y en particular, del nivel desagregado de la ciudad, por cuanto resulta fundamental el uso de

técnicas que faciliten la desagregación y/o estimación de variables en diferentes escalas territoriales y/o el uso de indicadores de aproximación que permitan un acercamiento al estudio urbano.

- El precio de la vivienda envía señales sobre la ubicación espacial de las zonas que componen la ciudad, de determinados grupos de población, sus características demográficas y niveles de ingreso y es interpretado como una métrica que las familias están dispuestas a pagar por la valoración física de la vivienda, el vecindario del sector y de los equipamientos urbanos en su lugar de localización.
- Los bienes urbanos que se encuentran en el entorno inmediato de la vivienda generan una dependencia espacial a pequeña escala y explicarían la diferencia entre el valor de una vivienda y la media de su barrio.
- Factores relacionados con la ciudad, como la accesibilidad al centro de negocios, red de transporte y densidad residencial, generan una dependencia a gran escala, que se manifiesta en que la media de los valores de una vivienda por barrios no permanece constante, sino que va variando sobre el espacio de la ciudad.
- Desde el punto de vista social, el lugar de residencia o habitabilidad, compuesto por el vecindario y el entorno que le rodea; crea unas estructuras espaciales que cobran una conciencia de clase o segmentación de los estratos sociales, según la renta de los hogares mensurables en términos de valor económico de la vivienda.

6.1.2 Estimación espacial de lo urbano: capítulo 3.

- La cuantificación de variables relacionadas con el fenómeno urbano debe considerar que los datos espaciales poseen unas características relacionadas con su naturaleza georreferenciada, multidireccional y multidimensional.
- La característica georreferencial de los datos los vincula a unas coordenadas geográficas que definen su localización, mientras que

las relaciones de cercanía y las relaciones espacio-temporales son atribuidas a su carácter multidireccional y dimensional, respectivamente.

- La representación gráfica de las variables espaciales mediante figuras geométricas (punto, línea o polígono) puede adoptar la forma continua, propio de la Geoestadística o de forma discreta como lo hace la Econometría Espacial.
- En la cuantificación de las variables espaciales se debe considerar que las diferencias de escala pueden conducir a una falacia ecológica cuando se realizan suposiciones de relaciones espaciales entre niveles de agregación. Así como también, el efecto sobre algunos estadísticos básicos que se producen por la desagregación de datos en áreas de diferente tamaño.
- Los datos vinculados geográficamente pueden estar afectados por la dependencia espacial y por la heterogeneidad espacial. La dependencia espacial se produce cuando el valor de una variable en una unidad espacial mantiene una similitud o disimilitud, respecto al valor que asume la misma variable en las zonas vecinas, superior a lo que tendría lugar por casualidad. Mientras que la heterogeneidad se relaciona con las características propias de los datos espaciales.
- El carácter geográfico de los datos espaciales es considerado en las modelizaciones dentro del campo de la econometría espacial y la Geoestadística. La primera se corresponde con la economía regional y en consecuencia con la economía urbana, mientras que la aplicación natural de la Geoestadística, se relaciona con los eventos relacionados con fenómenos naturales. Ambas áreas del conocimiento tienen un punto de interés común: la valoración de la dependencia espacial de las variables vinculadas al territorio y la interpolación como técnica de predicción.
- La econometría espacial definida como aquella parte de la econometría que se ocupa del efecto causado por el espacio, cuenta

con un conjunto de métodos y técnicas que se abordan con modelos que contemplan la vinculación de las variables al territorio. Mientras que la Geoestadística, que mezcla conocimientos de geología, matemática y estadística, tiene en cuenta la correlación espacial en sus predicciones y propone modelos de predicción por interpolación espacial de variables regionalizadas y el variograma, como una herramienta para modelar la correlación espacial.

- La interpolación espacial presenta cerca de 30 algoritmos matemáticos, dependiendo de las características de los datos, el grado de precisión y el proceso de cálculo requerido. Entre las técnicas determinísticas más utilizadas se encuentran el *Inverse distance Weighted*, (IDW), triangulación, “esplines” y las funciones polinómicas, mientras que el Kriging lo es dentro de las técnicas estocásticas.
- La técnica de interpolación posibilita que, a partir del comportamiento de un soporte de los datos (puntual), se pueda inferir la regionalización que tendría en otro soporte de áreas como el municipio, los distritos de una ciudad o entre sus barrios, por ejemplo. Así como la posibilidad de obtener el precio medio o la estimación puntual en todo el espacio urbano, la estimación de valores ausentes y la valoración de la dependencia espacial a efectos de modelizar la tendencia de la serie en el espacio territorial urbano.

6.1.3 Método geoestadístico de interpolación espacial: capítulo 4.

- La aplicación del método geoestadístico contempla un análisis exploratorio, un análisis estructural de la dependencia espacial y la predicción por Kriging.
- El análisis exploratorio busca identificar valores atípicos, tendencias o esquemas de asociación espacial y examinar la autocorrelación espacial y variación direccional de los datos.

- El análisis estructural cobra vital importancia en la interpolación espacial, puesto que su precisión depende de la estimación y modelizado de la función que establece y cuantifica las características de la variabilidad espacial.
- La dependencia espacial se puede medir con herramientas de la econometría espacial como el estadístico I o el diagrama de dispersión de Moran, o con el variograma de la geoestadística.
- La información de la dependencia espacial entregada por el semivariograma, complementa el diagnóstico del indicador y análisis de dispersión de Moran al incorporar el sentido u orientación de la dependencia espacial, puesto que es posible detectar la autocorrelación con independencia de unas condiciones de contigüidad.
- El variograma, se divide en dos tipos: el variograma experimental o variograma de la muestra, y el variograma teórico o variograma de la función aleatoria. A partir de los datos muestrales se obtiene el variograma experimental, al cual se le ajusta un modelo de variograma teórico que cumpla ciertas condiciones de tipo matemático y, posteriormente; la elección del modelo teórico de variograma se analiza e interpreta mediante el uso de una validación del modelo.
- Los valores de los parámetros de la meseta parcial (C), nugget (Co), meseta (Co + C) y el rango, son utilizados para construir un indicador de dependencia espacial (IDE) como criterio de clasificación de la dependencia espacial y de la adecuación o no, de la predicción por interpolación espacial de la serie.
- El cálculo del semivariograma en distintas direcciones y ángulos de inclinación permite determinar la posible existencia de anisotropía en la superficie analizada o si la variable regionalizada posee direcciones preferenciales en cuanto a su continuidad espacial.

- Una de las formas de valorar el ajuste entre el semivariograma teórico y empírico es la validación cruzada, que consiste en eliminar un valor de la variable, calcular el semivariograma correspondiente y estimar el valor eliminado a partir de dicho semivariograma. Un buen ajuste espera que los valores estimados sean muy cercanos a los valores observados.
- El Kriging se utiliza como referencia a una familia de algoritmos de interpolación espacial que se fundamentan en la minimización del error cuadrático medio de predicción de un punto y al mejor promedio lineal móvil ponderado de un bloque. Permite realizar distintos tipos de estimaciones según sea el tipo de dato a interpolar, la forma del estimador o según sean las necesidades planteadas a la hora de estimar.
- Entre las derivaciones univariantes del Kriging, se encuentra el Kriging simple, Kriging ordinario y el Kriging universal en caso de no estacionariedad. Si se incorporan otras variables en la predicción, el modelo deriva hacia el Cokriging.
- La aplicación del Kriging y del método geoestadístico se relaciona con fenómenos naturales, mientras que en la economía su aplicación se relaciona principalmente con el precio de la vivienda.

6.2 Conclusiones relacionadas con la observación de la dependencia espacial.

- Los indicadores de dependencia espacial de la econometría espacial permiten afirmar la presencia de autocorrelación espacial entre el valor de una vivienda en un barrio del municipio de Madrid y el precio de otra vivienda en venta en sus barrios vecinos. Los precios medios de la vivienda en cada barrio y su correspondiente retardo espacial, se localizan básicamente en los cuadrantes 1 y 3, indicadores de asociación espacial positiva.

- El cambio de escala permite apreciar diferencias significativas en los parámetros del semivariograma y en la tipología de dependencia espacial. El semivariograma se muestra muy sensible al número de pares observados.

- La serie precio de la vivienda en venta (LPRICE) mantiene una tendencia global en el territorio en cuanto a tipo y dirección de la dependencia espacial en las diferentes escalas evaluadas y que se puede apreciar en caso de segmentar la muestra en particiones más pequeñas (almendra central o distritos). A medida que se desciende en el territorio, las diferencias contenidas en los valores globales pueden ser adecuadamente modelizadas. Si no se particiona la muestra en áreas pequeñas, igualmente una adecuada modelización de la dependencia espacial podrá captar las diferencias espaciales contenidas en los valores puntuales.

- La tendencia de la variable persiste a diferencia de lo que ocurre cuando se trabaja con valores agregados en el territorio. En este último caso, las agregaciones de precios medios no cambian en términos globales la orientación de la dependencia espacial, pero sí el tipo de dependencia que se recoge en los parámetros del modelo (medido por el IDE), según sea del tipo estructural o de la dependencia en la microescala.

- Al modelizar los datos en la menor agregación posible (precios puntuales por vivienda) se reduce la dependencia espacial estructural, permaneciendo principalmente aquella atribuible a la microescala. Mientras que las agregaciones a precios medios de la vivienda en barrios y/o distritos, delatan esta condición aumentando la dependencia de tipo estructural. En condiciones anisotrópicas de

dependencia estructural, el rango de alcance aumenta. En condiciones isotrópicas y de dependencia en la microestructura, el rango de alcance disminuye.

6.3 Conclusiones relacionadas con la observación del precio de la vivienda en las diferentes escalas territoriales.

- La tendencia de la serie varía por el espacio urbano en diferentes direcciones e intensidades con independencia de los límites administrativos de la ciudad (barrios). Entre barrios de un mismo distrito y dentro de un mismo barrio; la vivienda en venta tiene precios diferentes.
- Se observa un “contagio” en el precio de la vivienda, ya que aparecen datos clusterizados por sectores espaciales. Barrios donde la vivienda es más cara, tienen vecinos con similares características, según la orientación de estos “vecinos”.
- Los precios más altos que se observan en los barrios de la almendra central corroboran los argumentos de la teoría urbana sobre la centralidad de la centralidad en cuanto a precio de la vivienda.
- La observación de las líneas tendenciales del precio de la vivienda en los municipios de la Comunidad de Madrid, de la ciudad de Madrid y en el caso particular de los barrios de la Almendra central, mantienen el liderato del precio de la vivienda en la Comunidad.
- La dependencia estructural contenida en la variable es completamente recogida en la función interpoladora, por cuanto a efectos de predicción, el modelo interpolador muestra un alto grado de confiabilidad.

- El kriging logra reducir el ECM a costa de “suavizar” la tendencia media de la serie. Si la escala elegida esconde disparidades territoriales, el modelo univariante como modelo predictivo, puede disminuir el ECM si se segmenta la muestra en unidades homogéneas. Por otro lado, aún cuando ambas tienen un mismo valor del ECM, las características de los errores son diferentes
- El kriging y el IDW se comportan mejor en muestras homogéneamente distribuidas por el espacio. La técnica de interpolación univariante es más sensible a la distribución espacial de la muestra que el modelo de precios hedónicos.
- Los resultados obtenidos permiten asumir que la estructura subyacente en el precio de la vivienda es adecuadamente recogida por la técnica de interpolación espacial en datos microterritoriales, al modelizar la dependencia espacial según la dirección de la misma.
- En el modelo de precios hedónicos, la inclusión de otras variables ayudan en la estimación, mientras que en el modelo interpolador la técnica se muestra mucho sensible a la estructura de la dependencia espacial.
- Existe una relación directa entre la ubicación espacial y direccional de las estaciones y líneas de metro con la dirección anisotrópica del modelo hedónico por distrito.
- Aún cuando los residuos del modelo de precios hedónicos por distrito, siguen presentando síntomas de autocorrelación espacial, tanto en el proceso de interpolación espacial como en el modelo de precios hedónicos, el proceso se mejora al parcelar la muestra en unidades cada vez menores. Hay diferencias en los residuos en ambas técnicas de estimación.

- Parcelar la muestra tiene implicaciones en la disminución de los errores del modelo cuando hay variables explicativas que no dependen de la distribución espacial de la serie.
- Si se define un único valor para la venta de viviendas en Madrid, las diferencias capturadas por la técnica de interpolación “univariante” quedan encubiertas en ese único valor medio.
- Una alternativa de acercamiento al microterritorio de la ciudad de Madrid, es utilizar el cambio de soporte de datos en la función de interpolación mediante la estimación a través de los centriodes de barrios. Sin embargo, tal condición propia de la técnica de interpolación y de las variables regionalizadas en fenómenos naturales, no es inmediata en variables económicas.
- Como variable de apoyo, es posible utilizar la tendencia microterritorial del precio de la vivienda para obtener la desagregación de otras series socioeconómicas de la intraciudad.

6.4 Conclusiones relacionadas con el fenómeno urbano.

- La evolución espacio temporal de la población residente en la comunidad de Madrid desde los años 1900 al 2008, muestra la transición de un espacio urbano configurado por la primacía de la ciudad de Madrid sobre todos los municipios de la comunidad; al espacio urbano contemporáneo caracterizado por un crecimiento de la zona urbana mas allá de los límites de la gran ciudad y que se extiende de forma tentacular vial.

- La configuración territorial actual de la Comunidad de Madrid respecto del crecimiento poblacional, sigue el modelo de metropolización extendida propuesto por Dematties.
- Se observa un espacio urbano separado por niveles de ingreso en la Comunidad de Madrid que distingue entre hogares con ingresos más altos residentes en Madrid norte oeste y hogares con ingresos más bajos residentes en municipios ubicados en la zona sur este de Madrid.
- Los municipios que concentran el mayor porcentaje de población infantil se ubican en los límites de la ciudad de Madrid, ubicados en la zona noroeste de la Comunidad, seguidos por un núcleo de municipios del sureste de la comunidad. La tendencia de la serie muestra una expansión hacia las provincias vecinas de Toledo y Ávila.
- La tendencia de la serie porcentaje de población adulta mayor de 75 años tiene una perfecta lectura de gradiente desde la centralidad hacia los municipios de la periferia, sin mostrar un patrón diferenciado por zonas.
- En la configuración territorial actual de la Comunidad de Madrid se aprecia una relación directa entre crecimiento poblacional y la ubicación de algunos bienes urbanos, como centros comerciales, líneas de cercanías y estaciones de metro.
- La configuración actual de la Comunidad de Madrid tiene una perfecta lectura del carácter monocéntrico de la ciudad de Madrid respecto del PIB municipal, aún cuando se observa el desarrollo incipiente de dos centros (Getafe y Torrejón de Ardoz) en los extremos sur este y oeste de la Comunidad.

- Los municipios que tienen los más altos porcentajes de población extranjera residente muestran una clusterización en tres zonas bien diferenciadas: el extremo sur este de la Comunidad, conectados con el municipio de Madrid, y dos zonas ubicadas en el extremo noreste y noroeste.
- La variación de precios no se distribuye homogéneamente por el territorio, sino que muestra una expansión hacia los municipios de la zona noroeste de la capital, muy de la mano de la distribución de la variable renta per capita de los hogares.
- Tiene cabida un modelo de ciudad monocéntrica en Madrid, según los anillos concéntricos de Burgess, respecto de la variación del precio desde el centro hacia una periferia de zonas urbanas diferenciadas (periferia urbana sur-periferia urbana norte etc.).

1 DOCUMENTOS ANEXOS

1.1 ANEXO 1: SOBRE LA GEOESTADISTICA Y SU GÉNESIS

1.1.1 El nacimiento de la geoestadística

La génesis de la geoestadística está indisolublemente ligada a las minas de oro de Witwatersrand en el Sur de África y a dos investigadores en particular: el profesor sudafricano Daniel Krige y el profesor francés Georges Matheron, que parten de investigaciones previas sobre el problema de la predicción espacial óptima en los campos de la estadística, meteorología y geología, desarrolladas en el período pre-geoestadístico (a fines de los años 40) y en el que se utilizaba la media aritmética como técnica de estimación de las reservas mineras (Krige y Kleingeld, 2005). En 1947, Herbert Sichel propuso el uso de un estimador t de distribución log-normal y que permitió que en el año 1951, Henri De Wijs pudiera demostrar que la diferencia en el valor de los minerales dependía de la distancia que los separaba, originando así una idea de lo que sería más adelante el **variograma** (Agterberg, 2004; Krige, 2007). La investigación resultante condujo al análisis de estadísticos de frecuencias que incluían la correlación geográfica existente entre los valores de las observaciones. El concepto de **estructura espacial** entraba así en juego.

En 1951, **Daniel Krige** publica “*una aproximación estadística a algunos problemas básicos de valoración de las minas de Witwatersrand*”, obra en la que ofrece una explicación del carácter sesgado de las técnicas utilizadas hasta entonces (Krige 1951). Según Krige, los datos no siguen una distribución normal y la correlación existente entre el grado de mineral del bloque y el grado de mineral de la muestra, delata la

presencia de una estructura espacial que debe ser aprovechada para mejorar la predicción (Cressie, 1990). Krige recurre entonces, a la frecuencia de distribución de Sichel e introduce al análisis de regresión de las estimaciones de reservas; el uso de una **media móvil ponderada** basada en un área de influencia. Técnica que al año siguiente aplica, para determinar la estructura espacial en 91 pozos de perforación en los campos de oro del Estado libre de Orange, siendo ésta **la primera aplicación de lo que se conoce hoy como kriging** (Matheron y Kleingeld, 1987; Cressie, 1990; Krige y Kleingeld, 2005).

La contribución de Krige fue probada científicamente por el geólogo y matemático **George Matheron** en 1955, mientras trabajaba en la French Geological Survey en Algeria y en Francia (Cressie, 1990). Inspirado en las propuestas de Krige y De Wijs, Matheron traduce y republica las propuestas de Krige e incorpora una fundamentación teórica a los modelos de estimación, mediante la **Teoría de las variables regionalizadas** (Agterberg, 2004).

1.1.2 Formalización de la geoestadística

El término geoestadística (o estadística aplicada a la tierra) fue utilizado en 1962 y 1963 por Matheron en “Traité de Géostatistique Appliquée” en dos volúmenes respectivamente y en “Principios de la Geoestadística” (Matheron, 1963). El profesor argumenta en ellos, que las técnicas de la estadística clásica son insuficientes para explicar la correlación espacial e introduce dos conceptos trascendentales: las variables regionalizadas y el variograma. Con las primeras, Matheron propone expresar las características espaciales estructurales de una variable aleatoria en términos matemáticos, por la adición de un componente *estructural* en que los datos no son independientes de su ubicación geográfica y que

puede expresarse como un valor medio constante (tendencia), un componente *aleatorio espacialmente correlacionado*, en que los datos varían irregular e imprevisiblemente y, un *Ruido aleatorio* o error residual (Chica Olmo, J. 1995).

En cuanto al variograma, se trata de una herramienta que permite hacer frente a los métodos estadísticos convencionales en caso de correlación espacial y que corresponde a una función matemática que establece la relación entre la varianza entre cualquier par de valores $Z(x)$ y $Z(x+h)$ con el vector h conocido como “lag”, referido a la separación en distancia y dirección a la que se sitúan las parejas de valores considerados.

Para resolver el problema de la predicción, el profesor Matheron propone la *interpolación* a partir de un muestreo fragmentado utilizando una formulación matemática llamada “krigeage” dentro del círculo francés y que terminó siendo mundialmente conocido con el nombre de **kriging** en honor a Daniel Krige (Agterberg, 2004).

En 1965, la tesis doctoral de Matheron titulada “Teoría de las variables regionalizadas” formaliza las propuestas de estimación que utilizaban la correlación espacial en las reservas de las minas de oro de Witwatersrand, de los profesores Sichel, Krige y De Wijs; y cimienta con ello las bases teóricas de una disciplina que mezcla conocimientos de geología, matemática y estadística y que tiene en cuenta la correlación espacial en sus predicciones (Funes, 2004): la “Geoestadística⁶⁹”, conocida inicialmente como “geología matemática” (Martínez y Ramírez, 2005).

⁶⁹E. H. Timothy Whitten, Presidente de International Association for Mathematical Geology (Timothy, 1983) se refiere a Danie Krige, como el padre de la geología matemática, argumento por el que Krige fue galardonado con la medalla Christian Krumbein en 1982. Medalla propuesta a Matheron en el año siguiente, pero que rechazó argumentando que las personas no debían ser honradas de esta forma en vida (Agterberg, 2004)

Paralelamente a la propuesta de Matheron en Francia, el meteorólogo Lev Gandin en 1963 “...realizaba un trabajo extraordinariamente similar en la Unión Soviética. Su libro traducido al inglés en 1965 bajo el título *Objective analysis of meteorological fields*, es notable por sus desarrollos en el tratamiento de predicción y diseño espacial...” (Cressie, 1990, Pág. 245). Por tanto, Matheron como Gandin contribuyeron a exponer la predicción lineal óptima en términos de variogramas en un contexto espacial. Gandin denominó al variograma “función de estructura homogénea” y al kriging le llamó “interpolación óptima” (Cressie, 1990; Funes, 2004).

1.1.3 Desarrollo de la geoestadística

A partir de los trabajos de Sichel y Krige, se inicia una etapa denominada **Geoestadística lineal** (Matheron y Kleingeld, 1987) y que se centra en el estudio de las variables regionalizadas que satisfacen la hipótesis estacionaria de segundo orden o la hipótesis intrínseca. En 1968, Matheron funda el Centro de geoestadística y Morfología Matemática de la Escuela de Minas de París, en Fontainebleau; hecho que traería consigo el desarrollo de la geoestadística y su auge posterior en la década de los noventa⁷⁰. Centro por el que pasarían investigadores como André Journel, Jean Chiles, Pierre Delfiner, Marco Alfaro, Margaret Armstrong, Pierre Chauvet, Jacques Rivoirard, Cristian Lantuejoul, Chistian Lajaunie, Hans Wackernagel, Wynand Kleingeld, Philippe Formery, Richard Webster, Pierre Petitgas, HU Lin-Ying, Pierre Goovaerts, Mario Chica Olmo y Xavier Emery con investigaciones que evidenciaban una evolución de la Geoestadística.

⁷⁰ Según Porcu (2004), la Escuela de Minas de París es considerada un polo de referencia metodológica en esta disciplina, junto con la Universidad Estatal de Ohio (con Noel Cressie como representante).

El desarrollo del kriging para datos que requieren una transformación no lineal, da paso a la **geoestadística no lineal** con variantes como el kriging disyuntivo, kriging Log-normal y el kriging probabilístico. A comienzos de los 70, surge la **geoestadística No Estacionaria** con la propuesta del kriging Universal y el modelo de las funciones aleatorias intrínsecas de orden K. Con el paso del tiempo, el campo científico de la geoestadística se transforma en una piedra angular del análisis espacial de datos. La publicación del texto “Spatial Statistics” (Ripley 1981), que informa de los avances de la interpolación espacial en la geoestadística, junto a libros como “Applied Geostatistics” (Isaaks y Srivastava, 1989) y “Statistics for Spatial Data” (Cressie 1991), patentaban la importancia de la geoestadística más allá de los intereses de geólogos e ingenieros de minas (Goodchild y Haining, 2005).

Durante la década del 90, salieron a la luz textos de Geoestadística sobre variantes del kriging (Rivoirard, 1994) y textos con aplicaciones específicas en ciertas áreas del conocimiento como los usos del suelo y la evaluación de los recursos naturales, la hidrología, la geología y el petróleo o la epidemiología. Armstrong y Dowd (1994) recogen en su libro, los avances obtenidos hasta ese entonces sobre la propuesta de Matheron conocida como **Simulación Geoestadística**. Método que reproduce versiones de la realidad con igual comportamiento espacial que la información observada en las localizaciones muestreadas. Tal versión simulada, conserva los estadísticos básicos y características de continuidad espacial de la versión real (Cuador et al 2000). En 1993, el texto de Goodchild et al., relaciona a la geoestadística con investigaciones relativas a la información geográfica. Los autores proponen contar con un software integrado (como Variowin, Idrisi, Surfer, Arcgis Geostatistical Analyst) para manejar la información geográfica y de aplicabilidad para el estudio de variables espaciales, relación que permanece hasta el día de hoy.

El texto de Hans Wackernagel (1998) sentaba las bases de la **Geoestadística multivariante** que extiende los conceptos de la geoestadística univariante a más de una variable en el espacio o zona muestral, cuya extensión del kriging es conocida con el nombre de cokriging. El trabajo pionero de Dimitrakopoulos y Luo marca otro hito dando lugar a la **Geoestadística espacio-temporal** (Montero et al 2009a). A finales de la década del 90, la búsqueda de modelos que permitieran capturar el comportamiento espacial y temporal de forma simultánea, daba pie a distinguir entre una geoestadística convencional y una geoestadística espacio-temporal (véase tabla 1), hecho que marca un reto para la comunidad estadística en los últimos 10 años: el desarrollo de técnicas apropiadas para el análisis estadístico de datos espacio-temporales (Ugarte, 2008; Montero et al, 2009a). La geoestadística espacio-temporal dispone del texto “Modern Spatiotemporal Geostatistics” de George Christakos (2000). Por último la consideración de la distancia y la posición espacial del punto muestral da lugar a la aplicación de la **Geoestadística para datos funcionales** (Giraldo, 2007, Mateu et al 2008).

Tabla 1: Desarrollo y aplicación de la Geoestadística		
Tipo de datos	Número y características de los datos	Objetivo final
<ul style="list-style-type: none"> • Geoest. para datos espaciales • Geoest. para datos funcionales • Geoest. para datos espacio-temporales 	<ul style="list-style-type: none"> • Geoestadística Lineal • Geoestadística no lineal • Geoestadística multivariada • Geoestadística no estacionaria 	<ul style="list-style-type: none"> • Predicción por interpolación de Kriging • Simulación geoestadística

La nutrida biblioteca que esta ciencia ha acumulado en más de 40 años, responde a la necesidad de formación docente del estudio sistemático de la geoestadística en las universidades y centros de investigación. La formación profesional de geólogos, geógrafos,

ingenieros, estadísticos y recientemente economistas, tienen en la geoestadística, un punto de interés común, disciplina también presente en la oferta creciente de cursos de postgrado relacionados con la hidrogeología, planificación territorial, fotogeología, cartografía, tecnologías de información geográfica, ciencias del mar, estadística espacial e investigación operativa, ciencias ambientales, entre otras.

1.1.4 LA GEOESTADÍSTICA EN ESPAÑA

España no se ha mantenido ajena al desarrollo y evolución de la geoestadística y su aplicabilidad. En aulas andaluces de comienzos de los años 80, suceden aplicaciones de la predicción por kriging a problemas relacionados con la geología e hidrología y que a fines de esa década, se extiende a otras instituciones del centro y sur del país generando al día de hoy, centenares de publicaciones en diversas áreas o campos de aplicación. Dentro de este proceso evolutivo, un ordenamiento espacio-temporal lleva a la distinción de tres localizaciones espaciales: la Universidad de Granada, como centro precursor de la investigación geoestadística y que desde el año 1988 cuenta con el Laboratorio RSGIS dedicado a la aplicación de técnicas de cuantificación y análisis de información espacial (entre otras); la Universidad de Castilla la Mancha en la aplicación de la geoestadística en el campo de las ciencias sociales y la Universidad Jaume I de Castellón por su contribución a la geoestadística espacio-temporal⁷¹.

⁷¹ La extensión de los datos geoestadísticos espaciales al caso espacio-temporal es una línea de investigación que cobra cada vez más fuerza. El desarrollo de modelos de covarianzas espacio-temporales asociados a campos aleatorios estacionarios y no estacionarios abren un puente entre la geoestadística convencional y la geoestadística espacial o espacio-temporal.

1.1.4.1 Universidad de Granada, precursora de la aplicación Geoestadística en España

A comienzo de los 80`, la Universidad de Sevilla y Granada, fueron escenario de la utilización del método geoestadístico, siendo esta última; fecunda en el aporte y desarrollo de esta ciencia en el entorno español. En la primera; se exponía sobre la utilidad del variograma y del kriging en la predicción variables geoquímicas prospectadas en minas de Soria y Huelva (Polvorinos del Río, 1980), mientras que en Granada se desarrollaban programas que facilitaban el cálculo de variogramas aplicados al drenaje de minas en yacimientos de Teruel y Granada (Yague, 1980). Por esos años en estas aulas, Mario Chica Olmo se introduce en la base conceptual de la Geoestadística del Profesor George Matheron⁷². El Kriging era aplicado a la estimación de niveles piezométricos (Chica Olmo, M et al 1981) y en el I Simposio Agua celebrado en Granada exponía su uso en la estimación de la potencia de un acuífero junto al profesor Benavente y Fernández Rubio (Chica Olmo, M. et al, 1982). El profesor Benavente destacaba las bondades del variograma experimental como metodología para el estudio morfológico de las evoluciones piezométricas y la aplicación del kriging, como tratamiento previo de datos a incluir en un modelo matemático de simulación del flujo subterráneo (Benavente, 1983). En el año 1984, los profesores Chica Olmo, Fernández y Pulido exponen sobre la estimación geoestadística de variables hidrogeológicas. En el año 1986, la Universidad de Granada acoge el *II Simposio del agua*, ocasión en que Mario Chica Olmo presenta una estimación geoestadística del valor medio de un parámetro físico en un dominio aplicado a Hidrogeología y el uso del kriging de isoyetas. Al año siguiente, su tesis doctoral abordaba la geoestadística aplicada a la explotación de los recursos minerales. El año 1988 la universidad también acoge el *II Congreso*

⁷² Siendo su discípulo posteriormente en la Escuela de Minas de París obteniendo su primer doctorado en 1983 (Revista RSGIS, pag. 89).

Geológico de España, evento en que Chica Olmo junto a los profesores de la Universidad Politécnica de Cartagena Alejandrino Gallego⁷³, A. García y José Manteca intervienen con el uso del variograma y la aplicación de un modelo geoestadístico predictivo para un yacimiento (Chica Olmo, M. et al 1988). Mario expone sobre cuestiones metodológicas de la geoestadística en la planificación minera y realiza un análisis estructural en variables geológicas junto con A. Castro Gómez. A fines de los 80, se presentaba un programa de ordenador que permitía el cálculo y modelación de variogramas direccionales en el plano (Chica Olmo, M. y Pardo 1989a) así como el análisis de la influencia de los valores extraños en los variogramas y en la autocorrelación (Chica Olmo, M y Jiménez 1992a, Jiménez, 1993) y el análisis de la continuidad espacial en datos según la función variograma (Chica Olmo, M y Jiménez, 1992b). En la industria minera, el kriging era utilizado en la evaluación de yacimientos de uranio (Chica Olmo, M. et al 1992), en la estimación no lineal de reservas recuperables de un yacimiento de carbón (Chica y Delgado, 1992a), en el estudio de anomalías geoquímicas (Chica Olmo, M. y Jiménez, 1992c, Jiménez, 1993), el kriging en minas de uranio (Chica y Delgado, 1992b), en la exploración minera de oro (Chica Olmo, M. y Jiménez, 1995) y en la predicción de un yacimiento de uranio (Delgado, 1993). En el campo relacionado con la elaboración y predicción de imágenes, se aplicaba el kriging en el análisis de imágenes de teledetección (Abarca, 1997), en la modelización del ruido y señal de la imagen a través del variograma (Chica Olmo, M. y Abarca 1999), caracterización de la calidad del agua e hidrodinámica del estuario de los ríos mediante el cokrigeaje entre los datos experimentales de agua tomadas "in situ" y la adquisición de la imagen (Chica Olmo, M. et al 1999), uso del kriging ordinario en la obtención de un filtro de imagen de paso alto (Chica Olmo, M y Abarca 2001), el kriging ordinario y el kriging indicatriz en la elaboración de

⁷³ En 1984 estos profesores ya habían publicado sobre un ejemplo de aplicación Geoestadística bajo restricción geológica en la evaluación de lamina Brunita (Gallego et al 1984).

mapas de calidad de aguas subterráneas (Chica Olmo, M. y Luque, 2003), en el análisis de la variabilidad espacial en fuentes digitales (Chica Olmo, M. y Ruiz, 2004), en los mapas de distribución espacial de la calidad del agua (Chica Olmo, M. et al 2005) y la utilización del cokriging para la fusión de imágenes (Chica Olmo, M. et al 2006). La Simulación condicional se utilizaba en el estudio de la evolución de niveles piezométricos (Chica Olmo, M y Pardo 1989), en la simulación espectral de variables geológicas (Pardo, 1991), en la evaluación de variables de mayor y menor relevancia en la delimitación de objetivos de exploración de recursos minerales (Rigol, 2000) y en datos de inventario forestal y la creación de mapas temáticos (Chica Olmo, M. 2005). La geoestadística espacio-temporal, era abordada por Rosario Jiménez en Mateu y Morrel (2003, pag. 73). Una aplicación de la Geoestadística en la economía era abordada en 1988 (Chica Olmo, M y Chica Olmo, J. 1988), tema que Jorge Chica Olmo trata en su tesis doctoral (Chica Olmo, J. 1992), y quien posteriormente aplica la teoría de variables regionalizadas en el análisis del desempleo en la provincia de Granada (Chica Olmo, M. y Chica Olmo, J. 1989), en marketing para delimitar las áreas comerciales (Chica Olmo, J. y Luque, 1992), uso del kriging residual iterativo en la estimación del precio de la vivienda (Chica Olmo, J. 1995), uso del análisis espacial como criterio para dividir la ciudad en zonas homogéneas (Chica Olmo, J. et al 1999), evaluación de la autocorrelación espacial de la actividad comercial-industrial entre municipios (Vivo y Chica Olmo, J., 2004), uso el Cokriging para obtener mapas de precios de la vivienda (Chica Olmo, J. 2007), elaboración de un modelo Hedónico espacio-temporal que se fundamenta en un análisis variográfico de la autocorrelación espacio-temporal del precio de la vivienda y de las principales características que influyen sobre éste (Chica Olmo, J., et. al 2007).

1.1.4.2 Universidad Castilla La Mancha; aplicación de la Geoestadística predictiva en variables socioeconómicas

A fines de los 90, el profesor José María Montero orientaba sus investigaciones a la aplicación del Kriging en fenómenos no naturales y a quien se une posteriormente Beatriz Larraz Iribas, Gema Fernández Avilés y Matías Gamez Martínez. El análisis del comportamiento espacial de los precios (en “clase de viviendas equivalentes”) de la vivienda libre en Albacete mediante el variograma y la estimación de los precios por medio del kriging puntual y Kriging por bloques se puede ver en Gámez (1997). En el año 2002, el profesor Montero junto a Beatriz Larraz, hacen uso de técnicas econométricas y geoestadísticas para analizar la componente espacial de la tasa de paro provincial española para los ejercicios 2001 y 2002. El estadístico de autocorrelación espacial I de Moran y el scatterplot de Moran, lo utilizan para constatar la existencia de correlación espacial y el variograma para determinar la estructura espacial de la tasa de paro (Larraz y Montero, 2002). El precio de locales comerciales es utilizado mediante el cokriging para estimar el precio de bienes inmuebles en el casco histórico de la ciudad de Toledo (Larraz, 2004; Montero y Larraz, 2006) y el kriging en la representación cartográfica de la población (García y Cebrián, 2006). José María Montero, junto a José Manuel Pavia y Beatriz Larraz y (Pavia et al 2008) abordan el problema de la previsión de resultados de elecciones, mediante el uso del kriging (modelo espacial) y cokriging (en una versión del modelo espacio-temporal). Al comparar el resultado con las votaciones y con modelos de predicción de datos históricos, los autores concluyen que el uso de la información espacial mejora la precisión de la predicción. La utilización del Kriging y el manejo del software ISATIC en problemas de contaminación atmosférica y precio de la vivienda; son abordados en el libro dedicado a la fundamentación teórica de la Geoestadística lineal (Montero y Larraz, 2008). El reconocimiento de los métodos Geo-cuantitativos en la estimación del precio de la vivienda (Fernández y Larraz, 2008), la construcción de un índice de calidad ambiental para las grandes ciudades (montero et al 2008), del kriging como alternativa a la práctica

econométrica espacial (Fernández, 2009), el desarrollo de temas sobre la isotropía y la estacionariedad (Montero et al 2009), la geoestadística espacio-temporal (Montero et al 2009a) y las I Jornadas de Geoestadística en el Instituto de Estadística de Castilla-La Mancha, organizadas por el profesor Montero; son hechos que contribuyen a la difusión y aplicación de la Geoestadística en España.

1.1.4.3 Universidad Jaume I de Castellón; desarrollo de la Geoestadística espacio-temporal

Desde 1993, el profesor Jorge Mateu Mahiques, de la Universidad Jaume I Castellón, aborda temas relativos a estadística para datos espacio-temporales y la generación de funciones de covarianza o variogramas no separables. Su participación y dirección de grupos de investigación, junto a Emilio Porcu, Pablo Juan, Ignacio Morell, Rubén Rodríguez y Juan Luque entre otros, produce gran cantidad de modelizaciones de fenómenos que varían en el espacio, con aplicaciones en Economía, Medicina, Biología, problemas medioambientales, evaluación y caracterización de índices de riesgo de incendios forestales, Astronomía, Geología, Salud, Psicología, Neurofisiología y en el análisis estadístico de patrones espaciales⁷⁴. En el año 2001, el profesor Mateu organiza el primer encuentro español de modelación espacio-temporal. El análisis geoestadístico espacio-temporal de la variabilidad piezométrica se utilizó como alternativa a otros enfoques para la estimación (Luque, 2001), En el 2003, Mateu, J. y Morell, I. (eds.) publican el libro “geoestadística y modelos matemáticos en hidrogeología”. En el año 2004, Emilio Porcu expone sobre “geoestadística espacio-tiempo: Nuevas clases de covarianza, variograma y densidad espectral”. Sobre técnicas geoestadísticas espectrales y el análisis de la estacionariedad e independencia con una

⁷⁴ Se menciona algunas de la gran cantidad de publicaciones que dispone.

aplicación en la conductividad eléctrica del suelo la expone Juan (2005), mientras que las funciones de covarianza espacio temporales no separables son abordadas en Porcu et al (2006), la estimación no paramétrica de variogramas mediante el método de Kernel en Yu et al (2007), la propuesta de variograma y covarianza para la modelación de datos espacio-temporales en Porcu et al (2007a y 2007), el análisis geoestadístico mediante técnicas espectrales (Mateu et al 2007, Porcu et al 2008), una aplicación del kriging en datos funcionales como nueva variante de la Geoestadística (Mateu et al 2008) y sobre la densidad espectral de Arquímedes espacio-temporal para geoestadística no estacionaria en Porcu et al (2009). Juan y Mateu (2009) publican el libro “geoestadística Espacial. Técnicas Espectrales con Aplicaciones”. Los autores ponen énfasis en el desarrollo del espectro y de la teoría espectral, el análisis de la independencia espacial y el de la no estacionariedad. El texto contiene aplicaciones en variables componentes del suelo, de la conductividad eléctrica, salinidad, entre otras; de una región del mediterráneo español.

1.1.4.4 Otros aportes a la Geoestadística en el contexto español

El aporte a la difusión y aplicación de la Geoestadística en España viene también de otras universidades y centros de investigación. En 1984, Rafael Blázquez Martínez (hoy profesor de la UCLM), publicaba el texto “Geoestadística aplicada a la mecánica de suelos” con investigaciones relacionadas con métodos deterministas versus métodos probabilistas en geotecnia. En la Universidad de Barcelona, Malagrida (1984) utilizaba el kriging disyuntivo en la estimación de recursos en petrología. En la Universidad Politécnica de Cartagena, A. Gallego, J. Manteca⁷⁵ y A. Palomero (1984) utilizaban el kriging bajo restricción geológica en la estimación de minerales, mientras aparecían trabajos

⁷⁵ Tema que trata José Manteca en su tesis doctoral (1993)

sobre la evaluación de reservas en minas relacionados con el análisis geoestadístico (García et al 1986), aplicaciones geoestadísticas en ciencias del agua (Gómez, J. 1986), análisis de valores extraños en los variogramas y estudios de autocorrelación y tendencia (Catalán, 1987), desarrollo de modelos geológicos para la exploración y cálculo de reservas a largo y corto plazo de cobre (García et al 1988), aplicación de la Geoestadística para detectar relaciones estadísticas entre metales pesados y material orgánico de los suelos (Boluda, 1988, Acuña y Poch, 2001). En el año 1990, Víctor González Marroquín utilizaba kriging y en los Sistemas de Información Geográfica en su tesis doctoral para modelar yacimientos de carbón. El libro de “Geoestadística. Aplicaciones a la hidrología” de Samper y Carrera en el año 1990, se une al uso de histogramas de frecuencia espacial y de variogramas en datos de precipitación (Saa, 1990; Pascual et al, 2001), predicción de variables agrometeorológicas en la realización de cartografía automática de variables (Martínez C. et al 1993, Martínez y Faci, 1994). En la Universidad de A Coruña, el kriging es utilizado para estimar la abundancia y distribución de las poblaciones de los crustáceos en Freire⁷⁶ et al (1992), incluyendo otras especies marinas a fin de definir su organización espacial y obtener una cartografía (Freire et al 1993). En la Universidad de Vigo; se aplicaba el kriging en las reservas de carbón (Orche y Fernández 1996), en bloques de granito ornamental (Orche et al 1997) y Fernando García B. en el 2001 estimaba por kriging una capa explotable de pizarra. En la Universidad Pública de Navarra, se analiza la robustez en geoestadística multivariante (Palacios, 1999), en la universidad de Lleida se analizaba la distribución espacial de insectos mediante el variograma (Ribes et al 1998) y el kriging se utilizaba en el estudio de compactación de los suelos (Ribes, 1995; Avilla y Ribes, 2004).

⁷⁶ La introducción de las técnicas geoestadísticas a la biología marina se le reconocen a Freire (Rufino et al 2004).

Otros ejemplos de aplicaciones geoestadísticas son la estimación de la temperatura del aire con kriging con deriva externa (Hernández, 2000), estudio de movimiento sísmico (Lázaro, 2002); obtención de imágenes tomográficas en la delimitación de zonas de según su estructura de velocidad sísmica debajo de la cuenca del Mediterráneo (Badal et al 2002), el desarrollo de un software en el campo de la predicción espacio-temporal como herramienta de utilidad incluso para usuarios no expertos en los métodos kriging presentado por Fernández (2001) en la Universidad Santiago de Compostela, investigador que expone sobre modelos flexibles de variogramas anisotrópicos no separables en Fernández (2003), elaboración de mapas de densidad en plagas (Ramírez et al 2002, Moral 2003b), evaluación de las vías de propagación de contaminación en aguas subterráneas (Pulido et al, 2002), cartografía de las variables de temperatura y precipitación (Vicente y Saz, 2002; De Juan et al 2002), vigilancia de la gripe en una red centinela (Abellán et al, 2002), la Simulación geoestadística para caracterizar el sistema de fracturas en el plutón granodiorítico de Fontanosas (Escuder y Lorenzo, 2002) y el desarrollo de un MDE (Delgado y Soares, 2004). Una representación gráfica de las variables regionalizadas se puede ver en Moral (2003a), relación de la Geoestadística con las redes neuronales en Matías, J. (2003), el kriging en variables positivas (Mateu et al 2003), obtención de la distribución espacial del cangrejo *Liocarcinus* mediante el kriging universal en Rufino et al (2004), evaluación de recargas acuíferas en Alcalá (2005), utilización del kriging y la teledetección en la cartografía de la temperatura en Quereda et al (2005). Molina y Vergara (2005) del Instituto Canario de Ciencias Marinas; utilizan el kriging para generar mapas de predicción de granja marina y evaluar el impacto ambiental de jaulas flotantes; el profesor Antonio Moreno de la Universidad Autónoma de Madrid, publica un texto con un apartado dedicado a la aplicación del kriging mediante el software ArcGIS (Moreno, 2005). En la Universidad Santiago de Compostela, Wenceslao González y José M.

Matías (Universidad de Vigo) analizan las propiedades de kriging regularizado (KR), demostrando cómo el KR es un continuo de soluciones en función del parámetro de regularización y que incluye los casos del kriging simple, el kriging universal y como un caso intermedio el kriging bayesiano (González y Matías, 2006). Ramón Tolosana (2006) en la Universidad de Girona, estima la distribución de variables regionalizadas mediante la adaptación de la estructura euclidiana consistente con el kriging lineal y válido para los espacios no lineales, Rafael Zas (2006) muestra las conclusiones erróneas a las que se puede llegar con el análisis convencional de datos espacialmente autocorrelacionados, mientras que Antonio Gallardo (2006) revisa las principales técnicas geoestadísticas y su aplicación en la ecología. Rodríguez y Grau (2007) generan mapas de distribución de la concentración de zinc en suelos de la cuenca del Ebro mediante el kriging ordinario. Aitana Lertxundi (2007) utiliza el kriging por bloques para evaluar la relación entre incidencia/mortalidad por cáncer y los factores medioambientales. Portalés et al (2008) incorporan al kriging, las características geográficas y topográficas del territorio para el cálculo de precipitaciones medias. Ugarte (2008) explica los fundamentos de la extensión de los datos geoestadísticos espaciales al caso espacio-temporal y en Montero et al (2009) dan cuenta del uso del kriging como alternativa a la predicción econométrica de variables económicas ausentes a nivel microterritorial.

1.2 ANEXO 2: TEORÍA DE LAS VARIABLES REGIONALIZADAS: hipótesis.

El alcance de los objetivos propuestos por la Geoestadística cuando se dispone de una variable regionalizada $z(x)$ como realización de la variable aleatoria $Z(x)$, se obtiene al introducir unas hipótesis suplementarias relacionadas con la homogeneidad espacial de la función aleatoria, permitiendo de este modo, reducir el número de parámetros de los cuales depende la función de distribución de $Z(x)$ (Matheron, 1962; Moral, 2002).

Estas hipótesis son necesarias por cuanto los datos observados $Z(x)$ no son una muestra ordinaria de tamaño n sino una única realización de la variable en un sub-espacio s (localizaciones muestreadas o regionalización observada) del espacio geográfico D ; por tanto no existen réplicas de los mismos. El mecanismo que permite generar tales réplicas para realizar inferencias sobre el campo aleatorio, son la estacionariedad y la ergodicidad (Montero y Larraz, 2008).

La estacionariedad esta relacionada con la condición de repetibilidad garantizada mediante una estructura probabilística del campo aleatorio similar en diferentes partes de D (Instituto Geográfico Agustín Codazzi), lo cual ocurre cuando las coordenadas absolutas no muestran ninguna influencia sobre la ocurrencia de la variable. Mientras que la ergodicidad (aduciendo a la capacidad reiterativa del proceso) supone que un dominio s suficientemente grande como para que se pueda confundir la media de la regionalización, con la esperanza de la función aleatoria o promedio en el espacio (Montero y Larraz, 2008).

La estacionariedad permite combinar pares de x con diferentes coordenadas geográficas separadas a una misma distancia h . Si se incorpora el supuesto de que el valor de x no depende de la dirección de

la misma, entonces nos encontramos en un campo isotrópico⁷⁷. Físicamente este evento representa homogeneidad de la variable en el espacio (Usandivaras, 2006) y ocurre en consecuencia, un proceso estacionario e isotrópico a la vez (Verdoy, 2005). Por otro lado, puede ocurrir que un campo aleatorio sea estacionario pero no isotrópico, por tanto; no basta conocer la distancia h que hay entre dos puntos cualesquiera, $(x_i$ y $x_j)$ sino además, la orientación de la misma. En términos geométricos la estacionariedad y la isotropía son propiedades de invarianza: la estacionariedad es invarianza bajo traslación, mientras que la isotropía es invarianza bajo rotación (Instituto Geográfico Agustín).

Montero y Larraz (2008) indican que desde el punto de vista matemático-probabilístico, la estacionariedad está referida al comportamiento regular en el espacio de los momentos de la función aleatoria o de la misma función y que se presenta en diferentes grados según sea su nivel de homogeneidad espacial en:

- Función aleatoria estacionaria en sentido estricto
- Función aleatoria estacionaria de segundo orden
- Función aleatoria intrínsecamente estacionaria
- Función aleatoria no estacionaria (con deriva)

1.1.1 Función aleatoria estacionaria en sentido estricto:

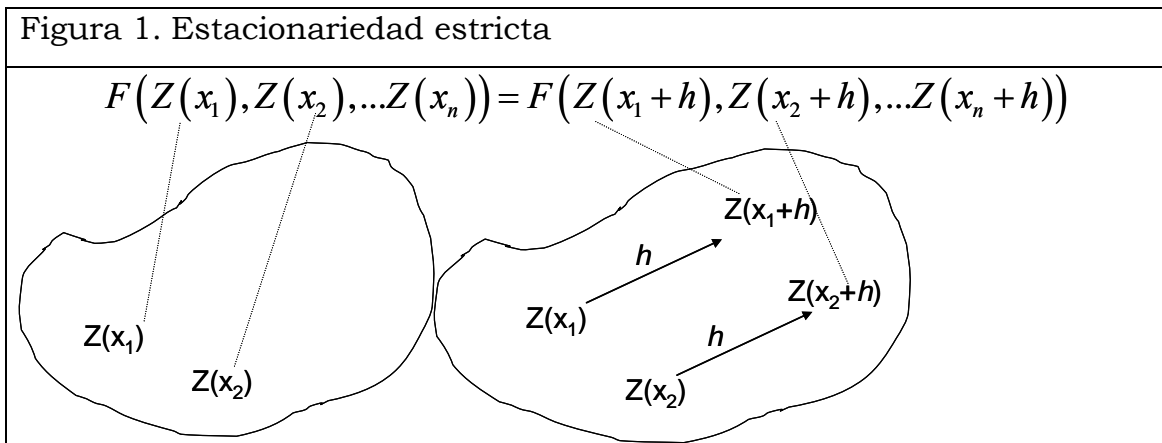
La variable regionalizada $z(x)$ es estacionaria (estacionariedad estricta o fuerte) si su función de distribución conjunta es invariante respecto a cualquier translación arbitraria del vector h , (Giraldo, 2000) es decir, si

⁷⁷ En un espacio isotrópico, la correlación entre los valores de x no depende de la dirección en la que ésta se calcula.

se cumple la siguiente igualdad (ec.1) en h:
 $\forall n \in \mathbb{N}, \forall x_1, \dots, x_n \in \mathbb{R}^d, \forall h \in \mathbb{R}^d, \forall Z \in \mathbb{R}$ tal que

$$F(Z(x_1), Z(x_2), \dots, Z(x_n)) = F(Z(x_1+h), Z(x_2+h), \dots, Z(x_n+h)) \quad \text{Ec. 1.}$$

Al disponer de una observación x , la hipótesis de estacionariedad de la variable, admite la repetición de $x+h$ en el espacio (figura 1), siendo estadísticamente iguales, salvo por una traslación h (distancia):



Fuente: Montero y Larraz, 2008

1.1.2 Función aleatoria estacionaria de segundo orden (o estacionariamente débil)

En sentido estricto, la estacionariedad requiere que todos los momentos (o parámetros sintéticos) permanezcan invariantes con la traslación h , pero esta condición puede relajarse en el sentido amplio al requerir sólo que los dos primeros momentos; la media y la covarianza, sean constantes, a lo que se denomina estacionariedad de segundo orden (Chica Olmo, 1994). Por lo tanto, una función aleatoria es estacionaria de segundo orden cuando:

Su valor esperado es finito y es constante en todo el espacio (Ec.2), es decir; el valor promedio de la variable no muestra tendencia definida en ninguna dirección (Giraldo, 2003).

$$E[Z(x)] = m \quad \text{Ec. 2.}$$

La función de covarianza (o su equivalente el variograma) depende de la distancia entre las dos medidas, h , pero no del punto x , es decir; para cualquier par de variables aleatorias $Z(x)$ y $Z(x+h)$, su covarianza existe y sólo depende del vector de separación h en magnitud y dirección (Chica Olmo, 1994):

$$C(h) = \text{cov}[Z(x+h), Z(x)] = E[\{Z(x) - m\}\{Z(x+h) - m\}] \quad \text{Ec. 3.}$$

Si $h=0$, la varianza queda

$$C(0) = E[Z(x) - m]^2 = \text{Var}[Z(x)], \forall x \quad \text{Ec. 4.}$$

La existencia de la covarianza implica que la varianza existe, es finita y no depende de h , es decir $\text{Var}[Z(x)] = C(0) = \sigma^2$. Por tanto, bajo la hipótesis de estacionariedad de segundo orden, todas las observaciones tienen la misma variabilidad, que es una forma de la propiedad de homocedasticidad⁷⁸ (Instituto Geográfico Agustín Codazzi).

El variograma entre dos valores sólo depende de su separación (Ec.5):

$$\gamma(h) = \frac{\text{Var}[Z(x) - Z(x+h)]}{2} = C(0) - C(h) \quad \text{Ec. 5.}$$

⁷⁸ La estacionariedad de segundo orden en estadística espacial es equivalente al de igualdad de varianza en estadística clásica

1.1.3 Función aleatoria intrínseca o estacionaria débil:

La falta de estacionariedad puede ocurrir debido a la existencia de valores anómalos en el espacio, a la existencia de una tendencia o a la existencia de dos o más poblaciones dentro del mismo espacio de muestreo. En caso que la variable aleatoria presente dispersión (C(0) no exista) y/o muestre tendencia o deriva (media no constante), la hipótesis de estacionariedad puede no cumplirse. En tal caso, se considera una hipótesis menos restrictiva que la anterior (Moral, 2002, Chica Olmo, 1994), llamada por Matheron como hipótesis intrínseca. Estas hipótesis asumen que los incrementos de la función son “débilmente” estacionarios, es decir; la media y la varianza de los incrementos, $Z(x+h)-Z(x)$, existen y son independientes del punto x (Giraldo, 2003):

$Z(x)$ tiene esperanza finita y constante para todo punto muestral en el espacio considerado, lo que implica que la esperanza de los incrementos es cero (ec. 6)

$$E[Z(x+h)-Z(x)] = 0 \quad \text{Ec. 6.}$$

Para cualquier vector h , la varianza del incremento está definida y es una función única de la distancia⁷⁹.

$$\text{Var}[Z(x+h)-Z(x)] = E[Z(x+h)-Z(x)]^2 = 2\gamma(h) \quad \text{Ec. 7.}$$

⁷⁹ Si se restringe la hipótesis de estacionariedad a escala local, es decir, hasta una distancia máxima, hablamos de casi-estacionariedad.

La función de variograma $2\gamma(h)$ es una herramienta básica para la interpretación estructural del fenómeno espacial, así como para la estimación en los puntos no muestrales (Instituto Geográfico Codazzi, Chica Olmo, 1994).

1.1.4 Función aleatoria no estacionaria:

Una función aleatoria será no estacionaria cuando la media de las variables aleatorias varíe según la localización de x (ec.8):

$$E[Z(x)] = m(x)$$

Ec. 8.

1.3 ANEXO 3: ANTECEDENTES DE LAS TÉCNICAS DE INTERPOLACIÓN ESPACIAL.

Existen varias técnicas de interpolación que se clasifican de acuerdo a alguna propiedad en particular (no excluyentes). Por ejemplo, según el grado de exactitud de la estimación, según el número de unidades muestrales considerados en el cálculo, según la modelización o no de la dependencia espacial. Todas estas técnicas comparten el concepto de vecindad espacial para realizar la predicción, es decir, el hecho de que el valor a predecir será estimado a partir de un grupo de valores conocidos que son los más cercanos a dicha ubicación. En el presente capítulo se expone brevemente las principales técnicas de interpolación espacial y se realiza una comparación entre ellas.

1.3.1 Sinopsis de las técnicas de interpolación espacial.

Goodchild (2007) menciona en su texto las siguientes técnicas de interpolación espacial: Inverso Ponderado por la Distancia (IDW), funciones de base radial y Spline, polinomio local, vecinos naturales, vecinos más cercanos, Shepard modificado, triangulación con interpolación lineal (TIN), triangulación con “spline”, interpolación rectangular o bilineal, regresión polinómica, curvatura mínima, promedio móvil, “topogrid/topo to raster”, kriging simple, kriging ordinario, kriging universal, kriging indicador, kriging probabilístico, kriging disyuntivo, kriging estratificado, co-kriging y kriging factorial.

La técnica de interpolación a utilizar dependerá de muchos factores. En la mayor parte de las investigaciones sobre el tema se utilizan diferentes técnicas y se comparan los resultados para determinar el ajuste a los datos. El conocimiento del mundo real de la variable a interpolar afectará inicialmente a la elección de la técnica de interpolación que se

desea usar. Así, por ejemplo, si los puntos muestrales presentan valores atípicos muy altos, la técnica IDW sobreestimaré el valor ausente, al ser ésta una técnica que se aconseja para unidades espaciales con valores similares entre sí. En estos casos, la técnica del "spline" es la que puede utilizarse en su lugar. Por otro lado, la distribución del conjunto de puntos muestrales puede también afectar a la elección del método de interpolación. Así, si los puntos de la muestra están pobremente distribuidos o son muy pocos, la interpolación se podría realizar mediante triangulación con interpolación lineal (TIN), por ejemplo.

Puesto que el número de técnicas de interpolación es bastante amplia, y cada una tiene una particularidad en su metodología de cálculo, en la presente investigación se hace una clasificación, síntesis y comparación de las más conocidas: el IDW, polinomio local y global, funciones de base radial, kriging y cokriging, siendo cuatro de estas técnicas utilizadas en el ejercicio de aplicación en el capítulo VI.

1.3.2 Clasificación de las técnicas de interpolación.

Las técnicas de interpolación se pueden clasificar de acuerdo a diversos criterios, ya sea según la escala geográfica, tipo de transformación o peso de los datos reales disponibles para realizar la estimación. También podrían agruparse según una clasificación aún más detallada como la del National Center for Geographic Information and Analysis (NCGIA), que es la que se presenta a continuación.

1.3.2.1 Tipo de elemento a interpolar.

Según el elemento a interpolar, las técnicas se distinguen en interpolaciones de puntos, líneas o áreas:

Puntos: se utiliza cuando los datos son recogidos en localizaciones puntuales como altitud, precipitación, temperatura.

Líneas: generalmente se trata de información altimétrica recogida en curvas de nivel, utilizadas por ejemplo, para desarrollar modelos digitales de elevaciones (MDE). En la figura 1 se ha construido un MDE con la variable renta bruta disponible municipal para la comunidad de Madrid. Mediante esta técnica se puede observar en 3 dimensiones que la renta aumenta desde hacia el noroeste metropolitano de la comunidad.

Figura 1. MDE de la renta bruta disponible de los hogares de los municipios de la Comunidad de Madrid.



Fuente: Elaboración propia.

Áreas: se suele utilizar para interpolar valores agrupados como son los obtenidos en distritos electorales, censos.

1.3.2.2 Técnicas exactas o aproximadas.

En función de si la función de interpolación pasa por el punto exacto de los puntos muestrales, los métodos también se pueden dividir en exactos y aproximados.

Se entiende por interpolador exacto aquél que asigna a la superficie de predicción un valor exactamente igual al valor observado (real) para todas las localizaciones de la muestra. Por el contrario, un interpolador inexacto sería aquél que alisa o filtra los datos muestrales, de modo que el valor de la superficie de predicción ya no es exactamente igual a los valores observados (reales). Estos últimos se utilizan cuando existe alguna incertidumbre acerca de la superficie a interpolar: aparecen tendencias que varían suavemente y a las que se superponen fluctuaciones locales que cambian rápidamente. Para disminuir el error se opta por generar una superficie suavizada.

Algunas de las técnicas exactas son el IDW, la función radial básica, mínima curvatura y kriging, aunque este último puede ser también una interpolación aproximada. Entre las técnicas aproximadas tenemos el polinomio global, el polinomio local y la técnica “thin-plate-splines”.

1.3.2.3 Interpoladores graduales y abruptos.

Un interpolador gradual suele generar una superficie en la que los cambios se dan poco a poco, de forma suave. La modulación de éstos depende del número de puntos muestrales tenidos en cuenta en cada interpolación. Ejemplo de ello es la técnica de curvatura mínima.

Los interpoladores abruptos incorporan barreras que pueden dar lugar a rápidos cambios de valor (aunque éstos sigan siendo continuos) o bien a cambios accidentados que rompen su continuidad de la superficie. Un ejemplo de ello es el método de triangulación con interpolación lineal (TIN).

1.3.2.4 Determinísticos y estocásticos.

Existen interpoladores estocásticos y determinísticos, según consideren o no la autocorrelación espacial.

Los métodos de interpolación pueden también diferenciarse por el mecanismo matemático de ponderación que utilizan. De este modo, los métodos de interpolación determinista son los que realizan predicciones espaciales mediante fórmulas matemáticas que otorgan mayor peso a los valores cercanos conocidos (reales). Estos métodos suelen realizar suposiciones generales (habitualmente no contrastadas) sobre el carácter general de la superficie a interpolar. Por su parte, el grupo de interpoladores estocásticos, otorga un peso o ponderación diferente a los valores muestrales según la distancia a la que se encuentren de los valores a estimar, teniendo en cuenta además, el efecto de autocorrelación espacial existente en la superficie a interpolar (Moreno, 2005).

Los interpoladores estocásticos incorporan la teoría de la probabilidad, de modo que la superficie generada es considerada tan sólo una de las posibles a obtener a partir de los mismos datos. La familia de los kriging es considerada en esta categoría. Por otro lado, entre las técnicas de interpolación espacial deterministas están el IDW, funciones radiales de la base y "spline", polinomio local, vecinos naturales, vecinos mas cercanos y Shepard modificado.

1.3.2.5 Técnicas de interpolación directa y analítica.

Bosque (1992) y Burrough y McDonnell (1998) incluyen esta categoría, que está relacionada con la diferenciación entre métodos estocásticos y determinísticos:

- Los métodos directos (deterministas) realizan una suposición general, generalmente sin contrastar, acerca del carácter de la

superficie a interpolar. A partir de ella se elige la función de interpolación.

- Los métodos analíticos (estocásticos) son más complejos pues realizan previamente un análisis exploratorio de los datos muestrales, con objeto de conocer el carácter de la autocorrelación espacial de la variable a interpolar. Este conocimiento permite el diseño de una función de interpolación que tenga en cuenta el grado y tipo de autocorrelación existente.

1.3.2.6 Locales o globales.

Dependiendo de si se tienen en cuenta una parte o todos los datos muestrales en cada interpolación, los métodos se clasifican, en globales y locales.

Los interpoladores globales son los que utilizan todos los datos disponibles para proporcionar predicciones espaciales, mientras que los interpoladores locales operan dentro de una zona pequeña, con algunos puntos muestrales situados alrededor de los puntos que van a ser interpolados. De este modo, se asegura que las estimaciones están hechas sólo con aquellos datos correspondientes a las localizaciones vecinas, logrando un mejor ajuste. En los primeros, una vez calculada la función de interpolación basta con elegir las localizaciones para hallar el valor desconocido, mientras que en la mayor parte de los segundos es necesario elegir previamente una vecindad de interpolación.

Los interpoladores globales determinan una sola función que se aplica a todo el área de interés, de modo que una modificación en alguno de los puntos muestrales influye en los resultados obtenidos para toda la

zona. Tienden a generar superficies más suavizadas, sin cambios abruptos.

Los interpoladores locales aplican un mismo algoritmo a un subconjunto de datos muestrales, de modo que un cambio en un dato muestral tan sólo afectaría a una pequeña zona. Cuanto mayor sea el número de datos considerados en la interpolación local menor serán las diferencias entre los métodos globales y locales.

1.3.3 Definición de algunas técnicas de interpolación.

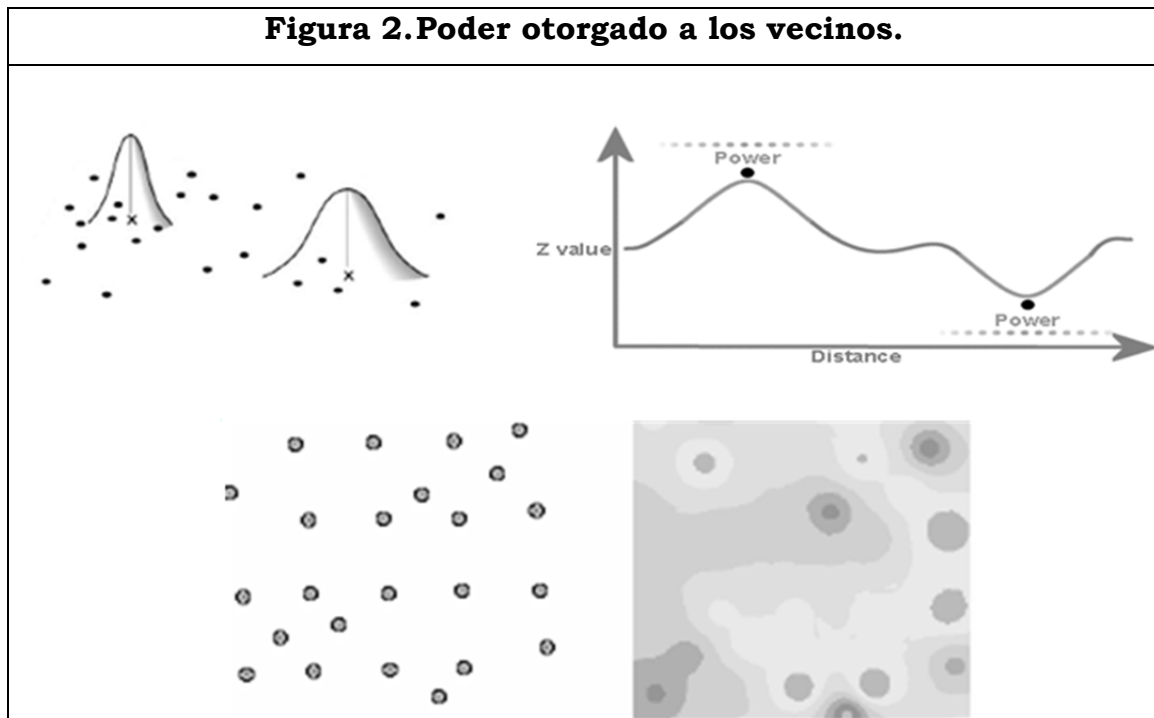
A continuación, se ofrece una referencia orientativa sobre seis técnicas de interpolación: el IDW, Polinomio global, Polinomio local, Funciones de base radial, Kriging y Cokriging.

1.3.3.1 Distancia Inversa Ponderada (IDW).

El método IDW se basa en un concepto literal de autocorrelación espacial. Para predecir un valor inexistente en una localización, el modelo IDW usa los valores de las localizaciones que rodean a dicho valor. Esos valores medidos cerca de la ubicación sujeta a predicción, tienen mayor influencia en el valor de la predicción que aquellos que sitúan a mayor distancia (de ahí el nombre “inverse distance weighted”). Esta técnica se caracteriza por ser práctica y fácil de comprender. El IDW puede ser un buen aliado para realizar una primera estimación de una superficie, pero tiene la desventaja de crear “ojos de buey” o círculos concéntricos alrededor de los datos muestreados que son más notorios mientras mayor importancia se le otorgue a los puntos más cercanos al valor a interpolar.

En la figura 2 se muestra una superficie interpolada mediante IDW. La figura en forma de campana es una vista frontal de la superficie

interpolada vista a la derecha. La campana más pronunciada muestra una mayor importancia de los puntos más cercanos en la interpolación del valor no muestral, que representada como un función de interpolación (imagen inferior de la figura) mostrará que un peso mayor crea depresiones y cimas en la superficie llamadas ojos de buey.



Fuente: ESRI 2007.

Por último, el método IDW no realiza suposiciones sobre los datos ni evalúa el error de predicción.

1.3.3.2 Polinomio global.

La interpolación polinómica global realiza una regresión de polinomio o no lineal a las *coordenadas X, Y* de todos los puntos muestrales. Para datos de elevación de una superficie, un polinomio de primer orden ajustaría una superficie lisa o recta de los datos. Los puntos de elevación se visualizarían en un plano horizontal como en una hoja de papel, sin cambios o puntos de inflexión dado por los valores de las variables en los puntos muestrales. Los valores de la elevación

incluirían pequeñas porciones de declive y alturas sobre la tendencia general considerada. Así, la superficie plana de un polinomio global alisará hacia fuera los pequeños saltos, ya que trabaja con una superficie rígida y, por tanto, no pasará exactamente a través de los puntos muestrales. Esto hace que el polinomio global no sea un interpolador exacto, ya que suaviza los detalles. El polinomio global es rápido en su forma de cálculo, gradual y no modeliza la dependencia espacial. El polinomio global no evalúa el error de predicción y no realiza suposiciones sobre los datos.

1.3.3.3 Polinomio local.

La interpolación polinómica aplica un algoritmo matemático de manera repetitiva a un número reducido de vecinos, de manera que un cambio en el número de puntos considerados, afectará la vecindad (Moreno, 2005). La fórmula de cada vecindad está dada por polinomios buscando que el valor usado para cada predicción se ajuste al centro de cada vecindad (punto a interpolar escogido) y que el orden de potencia del polinomio se presente de menor a mayor hasta que se ajuste. Como el interpolador considera cada localización bajo los parámetros especificados pero alternadamente, las vecindades se superponen. Al final, todas las vecindades tendrán una ecuación con la misma potencia, y estas diferentes fórmulas son las que permiten formar la superficie que presenta el resultado.

1.3.3.4 Funciones de base radiales (RBF).

Las funciones de base radiales es una técnica de interpolación que usa una curva matemática para suavizar la representación de la variación espacial, tanto en una línea como en una superficie. Dado que la superficie pasa a través de cada punto muestral, la función de base

radial es un interpolador exacto. Su cálculo es moderadamente rápido y no modelizan el error ni la dependencia espacial.

1.3.3.5 Kriging.

El kriging o krigeado es una técnica de interpolación para la predicción diferente de las presentadas hasta el momento. En el Kriging un valor predicho depende de dos factores: una tendencia y un elemento adicional de la variabilidad. Por ejemplo, si vamos del océano a la parte superior de una montaña, tendremos una tendencia ascendente en elevación. Sin embargo, para esta subida, el camino puede ser diferente y presentar más o menos variabilidad.

Como el IDW, el kriging es una técnica de media ponderada, excepto que la fórmula matemática en kriging es más sofisticada. El kriging mide distancias entre todos los posibles pares de puntos muestrales y usa esta información para modelizar la autocorrelación espacial de la superficie que se está interpolando. Dicho de otro modo, el kriging analiza todos los datos de los puntos muestrales para encontrar la estructura de autocorrelación que tienen e incorporar esa información en la estimación.

En el kriging, la parte tendencial de una predicción se llama tendencia y la parte fluctuante se llama autocorrelación espacial o “error al azar”. El término “error” aquí no tiene el mismo significado que el error en el contexto de la regresión, sino que se refiere a la fluctuación de la tendencia. El término “azar” significa que la fluctuación (error) de la tendencia no se conoce.

El kriging es un interpolador estocástico moderadamente rápido. Puede ser exacto, si los datos no tienen ningún error de medida, o gradual, en caso de existir errores de medida. El kriging es muy flexible, permite la

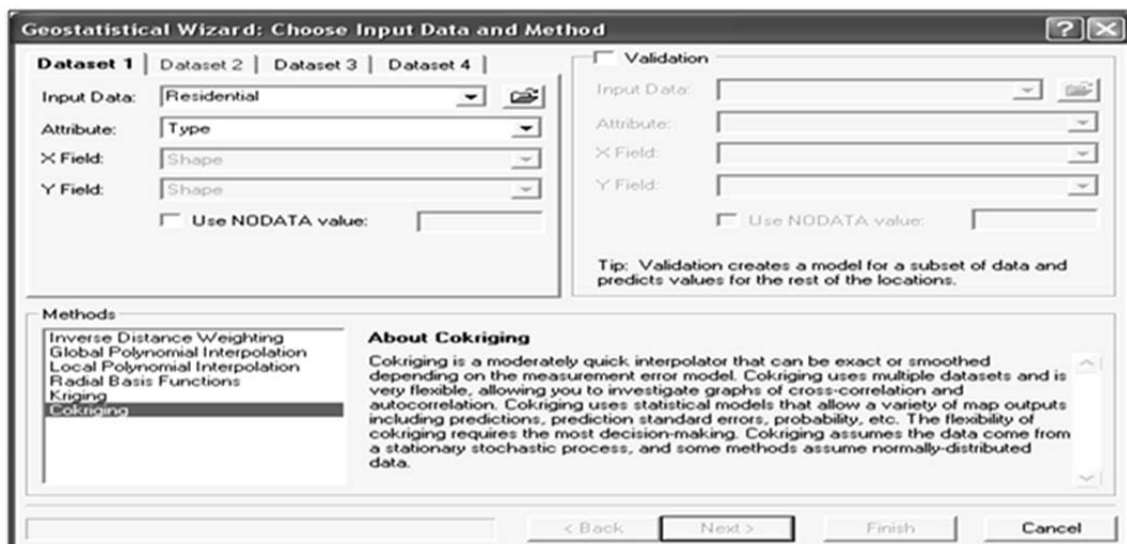
investigación de la autocorrelación espacial en los datos pero exige establecer muchas hipótesis de partida en lo que se refiere a sus parámetros.

1.3.3.6 Cokriging.

El cokriging es el nombre que se le da al kriging cuando interviene más de una variable. Como el kriging, el cokriging es un interpolador estocástico moderadamente rápido, que es preciso si los datos no tienen ningún error de medida y gradual si tienen errores de medida. Puede usar información de bases de datos múltiples.

Detrás de cada una de estas técnicas de interpolación hay un complejo desarrollo de cálculo que se facilita enormemente si se utiliza un software especializado. Entre las opciones existentes, el software ArcGIS de la casa ESRI es una buena consideración.

Figura 3. Técnicas de interpolación existentes en ArcGIS



En la barra de herramientas el Geostatistical Analysis, del software ArcGIS⁸⁰ se dispone de los métodos de interpolación vistos hasta ahora, así como la posterior validación del modelo (figura 3).

1.3.4 Comparación de las técnicas de interpolación.

1.3.4.1 Velocidad de interpolación.

El polinomio global y el modelo de la distancia inversa ponderada (IDW), son los interpoladores más rápidos (Tabla N° 1). El IDW debe su rapidez a su sencillez de cálculo. Por su parte, el polinomio global es rápido porque no utiliza vecindades de búsqueda, es decir, no tiene que realizar cálculos diferentes para cada localización de la predicción.

Tabla N° 1: Velocidad de los métodos de interpolación.

Método de interpolación	Velocidad
Distancia Inversa ponderada	Rápido
Polinomio global	Rápido
Polinomio local	Moderadamente rápido
Función radial básica	Moderadamente rápido
Kriging	Moderadamente rápido
Cokriging	Moderadamente rápido

Fuente: ESRI 2007

1.3.4.2 Interpoladores exactos e interpoladores inexactos.

Un interpolador exacto es aquel en el que el valor de la superficie de predicción es exactamente igual al valor observado para todas las localizaciones muestrales. Un interpolador inexacto es aquel que alisa o

⁸⁰ ArcGIS es un Sistema de Información Geográfica (GIS) comercializado por ESRI Geosistemas. En este tipo de software especializado, los datos sobre el mundo real están vinculados a un mapa en la pantalla. Las entidades geográficas se dibujan rápidamente y pueden ser visualizadas utilizando diferente información de la base de datos.

filtra los datos muestrales, de modo que el valor de la superficie de predicción no es igual a los valores observados.

El kriging y el cokriging generalmente se consideran interpoladores exactos, aunque también podríamos elegir modelos inexactos con medición de los errores (Tabla N° 2).

Tabla N° 2: Características de la superficie en los métodos de interpolación.

Método de interpolación	Característica de la superficie
Distancia Inversa ponderada	Exacto
Polinomio global	Inexacto
Polinomio local	Inexacto
Función radial básica	Exacto
Kriging	Exacto (sin medición de los errores) Inexacto (con medición de los errores)
Cokriging	Exacto (sin medición de los errores) Inexacto (con medición de los errores)

Fuente: ESRI 2007.

1.3.4.3 Flexibilidad.

Un interpolador flexible es aquel que permite controlar los resultados de las superficies incorporando ciertos parámetros a libre elección. Estos interpoladores exigen un mayor uso de las herramientas para la toma de decisiones (tales como el ESDA) y una comprensión profunda del funcionamiento del interpolador.

Un interpolador inflexible es aquel que no permite un gran control de la superficie, no necesita de muchos parámetros y ofrece los resultados rápidamente. En la Tabla N° 3 se presenta un resumen del grado de flexibilidad en cada método.

Tabla N° 3: Grado de flexibilidad en métodos de interpolación

Método de interpolación	Grado de Flexibilidad
Distancia Inversa Ponderada	Poco flexible Pocos parámetros de decisión
Polinomio global	Poco flexible Pocos parámetros de decisión
Polinomio local	Algunas veces flexible Algunos parámetros de decisión
Función radial básica	Flexible Algunos parámetros de decisión
Kriging	Muy flexible Valoración de la autocorrelación espacial Se puede obtener predicción estándar de los errores. Muchos parámetros de decisión
Cokriging	Muy flexible Se puede utilizar información de otras variables Valoración de la autocorrelación espacial gran cantidad de parámetros de decisión

Fuente: ESRI 2007.

1.3.4.4 Suposiciones.

Para todos los tipos de superficies, Kriging asume que los errores vienen de un proceso estacionario (tabla N° 4).

Tabla N° 4: Grado de flexibilidad en métodos de interpolación.

Método de interpolación	Suposiciones
Distancia Inversa ponderada	Ninguna
Polinomio global	Ninguna
Polinomio local	Ninguna
Función radial básica	Ninguna
Kriging	Estacionariedad: Normalidad a menudo
Cokriging	Estacionariedad: Normalidad a menudo

Fuente: ESRI 2007.

1.3.4.5 Ventajas y desventajas.

Cada método de interpolación tiene ventajas y desventajas (Tabla N° 5). Conocerlas permite hacer una mejor elección. Por ejemplo, la flexibilidad permite controlar mejor la superficie de interpolación (una

ventaja), pero requiere una mayor toma de decisiones a priori (una posible desventaja).

Tabla N° 5: Ventajas y desventajas en métodos de interpolación.

Método de interpolación	de	Ventajas	Desventajas
Distancia ponderada (IDW)	Inversa	Pocas decisiones a priori	Sin observaciones de las localizaciones; sin error estándar.
Polinomio global		Pocas decisiones a priori	Demasiado lisa; sin error estándar
Polinomio local		Flexible	Sin error estándar
Función radial básica		Flexible	Sin error estándar
Kriging		Flexible, con herramientas para modelizar, con error estándar.	Muchas decisiones para modelizar
Cokriging		Flexible, herramientas para modelizar, con error estándar	Muchas decisiones a priori

Fuente: ESRI 2007.

1.4 ANEXO 4: ESTIMACION POR KRIGING LOCAL

Tanto el IDW como el kriging se clasifican dentro de las técnicas locales de interpolación al definir dentro de sus procedimientos de cálculos, una vecindad dada. Sin embargo, estas técnicas realizan una estimación global, ya que realizan una única modelación de parámetros de la función interpoladora definidas por un único variograma aplicable a toda la superficie; asumiendo de esta forma, estacionariedad espacial en media y varianza a lo largo de todo el espacio muestral. Tales técnicas suponen un comportamiento homogéneo de la muestra en diferentes zonas del espacio cuya correlación entre las observaciones se puede representar como una función de la distancia que los separa (Páez et al, 2008). Tal correlación, que en el caso del kriging se representa en el variograma; puede verse afectada por la presencia de outliers distribucionales y espaciales, una muestra de puntos distribuidas de manera no homogénea en el espacio y la presencia de variaciones espaciales a una escala más pequeña de lo definido en el modelado del variograma (efecto nugget alto) y como consecuencia, en las estimaciones que derivan de él. En este sentido; el análisis del comportamiento del variograma a lo largo del espacio muestral, ayuda a determinar zonas en que el kriging responde mejor. Freeman y Moisen (2007) indican que el kriging se comporta mejor en zonas donde el índice de Moran es superior (mayor autocorrelación espacial) y donde el semivariograma "se comporta mejor". Estos autores notan una mejoría en la modelación del variograma al dividir el área de estudio en zonas a fin de reducir la tendencia causada por muestras espaciales heterogéneas. Klopatek y Francis (1999) sugieren una división del área o superficie muestral en submuestras para realizar interpolaciones locales, en particular; cuando la estimación se ve complicada por una fuerte tendencia espacial (no estacionariedad), una estructura de covarianza espacial dependiente de la ubicación (no estacionariedad de

covarianza) y cuando se obtienen valores bajos de correlación espacial a cortas distancias.

Entre los modelos que consideran un espacio parcelado de modo implícito o explícito en sus procesos de cálculo, se encuentran los modelos de regresiones con ventanas móviles (MWR), los modelos de regresiones geográficamente ponderados (GWR) y el modelo del kriging con ventanas móviles. Las regresiones de ventanas móviles (MWR) y las regresiones geográficamente ponderadas (GWR), incorporan el concepto de vecindad móvil y que puede ser visto como una segmentación del mercado. El MWK incorpora una estimación local de la autocorrelación espacial.

1.4.1 Regresión de ventana móvil (MWR)

Un modelo de regresiones con ventana móvil, utiliza el mismo procedimiento que un modelo de regresión lineal, salvo que la idea centrada en una ventana limita la muestra, a unos puntos que se consideran vecinos y por consiguiente, que son incluidos en la regresión para los estimar coeficientes en un punto dado. La ventana se mueve al siguiente punto, donde se estiman nuevos parámetros utilizando sólo las nuevas observaciones vecinas. Este procedimiento se repite hasta que la ventana en movimiento visita todo el área de estudio (Páez et al 2008). Los coeficientes de la regresión así obtenidas, serán aplicados a un área más pequeña (una ventana) en lugar de la región de estudio. Los puntos dentro de la ventana reciben la misma ponderación, es decir; un peso o ponderación de uno, mientras que todos los datos fuera de la ventana tienen un peso de cero es decir:

$$w_{ij} = 1, \text{ si } j \text{ es vecino cercano al punto } i, w_{ij} = 0, \text{ para otro casos}$$

El tamaño de la ventana móvil (Kernel) es menor que el tamaño de la región y se puede variar de un punto a otro dependiendo de la densidad de las observaciones en cierta área. Si la densidad de las observaciones es mayor, el tamaño de la ventana en movimiento, puede verse disminuida. En el contrario, en las secciones donde la densidad de las observaciones es bajo, el corte ventana puede ser ampliada

El procedimiento concluye con una serie de regresiones lineales locales con parámetros de regresión únicos para cada punto. Por tanto, el MWR obtiene un modelo que se adapta a un espacio mas pequeño captando de este modo, las variaciones espaciales locales de los puntos que conforman la ventana.

1.4.2 Regresiones geográficamente ponderadas

El modelo de regresiones geográficamente ponderadas (GWR) utiliza también la idea del movimiento de ventanas a lo largo del espacio muestral, sin embargo, introduce un factor de ponderación que disminuye la importancia de las observaciones de acuerdo a su ubicación del punto a estimar. Por tanto, a diferencia del MWR que trata todos los puntos de la ventana, con la misma importancia, el GWR aplica un modelo gravitatorio de la distancia, es decir:

$$w_{ij} = \left((1 - d_{ij}^2) / d^2 \right)^2, \text{ si } j \text{ es un vecino cercano a } i, \quad w_{ij} = 0, \text{ para otro casos}$$

Donde d es la distancia entre los puntos i y j

Tanto el MWR como el GWR utilizan modelos espaciales locales para modelar un proceso espacialmente heterogéneo que ocurren en una submuestras del espacio. La información reflejada de los modelos,

proviene de unos vecinos cercanos definidos en una ventana compuesta por una muestra más homogénea (Páez, 2008).

1.4.3 Kriging con ventanas móviles (moving windows kriging MWK)

En el contexto económico, el kriging ha sido utilizado para estimar el precio de la vivienda (Basu y Thibodeau, 1998; Gelfand et al 2004; Montero y Larraz, 2006 y Chica Olmo, J. 1995), el cokriging para obtener mapas de precios de la vivienda (Chica Olmo, J. 2007), elaboración de un modelo Hedónico espacio-temporal que se fundamenta en un análisis variográfico de la autocorrelación espacio-temporal del precio de la vivienda y de las principales características que influyen sobre éste (Chica Olmo, J., et. al 2007). En cada una de estas aplicaciones, los autores prueban el uso de la interpolación espacial en variables económicas demostrando que la consideración del espacio en los modelos de estimación, mejoran las predicciones.

En este mismo ámbito, Páez et al (2008) revisan las técnicas tradicionalmente utilizadas para estimar el precio de la vivienda y entre ellas, la técnica del kriging. Sugieren que para capturar la información del mercado local de vivienda y proporcionar estimaciones más precisas de precios marginales de atributos, resulta conveniente estratificar los datos en los diferentes sectores y ajustar un modelo separado para cada uno de ellos. Los autores recurren a la propuesta de Haas (1990) y hacen uso de ventanas móviles como una manera de incorporar la heterogeneidad espacial en la estructura de precios hedónicos.

En el año 1990, Timothy Haas (Haas, 1990) propuso una adaptación del kriging⁸¹ con ventanas móviles a fin de adaptar la interpolación a zonas que carecen de uniformidad en su estructura espacial. El uso de ventanas en movimiento⁸² en el kriging (MWK) calcula un nuevo variograma utilizando los datos en un sector circular circundante al lugar de estimación (ventana) y que se mueve con la ubicación. La estimación de un conjunto de parámetros para cada sitio, hace uso de una estructura de covarianza espacial local que varía de un sitio a otro, propiedad que se cree, conduce a una representación más precisa de los fenómenos espaciales observados (Páez et al 2008; Haas, 1990).

El uso de ventanas móviles permite calcular la estimación en el centro de esta vecindad con una estructura de covarianza de ámbito local, moviéndose entonces a la siguiente ubicación, con procedimiento iterativo. Se transforma así, en una función que depende de la ubicación y que modela con mayor fidelidad la tendencia espacial observada y la media dependientes de la varianza del proceso.

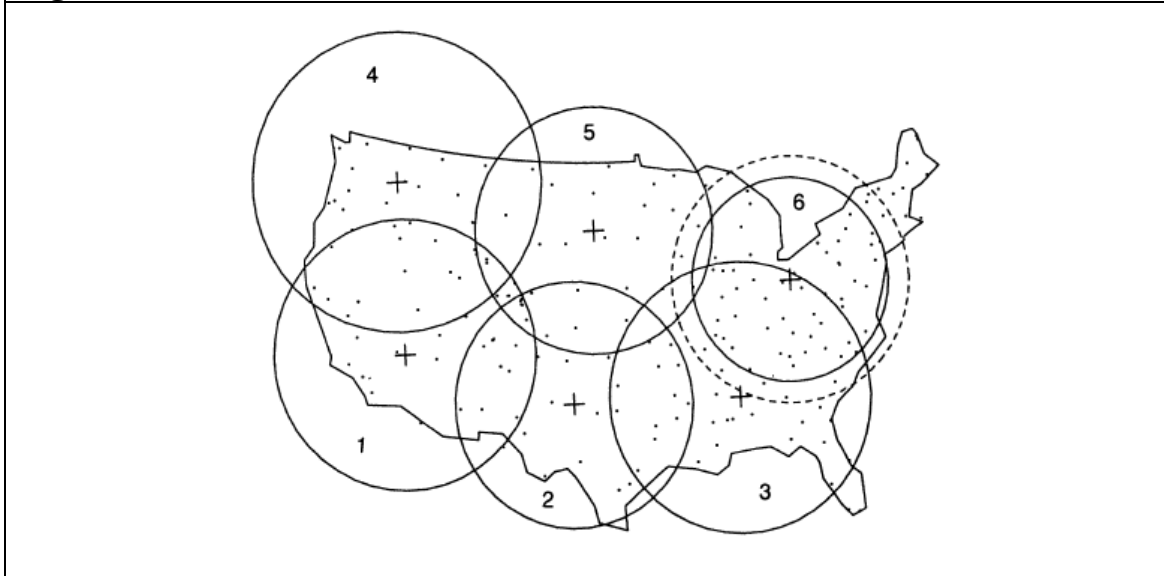
La figura 1 muestra el uso de ventanas móviles en el espacio muestral dividido en seis subregiones, no necesariamente del mismo tamaño. En las ventanas 4, 5 y 6, hay 35, 36 y 54 (68 en la ampliación) puntos muestrales respectivamente, mientras que las ventanas 1, 2 y 3 están compuestas por 45, 41 y 63 puntos.

Fotheringham et al. (2002) y Haas (1990), indican que el tamaño adecuado de la ventana se obtiene usando la validación cruzada vista en capítulos anteriores. El tamaño adecuado de las ventanas móviles en la muestra, tiene un efecto sobre el semivariograma y sus estimaciones ya que las diferencias absolutas en el valor medio de los datos muestrales tienden a disminuir.

⁸¹ Un algoritmo estándar como kriging ordinario (OK) es sí mismo una técnica de ventana móvil (Harris et al 2010)

⁸² El autor indica que el uso de ventanas móviles de información local para la estimación, es similar al Modelo Aditivo Generalizado (GAM) propuesto por Hastie y Tibshirani en 1986.

Figura 1. Ventanas móviles en MWK

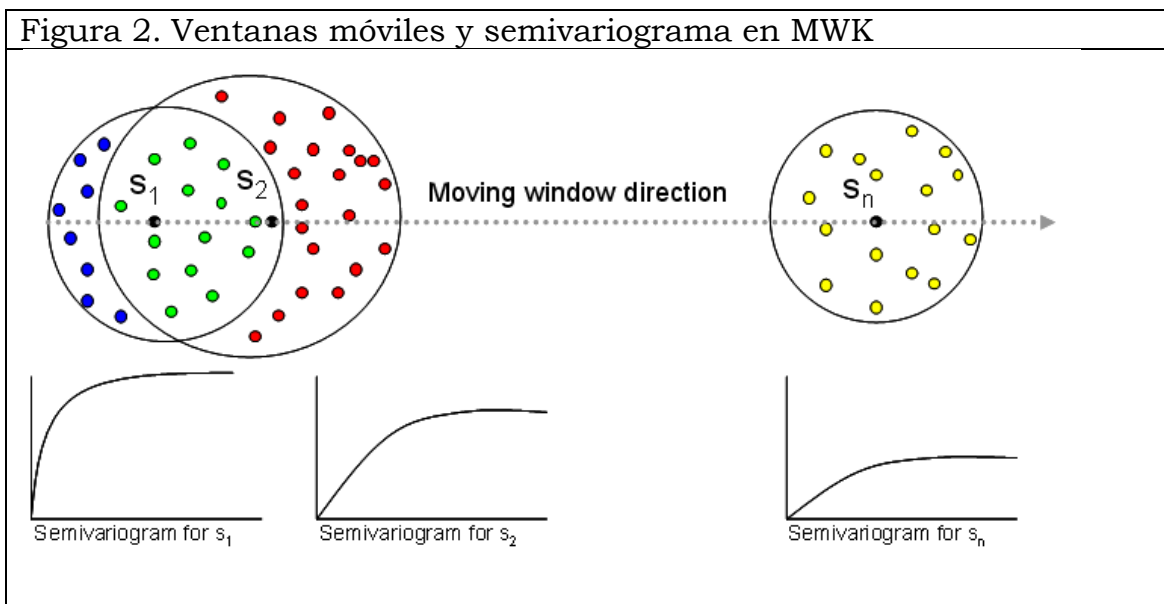


Fuente: Haas (1990)

Esta propiedad es llamada cuasi-estacionariedad por Huijbregts y Journel (Haas, 1990). El semivariograma empírico obtenido en la ventana óptima y su posterior ajuste a un semivariograma teórico, tiene efectos sobre los diferentes parámetros del semivariograma. Un tamaño de muestra reducido a un menor espacio muestral, contiene una menor diferencia entre las distancias que separan los distintos pares de datos que componen el semivariograma. Así, la distancia en cada lag, contiene también distancias más cortas, cuyos pares de datos contendrán menor varianza que aquellas consideradas en una muestra global, aun cuando se considere el mismo número de pares de datos. Una estimación en un paso (lag) mas corto puede proporcionar la misma varianza utilizando menos parejas que una estimación de mayor distancia en el paso (Haas, 1990).

Así mismo, el MWK obtiene para cada semivariograma, nuevos valores de meseta, nugget y rango de alcance representativos de la muestra que compone la ventana. Ahora bien, dada la complejidad y esfuerzo de cálculo, el modelo del MWK será de poco valor si los semivariogramas locales son sólo marginalmente diferentes al semivariograma local y al semivariograma global (Harris et al 2010).

En la figura 2, la predicción en cada punto \mathbf{S} del el área de estudio, se estima en forma secuencial a medida que la ventana se mueve a través del área de estudio. Krivoruchko et al (2002) utilizan este ejemplo para demostrar que en caso de datos isotrópicos o invariante bajo rotaciones, el semivariograma de \mathbf{S}_1 se calculan utilizando los puntos azules y verdes espacialmente correlacionados dentro del rango definido por la ventana. Para \mathbf{S}_2 , los puntos verdes y rojos, se correlacionan espacialmente, y así sucesivamente. Dentro de cada ventana, se supone que la serie es localmente estacionaria por lo que se cumple la hipótesis de estacionariedad del kriging.



Fuente: Krivoruchko y Gribov (2002)

Delgado et al (2002) hacen uso del kriging en la obtención de un modelo digital de elevaciones, previa clasificación de las zonas en función de los parámetros que determinan la variabilidad del terreno mediante ventanas móviles. Los autores atribuyen como principales ventajas al método, un gran control en el proceso de modelización gracias a la información derivada del propio proceso de análisis variográfico y la posibilidad de incorporar comportamientos anisótropos que ponen de manifiesto la variabilidad local del terreno. Páez et al (2008) prueban la

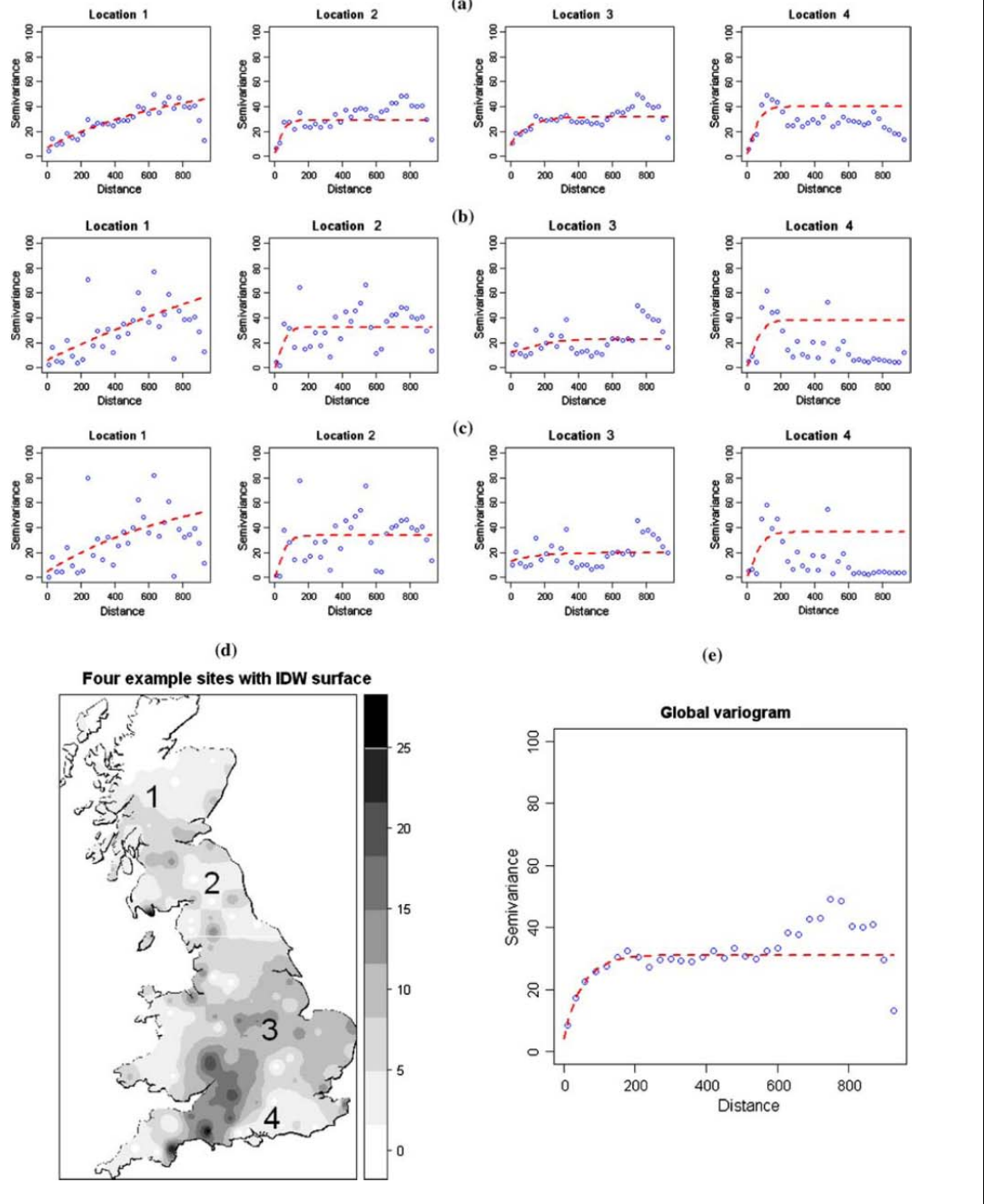
eficacia del MWK e indican que los modelos hedónicos tradicionales de estimación en el precio de la vivienda, fueron superados por los modelos espaciales ya que hacen un mejor trabajo al abordar explícitamente la dependencia y/o los problemas de heterogeneidad espacial. Sin embargo, las predicciones en datos ausentes del MWK no se desempeñaron tan bien como habían previsto.

1.4.4 Kriging con ventanas móviles y variograma geográficamente ponderado (MWK- GWV)

Una técnica híbrida entre el kriging y los modelos gravitacionales de distancia, es propuesta por Harris, Charlton y Fotheringham (Harris et al, 2010). Los autores realizan predicciones a nivel local del valor de un atributo no estacionario utilizando el MWK donde el variograma clásico (CV) se sustituye por un variograma geográficamente ponderado (GWV). Los autores comparan los resultados del MWK-GWV con el modelo MWK con variograma clásico, el kriging no lineal y un kriging simple. El análisis exploratorio de los datos locales, sugieren que cada modelo puede beneficiarse con una aplicación del MWK.

En la figura 3 se muestran el semivariograma de una muestra divididos en 4 submuestras (figura d). La figura a) muestra los semivariogramas obtenidos con una función gravitacional de distancia donde el exponente es igual a 0,5, en la figura b), el exponente es de 1 y en la figura c), el exponente es de 3. Obsérvese las diferencia entre cada uno de ellos y el semivariograma global o único de la figura e).

Figura 3. Semivariograma locales y semivariograma global en MWK



Fuente: Harris et al (2010)

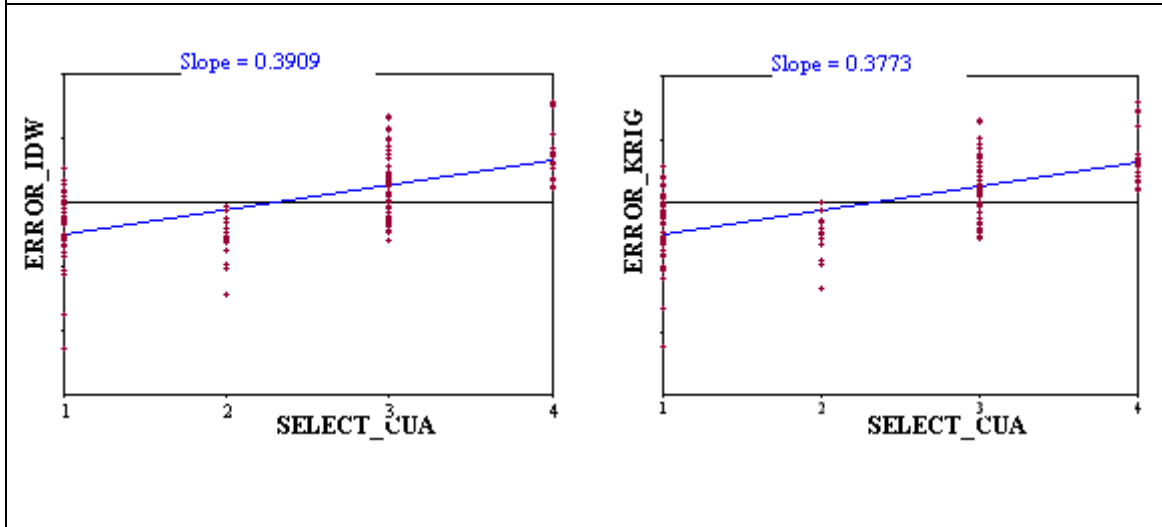
1.4.5 Interpolación con ventanas locales de moran

Si la elección de la ventana obedece a una parcelación local, resulta interesante evaluar si una segmentación de la muestra de acuerdo los cuadrantes del diagrama de dispersión de moran, herramienta de la econometría espacial; puede ser utilizada para diseñar un estrategia de elección de ventana muestral en la aplicación de las técnicas de interpolación espacial. Más específicamente, investigar el potencial de uso de la segmentación local por cuadrantes de moran, en la predicción por interpolación espacial. En efecto, habiéndose detectado una relación directa entre la ubicación de los puntos según el cuadrante de moran y la incidencia de errores en la estimación, ¿Por qué no intentar entonces una interpolación local con ventanas definidas por los puntos situados en los cuadrantes del gráfico de dispersión de Moran para generar ecuaciones locales de interpolación espacial?

La figura 4 muestra los errores de las estimaciones de la variable renta percapita de los hogares en los municipios de la Comunidad de Madrid, obtenidas mediante el kriging y el IDW Kriging con el uso de una única función de interpolación global y los puntos asignados a cada cuadrante de moran.

En ambas técnicas, los puntos muestrales donde se cometen los errores de sobreestimación de la variable, corresponde a municipios ubicados en el cuadrante 3 y 4, mientras que la estimación de municipios ubicados en los cuadrantes 1 y 2, el valor de la variable es subvalorada. En efecto, si la identificación espacial de los puntos muestrales en el diagrama de dispersión de moran permite diferenciar regímenes espaciales, al realizar interpolaciones espaciales locales, se podría estimar las unidades no muestrales asignándolas al modelo local que corresponda a la ubicación espacial que posean sus vecinos en tales cuadrantes.

Figura 4. Municipios según cuadrante de Moran y error cometido estimación



Un resumen de tales estimaciones se presenta en la tabla 1. El resultado de la predicción de la variable renta per cápita de los hogares del año 2005 y la distribución de los puntos muestrales según información la autocorrelación en los cuadrantes del diagrama de dispersión de Moran, muestra una correlación entre esta ubicación y el valor sobre o subestimado de la variable realizados por el UK y el IDW cuando se utiliza la muestra global:

Tabla 1. Estimaciones predicción global

	Número de puntos	de RTA05 (media)	Renta UK 125 (media)	Renta IDW 125 (media)
Cuadrante 1	38	18184	17514	17135
Cuadrante 2	10	16465	13549	13588
Cuadrante 3	61	12108	12564	12768
Cuadrante 4	16	13029	15157	15165
	125	14421	14479	14468

El valor medio de la estimación global de 14479 y 14468 euros anuales mediante el UK y el IDW respectivamente, reproducen aceptablemente bien la renta media real de 14421 euros anuales. Sin embargo, este comportamiento no se repite a lo largo de todo el espacio muestral, aun cuando se optara por modelizar la tendencia observada de la serie mediante el uso del kriging universal.

Nótese que el valor medio de la variable para los puntos situados en el cuadrante 1 y 2, es subestimado por ambas técnicas de interpolación, siendo mayor tal subestimación para los municipios ubicados en el cuadrante 2. La estimación media de los cuadrantes 3 y 4 muestra una sobrevaloración para los municipios ubicados en estos cuadrantes, siendo más acusada en aquellos ubicados en el cuadrante 4. Los sesgos de la función de estimación global, serán transmitidos entonces a la predicción de datos ausentes.

1.4.5.1 Determinación de las ventanas locales de moran

Una interpolación asignada a cada cuadrante se ve restringida dado el escaso número de puntos asociados al cuadrante 2. Por tanto, realizaremos la prueba con dos parcelaciones, cada una segmentada en ventanas (Tabla 2):

Tabla 2. Ventanas de moran, variable renta.

	<i>Parcelación 1</i>	<i>Parcelación 2</i>
ventana 1	99 puntos en cuadrantes 1 y 3	48 puntos en cuadrantes 1 y 2
ventana 2	26 puntos en cuadrantes 2 y 4	77 puntos en cuadrantes 3 y 4
Total puntos	125	125

Nótese que la parcelación 1 contiene las ventana 1 relacionado con la autocorrelación positiva y la ventana 2, con la autocorrelación negativa según los cuadrantes de moran. Por su parte, la parcelación, contiene una muestra más homogénea en cuanto a los valores medios de la renta entre los puntos de acuerdo a cada cuadrante de moran. Por tanto, cabría suponer un menor error en las estimaciones por interpolación de los puntos muestrales que los resultantes de la parcelación 1. Hemos de analizar posteriormente si esto es cierto aun, en caso de escasez de puntos.

Los puntos muestrales correspondientes a cada área, dan origen a una modelación diferente. Así, se dispone de dos modelos de kriging y dos modelaciones por medio de IDW para la ventana 1 y dos modelos de kriging y dos modelaciones por medio de IDW para la ventana 2.

1.4.5.2 Modelos de predicción local

Las funciones de interpolación de cada ventana, dan origen a cuatro modelos de predicción estocástica y cuatro modelos de predicción deterministas, que se suman a las dos funciones de interpolación global anteriormente analizadas y obtenidas en los 125 puntos muestrales. Si bien, nuestra propuesta añade un esfuerzo adicional al trabajo del modelador por cuanto ha de comparar el resultado de las estimaciones resultantes de cada ventana en la muestra y una única para la muestra global tanto para la técnica del IDW y como del kriging, lo creemos necesario y útil, de cara a la elección de la mejor función interpoladora a utilizar para predecir los valores ausentes, objetivo último y principal de tal esfuerzo.

1.4.5.2.1 Predicción estocástica parcelación 1, ventana 1

Para modelar la tendencia de los 99 puntos situados en los cuadrantes 1 y 3, se opta por un UK con un polinomio 30% local. En la modelación del semivariograma empírico, optamos por una vecindad de búsqueda definida en 4 sectores, con 16 y 2 puntos como máximo y mínimo respectivamente. Con 9 lag de 8,7 kilómetros aproximadamente, un nugget de 2673215, un sill de 7841074, un rango o alcance de 48,9 km. y un ajuste a un semivariograma teórico de modelo con efecto de agujero (hole effect), cuyos datos muestran la presencia de una

depresión en el semivariograma a distancias mayores que el rango (59 km).

1.4.5.2.2 Predicción estocástica parcelación 1, ventana 2

Según la validación cruzada, se opta igualmente por un UK para los 26 puntos situados en los cuadrantes 2 y 4, con un polinomio global para eliminar la tendencia. Para modelar el semivariograma empírico, se optó por una vecindad de búsqueda definida en 4 sectores, con 13 y 1 puntos como máximo y mínimo respectivamente. Con 13 lag de 5,8 kilómetros aproximadamente, un nugget de 4385267, un rango o alcance de 72 km. y un ajuste a un semivariograma teórico de modelo gaussiano.

1.4.5.2.3 Predicción estocástica parcelación 2, ventana 1

La tendencia en los 48 datos ubicados en los cuadrantes 1 y 2, sugiere el uso del UK, con un polinomio 70% global, un semivariograma empírico que considera una vecindad octante de búsqueda con 14 vecinos. Con 9 lag de 5,2 kilómetros aproximadamente, un nugget de 2822800, un parcial sill de 6140900, un rango o alcance de 23,5 km. y un ajuste a un semivariograma teórico de modelo.

1.4.5.2.4 Predicción estocástica parcelación 2, ventana 2

En los 77 puntos ubicados en los cuadrantes 3 y 4, se utiliza un UK y un polinomio 64% global, con un semivariograma anisotrópico que considera una vecindad de búsqueda dividida en 4 sectores de 13

vecinos. Con 12 lag de 10 kilómetros aproximadamente, un nugget de 640680, un parcial sill de 265480, un rango o alcance de 114 km. y un ajuste a un semivariograma teórico de modelo gaussiano.

1.4.5.3 Semivariogramas locales predicción estocástica

El ajuste de los semivariogramas teóricos a las submuestras contenidas en cada ventana, tiene implicancia en cada parámetro del modelo (Tabla 3). El número de pasos o lag varía entre 9 y 13 y su amplitud entre 5 y 10 kilómetros que supera a la amplitud del semivariograma único (4 km. aprox.) La mayor amplitud de cada lag, se encuentra en la ventana 2 de la parcelación 2. Esta condición, se explica por el mayor rango de alcance que también posee esta ventana (114 km. aprox.) indicador de la presencia de autocorrelación espacial a grandes distancias entre los puntos situados en el cuadrante 3 y 4.

Tabla 3. Parámetros semivariogramas locales

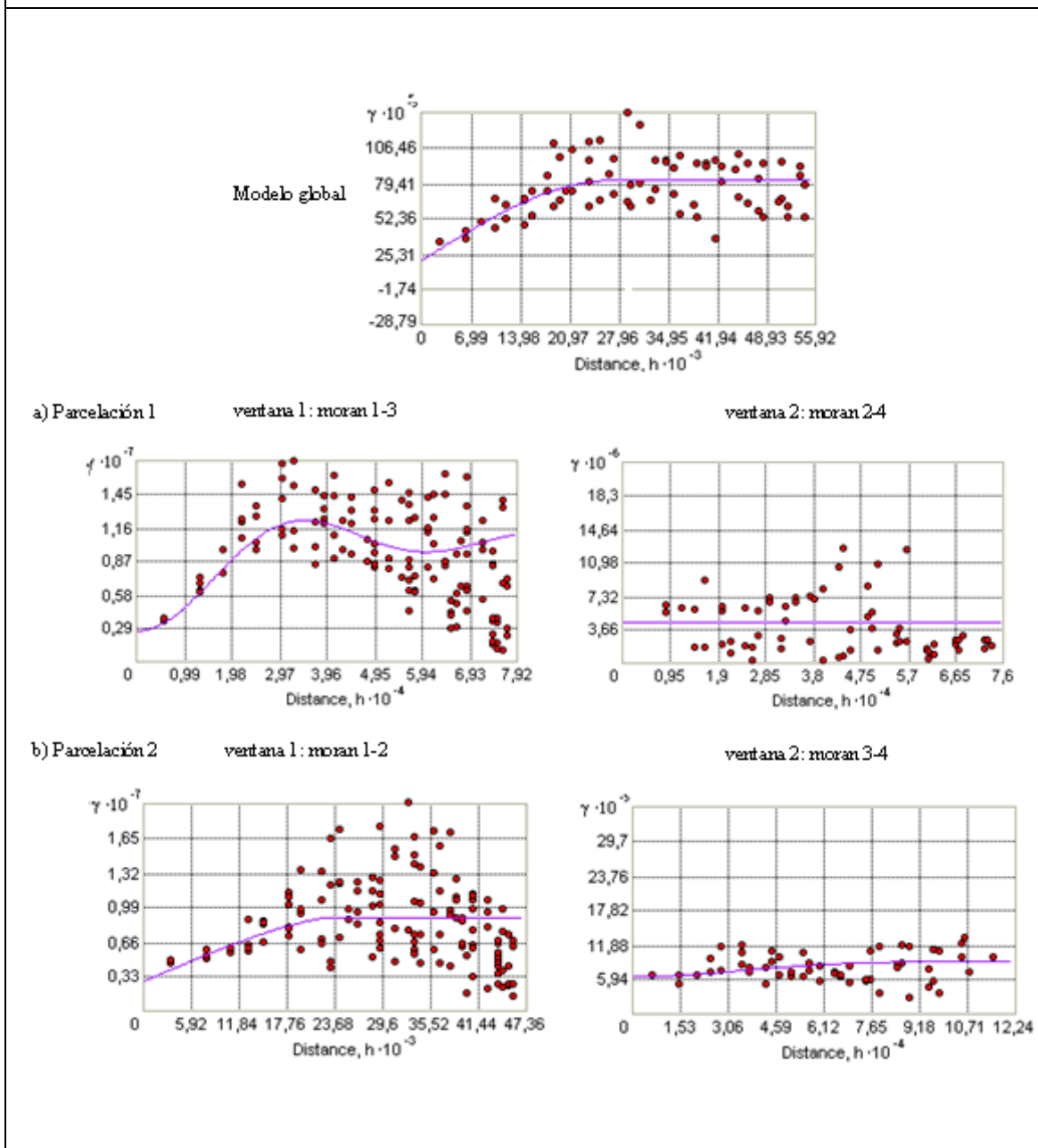
	<i>Modelo global</i>	<i>Parcelación 1</i>		Parcelación 2	
		Ventana 1	Ventana 2	Ventana 1	Ventana 2
Modelo teórico	Esférico	Hole effect	Gausiano	Circular	Gausiano (anisotropico)
Nº lag	13	9	13	9	12
Lag size	4250,9	8774,4	5821,3	5193,9	10076
Nugget	1981400	2673200	4385300	2822800	640680
Mayor range	27002,9	48932,6	72349,7	23547,7	114403
Partial sill	6164600	7841100	0	6140900	265840

El nugget (medida de la variabilidad espacial de la microescala) es mayor al nugget del modelo global, en todas las ventanas definidas salvo en la ventana 2 de la parcelación 2 (cuadrante 3 y 4). Esto indica que la estructura de covarianza local ha sido detectada por este semivariograma local. Los valores donde se alcanza la varianza estable (partial sill), reflejan una diferencia entre las submuestras de cada ventana. Nótese que la varianza estable del modelo global de 6164600, no es muy diferente a la varianza estable de los puntos ubicados en la

ventana 1 de la parcelación 2 (6140900), sin embargo, esta última varianza es solo representativa para los puntos de la ventana 1, ya que los puntos de la ventana 2, poseen una menor varianza entre ellos.

La observación gráfica de las diferencias entre los semivariogramas obtenidos en cada ventana y parcelación, se muestran en la figura 4.

Figura 4. Semivariogramas locales y semivariograma global variable renta.



Nótese que, aún cuando la composición de las ventanas de acuerdo a los cuadrantes de moran no es la misma para las parcelas 1 y 2; existe una tendencia que local encubierta en el modelo único y detectada en los modelos locales.

1.4.5.4 Estadísticas de errores predicción estocástica local

Siguiendo el criterio del menor ECM, en ambas parcelaciones; la interpolación estocástica se ha realizado mediante kriging universal (UK) con lo cual es posible inferir que la tendencia en los datos se mantiene aun cuando se utilizan ventanas muestrales.

Tabla 4. Estadísticas de errores ventanas locales estocásticas

	<i>Modelo global</i>	<i>Parcelación 1</i>		Parcelación 2	
		Ventana 1	Ventana 2	Ventana 1	Ventana 2
Mean	58,19	88,54	-17,16	52,77	13
Root-Mean-Square	2120	1881	2140	2398	836,4
Average Standard Error	2120	1885	2139	2400	834,5
Mean Standardized	0,02232	0,03361	-0,007873	0,02479	0,01359
Root-Mean-Square Standardized	1,017	1,008	1	1,004	1

Las estadísticas de errores reflejan diferencias que justifican las parcelaciones. El buen ajuste que muestra la ventana 2 de la parcelación 2, compensa el mayor valor de las estadísticas de la ventana 1. No ocurre lo mismo en la parcelación 1.

1.4.5.4.1 Predicción determinista parcelación 1, ventana 1

La modelación mediante el IDW en los 99 puntos situados en los cuadrantes 1 y 3, se estima en un radio de búsqueda sin sectorizar, ponderado según su distancia (d) de acuerdo a las ecuaciones:

$$Z(j) = \sum_1^{99} \lambda_i \cdot Z(i), \quad \text{Ec. 1}$$

Con

$$\lambda_i = (d_{ij}^{-1,0}) \sum_1^4 d_{ij}^{-1,00} \quad \text{Ec. 2.}$$

1.4.5.4.2 Predicción determinista parcelación 1, ventana 2

La validación cruzada orienta a un modelo de vecindad de búsqueda octante para los 26 puntos situados en los cuadrantes 2 y 4; y se modela de acuerdo a las ecuaciones:

$$Z(j) = \sum_1^{26} \lambda_i \cdot Z(i), \quad \text{Ec. 3.}$$

Con

$$\lambda_i = (d_{ij}^{-1,0}) \sum_7^{17} d_{ij}^{-1,00} \quad \text{Ec. 4.}$$

1.4.5.4.3 Predicción determinista parcelación 2, ventana 1

Los 48 puntos ubicados en los cuadrantes 1 y 2, se modelan con una vecindad de búsqueda sin sectorizar, de acuerdo a las ecuaciones:

$$Z(j) = \sum_1^{48} \lambda_i \cdot Z(i), \quad \text{Ec. 5.}$$

Con

$$\lambda_i = (d_{ij}^{-1,0}) \sum_5^7 d_{ij}^{-1,00} \quad \text{Ec. 6.}$$

1.4.5.4.4 Predicción determinista parcelación 2, ventana 2

En la ventana compuesta por 77 puntos ubicados en los cuadrantes 3 y 4 de moran, se modela el IDW con un radio de búsqueda sin sectorizar, de acuerdo a las ecuaciones:

$$Z(j) = \sum_1^{77} \lambda_i \cdot Z(i), \quad \text{Ec. 7.}$$

Con

$$\lambda_i = (d_{ij}^{-2,28}) \sum_3^{13} d_{ij}^{-2,28} \quad \text{Ec. 8.}$$

1.4.5.5 Estadísticas de errores predicción determinista local

La situación vista en la predicción estocástica, las estadísticas de errores del modelo IDW local, reflejan un mejor ajuste en la parcelación 2.

Tabla 5. Estadísticas de errores ventanas locales deterministas

	<i>Modelo global</i>	<i>Parcelación 1</i>		Parcelación 2	
		Ventana 1	Ventana 2	Ventana 1	Ventana 2
Mean	46,77	57,19	42, 32	17, 61	3,29
Root-Mean-Square	2168	1827	2220	2460	772,3

1.4.6 Análisis predicción local de moran:

El resultado de la predicción realizada en cada ventana para los 125 municipios muestrales y las medias de los valores de la variable en cada cuadrante, se muestran en la tabla 6. La columna del modelo 1, se obtiene con los datos de la renta mediante el UK (ventanas 13-24) y mediante el IDW (ventanas 13-24) y la comuna modelo 2, con los valores estimados por UK (ventanas 12-34) e IDW (ventanas 12-34).

Tabla 6. Estimaciones locales por cuadrante

	<i>Datos</i>		<i>Modelo conjunto</i>		<i>Modelo local 1</i>		Modelo local 2	
	Nº de puntos	RTA05	Renta UK 125	Renta IDW 125	Renta UK 13-24	Renta IDW 13-24	Renta UK 12-34	Renta IDW 12-34
Cuadrante 1	38	18184	17514	17135	17868	17849	18251	18130
Cuadrante 2	10	16465	13549	13588	14279	14309	16463	16754
Cuadrante 3	61	12108	12564	12768	12448	12409	12166	12130
Cuadrante 4	16	13029	15157	15165	14383	14445	12867	12958
	125	14421	14479	14468	14490	14475	14449	14430

En la última fila de la tabla, se aprecia que en términos globales, la media de la variable renta de los interpoladores IDW y UK para los 125 puntos muestrales obtenidos mediante ventanas y parcelaciones en la muestra, sigue siendo muy cercana al valor real de la renta de 14.421 euros anuales. En ambos modelos (o parcelaciones); la renta media estimada por UK mantiene la tendencia levemente mayor a la renta estimada por IDW.

Si comparamos los datos que aparecen en la columna modelo1 con los datos de la columna correspondiente al “modelo conjunto”, se observa una mejor aproximación de las funciones interpoladoras locales del IDW y UK respecto de los valores medios en cada cuadrante. Sin embargo se mantiene el sesgo a subestimar el valor de la variable en los cuadrantes 1 y 2, y a sobreestimar la renta media en los cuadrantes 3 y 4 detectada en la muestra global o modelo único aplicado a la superficie a interpolar.

En el modelo 2, la media de la renta de 14449 (UK) y 14430 (IDW) euros anuales, corresponde al valor más próximo al valor de renta real de 14421 euros anuales. En particular; sorprende el buen ajuste de la técnica IDW, dado la sencillez de cálculo que hay detrás de la técnica. Esta mejoría es patente en los 4 cuadrantes. Así, la función interpoladora en este modelo que reúne a aquellos municipios de los cuadrantes 1 y 2 en una sola ventana y los municipios de los cuadrantes 3 y 4 en la ventana 2, mejoran el sesgo a subestimar o sobreestimar el valor de la renta para los municipios. Hecho diferenciador respecto de las funciones de interpolación global y de las funciones que integran el modelo 1.

Ahora bien, mediante interpolaciones locales se logra un mejor ajuste de las medias en cada modelo, en particular del modelo 2 (parcelación 2). La revisión de casos de municipios sobre o subestimados por las funciones globales, avala esta hipótesis. La tabla 7 presenta una serie de municipios en que la función global de interpolación por IDW y UK comete errores de subestimación. La particularidad de estos municipios, es su ubicación cercana a los límites de los cuadrantes 1 y 2 de Moran. Incorporamos a dicha tabla, las columnas resultantes de la interpolación mediante funciones locales de Moran.

Comparativamente con las estimaciones del modelo conjunto, los resultados de la estimación en la parcelación 1 y 2 muestran un mejor acercamiento a los valores propios de la variable. Los valores medios de la variable estimados según el IDW y el UK en la parcelación 2, es superior a las medias obtenidas mediante la parcelación 1 y aún más, a la interpolación conjunta.

Tómese el caso de Villar del Olmo distante a 9 km. de Orusco de Tajuña (renta 10895), a 13 km. de Carabaña (renta 10487) y a 11 km. de Valdilecha (renta 10840) pertenecientes al cuadrante 3. Así mismo, esta distante a 3,6 km. de Nuevo Batzan (renta 15330) y a 15 km. de Villalbilla (renta 1868) municipios ubicados en el cuadrante 2.

Tabla 7. Predicción local en casos de subestimación por interpolación global

	RTA05	Modelo conjunto		Parcelación 1		Parcelación 2		Cuadrante de Moran
		UK	IDW	UK	IDW	UK	IDW	
Villar del Olmo	16115	12976	12638	14155	14727	15784	15824	2
Soto del Real	17782	15118	15488	14936	15173	17317	17013	1
Villalbilla	18168	12961	12973	14198	14220	15393	16217	2
Villaviciosa de Odón	19576	16105	15508	16923	16008	18511	20209	1
Valdeolmos-Alalparto	19616	14381	15008	15569	17073	16677	16760	1
Cobeña	19967	16694	16399	16216	16562	16793	16648	1
Venturada	20862	13377	13859	14069	13370	17158	17311	2
Tres Cantos	21221	17331	16368	19516	16385	17286	16728	1
Villanueva de la Cañada	22921	18217	18159	19252	19399	18722	18779	1
Boadilla del Monte	23096	21748	19972	21120	23397	22451	21804	1
Torrelodones	23369	20026	18863	20364	19582	19812	19273	1
Majadahonda	23751	23164	21055	22688	21920	22909	22075	1
Pozuelo de Alarcón	26918	19360	18929	21200	21461	21139	21524	1
renta media	21028	17035	16555	17708	17637	18458	18474	

Las funciones interpoladoras globales consideran a tales municipios dentro de sus ponderaciones a la hora de estimar. En el UK, el semivariograma los considera al estar dentro del radio de alcance de 27 km. Mientras que la estimación que se hace la parcelación 2, los municipios considerados son Nuevo Batzan, Villalbilla y Rivas-Vaciamadrid (renta 16567) del cuadrante 2, lo cual explica el mejor ajuste en la estimación. Así, las funciones interpoladoras de las ventanas 1 y 2 en la parcelación 2, logran disminuir el sesgo a la subestimación, debido esencialmente a una menor semivarianza (menor parcial sill) de los puntos considerados en la ventana 2 (morán 3-4)

Casos de sobreestimación de la variable mediante una interpolación global, ubicados principalmente en el cuadrante 4, también se ven afectados positivamente mediante el uso de ventanas locales y en particular, las ventanas correspondientes a la parcelación 2. Los valores de la tabla 8, muestran una serie de ejemplos en que se muestra una reducción en la sobreestimación de la variable.

Tabla 8. Predicción local en casos de sobrestimación por interpolación global

	RTA05	Modelo conjunto		Parcelación 1		Parcelación 2		Cuadrante de Moran
		UK	IDW	UK 13-24	IDW 13-24	UK 12-34	IDW 12-34	
Santa María de la Alameda	10904	14076	14076	12528	13173	12373	12330	3
Vellón (El)	12020	14604	14984	14507	14506	13146	12955	4
Molar (El)	12713	15758	15857	14416	14144	13045	13043	4
Fresno de Torote	12803	15861	15885	14412	14279	12966	13329	4
Quijorna	13310	15165	15477	14392	14357	12651	12926	4
Alcorcón	13710	17836	16891	14376	14157	12710	12469	4
Guadalix de la Sierra	13731	16822	15822	14375	14699	13034	13085	4
Collado Villalba	14517	17241	17175	17097	16746	16830	16637	1
Madrid	17246	20332	18890	22492	20168	21311	20177	1
Villanueva del Pardillo	17849	21493	20201	21133	21682	21262	20847	1
renta media	13880	16919	16526	15973	15791	14933	14780	

Por último, en la tabla 9, se revisan casos en los que se produce un buen ajuste de la función global del IDW y UK. El valor medio de la variable estimada con las interpolaciones locales, repite tal condición. El buen ajuste de la técnica IDW, confirma la bondad de esta técnica para muestras homogéneas y distribuidas regularmente en el espacio.

Tabla 9. Predicción local en casos de buen ajuste por interpolación global

	RTA05	Modelo conjunto		Parcelación 1		Parcelación 2		Cuadrante de Moran
		UK	IDW	UK 13-24	IDW 13-24	UK 12-34	IDW 12-34	
Belmonte de Tajo	10054	10711	10786	10141	10652	11045	10845	3
Colmenar de Oreja	10462	10980	11187	11228	10672	11437	10689	3
Estremera	10482	10984	11257	10972	10699	10715	10705	3
Fuentidueña de Tajo	10586	10870	10878	11124	10553	10669	10670	3
Villa del Prado	11232	11534	11779	12069	11728	11980	11868	3
San Martín de Valdeiglesias	11769	11674	11851	11575	11659	11765	11993	3
Ciempozuelos	12017	12307	12202	11727	11954	12077	12390	3
Arganda del Rey	12149	12723	12568	11531	12715	12074	12191	3
San Fernando de Henares	13027	13296	13414	14158	12687	12721	12665	3
Serranillos del Valle	13351	13956	13526	11751	12420	12575	12522	3
Alcalá de Henares	13668	14219	14041	13449	13046	12584	12894	3
Daganzo de Arriba	15009	15313	15580	15677	16155	17410	17206	1
Boalo (El)	16315	16543	16517	17065	16389	16616	16539	1
Hoyo de Manzanares	18976	19512	18464	19955	18462	19162	18542	1
Becerril de la Sierra	16586	16491	16332	17030	16190	16565	16362	1
renta media	13045	13408	13359	13297	13066	13293	13205	

Por tanto, mediante el uso de funciones interpoladoras que resultan del uso de ventanas locales según los puntos ubicados en los cuadrantes de moran, se aprecia una disminución en la sobreestimación y subestimación para aquellas zonas críticas de estimación (puntos

ubicados en los cuadrantes 2 y 4 y en los límites regionales). Así mismo, las funciones interpoladoras locales reproducen una mejor aproximación de la tendencia de la variable para cada área de puntos definida por la autocorrelación de Moran, en particular con los resultados de la parcelación 2. Por consiguiente, en lo que sigue del ejercicio, serán utilizadas para evaluar si las funciones locales logran un mejor ajuste que una función global, en la estimación de datos ausentes.

1.4.7 Predicción local de Moran para valores ausentes

De acuerdo a los datos anteriormente analizados y a los valores de las medias de la variable según el cuadrante de Moran, la estimación de los datos ausentes, hará uso de las funciones interpoladoras que pasan por las ventanas 1 y 2, es decir, los puntos situados en los cuadrantes 1 y 2 y los cuadrantes 3 y 4 respectivamente en la parcelación 2 (tabla 10):

Tabla 10. Ventanas para predicción local de datos ausentes

	<i>Datos</i>		Parcelación 2	
	N° de puntos	RTA05	Renta UK 12-34	Renta IDW 12-34
Cuadrante 1	38	18184	18251	18130
Cuadrante 2	10	16465	16463	16754
Cuadrante 3	61	12108	12166	12130
Cuadrante 4	16	13029	12867	12958
	125	14421	14449	14430

A efectos de predicción, se realiza la asignación de los puntos no muestrales; a alguna de las funciones interpoladoras de las ventanas 1 y 2 de acuerdo a su ubicación geográfica y de acuerdo a la ubicación de puntos muestrales vecinos según el cuadrante de Moran. Así, a la tabla 11 muestra los resultados de predicción cuando se utiliza una función interpoladora y cuando se utiliza la función local según IDW y UK.

Tabla 11. Predicción local de datos ausentes

MUNICIPIO	RTA05	<i>Modelo</i>	Modelo	<i>Modelo</i>	Modelo
------------------	--------------	---------------	---------------	---------------	---------------

		<i>global de predicción UK</i>	<i>local de predicción UK</i>	<i>global de predicción IDW</i>	<i>local de predicción IDW</i>
Acebeda (La)	11913	13197	13143	13911	13077
Alameda del Valle	13075	13340	13082	14524	13211
Ambite	10027	13590	11218	13270	11138
Anchuelo	12351	14454	12215	14058	12438
Atazar (El)	11776	13769	13038	13943	12988
Berzosa del Lozoya	11068	12951	13086	13950	13068
Berrueco (El)	12486	13457	13080	13995	13079
Braojos	10964	13115	13147	13828	13068
Brea de Tajo	9579	11133	10811	11580	10794
Cabanillas de la Sierra	14164	15797	13100	16020	13244
Canencia	10402	13284	13125	14375	13240
Cervera de Buitrago	10476	13287	13069	13966	13033
Corpa	11278	15026	11865	14090	12299
Garganta de los Montes	11016	13194	13150	13973	13167
Gargantilla del Lozoya y Pinilla de	11588	13099	13137	13967	13109
Gascones	12374	13441	13147	13676	13048
Hiruela (La)	14000	13097	13073	14009	13000
Horcajo de la Sierra	13228	12951	13139	13906	13070
Horcajuelo de la Sierra	9972	12948	13088	13958	13071
Lozoya	12979	13199	13112	14374	13201
Madarcos	9661	13689	13120	13836	13058
Montejo de la Sierra	10737	13079	13087	13975	13066
Navalafuente	14761	15391	13111	15490	13322
Navarredonda y San Mamés	10418	13176	13152	14225	13115
Olmeda de las Fuentes	13693	14719	11445	13888	11477
Patones	12650	13688	13016	13931	12920
Pezuela de las Torres	11363	14206	11515	13715	11818
Pinilla del Valle	11522	13475	13084	14611	13226
Piñuécar-Gandullas	11388	13596	13137	13752	13051
Pozuelo del Rey	10741	14209	11809	13666	12026
Prádena del Rincón	9507	12990	13082	13940	13062
Puebla de la Sierra	9861	13642	13044	14002	13040
Redueña	12009	15214	13082	15375	12856
Ribatejada	13865	15024	13010	15740	13017
Robledillo de la Jara	15040	12971	13086	13995	13065
Robregordo	9582	12811	13127	13818	13095
Rozas de Puerto Real	12055	10531	11485	11108	10672
Santorcaz	11555	14213	12029	13817	12251
Serna del Monte (La)	9157	13626	13147	13724	13049
Somosierra	9280	12791	13115	14048	13070
Titulcia	11119	11650	11886	11767	11719
Torremoncha de Jarama	11511	13087	13022	13740	12639
Valdaracete	9089	10354	10782	10989	10713
Valdeavero	12919	14019	12901	14746	13053
Valdelaguna	10648	10365	11228	10807	10788
Valdemanco	12897	14132	13130	14559	13332
Valdemaqueda	11375	12426	11994	12223	12513
Valdepiélagos	10468	12903	12986	14171	12793
Valverde de Alcalá	12376	14875	11996	14239	12459
Villamanrique de Tajo	10164	10845	10749	10608	10694
Villamantilla	12606	12277	12475	12758	12521
Villavieja del Lozoya	10890	13395	13127	13883	13067
Lozoyuela-Navas-Sieteiglesias	11591	13439	13120	14051	13251
Puentes Viejas	11563	13034	13116	13902	13079
Renta media	11533	13299	12648	13749	12652

En gran parte de los casos descritos en la tabla 11, las funciones locales mejoran la estimación. Basta con ver los valores medios de tales observaciones: de 13299 euros anuales como valor medio, a los 12648 de la estimación media que realiza la interpolación local del UK y de los 13749 del IDW global, a los 12652 euros de la función IDW local, como

ejemplo de la utilidad de la distribución espacial de los cuadrantes de moran, para obtener muestras mas homogéneas. La sobreestimación Pozuelo del Rey, distante a 7 km de Nuevo Baztan (Renta 15330 ubicado en el cuadrante 2) y a 10 km. de Villar del Olmo (Renta 16115 ubicado en el cuadrante 2); ahora presenta un mejor ajuste con las funciones locales del UK y del IDW. Observe el caso de Valverde de Alcalá a 4 km. de Villalbilla (Renta 18168 ubicado en el cuadrante 2) y a 8 km. de Nuevo Baztan como otro ejemplo de esta mejoría.

Como ejemplo particular, véase los valores de la tabla 12, municipios cuyos valores están sesgados a sobreestimación en las funciones de interpolación global. El caso de Pozuelo del Rey, municipio cuyo valor de renta por la interpolación global por IDW y UK esta sesgado al valor de la variable de renta alta ubicados en el cuadrante 1 y 2 de Moran.

Tabla 12. Predicción local de datos con sobreestimación en funciones globales

	<i>RTA05</i>	<i>Modelo conjunto</i>		<i>Parcelación 2</i>	
		UK	IDW	UK 12-34	IDW 12-34
Pozuelo del Rey	10741	14209	13666	11809	12026
Valverde de Alcalá	12376	14875	14239	11996	12459
Anchuelo	12351	14454	14058	12215	12438
Valdemanco	12897	14132	14559	13130	13332
Valdeavero	12919	14019	14746	12901	13053
Patones	12650	13688	13931	13016	12920
	12322	14230	14200	12511	12705

La estimación realizada en municipios ubicados en el cuadrante 3 de Moran, próximos a municipios con valores cercanos conocidos y con mas de un municipio ubicado a menos de 27 kilómetros, también presentan una leve mejoría en su estimación. Los valores medios de la variable anotados en la última fila de la tabla 13, muestra que las funciones locales del UK y del IDW, logran unos valores medios mas próximos al valor real de la variable.

Tabla 13. Ejemplos de predicción local de datos ausentes

	RTA05	Modelo conjunto		Parcelación 2			
		UK	IDW	UK 34	12-34	IDW 34	12-34
Valdemaqueda	11375	12426	12223	11994		12513	
Olmeda de las Fuentes	13693	14719	13888	11445		11477	
Villamanrique de Tajo	10164	10845	10608	10749		10694	
Titulcia	11119	11650	11767	11886		11719	
Valdelaguna	10648	10365	10807	11228		10788	
	11400	12001	11859	11460		11438	

Ahora bien, los municipios que aparecen en la tabla 14 están ubicados en zonas geográficas donde hay escasez de puntos conocidos. En tal caso, las funciones locales de interpolación, no logran evitar que se cometan errores en la estimación de la variable. Si bien, hay una mejoría en estas, los valores medios estimados rondarán los valores que asume la variable en los municipios conocidos más cercanos.

Tabla 14. Predicción local en casos de escasez de puntos muestrales

	RTA05	Modelo conjunto		Parcelación 2			
		UK	IDW	UK 34	12-34	IDW 34	12-34
Serna del Monte (La)	9157	13626	13724	13147		13049	
Madarcos	9661	13689	13836	13120		13058	
Puebla de la Sierra	9861	13642	14002	13044		13040	
Somosierra	9280	12791	14048	13115		13070	
Prádena del Rincón	9507	12990	13940	13082		13062	
Robregordo	9582	12811	13818	13127		13095	
Horcajuelo de la Sierra	9972	12948	13958	13088		13071	
Cervera de Buitrago	10476	13287	13966	13069		13033	
Navarredonda y San Mamés	10418	13176	14225	13152		13115	
	9768	13218	13946	13105		13066	

El uso de ventanas locales de moran, logra mejorar la estimación de datos ausentes al contener muestras mas homogéneas. Sin embargo, el resultado final de la estimación de valores ausentes, dependerá de la distribución y cuantía de la muestra de valores conocidos.

Referencias bibliográficas

1. Abarca, F. (1997): Desarrollo de técnicas geoestadísticas en el análisis de imágenes en teledetección. Aplicación a la exploración minera. Tesis doctoral. Universidad de Granada.
2. Abellán, J.; Zurriaga, O.; Martínez, M.; Peñalver, J. y Molins, T. (2002): "Incorporación de la metodología geoestadística a la vigilancia de la gripe en una red centinela". *Gaceta Sanitaria*, 16 (4). (On line).
3. Acuña, E. y Poch, R. (2001): "Variabilidad de Propiedades Físicas de Suelos Forestales. Aplicación a la Cuenca Rasa de Cogulers (El Solsonès, Prepirineo Catalán)". *Edafología*, 8 (3), 11-23.
4. Agterberg, F. (2004): "George Matheron: Founder of Spatial Statistics". *Earth Sciences History*, 23 (2), 325-335.
5. Aguilera, F. Valenzuela, L. y Botequilha, A. (2011): "Landscape metrics in the analysis of urban land use patterns: A case study in a Spanish metropolitan area". *Landscape and Urban Planning*, 99, 226-238.
6. Ahlfeldt, G. (2008): "If Alonso Was Right: Accessibility as Determinant for Attractiveness of Urban Location". *Hamburg Contemporary Economic Discussions*, 12. University of Hamburg.
7. Ahlfeldt, G. y Wendland, N. (2010): "How polycentric is a monocentric city? The role of agglomeration economies" Online at MPRA Paper No. 24078, posted 23. July 2010 / 13:30. <http://mpra.ub.uni-muenchen.de/24078>
8. Alcalá, F. (2005): Recarga a los acuíferos españoles mediante balance hidroquímico. Tesis doctoral. Universidad Politécnica de Barcelona.
9. Alfaro, M. (2007): Estimación de Recursos Mineros. Libro on line Disponible en http://cg.ensmp.fr/bibliotheque/public/ALFARO_Cours_00606.pdf

10. Alonso, W. (1964): Location and land use. Cambridge, MA: Harvard University Press.
11. Anselin, L. (1989): Spatial econometrics: Methods and models. Kluwer Academic Publishers.
12. Anselin, L. (1993): "The Moran Scatterplot as an ESDA tool to assess local instability in spatial association". Paper presented at the GISDATA Specialist Meeting on GIS and Spatial Analysis, Amsterdam, The Netherlands, December 1-5 (West Virginia University, Regional Research Institute, Research Paper 9330).
13. Anselin, L. (1999): "Interactive techniques and exploratory spatial data analysis". In P. Longley, M. Goodchild, D. Maguire and D. Rhind (Eds.), Geographical Information Systems: Principles, Techniques, Management and Applications, 251-264. New York, Wiley
14. Anselin, L. y Le Gallo, J. (2006): "Interpolation of Air Quality Measures in Hedonic House Price Models: Spatial Aspects", Spatial Economic Analysis, 1 (1), 31-52.
15. Armstrong, M. (1984): "Problem with Universal Kriging". Mathematical Geology, 16 (1), 101-108.
16. Armstrong, M. y Dowd, P.(eds.) (1994): *Proceedings: Geostatistical Simulation* (Workshop, Fontainebleau, France, 27-28 May 1993, Serie Quantitative Geology and Geostatistics), 7, Dordrecht, Holland: Kluwer Academic Publishers, 254 p.
17. Aroca, P. (2000): Econometría Espacial: Una herramienta para el análisis de la economía regional. En V Encuentro de la Red de Economía Social. Panamá. Disponible en: <http://decon.edu.uy/network/pdfs/aroca.pdf>
18. Arriagada, C. (2003): "La dinámica demográfica y el sector habitacional en América Latina". CEPAL, Serie Población y desarrollo. N° 33.
19. Ávila, H. (2001): "Ideas y planteamientos teóricos sobre los territorios periurbanos. Las relaciones campo-ciudad en algunos

- países de Europa y América”. Investigaciones Geográficas. Boletín del Instituto de Geografía 45, 108-126.
20. Ávila, J. y Ribes, M. (2004): “Aplicaciones de la Geoestadística y de los Sistemas de Información Geográfica en el estudio de las poblaciones de las plagas”. *Revista Phytoma España* (164), 22-24.
 21. Badal, J., Sabadell, J. y Serón, F. (2002): “Tomographic images of the Mediterranean basin obtained by spatial prediction (kriging)” *Revista de la Academia de Ciencias Exactas, Físicas, Químicas y Naturales de Zaragoza*, 57, 189-200.
 22. Bailey, T. y Gatrell, A. (1995): “Interactive spatial data analysis”. Longman Group Limited: Essex, U.K.
 23. Barceló, C. (2006): “Housing tenure and labour mobility: a comparison across european countries”. Documentos de trabajo del Banco de España. N° 0603
 24. Basu, S. y Thibodeau, T. (1998): “Analysis of Spatial Correlation in House Prices”. *Journal of Real Estate, Finance and Economics*, 17(1), 61-86.
 25. Baumont, C., Ertur, C. y Le Gallo, J. (2003): Intra-urban spatial distributions of population and employment: The case of the agglomeration of Dijon, 1999”. Disponible en <http://ideas.repec.org/p/lat/legeco/2003-01.html>
 26. Benavente, J. (1983): Un ejemplo de aplicación geoestadística al estudio morfológico de variaciones piezométricas. III Simposio de Hidrogeología. Asociación Española de Hidrología Subterránea, Madrid, 9 - 13 de mayo.
 27. Bennett, R., Haining, R. y Griffith, D. (1984): “The Problem of Missing Data on Spatial Surfaces”, *Annals of the Association of American Geographers*, 74 (1), 138-156.
 28. Boluda, R. (1988): “Relaciones estadísticas de los valores de Metales Pesados (Cd, Co, Cu, Cr, Ni, Pb y Zn) con el pH, contenido en materia orgánica, carbonatos totales y arcilla de los suelos de la

- comarca La Plana de Requena-Utiel (València)". *Anales de Edafología y Agrobiología*. 47 (11-12), 1503-1524
29. Bosque, J. (1997): *Sistemas de Información Geográfica*, 2.^a edición corregida, Rialp, Madrid.
 30. Bourassa, A., Hoesli, M., Scognamiglio, D. y Zhang, S. (2011): "Land leverage and house prices". *Regional Science and Urban Economics* 41 (2011) 134–144.
 31. Brueckner, J. y Largey, A. (2008): "Social interaction and urban sprawl". *Journal of Urban Economics*. 64, 18–34.
 32. Brueckner, J. y Martin, R. (1997): "Spatial mismatch: An equilibrium analysis". *Regional Science and Urban Economics* 27, 693-714.
 33. Burger, M. y Meijers, E. (2010): "Form follows function? Linking morphological and functional polycentricity". Working paper, GaWC research bulletin 344.
 34. Burger, M., Goei, B., Laan, V. y Huisman, F. (2011): "Heterogeneous Development of Metropolitan Spatial Structure: Evidence from Commuting Patterns in English and Welsh City-Regions, 1981-2001". *Cities*, 28 (2), 160-170.
 35. Burrough, P. y McDonnell, R. (1998): *Principles of Geographical Information Systems*. Oxford University Press. New York
 36. Cáceres, G.; Booth, R. y Sabatini, F. (2002): "Suburbanización y suburbio en Chile: una mirada al grna Valparaíso decimonónico (1820-1870)". *Revista archivum* año iii (4), 151-164.
 37. Camagni, R. (2005): *Economía Urbana*. Antonio Bosch, Editor. Barcelona
 38. Camarero, J. y Rozas V. (2006): "Técnicas de análisis espacial de patrones de superficie y detección de fronteras aplicadas en ecología forestal". *Investigación Agraria: Sistemas y Recursos Forestales* 15(1), 66-87.
 39. Camarero, L. (2002): *Pautas y tendencias demográficas del medio rural: la población rural en la última década del siglo XX*, González

- y Gómez Benito (coord.), *Agricultura y Sociedad en el cambio de siglo*. McGraw Hill y UNED, Madrid.
40. Camagni, R. (2005): *Economía Urbana*. Antonio Bosch, Editor. Barcelona
 41. Cano, R. y Chica Olmo, J. (2004): “Una metodología Geo-Econométrica para la valoración inmobiliaria. Ciudad y Territorio. Estudios Territoriales, XXXVI (139), 135-152.
 42. Cardona, B. (2008): “Espacios de ciudad y estilos de vida. El espacio público y sus apropiaciones”. *Revista Educación Física y Deporte*. 27 (2), 39-47.
 43. Cardoso, A. y Ortiz, J. (2010): “Periurbanización, segregación social y fragmentación territorial”. *Revista del Departamento de Geografía*, n°11. Disponible en http://www.filo.unt.edu.ar/rev/geo/R11_Ortiz-Cardoso_periurbanizacion.pdf
 44. Cardoso, A. y Ortiz, J. (2010): “Periurbanización, segregación social y fragmentación territorial”. *Revista del Departamento de Geografía*. n°11
 45. Carut, B. (2006): “Territorios en transición: las transformaciones territoriales de la periferia de la ciudad de la Plata (Argentina)”. *Cuaderno de investigación geográfica*. 32, 123-145.
 46. Catalán, J. (1987): “Influencia de los valores extraños en los variogramas y en los estudios de autocorrelación y tendencia. Aplicación al estudio de las cenizas de mina Emma (Puertollano). *Canteras y explotaciones* 250, 40-46.
 47. Cely, J. y Bedard, Y. (2006): “El paradigma multidimensional: desarrollo de nuevas tecnologías para la gestión del territorio”. Disponible en http://sirs.scg.ulaval.ca/YvanBedard/article_nonprotege/441.pdf
 48. Chasco, C. (2003): *Econometría espacial aplicada a la predicción-extrapolación de datos microterritoriales*, Comunidad de Madrid.

49. Chica Olmo, J. (1995): "Spatial estimation of housing prices and locational rents" *Urban Studies*, 32, 1331-1344.
50. Chica Olmo, J., Cano, R., Hermoso, J. y Chica Olmo, M. (2004): "Aproximación Geoestadística para la zonificación de un espacio urbano. Creación de una cubierta para un SIG". *Territorio y medio ambiente: métodos cuantitativos y técnicas de información geográfica: aportaciones al "XI Congreso de Métodos Cuantitativos, SIG y Teledetección"* celebrado en Murcia, 20-23 de septiembre, 2004 / coord. por Carmelo Conesa García, Juan Bautista Martínez Guevara, págs. 357-367
51. Chica Olmo, M. y Jiménez , R. (1992a): "Influencia de valores extremos en la estructuración espacial de variables geoquímicas". *Actas de las sesiones científicas: III Congreso Geológico de España*, 2, 503-508.
52. Chica Olmo, M. y Jiménez , R. (1992b): "Análisis de la continuidad espacial de datos hidrogeoquímicos: comparación de diferentes estimadores de la función variograma", *Estudios Geológicos*, 48 (3-4), 145-153.
53. Chica Olmo, M. y Luque, J. (2003): "Creación de mapas de calidad de aguas subterráneas mediante métodos de Krigeaje". *Boletín geológico y minero*, 114(3), 299-310.
54. Chica Olmo, J. (1992): *Adecuación de las TVR al análisis de Variables Económicas Espaciales. Aplicación al precio de la Vivienda en la Ciudad de Granada. Tesis doctoral. Universidad de Granada.*
55. Chica Olmo, J. (1994): *Teoría de las variables regionalizadas. Aplicación en economía espacial y valoración inmobiliaria, Tesis doctoral. Universidad de Granada.*
56. Chica Olmo, J. (2007): "Prediction of Housing Location Price by a Multivariate Spatial Method: Cokriging" *Journal of Real Estate Research*, 29 (1), 95-114.

57. Chica Olmo, J.; Cano, R. y Chica Olmo, M. (2007): "Modelo hedónico espacio-temporal y análisis variográfico del precio de la vivienda. *Geofocus*, 7, 56-72.
58. Chica Olmo, J.; Cano, R. y Hermoso, J. (1999): "Metodología para la zonificación de una ciudad". *Estudios de Economía Aplicada*, 13, 23-49.
59. Chica Olmo, M. (2005): "La Geoestadística como herramienta de análisis espacial de datos de inventario forestal" *Cuad. de la Sociedad Española de Ciencias Forestales*, 19, 47-55.
60. Chica Olmo, M. et al (1992): "Evaluación geoestadística de los yacimientos de uranio FE, D y Alameda (Salamanca)" *Actas de las sesiones científicas: III Congreso Geológico de España*, 2, 476-482.
61. Chica Olmo, M. et al (1999): *Técnicas de Teledetección aplicadas al estudio de los ríos Tinto y Odiel. VIII Congreso de Teledetección. Albacete.*
62. Chica Olmo, M. et al (2005): "Una aproximación geoestadística al análisis espacial de la calidad del agua subterránea" *Revista GeoFocus (Artículos)*, 5, 79-93.
63. Chica Olmo, M. y Abarca, F. (1999): "Aplicación de un método geoestadístico al filtrado de imágenes radar". *VIII congreso nacional de teledetección, Teledetección, avances y aplicaciones. Santiago Castellano F. y Antonio Quintanilla R. (Eds), 371-374.*
64. Chica Olmo, M. y Abarca, F. (2001): *Elaboración de un filtro de imagen de paso alto basado en krigeaje ordinario. Teledetección: medio ambiente y cambio global. José A. Martínez y Joan Ignasi Rosell U. (Coord.), 516-519.*
65. Chica Olmo, M. y Chica Olmo, J. (1988): "Une domaine d'application interesant pour la Geostatistique: L'Economie". *De Geostatisticis*, 13, 7-8.
66. Chica Olmo, M. y Chica Olmo, J. (1989): "Análisis univariante del desempleo en la provincia de Granada 1976-1986". *Boletín ICE Económico*, 2191, 2781-2785.

67. Chica Olmo, M. y Delgado, J. (1992a): "Estimación geoestadística no lineal (KD): fases de elaboración". Actas de las sesiones científicas: III Congreso Geológico de España, 2, 83-487.
68. Chica Olmo, M. y Delgado, J. (1992b): "Estimación no lineal de reservas recuperables: aplicación al estudio de un yacimiento de carbón", Actas de las sesiones científicas: III Congreso Geológico de España, 2, 488-492.
69. Chica Olmo, M. y Jiménez, R. (1992a): "Influencia de valores extremos en la estructuración espacial de variables geoquímicas". Actas de las sesiones científicas: III Congreso Geológico de España, 2, 503-508.
70. Chica Olmo, M. y Jiménez, R. (1992b): "Análisis de la continuidad espacial de datos hidrogeoquímicos: comparación de diferentes estimadores de la función variograma", Estudios Geológicos, 48 (3-4), 145-153.
71. Chica Olmo, M. y Jiménez, R. (1992c): "Aplicación del Krigeaje Factorial al estudio de anomalías geoquímicas". Boletín geológico y minero, 103 (4), 103-109.
72. Chica Olmo, M. y Jiménez, R. (1995): "Estimación no-paramétrica de variables geoquímicas. Aplicación al AS como trazador del Au en mineralizaciones auríferas ligadas a zonas de cizalla R". Estudios Geológicos, 51, (1-2), 9-19.
73. Chica Olmo, M. y Luque Espinar, T. (1992): "Aplicación de la teoría de las variables regionalizadas en la investigación de Marketing" Revista Europea de Dirección y Economía de la Empresa, 1(1), 125-132.
74. Chica Olmo, M. y Luque, J. (2003): "Creación de mapas de calidad de aguas subterráneas mediante métodos de Krigeaje". Boletín geológico y minero, 114(3), 299-310.
75. Chica Olmo, M. y Pardo, E. (1989): "Simulación condicional de variables geológicas en una dimensión: aplicación al estudio de la

- evolución de niveles piezométricos”. Boletín geológico y minero, 100 (3), 118-128.
76. Chica Olmo, M. y Pardo, E. (1989a): “Vario2D: programa de ordenador para análisis variográfico en el plano”, Boletín geológico y minero, 100 (4), 180-193.
 77. Chica Olmo, M. y Ruiz, J. (2004): “Análisis geoestadístico de las áreas de entrenamiento en la clasificación digital de imágenes de satélite”. Revista de teledetección. 21, 85-88.
 78. Chica Olmo, M., Gallego A., García A., Manteca J. (1988): Variografía del yacimiento Pb-Zn Los Blancos III-Sierra de Cartagena: Coherencia análisis estructural-modelo geológico. II Congreso Geológico de España. Granada 1988.
 79. Chica Olmo, M.; Atkinson, P. y Pardo, E. (2006): “Downscaling cokriging for image sharpening”. Remote sensing of environment, 102 (1), 86-98.
 80. Chica Olmo, M.; Benavente, J. y Fernández Rubio, R. (1982): “Aplicación de la geoestadística al estudio de la potencia de un acuífero detrítico. Consideraciones metodológicas”. Tecniterrae, 8 (48), 42-48.
 81. Chica Olmo, M.; Fernández, R.; Pulido, A. y Yague, A. (1981): “Aplicación del krigeage a la estimación de niveles piezométricos” Tecniterrae, 7 (40), 72-77.
 82. Ciraci, H. y Kundak, S. (2000): “Changing urban pattern of Stambul; from monocentric to policentric structure”. ERSA Conference Papers, European Regional Science Association.
 83. Cliff, A. y Ord, J. (1981): Spatial processes, models and applications. London: Pion.
 84. Cliff, A. y Ord, L. (1973): Spatial autocorrelation. London: Pion.
 85. Coffey, B. (2006): “In Search of a Monocentric City”. Disponible en <http://www.rupture.net/~bentley/research/InSearchOMono.pdf>

86. Coley, A. y Clabburn, P. (2005): "GIS Visualisation and Analysis of Mobile Hydroacoustic Fisheries Data: a practical example". *Fisheries Management and Ecology*. 12 (6), 361-367.
87. Colom, C. y Moles, M. (1997): "La demanda de la vivienda en España". Documento de Trabajo del Instituto Valenciano de Investigaciones Económicas WP-EC 97-19.
88. Comisión de las Comunidades Europeas (1990): Libro Verde sobre el medio ambiente urbano, Bruselas, CCE.
89. Condal, A. y Miranda, M. (2003): "Importancia del análisis estadístico exploratorio en el proceso de interpolación espacial: caso de estudio Reserva Forestal Valdivia", *Bosque (Valdivia)*, 24 (2), 29-42.
90. Christakos, G. (2000): *Modern Spatiotemporal Geostatistics*. New York: Oxford University Press, 312 p.
91. Cressie, N. (1986): "Kriging Nonstationary Data". *Journal of the American Statistical Association*, 81, (395), 625- 634.
92. Cressie, N. (1989): "Geostatistics". *The American Statistician*. 43(4), 611-623.
93. Cressie, N. (1990): "The origins of kriging". *Mathematical Geology*. 22 (3), 239-252.
94. Cressie, N. (1991): *Statistics for spatial data*, John Wiley & Sons, New York, 900 p.
95. Cuador Gil, J.; Quintero, A. y Estévez, E. (2000): "La simulación condicional en Geoestadística" *Revista Minería y Geología*, XVII, (1), 47-50.
96. Cuador, J. (2005): "Estudios de estimación y simulación Geoestadística para la caracterización de parámetros geólogo-industriales en el yacimiento de laterítico Punta Gorda". *Minería y Geología*, 21 (4).
97. Cuador, J.; Quintero A.; Estevez, E. y Ramírez, R. (1997): *Elementos de la Geoestadística*. Universidad del Pinar. Documento

disponible en <http://es.scribd.com/doc/39953094/Elementos-de-Geoestadistica>

98. Cuador-Gil, J.Q. (2000): “La Geoestadística, Su Surgimiento y Evolución”, *Revista Avances*, 2 (2). [En línea].
99. Cuadrado, J., Marcos, M. y Lisbona, L. (2007): “Reequilibrio territorial en la ciudad de Madrid”. Estudio comparativo, situación social y económica de sus 21 distritos. Observatorio Economico. 267 p.
100. Cuervo, L. (2004): “Desarrollo económico y primacía urbana en América Latina Una visión histórico-comparativa”. II parte. Editores, Ana Torres Ribeiro, en contribución El rostro urbano de América Latina. Instituto de Pesquisa e Planejamento Urbano e Regional, Universidade Federal do Rio de Janeiro, UFRJ, Rio de Janeiro Brasil.
101. Deboer, L. (2004): “Resident age and housing search: evidence from hedonic residual”. *Urban studies*. 22 (5), 445-451.
102. De las Cuevas, C. (1999): “Aplicación del análisis geoestadístico al diseño de programas de muestreo en formaciones salinas”. *Acta Geológica Hispánica*, 31 (4), 67-76.
103. De Juan, J. et al (2002): “Aplicación de la geoestadística a la distribución espacial de la evotranspiración de referencia y la precipitación en Castilla-La Mancha”. *ITEA. Producción vegetal V* (1), 11-32
104. De Matos, C. (2000): “Santiago de Chile, globalización y expansión metropolitana. Lo que existía sigue existiendo”. *Sau Paulo em Perspectiva*. 14(4), 43-62.
105. De Matos, C. (2001): “Metropolización y suburbanización”. *EURE (Santiago) [online]* 27 (80) [citado 2011-05-22], 5-8.
106. Delgado, J. (1993): Estimación geoestadística de funciones de recuperación mineral. Aplicación práctica al estudio de un yacimiento de uranio. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.

107. Delgado, J. y Soares, A. (2004a): "Estimación de la incertidumbre en el proceso de modelización de un MDE mediante Aplicación de técnicas de simulación condicional Geoestadística". VIII Congreso Nacional de Topografía y Cartografía. Madrid, 19 -22 de octubre 2004.
108. Delgado, J.; Cardenal, J. y Gómez, A. (2002): "Generación de modelos digitales de terreno mediante la aplicación de métodos de estimación estocásticos". XIV Congreso Internacional de Ingeniería Gráfica Santander, España – 5-7 junio de 2002.
109. Delgado, J.; Soares, A. y Carvalho, J. (2004b): "Fusión de imágenes SPOT-P y Landsat-TM mediante simulación estocástica". VIII Congreso Nacional de Topografía y Cartografía. Madrid, 19 -22 de octubre 2004.
110. Dematteis, G. (1998): "Subur-banización y periurbanización. Ciudades anglosajonas y ciudades latinas". Monclús, Fco. Javier (Ed.), La ciudad dispersa. Barcelona, Centre de Cultura Contemporània de Barcelona.
111. Díaz, F. y Lourés, M. (2003): "La ciudad postfordista: Economía cultural y recualificación urbana". Revista de Economía Crítica. 2, 105-121.
112. Díaz, M. (2002): Geoestadística aplicada. Disponible en <http://es.scribd.com/doc/24737935/Geoestadistica-Aplicada>
113. Diaz, M., Llorente, M., Lafuente, M. y Galguera, L. (2003): El precio de la vivienda en Asturias. Una modelización econométrica". Revista Research Gate 4, (1), 35-62.
114. Di Paula, J. (2007): "Viviendo (en) la vivienda. Cambios y valores transformadores en el entorno construido". Revista INVI, 24,(60), 13-36.
115. Dowdall, M. y O'Dea, J. (1999): "Comparison of Point Estimation Techniques in the Spatial Analysis of Radium-226, Radium-228 and Potassium-40 in Soil". Environmental Monitoring and Assessment. 59 (2), 123-247.

116. Dujardin, C. y Goffette-Nagot, F. (2010): "Neighborhood effects on unemployment?". *Regional Science and Urban Economics* 40, 380–396.
117. Durlauf, S. (2004): "Neighborhood effects". In: Henderson, J.V., Thisse, J.F. (Eds.), *Handbook of Regional and Urban Economics*, 4. Elsevier, 2173–2242
118. Echegoyen, T. (2002): Desarrollo de un lenguaje original de proceso de mallas y aplicaciones a la ingeniería civil. Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Madrid.
119. Emery, X. (2004): Apuntes de clase. Universidad de Chile.
120. Entrena, F. (2005): "Procesos de periurbanización y cambios en los modelos de ciudad. Un estudio europeo de casos sobre sus causas y consecuencias". *Papers* 78, 59-88.
121. Escuder, J. y Lorenzo, S. (2002): "Simulación geoestadística en 2-D de las zonas de falla en el plutón granodiorítico de Fontanosas (Ciudad Real), zona Centro-Ibérica meridional". *Boletín Geológico y Minero*, 113 (4), 351-367.
122. Estevez, E.; Gómez, O. y Cuador, J. (2005): "Modelaje geológico y de recursos del yacimiento pastelillo utilizando el krigeaje de indicadores ". *Minería y Geología*, 21 (2).
123. Fernández, R. (2001): GEOEST V1.0 BETA: Una Herramienta de Geoestadística Espacio-Temporal. Aportaciones de la Estadística a los Estudios Medioambientales Selección de Trabajos Presentados a la Conferencia Internacional de Estadística en Estudios Medioambientales EMA'01, 30-53.
124. Fernández, R (2003): Geoestadística espacio-temporal. Modelos flexibles de variogramas anisotrópicos no separables. Tesis doctoral. Universidad de Santiago de Compostela.
125. Fernández, G. y Larraz, B. (2008): "Aportaciones de los métodos geo-cuantitativos a la estimación de precios de vivienda". *Revista Economía*, 12, 217- 242.

126. Fernández, G. (2009): "Spatial Regression Analysis vs. Kriging Methods for Spatial Estimation" *International Advances in Economic Research*, 15, 44-58.
127. Flatau, P.; Forbes, M; Hendershott, P.; and Wood, G. (2003): "Homeownership and unemployment: the roles of leverage and public housing". NBER working paper, 10021
128. Formigo, J. (2005): Periurbanización y rururbanización en Galicia. Alicante: Biblioteca Virtual Miguel de Cervantes. Disponible en: <http://www.cervantesvirtual.com/obra/periurbanizacion-y-rururbanizacion-en-galicia-0/>
129. Francis, M. y Kopletek, J. (2000): "Multiscale effects of grain size on landscape pattern analysis". *Geographic Information Sciences*, 6(1), 21-37.
130. Franke, R. (1982): "Scattered data interpolation: tests of some methods". *Mathematics of computation*. 38 (157), 181-200.
131. Franz, E.; Rossi R.; Mulla, D. y Journel, A. (1992): "Geostatistical tools for modeling and interpreting ecological spatial dependence". *Ecological Monographs* 62, 277-314.
132. Freeman, E. y Moisen, G.; (2007): "Evaluating Kriging as a Tool to Improve Moderate Resolution Maps of Forest Biomass". *Environ Monit Assess*, 128:395-410
133. Freire, J., González, E. y Olaso, I. (1992): "Spatial distribution of *Munida intermedia* and *M. sarsi* (Crustacea: Anomura) on the Galician continental shelf (NW Spain): Application of geostatistical analysis. *Estuarine, Coastal and Shelf Science*, 35, 637-648.
134. Freire et al (1993): "Geostatistical analysis of spatial distribution of *Liocarcinus depurator*, *Macropipus tuberculatus* and *Polybius henslowii* (Crustacea: Brachyura) over the Galician continental shelf (NW Spain)". *Marine Biology*, 115, 452-461.
135. Funes, H. (2004): Métodos Estadísticos en Problemas Espaciales. Tesis de Magister en Estadística Aplicada. Universidad Nacional de Tucumán.

136. Gallardo, A. (2006): "Geostatística", *Ecosistemas* 15 (3), 48-58.
137. Gallego, A.; Manteca, J. y Palomero, A. (1984): "Un ejemplo de aplicación geoestadística bajo restricción geológica: evaluación mina Brunita-Sierra de Cartagena". I Congreso español de geología: Segovia del 9 al 14 de abril de 1984. Colegio Oficial de Geólogos (Eds): Segovia. 3, 565-578.
138. Gallo, M., Garrido, R. y Vivar, M. (2010): "Cambios territoriales en la Comunidad de Madrid: policentrismo y dispersión". *EURE*, 36 (107), 5-26.
139. Gámez, M. (1997): *Nuevas Técnicas de Estadística Espacial para la Economía. Modelización del Precio de la Vivienda Libre en la Ciudad de Albacete*. Tesis doctoral. Universidad Castilla-La Mancha
140. Gámez, M., Montero, J. y García, N. (2000): "Kriging Methodology for Regional Economic Analysis: Estimating the housing price in Albacete". *International Advances in Economic Research*, 6 (3), 438- 451.
141. García, J. (2007). "Algunas consideraciones sobre el problema de la vivienda en España". *Papeles de Economía Española*, 113, 138-153.
142. García, J. (1999): "El precio del suelo: la polémica interminable". En García-Mila (Ed.), *Nuevas Fronteras de la Política Económica*, CREI.
143. García, J. (2010): "Urban sprawl and travel to work: the case of the metropolitan area of Madrid". *Journal of Transport Geography* 18, 197-213.
144. García, F., García, M., Bedia, J. y Sides, E. (1986): "Nuevas investigaciones y trabajos de evaluación de reservas de gossan en Minas de Riotinto" *Boletín geológico y minero*, 97 (5), 82-102.
145. García, F.; García, M.; Malave, J.; Sobol, F. y Sides, E. (1988): "Modelos geológicos para la exploración y cálculo de reservas a

- largo y corto plazo, en el yacimiento de cobre de cerro Colorado (Minas de Riotinto)” Boletín Geológico y Minero, 99 (1), 83-101
146. García, J. y Cebrián, F. (2006): “La interpolación como método de representación cartográfica para la distribución de la población: aplicación a la provincia de Albacete”. XII Congreso Nacional de Tecnologías de la Información Geográfica. Granada, 19-23 de septiembre de 2006
147. García, J. y Gutiérrez, J. (2007): “Pautas de la movilidad en la Comunidad de Madrid”. Cuadernos de Geografía de la Universidad de Valencia, 81/82, 7- 30.
148. García, M. y Muñiz, I. (2007): “¿Policentrismo o dispersión? Una aproximación desde la nueva economía urbana”. Investigaciones Regionales. 11, 25-43.
149. Garocho, C. y Campos, J. (2007): “Dinámica de la estructura policéntrica del empleo terciario en el área metropolitana de Toluca. 1994-2004”. Papeles de Población. Abril-Junio-52, 110-135.
150. Geary, R. (1954): “The contiguity ratio and statistical mapping” The incorporates Statistician. 5, 115-141.
151. Gelfand, A.; Ecker, M.; Knight, J. y Sirmans, C. (2004): “The Dynamics of Location in Home Prices”. Journal of Real Estate Finance and Economics, 29 (2), 149-166.
152. Giraldo, R. (2002): Introducción a la Geoestadística: Teoría y Aplicación. Departamento de Estadística, Universidad Nacional de Colombia, 97 p. [En línea].
153. Giraldo, R.; Troncoso, W.; Mancera, J. y Méndez, N. (2000): “Geoestadística: una herramienta para la modelación en Estuarios”. Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, XXIV (90), 59-72.
154. Giraldo, R. (2007): “Análisis exploratorio de variables regionalizadas con métodos funcionales”. Revista Colombiana de Estadística, 30 (1), 115-127.

155. Glaeser, E. (2001): "Consumer City", *Journal of Economic Geography*, 1, 27-50.
156. Gómez, B. y Hansford, T. (2008): "Who Benefits from High Turnout?" Presentado en el encuentro anual APSA 2008, Hynes Convention Center, Boston, Massachusetts Online <APPLICATION/PDF>.2009-05-23from http://www.allacademic.com/meta/p279934_index.html
157. Gómez, J. (1986): "Una introducción a la Geoestadística y sus posibles aplicaciones a las ciencias del agua". *Revista de Obras Públicas*, 133 (3251), 783-803.
158. González, W. y Matías, J. (2006): "Regularized kriging as a generalization of simple, universal and Bayesian kriging", *Stoch. Envir. Res.and Risk Ass*, 20, 243-258.
159. Goodchild, M. y Haining, R. (2005): "SIG y análisis especial de datos: perspectivas convergentes". *Investigaciones Regionales*, 6, 175,201.
160. Goodchild, M.; Longley, P. y De Smith, M. J (2007): *Geospatial Analysis: The comprehensive independent guide to principles, techniques & software tools*. www.spatialanalysisonline.com.
161. Guerra, F., Gómez, H., González, J. y Zambrano, Z. (2006): "Uso Actual de Métodos y Técnicas para el Estudio de la Precipitación Incluyendo Plataformas SIG". *Geoenseñanza*, 11 (1), 97- 106
162. Gunst, R. y Hartfield, M. (1997): "Robust semivariogram estimation in the presence of influential spatial data values". In Gregoire et al (Eds.), *Modeling longitudinal and spatially correlated data: Methods, applications, and future directions*, lecture notes in statistics. 122, 265–274. New York: Springer
163. Gutiérrez, J. y García, J. (2007a): "Espacios residenciales en la ciudad dispersa". En: *Homenaje al Profesor Casas Torres*. Madrid, Universidad Complutense, 445-456.

164. Gutiérrez, J. y García, J. (2007b): "New patterns in mobility within the metropolitan area of Madrid: towards more complex and disperse flow networks". *Journal of Transport Geography*, 15 (1), 18-30.
165. Haas, T. (1990): "Kriging and automated variogram modeling within a moving window". *Atmospheric Environment. Part A. General Topics* , 24 (7), 1759-1769.
166. Haavelmo, T. (1950): "The notion of involuntary economic decisions" *Econometrica* 18, 1-8.
167. Harris, P. Charlton, M. Fotheringham, A. (2010): "Moving window kriging with geographically weighted variograms". *Stoch Environ Res Risk Assess.* Springer-Verlag 2010
168. Heinrichs, D., Nuissl, H. y Rodríguez, C. (2009): "Dispersión urbana y nuevos desafíos para la gobernanza (metropolitana) en América Latina: el caso de Santiago de Chile". *Revista Eure*, Vol. XXXV, (104), 29-46.
169. Henríquez, C., Killor, R., Bertsch, F. y Sancho, F. (2005): "La Geoestadística en el estudio de la variación espacial de la fertilidad del suelo mediante el uso del interpolador kriging", *Agronomía Costarricense*, 29 (2), 73-81.
170. Henríquez, M. y Vilorio, J. (1999): "Número de Observaciones para Estimar Semivariogramas de Algunas Propiedades de Suelo y Distancias de Muestreo". *Agronomía Tropical* 49(1), 5-17.
171. Hernández, J y Corvalán, P. (2000): "Uso de variogramas para la determinación del tamaño medio de las copas de pino Silvestre en imágenes aéreas digitales"; *Ciencias Forestales*, 14-15 (1-2), 3-18.
172. Hernández, R. (2000): "Estimación Espacial de la Temperatura del Aire mediante Kriging con Deriva Externa Tecnologías Geográficas para el Desarrollo Sostenible". IX Coloquio de Geografía Cuantitativa, Alcalá. 39-52.
173. Hoef, J. (2004): *Introduction to ArcGIS 9 Geostatistical Analyst.* ESRI Training and Education.

174. IGAC, Instituto Geográfico Agustín Codazzi, (1998). Principios básicos de cartografía temática, IGAC, Bogotá.
175. Isaaks, E. y Srivastava R. (1989): An introduction to applied geostatistics. Oxford University. New York. 561 pp.
176. Jiménez, R (1993): Análisis geoestadístico de la distribución espacial de anomalías geoquímicas en exploración minera. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.
177. Jiménez, R. (2003): “Tratamiento numérico de la información hidrogeológica: fases de estudio y ejemplos de aplicación”. Boletín Geológico y Minero, 114 (3), 311-322
178. Journel, A. y Huijbregts, Ch. (1978): Mining Geostatistics. Academic Press, New York, 600 p.
179. Juan, P. y Mateu, J. (2009): *Geoestadística Espacial. Técnicas Espectrales con Aplicaciones*. Editorial VDM-Verlag, Germany. 264p.
180. Juárez, M. y Auvinet, G. (2002): “Caracterización del subsuelo del Valle de México”. Métodos numéricos en ingeniería y ciencias aplicadas. E. Oñate, F. Zárate, G. Ayala, S. Botello y M.A. Moreles (Editores). CIMNE, Barcelona. 288-296.
181. Kastelec, D. y Košmelj, K. (2002): “Spatial Interpolation of Mean Yearly Precipitation using Universal Kriging”. Ljubljana: Developments in Statistics Andrej Mrvar and Anuška Ferligoj (Eds.) Metodološki zvezki, 17.
182. Krige, D. (1951): “A statistical approach to some basic mine valuation problems on the Witwatersrand” Journal of the Chemical, Metallurgical and Mining. Society of South Africa. 52 (6), 119-139.
183. Krige, D. y Kleingeld, W. (2005): *The genesis of geostatistics in gold and diamond industries*. New York: Springer: Michel Bilodeau, Fernand Meyer, Michel Schmitt (Eds.), Space, Structure and Randomness, 5-16.
184. Krige, D. (2007): The Origins and Development of Geostatistics. Ponencia en APCOM 33, International Symposium on Application of

- Computers and Operations Research in The Mineral Industry. April 24-27. Santiago, Chile
185. Krivoruchko, K. y Gribov, A. (2002): "Working on Nonstationarity Problems in Geostatistics Using Detrending and Transformation Techniques: An Agricultural Case Study". Paper presentado en Joint Statistical Meetings, New York City, August 2002.
 186. Kim, S. (2007): "Changes in the nature of urban spatial structure in United States, 1890-200". *Journal of regional Science*, 47(2), 273-287.
 187. Kim, S. y Galiani, S. (2009): "Political Centralization and Urban Primacy: Evidence from National and Provincial Capitals in the Americas". Disponible en <http://EconPapers.repec.org/RePEc:nbr:nberch:11997>
 188. Lam, N. (1983): "Spatial Interpolation Methods: A Review", *The American Cartographer*, 10 (2), 129-149.
 189. Larraz, B. (2004): Técnicas de cokrigeadado para el análisis económico. Estimación de precios de bienes inmuebles en el casco histórico de la ciudad de Toledo. Tesis doctoral. Universidad Castilla-La Mancha.
 190. Larraz, B. y Montero, J. (2002): "Estructura Espacial de la Tasa de Desempleo: una aproximación". Ponencia de la XVII Reunión Anual de la Asociación Científica Europea de Economía Aplicada (Asepelt-España). Publicación en CD.
 191. Leal, J. (2002): "Segregación social y mercados de vivienda en las grandes ciudades". *Revista Española de Sociología*, 2, 59-75.
 192. Lee, B y Gordon, (2007): "Urban spatial structure and economic growth in US metropolitan areas". Western Regional Science Association, 46th Annual Meeting Newport Beach, California. Disponible en <http://time.dufe.edu.cn/article/petergordon/2.pdf>
 193. Legrá, A., (1999): Metodología para el pronóstico, planificación y control de la minería en yacimientos lateríticos. Tesis doctoral. Instituto Superior Minero Metalúrgico. Cuba

194. Lertxundi, A. (2007): Métodos de estadística espacial para evaluar la influencia de factores medioambientales sobre la incidencia y mortalidad por cáncer. Tesis doctoral.
195. Leva, G. (2005): "Indicadores de Calidad de Vida Urbana. Teoría y metodología". Universidad Nacional de Quilmes.
196. Lever, W. y Turok, I. (1999): "Competitive Cities: Introduction to the Review", *Urban Studies*, 36 (5-6), 791-793.
197. López, A., Chasco, C. y Navarrete, M. (2009): "Auditoría Urbana: Indicadores y Tipología de Ciudades Europeas". Información Comercial Española, Revista de Economía. Volumen 848, pp. 173-192.
198. Luque, J. (2001): Análisis geoestadístico espacio-temporal de la variabilidad piezométrica: aplicación a la vega de Granada. Tesis doctoral. Universidad de Granada.
199. Malagrida, L. (1984): Verificación e interpretación de esquemas teóricos en el análisis multivariable aplicado en petrología. Relaciones con la estimación de recursos (kriging disjunto). Tesis Doctoral. Universidad de Barcelona.
200. Manteca, J. (1993): De la modelización del yacimiento a la producción mineral diaria: Seguimiento y control geológico de una explotación minera. Tesis doctoral, Universidad Complutense de Madrid.
201. Mankiw, G. y Weil, D. (1989): "The Baby Boom, the Baby Bust and the Housing Market," *Regional Science and Urban Economics*, 19 (2), 235-258.
202. Martínez, A.; Faci, J.; Quilez, D. y Berenguer, M. (1993): "Aplicación de la geoestadística en la investigación agraria: Resultados prácticos en la agricultura aragonesa". *Riegos y drenajes XXI*, 10 (74), 23-27.
203. Martínez, A. y Faci, J. (1994): "Análisis geoestadístico multivariante, una solución para la interpolación espacial de la

- evapotranspiración y la precipitación”. *Riegos y Drenajes XXI*, 78: 15-21.
204. Martínez Vargas, A. (2006): “Modelación de los contenidos de hierro en yacimientos lateríticos heterogéneos de níquel y cobalto. Caso de estudio, yacimiento Moa Oriental”. *Minería y Geología*, 23 (2).
205. Martínez, A. y Ramírez, J. (2005): “Desarrollo actual de la Geoestadística en el mundo”. *Minería y Geología*. 21(4).
206. Martínez, A.; Legrá, A.; Ferrera, N. y Mena, L. (2003): “Modelo Digital del Relieve Original del Yacimiento Punta Gorda” *Minería y Geología*, (3-4), 103-119.
207. Mateu, J. y Morrel, I. (2003): *Geoestadística y modelos matemáticos en hidrogeología*, Publicaciones de la Universidad Jaume I. 316p.
208. Mateu, G; Pawlowsky, V. y Tolosana, R. (2003): “Krigado de variables positivas. Un modelo alternativo”. 27 Congreso Nac. de Estadística e Investigación Operativa. Lleida, del 8 al 11 de abril de 2003, 1387-1399
209. Mateu, J. Juan, P. y Porcu, E. (2007): “Geostatistical analysis through spectral techniques: some words of caution”. *Communications in Statistics: Simulation and Computation*, 36 (5), 1035-1051
210. Mateu, J., Delicado, P., Giraldo, R. y Comas, C. (2008): “Statistics for Spatial Functional Data”, *Environmetrics*. John Wiley & Sons (Online).
211. Matías, J. (2003): Redes neuronales para regresión y clasificación. Nuevos algoritmos y aplicaciones. Tesis doctoral, Universidad de Santiago de Compostela.
212. Matherón, G. (1965): Les variables généralisées et leur estimation, Masson et Cie, France.

213. Matherón, G. (1962): *Traité de géostatistique appliquée*, Memoires du Bureau de Recherches Géologiques et Minières N°14. Paris. Éditions Technip. 333 p.
214. Matheron, G. (1963): "Principles of geostatistics". *Economic Geography*, 58, 1246-1266.
215. Matheron, G., y Kleingeld, W. (1987): "The Evolution of Geostatistics", APCOM 87. Proceedings of the Twentieth International Symposium on the Application of Computers and Mathematics in the Mineral Industries. Johannesburg, 3, 9-12.
216. Mayor, M. y Hernández, M. (2000): "Una aproximación al gradiente de densidad de población". *Anales de Economía Aplicada*. XIV Reunión ASEPELT-España. Oviedo, 22 y 23 de Junio de 2000
217. Méndez, R. y Rasquín, J. (1992): "Ciclo urbano y difusión del crecimiento en la ciudad de Madrid". *Anales de geografía de la Universidad Complutense de Madrid*, 12, 333-344.
218. Meijers, E. y Burger, M. (2010): "Spatial Structure and Productivity in U.S. Metropolitan Areas". *Environment and Planning*, 42 (6), 1383-1402.
219. Meijers, E. (2008): "Measuring polycentricity and its promises", *European Planning Studies* 16, 1313-1323.
220. Mella, J. y Chasco, C. (2005): "A Spatial Econometric Analysis of Urban Growth and Territorial Dynamics: A Case Study on Spain (1985-2001)", en *Contributions in Spatial Econometrics*, ed. Copy Center, Zaragoza.
221. Mella, J., López, A. y Chasco, C. (2005): "Crecimiento urbano y dinámica territorial en España (1985-2001): un análisis de econometría espacial". Disponible en www.ief.es/documentos/investigacion/seminarios/estadistica_publica/2005_20Enero.pdf
222. Méndez, R. y Rodríguez, J. (2007): "Transformaciones productivas y nuevas formas urbanas: difusión de las actividades económicas en

- la región metropolitana funcional de Madrid”. *Anales de Geografía*, 27 (2), 105-134.
223. Moffitt, R., (2001): “Policy intercentions, Low-Level equilibria, and social interactions”. In: Durlauf, S.N., Young, H.P. (Eds.), *Social Dynamics*. Brookings Institution Press and Mit Press, 45–82.
224. Molina, L. y Vergara, J. (2005): “Impacto ambiental de jaulas flotantes: estado actual de conocimientos y conclusiones prácticas”. *Bol.Ins. español de oceanografía*, 21 (1-4), 75-81
225. Montero, J. y Larraz, B. (2006): “Estimación espacial del precio de la vivienda mediante métodos de Krigeado”. *Revista Estadística Española*, 48 (162), 201-240.
226. Montero, J. y Larraz, B. (2008): *Introducción a la Geoestadística Lineal*, Netbiblo, España. 142p.
227. Montero, J.; Chasco, C. y Larraz, B. (2009): “Building an Environmental Quality Index for a big city: a spatial interpolation approach with DP2”. *Journal of Geographical Systems*, 12-4; pp. 435-459.
228. Montero, J.; Mateu, J.; Porcu, E. y Fernández, G. (2009): “Geoestadística Espacial y Espacio-Temporal: Vino Nuevo, Cepas Viejas”. Ponencia en V Congreso Inter. de Historia de la Estadística y de la Probabilidad. Santiago de Compostela 17-18 de septiembre de 2009.
229. Moral, F. y Marques, J. (2002): “Ejemplo de representación gráfica de una variable regionalizada”. XIV Congreso Internacional de Ingeniería Gráfica Santander, España – 5-7 junio de 2002
230. Moral, F. (2003a): “Representación Gráfica de las Variables Regionalizadas. Geoestadística lineal”. *Servicio de Publicaciones de la Universidad de Extremadura*, Badajoz, España.
231. Moral, F. (2003b): “Representación Gráfica de la Distribución Espacial de una Plaga en una Plantación mediante el uso de Técnicas Geoestadísticas”. *Mapping Interactivo*, noviembre-diciembre 2003, (On line).

232. Moral, F. (2004): “Aplicación de la Geoestadística en las ciencias ambientales”, *Ecosistemas*, Año XIII (1).
233. Moran, P. (1948): “The interpretation of statistical maps”. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*. 10 (2), 243-251.
234. Moreno, A. (2005): *Sistemas y análisis de la información geográfica. Manual de autoaprendizaje con ArcGIS*. RA-MA, Madrid.
235. Moreno, A. y Cañada, R. (2007): “Justicia Ambiental y Contaminación Atmosférica por Dióxido de Azufre en Madrid: Análisis Espacio-Temporal y Valoración con Sistemas de Información Geográfica”. *Boletín de la A.G.E.*, 44, 301-324.
236. Moreno, R. y Vaya, E. (2002): “Econometría espacial: nuevas técnicas para el análisis regional. Una aplicación a las regiones europeas”. *Investigaciones Regionales*. 1, 83-106.
237. Mori, T. (2006): “Monocentric versus policentric models in urban economics”. Disponible en <http://www.kier.kyoto-u.ac.jp/~mori/papers/DP611.pdf>
238. Muñiz, I., García, M. y Calatayud, D. (2006): “SPRAWL. Definición, causas y efectos”. *Documentos de trabajo, Economía aplicada*. Universidad Autónoma de Barcelona.
239. Naess; P. (2006): “Accessibility, Activity Participation and Location of Activities: Exploring the Links between Residential Location and Travel Behaviour”. *Urban Studies*, 43 (3), 627-652.
240. Nalder, I. y Wein, R. (1998): “Spatial interpolation of climatic Normals: test of a new method in the Canadian boreal forest”. *Agricultural and Forest Meteorology*. 92 (4), 211-225.
241. Navarro, E. (2005): *El análisis económica regional: la población y el empleo en Venezuela, estudio econométrico a través de un modelo de interdependencia regional*. Tesina. Instituto Lawrence R. Klein. Universidad Autónoma de Madrid.
242. Ne·Lo, O. (2004): “Las grandes ciudades españolas en el umbral del siglo XXI”. *Papers, Regió Metropolitana de Barcelona*. 42, 9-62.

243. Ninyerola, M. (2007): "Monthly precipitation mapping of the Iberian Peninsula using spatial interpolation tools implemented in a Geographic Information System". *Theoretical and Applied Climatology*. 89 (3-4), 195-209.
244. Olea, R. (1991): *Geostatistical glossary and multilingual dictionary*. Oxford University Press. New York, NY, USA.
245. ONU, (2001): *Declaración sobre las ciudades y otros asentamientos humanos en el nuevo milenio*. A/RES/S-25/2.
246. ONU-HABITAT, (2011): *Programa de las Naciones Unidas para los Asentamientos Humanos, Recuperando la primera Centralidad de la Ciudad*
247. Orche, E. y Fernandez, J. (1996): "Aplicación de la geoestadística a la clasificación de recursos de carbón en España". *INGEOPRES*, 36,13-21
248. Orche, E.; García, G.; Saavedra, A. y Taboada, J. (1997): "Estudio geoestadístico de la calidad de los bloques de granito ornamental". *ROC Máquina*, 77-88.
249. Ovalles, F. y Rey, J. (1995): "Variabilidad interna de unidades de fertilidad en suelos de la depresión del lago de Valencia". *Agronomía Tropical*. 44(1), 41-65.
250. Páez, A.; Long, F. y Farber, S. (2008): "Moving window approaches for hedonic price estimation: An empirical comparison of modeling techniques". *Urban Studies* 45, 1565-1581.
251. Palacios, M. (1999): *Robustez en geoestadística multivariante*. Tesis doctoral.
252. Pain, K. (2008): "Examining 'Core-Periphery' Relationships in a Global City-Region: The Case of London and South East England Regional". *Studies*, 42 (8), 1161-1172.
253. Pardo, E. (1991): *Simulación geoestadística de variables geológicas por métodos espectrales*. Tesis Doctoral. Universidad de Granada
254. Parr, J. (2004): "The Polycentric Urban Region: A Closer Inspection" *Regional Studies*. 38 (3), 231-240.

255. Pascual, J.; Añó, C.; Sánchez, C.; Masía, J. y Arnau, E. (2001): “Valoración de la idoneidad de los índices PCI y MFI para estimar la concentración y agresividad de las precipitaciones en la Comunidad Valenciana”. *Cuaternario y Geomorfología*, 15 (3-4), 77-84.
256. Pavia, J., Larraz, B. y Montero, J. (2008): “Election Forecasts Using Spatiotemporal Models”. *Journal of the American Statistical Association*. 103 (483), 1050-1059.
257. Peeters, L. (2008) "Selective In-migration an Income Convergence and Divergence across Belgian Municipalities", *Regional Studies*, 42, 905-921
258. Peeters, L. y Chasco, C. (2006): “Ecological Inference and Spatial Heterogeneity: An Entropy-based Distributionally Weighted Regression Approach”, *Papers in Regional Science*, 85 (2), 257-276.
259. Polese, M. (2001): “Cómo las ciudades producen riqueza en la nueva economía de la información: desafíos para la administración urbana en los países en desarrollo”. *EURE (Santiago)*, 27 (81), 5-23.
260. Polvorinos del Río, A. (1980): *Geoestadística Lineal en Prospección Geoquímica: su necesidad y limitaciones*. Tesis Doctoral, Universidad de Sevilla.
261. Poterba, J. (1991): “House Price Dynamics: the Role of Tax Policy and Demography”, *Brookings Papers on Economic Activity*, 2
262. Porcu, E.; Gregori, P. y Mateu J. (2006): “Nonseparable stationary anisotropic space-time covariance functions”. *Stochastic Environmental Res. and Risk Assessment*, 21, 113-122
263. Porcu, E., Mateu, J.; Zini, A. y Pini, R. (2007a): “Modelling spatio-temporal data: a new variogram and covariance structure proposal” *Statistics and Probability Letters*, 77, 83-89.
264. Porcu, E.; Mateu, J. y Bevilacqua, M. (2007): “Covariance functions which are stationary or nonstationary in space and stationary in time”. *Statistica Neerlandica*, 61 (3), 358-382.

265. Porcu, E., Mateu, J. y Saura, F. (2008): "New classes of covariance and spectral density functions for spatio-temporal modelling". *Stoch. Envir. Research and Risk Assessment*, 22 (1), 65-79
266. Porcu, E.; Gregori, P. y Mateu, J. (2009): "Archimedean spectral densities for nonstationary space-time Geostatistics". *Statistica Sinica*, 19 (1), 273-286.
267. Portalés C., Boronat, N., Pardo, J. y Balaguer, A. (2008): "Un nuevo método para el cálculo de precipitaciones medias mediante técnicas de interpolación geoestadística considerando las características geográficas y topográficas del territorio". Congreso Internacional sobre Ingeniería Geomática y Topográfica, TOP-CART 2008. Valencia.
268. Pradere R. (1999): "Definición de patrones homogéneos de pluviosidad en los llanos centrales venezolanos mediante kriging factorial". *Agronomía Tropical*. 49(3), 297-325.
269. Pulido, A. (2006): "Madrid, en el concierto de las grandes ciudades". Observatorio económico. Ayuntamiento de Madrid, 114 p.
270. Pulido, A., Pulido, P. y Calvache, M. (2002): "Distribución espacial de parámetros fisicoquímicos de aguas subterráneas en Castell de Ferro (Granada)" *Geogaceta*, 31.
271. Quereda, J. et al (2005): "Comparación de la cartografía de la temperatura superficial y del aire mediante AVHRR y datos in situ en la Comunidad Valenciana" XI Congreso Nacional de Teledetección, 21-23 septiembre 2005. Puerto de la Cruz. Tenerife.
272. Ramírez, J.; González, J.; Ocete, R. y López, M. (2002): "Descripción geoestadística de la distribución espacial de los huevos del mosquito verde *Jacobiasca lybica* (Bergenin & Zanon) (Homoptera: Cicadellidae) en viñedo: modelización y mapeo". *Boletín de sanidad vegetal. Plagas* 28 (1), 87-95.
273. Ribes, M. (1995): Estudio de la compactación de los suelos sometidos a un proceso de nivelación laser. Tesis doctoral.

274. Ribes, M.; Bascuñana, M. y Avilla, J. (1998): “Estudio de la distribución espacial de *Cydia ponella* (L) y *Pandemis heparana* (Denis & Schiffermüller) en Torregrossa (Lleida) mediante métodos geoestadísticos”. Boletín de sanidad vegetal. Plagas, 24 (4), 935-947.
275. Rigol, J. (2000): Aplicación de Sistemas de Información Geográfica y Teledetección en Exploración Minera. Tesis doctoral, Universidad de Granada.
276. Ripley, B. (1981): *Spatial Statistics*, John Wiley & Sons. New Jersey. 252 p.
277. Rivoirard, J. (1994): *Introduction to Disjunctive Kriging and Non-Linear Geostatistics (Spatial Information Systems)*. New York: Oxford University Press, 192 p.
278. Rodríguez, J. y Grau, J. (2007): “El gis como herramienta en el estudio de la variación espacial del contenido de metales pesados en suelos agrícolas de España”. Memorias XI Conferencia Iberoamericana de SIG. Buenos Aires, Argentina. Ed: Lujan, Buenos Aires. 6 y 9 de septiembre. San Juan, Puerto Rico.
- 279.
280. Rodón. O. (2007): Curso de krigeado. Disponible en <http://www.geo.upm.es/postgrado/CarlosLopez/geoestadistica/index.htm>
281. Rodríguez, J. (2007): “Los Índices de precios de la vivienda. Problemática”. Revista índice, 22, 14-16.
282. Rodriguez, j. y Fellingner, j. (2007): Precios de vivienda en España, 1996 y 2004. El auge inmobiliario. Mimeo
283. Romero et al (2010): “Climas urbanos y contaminación atmosférica en Santiago de Chile”. Revista EURE, 36 (109),35-62.
284. Royuela, V., Suriñach, J. y Artís, M. (2008): “La influencia de la calidad de vida en el crecimiento urbano. El caso de la provincia de Barcelona”. Investigaciones Regionales, 13, 57-84.
285. Rufino, M. Maynou, F., Abelló, P. y Yule, A. (2004): “Small-scale non-linear geostatistical analysis of *Liocarcinus depurator*

- (Crustacea: Brachyura) abundance and size structure in a western Mediterranean population” *Marine Ecology*, 276, 223–235.
286. Saa, A. (1990): Modelo de distribución espacial y de frecuencia de la precipitación en la península ibérica. Tesis doctoral. Universidad: Politécnica de Madrid.
287. Seto, K. y Fragkias, M. (2005): “Quantifying spatiotemporal patterns of urban land-use change in four cities of China with time series landscape metrics”. *Landscape. Ecology* 20 (7), 871–888.
288. Shuehui, H. (2010): “Housing demand in Shanghai: A discrete choice approach”. *China Economic Review* (21), 355–376
289. Simpson, T.; Mauery, T.; Korte, J. and Mistree, F. (2001): “Kriging Models for Global Approximation in Simulation-Based Multidisciplinary Design Optimization” *AIAA Journal* 39 (12), 2233-2241.
290. Sommer, I.; Fernández, P.; Rivas, H. y Gutiérrez, M. (2000): “La Geoestadística como herramienta en estudios de contaminación de suelos. Análisis de caso: Afectados por arsénico, plomo y cadmio contenido en jales mineros”. *Revista Int. Contam. Ambient.* 16 (4), 205-214.
291. Tam, W. y Gimpel, J. (2007): “Prospecting for (Campaign) Gold”. *American Journal of Political Science*, 51 (2), 255-268.
292. Timothy Whitten, E. (1983): Seventh William Christian Krumbein Medalist: Daniel Gerhardus Krige. Inter. Association for Mathematical Geology. *Mathematical Geology*, 15 (6).
293. Tolosana, R. (2006): Geostatistics for constrained variables: positive data, compositions and probabilities. Applications to environmental hazard monitoring. Tesis doctoral.
294. Thomas, I., Frankhauser, P. y De Keersmaecker, M. (2007): “Fractal dimension versus density of built-up surfaces in the periphery of Brussels”. *Regional Science*, 86 (2), 287-308.
295. Tobler, W. (1979): Cellular Geography, en Gale, S. y Olson G. (dir.): *Philosophy in Geography*. Ed. Dordrecht.

296. Trilla, C. (2001): “La política de vivienda en una perspectiva europea comparada”. Colección Estudios Sociales Núm.9. Fundación la Caixa. Disponible en www.estudios.lacaixa.es
297. Tscharaktschiew, S. y Hirte, G. (2010): “How does the household structure shape the urban economy?”. *Regional Science and Urban Economics* 40, 498–516.
298. Ugarte, M. (2008): “A brief introduction to spatio-temporal modelling” *Revista Boletín de Estadística e Investigación Operativa*. 24 (2), 5-10.
299. Upton, G. y Fingleton, B. (1985): “Spatial data analysis by example”. J. Wiley & Sons: New York, NY.
300. Usandivaras, J. (2006): Introducción a la Geoestadística. Disponible en <http://www.fcaglp.unlp.edu.ar/~jcu/estadistica/Nociones%20de%20geoestad%EDstica.pdf>
301. Verdoy, J. (2005). Técnicas geoestadísticas espectrales. Análisis de la estacionariedad e independencia. Tesis doctoral. Universitat Jaume I. Departament de Matemàtiques
302. Vicente, S. y Saz, M. (2002): “Cartografía de precipitaciones y temperaturas en el Valle medio del Ebro mediante la utilización de diferentes técnicas estadísticas” *Geographicalia*, 42, 73-92.
303. Vicente, J. (2003): “¿Nuevas palabras, nuevas ciudades?”. *Revista de Geografía*, 2, 79-103.
304. Villatoro, M.; Henríquez, C. y Sancho, F. (2008): “Comparación de los Interpoladores IDW y Kriging en la variación Espacial de Ph, Ca, Cice y P del suelo”, *Agronomía Costarricense*, 32(1), 95-105.
305. Vivo, J. y Chica Olmo, J. (2004): “Estructura de Autocorrelación Espacial de la Actividad Comercial en los Municipios de la Región de Murcia”. Ponencia presentada en XII Jornadas de ASEPUMA, Asociación Española de Profesores Universitarios de Matemáticas Para la Economía y la Empresa. Murcia, 16 y 17 de septiembre.

306. Wackernagel, H. (1998): *Multivariate Geostatistics: An Introduction With Applications*. 2nd Edition. Berlin: Springer, 191 p.
307. Webster, R. y Oliver, M. (1990): *Statistical Methods in Soil and Land Resource Survey*. New York: Oxford University Press 328 p.
308. Wingle, W. (1992): "Examining Common Problems Associated with Various contouring Methods, Particularly Inverse-Distance Methods, Using Shaded Relief Surfaces". *Geotech '92 Conference Proceedings*, Lakewood, Colorado. 362-376
309. Yague, A (1980): *Tratamiento informático de tres técnicas hidrogeológicas y aplicación a casos de drenaje de minas*. Tesis doctoral. Universidad de Granada.
310. Yu, K., Mateu, J. y Porcu, E. (2007): "A kernel-based method for nonparametric estimation of variograms". *Statistica Neerlandica*, 61 (2), 173-197.
311. Zabel, J. (2009): "The Role of the Housing Market in the Migration Response to Employment Shocks". *New England Public Policy Center Working Paper 09-2*
312. Zandvliet, R. y Dijst, M. (2006): "Short-term Dynamics in the Use of Places: A Space-Time Typology of Visitor Populations in the Netherlands". *Urban Studies*, 43(7), 1159-1176.
313. Zenou, Y., Boccoard, N., (2000): "Labor discrimination and redlining in cities". *Journal of Urban Economics* 48, 260-285.

