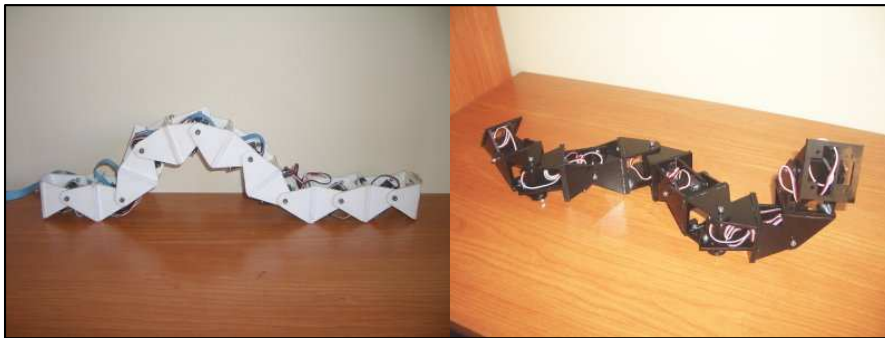


UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MADRID  
ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR



TESIS DOCTORAL

## **ROBÓTICA MODULAR Y LOCOMOCIÓN: APLICACIÓN A ROBOTS ÁPODOS**



Autor:  
JUAN GONZÁLEZ GÓMEZ  
Ingeniero de Telecomunicación

Director:  
Dr. EDUARDO BOEMO SCALVINONI

Madrid, 2008

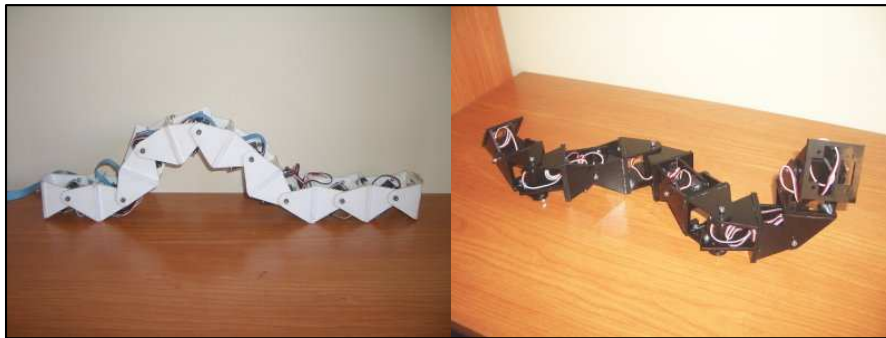


UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MADRID  
ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR



Ph.D. Thesis

**MODULAR ROBOTICS AND LOCOMOTION:  
APLICACION TO LIMBLESS ROBOTS**



Author:  
JUAN GONZÁLEZ GÓMEZ  
Telecommunication Engineer

Supervisor:  
Dr. EDUARDO BOEMO SCALVINONI

Madrid, 2008





TESIS DOCTORAL: Robótica Modular y Locomoción: Aplicación a Robots Ápodos

AUTOR: Juan González Gómez

DIRECTOR: Dr. Eduardo Boemo Scalvinoni

El tribunal nombrado para juzgar la Tesis Doctoral arriba citada, compuesto por los doctores:

PRESIDENTE: Dr. Vicente Matellán Olivera

VOCALES: Dr. Houxiang Zhang

Dr. Jose María Cañas Plaza

Dra. Cristina Urdiales

SECRETARIO: Dr. Miguel Ángel García García

acuerda otorgarle la calificación de

Madrid, de de 2008

El Secretario del Tribunal

IV

...

*A la memoria del profesor Javier Martínez*



# Agradecimientos

Son tantas las personas que me han ayudado, orientado, enseñado y motivado durante todos estos años de doctorado que no tengo suficiente espacio para expresar toda mi gratitud.

En primer lugar quiero dar las gracias a mi director de tesis, Eduardo Boemo por confiar en mí y permitirme abordar un tema de investigación pionero en España: la robótica modular. Muchas gracias también a Francisco Gómez (Paco) por sus recomendaciones, su constante interés y sus correcciones. Para mí ha sido como un segundo director de tesis. Agradecer a los profesores Andrés Pérez-Uribe de la *Haute Ecole d'Ingénierie et de Gestion du Canton de Vaud* (HEIG-VD) en Suiza y Jianwei Zhang de la Universidad de Hamburgo la redacción de sus informes favorables. Muchas gracias, también, a Dave Calkins, de la *San Francisco State University* por escribir el fantástico prólogo de la tesis.

Muchísimas gracias a todos mis compañeros de laboratorio: Sergio López-Buedo, la gran enciclopedia viviente que siempre está dispuesto a compartir sus conocimientos y prestar su ayuda desinteresadamente, Gustavo Sutter y Elías Todorovich por todos los grandes consejos y recomendaciones que me han dado, Estanislao Aguayo y Jose Alberto Hernández por su ayuda con Octave/Matlab y cómo no, a Iván González, con el que he compartido conversaciones, congresos, cursos de verano, momentos “frikis” y por qué no decirlo, alguna que otra juerga ;-)

Quiero dar las gracias también a Miguel Ángel García por toda su ayuda y apoyo, a Susana Holgado, Javier Garrido y Guillermo González de Rivera por contar conmigo para los talleres de robótica y demás eventos robóticos y divulgativos celebrados en la EPS, a Pablo Varona, Francisco de Borja y Fernando Herrero por su interés en mis investigaciones y abrirme las puertas de la neurociencia computacional y al profesor Miguel López de la Facultad de Biología por dedicarme su valioso tiempo para aconsejarme. Muchas gracias también a Juana Calle por la ayuda en la lucha contra la burocracia.

Muchas gracias a todos mis compañeros del grupo TAMS de la Universidad de Hamburgo por lo bien que me acogieron y los buenos momentos que pasamos: Tim Baier, Sascha Jockel, Andreas Mäder, Manfred Grove y Daniel Westhoff. En especial, agradecer a Tatjana Tetsis (Lu) toda su ayuda logística y al Profesor Jianwei Zhang por dejarme formar parte de su grupo durante esos tres meses. Estoy especialmente agradecido a Houxiang Zhang que me adoptó como su discípulo y compartió conmigo su sabiduría. Desde entonces no hemos dejado de colaborar.

Tengo que agradecer a todos los que me han invitado a compartir con ellos mis robots en diferentes eventos, congresos y seminarios, así como todos los que desinteresadamente me han dedicado su tiempo para enseñarme sus laboratorios, mostrarme sus investigaciones u orientarme: Arturo Morgado de la UCA (Cádiz), Julio Pastor de la UAH (Alcalá de Henares), Javier de Lope de la UPM, Fernando Remiro del IES Juan de la Cierva, Cristina Urdiales de la UMA (Málaga), Juan Pablo Rozas de la UCLM (Ciudad Real), Vicente Matellán de la Universidad de León, Jose María Cañas de la URJC, Juan Carlos Pérez del ITI (Valencia), Gloria Martínez de la UJI (Castellón), Javier Asensi de Eventronic (Alicante), Frank Kirchner, Dirk Spenneberg y Jose de Gea de la Universidad de Bremen y Erik Maehle y Adam El Sayed de la Universidad de Lübeck.

Tampoco hubiese sido posible esta tesis sin las aportaciones de aquellos “frikis” de la robótica con los que comparto esta pasión y de los que tanto he aprendido en las “parties”: Jose Pichardo, Ricardo Gómez, Jose Jaime Ariza, Ángel Hernández (Mif), Javier Herrero, David Yáñez, Iñiqui Navarro, Isaac Barona y en general a los socios de ARDE. Y muchas gracias también a Chris por todos sus comentarios.

Quiero agradecer especialmente a dos personas su ayuda durante estos años por todo lo que he aprendido de ellos. Uno es Alejandro Alonso con el que he compartido la asistencia a congresos, conferencias, interesantísimas conversaciones y visitas a centros de investigación. El otro es Andrés Prieto-Moreno con el que llevo colaborando en temas de robótica y electrónica desde hace más de 14 años. Es una fuente inagotable de inspiración y sabe dotar a sus diseños de esa genialidad que los hace parecer sencillos. Muchas gracias.

Finalmente tengo que agradecer a mis padres, Juan y Virginia y a mi hermana Virginia todo su apoyo incondicional y el esfuerzo que han hecho para que yo hoy pueda estar aquí sentado escribiendo estas líneas. Y mis mayores agradecimientos son para Mercedes, mi mujer, por todo el sacrificio que ha realizado para que yo pudiese trabajar en la tesis. Gracias por estar ahí en los momentos difíciles ;-).

Juan,  
Madrid, Septiembre 2008

# Preface

Snakes aren't the kind of cuisine most people look for when ordering, but the speciality of the house was Juan González-Gómez's amazing servo-driven snakebot. All snake robots I've ever seen –even Gavin Miller's amazing bots- cheat. They replicate a snake's motion, be it sinusoidal, caterpillar, or side-winding, but always with wheels on the bottom to eliminate friction and help the bot along. Gonzalez, however, perfected a system that most closely replicates how snakes really move. There are no wheels on his robots. Just his own servo housings. Watching a snake robot skitter across the floor is always cool. But when you pick up Juan's bot and realize that it's got no wheels and can still move the same way any snake can, you're truly awed. Even more inspiring is the fact that his bots are totally modular. You can have as few as two modules or as many as 256 – good for both garter snakes and anacondas.

*Dave Calkins,*

President of the Robotics Society of America,

Lecturer of the Computer Engineering Program at San Francisco State University

Founder of ROBOlympics/RoboGames - the International all-events robot competition





# Resumen

Esta tesis se enmarca dentro del área de la locomoción de robots modulares y se centra específicamente en el estudio de las configuraciones con topología de una dimensión, que denominamos robots ápodos. El problema a resolver es cómo coordinar el movimiento de las articulaciones de estos robots para que puedan desplazarse tanto en una como en dos dimensiones.

Uno de los grandes retos es el desarrollo de un robot lo más versátil posible que sea capaz de desplazarse de un lugar a otro por diversos terrenos, por muy escarpados y abruptos que sean. Esto tiene especial interés en las aplicaciones en las que el entorno no es conocido, como la exploración de las superficies de otros planetas, navegación en entornos hostiles o las operaciones de búsqueda y rescate.

Para aumentar la versatilidad en la locomoción, la robótica modular propone la creación de robots a partir de unos módulos básicos. Cada configuración tendrá unas características locomotivas diferentes que deben ser estudiadas. Si además los módulos son autoconfigurables, los robots podrán seleccionar en cada momento la configuración más óptima para cada entorno.

Un tipo de controladores empleados son los bioinspirados, basados en CPG (*Central pattern generators*), que son unas neuronas especializadas que producen ritmos que controlan la actividad de los músculos en los seres vivos. En estado estacionario se comportan como osciladores de frecuencia fija lo que permite sustituirlos por un modelo simplificado formado por generadores sinusoidales. La ventaja es que son extremadamente sencillos de implementar y se requieren muy pocos recursos para su realización. Además, se pueden materializar usando diferentes tecnologías: *software*, circuitos digitales o incluso electrónica analógica.

En esta tesis establecemos una clasificación de los robots modulares según su topología y tipo de conexión y planteamos la hipótesis de emplear generadores sinusoidales como controladores para la locomoción de los robots ápodos modulares con topología de una dimensión, de los grupos cabeceo-cabeceo y cabeceo-viraje. Los resultados muestran que este modelo simplificado es viable y los movimientos conseguidos son muy suaves y naturales. Los robots se pueden desplazar al menos utilizando cinco modos de caminar diferentes. Algunos de ellos, como el de rotación, son novedosos y no habían sido previamente estudiados ni implementados por otros investigadores, a nuestro leal saber.

Otro problema planteado es el de las configuraciones mínimas. Encontrar los robots de los grupos de estudio con el menor número posible de módulos y que se pueden desplazar en una y dos dimensiones. Se han encontrado las dos configuraciones mínimas capaces de ellos y las relaciones entre sus parámetros.

Se ha demostrado que las soluciones encontradas al problema de la coordinación son válidas para su utilización en robots reales. Han sido probadas en cuatro prototipos de robots ápodos construidos a partir de la unión de los módulos Y1, diseñados específicamente para esta tesis. La verificación para robots con diferente número de módulos se ha realizado utilizando el simulador desarrollado.

Por último se ha resumido el conocimiento sobre la locomoción de los robots ápodos de los grupos de estudio en 27 principios fundamentales.

# Abstract

This dissertation discusses the locomotion of modular robots. It is focused specifically on the study of 1D topology configurations (called snakes or limbless robots). The problem to solve is how to coordinate the joint's movement so that modular robots can move both in one and two dimensions.

A big challenge in robotics is the development of a very versatile robot with the full capability of moving on different terrains. This is especially important in applications where the environment is unknown in advance, such as the exploration of other planet's surfaces, navigation in hostile environments and search and rescue operations.

Modular robotics offers the promise of increasing the versatility in locomotion by means of building robots from basic modules. Each configuration has its own locomotive characteristics that should be studied. If the robots have the ability to be self-reconfigurable, then they will be able to change their shapes and topology in order to select the best gait for every terrain and negotiate with different tasks.

One kind of bio-inspired controllers for mobile robots used in the last decade are based on CPG (Central pattern generators), which are a specialized neurons that produce rhythms for controlling the muscle activities of animals. In the steady state CPG behave like fixed-frequency oscillators. For that reason, they can be replaced by a simplified model like sinusoidal generators. The main advantage is that they are extremely simple to implement and requires very few computing resources. Therefore, they can be implemented in low-end inexpensive microcontrollers. Moreover, the generators can also be realized directly as hardware components using either digital or analog electronics.

In this dissertation a general classification of modular robots is established based on their topologies and types of connection. The hypothesis of using sinusoidal generators for controlling the locomotion of 1D pitch-pitch and pitch-yaw modular robots of any length is raised. The results show that this simple model is efficient and the gaits obtained are natural and smooth. It is shown that at least they can move in five different movements. Some of them are totally new and have not been previously studied or implemented by other researchers, from the best of our knowledge. In addition, the relationships between the generator's parameters and the robot kinematics have been obtained.

Another problem is to find the minimal configurations for locomotion, which are the modular robots within the studied groups that have the minimum number of modules and are still capable of moving

in one and two dimensions. This problem has been solved and the two minimal configurations are presented. Their kinematics models are studied throughout too.

The experiments confirm that the solutions found to the coordination problem are valid for the locomotion of real mobile modular robots. Four kinds of modular robotic prototypes have been built using the identical Y1 modules, which have been designed specifically for this thesis.

Finally the knowledge about the locomotion of pitch-pitch and pitch-yaw connecting modular robots has been summarized in 27 key principles.

# Índice general

<b>1. Introducción/Introduction</b>	<b>1</b>
1.1. Presentación . . . . .	1
1.2. Objetivos de la tesis . . . . .	4
1.3. Estructura del documento . . . . .	7
1.4. Presentation . . . . .	9
1.5. Summary of the objectives . . . . .	12
1.6. Contents of the thesis . . . . .	14
<b>2. Encuadre científico-tecnológico</b>	<b>15</b>
2.1. Introducción . . . . .	15
2.2. Locomoción . . . . .	16
2.3. Robots ápodos . . . . .	20
2.4. Robots ápodos propulsados . . . . .	26
2.5. Robots modulares y locomoción . . . . .	30
2.6. Robots modulares y estructuras . . . . .	42
2.7. Clasificación de los robots modulares . . . . .	46
2.8. Coordinación y locomoción . . . . .	49
2.9. Aplicaciones de los robots modulares . . . . .	54
2.10. Conclusiones . . . . .	55

<b>3. Modelos</b>	<b>59</b>
3.1. Introducción . . . . .	59
3.2. Modelos de módulos . . . . .	59
3.3. Modelos de robots ápodos . . . . .	63
3.4. Modelo cinemático . . . . .	70
3.5. Modelo de control . . . . .	73
3.6. Modelo matemático . . . . .	80
3.7. Conclusiones . . . . .	102
<b>4. Locomoción en 1D</b>	<b>105</b>
4.1. Introducción . . . . .	105
4.2. Modelo continuo . . . . .	105
4.3. Modelo discreto . . . . .	120
4.4. Cinemática . . . . .	143
4.5. Caso de estudio . . . . .	157
4.6. Principios de locomoción . . . . .	163
4.7. Conclusiones . . . . .	165
<b>5. Locomoción en 2D</b>	<b>167</b>
5.1. Introducción . . . . .	167
5.2. Problema de la locomoción en 2D . . . . .	167
5.3. Modos de caminar . . . . .	172
5.4. Locomoción en línea recta . . . . .	177
5.5. Trayectoria circular . . . . .	181
5.6. Rodar . . . . .	187

5.7. Desplazamiento lateral . . . . .	203
5.8. Rotación . . . . .	220
5.9. Caso de estudio . . . . .	233
5.10. Principios de locomoción . . . . .	242
5.11. Conclusiones . . . . .	243
<b>6. Configuraciones mínimas</b>	<b>247</b>
6.1. Introducción . . . . .	247
6.2. Robótica modular y configuraciones mínimas . . . . .	247
6.3. Problema a resolver . . . . .	253
6.4. Configuraciones PP y PYP . . . . .	256
6.5. Modos de caminar . . . . .	262
6.6. Locomoción en línea recta . . . . .	264
6.7. Movimiento de rodar . . . . .	281
6.8. Desplazamiento lateral . . . . .	299
6.9. Rotación . . . . .	304
6.10. Principios de locomoción . . . . .	309
6.11. Conclusiones . . . . .	310
<b>7. Experimentos</b>	<b>313</b>
7.1. Introducción . . . . .	313
7.2. Plataforma desarrollada . . . . .	313
7.3. Experimentos de locomoción en 1D . . . . .	323
7.4. Experimentos de locomoción en 2D . . . . .	338
7.5. Experimentos de locomoción de las configuraciones mínimas . . . . .	382
7.6. Conclusiones . . . . .	402

<b>8. Conclusiones/Conclusions</b>	<b>405</b>
8.1. Principales aportaciones . . . . .	405
8.2. Otras aportaciones . . . . .	408
8.3. Líneas futuras . . . . .	412
8.4. Main contributions . . . . .	417
8.5. Summary of the conclusions . . . . .	419
8.6. Future work . . . . .	423
<b>A. Demostraciones y desarrollos</b>	<b>427</b>
A.1. Centro de masas de un robot ápodo . . . . .	427
A.2. Segmentos de apoyo de la configuración PP . . . . .	428
A.3. Fase de transición $\phi_{12}$ de la configuración PP . . . . .	431
A.4. Ángulo de rotación de la configuración PYP . . . . .	432
<b>B. Algoritmos genéticos</b>	<b>437</b>
B.1. Descripción . . . . .	437
B.2. Ejemplo . . . . .	438
<b>C. Módulos Y1</b>	<b>439</b>
C.1. Planos . . . . .	439
C.2. Montaje . . . . .	449
<b>D. Simulación</b>	<b>451</b>
D.1. Parámetros del ODE . . . . .	451
D.2. Simulación de los módulos Y1 . . . . .	451
D.3. Ejemplos de utilización . . . . .	454



# Capítulo 1

## Introducción/Introduction

“Mi obra es un juego, pero un juego muy serio.”

– *M.C Escher.*

---

This chapter has been translated into English. It can be found in page 9

---

En este primer capítulo introductorio se presenta el ámbito de aplicación de esta tesis, sus objetivos y cómo se ha organizado el contenido de la memoria. En el siguiente capítulo se describirá con más detalle su contexto y se indicarán las referencias bibliográficas.

### 1.1. Presentación

Esta tesis se enmarca dentro del área de la locomoción de robots modulares y se centra específicamente en el estudio de las configuraciones con topología de una dimensión, que denominamos robots ápodos. El problema a resolver es cómo coordinar el movimiento de las articulaciones de estos robots para que puedan desplazarse tanto en una como en dos dimensiones.

La locomoción es la capacidad que tienen los seres vivos pertenecientes al reino animal que les permite trasladarse voluntariamente de un lugar a otro. Hay dos aspectos importantes a tener en cuenta: el control y la voluntariedad. Para que el movimiento sea considerado locomoción el individuo tiene que querer realizarlo y además controlarlo. Así, los nenúfares que reposan sobre la superficie del agua se mueven por las corrientes o la acción de otros animales, pero no se considerará locomoción ya que no son voluntarios ni controlados. Los robots dotados de capacidad locomotiva se denominan

robots móviles. El campo de la robótica que estudia el diseño de robots capaces de desenvolverse por sí mismos en entornos desconocidos se denomina robótica móvil.

El estudio de la locomoción se divide en dos niveles, que denominaremos inferior y superior. El nivel inferior es el encargado del control y la coordinación de los actuadores para que el robot se desplace. Engloba también los diferentes tipos de maneras de caminar que se pueden lograr (giros, desplazamiento en línea recta, desplazamiento lateral, etc). Las preguntas que se resuelven en este nivel son: ¿Cómo me desplazo? ¿Cómo coordino todos los actuadores para avanzar un paso?. Si el robot dispone de ruedas u orugas y el terreno es propicio, la solución es trivial. Basta con hacer girar los motores para conseguir el movimiento. Sin embargo, cuando el robot dispone de patas articuladas o tiene que realizar el desplazamiento usando movimientos corporales, como en los robots ápodos, la solución se complica. En estos casos hay que coordinar correctamente todas las articulaciones. El nivel superior se encarga de la planificación de trayectorias, navegación y otras tareas de mayor nivel. Está relacionado con la voluntariedad. Las preguntas que definen este nivel son: ¿Dónde quiero ir? ¿Qué camino seguir?

*Esta tesis se centra en el nivel bajo de la locomoción abordando el problema de la coordinación para lograr diferentes modos de caminar en robots ápodos.*

Uno de los grandes retos es el desarrollo de un robot lo más versátil posible que sea capaz de desplazarse de un lugar a otro por diversos terrenos, por muy escarpados y abruptos que sean. Esto tiene especial interés en las aplicaciones en las que el entorno no es conocido, como la exploración de las superficies de otros planetas, navegación en entornos hostiles o las operaciones de búsqueda y rescate. Los robots realizados hasta el momento tiene una capacidad de locomoción menor que la de cualquier mamífero. Aún siendo teleoperados, donde el nivel superior lo realiza un humano, la movilidad está limitada por el diseño del robot. Para conseguir mejorarla surgen las preguntas: ¿Qué tipo de efectores son los mejores: patas, ruedas, orugas...?, ¿Cuántas patas emplear? ¿Qué tipo de modo de caminar es el mejor? ¿Qué configuración de patas emplear?...

El enfoque tradicional es estudiar *a priori* las características del terreno y diseñar la estructura más adecuada del robot: bien usando ruedas, orugas o patas. Esto tiene el inconveniente de que una mala elección a este nivel implicaría tener que volver a rediseñar el robot. Además, existen aplicaciones donde el entorno es cambiante o desconocido.

En 1994, Mark Yim, en su tesis doctoral, propuso un enfoque nuevo. La idea es construir robots a partir de módulos sencillo, que se unan unos con otros para formar diferentes configuraciones. La máxima versatilidad se conseguiría si estos robots modulares tuviesen la capacidad de autoconfigurarse. De esta manera, los robots pueden cambiar su forma para desplazarse de la manera más eficiente según el terreno. Para ilustrar esta idea, Yim propuso un escenario en el que un robot debería llegar desde su laboratorio de Stanford al edificio contiguo. Para ello tendría que cruzar el porche, pasar por

debajo de la barandilla, bajar un escalón y desplazarse por el campo. Ninguno de los robots conocidos lo podría hacer, ni siquiera siendo teleoperado. Sin embargo, un robot modular autoconfigurable podría adoptar la forma de rueda para cruzar el porche, a continuación se convertiría en un gusano para pasar por debajo de la barandilla y bajar el escalón. Finalmente se transformaría en un robot cuadrúpedo para moverse por el terreno abrupto. Es un robot que ha utilizado tres formas diferentes de locomoción. Se ha adaptado al terreno para desplazarse de la manera más eficiente.

Así nació una nueva área de investigación: la robótica modular. En ella se diseñan los módulos básicos y a partir de ellos se crean diferentes configuraciones de robots. Cada una tendrá unas características locomotivas diferentes. Si además los módulos son autoconfigurables, los robots podrán seleccionar en cada momento la configuración más óptima para cada entorno. Surge así una nueva línea de investigación: la locomoción de los robots modulares, donde el objetivo es estudiar las propiedades locomotivas de todas las posibles configuraciones. Se trata de una labor titánica, dado que la cantidad de potenciales configuraciones crece exponencialmente con el número de módulos.

Como una primera aproximación los robots modulares se pueden clasificar según las dimensiones de su topología, apareciendo las configuraciones con topologías de una, dos y tres dimensiones. Cada uno de estos grupos tendrá unas características diferentes y dentro de cada familia aparecerán subfamilias con otras propiedades.

En esta tesis se aborda el estudio de los robots modulares con topología de una dimensión. Dentro de esta familia, se tienen tres grandes grupos en función de cómo se interconecten los módulos entre ellos. Los grupos en los que nos centraremos serán los de conexión cabeceo-cabeceo (*pitch-pitch*) y cabeceo-viraje (*pitch-yaw*).

*En esta tesis estudia el problema de la coordinación para lograr que los robots ápodas modulares con topología de una dimensión, de los grupos de cabeceo-cabeceo y cabeceo-viraje se pueden mover en una y dos dimensiones respectivamente.*

Otro aspecto importante en la locomoción de los robots modulares es el controlador empleado. Su misión es la de calcular las posiciones de las articulaciones en cada instante, en función de los parámetros establecidos. La solución clásica es el empleo de controladores específicos que obtienen los ángulos de las articulaciones mediante cinemática inversa. Como entrada se usan las curvas de trayectoria (bien del centro de masas o bien de los extremos de las patas, en caso de tenerlas) y se obtienen las posiciones de los servos. Este enfoque presenta dos problemas al aplicarlo a los robots modulares. Por un lado estos controladores son demasiado específicos, lo que dificulta su reutilización en otras configuraciones. Cada configuración tiene su propia cinemática y por tanto sus propias ecuaciones, por lo que cada controlador sería diferente. Por otro lado, la potencia de cálculo necesaria es alta. La cinemática inversa requiere de muchos cálculos que deben realizarse rápidamente, lo que impone restricciones en la elección del microprocesador y su velocidad de funcionamiento.

Otro enfoque diferente es usar controladores bioinspirados. La naturaleza ya ha resuelto el problema de la locomoción de los seres vivos desde hace millones de años. Por qué no estudiar cómo lo ha resuelto e inspirarse en ella. En la década de los sesenta los biólogos descubrieron que en los seres vivos existen unas neuronas especializadas denominadas generadores centrales de patrones (*CPG, Central Pattern Generators*). Estos centros producen ritmos que controlan la actividad de los músculos para la realización de funciones vitales como la respiración, movimientos intestinales, masticar, locomoción, etc. El problema de la coordinación se resuelve empleando controladores que implementen los modelos matemáticos de estos CPGs y encontrando los valores adecuados para sus parámetros. A diferencia del enfoque clásico, los controladores bioinspirados no se basan en el conocimiento de las posiciones de ciertos puntos en el espacio, sino que actúan directamente sobre las articulaciones. Son por tanto más rápidos, generan movimientos más naturales y requieren, en general, de menor potencia de cálculo.

Sin embargo, en los mecanismos biológicos existe cierta complejidad además de mucha redundancia. Tal vez esas soluciones estén muy especializadas o sean muy “ricas”, aportando demasiada información que pudiera no ser necesaria para la locomoción de robots. Por ello, otro enfoque para el control del movimiento, seguido en esta tesis, es el de emplear modelos simplificados de CPGs. Si el estudio de la locomoción se hace en régimen permanente, una posible simplificación es sustituir los CPGs por generadores sinusoidales que controlen directamente la posición de las articulaciones del robot. Esto es posible porque los CPG se comportan como osciladores de frecuencia fija una vez alcanzado el régimen estacionario. Además, la observación de la locomoción animal muestra que las frecuencias de los movimientos rítmicos son iguales y no hay evidencias de que los diferentes osciladores de la espina dorsal usen frecuencias diferentes.

La ventaja de estos controladores es que son extremadamente sencillos de implementar y se requieren muy pocos recursos para su realización. Además, se pueden materializar usando diferentes tecnologías: *software*, circuitos digitales o incluso electrónica analógica. Mediante la utilización de FPGAs se pueden diseñar circuitos específicos que permiten que el robot se mueva “por *hardware*” de la misma manera que los rabos de las lagartijas se mueven cuando son seccionados. El problema de la coordinación se resuelve encontrando los valores de las amplitudes y diferencias de fase de los generadores que hacen que el robot se pueda desplazar.

*En esta tesis se plantea la hipótesis de emplear generadores sinusoidales como controladores para la locomoción de los robots ápodos modulares con topología de una dimensión, de los grupos cabeceo-cabeceo y cabeceo-viraje.*

## 1.2. Objetivos de la tesis

El objetivo principal de esta tesis es **estudiar el problema de la locomoción de los robots ápodos modulares con topología de una dimensión de los grupos cabeceo-cabeceo y cabeceo-viraje,**

**de cualquier longitud, en una y dos dimensiones.** Queremos conocer qué modos de caminar son posibles y cómo hay que coordinar sus articulaciones para lograrlos.

Se trata de un problema muy amplio que puede ser abordado desde diferentes puntos de vista. La hipótesis que examinamos es el empleo de un controlador basado en generadores sinusoidales. **Los objetivos** concretos los enunciamos a continuación, cada uno de ellos asociado a una pregunta:

1. Estudiar la viabilidad de la locomoción de los robots ápodos de los grupos mencionados de cualquier longitud cuando se emplean generadores sinusoidales. (*¿Se consigue que el robot se desplace?*)
2. Encontrar diferentes modos de caminar. (*¿Qué tipos de movimientos se pueden realizar?*)
3. Caracterizar los modos de caminar utilizando el mínimo número de parámetros. (*¿Cuántos parámetros necesitamos como mínimo para realizar los movimientos?*)
4. Establecer los límites inferiores del número de módulos para que el robot se pueda mover. (*¿Cuáles son los robots con el menor número de módulos que tienen la capacidad de desplazarse?*)
5. Encontrar las relaciones entre los parámetros de los generadores sinusoidales, los parámetros cinemáticos del robot y su forma. (*¿Cómo afecta cada parámetro del controlador al movimiento y forma del robot?*)
6. Resumir todos los resultados en una serie de principios de locomoción que permitan a los ingenieros de aplicaciones o a otros investigadores la puesta en marcha de los robots ápodos (*¿Qué tengo que hacer para que este robot ápodo de  $M$  módulos se mueva de esta determinada manera?*)

Para abordar este estudio se plantean los siguientes **objetivos secundarios**:

- Revisión del estado del arte en robótica modular y robots ápodos. Estudiar la evolución de los robots creados en los centros de investigación punteros, clasificarlos e identificar los aportes originales de esta tesis.
- Creación de los modelos matemáticos para los robots de los grupos de cabeceo-cabeceo y cabeceo-viraje.
- Desarrollo de un entorno *software* de simulación para la evaluación de las soluciones propuestas.
- Diseño de un módulo para la construcción de robots modulares de los grupos de estudio.
- Construcción de prototipos de robots modulares para la realización de los experimentos y la validación de las soluciones en robots reales.

Finalmente, como un **objetivo personal** del autor de esta tesis, la plataforma experimental creada para la verificación de los resultados, constituida por *hardware*, *software* y *mecánica*, **tiene que ser libre**, y además, diseñada, dentro de lo posible, utilizando **herramientas de desarrollo libres** que se ejecuten en un sistema operativo libre. Este objetivo permitirá que cualquier investigador pueda reproducir la plataforma, verificar en ella los resultados de esta tesis, realizar mejoras y continuar con las investigaciones.

## Restricciones

Para hacer abordable el estudio de la locomoción de los robots ápodos, se han aplicado las siguientes restricciones:

- Los diferentes movimientos de los robots ápodos se estudian en régimen permanente. Esta restricción permite sustituir los CPG por generadores sinusoidales.
- La superficie es homogénea y sin obstáculos. Como primer paso buscaremos soluciones al problema de la coordinación para este tipo de superficies.
- Control en bucle abierto. El posicionamiento de las articulaciones se hace en bucle abierto. El controlador envía las posiciones deseadas y supone que el servo<sup>1</sup> las alcanza al cabo de un tiempo. No espera recibir ningún tipo de notificación. Esta suposición es razonable dado que la superficie es homogénea y sin obstáculos. No hay ningún impedimento para que los servos no puedan moverse.
- Módulos sin sensores. Supondremos que cada módulo tiene un único actuador y ningún sensor. Por un lado no se precisan sensores para leer las posiciones de los servos, al ser control en bucle abierto. Por otro no se necesita obtener información del entorno a este nivel de la locomoción. Añadir sensores será necesario para materializar el nivel superior.

## Qué no son objetivos de la tesis

Para comprobar la viabilidad de las ideas propuestas en la tesis se planea la materialización de un *software* de simulación y el diseño y construcción de prototipos de robots modulares. Los objetivos que explícitamente no forman parte de esta tesis son:

- La construcción de robots ápodos autónomos. Para la verificación de las ideas propuestas no es necesario que los prototipos construidos sean autónomos. Los controladores estarán programados en el PC y enviarán las posiciones de los servos al robot a través de una cable, mediante

---

<sup>1</sup>Internamente el servo sí cierra el bucle, utilizando un potenciómetro para comprobar que se ha alcanzado la posición, pero esta información no es notificada al controlador superior

conexión serie. La alimentación también se obtendrá a través de una fuente de alimentación externa, situada fuera del robot. Una vez comprobada la viabilidad de las soluciones encontradas, hacer que el robot no precise de ningún tipo de cables es un problema puramente tecnológico y totalmente viable.

- Niveles superiores de locomoción. No es objetivo de esta tesis programar comportamientos en los robots ni abordar otros aspectos relacionados con los niveles superiores de la locomoción, como la percepción del entorno, la planificación de trayectorias, etc.

### **1.3. Estructura del documento**

En este primer capítulo se ha introducido el contexto de la tesis, sin entrar en detalles y se han presentado los objetivos. En el segundo capítulo describiremos con más rigor todos los avances que se han producido en el área de la robótica modular y de los robots ápodos y mostraremos con más exactitud dónde encaja esta tesis. En el tercero se presentan los modelos empleados para los módulos, los robots ápodos, el controlador, la cinemática y los modelos matemáticos.

Los siguientes tres capítulos forman el grueso de la tesis, cada uno dedicado a un problema diferente. El estudio de la locomoción se ha dividido en tres partes. En la primera (capítulo cuarto) se aborda el problema de la locomoción en una dimensión (línea recta) de los robots ápodos del grupo cabeceo-cabeceo. En la segunda (capítulo quinto) se estudia la locomoción en dos dimensiones del grupo cabeceo-viraje. En la tercera (capítulo sexto) se plantea el problema de las configuraciones mínimas y se presentan las soluciones encontradas.

En el séptimo capítulo se describe la plataforma robótica desarrollada y se documentan los experimentos más relevantes realizados tanto en simulación como con los robots reales.

Finalmente, en el capítulo octavo, exponemos las conclusiones y las líneas futuras de investigación. Al final de cada capítulo se presentan las conclusiones particulares, de manera que sólo con leer la introducción y las conclusiones de cada capítulo el lector tendrá una idea resumida del trabajo realizado.





# Introduction

In this introductory chapter the scope of this dissertation is presented, along with the main goals and the organization of the document. A more detailed context with all the references is described in the next chapter.

## 1.4. Presentation

This dissertation discuss the locomotion of modular robots. It is focused specifically on 1D topology configurations (called snakes or limbless robots). The problem to solve is how to coordinate the joint's movement so that these robots can move both in one and two dimensions.

The locomotion is the ability of living things in the animal kingdom which allows them to voluntarily move from one place to another. There are two important aspects to be considered: the control and intention. For the movement to be considered locomotion the animals should desire to do it in a controlled manner. Thus, movement of the water lilies floating on the water that is caused by currents or the action of other animals is not considered locomotion because there is not any intention nor control. The robots with locomotives abilities are called mobile robots. The field of robotics that studies the design of robots capable to cope by themselves in unfamiliar surroundings is called mobile robotics.

The study of locomotion is divided into lower level and higher level. The lower level is in charge of the control and coordination of the joints in order to move the robot. It also includes the study of the different gaits that can be performed (turns, moving forward, lateral shifting and so on). The questions that are resolved at this level include: How are all the joints coordinated so that the robot move one step? Which gaits can be achieved? If the robot has wheels or tracks and the ground is adequate, the solution is trivial. Simply turning the engines on is enough for the robot to move. However, when it is limbless or consists of articulated legs, the solution is more complex. All the joints should be precisely synchronized to generate a suitable locomotion. The higher level is responsible for planning trajectories, navigation and other high level tasks. It includes voluntariness. Some questions raised at this level are: Where to go? Which path should be chosen?

*This thesis focuses mainly on the low level locomotion part. The coordination problem for the limbless robots to achieve different gaits is addressed.*

A big challenge in robotics is the development of a very versatile robot with the full capability of moving on different terrains. This is especially important in applications where the environment is unknown in advance, such as the exploration of other planet's surfaces, navigation in hostile environments and search and rescue operations. The locomotion capabilities of the current mobile robots are lower than that of any mammal. Even if they are teleoperated, where the higher level is performed by a human, their mobility is limited. In order to improve it, some fundamental questions arise: What kind of effectors are the best: legs, wheels, tracks...? How many legs should be used? What is the best gait?

The classic approach is to study the characteristics of the terrain where the robot will be deployed and then designing the most suitable mechanical structure for the robot: either using wheels, caterpillars or legs. This has the disadvantage that a bad choice at this level means a complete redesign of the robot. In addition, there are applications where the environment is changing or unknown, therefore the required specifications are not known in advance.

Mark Yim proposed a new approach in his doctoral thesis in 1994. The idea was to build modular self-reconfigurable robots to increase the versatility in locomotion. Therefore, the robot can change its shape to the most suitable and efficient for certain working environment. To illustrate this idea, Yim proposed a scenario in which a robot should go from his laboratory at Stanford to the adjacent building. To complete the task, the robot should cross a wooden deck, climb under a railing, step down onto hard earth and traverse a moderately hilly grassy terrain. None of the robots known would be able to achieve the goal, even if being teleoperated. However, a modular self-reconfigurable robot could take the form of a wheel to move on the flat terrain, then become a worm to pass below the railing and climb down the step. Finally it could be transformed into a four leg configuration to traverse the steep terrain. The robot has used three different gaits. A new research area was born: the locomotion of modular robots. Each configuration has its own capabilities that should be analyzed and studied. It is a daunting challenge, since the amount of potential configurations grows exponentially with the number of modules.

To address this problem a general classification of modular robot should be established. A first approach is to classify them according to their topologies. There appear three main groups: one, two and three dimensions topologies. The 1D-topology configurations can be divided, in turn, into three new groups, depending on the types of connection between the modules: pitch-pitch, pitch-yaw and yaw-yaw connecting groups.

*In this thesis the coordination problem for the locomotion of the pitch-pitch and pitch-yaw connecting 1D topology modular robots on a flat surface is addressed.*

One important issue involving the locomotion of modular robots is the controller which calculate the joint's angles at every instant. The classic controllers are based on inverse kinematics. The trajectories of some points (center of gravity or leg's end points) are used as input and the joint's angles are obtained as outputs. This approach has two problems when it is applied to modular robots. First, the controller is too specific and it cannot be used for the locomotion of different configurations, because each robot has its own kinematics equations. Second, the required computing power is quite high. The inverse kinematics requires many calculations that have to be completed very fast, which imposes restrictions on the choice of the microprocessor and its operating speed.

Another approach is the use of bio-inspired controllers. Nature has already solved the problem of locomotion of living things millions of years ago. Why not study how it has been done and try to imitate it. In the sixties biologists discovered that there exist some specialized neurons called central pattern generators (CPG). These centres produce rhythms that control the activity of the muscles for vital actions such as breathing, bowel movements, chewing, locomotion, etc. The coordination problem is solved using controllers that implement the mathematical models of these CPGs and finding appropriate values for their parameters. Unlike the traditional approaches, bio-inspired controllers are not based on knowledge of the positions of certain points in space, but act directly on the joints. Therefore they are faster, generate more natural movements and require less computing power in general.

However, biological mechanism is complex and very redundant. Maybe these solutions provide too much information that might not be necessary for the robot locomotion. For that reason, another approach followed in this work is the use of simplified models of CPGs. When the study of the locomotion is done in the steady state, one possible simplification is to replace the CPG by sinusoidal generators that directly control the joints. This is possible because the CPGs behave like fixed-frequency oscillators once reached the stationary status. In addition, observation of animal locomotion shows that the frequency of rhythmic movements are equal. There is no evidence that the backbone oscillators use different frequencies.

The advantage of these controllers is that they are extremely simple to implement and requires very few resources. In addition, they can be realized in different technologies such as software, digital circuits or even analog electronics. By means of FPGA, specific designs can be done to perform the robot locomotion by "hardware". They will be able to move even when there is not any brain controlling it, in the same way as the tails of lizards move when they are severed.

When using sinusoidal generators, the coordination problem is to find the values of the phase differences and amplitudes that make the robot move. It is a searching problem.

*In this thesis the hypothesis of using sinusoidal generators for controlling the locomotion of 1D pitch-pitch and pitch-yaw connecting modular robots of any length is raised*

## 1.5. Summary of the objectives

The main objectives of this thesis are to study the locomotion of the 1D topology pitch-pitch and pitch-yaw connecting modular robots of any length in one and two dimensions, find different gaits and analyze the way the joints should be synchronized to achieve the movements.

This is a very broad problem that can be approached from different viewpoints. The hypothesis under consideration is the use of controllers based on sinusoidal generators. The specific objectives are stated below, each one is associated with a question:

1. Studying the feasibility of limbless locomotion for the pitch-pitch and pitch-yaw connecting modular robot groups when the controllers are sinusoidal generators. (*Can the robots move?*).
2. Finding the different gaits. (*Which gaits can be performed?*)
3. Characterizing of the gaits using the minimum number of parameters. (*How many parameters are needed at least to achieve the gaits?*)
4. Establishing the lower number of modules for the robot to move. (*Which are the robots with the lowest number of modules that have the ability to move?*)
5. Finding the relationships between the generator's parameter, kinematic variables and the robot shape. (*How do the controller's parameters affect the movements and the shape of the robot?*)
6. Summarizing all results in a list of locomotion principles to enable engineers applications or other researchers implementing modular limbless robots (*What should I do to make this M-modular snake robot move in this certain way?* )

To address this study the following secondary objectives are raised:

- Review the state of the art in robotics and modular snake robots. The evolution of the snakebots prototypes built in the most important research centers should be studied and a classification established. The original contributions of this thesis should be identified.
- Development of the mathematical models for pitch-pitch and pitch-yaw connecting modular robots.
- Programming of a simulation software framework to evaluate the proposed solutions.
- Designing a new module for building modular robots prototypes.
- Construction of modular robot prototypes to perform the experiments and validate the solutions in real robots.

Finally, as an author's personal goal, the experimental robotic platform for the verification of the results, consisting of hardware, software and mechanical parts, should be open and free. This means that the source code and both the hardware and mechanical schematics should be available to anyone. In addition, it should be designed, wherever possible, using open-source tools that run in an open operating system. This objective will enable any researcher to reproduce the platform, verify the results of this thesis, make improvements and continue the research work.

## **Restrictions**

To tackle the problem of the locomotion of snakes robots the following restrictions are applied:

- All the gaits are studied in the steady state. This restrictions allow the CPGs to be replaced by sinusoidal generators.
- All the gaits are performed in a flat homogeneous surface without any obstacles.
- Open loop control. The joint's angles are set but there is not any feedback to the main controller. This assumption is reasonable because the surface is smooth and homogeneous. There is no impediment for the servos to move.
- Modules without sensors. Each module has a single actuator and no sensor. The addition of sensors will be necessary for the realization of the locomotion's higher levels in future works.

## **Issues that are not objectives of this thesis**

To test the feasibility of the ideas proposed in the thesis, the realization of a robotics platform is planned. The issues that explicitly are not addressed in this thesis are:

- The design and implementation of autonomous modular robots. The control algorithms needed for the locomotion are implemented in a PC that is connected though a serial link to the robot. Both, the hardware and power supply will be located outside the robot. Once the proposed ideas and solutions are validated, the implementation of an autonomous robots is a viable technological problem.
- Locomotion's higher levels. The study and implementation of behaviours will not be addressed in this thesis, as well as other task such as path planning, map generation, obstacles avoidance and so on.

## 1.6. Contents of the thesis

In the introductory chapter the scope of this thesis is presented along with the objectives and the organization of the document. The second chapter describes the state of the art of modular robotics and snake robots in detail. All important related references are given. In the third chapter all different models for the kinematics, modules and controllers of our modular prototype are described, as well as the mathematical equations.

The next three chapters (3, 4 and 5) are the central part of the thesis. Each one addresses a different problem. In chapter four the locomotion of the pitch-pitch connecting modular robots in one dimension is studied. Chapter five focuses on the locomotion problem of the pitch-yaw connecting modular robots in a flat surface (two dimensions) and the different gaits that can be achieved. Chapter six addresses the locomotion of the minimal configurations.

In chapter seven the developed robotic platform is presented and the results of the most important experiments conducted both in simulation and real robots are shown.

Finally, in chapter eight the conclusions and future work are given.

## Capítulo 2

# Encuadre científico-tecnológico

”Estamos, naturalmente, sólo en el principio del principio de la revolución robótica.”

– Isaac Asimov

### 2.1. Introducción

En este capítulo estudiaremos la evolución en la última década de dos tipos de robots: **los ápodos** y **los modulares**. Haremos hincapié en los prototipos creados recientemente y veremos desde una perspectiva general dónde encaja esta tesis y sus aportaciones. Muchas de las ideas y ejemplos ya han sido presentados en el capítulo introductorio, sin embargo se volverán a incluir en este capítulo para que sea autocontenido.

Primero introduciremos **el problema de la locomoción** y algunas ideas previas. Continuaremos con la evolución y el estado del arte de **los robots ápodos** y **ápodos autopropulsados** que se han desarrollado en los centros de investigación internacionales más prestigiosos. A continuación presentaremos los avances en una nueva rama de investigación en robótica conocida como **la robótica modular**. Las investigaciones actuales se centran tanto en la locomoción de estos robots como en sus capacidades para formar diferentes estructuras. Finalizaremos esta parte **estableciendo una clasificación** que engloba tanto a los robots ápodos como a los modulares.

En la segunda parte presentaremos **el problema de la coordinación** y los diferentes enfoques para su resolución, centrándonos en los robots ápodos y modulares.

## 2.2. Locomoción

### 2.2.1. Niveles en la locomoción

La locomoción es la capacidad que tienen los seres vivos pertenecientes al reino animal que les permite trasladarse voluntariamente de un lugar a otro. Es una de las características diferenciadoras de los animales con respecto a las plantas. Hay dos aspectos importantes a tener en cuenta: el **control** y la **voluntariedad**. Para que el movimiento sea considerado locomoción el individuo tiene que querer realizarlo y además controlarlo.

El estudio de la locomoción se divide en dos niveles, que denominaremos nivel inferior y superior. El **nivel inferior** es el encargado del control y la coordinación de los músculos (o actuadores en el caso de los robots) para que el individuo pueda desplazarse. Engloba también los diferentes tipos de maneras de desplazarse que se pueden lograr (giros, desplazamiento en línea recta, desplazamiento lateral, etc). Las preguntas que se resuelven en este nivel son: ¿Cómo me desplazo? ¿Cómo coordino todos los músculos (actuadores) para lograr la locomoción?

El **nivel superior** se encarga de la planificación de trayectorias, navegación y otras tareas de mayor nivel. Está relacionado con la voluntariedad. Las preguntas que definen este nivel son: ¿Dónde quiero ir? ¿Qué camino seguir?

**En esta tesis nos centraremos en el nivel inferior de la locomoción**, estudiando los mecanismos para que los robots ápodos puedan desplazarse.

### 2.2.2. Tipos de locomoción

En la naturaleza, la locomoción de los animales se ha adaptado al medio en el que viven. Se puede realizar una primera clasificación según el medio en el que se desplazan. Así, la locomoción puede ser: aérea, acuática o terrestre. Esta clasificación no es excluyente. Los mamíferos terrestres son capaces también de desplazarse cortas distancias por el agua, por ejemplo para cruzar un río. En este caso utilizan un modo de caminar (*gait*) diferente, que les permite nadar.

La locomoción terrestre se puede dividir a su vez en dos categorías, según los órganos empleados para realizar el desplazamiento: **locomoción mediante patas** (mamíferos, insectos) o mediante **movimientos corporales** (serpientes, orugas, lombrices).

### 2.2.3. Locomoción de robots

Una de las áreas de investigación en robótica es la locomoción: dotar a los robots de capacidades locomotivas para que puedan trasladarse de un lugar a otro. Estos robots reciben el nombre genérico





Figura 2.1: Ejemplos de robots con diferentes efectores para la locomoción terrestre

de **robots móviles**. A su vez, el estudio de la locomoción se realiza en los dos niveles mencionados en los apartados previos. En las investigaciones del nivel superior se parte de que el robot puede desplazarse, haciéndose abstracción de los mecanismos para que sea posible (patas, ruedas...) y se centra en las tareas de alto nivel de navegación, planificación de trayectorias, visión, cooperación, etc.

Al igual que sucede con los animales, en el estudio del nivel inferior de la locomoción se pueden clasificar los robots según los efectores empleados para su desplazamiento: **ruedas, orugas, patas** o el **cuerpo**. Bajo el término **robots ápodos** quedan englobados aquellos robots, que igual que sus homólogos en la naturaleza, realizan la locomoción mediante movimientos corporales. Estos son las cuatro categorías clásicas para el estudio de la locomoción, sin embargo la clasificación no es cerrada y como apuntó Mark Yim[163] en su tesis doctoral, pueden aparecer nuevos efectores que no entren en ninguna de esas categorías. Tal es el caso de los *whegs*[116] y su versión *mini-whegs*[103], creados por Quinn et al. en el laboratorio de biorrobótica de la *Case Western Reserve University*. Son una mezcla entre rueda y pata que está dando unos resultados muy interesantes. En la figura 2.1 se muestran fotos de robots que usan diferentes efectores para realizar la locomoción: Ruedas, orugas, *Whegs*, el cuerpo y cuatro, seis y ocho patas.

Los temas de investigación en el nivel inferior de la locomoción son las propiedades de los diferentes efectores, cómo realizar la coordinación de los actuadores, los diferentes modos de caminar, algoritmos de control, etc. En lo que resta de capítulo al hablar de locomoción nos referiremos siempre al nivel inferior.

#### 2.2.4. Diseño de robots móviles

Lo mismo que ocurre en el reino animal, donde la locomoción de los individuos está especialmente adaptada al entorno en el que normalmente se desenvuelven, para el diseño de un robot móvil es esencial conocer el terreno por el que se va a desplazar. Es **el entorno** el elemento clave en la decisión de qué efectores elegir y qué tipos de modo de caminar implementar. Así por ejemplo, si el robot se va a desplazar por superficies lisas donde no existe la necesidad de superar obstáculos, bastará con utilizar ruedas o a lo sumo orugas.

El proceso de diseño se podría resumir en los siguientes pasos:

1. Estudiar el entorno en el que se va a desplazar el robot
2. Seleccionar los efectores
3. Implementar los modos de caminar

Estos pasos son muy críticos. Una mala elección a este nivel, implicaría tener que volver a reconstruir el robot. Esta es la razón por la que las investigaciones a este nivel son tan importantes: cuanto mejor se conozcan las propiedades de los efectores, los modos de caminar posibles, su eficiencia, etc, mayor serán los datos disponibles para tomar una decisión de diseño correcta. Leger[83] abordó en su tesis doctoral el problema del diseño automático de robots, utilizando un enfoque evolutivo. Su idea central es que el espacio de búsquedas de soluciones al problema de la locomoción es tan amplio que son necesarias herramientas que permitan explorar la mayor cantidad posible de ellas antes de tomar una decisión de qué diseño implementar. Un error en la configuración del robot a este nivel es muy crítico. Por ello propuso utilizar algoritmos evolutivos para ayudar a los diseñadores en esta etapa.

Sin embargo, existen aplicaciones en las que es difícil conocer a priori y con detalle el terreno, por lo que hay mucha incertidumbre en la etapa inicial de diseño. Tal es el caso del diseño de robots para las **operaciones de búsqueda y rescate o la exploración de planetas**. Debido a ello, el robot tiene que tener la **máxima versatilidad** posible. Las investigaciones se centran en estudiar los efectores más versátiles y los diferentes modos de caminar posibles.

### 2.2.5. El problema de la locomoción

Uno de los grandes retos es el de desarrollar un robot que sea capaz de moverse por cualquier tipo de entorno por muy escarpado y complicado que sea. Es decir, un robot con una gran versatilidad. Esto tiene especial interés en las aplicaciones en las que el entorno no es lo suficientemente conocido o es cambiante, como en la exploración de las superficies de otros planetas, exploración en entornos hostiles o operaciones de búsqueda y rescate. ¿Qué es mejor utilizar, patas, ruedas, orugas...? ¿Qué número de patas? ¿Qué tipo de movimiento? ¿Qué configuración de las patas si es que las tiene?

La Nasa está especialmente interesada en este problema, financiando proyectos destinados a la construcción y evaluación de alternativas para que los robots se puedan desplazar en entornos escarpados. Dos de estos proyectos en la etapa inicial (finales de los ochenta) fueron el *CMU Ambler*[77] y el *Dante II*[3]. Son dos ejemplo que ilustran el modelo de diseño descrito en el apartado anterior: diseños de estructuras específicas a partir de las especificaciones del entorno.

El *Ambler* es un robot autónomo para la exploración de planeta, pensado para moverse por la superficie de Marte. A partir de las especificaciones se diseñó el robot, dotado de 6 patas, 3.5m de altura y un peso de 2.500Kg. El tipo de locomoción seleccionado fue mediante patas, es el que presenta mayor eficiencia teórica[3]. Sin embargo, este robot nunca fue enviado a Marte. Para cumplir con los requisitos, las dimensiones y peso del robot son excesivamente grandes. A parte de que el consumo de potencia es muy alto.

El Robot *Dante II* se diseñó también para explorar terrenos escarpados y se probó en 1994 para la exploración del volcán del monte *Spurr* en Alaska. En este caso, el robot poseía 8 patas con un sistema de locomoción denominado *framewalker*. A pesar de que se conocían las especificaciones del terreno,

que el robot poseía un cable que lo mantenía enganchado a la cima y por el que iba descendiendo, al quinto día volcó y no pudo ser recuperado.

Para la exploración de Marte, la Nasa se decantó por la utilización de ruedas[85] ya que hasta el momento han dado muy buenos resultados. Sin embargo, las rudas son muy limitadas. Sólo permiten que el robot se pueda desplazar por entornos muy controlados. Es una de las razones por las que es necesario planear con mucha antelación y cuidado el lugar al que se enviarán los robots, no sólo teniendo en cuenta el interés en la recolección de datos científicos, las condiciones atmosféricas... sino también que los robots puedan desplazarse correctamente por el terreno[38]. Esto es una gran limitación.

Inspirados por las impresionantes capacidades locomotivas de los animales con patas, Dirk Speneberg et al. de la Universidad de Bremen desarrollaron el robot *Scorpio*[28], de 8 patas, capaz de moverse por terrenos arenosos y rocosos, en lugares donde las ruedas no lo consiguen. Este proyecto fue financiado por el DARPA y el robot se propuso como una alternativa para la exploración de Marte. Motivados por los resultados, comenzaron el desarrollo de *ARAMIES*[137], un robot cuadrúpedo que pueda moverse por terrenos extremadamente adversos y que además pueda llevar a bordo experimentos científicos. Uno de los objetivos es explorar las capacidades locomotivas de los robots cuadrúpedos en este tipo de entornos.

### 2.3. Robots ápodos

Frente a la locomoción terrestre mediante patas, están los seres vivos que utilizan movimientos corporales. Los robots que utilizan este tipo de desplazamiento los denominaremos **robots ápodos**. El término ápodo significa “carente de patas”.

Estos robots tienen unas características que los hacen únicos, al igual que sus homólogos las serpientes y gusanos. Por un lado está su capacidad para cambiar su forma. Frente a las rígidas estructuras del resto de robots, los ápodos pueden doblarse y adoptar la forma del terreno por el que se desplazan. Por otro lado, su sección es muy pequeña en comparación con su tamaño, lo que les permite introducirse por tubos u orificios pequeños y llegar a lugares donde otros robots no pueden.

En este apartado analizaremos los robots ápodos creados en los centros de investigación más importante y su evolución hasta nuestros días.

#### 2.3.1. Instituto de tecnología de Tokio: Familia ACM

El pionero en el estudio de la biomecánica de las serpientes para su aplicación a la robótica fue Hirose, del Instituto de tecnología de Tokio, que implementó en 1976 el primer robot de tipo serpiente denominado **ACM-III** (*Active Cord Mechanims*). Los resultados de sus investigaciones han sido recopilados y publicados en 1987 en el libro de referencia “*Biologically Inspired Robots*”[51].



Figura 2.2: Evolución de los robots serpiente de la familia ACM (*Active Cord Mechanism*). Hirose-Fukushima Robotics Lab

Una de las mayores aportaciones a la ciencia del profesor Hirose fue el descubrimiento y formulación de la **curva serpentina**[150], que es la forma que adoptan las serpientes durante su desplazamiento. Propuso un modelo de vértebra que se mueve mediante la acción de dos músculos opuestos modelados por dos muelles que provocan un movimiento senoidal. A continuación formuló la ecuación de la curva que forma la espina dorsal y finalmente la comparó con los resultados experimentales obtenidos a partir de serpientes reales.

En la figura 2.2<sup>1</sup> se muestran los diferentes prototipos desarrollados hasta el momento. El primero es el **ACM-III** que mide 2m de largo y está formado por 20 articulaciones que se mueven paralelamente al suelo (*yaw*), capaz de moverse a una velocidad de 40cm/s. Cada módulo está dotado de unas ruedas pasivas que permiten al robot deslizarse por el suelo. Estas ruedas hacen que el coeficiente de rozamiento en la dirección tangencial sea muy pequeño frente al normal. Es este principio el que permite la propulsión del robot cuando las articulaciones se hacen oscilar adecuadamente. Este mecanismo lo bautizaron como propulsión de deslizamiento (*glide-propulsion*) y no sólo es similar al de las serpientes, sino también a cómo se desplazan los patinadores.

El prototipo ACM-III se adelantó unos 20 años a su tiempo. Esta línea de investigación quedó olvidada hasta que, debido a la aparición de la robótica modular, volvieron a aparecer prototipos de robots serpiente. Hirose y sus colaboradores retomaron el interés en estos sistemas y los rediseñaron con las nuevas tecnologías. Así nació el **ACM-R1**[52]. Una revisión del ACM-III, pero más moderno. Se incluyó comunicación inalámbrica con el robot para eliminar la necesidad de los cables. Este prototipo

<sup>1</sup>Más información en la web: [http://www-robot.mes.titech.ac.jp/robot/snake\\_e.html](http://www-robot.mes.titech.ac.jp/robot/snake_e.html)

tiene 16 módulos y puede moverse a una velocidad de unos  $50\text{cm/s}$ . Los módulos son más pequeños y con un mejor acabado. Entre los nuevos experimentos realizados destaca la comprobación de la propulsión de deslizamiento en el hielo, utilizando el mismo tipo de cuchillas usadas en los patines de hielo[31].

El siguiente prototipo, **ACM-R2** tiene un grado más de libertad en cada módulo permitiendo el cabeceo (*pitch*) además del viraje (*yaw*)[148] lo que permite que el robot adopte formas en tres dimensiones. Este prototipo sirvió principalmente para estudiar la viabilidad de los robots con ejes de cabeceo y viraje, y luego evolucionó hasta el **ACM-R3**[101]. La funcionalidad del ACM-R3 es la misma que la del ACM-R2, sin embargo el diseño es completamente nuevo. Ahora cada módulo sólo tiene un grado de libertad. Y está diseñado de manera que al conectarlos en cadena quedan alternados los movimientos de cabeceo y viraje. La estructura es mucho más compacta y ligera que la de su predecesor. Una de las novedades de este diseño fue el integrar unas ruedas pasivas de gran tamaño, a ambos lados del módulo. Este novedoso diseño permite que las ruedas siempre estén en contacto con el suelo, independientemente de la orientación el robot permitiéndole propulsarse en posiciones inclinadas. El prototipo se utilizó para investigar en nuevas formas de locomoción como rodar (*rolling*), *sinus-lifting* o movimientos inclinados[102].

Con la idea de mejorar el modelo para poder hacer que funcione en situaciones reales, donde hay polvo, agua, zonas de muy difícil acceso, etc, se desarrolló el **ACM-R4**[160]. Se puede considerar como una versión industrial que puede ser usado para tareas de inspección o búsqueda, bien en tubos o en zonas muy escarpadas. La propulsión de tipo serpiente requiere de muchos módulos. Con la idea de reducir el tamaño, las ruedas que antes eran pasivas ahora son activas y pueden ser actuadas por un motor. El ACM-R4 tiene sólo 9 módulos. Esta característica hace que aparezcan nuevas capacidades locomotivas. En uno de los experimentos se puede ver cómo el robot que avanza por el suelo, levanta su cuerpo, se apoya en una silla, se mueve sobre ella y finalmente vuelve a bajar, demostrando que puede moverse por terrenos bastante complicados.

Una característica de las serpientes es que se pueden mover tanto por tierra como por agua. A partir de ACM-R4 y de un prototipo de robot anfibio, **Helix**[145] nació la siguiente versión **ACM-R5**[159]. El robot puede desplazarse por la tierra utilizando propulsión de deslizamiento, mediante unas pequeñas ruedas pasivas. Además, cada módulo dispone de 4 aletas fijas que en el desplazamiento por el agua la resistencia a movimientos normales sea alta y para los tangenciales baja.

### 2.3.2. Instituto de automática de Shenyang

Los trabajos de Hirose han servido de inspiración para otros investigadores. Uno de ellos es Shugen Ma que repitió y amplió los trabajos de Hirose sobre la propulsión deslizante y desarrollaron una versión simplificada del ACM-R1 de 12 módulos mecánicamente menos complejos y con un sistema de control mejorado[87]. Además, desarrollaron un *software* para simular el movimiento real del robot en diferentes superficies. En la teoría se supone que el robot se mueve a lo largo de la curva

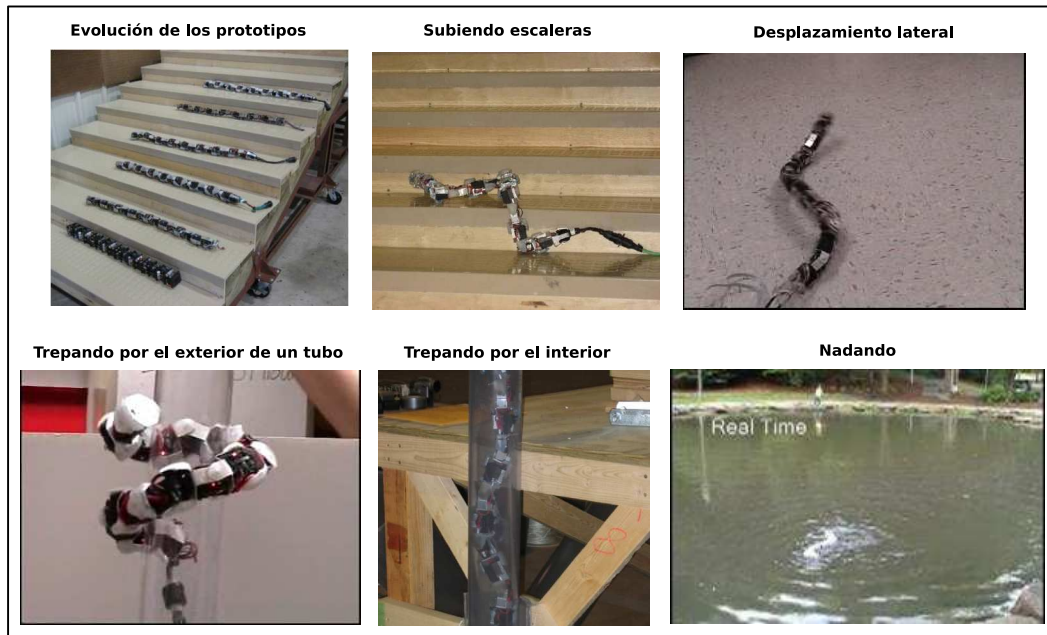


Figura 2.3: La serpiente robótica del CMU

serpentinoide y que no existe deslizamiento normal a la trayectoria. Sin embargo, en la práctica sí que aparece este deslizamiento lateral, que causa pérdidas en la fuerza de propulsión. Por medio del simulador es posible determinar los valores de las pérdidas y conocer el ángulo de serpenteo óptimo para cada superficie [88]. En trabajos posteriores, estudiaron la locomoción del mismo robot cuando el terreno está inclinado[90].

El mismo grupo del profesor Shugen Ma, en paralelo, comenzó a estudiar los robots ápodos con conexiones del tipo cabeceo-viraje[89]. Desarrollaron un módulo dotado de un grado de libertad y actuado por un servo y con él crearon configuraciones de robots para el estudio de diferentes movimientos y su adaptación al medio. En concreto, propusieron el movimiento de rodar (*rolling*) para la superación de obstáculos[13], y en[12] estudiaron el problema de una manera más general, proponiendo otros tipos de movimiento en función del entorno.

### 2.3.3. Instituto de Robótica de Carnegie Mellon University

En el instituto de Robótica del CMU (*Carnegie Mellon University*), Kevin Downing estudió los robots ápodos y desarrolló en su tesis doctoral[29] un entorno de trabajo para la generación automática de modos de caminar de las serpientes robóticas, con financiación de la NASA. Fue uno de los pioneros en aplicar algoritmos genéticos para encontrar soluciones de locomoción en estos robots.

Las investigaciones sobre robots de tipo serpiente se están llevando a cabo en el laboratorio de biorro-

bótica<sup>2</sup> dirigido por el profesor Howie Choset. Las principales líneas de investigación son la mecánica y la locomoción tanto del nivel inferior como del superior. En la parte mecánica están desarrollando nuevas articulaciones[129] para la realización de serpientes en 3D así como actuadores que permitan trepar de una manera más óptima[26].

En el nivel superior sus investigaciones se centran en la planificación de los movimientos, desarrollando algoritmos de locomoción y posicionamiento en lo que denominan robots hiperredundantes [18][17].

En el área de la locomoción a bajo nivel están obteniendo unos resultados muy interesantes. Los vídeos de los robots se pueden ver en su canal de *YouTube*<sup>3</sup>. Los prototipos diseñados (ver Figura 2.3) están basados en los módulos de Mark Yim, descritos con más detalles en la sección 2.5. Utilizan módulos de aluminio, de un grado de libertad, actuado por lo que denominan un Super-servo. Son servos comerciales que han “trucado”, añadiendo su propia electrónica, sensores y bus de comunicaciones[158]. Utilizan distintos tipos de “pieles” para recubrir los módulos y permitir que la serpiente se pueda mover por todo tipo de terrenos, incluso en medios acuáticos.

Los últimos prototipos constan de 16 módulos y pueden desplazarse en línea recta, lateralmente, trepar por el exterior e interior de un tubo, nadar y rodar[86]. En este nivel bajo de locomoción, los robots son telecontrolados por un operador, que indica en cada momento qué movimientos debe realizar el robot.

#### 2.3.4. Grupo de robótica bioinspirada del EPFL: Amphibot

El grupo de robótica bioinspirada del EPFL (*Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne*) ha desarrollado el robot anfibio **Amphibot**[23]<sup>4</sup>, que es capaz de moverse por agua y tierra. Está compuesto de 8 módulos que se mueve paralelamente al suelo y utiliza modelos de control bioinspirados para la locomoción, basados en los modelos de CPGs (*Central Pattern Generators*) de la lamprea, desarrollados por Ijspeert [63].

El primero prototipo, **Amphibot-I**[24][22] podía nadar mediante ondulaciones de su cuerpo, así como desplazarse por tierra como las serpientes, para lo que incluía unas ruedas pasivas situadas en la panza, similares a las del ACM.

En la segunda versión, **AmphiBot II**[25], los módulos se hicieron más compactos y añadieron patas. Este robot además de nadar puede moverse por tierra de forma similar a como lo hacen las salamandras, combinando los movimientos corporales con las patas. Para el modelo de control utilizan los modelos de los CPGs de la lamprea y muestran cómo se puede ajustar fácilmente la velocidad y dirección del movimiento tanto en el movimiento en tierra como en agua[62].

<sup>2</sup><http://download.srv.cs.cmu.edu/~biorobotics/>

<sup>3</sup>Canal en YouTube: <http://www.youtube.com/user/CMUBiorobotics>

<sup>4</sup>Más información disponible en la web: <http://birg.epfl.ch/page53468.html>





Figura 2.4: Los prototipos amphibot I y II del grupo de bioinspirada del EPFL. En la parte inferior izquierda el autor de esta tesis está junto a Alexander Crespi, autor de Amphibot, durante la asistencia al Clawar 2006 en Bruselas.

### 2.3.5. Otros

Una de los robots serpientes más realistas logrados es el prototipo **S5**<sup>5</sup> de Miller[96] constituido por 64 articulaciones y la relación entre longitud y anchura de la sección se acerca mucho a la de las serpientes reales. Es la quinta generación de robots serpientes diseñados.

El **WormBot**<sup>6</sup> de Conrad et al.[21], desarrollado en el Instituto de Neuroinformática de la Universidad de Zurich, es un prototipo de serpiente robótica que se mueve mediante ondulaciones de su cuerpo y que se basa en un modelo bioinspirado de CPGs. Han implementado el CPGs de la Lamprea[20]. El robot es autónomo y un operador puede cambiar los parámetros de acoplamiento entre los osciladores.

Un planteamiento diferente se emplea en el robot **SES-1** y **SES-2** (*Self Excited Snake Robots*) desarrollados por Ute et al[152] en el Instituto de Tecnología de Tokio. El movimiento se consigue mediante el principio de auto-excitación, en un prototipo de 3 segmentos y 2 motores. Según este principio, existen muelles en paralelo con los actuadores y el par de cada motor se realimenta negativamente al ángulo del motor adyacente. Con este principio consiguen movimientos muy rápidos y eficientes. La primera versión SES-1 está formada por circuitos analógicos exclusivamente.

En la figura 2.5 se muestran los prototipos de Wormbot y S5.

<sup>5</sup>Más información en la web: <http://snakerobots.com/>

<sup>6</sup><http://www.ini.ethz.ch/~conradt/projects/WormBot/>



Figura 2.5: Izquierda: Wormbot, diseñado por Conrad[21]. Derecha: S5, Miller[96]

## 2.4. Robots ápodos propulsados

Frente a los robots ápodos que realizan la locomoción a partir de movimientos corporales están los robots ápodos autopropulsados en los que las diferentes partes que forman el robot tienen ruedas o orugas para conseguir el desplazamiento. Aunque tienen la forma de una serpiente, no se trata de robots bioinspirados. Este tipo de locomoción no se encuentra en la naturaleza. Sin embargo se incluyen en este estudio por ser la mayoría de ellos robots modulares, constituidos mediante la unión de cadena de módulos similares.

### 2.4.1. Hirose Fukushima Robotics Lab (Titech)

El profesor Hirose fue también pionero en este tipo de robots. A partir del ACM-III, desarrolló estructuras encadenadas con módulos autopropulsados[55], que denominó cuerpos articulados (*articulated bodies*)<sup>7</sup>. Entre las ventajas de este tipo de robots destacan su fácil transporte: los módulos se separan unos de otros y luego se vuelve a unir, pueden llevar carga distribuida por todo el robot, pueden moverse por caminos estrechos y sinuosos y el sistema es redundante, si un módulo falla se sustituye por otro.

<sup>7</sup>Más información en el enlace: [http://www-robot.mes.titech.ac.jp/robot/snake\\_e.html](http://www-robot.mes.titech.ac.jp/robot/snake_e.html)

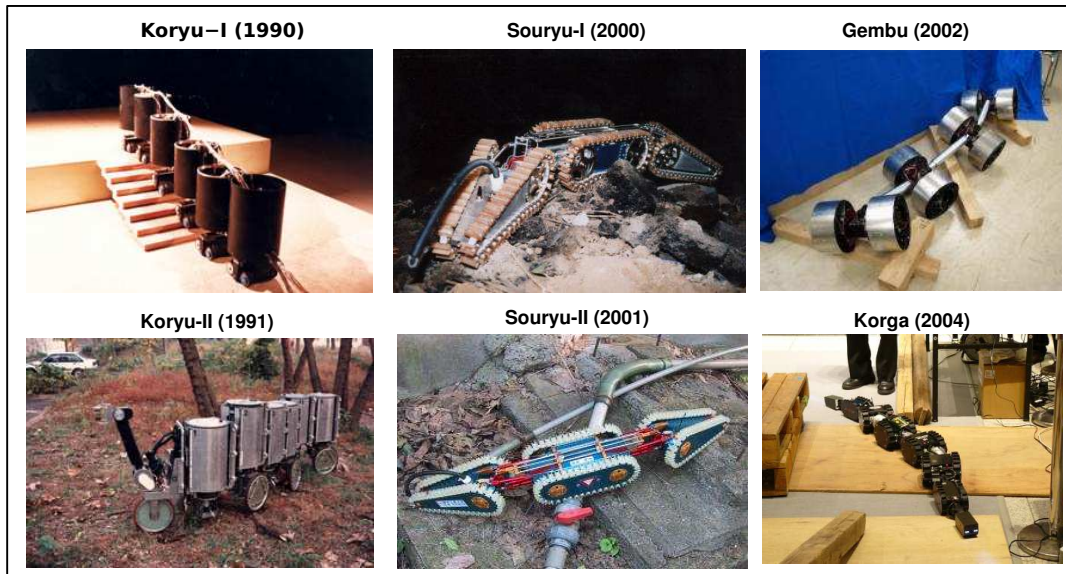


Figura 2.6: Robots auto-propulsados (*serpentine robots*) en el Hirose-Fukushima Robotics Lab

Para explorar las capacidades locomotivas de sus cuerpos articulados desarrollaron el prototipo **KORYU I**[56], formado por 6 cuerpos cilíndricos y propulsado mediante orugas. Cada módulo tiene 3 grados de libertad: movimiento vertical (eje  $z$ ), movimiento de viraje (paralelo al plano  $xy$ ) y las ruedas para la propulsión. Observaron que este robot puede girar, subir obstáculos e incluso escaleras. Los cilindros pueden también desplazarse verticalmente, lo que permite al robot moverse por terrenos irregulares. El segundo prototipo, **KORYU-II**[57] utiliza ruedas independientes en vez de orugas lo que le permite moverse por terrenos inclinados con facilidad. Realizaron experimentos tanto en el campo como en ciudad.

Los japoneses viven en una zona sísmica por lo los terremotos son muy frecuentes. Por ello las aplicaciones de búsqueda y rescate son de especial interés para ellos. Después de un terremoto, la gente puede quedar atrapada entre los escombros y hay que rescatarlo inmediatamente. Para ayudar sería interesante desarrollar un robot capaz de maniobrar en ese tipo de entorno y encontrar las víctimas o supervivientes usando cámaras y micrófonos.

El primer prototipo propuesto fue **Souryu-I**[144], compuesto por tres segmentos. Cada segmento está propulsado por orugas, pero no son independientes sino que existe un único motor que las mueve todas. El cuerpo frontal lleva una cámara y un micrófono y el trasero un receptor de radio. Los módulos de los extremos pueden realizar viraje y cabeceo de forma simétrica. El robot sólo tiene 3 grados de libertad. La siguiente versión **Souryu-II**[146] es similar pero sus módulos se separan fácilmente para poderlo transportar mejor y añadir módulos intermedios especiales.

La generación de robots **Genbu** (I, II y III)[71] está formada por cadenas cuyos módulos tiene dos ruedas independientes activas y están unidos mediante articulaciones pasivas. La aplicación para la

que se ha desarrollado es apagar incendios. Los motores son hidráulicos y por el eje central del robot se puede colocar una manguera para bombear el agua y llegar a lugares donde los bomberos no pueden.

Otro robot es **Kogha**[65], desarrollado para operaciones de búsqueda y rescate. Tiene 8 módulos conectados en serie con dos orugas, excepto los primeros y últimos. La conexión entre dos módulos dispone de 2 grados de libertad activos que le permiten trepar por los obstáculos y 3 grados de libertad pasivos que le permite adaptarse al terreno.

Algunos de los prototipos se muestran en la figura 2.6. En [53] se puede encontrar una revisión más detalladas de algunos de los robots desarrollados en el Instituto de Tecnología de Tokio.

#### 2.4.1.1. Centro nacional Alemán de investigación (GMD)

En el GMD han desarrollado dos prototipos de robot ápodos autopulsados. Uno es el **GMD-SNAKE**[73] (prototipos 1 y 2). Está constituido por 12 ruedas motrices en cada módulos. Tiene 6 módulos mas uno en la cabeza. La aplicación principal para la que fue diseñado es la inspección de tuberías, aunque en [111] se estudia su uso en aplicaciones de inspección de edificios.

El otro es el robot **Makro**[117] para la inspección de alcantarillas entre 30 y 60cm de diámetro. Está formado por 6 módulos y las uniones entre ellos tiene 3 grados de libertad. Cada módulo dispone de dos ruedas para propulsarse. En la cabeza se sitúan dos cámaras así como sensores de infrarrojos para la detección de obstáculos. Aunque el robot es teleoperado, se ha propuesto una arquitectura software para convertirlo en autónomo[141].

#### 2.4.1.2. Laboratorio de robótica móvil de la Universidad de Michigan: OmniTread

Uno de los robots ápodos autopulsados más avanzado es **OmniTread**<sup>8</sup> desarrollado por Granosik et al.[47] en el laboratorio de robótica móvil de la Universidad de Michigan, para aplicaciones de inspección industrial y vigilancia. Es un robot muy robusto y flexible. Utiliza articulaciones neumáticas lo que le da mucha fuerza. La versión inicial, omitread **OT-8** está formado por 5 módulos hexaédricos. En las 4 caras exteriores de los módulos se han colocado dos orugas. El inconveniente es que el compresor de aire está situado fuera del robot, por lo que es necesario que haya un cable.

En la siguiente versión, **OT-4** [4] el robot se ha reducido en tamaño y se han incorporado micro-compresores eléctricos por lo que no necesita cable. Su autonomía es de unos 75 minutos. (Figura 2.7)

---

<sup>8</sup>Más información en la web: [http://www.engin.umich.edu/research/mrl/00MoRob\\_6.html](http://www.engin.umich.edu/research/mrl/00MoRob_6.html)



Figura 2.7: Diferentes prototipos de robots ápodos con propulsión: GMD-snake, Makro, Swarm-bot, OmniTread OT-8 y OT-4

#### 2.4.1.3. Laboratorio de sistemas inteligentes del EPFL: Swarm-bot

El robot **Swarm-bot**<sup>9</sup> se está empleando en el Laboratorio de sistemas inteligentes del EPFL para el estudio de la “inteligencia colmena”: colonias que son capaces de auto-organizarse. El prototipo desarrollado[100] está formado por pequeños robots móviles que tienen la capacidad de auto-ensamblarse para formar estructuras mayores y así realizar otras tareas. Por ejemplo, si tienen que cruzar por una grieta, se pueden organizar en una cadena.[99][48]

Cada uno de los módulos se llama **s-bot** y son totalmente autónomos. Para desplazarse utilizan orugas y están dotados de sensores.(Figura 2.7)

#### 2.4.1.4. Grupo de robótica de la Universidad de Beihang (BUAA): JL-I

El grupo de robótica de la Universidad de Beihang comenzó con el diseño de este tipo de robots en el 99, con el diseño de un prototipo de dos módulos[153]. Cada uno con dos orugas y una articulación de 2 grados de libertad. Dotado de una cámara CCD y sensores. Además, las articulaciones son extensibles, permitiendo que se pueda aumentar o disminuir la longitud del robot.

Basado en este prototipo inicial, Houxiang et al. Diseñaron el robot **JL-I** [181]. Actualmente está formado por 3 módulos idénticos. Las articulaciones son de 3 grados de libertad lo que le dota de una gran capacidad de movimiento. No sólo puede cruzar obstáculos sino también subir escaleras

<sup>9</sup>Más Información <http://www.swarm-bots.org/>



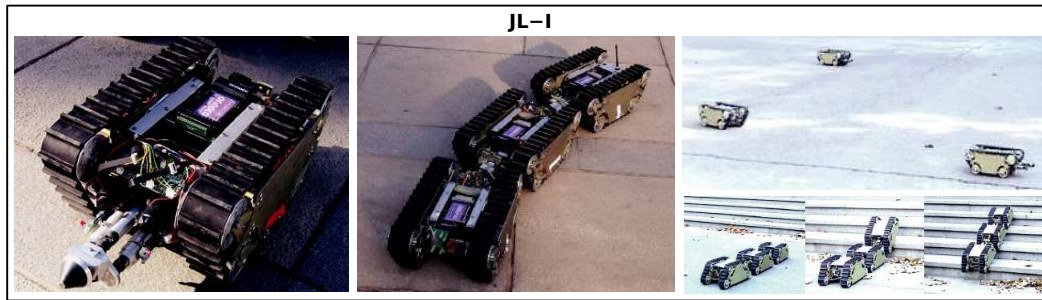


Figura 2.8: El robot JL-I

o recuperarse ante vuelcos entre otras características[178]. El robot está pensado para aplicaciones militares[185].

## 2.5. Robots modulares y locomoción

### 2.5.1. Un nuevo enfoque al problema de la locomoción

En todas las disciplinas aparece un investigador que revoluciona ese área de conocimiento, proponiendo nuevas ideas y aportando luz. Tal es el caso de **Mark Yim**, al que se puede considerar el padre de la **robótica modular autoconfigurable**. Sus trabajos han inspirado a cientos de investigadores (¡Algunos de sus artículos han sido citados más de 250 veces!).

Mark Yim propuso en su tesis doctoral en 1995 un nuevo enfoque al problema de la locomoción[163]. La solución tradicional, descrita en el apartado 2.2.3, se basa en analizar las características del terreno y a partir de ellas diseñar un robot específico. Lo que propuso Yim fue utilizar robots formados a partir de módulos con la capacidad para ensamblarse unos con respecto a otros. De esta forma, estos nuevos robots modulares podrían cambiar su forma adoptando diferentes configuraciones y modos de caminar en función del terreno por el que se desplazasen en cada momento.

Para ilustrarlo, propuso el escenario descrito en la introducción de esta tesis. Se preguntó, cómo tendría que ser un robot para poder llegar desde el laboratorio de robótica de Stanford hasta el edificio situado al otro lado de la calle. El robot tenía que ser capaz de moverse por un terreno plano, cruzar el porche del laboratorio, pasar por debajo de la barandilla, bajar un escalón de 60 cm y desplazarse por un terreno desigual y con maleza.

Para solucionar el problema utilizando un robot modular reconfigurable, habría que determinar qué configuraciones del robot son las mejores para cada tipo de terreno. Así, el robot inicialmente utilizaría una configuración de tipo rueda para cruzar el porche (mostró que este modo de caminar es el más eficiente para terreno plano), a continuación la “rueda” se abriría y el robot se autotransformaría en un gusano que le permitiría cruzar la barandilla por debajo y bajar el escalón. Finalmente, se

transformaría en una araña de cuatro patas, configuración caracterizada por su mayor estabilidad para moverse por el terreno desigual.

Por tanto, la ventaja de estos nuevos robots modulares auto-configurables es su **gran versatilidad**. Además permiten utilizar la configuración y manera de caminar más eficientes para cada tipo de terreno. Es decir, que toman lo mejor de los robots ápodos y de los robots con patas.

### 2.5.2. Polypod

Esta idea de los robots auto-configurables no hubiese sido tan innovadora si no es por el hecho de que Yim demostrase su viabilidad. No fue hasta unos años después de la publicación de su tesis cuando la idea realmente cuajó y se produjo el *boom* de los robots modulares.

El primer robot que desarrolló fue **Polypod**, para los experimentos de su tesis. Aunque lo que se proponía era el nacimiento de los robots modulares autoconfigurables, Polypod era manualmente reconfigurable, pero lo utilizó para implementar distintas configuraciones y demostrar la viabilidad de sus ideas. Los módulos de Polypod era mecánicamente complejos y están dotados de dos grados de libertad. Todos los detalles técnicos están incluidos en su tesis[163]. Un resumen ampliado (en castellano) se puede encontrar en [41].

### 2.5.3. Polybot

Tras finalizar su tesis doctoral, Mark Yim empezó a trabajar como investigador en el PARC (*Palo Alto Research Center*) donde desarrolló su famoso robot **Polybot**[165]<sup>10</sup>. En realidad no es un robot en el sentido tradicional, sino que bajo ese nombre se engloban varias generaciones de módulos con los que se pueden crear robots modulares.

Según Yim, las tres promesas de la robótica modular[174] son la versatilidad, la fiabilidad y el bajo coste. La **versatilidad** es debida a que estos robots puedan cambiar su forma y desplazarse por terrenos muy diversos. La **fiabilidad** radica en la capacidad de auto-reparación. Si uno de los módulos falla se elimina o se sustituye por otro. Finalmente, el **bajo coste** se consigue aplicando la economía de gran escala a la fabricación de los módulos. Si se fabrican masivamente, el precio se reducirá.

Polybot es una plataforma de experimentación centrada en la promesa de la versatilidad. Hasta el momento han creado cinco tipos diferentes de módulos, agrupados en tres generaciones: G1, G2 y G3 (ver figura 2.9). Uno de los objetivos de diseño de todos ellos es la simplicidad. Por ello, todos están dotados de un único grado de libertad.

---

<sup>10</sup>Información sobre Polybot disponible en <http://www2.parc.com/spl/projects/modrobots/chain/polybot/>

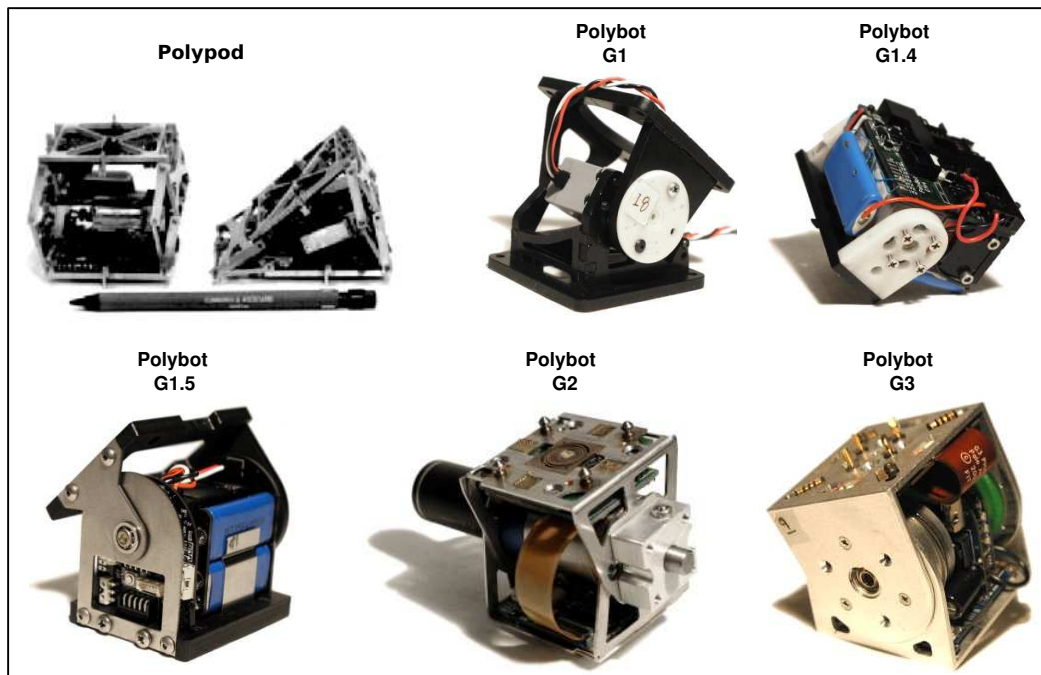


Figura 2.9: Los módulos de Polypod y Polybot

La **Generación G1** no es auto-reconfigurable, ya que los módulos no tienen la capacidad de acoplarse automáticamente unos con otros. Sin embargo se pueden realizar y probar diferentes configuraciones manuales. Han diseñado tres módulos diferentes. El primero estaba hecho de plástico y utilizaba un servo comercial como articulación. Mecánicamente es mucho más simple que los módulos desarrollados para Polypod. Se introdujo una idea muy interesante: hacer que las bases sean cuadradas para que los módulos se puedan conectar entre sí con diferentes orientaciones. Así se podrían lograr robots en los que unas articulaciones se moviesen en un plano y otras perpendicularmente a estas. Entre los experimentos realizados, destaca **el primer ejemplo de reconfiguración simple**, en la que 12 módulos adoptan inicialmente la forma de rueda. Esta se desplaza por una superficie plana hasta llegar al borde de las escaleras. El robot se abre y se convierte en un gusano que puede descender por las escaleras. Fue el primer experimento en el que un robot realizaba una reconfiguración[166]. Además se experimentó con la locomoción de diferentes configuraciones: araña de 4 patas y configuración de gusano: movimiento a través de un tubo y giros (Figura 2.10).

Probada la viabilidad de los módulos, en la versión **G1v4** se introdujeron sensores para realizar aplicaciones en bucle cerrado. Realizaron experimentos de gusanos trepadores. Bien para subir por paredes y vayas (en configuración lineal) así como subir escaleras (en configuración de rueda)[169][168]. Uno de los experimentos más curioso fue el de imitar el tren inferior de un humano (caderas y piernas) y situarlo encima de un triciclo para desplazarse pedaleando[174]. Es otro ejemplo de la versatilidad de la robótica modular: se pueden crear configuraciones que permiten manipular objetos creados para





Figura 2.10: Polybot. Diferentes configuraciones de Polybot G1 (Fuente: Web del PARC)

los humanos<sup>11</sup>.

Las generaciones G2 y G3 tienen la capacidad de poder acoplarse y separarse[175], lo que permite construir con ellos auténticos robots auto-configurables. La **generación G3** es un rediseño de la G2 para conseguir un módulo más compacto. Tiene unas dimensiones que le permiten caber en un cubo de 5 cm de lado. La innovación se produjo en la versión anterior. Con los **módulos G2** se realizó el primer experimento con éxito de reconfiguración dinámica[167]. En la primera parte del experimento se prueba la reconfiguración simple, en la que Polybot adopta la configuración de rueda con 12 módulos. A continuación pasa a una configuración lineal. En la segunda parte se realiza la conversión de gusano en una araña de cuatro patas. Ambos extremos se pliegan hacia el interior, paralelamente al suelo adoptando el robot la forma de  $\infty$  y acoplándose a ambos lados del módulo central. Los módulos situados en las partes exteriores se separan por lo que el robot forma una X. Ahora el robot ya posee cuatro patas con tres módulos cada una. Finalmente el robot se levanta. La gran aportación lograda con estos módulos es su capacidad de acoplarse automáticamente usando emisores de infrarrojos como guías[118].

Los **módulos G1v5** son los últimos desarrollados. No son reconfigurables sin embargo están diseñados a partir de las lecciones aprendidas con todos los módulos anteriores. Son muy robustos y están preparados para su comercialización. Para su manejo y programación han desarrollado el entorno Polykinectis[39], que incluyen un entorno de programación y un lenguaje de *scripts* para el

<sup>11</sup>(Nota fuera de tema). Esta es una de las razones que argumentaba Isaac Asimov en sus novelas de ciencia ficción por la que los robots humanoides eran el futuro de la robótica. Todas las herramientas que habían sido diseñadas para los humanos las podrían emplear los robots y así no habría que rediseñarlas.

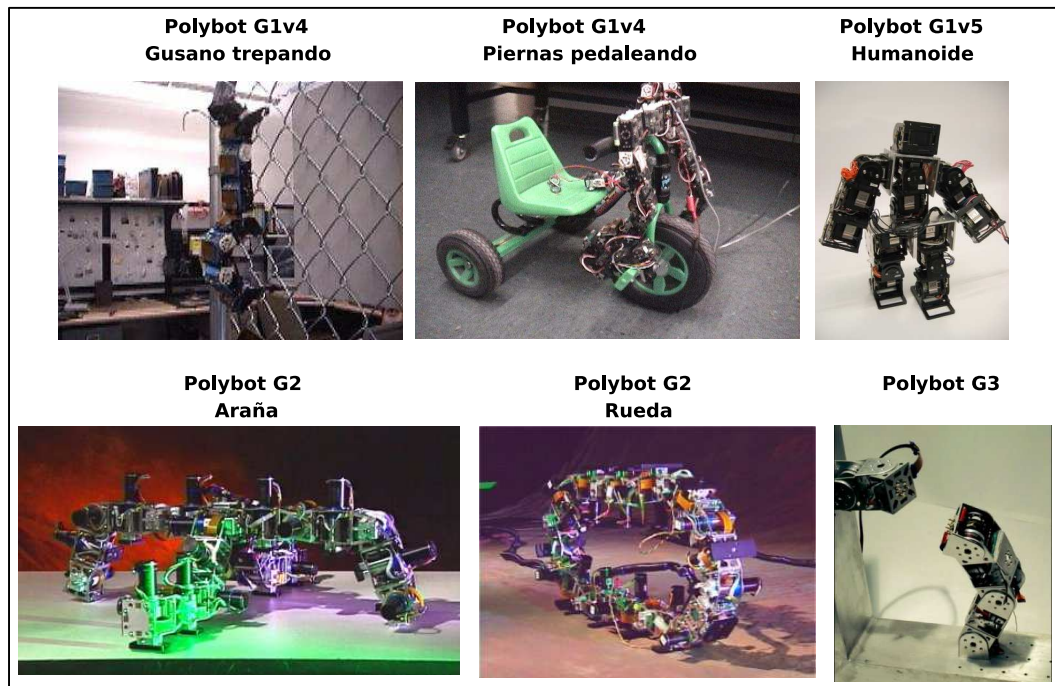


Figura 2.11: Diferentes configuraciones de Polybot

control de las diferentes configuraciones, basado en XML[182]. Este entorno fue probado en un taller impartido en el congreso internacional de Robots inteligentes y sistemas en el 2003 (IROS)<sup>12</sup>. La experiencia resultó un éxito y quedaron demostradas las posibilidades de la robótica modular en el mundo de la educación.

El modelo teórico para la programación de los robots modulares que han propuesto lo denominan autómeta de fases([183][184]). Se basa en la idea de que los movimientos principales son periódicos. Esta periodicidad se ve rota cuando ocurren ciertos eventos provenientes de los sensores. La otra idea es la de que las señales que controlan todos los módulos son las mismas pero con un desfase temporal.

En la figura 2.11 se muestran diferentes configuraciones de las generaciones G1v4, G1v5, G2 y G3 de Polybot

#### 2.5.4. Ckbot

En 2006, Mark Yim se fue a la Universidad de Pensilvania donde ha fundado el **ModLab**<sup>13</sup> (*Modular Robotic Lab*) donde se realizan investigaciones en el campo de la robótica modular.

<sup>12</sup>El tutorial está disponible en este enlace:<http://www2.parc.com/spl/projects/modrobots/chain/polybot/parc/doc/tutorial/index.html>

<sup>13</sup>La página web es: <http://modlab.seas.upenn.edu/index.html>

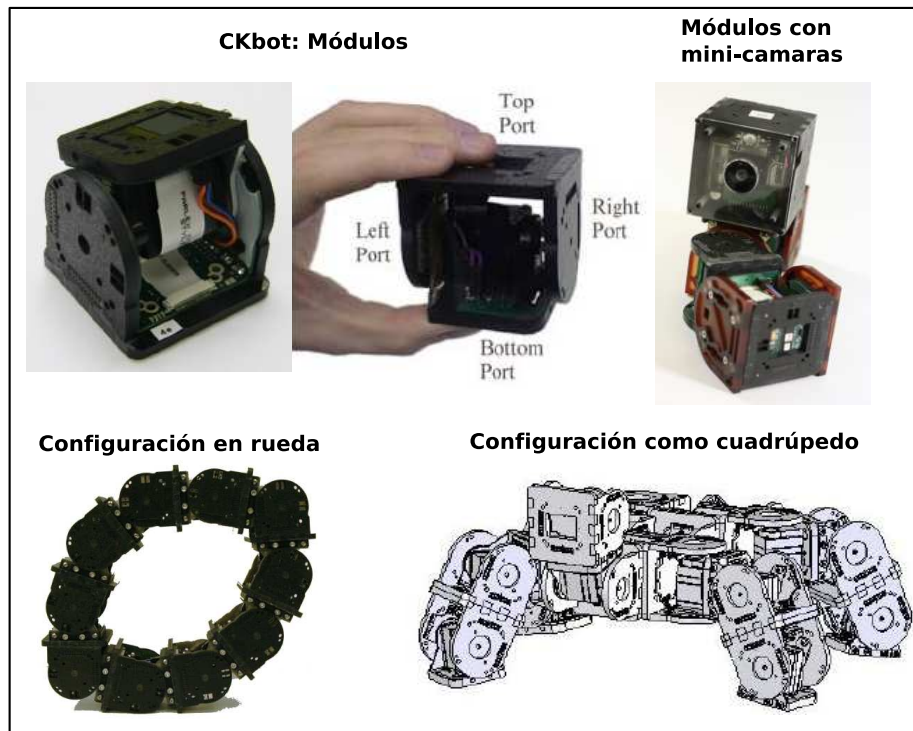


Figura 2.12: Módulos y distintas configuraciones de CkBot

Allí han desarrollado el robot modular **CKBOT**[113] (*Connector Kinetic roBot*) para usarlo como plataforma para sus investigaciones. Los módulos de Ckbot están inspirados en la versión G1V5 de Polybot: no son dinámicamente reconfigurables, pero permite crear diferentes tipos de configuraciones para explorar sus capacidades locomotivas. En la figura 2.12 se muestran los módulos y algunas de las configuraciones probadas.

Aunque el Modlab es un grupo joven, sus contribuciones están siendo muy innovadoras. Una de ellas es una nueva aplicación que Yim ha bautizado como **auto-ensamblaje tras una explosión** (*SAE: Self-reassembly After Explosion*) [172][173]. Lo que se pretende es empezar a explorar la segunda de las promesas de la robótica modular: **la robustez** y **auto-reparación**. El problema a resolver es el siguiente: se parte de un prototipo de robot modular con una configuración determinada. En un momento dado sufre un impacto y todos sus módulos o partes del robot se dispersan por el entorno. El robot debe ser capaz de volverse a auto-montar y continuar con la tarea que estuviese realizando.

Para probar la viabilidad del sistema, han creado una configuración en forma de robot humanoide, constituida por 3 grupos de módulos (los denominan *clusters*). Cada grupo está formado por 3 módulos Ckbot y un módulo con una mini-cámara[134]. La unión mecánica entre los 3 *clusters* se hace mediante imanes permanentes, mientras que los módulos en el interior están unidos mediante tornillos. En el experimento realizado en [173], la configuración humanoide está andando. Uno de los investigadores la golpea y los tres *clusters* se dispersan por el suelo. Mediante las minicámaras las

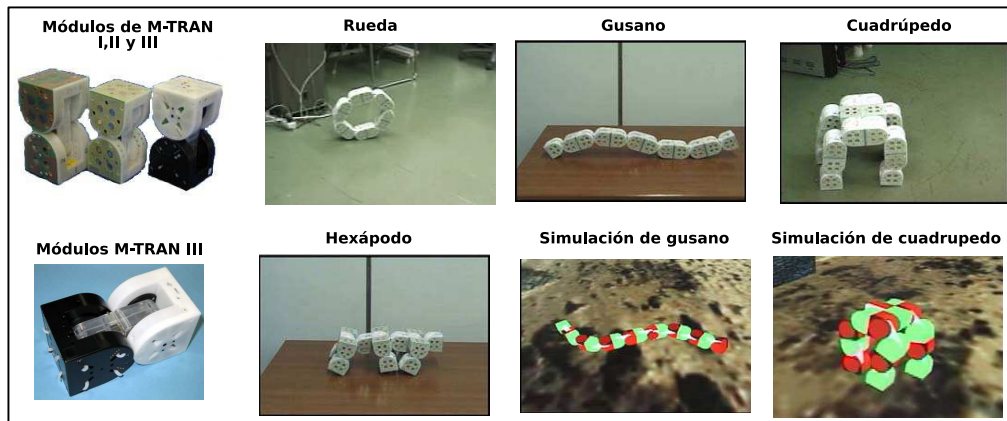


Figura 2.13: Módulos y diferentes configuraciones del robot M-TRAN

distintas partes son capaces de reconocerse entre ellas y moverse hasta conseguir volver a reconstruir el humanoide y inicial y continuar su tarea.

Además están continuando con el estudio y análisis de los diferentes modos de caminar de las configuraciones, como por ejemplo el movimiento de tipo rueda[127] o la creación de ciempiés robóticos a partir de módulos a los que se añaden patas externas [128].

### 2.5.5. M-TRAN

Uno de los robots modulares más avanzados que existen actualmente es el **M-TRAN** (*Modular TRANformer*)[105]<sup>14</sup> desarrollado en el Instituto Nacional de Ciencias y Tecnologías Industriales avanzadas de Japón (AIST). En la figura 2.13 se muestran los módulos y diferentes configuraciones del robot.

La versión actual ha sido el resultado de más de 10 años de investigaciones. Se trata de un robot modular híbrido (ver apartado 2.7) que puede configurarse tanto para formar topologías de cadenas o retículos. Se han desarrollado tres generaciones de módulos: M-TRAN I, II y III.

El proyecto comenzó en 1998, con **M-TRAN I**[110]. Frente a la búsqueda de la simplicidad en Polybot y Ckbot, el módulo de M-TRAN tiene dos grados de libertad y un sistema novedoso de acoplaje entre módulos basado en imanes permanentes y muelles SMA (*Shape Memory Alloy*) para la separación. Están basado en los principios de unidades magnéticas internamente balanceadas del profesor Hirose[54]. Los módulos se unen unos con otros mediante imanes permanentes. La novedad del sistema radica en los muelles SMA que se activan mediante corriente para que los módulos se desacoplen. En los primeros experimentos comprobaron que los imanes permanentes tenían la suficiente fuerza como para que un módulo levantase a otro. También se exploró la viabilidad en la locomoción de

<sup>14</sup>Información disponible en este enlace: <http://unit.aist.go.jp/is/dsysd/mtran3/>

diferentes configuraciones: rueda, gusano, cuadrúpedo, así como la reconfiguración dinámica [70]. Además del diseño mecánico y electrónico del módulo, desarrollaron un potente sistema de simulación [80] que utilizaron para explorar las posibilidades del módulos, haciendo que un bloque de 12 módulos pasase por encima de un obstáculo y simularon diferentes algoritmos de planificación de movimiento[177] y simulaciones de auto-reparaciones [109].

En el 2002 desarrollaron la segunda generación: **M-TRAN-II**[108]. La idea del módulo es la misma, pero se realizaron mejoras en mecánica y *hardware*. El módulo se redujo de tamaño en un 10 % aproximadamente, se mejoró el consumo, con lo que consiguieron mayor autonomía, y el *hardware* permite comunicación *wireless*. Las innovaciones que se introdujeron fueron en el campo de la generación automática de los modos de caminar utilizando CPGs y algoritmos genéticos[66]. El algoritmo genético se ejecuta en un PC y luego se descargan los patrones de movimientos en los módulos, bien en el robot real o bien en la simulación. Se puede encontrar más información en [68]. Sin embargo, uno de los experimentos más novedosos que hicieron fue la reconfiguración de un cuadrúpedo en un gusano[78], algo que todavía no se había visto nunca. Para lograrlo es necesario planificar los pasos que deben seguir los módulos para conseguir el objetivo [176]. A raíz de estos experimentos, el M-TRAN pasó a ser el robot modular más avanzado.

La generación actual, **M-TRAN III**[67] incorpora un nuevo mecanismo de conexión mecánica, que sustituye a los imanes permanentes. Con ello han conseguido mayor eficiencia energética y mayor velocidad en la conexión/desconexión a costa de ser un mecanismo más complejo. Sin embargo, estos módulos ya no son prototipos sino que se pueden construir industrialmente. La electrónica incorporada es mucho más potente. Ahora cada módulo tiene cuatro microprocesadores conectados por un *bus CAN (Controller Area Network)*. Uno es el maestro y los otros esclavos. Se han verificado y ampliado los experimentos anteriores de locomoción[81] y reconfiguración[79]. Una de las nuevas posibilidades de estos módulos es la de incorporar módulos especializados, como por ejemplo la incorporación de mini-cámaras[104] para ayudar en la ejecución de la reconfiguración.

### 2.5.6. CONRO

Los módulos **CONRO**<sup>15</sup> fueron desarrollados por Castano et al.[10] en el ISI (*Information Science Institute*) de la Universidad de California Sur para la realización de lo que denominan sistemas metamórficos: robots que pueden cambiar su forma. Lo que Yim denominó autoconfigurables (término que ha prevalecido). Estos módulos tiene dos grados de libertad y la capacidad de auto-acoplarse unos a otros. En los experimentos iniciales hicieron una serpiente y un hexápodo[9]. Probaron el sistema de acoplamiento, aunque en la primera versión todavía no estaba integrado en los módulos.

Para representar la configuración de un robot reconfigurable utilizan grafos y consiguen determinar si dos robots tienen la misma configuración.[11]. También es posible colocar módulos especiales, como por ejemplo una minicámara [8].

<sup>15</sup>Más información en la web: <http://www.isi.edu/robots/conro/>



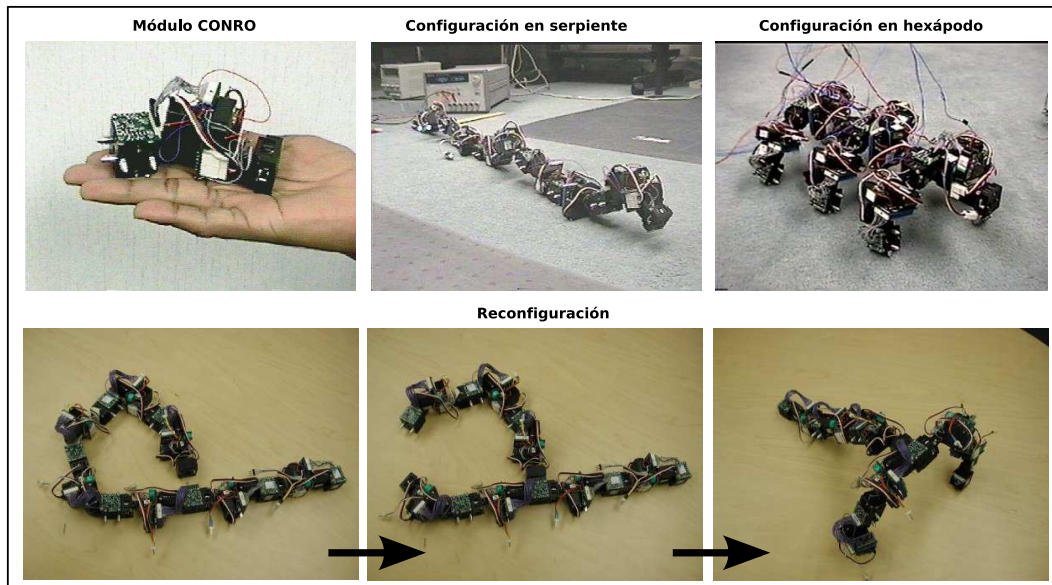


Figura 2.14: Módulo Conro y diferentes configuraciones

En estudios posteriores propusieron un nuevo sistema bioinspirado para que los módulos descubran los cambios en la topología y puedan colaborar con otros módulos para realizar la locomoción y la auto-configuración. Desarrollaron dos protocolos, uno llamado comunicación adaptativa (AC) y otro Control distribuido adaptativo (ADC) basado en la idea de hormonas.[132]. En [120] estudian e implementan un sistema de autónomo de acoplamiento entre módulos.

En la figura 2.14 se muestra el aspecto del módulo CONRO así como diferentes configuraciones y uno de los experimentos de reconfiguración llevados a cabo.

### 2.5.7. SuperBot

**SuperBot**<sup>16</sup> es un robot modular creado en el laboratorio de robótica polimórfica del ISI (Information Science Institute) en la Universidad de California sur. El módulo diseñado es de los más modernos (2005) y está inspirado en todos los anteriores: Conro, Polybot, MTRAN y ATRON. Es un proyecto financiado por la NASA y el DARPA. Inicialmente se desarrolló para su uso en aplicaciones espaciales[130]. Se está estudiando para emplearlo en aplicaciones como plataforma móvil para desplazarse por la superficie de otro planeta y recolectar información[147]. Entre 8 y 10 módulos se reconfiguran para formar la plataforma necesaria: como rueda (para una locomoción eficiente), araña, serpientes, torres de comunicaciones, etc. Otra aplicación es lo que sus autores denominan MULE (*Multi-Use Lunar Explorer*)[84]. La idea es colocar más de 100 módulos en el chasis de un vehículo lunar y utilizarlos para realizar diferentes tareas geológicas, con o sin la ayuda de los astronautas. El

<sup>16</sup>Más información en la página web:<http://www.isi.edu/robots/superbot.htm>

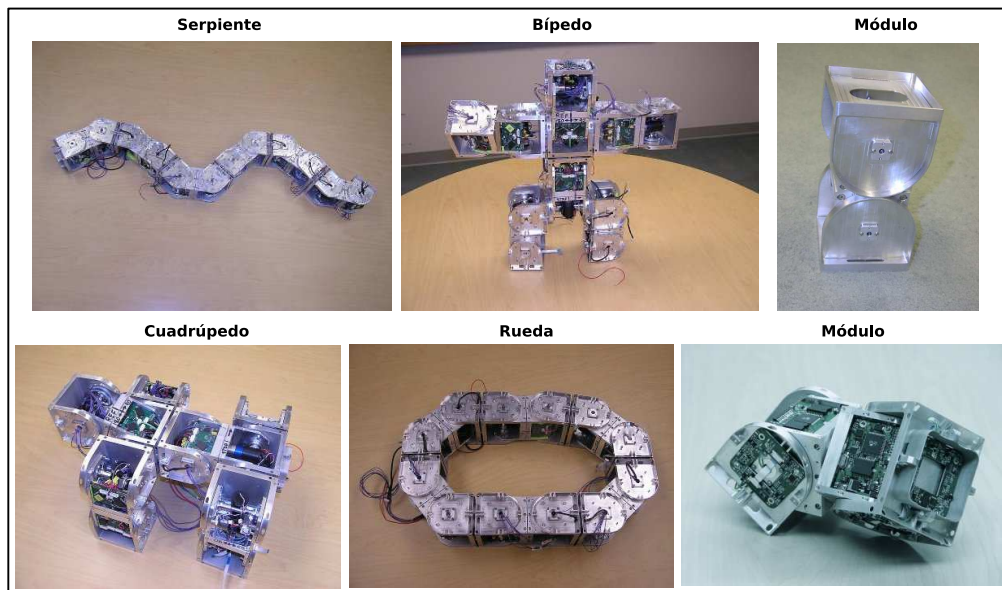


Figura 2.15: El módulo de Superbot y diferentes configuraciones

peso es muy importante en las misiones espaciales. En vez de llevar diferentes aparatos para hacer las mediciones, los módulos se pueden reconfigurar en diferentes estructuras según las necesidades.

La última aplicación es la denominada HOMS (*Habitat Operations and Maintenance System*)[82] en la que se utilizan aproximadamente 150 módulos para obtener diferentes herramientas: paneles solares, limpieza y mantenimiento de las instalaciones, monitorización e inspección en tiempo real...

La mecánica de los módulos de Superbot está inspirada en MTRAN, pero incluyen un grado más de libertad. Los dos extremos giran verticalmente (*pitch*) y entre ellos rotan (*Roll*). Disponen, al igual que MTRAN de un total de 6 superficies de contacto donde se pueden acoplar otros módulos, lo que permite formar no sólo robots de tipo cadena (ver apartado 2.7) sino también estructuras sólidas en 3D[131][124].

Los sistemas reconfigurables deben solucionar varios retos: 1) negociación distribuida, de manera que los módulos se pongan de acuerdo en la tarea global a realizar, 2) colaboración distribuida, que permita traducir la tarea global en tareas locales que cada módulo pueda realizar y 3) Sincronización, para que las tareas locales se puedan realizar de manera sincronizada con el resto. Estos problemas ya fueron abordados y probados con los módulos CONRO pero suponiendo que la topología permanece invariable durante el proceso de realización de una tarea. En [126] proponen un algoritmo para poder solucionar estos problemas y que la topología pueda cambiar. Está inspirado en el concepto de hormonas[125].

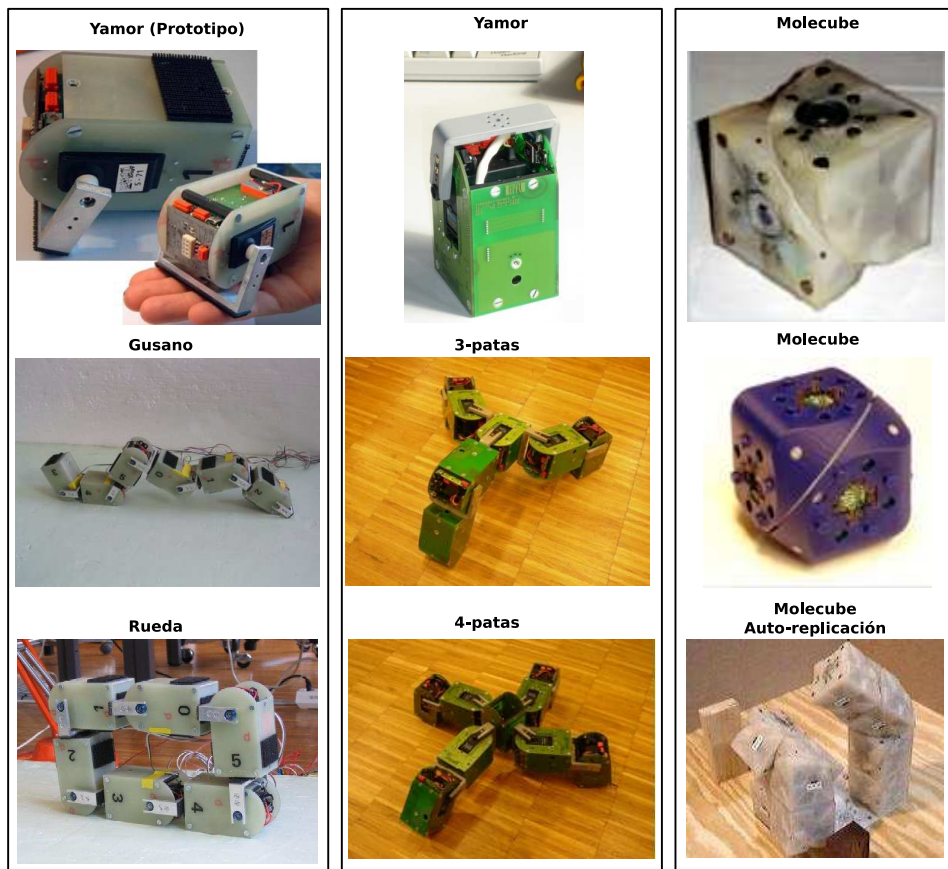


Figura 2.16: Los robots modulares Yamor y Molecube



### 2.5.8. Yamor

**Yamor**<sup>17</sup> (*Yet Another Modular Robot*) es el robot modular desarrollado en el laboratorio de robótica bioinspirada del EPFL para estudiar la locomoción adaptativa[98]. El módulo desarrollado tiene un único grado de libertad actuado por un servo y la comunicación entre módulos y módulos-PC se realiza a través de *Bluetooth* lo que permite que no existan cables. El *hardware* de control incluye FPGAs (*Field Programmable Logic Arrays*) lo que dota al sistema de mayor versatilidad para la implementación de controladores específicos. El *software* desarrollado permite generar las funciones de movimiento utilizando una GUI (*Graphical User Interface*), que luego se descargan en el *hardware*[97].

Maye et al.[95] aplicaron los modelos de CPGs a la locomoción de los robots modulares, realizando experimentos con Yamor, validando así las simulaciones previas. Probaron el movimiento en configuración de gusano, trípodo y cuadrúpedo.

Yerly et al.[162] están trabajando en la siguiente generación de módulos, añadiendo acelerómetros y mejorando el software.

En la figura 2.16 se muestran las dos versiones realizadas de Yamor y las diferentes configuraciones probadas. En la parte central está la siguiente versión de módulos y las configuraciones de trípodo y cuadrúpedo.

### 2.5.9. Molecube

En el CSL (*Computational Synthesis Laboratory*) de la *Cornell University* se han desarrollado los módulos que denominan **Molecubes**<sup>18</sup>[186]. Tienen un único grado de libertad y forma de cubo. Se diferencian del resto en que la rotación se realiza alrededor del eje diagonal que une dos puntos opuestos del cubo. Al realizar una rotación de 90 grados alrededor de este eje se obtiene otro cubo.

Estos módulos no están adaptados para resolver el problema de la locomoción, aunque sí se pueden crear robots con capacidad locomotiva. Su propósito original fue el de construir **el primer sistema modular capaz de auto-replicarse a sí mismo**[187]. En el experimento que realizaron, una torre compuesta de 4 molecubes que se duplica a sí misma. Para ello se utilizan otros cuatro módulos a modo de materia prima para la replicación. El individuo inicial utiliza sus propios módulos que los va depositando en el lugar donde crear su réplica. Utilizando esta “materia prima” suministrada, se va auto-replicando. El proceso finaliza al cabo de 2 minutos y medio. Lo importante es que esta nueva copia puede a su vez duplicarse. El nuevo individuo puede crear a su vez a otro, demostrando así que se ha conseguido la auto-replicación total (tanto en comportamiento como en estructura).

<sup>17</sup>Más información en <http://birg.epfl.ch/page53469.html/>

<sup>18</sup>Más información en el enlace: <http://www.molecubes.org/>

## 2.6. Robots modulares y estructuras

Otra de las áreas de investigación de los robots modulares es **la capacidad para formar estructuras** y que éstas **se puedan reconfigurar**. En la figura 2.17 se muestran varios de estos prototipos. Los orígenes se remontan a 1988 con la propuesta de Fukuda et al. del Instituto de tecnología de Tokio de su robot **CEBOT**[34] (*CELLular ROBoT*). Cada Cebot se considera como una célula autónoma que puede moverse y juntarse a otras. También desarrollaron la idea de los sistemas robóticos dinámicamente reconfigurables[33]. Es una idea similar a la de la robótica reconfigurable pero está aplicada a las estructuras, en vez de a la locomoción. El sistema se puede reorganizar para realizar tareas mayores. Cada célula dispone de su propio conocimiento (lo que denominan células de conocimiento) y puede utilizar el conocimiento de otros. Se trata de un sistema inteligente distribuido.

Chirikjian et al., del PKL (*Protein Kinematics Lab.*) de la Universidad Johns Hopkins propusieron los **manipuladores metamórficos**[14]. Se trata de una red de módulos dispuestos en dos dimensiones que tienen la capacidad de acoplarse y desacoplarse unos con otros por lo que pueden desplazarse a través de la estructura global. A diferencia de CEBOT, los módulos no pueden desplazarse por sí solos, pero sí pueden moverse al conectarse entre módulos adyacentes. Estudiaron la cinemática de estos manipuladores[15] y propusieron su uso para capturar satélites en el espacio. Inicialmente el manipulador tiene una forma no definida, como una ameba. Mediante el desplazamiento de unos módulos sobre otros aparecen unos tentáculos que envuelven el objeto a coger. Pamecha et al. hizo una implementación de dos módulos, Al robot lo llamaron **Metamorphic**[112]. Cada módulo tiene una forma hexagonal que se puede deformar por medio de 3 actuadores.

Este concepto de manipuladores metamórficos fue perfeccionada por Murata et al., del AIST, en prototipo **Fracta**[106]. Las “células” son mucho más sencillas y no tienen ningún actuador por lo que el consumo es menor. Para realizar los desplazamientos y los acoples/desacoples utilizan imanes permanentes y electroimanes. Al igual que Metamorphic, las estructuras que se construyen son en dos dimensiones.

La idea la ampliaron a la construcción de estructuras en tres dimensiones, diseñando el robot **3D-Fracta**[107] con estructura cúbica y seis brazos que unen el centro con cada una de las caras del cubo. Se utilizan en total 6 actuadores. Estas investigaciones junto a las ideas de la robótica modular de Mark Yim fueron las semillas del robot modular híbrido M-TRAN, que no sólo puede desplazarse sino también conformar estructuras en tres dimensiones.

Hamblin et al. crearon a **Tetrobot**[49], constituido por un módulo tetraédrico con articulaciones esféricas. El sistema es manualmente reconfigurable. En los experimentos realizaron brazos y robots caminantes.

En el Instituto para los sistemas de ingeniería complejos del CMU, Unsal et al. desarrollaron el robot **I-CUBE**: [58] constituido por dos elementos: *cubes* (pasivos) y segmentos activos. Los segmentos



Figura 2.17: Diferentes robots modulares de tipo retículo

tiene 3 grados de libertad y se usan como brazos que se enganchan a los *cubes*. Se pueden construir diferentes estructuras en 3D que tiene la capacidad de modificarse<sup>19</sup>.

En el PARC, Suh et al. desarrollaron el robot **Telecubes**[143]<sup>20</sup>. Es un cubo que tiene 6 articulaciones prismáticas que le permiten desplazar todas sus caras. Además en todas las caras se ha implementado un sistema de acoplamiento/desacoplamiento por lo que se pueden conectar y desconectar unos módulos de otros. Con este sistema se pueden crear estructuras 3D muy compactas y que se pueden reconfigurar.

En el laboratorio de robótica distribuida del MIT<sup>21</sup> también están interesados en los robots modulares. Kotay et al. han creado a **Molecule**[76]. Este robot imita a una molécula de dos átomos, unidos por un segmento rígido. Cada átomo tiene 5 conectores para la conexión con otras moléculas y dos grados de libertad. La agrupación de varias moléculas permite crear estructuras tanto en dos dimensiones como en 3. En el primer prototipo sólo implementaron una molécula. En siguientes trabajos mejoraron los módulos e implementaron una estructura de dos moléculas[74][75].

En el mismo laboratorio, Rus et al. trabajan en **Crystal** [122], un robot reconfigurable constituido por átomos que pueden formar estructuras en 2D. Los átomos son cubos en tiene 4 caras que se pueden expandir. A diferencia de otros robots modulares donde hay traslación de los átomos, en este el movimiento se consigue sólo con las expansiones y compresiones[123].

El último prototipo desarrollado en el MIT es **Miche** [36]. La idea es totalmente diferente al resto de robots modulares. Se parte de una estructura amorfa, como si fuere una roca de mármol en el mundo de la escultura. El usuario especifica la forma en 3D que quiere “esculpir”. Se realizan los cálculos y el sistema desconecta de la masa amorfa todos aquellos módulos no necesarios. Cuando se coge el objeto, quedan en el suelo los módulos no usados y permanece la estructura creada. Los módulos son cubos que sólo tienen la capacidad de acoplarse unos con otros (no tiene grados de libertad). Entre los experimentos realizados han “esculpido” un perro y un humanoide.

En el instituto para la producción de tecnología de Dinamarca están trabajando en **ATRON**[64]. A partir de las ideas de CONRO y M-TRAN han creado un módulo esférico que puede girar alrededor de su ecuador, dividiendo el módulo en dos semiesferas que rotan una respecto a la otra. Los módulos se pueden acoplar entre ellos de forma que la rotación se haga en cualquiera de los tres ejes: x, y y z. En la última versión han creado 100 de estos módulos y han realizado diversas simulaciones y experimentos[19]

Goldstein et al, del CMU, están desarrollando la idea de sintetizar estructuras reales en tres dimensiones a partir de modelos virtuales, dentro del proyecto **Claytronics**[37]<sup>22</sup>. El objetivo es el desarrollo de lo que denominan un Claytronics: un objeto sintético generado por ordenador, pero con una estructura física real. Estos sistemas están formados por unos átomos que denominan **Catoms** (Claytronics

<sup>19</sup>Más información en <http://www.cs.cmu.edu/~unsal/research/ices/cubes/>

<sup>20</sup>Más información: <http://www2.parc.com/spl/projects/modrobots/lattice/telecube/index.html>

<sup>21</sup>Más información en el enlace: [http://groups.csail.mit.edu/drl/wiki/index.php/Main\\_Page](http://groups.csail.mit.edu/drl/wiki/index.php/Main_Page)

<sup>22</sup>Más información en <http://www.cs.cmu.edu/~claytronics/hardware/planar.html>

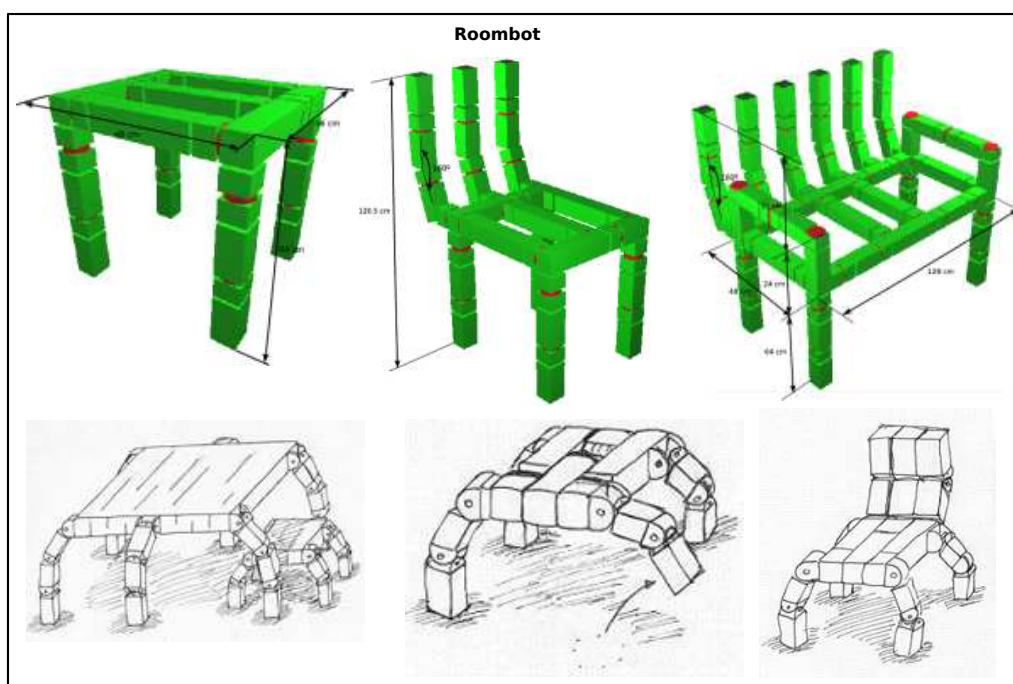


Figura 2.18: Prototipo de Roombot: un robot modular de tipo retículo diseñado para hacer muebles reconfigurables :-)

Atoms) que se pueden desplazar en 3D por toda la estructura. La recombinación de estos átomos hace que el Claytronics tenga la forma deseada. En el prototipo Miche también se sintetizan estructuras reales, pero el enfoque es el de un “escultor” que elimina el material sobrante. En el enfoque de los Claytronics son sus propios átomos los que se reorganizan para crear el objeto.

En la primera fase están trabajando en los Catoms restringidos a dos dimensiones [72]. El movimiento de estos catoms se realiza mediante la correcta coordinación de electroimanes, de manera que no es necesario ningún tipo de actuador. El objetivo es que se pueda miniaturizar para lograr tener nano robots de este tipo y que se puedan recolocar para formar los Claytronics.

En los laboratorio de robótica bioinspirada (BIRG) y algoritmos de aprendizaje (LASA) del EPFL han propuesto un innovador concepto. Utilizar estas estructuras 3D para la creación de muebles que se puedan reconfigurar. El prototipo de módulo propuesto es **RoomBot**[2]<sup>23</sup> y está inspirado en Yamor. En la figura 2.18 se muestran la forma que presentarían algunos muebles, constituidos por estos módulos. Quieren que estos muebles formen parte del nuevo centro que se está construyendo :-). Estos muebles no sólo serán estáticos, sino que tienen la capacidad de desplazarse<sup>24</sup>

<sup>23</sup>Más información: <http://birg.epfl.ch/page65721.html>

<sup>24</sup>(Nota del autor). No tengo muy clara cuál es la utilidad de estos muebles móviles, sin embargo me parece una aplicación divertida y “frikí” :-). Estoy deseando hacerles una visita para ver el sistema en acción.

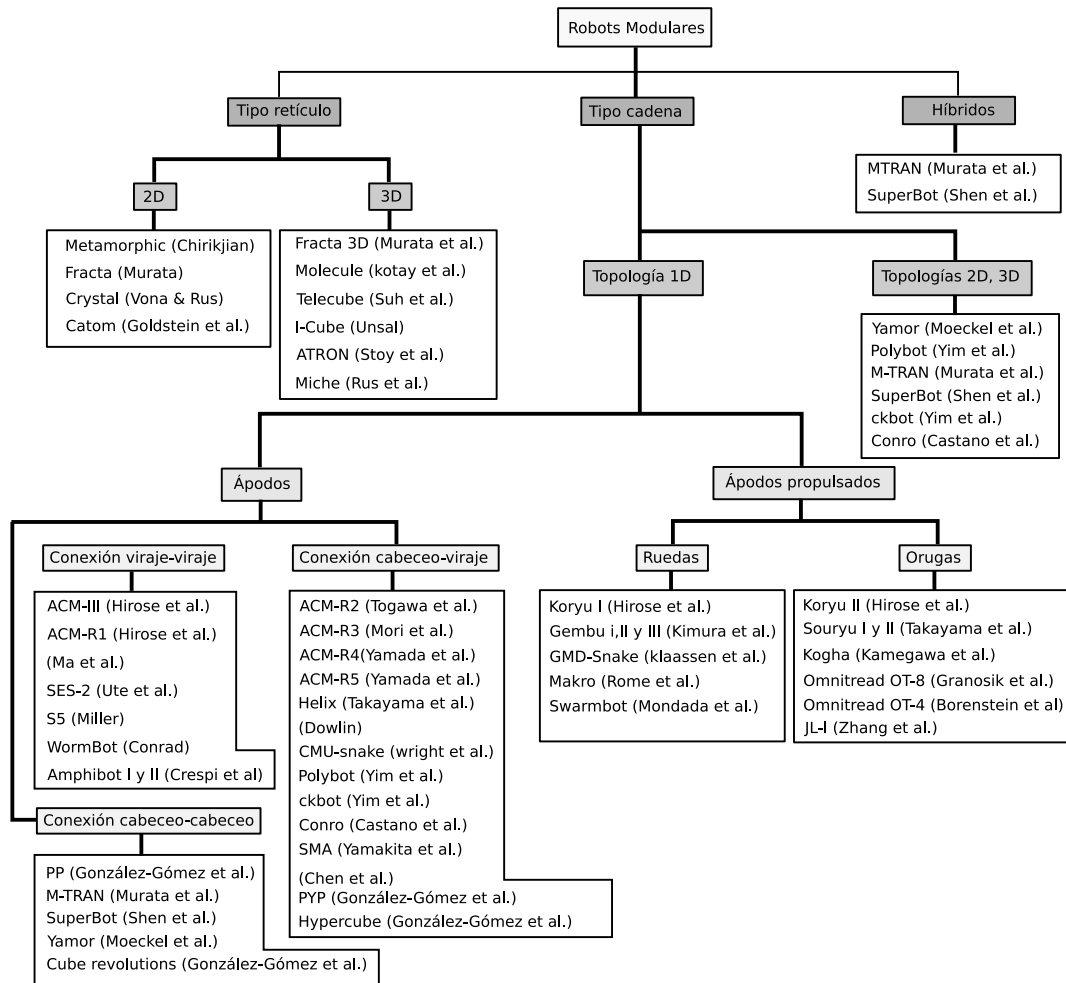


Figura 2.19: Clasificación de los robots modulares

## 2.7. Clasificación de los robots modulares

En la figura 2.19 se muestra una clasificación de los robots modulares en función de su estructura y conexionado, que se explica a continuación. Todos los robots previamente presentados se agrupan en diferentes clases.

Para el estudio de las propiedades de locomoción de las configuraciones de los robots modulares es esencial establecer una clasificación en grupos que compartan las mismas propiedades. La clasificación propuesta está basada en la estructura y el conexionado entre los módulos. Hay que resaltar que los robots modulares reconfigurables pueden pertenecer a diferentes grupos, dado que se pueden construir diferentes configuraciones con ellos. Así por ejemplo, con los módulos de Polybot se puede crear un robot ápodo con conexión cabeceo-cabeceo, que está englobado en los robots con topología de 1D. Pero también se podrá construir un cuadrúpedo, con una topología de 2D.

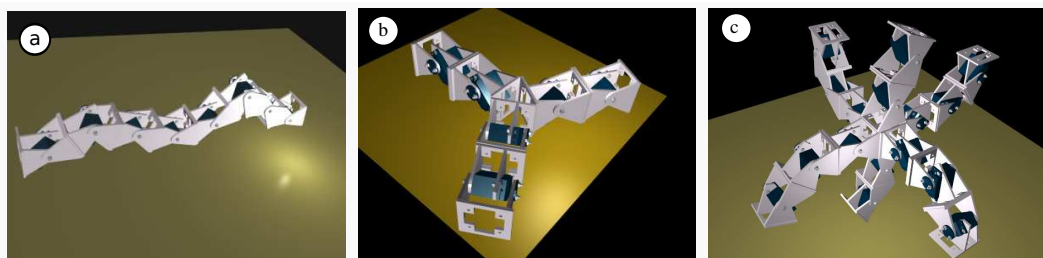


Figura 2.20: Ejemplo de los tres subtipos de robots modulares de tipo cadena: a) Topología 1D, b) Topología 2D, c) Topología 3D

Mark Yim[171] propone hacer una primera división en tres grupos: retículo (*lattice*), cadenas e híbridos. Los robots modulares de **tipo retículo** se conectan para formar estructuras, de igual manera que los átomos se junta para formar moléculas complejas o sólidos. Son los robots que se han descrito en el apartado 2.6. La idea detrás de todos ellos es la de hacer estructuras que puedan auto-modificarse dinámicamente. Según el tipo de estructura, se pueden agrupar en 2D y 3D. Entre los primeros se encuentran **Metamorphic**[14], **Fracta**[106], **Crystal**[123] y **Catom**[72]. Entre los segundos, **Fracta 3D**[107], **Molecule**[76], **Telecube**[143], **I-Cube**[151], **ATRON**[64] y **Miche**[36].

Los robots modulares de tipo cadena están formados por la unión de diferentes cadenas de módulos. Por ejemplo, la estructura de un robot cuadrúpedo se puede ver como constituida por cinco cadenas: una central que actúa de columna vertebral y cuatro más para las extremidades. Los robots de este grupo son los mejores para la locomoción, dado que permite reconstruir la morfología de los animales. Las cadenas de módulos pueden actuar como patas, brazos, columna vertebral, etc. Los robots de tipo retículo, aunque también pueden realizar locomoción, es mucho más lenta, ya que está basada no en el desplazamiento global de la estructura sino en el movimiento módulo a módulo. Los **robots modulares híbridos** tienen las propiedades de los dos grupos anteriores: permiten construir superficies con ellos así como realizar estructuras de tipo cadena. Dentro de este grupo se encuentran los dos robots modulares más avanzados, **M-TRAN**[108] y **SuperBot**[130].

Los robots de **tipo cadena** se pueden dividir, a su vez, atendiendo a su topología. Así se pueden tener topologías de 1D, como gusanos y serpientes, topologías 2D, como cuadrúpedos, estructuras poligonales como estrellas, pentágonos, etc. o topologías 3D como erizos. En la figura 2.20 se muestra un ejemplo de diferentes topologías. Una vez más, hay que resaltar que los robots reconfigurables pueden tener configuraciones con diferentes topologías por eso se pueden agrupar en varios grupos. El criterio seguido en el diagrama ha sido el de colocar los robots según los experimentos que se hayan realizado con ellos, así por ejemplo, con Polybot se han realizado experimentos en su configuración de cuadrúpedo, por lo que se ha incluido en el grupo de topologías de 2D pero también se ha probado su configuración como gusano, por lo que está en su grupo correspondiente de las topologías de 1D.

Las **topologías de 1D** pueden ser gusanos, serpientes, brazos, piernas, columnas vertebrales, etc. Estas estructuras, en general, son muy flexibles y pueden adoptar diferentes formas. Por ejemplo, pueden

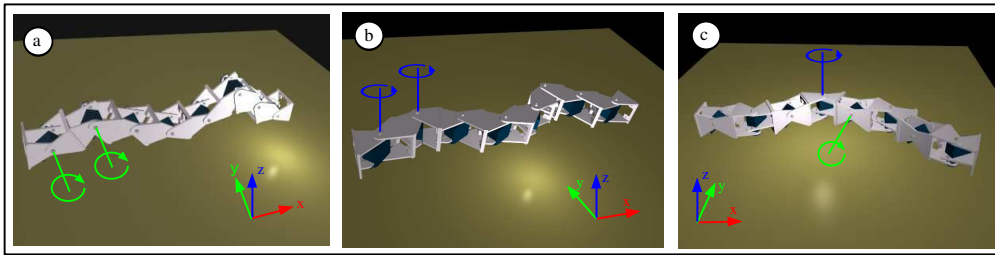


Figura 2.21: Diferentes tipos de conexiones en los robots ápodos. a) Cabeceo-Cabeceo. b) viraje-viraje. c) Cabeceo-viraje

introducirse por tubos, por intestinos o en general rutas tortuosas. Si su longitud es suficientemente larga, pueden incluso formar bucles y desplazarse como una rueda[69][142].

Según cómo se genere la propulsión para lograr el movimiento en estos robots proponemos dividirlos en dos categorías. En una están los que denominamos **robots ápodos**<sup>25</sup>, que consiguen desplazarse a base de movimientos corporales. Los módulos por sí solos son incapaces de moverse, pero cuando se juntan formando una cadena y se coordinan adecuadamente sí logran hacerlo. Sería el caso de las serpientes y gusanos biológicos. En el otro grupo están los que obtienen el impulso a partir de ruedas u orugas. Los denominamos **robots ápodos autopropulsados**. En ellos, los módulos sí pueden desplazarse como unidades autónomas, ya que disponen de estos sistemas propulsivos. Este grupo se emplea para aplicaciones de búsqueda y rescate o inspección de tuberías o puentes. Suelen ser robots más industriales. Al disponer de movilidad por ruedas u orugas pueden desplazarse por terrenos muy diversos. Por ser topologías de 1D, tienen la flexibilidad de este grupo por lo que pueden adoptar su forma al terreno, escalar obstáculos, pasar por tubos, etc. Entre los **robots ápodos propulsados por ruedas** se encuentran: **Koryu I**[56], **Gembu**[71], **GMD-Snake**[73], **Makro**[117] y **Swarmbot**[100]. Entre los **robots ápodos propulsados por orugas**: **Koryu II**[57], **Souryu I**[144], **Souryu II**[146], **Kogha**[65], **Omnitread OT-8**[47], **Omnitread OT-4**[4], **JL-I**[181].

En el grupo de los **robots ápodos**, proponemos clasificarlos según el tipo de conexión entre los módulos. Como se muestra en la figura 2.21, este conexión puede ser de tipo viraje-viraje (es decir, los módulos rotan paralelamente al suelo), cabeceo-cabeceo (lo hacen perpendicularmente) y cabeceo-viraje donde se alternan los módulos que rotan paralelos al suelo y los que lo hacen perpendicularmente.

El conexión entre los módulos es una propiedad muy importante y determina qué tipos de movimientos se van a poder realizar. Así, el **grupo viraje-viraje** es el que comprende a todos los robots que se mueven como las serpientes. Este tipo de movimiento exige que el coeficiente de rozamiento en la tangente al eje corporal sea muy pequeño mientras que el normal sea infinito (o lo mayor posible). Las serpientes consiguen esto gracias a su piel escamosa. En los robots serpientes se usan ruedas pasivas para cumplir este requisito. Por ello, este grupo de robots es especial. No sólo requiere de

<sup>25</sup>Aclaración terminológica: Granosik et al. propusieron llamar a ambos grupos snake robots y serpentine robots. Los primeros son los que he bautizado como robots ápodos y los segundos como robots ápodos propulsados.



unos movimientos corporales, sino también de las ruedas pasivas o pieles. Son por tanto, robots específicos. Si se toman unos módulos genéricos (por ejemplo los de Polybot) y se construye un robot de este grupo, no se conseguirá su locomoción sin añadir elementos externos).

Dentro de este grupo se encuentran todos los robots desarrollados basados en el movimiento de las serpientes en un plano. Son: **ACM-III**[51], **ACM-R1**[52], (**Ma et. al**)[87], **SES-2**[152], **S5**[96], **Worm-Bot**[21] y **Amphibot I** y **II**[23].

El **grupo cabeceo-cabeceo** sólo permite a los robots moverse en una dimensión, hacia adelante y hacia atrás. Es un movimiento similar al de las orugas o gusanos. También se pueden plegar sobre sí mismos para formar una rueda. En esta tesis este grupo de robots se utilizar para el estudio detallado de la locomoción en una dimensión. Robots en los que se han realizado experimentos en esta tipo de conexionado son **M-TRAN**[108], **Polybot**[165], **Superbot**[130], **Yamor**[98], **PP**[43] y **Cube Revolutions**[42]. Estos dos últimos creados en esta tesis.

El **grupo cabecero-ladeo** permite al robot realizar muchos tipos de movimientos diferentes, como rodar, desplazamiento lateral (*side-winding*), trepar, etc. Algunos de los robots ya presentados que tienen este tipo de conexionado son: **ACM-R2**[148], **ACM-R3**[102], **ACM-R4**[160], **ACM-R5**[159], **Helix**[145], (**Downlin**)[29] **CMU-snake**[158], **Polybot**[165], **Ckbot**[173], **Conro**[10], **SMA**[161], (**Chen et al.**)[13], **PYP**[43] e **Hypercube**[46]. Estos dos últimos creados por el autor de esta tesis.

## 2.8. Coordinación y locomoción

Hemos presentado el estado del arte de los robots ápodos y modulares, y los hemos clasificado según su estructura y su conexionado. En esta sección analizaremos su control. Veremos qué alternativas existen para resolver el problema de la coordinación y cuál es la que hemos empleado en esta tesis.

### 2.8.1. El problema de la coordinación

Cuando un robot móvil dispone de ruedas u orugas, el nivel inferior de la locomoción no presenta problemas. Sólo hay que hacer que los motores giren para conseguir el movimiento. Las dificultades aparecen en las tareas del nivel superior, como la planificación de trayectorias y la navegación.

Sin embargo, si el robot es articulado y bien dispone de patas o se trata de un robot ápodo, aún si la locomoción se realiza sobre una superficie plana sin obstáculo aparece **el problema de la coordinación**. Es necesario que todas las articulaciones se muevan en sincronía para que el robot logre desplazarse. Este problema se puede enunciar de la siguiente manera:

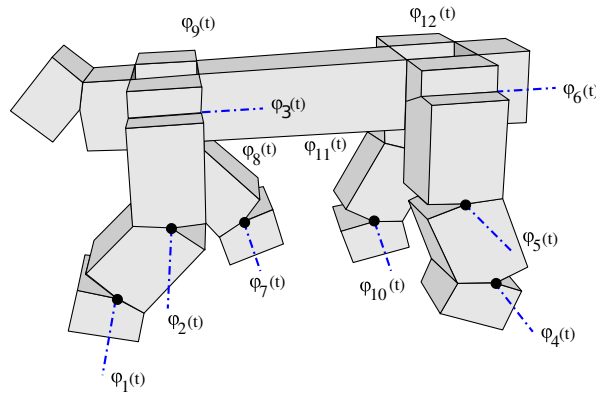


Figura 2.22: Ejemplo del problema de la coordinación en robot cuadrúpedo de 12 articulaciones. Encontrar las funciones  $\varphi_i(t)$  para que el robot se pueda desplazar

**Problema de la coordinación:** *Dado un robot de  $M$  articulaciones encontrar las funciones  $\varphi_i(t)$  que determinan cómo tienen que variar con el tiempo el ángulo de cada articulación para que el robot logre desplazarse.*

En la figura 2.22 se muestra un ejemplo de un robot cuadrúpedo modular, con topología de dos dimensiones y doce articulaciones. El problema de la coordinación quedará resuelto si se encuentran las funciones  $\varphi_1(t), \dots, \varphi_{12}(t)$  y el valor de sus parámetros para los cuales el cuadrúpedo es capaz de desplazarse. La solución depende del tipo de movimiento que se quiera conseguir: desplazamiento en línea recta, lateralmente, giros, etc, y en general no será única.

En los siguientes apartados se muestran las diferentes formas de abordar este problema

### 2.8.2. Enfoque I: Solución manual

Para implementar fácilmente la locomoción en robots modulares, Mark Yim utilizó en Polypod lo que denominó **tablas de control del modo de caminar** (*gait control tables*)[163]. Las columnas son vectores que contienen las posiciones discretas de una articulación para cada instante. En las filas se almacenan las posiciones de todas ellas para un instante  $t$ . El controlador recorre las tablas, enviando en cada instante las posiciones a los actuadores. Cuando se llega a la última fila se comienza desde el principio, realizándose un movimiento repetitivo.

Cuando los robots modulares tienen pocos módulos y los movimientos son sencillos, estas tablas se puede crear manualmente. Permiten definir las secuencias de movimiento “fotograma a fotograma”, como si de una animación se tratase. Esta es la solución adoptada en el robot **Puchobot I**, de Prieto-Moreno[114]. Utilizando un *software* con una interfaz gráfica que se ejecuta en el PC, el usuario establece las posiciones de las articulaciones, que se graban en la tabla de control.

Otro ejemplo es el robot hexápodo **Melanie III** de Alonso-Puig[1]. La aplicación que se ejecuta en el PC permite la generación manual de las secuencias. El posicionamiento de las articulaciones se puede hacer bien mediante la propia interfaz gráfica (usando barras deslizantes) o bien utilizando programación gestual, de manera que el usuario coloca las patas del robot en las posiciones deseadas y la aplicación las graba.

Las soluciones manuales permiten probar los prototipos de los robots durante su construcción y detectar en una temprana fase de diseño los posibles problemas mecánicos. También permite explorar muy rápidamente posibles soluciones para la coordinación. Sin embargo, son muy poco flexibles. Para hacer que el robot se mueva de diferentes maneras hay que crear una nueva tabla de control. Además, si el robot tiene muchas articulaciones, la creación puede ser tediosa y compleja.

### 2.8.3. Enfoque II: Cinemática inversa

El enfoque clásico se basa en el empleo de la cinemática inversa. La idea es aplicar las mismas técnicas usadas para los manipuladores pero a las patas de los robots. Las funciones  $\varphi_i(t)$  se obtienen a partir de las funciones de trayectoria de los puntos de apoyo. Este método ha sido estudiado a fondo en hexápodos por Fligiolini[32] y ha sido implementado en el robot Melanie de Alonso-Puig[1]. Se especifican las trayectorias de los extremos de las patas mediante funciones sinusoidales. Por medio de la cinemática inversa se obtienen las posiciones de los ángulos  $\varphi_i(t)$ .

Los robots ápodos se pueden considerar como manipuladores hiperredundantes, formados por infinitas articulaciones. Chirikjian[16] utiliza funciones para describir la forma que debe adoptar el manipulador y obtiene las expresiones angulares. Gonzalez et al.[44] han explorado también este tipo de soluciones, pero usando lo que denominan el algoritmo de ajuste, en el que se itera sobre las articulaciones y se van encontrando los ángulos para que todas ellas se sitúen sobre una curva. Con estos algoritmos han creado automáticamente las tablas de control y han movido exitosamente un robot ápodo de 8 articulaciones. Spranklin[138], en su tesis doctoral, estudia la cinemática y dinámica un robot ápodo del grupo cabeceo-cabeceo y propone una solución utilizando controladores clásicos.

El inconveniente del enfoque clásico basado en la cinemática inversa es que requiere mayor potencia de cálculo comparado con los enfoques bioinspirados que se muestran a continuación. Y por tanto, los controladores bioinspirados en general necesitan microprocesadores menos potentes (y baratos) para su implementación.

### 2.8.4. Enfoque III: Bioinspiración

Otro enfoque diferente es utilizar la naturaleza como fuente de inspiración e intentar imitarla. Los seres vivos del reino animal simplemente se desplazan. Sus cerebros no parece que estén leyendo en



Figura 2.23: La Lamprea, utilizada por los biólogos para el estudio de sus CPGs

todo momento las posiciones  $(x, y, z)$  de las extremidades y realizando cálculos de cinemática inversa para establecer la contracción de todos los músculos en cada instante.

En la naturaleza, tanto los vertebrados como los invertebrados tienen unas neuronas especializadas, denominadas CPGs (*Central Pattern Generator*, o generadores centrales de patrones). Estos centros oscilan y producen ritmos que controlan la actividad de los músculos para la realización de actividades como la respiración, movimientos intestinales, masticar, locomoción, etc. A partir de los estudios biológicos se construyen modelos matemáticos de estos osciladores y se aplican para el control de la locomoción de los robots. En este enfoque bioinspirado las funciones  $\varphi_i(t)$  a aplicar se obtienen de los modelos matemáticos de los CPGs. A diferencia del enfoque basado en la cinemática inversa, durante el movimiento el controlador bioinspirado no conoce las posiciones de sus extremidades. Simplemente actúa sobre los músculos para lograr la locomoción. Por ello, la potencia de cálculo necesaria es en principio menor que para el enfoque II.

#### 2.8.4.1. CPGs y biología

Una de las áreas de investigación de la biología es la fisiología donde, entre otras cosas, se estudian los mecanismos en la realización de las funciones básicas de los seres vivos, como por ejemplo caminar. La existencia de generadores de patrones fue documentada por primera vez por Wilson[156] en el estudio del vuelo de la langosta. En el experimento realizado por Shik et al.[133] en 1966 en gatos descerebrados, se observó que el mecanismo de la locomoción en vertebrados está situado en la espina dorsal, y estaba basado también en los generadores de patrones. Los estímulos provenientes del cerebro no se encargan de la generación de este movimiento sino más bien de su “modulación”. Delcomyn[27], en 1980, acuñó el término CPG para referirse a este grupo de neuronas que oscilan de manera rítmica.

Dentro del grupo de los vertebrados, **la lamprea** (ver figura 2.23) es el que más se utiliza para el estudio de los CPGs, debido a que su espina dorsal es transparente, contiene pocas células y aguanta al menos una semana fuera del animal (en una solución salina) sin deteriorarse. Esto permite a los biólogos realizar sus experimentos con más facilidad[119].

Cohen propuso **un modelo matemático para el CPG de la lamprea**[20] y más tarde Williams et al. realizaron diferentes experimentos sobre la diferencias de fase observadas[154], generación de los patrones[155] y el efecto de la frecuencia de oscilación en la coordinación[135].

#### 2.8.4.2. CPGs y robótica

La fusión de diferentes campos de investigación siempre arroja luz y permite abordar los problemas desde otras perspectivas. Eso ha ocurrido con la robótica y la biología. Uno de los pioneros en aplicar modelos de CPGs para su aplicación en robótica a sido Ijspeert, del laboratorio de robótica bioinspirada del EPFL. En su tesis doctoral[59] propuso modelos neuronales para la implementación de CPGs para la locomoción de la lamprea y la salamandra, sentando las bases para su posterior implementación en un robot real. Mediante algoritmos evolutivos se obtienen los parámetros para una locomoción óptima. En trabajos posteriores continuó realizando simulaciones de sus modelos[63] y en el 2004, junto con Crespi, implementaron el primer prototipo de **amphibot**[23] (ver apartado 2.3.4), demostrando la viabilidad de su modelo bioinspirado para la locomoción de robots.

En trabajos posteriores mejoraron el modelo e investigaron la transición de un modo de caminar de la salamandra a otro. Este animal se caracteriza porque puede nadar y se puede desplazar por tierra. Ambos movimientos han sido modelados, simulados e implementados en amphibot[61]. En [60] estudiaron el problema de cómo conseguir que esta transición sea suave.

Los modelos de CPGs no sólo han demostrado su validez para diseños de robots específicos como amphibot, sino que también se están empujando con éxito en la locomoción de robots modulares genéricos. El EPFL es puntero en estos temas. Bourkin realizó simulaciones de la locomoción de un robot modular con diferentes morfologías: como rueda, como gusano y como cuadrúpedo. Todos ellos utilizando CPGs[5]. Posteriores mejoras en la simulación fueron realizadas por Marbach et al.[91][92], y las validaciones en el robot Yamour fueron llevadas a cabo por Sproewitz et al. [139][140] y May[95].

En el robot modular M-tran también se han aplicado con éxito el modelo de CPGs. Kamimura et al. utilizaron el modelo de CPGs de Matsuoka[94] para implementar la locomoción de un gusano y un cuadrúpedo[68].

El modelo bioinspirado de CPGs se está empleando no sólo en robots modulares, sino para la locomoción de robots cuadrúpedos[35][136], en el robot Scorpion de 8 patas: [28] e incluso en robots humanoides [30].

En el grupo de neurocomputación de la Escuela Politécnica de la Universidad Autónoma de Madrid, Herrero et al. han modelado e implementado CPGs basados en el modelo de Rulkov[121] para el control de un robot gusano de 8 segmentos[50]. Los experimentos se realizaron posteriormente en el robot Cube Revolutions, desarrollado en esta tesis.

### 2.8.5. Enfoque IV: Generadores sinusoidales

El problema de la coordinación ya ha sido resuelto por la Naturaleza. Por tanto “sólo” hay que imitarla para conseguir la locomoción de los robots. Sin embargo, en los mecanismos biológicos existe cierta complejidad además de mucha redundancia. Tal vez esas soluciones estén muy especializadas o sean muy “ricas”, aportando demasiada información que pudiera no ser necesaria para la locomoción de robots.

En el campo de la neurocomputación se modelan detalladamente todas las neuronas y CPGs, se obtienen sus ecuaciones matemáticas y posteriormente se simulan. Además, es posible probar esos modelos en robots reales con el fin de confirmar si son correctos, comparando la locomoción de los animales robóticos artificiales con la de los reales. El fin de estos experimentos, por tanto, es confirmar la validez de sus modelos. El robot es sólo un medio para este fin. Sin embargo, desde una perspectiva robótica sucede lo contrario. El objetivo es tener un robot que pueda desplazarse de la mejor manera posible, con el menor consumo de potencia y de recursos. Los modelos neurocomputacionales se usan como inspiración y se aplican las simplificaciones necesarias.

Debido a esto, otro enfoque para abordar el problema de la coordinación es **emplear soluciones basadas en modelos de CPGs lo más simplificados posibles**, de manera que su implementación sea sencilla y requiera de pocos recursos. Una simplificación posible es **sustituir los CPGs por generadores sinusoidales** que controlen directamente la posición de las articulaciones del robot. Esta simplificación es viable para el estudio de la locomoción de robots en régimen permanente, ya que cuando los CPGs han alcanzado el régimen estacionario, se comportan como osciladores de frecuencia fija. Además, la observación de la locomoción animal muestra que las frecuencias de los movimientos rítmicos son iguales y no hay evidencias de que los diferentes osciladores de la espina dorsal usen frecuencias diferentes[59][92].

Uno de los objetivos de esta tesis es explorar la locomoción de los robots ápodos de conexión de tipo cabeceo-cabeceo y cabeceo-viraje empleando generadores sinusoidales. Esta idea se está utilizando recientemente para el desplazamiento de robots de topologías de una dimensión consiguiéndose unos movimientos muy reales, suaves y naturales, como por ejemplo en los últimos robots ápodos del CMU[86][158]. Chen et al. los están utilizando para obtener movimientos que sirvan para adaptarse al entorno[12]. También se está estudiando su viabilidad en robots de topologías de dos dimensiones. Tal es el caso del cuadrúpedo **PuchoBot II**[115] en el que Prieto-Moreno et al. han utilizado generadores sinusoidales para su locomoción en línea recta.

## 2.9. Aplicaciones de los robots modulares

Los robots modulares tienen unas características que los hacen únicos. Entre ellas se pueden destacar: flexibilidad en la locomoción, auto-reparación, auto-replicación, auto-reconfiguración y formación de estructuras sólidas.

Aunque existen prototipos muy avanzados, todavía se están explorando sus posibilidades en usos prácticos. A continuación clasificamos algunas de las referencias ya presentadas según las tres aplicaciones principales que se están evaluando:

- **Búsqueda y rescate:** [164][96][157][53][65][181].
- **Inspección de tuberías y puentes:** [144][146][117][47][111]
- **Aplicaciones espaciales:** [170][137][130][82][84][147]

## 2.10. Conclusiones

En este capítulo hemos visto la evolución de los robots ápodos modulares y los últimos prototipos que se han creado en los centros de investigación internacionales más importantes. Se ha presentado **el problema de la locomoción** y cómo frente a las soluciones clásicas que utilizan estructuras rígidas con ruedas, orugas o patas ha surgido la idea de emplear **robots modulares auto-configurables**, que son capaces de cambiar su forma para desplazarse de la manera más eficiente en cada momento. También se han desarrollado robots modulares orientados a la creación de estructuras en dos y tres dimensiones, de manera similar a como los átomos y moléculas forman la materia. Esto permitirá, en un futuro, crear objetos sólidos que puedan cambiar su forma.

Desde un punto de vista de la estructura, en la última década se ha incrementado el interés por los **robots ápodos**. Tienen una topología de una dimensión que les confiere unas capacidades locomotivas únicas, como la posibilidad de deformar su cuerpo para pasar por el interior de tubos o zonas con muchos recovecos. El desplazamiento de estos robots se realiza mediante movimientos corporales, de manera similar a cómo lo hacen las serpientes y gusanos. Para su utilización en aplicaciones prácticas se han desarrollado los **robots ápodos autopropulsados**, que también tienen una topología de una dimensión, pero el impulso lo consiguen mediante ruedas u orugas situadas en los diferentes módulos y no mediante movimientos corporales.

Como resumen, **se ha establecido una clasificación** de todos los robots presentados, usando como criterio las estructuras que pueden formar y las conexiones entre los módulos. Los grupo de interés en esta tesis son los de los robot ápodos con **conexiones del tipo cabeceo-cabeceo y cabeceo-viraje**. El grupo de robots con conexión de viraje-viraje, similares a las serpientes reales, ha sido ampliamente estudiado por otros investigadores. Estos robots precisan de unas condiciones especiales de rozamiento entre su cuerpo y la superficie por la que se desplazan por lo que en los prototipos existentes se añaden ruedas pasivas o pieles artificiales. Sin embargo, en los otros grupos la locomoción se consigue únicamente mediante movimientos corporales. Su estudio permitirá que cualquier robot modular genérico que adopte una topología en una dimensión pueda desplazarse sin tener que utilizar módulos especiales ni pieles artificiales.

El **problema de la coordinación** aparece al estudiar el nivel inferior de la locomoción de los robots modulares. Consiste en calcular las funciones y sus parámetros que se deben aplicar a cada una de las articulaciones para que el robot se pueda desplazar. Una de las soluciones a este problema que está dando muy buenos resultados es **el enfoque bioinspirado** basado en utilizar como funciones de control los **modelos matemáticos de los CPGs** de los animales.

Desde un punto de vista biológico, los CPGs se estudian para entender su funcionamiento y saber más sobre los seres vivos. Para ello se realizan mediciones sobre diferentes animales, se proponen ecuaciones matemáticas para modelar esos CPGs, se realizan simulaciones y recientemente, se implementan en animales robóticos para confirmar si son correctos. Es decir, **obtener conocimientos biológicos utilizando como instrumentos de validación los robots**. Las investigaciones se centran en la obtención de datos y modelización de los CPGs.

Sin embargo, desde una perspectiva robótica sucede lo contrario. El objetivo es tener un robot que pueda desplazarse de la mejor manera posible, con el menor consumo de potencia y de recursos. Los modelos biológicos se usan como inspiración y se aplican las simplificaciones necesarias. Los parámetros internos de los CPGs y su significado biológico no tienen tanta importancia. Por ello, otro enfoque para la locomoción de los robots es **la utilización de modelos simplificados de CPGs**. En esta tesis proponemos un modelo para la locomoción de los robots ápodos basados en **generadores sinusoidales**.

Aunque otros investigadores han construido prototipos de robots ápodos de los grupos cabeceo-cabeceo y cabeceo-viraje, su locomoción desde una perspectiva general no ha sido abordada hasta ahora. No se han resuelto los problemas de la cinemática directa e inversa ni se han relacionado su locomoción con el número de módulos del robot. Las siguientes preguntas, por tanto, no tenían respuesta: *¿Cuál es el número mínimo de módulos que debe tener un robot para desplazarse en una y dos dimensiones? ¿Cuál es el mínimo número de parámetros de control necesario para lograr la locomoción de los robots ápodos de cualquier número de módulos? ¿Cómo calcular el paso que da un robot ápodo en función de los parámetros empleados en sus generadores sinusoidales? ¿Qué amplitudes y diferencias de fase hay que aplicar a las oscilaciones de los módulos para conseguir que el robot cumpla unas restricciones dadas?*

En esta tesis se aborda el estudio de la locomoción de los robots ápodos, tanto en una como en dos dimensiones, desde esta perspectiva general. Se establecen relaciones entre los parámetros de los osciladores y la manera en la que se desplaza el robot. Se propone una metodología para resolver los problemas de la cinemática directa e inversa y se resumen todas las ideas en unos principios de locomoción. Se presentan las **configuraciones mínimas**, que son los robots con el menor número de módulos que se pueden desplazar, así como los movimientos que pueden realizar y qué valores de los parámetros de control son necesarios. Finalmente se han llevado a cabo experimentos tanto en simulación como con robots modulares reales, que confirman los principios enunciados.

Con este trabajo se **confirma la viabilidad de la utilización de los generadores sinusoidales** para el control en régimen permanente de los robots ápodos. Esto permite implementar controladores



utilizando menos recursos que con los enfoques clásicos y por tanto pueden integrarse en microprocesadores de gama baja, o directamente como componentes hardware en una FPGA.



# Capítulo 3

## Modelos

”La ciencia se construye a partir de aproximaciones que gradualmente se acercan a la verdad”

– *Isaac Asimov*

### 3.1. Introducción

En este capítulo presentamos los modelos empleados para el estudio de los robots ápodos modulares. En la primera parte introducimos los modelos para los módulos, los tipos de conexionado, los grupos de robots y sus parámetros. En la segunda describimos los tres modelos fundamentales: modelo de control, cinemático y matemático. Finalmente, en las conclusiones, estableceremos las relaciones entre todos estos modelos y cómo plantearemos la solución al problema de la coordinación.

### 3.2. Modelos de módulos

Para el estudio de la locomoción de los robots modulares utilizaremos tres modelos: **alámbrico**, **hexaédrico** y **real**. El primero es el más importante y es con el que desarrollaremos el modelo matemático. El hexaédrico lo utilizaremos en las simulaciones y el último para la construcción de robots reales con los que experimentar.

#### 3.2.1. Modelo alámbrico

En este modelo el módulo está constituido por dos segmentos iguales unidos mediante una articulación. Los segmentos los denominaremos izquierdo y derecho.

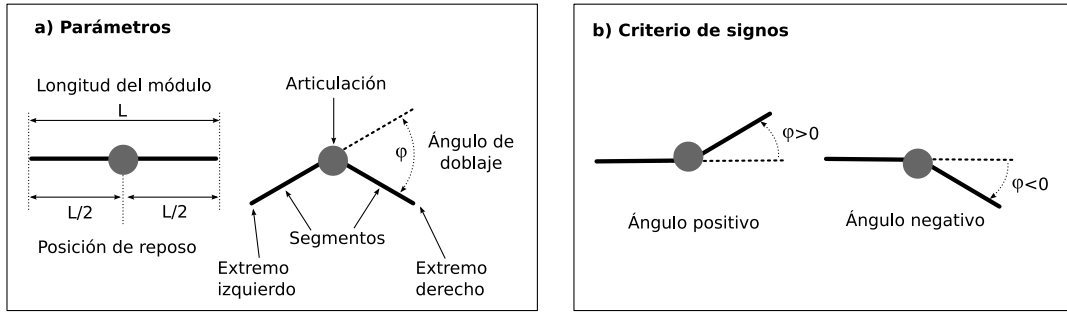


Figura 3.1: Modelo alámbrico del módulo. a) Parámetros: longitud del módulo y ángulo de doblaje. b) Criterios de signos para el ángulo de doblaje

### 3.2.1.1. Parámetros

Los parámetros del módulo  $i$  son (figura 3.1):

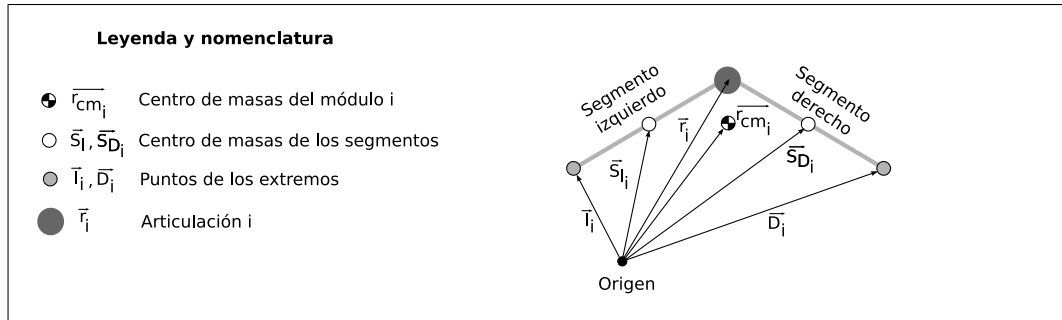
- **Ángulo de doblaje** ( $\varphi_i$ ): Es el ángulo que forman los dos segmentos. Está determinado por la articulación. Su valor lo restringiremos al intervalo  $[-90, 90]$ , que es el típico de los servos comerciales. El rango total de giro es de 180 grados.
- **Longitud del módulo** ( $L$ ): Longitud total del módulo cuando está en la posición de reposo. En este estado el ángulo de doblaje es de cero grados. Puesto que los segmentos son iguales, cada uno de ellos tendrá una longitud  $L/2$ .
- **Masa** ( $m$ ). Supondremos que la masa está repartida uniformemente entre los dos segmentos (y la articulación no tiene masa). Cada segmento tendrá una masa de  $m/2$ .
- **Vector de posición** ( $\vec{r}_i$ ): Posición de la articulación  $i$
- **Vectores de posición de los extremos**:  $\vec{T}_i, \vec{D}_i$ .

### 3.2.1.2. Centro de masas

Denotaremos por  $\vec{r}_{cm_i}$  al vector de posición del centro de masas del módulo  $i$ . Se puede expresar en función de los vectores de posición de la articulación  $\vec{r}_i$ , el extremo izquierdo  $\vec{T}_i$  y el derecho  $\vec{D}_i$  como se indica en la ecuación 3.1.

$$\vec{r}_{cm_i} = \frac{1}{4} \left( \vec{T}_i + 2\vec{r}_i + \vec{D}_i \right) \quad (3.1)$$

Se deduce calculando los centros de masas de los segmentos izquierdo y derecho. A partir de ellos, y asumiendo que los segmentos son iguales, la expresión del centro de masas se obtiene mediante la

Figura 3.2: Vectores de posición y centro de masas del módulo  $i$ 

ecuación 3.2. Los vectores de posición de los centros de masas de los segmentos se pueden poner en función de los vectores de posición de la articulación y los extremos, como se indica en la ecuación 3.3. Sustituyen esas expresiones en 3.2 se llega a 3.1. En la figura 3.2 se muestra el módulo  $i$  con los diferentes centros de masas y vectores de posición.

$$\vec{r}_{cm_i} = \frac{1}{m_i} \left( \frac{m_i}{2} \vec{S}_i + \frac{m_i}{2} \vec{S}_{D_i} \right) = \frac{\vec{S}_i + \vec{S}_{D_i}}{2} \quad (3.2)$$

$$\vec{S}_i = \frac{\vec{T}_i + \vec{r}_i}{2}, \vec{S}_{D_i} = \frac{\vec{r}_i + \vec{D}_i}{2} \quad (3.3)$$

### 3.2.2. Modelo hexaédrico

En el modelo hexaédrico cada módulo se representa mediante dos hexaedros unidos por un eje (paralelo el eje  $y$ ). Cada hexaedro rota con respecto al otro alrededor de este eje común (figura 3.3). El ángulo de doblaje  $\varphi_i$  es el que forman los ejes  $x$  de ambos cuerpos. Las dimensiones del módulo son  $L \times W \times H$ , donde  $L$  es la longitud (eje  $x$ ),  $W$  la anchura (eje  $y$ ) y  $H$  la altura (eje  $z$ ). Cada hexaedro tiene una masa de  $m/2$  y una longitud de  $L/2$ .

En este modelo se está suponiendo que no existe colisión entre ambos hexaedros cuando se realiza la rotación, aunque tienen las mismas dimensiones.

El vector de posición del centro de masas se calcula utilizando la misma ecuación que en el caso alámbrico (ec. 3.1), considerando que la articulación está situada en el centro del módulo y que los extremos  $\vec{T}_i$  y  $\vec{D}_i$  son los puntos centrales de las caras exteriores del hexaedro izquierdo y derecho respectivamente.

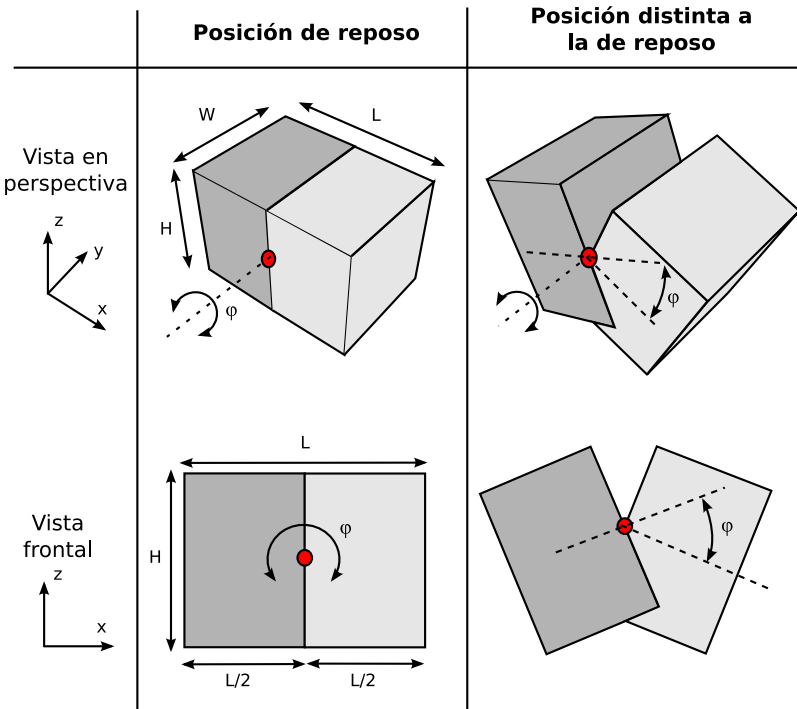


Figura 3.3: Parámetros del modelo hexaédrico

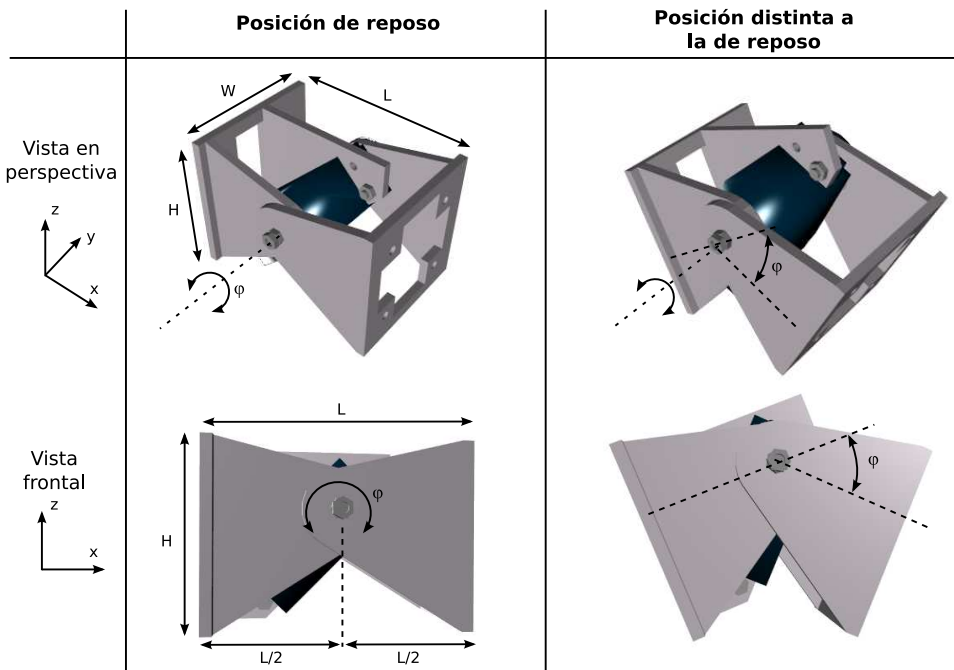


Figura 3.4: Módulo Y1, diseñado para la construcción de robots modulares

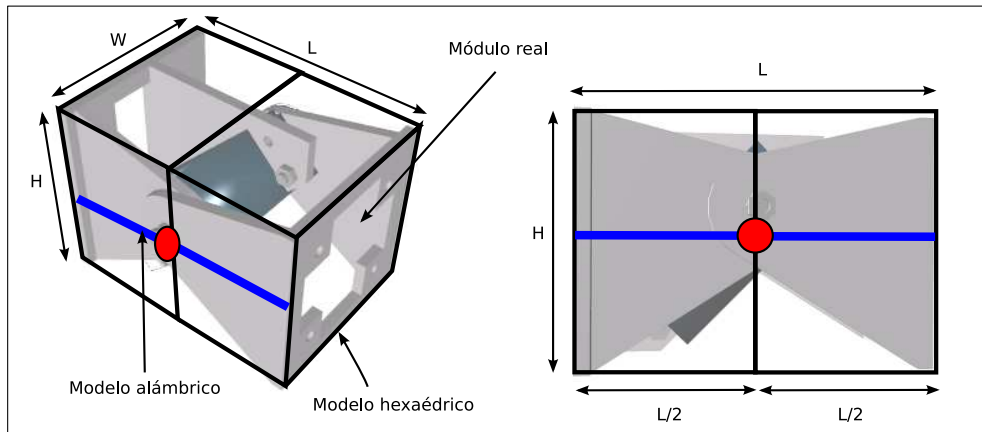


Figura 3.5: Comparación de los modelos: alámbrico, hexaédrico y real

### 3.2.3. Modelo real: módulo Y1

Para la realización de los experimentos se ha diseñado el **módulo Y1** (apartado 7.2.1). En la figura 3.4 se muestra su aspecto y sus parámetros, y en la figura 3.5 la relación con los modelos alámbrico y hexaédrico. El modelo hexaédrico tiene las mismas proporciones que el módulo Y1, de manera que es el mínimo hexaedro que contiene en su interior el módulo Y1. Obsérvese que el modelo hexaédrico es una aproximación del módulo real. Existen diferencias entre ellos: 1) el eje de giro del módulo Y1 no está exactamente en el centro. 2) Cuando el ángulo de doblaje es positivo, los puntos de contacto con el suelo difieren.

## 3.3. Modelos de robots ápodos

### 3.3.1. Parámetros

Los robots ápodos que se estudian en esta tesis son 1-modulares y por tanto existe sólo un único tipo de módulo. Están formados mediante la unión en cadena de  $M$  módulos iguales. Los parámetros que definimos son:

- **Número de Módulos ( $M$ ).** Topológicamente este número no está acotado superiormente. Se puede pensar en robots ápodos de cualquier número de módulos. Pero en la práctica,  $M$  sí estará limitado por el consumo, el cableado, el par, etc. El valor inferior de  $M$  es 2 (ver capítulo 6). Por tanto,  $M \geq 2$ .
- **Longitud del robot ( $l$ ).** Los robots que estudiaremos están constituidos por módulos iguales, todos ellos de longitud  $L$ . Tenemos que  $l = M.L$

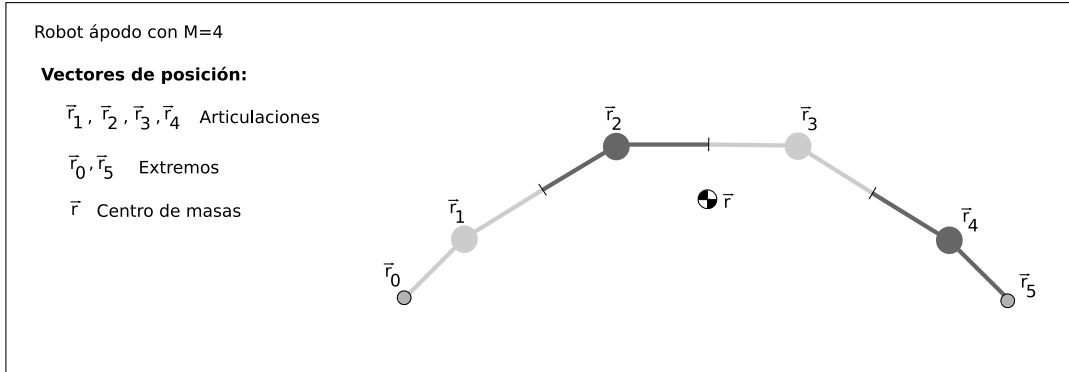


Figura 3.6: Centro de masas de un Robot ápodo de 4 módulos

- **Masa total del robot** ( $m_t$ ). Como los módulos son iguales, la masa total del robot será  $m_t = M.m$ , donde  $m$  es la masa del módulo.
- **Vector de posición** ( $\bar{r}$ ): Determina la posición del centro de masas del robot.

Cuando se utiliza el modelo alámbrico para describir a los robots ápodos de  $M$  módulos, utilizaremos en total  $M + 2$  puntos: los correspondientes a cada articulación más los dos extremos. Sus vectores de posición los denotaremos por  $\bar{r}_i$ , con  $i \in \{0 \dots M + 1\}$ , donde  $\bar{r}_1 \dots \bar{r}_M$  son los vectores de posición de las articulaciones de los módulos y  $\bar{r}_0, \bar{r}_{M+1}$  son los extremos izquierdo y derecho respectivamente.

### 3.3.2. Centro de masas

El centro de masas de un robot ápodo constituido por  $M$  módulos iguales se expresa en función de los vectores de posición de sus puntos ( $\bar{r}_0 \dots \bar{r}_{M+1}$ ) como se indica en la ecuación 3.4. Esta ecuación es genérica para cualquier robot modular de  $M$  módulos, independientemente del tipo de conexión empleada. En la figura 3.6 se muestra el centro de masas de un robot ápodo de cuatro módulos y los diferentes vectores de posición utilizados para su cálculo.

$$\bar{r} = \frac{1}{4M} \left( \bar{r}_0 + 3\bar{r}_1 + 4 \sum_{i=2}^{M-1} \bar{r}_i + 3\bar{r}_M + \bar{r}_{M+1} \right), M \geq 2 \quad (3.4)$$

Para la deducción de esta ecuación se ha aplicado la fórmula del centro de masas de un sistema de  $M$  puntos, cada uno de los cuales tiene de masa  $m$  (ec. 3.5).

$$\bar{r} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{i=M} \bar{r}_{cm_i} \quad (3.5)$$



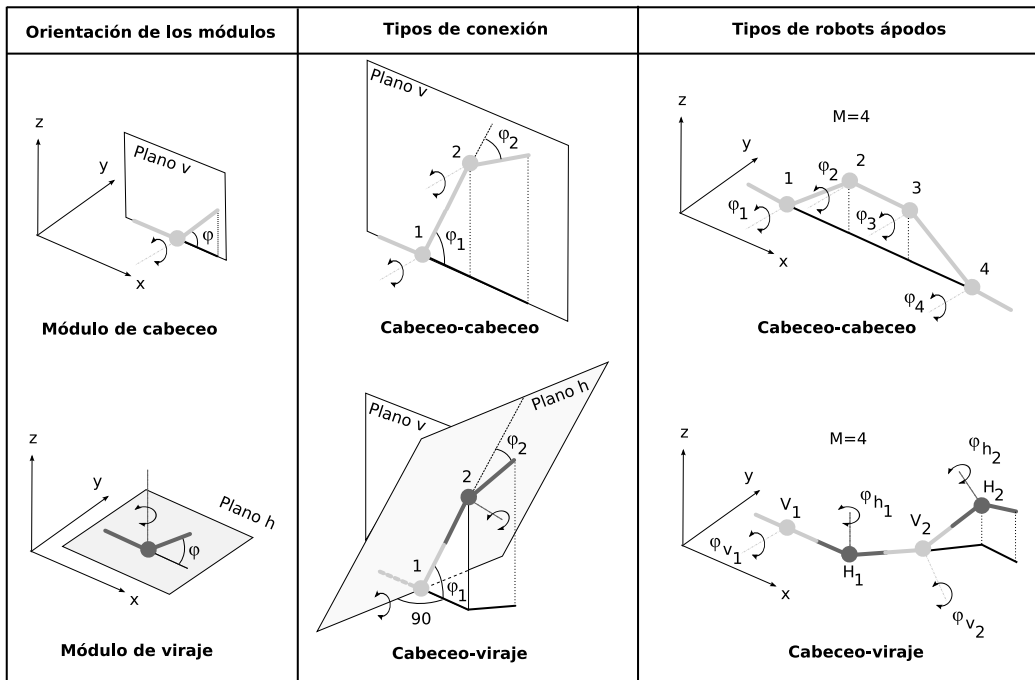


Figura 3.7: Orientación de los módulos, tipos de conexiones y configuraciones para los robots ápodos de estudio

Sustituyendo  $\vec{r}_{cm_i}$  por su valor calculado en 3.1 y reordenando se llega a 3.4. La deducción detallada se puede ver en el apartado A.1.

### 3.3.3. Tipos de conexiones

El estudio de los robots se restringirá a los grupos con conexión cabeceo-cabeceo y cabeceo-viraje. En la figura 3.7 se muestra el modelo alámbrico para estos grupos, así como los dos tipos de conexionado entre módulos.

#### 3.3.3.1. Conexión cabeceo-cabeceo

El grupo cabeceo-cabeceo está formado por todos aquellos robots en los que sus módulos están conectados con la misma orientación, de manera que todos ellos giran en el mismo plano vertical. Este tipo de conexión la denominaremos conexión cabeceo-cabeceo (*Pitch-Pitch*). Por limitaciones mecánicas, estos robots sólo pueden desplazarse en una dimensión (adelante-atrás) y los emplearemos para el estudio de la locomoción en una dimensión. Las articulaciones las numeraremos desde 1 hasta  $M$ . Los ángulos de doblaje los expresaremos mediante  $\phi_i$ , con  $i \in \{1 \dots M\}$ .

### 3.3.3.2. Conexión cabeceo-viraje

Este grupo lo forman los robots en los que se alternan los módulos con orientación de cabeceo y de viraje (*pitch-yaw*). Los primeros los denominaremos verticales y los segundos horizontales. El número de módulos verticales será igual al de horizontales por lo que  $M$  será par. Así, para un robot de este grupo con  $M = 8$ , habrá cuatro módulos horizontales y otros cuatro verticales, situados de forma alterna.

Los robots de este grupo pueden adoptar diferentes formas en 3D por lo que sus articulaciones no están dentro de un mismo plano como en el caso de grupo cabeceo-cabeceo. Tienen la capacidad de poderse desplazar por un plano y serán los que utilizaremos para el estudio de la locomoción en 2D en el capítulo 5.

En este tipo de conexión, dos módulos consecutivos están rotados 90 grados uno con respecto al otro, como se muestra en la parte central de la figura 3.7. Se usará el módulo 1 como referencia, que por definición será de tipo vertical.

Utilizaremos dos tipos de notación para referirnos a estos módulos. Por un lado, cuando no sea importante para el razonamiento hacer distinción entre los módulos verticales y horizontales, se usará la misma notación que para el grupo cabeceo-cabeceo, numerando los módulos entre 1 y  $M$  y usando  $\varphi_i$  para sus ángulos de doblaje. Cuando interese distinguir entre los dos tipos de módulos, usaremos  $V_i$  para los verticales y  $H_i$  para los horizontales, tomando  $i \in \{1 \dots \frac{M}{2}\}$ . Los ángulos de doblaje serán  $\varphi_{v_i}$  y  $\varphi_{h_i}$  respectivamente.

### 3.3.4. Bloques

#### 3.3.4.1. Concepto

La idea de bloques permite generalizar las ecuaciones que describen la forma del robot (apartados 3.6.3.2 y 3.6.4.5) y que serán usadas en los capítulos 4 y 5 para el análisis de la locomoción. Denominamos bloque a un conjunto de módulos que están conectados. A partir de la repetición de estos bloques se construyen los robots. Las configuraciones que estudiaremos están formados por el mismo tipo de bloques (son robots homogéneos en su estructura).

En la figura 3.8 se muestra un ejemplo del uso de bloques. Dado un robot modular de 8 módulos, podemos considerarlo como constituido por 8 bloques de un módulo. Sin embargo, si las articulaciones pares se fijan a sus puntos de reposo (con un ángulo de doblaje  $\varphi_i = 0$ ) y sólo se actúa sobre las impares, el movimiento se puede estudiar como si fuese un robot equivalente compuesto por 4 bloques iguales. Las ecuaciones serán las mismas.

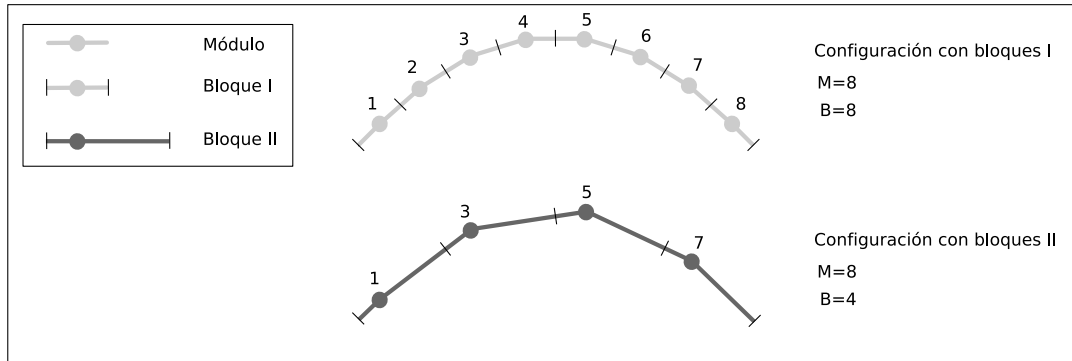


Figura 3.8: Ejemplo del concepto de bloque. Se muestra el mismo robot modular de 8 módulos pero usándose dos tipos de bloques. En la parte superior está compuesto de 8 bloques. En la inferior usa sólo 4.

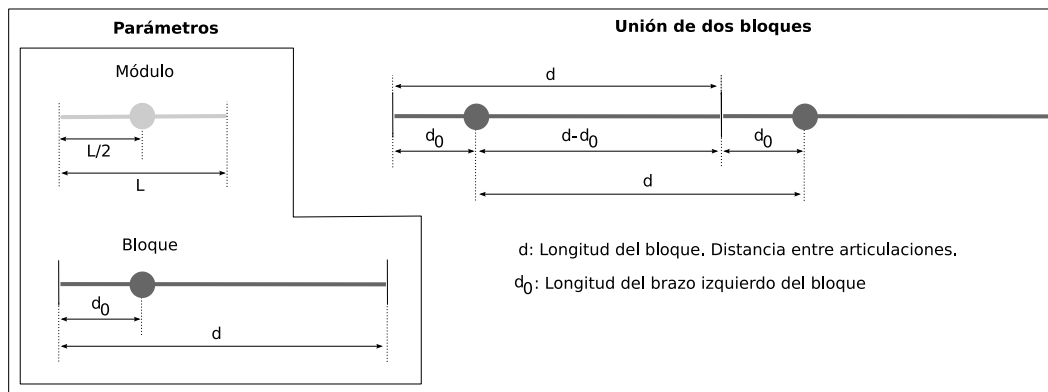


Figura 3.9: Parámetros del bloque

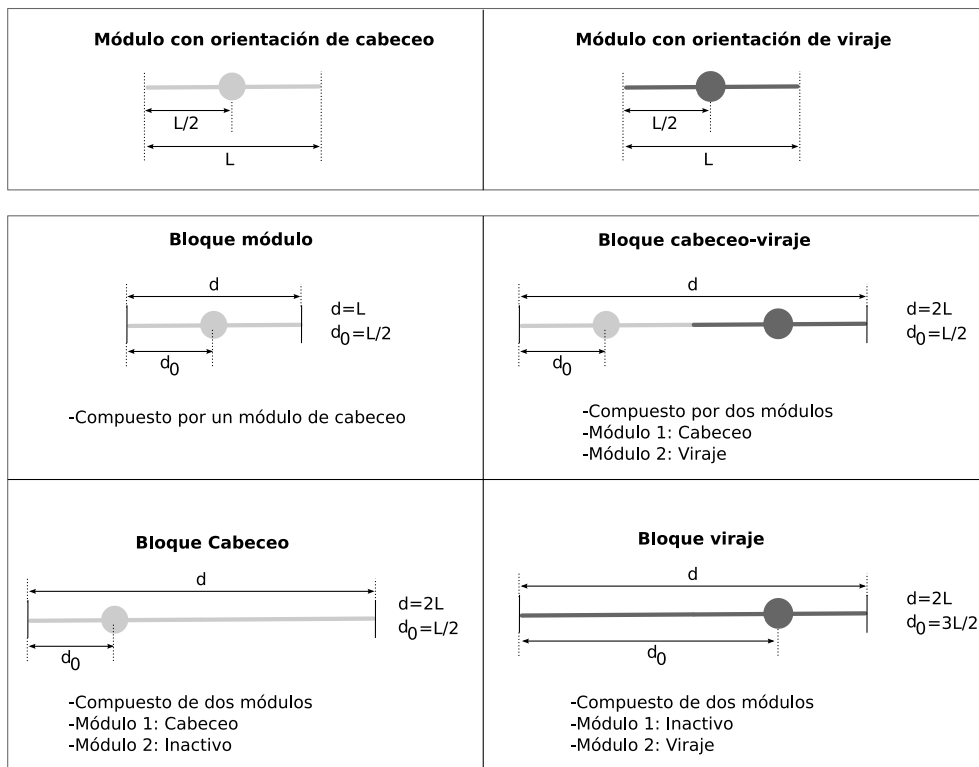


Figura 3.10: Parámetros de los cuatro tipos de bloques

### 3.3.4.2. Parámetros

Para generalizar las ecuaciones, en vez de utilizarse los parámetros del módulo, usaremos los del bloque, mostrados en la figura 3.9. Son:

- **Longitud del bloque ( $d$ ).** Es el equivalente al parámetro  $L$  del módulo. Además,  $d$  coincide con la distancia que hay entre dos articulaciones de la misma orientación.
- **Longitud del brazo izquierdo ( $d_0$ ).** Los bloques creados pueden no ser simétricos, de manera que el segmento izquierdo sea diferente del derecho. El parámetro  $d_0$  indica la longitud del segmento izquierdo.

### 3.3.4.3. Tipos de bloques

Los bloques que emplearemos para el estudio de la locomoción de los robots ápodos son los cuatro que se muestran en la figura 3.10. Son:

- **Bloque módulo.** Constituido por un único módulo con orientación de cabeceo. Es el bloque principal que se empleará para el estudio de la locomoción en línea recta.

Tipo de bloque	$d_0$	$\mathbf{d}$	$d_0/d$
Bloque módulo	$L/2$	$L$	$1/2$
Bloque cabeceo-viraje	$L/2$	$2L$	$1/4$
Bloque cabeceo	$L/2$	$2L$	$1/4$
Bloque viraje	$3L/2$	$2L$	$3/4$

Cuadro 3.1: Tipos de bloques y valor de sus parámetros

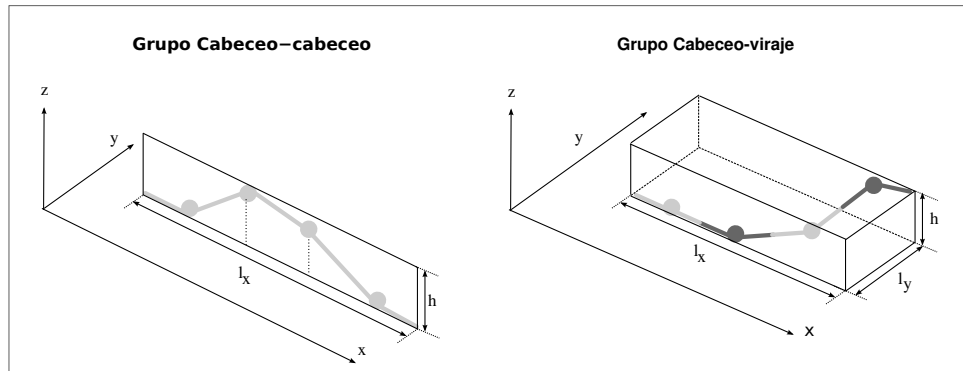


Figura 3.11: Dimensiones de los grupos Cabeceo-cabeceo y Cabeceo-viraje

- **Bloque cabeceo-viraje.** Formado por dos módulos, uno de cabeceo y otro de viraje. Es el bloque fundamental usado para el estudio de la locomoción en dos dimensiones.
- **Bloque cabeceo.** Tiene dos módulos, el primero de cabeceo y el segundo inactivo, en su posición de reposo ( $\varphi = 0$ ). Lo utilizaremos para estudiar la locomoción en línea recta de los robots de tipo cabeceo-viraje.
- **Bloque viraje.** Compuesto por dos módulos, de los cuales el primero está inactivo, en su posición de reposo y el segundo es de tipo viraje. Este bloque permite determinar las dimensiones de los robots de tipo cabeceo-viraje cuando se mueven en dos dimensiones y se utiliza una onda plana.

Los parámetros de cada bloque se expresan en función de los del módulo como se indica en la tabla 3.1

### 3.3.5. Dimensiones

Definiremos las dimensiones de un robot ápodo con conexión cabeceo-viraje como la altura ( $h$ ), anchura ( $l_x$ ) y grosor ( $l_y$ ) del mínimo hexaedro que contiene al robot. En el caso del grupo cabeceo-cabeceo, el robot está contenido en un plano por lo que definimos sus dimensiones como la altura ( $h$ ) y anchura ( $l_x$ ) del mínimo rectángulo que lo contiene. Estas ideas se muestran en la figura 3.11.

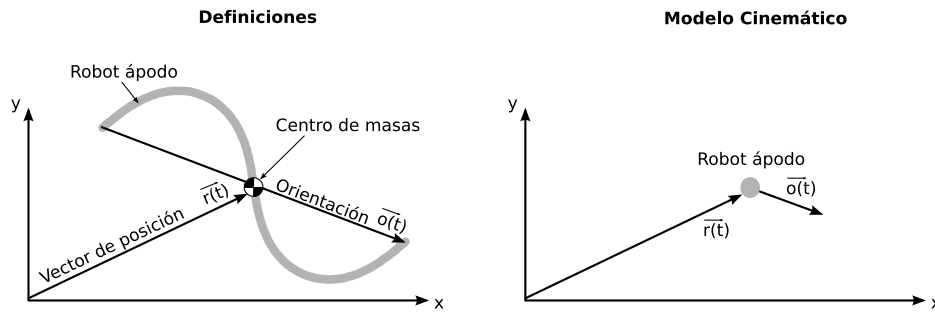


Figura 3.12: Modelo cinemático para los robots ápodos

### 3.4. Modelo cinemático

El estudio de la cinemática de los robots ápodos de los grupos de cabeceo-cabeceo y cabeceo-viraje los realizaremos representando el robot mediante un punto con orientación y estudiaremos su desplazamiento y su variación de la orientación en el plano  $xy$ .

#### 3.4.1. Definiciones

Dado un robot ápodos que reposa en el plano  $z = 0$  y que tiene una forma cualquiera, definimos:

- **Vector de posición  $\vec{r}(t)$** : Posición del centro de masas. La ecuación 3.4 expresa la relación entre  $\vec{r}(t)$  y los vectores de posición de las articulaciones y extremos.
- **Orientación  $\vec{o}(t)$** : Vector que une el extremo izquierdo (cola) con el derecho (cabeza). Nos permite conocer la orientación que tiene el robot en un instante con respecto a un eje de referencia.

En la figura 3.12 se muestran los vectores  $\vec{r}(t)$  y  $\vec{o}(t)$  para un robot ápodos genérico, situado sobre el plano  $xy$ . En la parte de la derecha se ha representado su modelo cinemático: un punto en la posición  $\vec{r}(t)$  que apunta hacia la dirección dada por  $\vec{o}(t)$ .

#### 3.4.2. Restricciones

Para hacer abordable el estudio de la locomoción de los robots ápodos asumiremos las siguientes restricciones.

1. **Superficies planas y sin obstáculos.** La locomoción de los robots ápodos se estudiará sobre superficies planas en las que no haya obstáculos. El plano de movimiento será el  $z = 0$

2. **Movimiento en régimen permanente.** El estudio se restringe al estado estacionario, donde la velocidad media del robot permanece constante y el modo de caminar es siempre el mismo. No se abordará el problema de las transiciones entre diferentes movimientos ni los cambios en la velocidad.
3. **Movimientos periódicos.** Asumiremos que los movimientos son periódicos, con periodo  $T$ . En cada ciclo, el robot realiza unos movimientos básicos bien coordinados que le permiten desplazarse. La locomoción se consigue repitiendo estos movimientos elementales. Por tanto, sólo es necesario estudiar el movimiento en un periodo. Modelar el movimiento con esta restricción es en realidad muy natural, y muy común en la robótica. Si se observan los movimientos de los animales cuando lo hacen sobre una superficie homogénea y de manera uniforme, se ve que son cíclicos. Mark Yim, en el robot Polybot[165], introdujo la idea de representar estos movimientos básicos usando unas tablas que especifican las posiciones de cada módulo en el tiempo. El movimiento se consigue recorriéndolas de manera cíclica. En los robots Scorpio[28] y Aramies[136] utilizan movimientos periódicos que son modulados por acciones reflejas.

### 3.4.3. Parámetros cinemáticos

Los parámetros cinemáticos que usaremos para el estudio de los robots ápodos son:

- **Paso:**  $\vec{\Delta r}$ . Es la distancia recorrida por el robot durante un ciclo (ec. 3.6). Como estamos suponiendo que el movimiento es en régimen permanente, periódico y que no hay obstáculos, el paso es independiente del instante  $t$ . En los puntos  $t$  y  $t + T$  el robot tendrá la misma forma. El paso nos indica la distancia recorrida y en qué dirección.

$$\vec{\Delta r} = \vec{r}(t+T) - \vec{r}(t) \quad (3.6)$$

- **Paso angular:**  $\Delta\gamma$ . Es el ángulo que ha rotado el robot con respecto al eje  $z$ . Se define como el ángulo que forma la orientación del robot en  $t + T$  con respecto a la orientación en  $t$  (ec. 3.7)

$$\Delta\gamma = \widehat{o(t+T)o(t)} \quad (3.7)$$

En la figura 3.13 se muestran el significado geométrico de los dos parámetros  $\vec{\Delta r}$  y  $\Delta\gamma$ , cuando el robot se ha desplazado durante un periodo  $T$ .

La velocidad lineal media del robot ápodo se calcula mediante la ecuación 3.8.

$$\vec{v} = \frac{\vec{\Delta r}}{T} = \vec{\Delta r} \cdot f \quad (3.8)$$

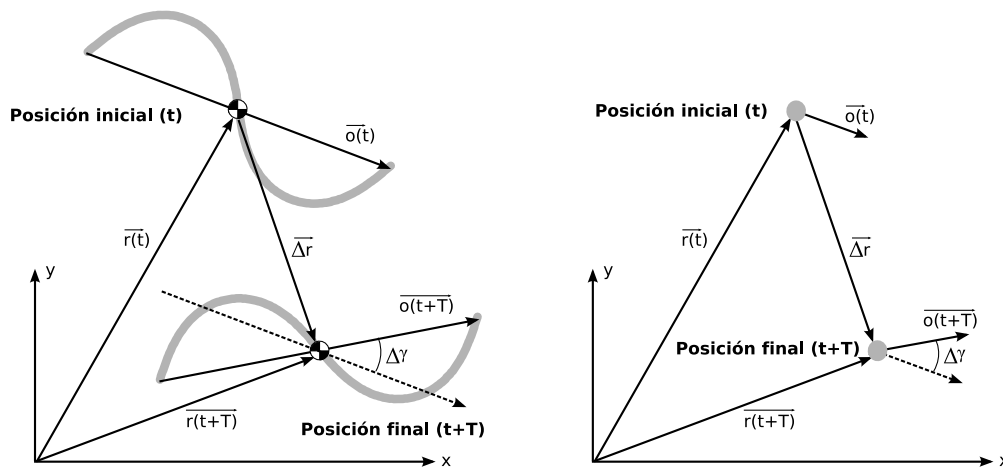


Figura 3.13: Parámetros cinemáticos de estudio

Esta velocidad es directamente proporcional al producto del **paso** y la **frecuencia**. Por ello, la velocidad aumentará bien porque los pasos sean mayores o bien porque los ciclos sean más cortos.

La **frecuencia** depende de la velocidad a la que se mueven las articulaciones. Un robot puede dar los mismos pasos a frecuencia baja, como si se moviese a cámara lenta, o frecuencia alta (las articulaciones se mueven más rápidamente). En ambos casos el paso  $\vec{\Delta r}$  se puede mantener constante. La frecuencia máxima está limitada por la velocidad de los motores. Y por tanto es un parámetro tecnológico.

Sin embargo, el **paso** depende exclusivamente de la coordinación entre las articulaciones, con independencia de la velocidad a la que se muevan. Si la coordinación no es adecuada, el paso será muy pequeño, nulo o incluso caótico. Por el contrario, en los movimientos bien coordinados, este valor será constante y no nulo. Además, el paso se puede variar, desde su valor máximo (“zancadas”) hasta los valores pequeños (“pasitos”).

Debido a que el paso es un parámetro que no depende de la tecnología, sino de la coordinación entre las articulaciones, es el elegido para el estudio de la locomoción.

#### 3.4.4. Especificación de movimientos

Para especificar el desplazamiento de un robot ápedo usaremos **los parámetros cinemáticos** paso y paso angular definidos en el apartado anterior. Estos nos determinan cómo se moverá su centro de masas. Sin embargo, será necesario establecer también **restricciones en las dimensiones** del robot. Por ejemplo, para que el robot sea capaz de moverse por el interior de un tubo, además de especificar su paso, habrá que asegurarse que su altura nunca supere el diámetro del tubo.



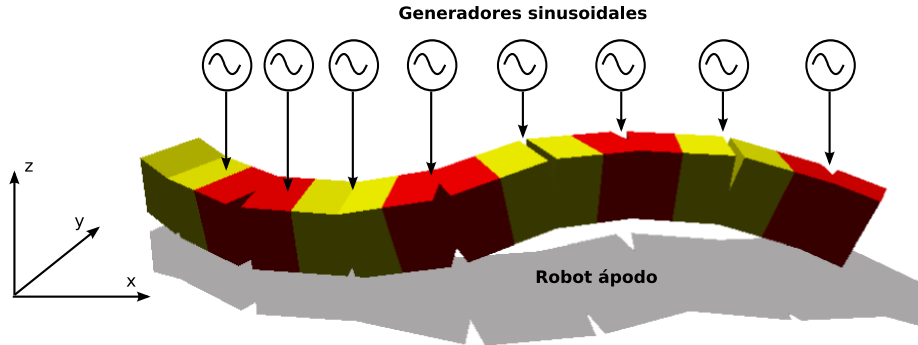


Figura 3.14: Modelo de control bioinspirado basado en generadores sinusoidales que hacen oscilar cada uno de los módulos de un robot modular

### 3.5. Modelo de control

El modelo empleado para la locomoción de los robots ápodos es bioinspirado y está basado en generadores sinusoidales que posicionan las articulaciones de manera independiente. La disposición de los generadores imita una espina dorsal formada por CPGs conectados en serie. El esquema general se muestra en la figura 3.14. Dado un robot ápodo de  $M$  módulos, existirán  $M$  generadores, cada uno asociado a un módulo.

#### 3.5.1. Generadores sinusoidales

##### 3.5.1.1. Ecuaciones

El ángulo de doblaje de cada articulación en función del tiempo está dado por la expresión 3.9.

$$\varphi_i(t) = A_i \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \Psi_i\right) + O_i \quad i \in \{1 \dots M\} \quad (3.9)$$

Cada generador  $i$  tiene los parámetros amplitud ( $A_i$ ), fase ( $\Psi_i$ ) y *offset* ( $O_i$ ) y todos con el mismo periodo  $T$ . Como se apuntó en el apartado 2.8.5, la frecuencia de oscilación de los diferentes CPGs que se encargan del movimiento de los animales son muy parecidas[59]. Por ello, en este modelo supondremos que oscilan con el mismo periodo  $T$ .

En el estudio de la coordinación, los parámetros que nos interesan son  $\vec{\Delta r}$  y  $\Delta \gamma$  para cada ciclo. Queremos conocer cómo varía la posición y orientación del robot en cada ciclo. El valor de la frecuencia no influye en esta coordinación, sino en la velocidad. Por ello utilizaremos como variable la fase ( $\phi$ ) en vez del tiempo y estudiaremos las posiciones de las articulaciones en función de ella. La ecuación 3.9 se reescribe como:

Símbolo	Descripción	Rango de valores
$\varphi_i$	Ángulo de doblaje del módulo $i$	$[-90, 90]$ Grados
$A_i$	Amplitud del generador $i$	$[0, 90]$ Grados
$\phi$	Fase	$[0, 360]$ ó $[-180, 180]$ grados
$T$	Periodo	$T > 0$ segundos
$\psi_i$	Fase del generador $i$	$[-180, 180]$ grados
$O_i$	Valor medio del generador $i$ ( <i>offset</i> )	$[-90, 90]$ grados
$M$	Número de módulos del robot	$M \geq 2$

Cuadro 3.2: Parámetros de los generadores sinusoidales empleados

$$\varphi_i(\phi) = A_i \sin(\phi + \Psi_i) + O_i \quad i \in \{1 \dots M\} \quad (3.10)$$

Para la simulación e implementación del movimiento se tendrá en cuenta que la fase varía linealmente con el tiempo según la expresión:

$$\phi(t) = \frac{2\pi}{T}t$$

### 3.5.1.2. Parámetros

En la tabla 3.2 se muestran todos los parámetros, variables y constantes empleados. Los valores de los ángulos están expresados en grados. Para la fase  $\phi$  se utilizará bien el intervalo  $[0, 360]$  ó  $[-180, 180]$  según convenga.

El ángulo de doblaje de cada módulo se encuentra situado en el rango  $\varphi_i \in [O_i - A_i, O_i + A_i]$ . Como el rango máximo de movimiento de los módulos está limitado mecánicamente a 180 grados, que es el valor típico que tienen los servos comerciales, se debe cumplir la restricción siguiente:

$$|O_i| + A_i \leq 90 \quad (3.11)$$

### 3.5.1.3. Significado geométrico de los parámetros

Cuando se aplica el modelo de generador sinusoidal al movimiento de los módulos, estos comienzan a oscilar. El rango total de giro está dado por la amplitud  $A$ . Cuando el *offset* es 0, la oscilación es simétrica con respecto a la posición de reposo y el ángulo de doblaje varía entre las posiciones  $A$  y  $-A$ . cuando el *offset* es distinto de cero, la oscilación no es simétrica. El ángulo de doblaje estará a una distancia menor de uno de los extremos que del otro. En este caso,  $\phi$  variará entre las posiciones  $A + O$  y  $O - A$ , como se muestra gráficamente en la figura 3.15.

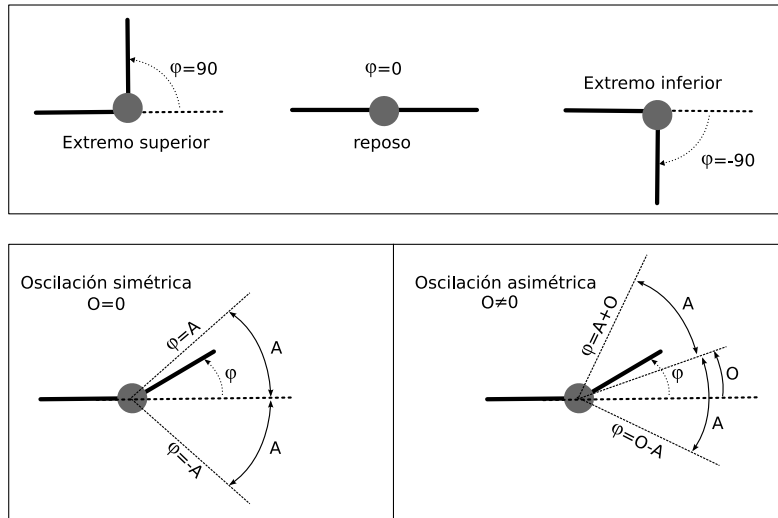


Figura 3.15: Significado geométrico de los parámetros  $\phi$ ,  $A$  y  $O$

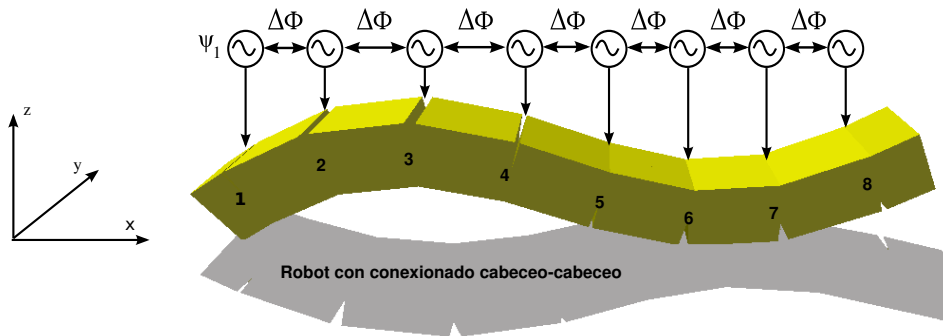


Figura 3.16: Modelo de control para los robots del cabeceo-cabeceo

### 3.5.2. Modelo para el grupo cabeceo-cabeceo

El modelo de locomoción para los robots ápodos del grupo cabeceo-cabeceo lo forman  $M$  generadores sinusoidales de amplitud  $A$  y con una diferencia de fase entre dos módulos consecutivos ( $\Delta\Phi$ ) fija (figura 3.16). La ecuación que describe la oscilación del módulo  $i$  es:

$$\phi_i(\phi) = A \sin(\phi + (i - 1)\Delta\phi + \psi_1), \quad i \in \{1 \dots M\} \quad (3.12)$$

La expresión se ha obtenido a partir de la ecuación general del generador sinusoidal (ec. 3.10) aplicando las siguientes restricciones:

1. **Todos los generadores tienen offset nulo** ( $O_i = 0$ ). Por tanto las oscilaciones son simétricas respecto a sus posiciones de reposo.

Parámetros	Descripción	Rango de valores
$A$	Amplitud de los generadores	$[0, 90]$ Grados
$\Delta\phi$	Diferencia de fase entre generadores consecutivos	$[-180, 180]$ grados

Cuadro 3.3: Parámetros de control para los robots ápodos del grupo cabeceo-cabeceo

2. **Todos los generadores tienen la misma amplitud  $A$ .** El recorrido angular que realizan es el mismo para todos los módulos. Con ello se consigue que oscilen de la misma manera.
3. **Origen de fases en módulo 1.** Las fases del resto de módulos se expresan en función del módulo 1, al que se le asigna el valor  $\psi_1$ .  $\psi_1$  establece la fase en el instante inicial. Tendrá importancia si se quiere que el robot comience su movimiento con una forma determinada. Sin embargo, el estudio lo hemos restringido al régimen permanente por lo que el valor de esta fase inicial no tiene importancia.
4. **Diferencia de fase fija entre generadores consecutivos.** Tomando como referencia los modelos biológicos de la lamprea, donde los experimentos han mostrado que la diferencia de fase entre los CPGs consecutivos permanece fija[154]. Así, para los módulos del 2 al  $M$ , la fase será:  $\psi_i = \psi_{i-1} + \Delta\Phi$ . Como el desfase es el mismo para todos, la ecuación anterior se puede escribir como:  $\psi_i = (i - 1)\Delta\phi$  con  $i \in \{1 \dots M\}$ .

La restricción 4 garantiza la aparición de ondas globales que recorren el cuerpo del robot haciendo que se desplace. Las restricciones 1 y 2 homogenizan todos los generadores, de manera que no existen generadores privilegiados, sino que son todos iguales. Una consecuencia de esto es que los robots presentan simetría de rotación. Si se giran 180 grados respecto a su eje corporal (se ponen boca abajo) se seguirán desplazando de la misma forma. La partes superior e inferior se comportan de la misma forma.

Después de aplicar todas las restricciones, **este modelo sólo precisa de dos parámetros** ( $A, \Delta\Phi$ ) para especificar los generadores y por tanto la coordinación, con independencia del número de módulos del robot. Por ello, **las soluciones al problema de la coordinación son puntos en un espacio de dos dimensiones**. Este espacio lo denominaremos **Espacio de control Homogéneo** y lo denotaremos por  $H_1$ .

En la tabla 3.3 están resumidos los parámetros de control de grupo cabeceo-cabeceo.

### 3.5.3. Modelo para el grupo cabeceo-viraje

Para el control de la locomoción de los robots del grupo cabeceo-viraje, los  $M$  generadores se dividen en dos grupos independientes, uno que actúa sobre los módulos de cabeceo (verticales) y otro sobre los de viraje (horizontales) (Figura 3.17). Las ecuaciones de oscilación para los módulos verticales ( $\phi_{v_i}$ ) y horizontales ( $\phi_{h_i}$ ) son:

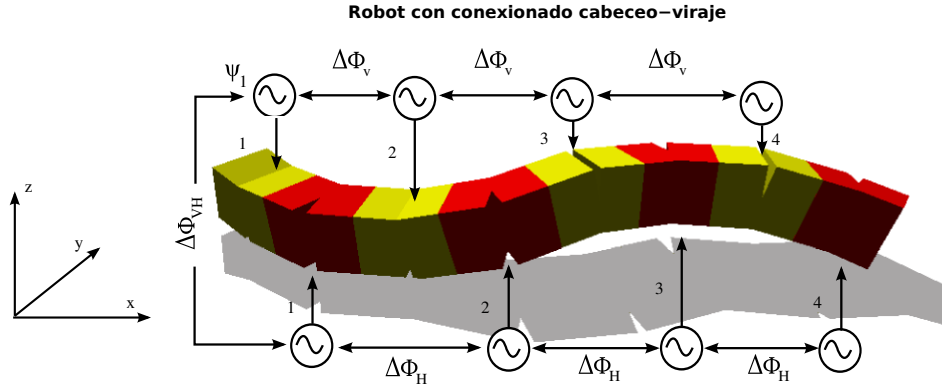


Figura 3.17: Modelo de control para los robots del cabeceo-viraje

$$\varphi_{v_i}(\Phi) = A_v \sin(\Phi + (i-1)\Delta\phi_v), \quad i \in \left\{1 \dots \frac{M}{2}\right\}$$

$$\varphi_{h_i}(\Phi) = A_h \sin(\Phi + (i-1)\Delta\phi_h + \Delta\phi_{vh}), \quad i \in \left\{1 \dots \frac{M}{2}\right\}$$

Ambas expresiones se han obtenido a partir de la ecuación general del generador sinusoidal (ec. 3.10) aplicando las siguientes restricciones:

1. **División de los generadores en dos grupos: horizontales y verticales.** Son grupos independientes, pero dentro de cada uno de ellos todos los osciladores son iguales, con los mismos parámetros.
2. **Módulos verticales homogéneos.** Mismas restricciones que para el grupo cabeceo-cabeceo:
  - a) El *offset* es nulo ( $O_{v_i} = 0$ ). (oscilación simétrica)
  - b) La amplitud es la misma para todos:  $A_v$
  - c) La diferencia de fase entre dos módulos verticales consecutivos es la misma ( $\Delta\phi_v$ ), por lo que  $\psi_{v_i} = (i-1)\Delta\phi_v$
3. **Módulos horizontales**
  - a) El *offset* es el mismo para todos ( $O_h$ ). Valores diferentes de cero son necesarios para realizar los giros circulares. En resto de movimiento se hace con oscilación simétrica.
  - b) La amplitud es la misma para todos:  $A_h$
  - c) La diferencia de fase entre dos módulos horizontales consecutivos es la misma ( $\Delta\phi_h$ ), por lo que  $\psi_{h_i} = (i-1)\Delta\phi_h + \psi_{h_1}$ , donde  $\psi_{h_1}$  es la fase del módulo horizontal 1.

Notación	Descripción	Rango
$A_v$	Amplitud de los generadores verticales	$[0, 90]$
$A_h$	Amplitud de los generadores horizontales	$[0, 90]$
$\Delta\phi_v$	Diferencia de fase entre generadores verticales consecutivos	$[-180, 180]$
$\Delta\phi_h$	Diferencia de fase entre generadores horizontales consecutivos	$[-180, 180]$
$\Delta\phi_{vh}$	Diferencia de fase entre los generadores verticales y horizontales	$[-180, 180]$

Cuadro 3.4: Parámetros de control para los robots ápodos del grupo cabeceo-viraje

4. **Origen de fases en módulo vertical 1.** Este será el modulo tomado como referencia con una fase  $\psi_{v_1}$ .
5. **Diferencia de fase entre módulos verticales y horizontales fija ( $\Delta\phi_{vh}$ ).** La coordinación entre los verticales y horizontales se establece mediante una diferencia de fase fija. Como hemos tomado como referencia el módulo vertical 1, el valor de la fase para el módulo horizontal 1 será:  $\psi_{h_1} = \Delta\phi_{vh} + \psi_{v_1}$ .

Las restricciones son similares que para el grupo cabeceo-cabeceo pero aplicadas tanto a las verticales como a las horizontales, cada una con sus propios parámetros. Una diferencia es que el grupo horizontal sí tiene un parámetro  $O_h$ . Valores del *offset* diferentes de cero para los módulos horizontales permitirá al robot desplazarse en trayectorias circulares. Sin embargo, si se prescinde de este movimiento, se puede suponer que  $O_h = 0$  y eliminar este parámetro del espacio de control.

La locomoción de los robots del grupo cabeceo-viraje en un plano se realiza mediante la superposición de las oscilaciones de los grupos de módulos horizontales y verticales. Ambas oscilaciones están ligadas por el parámetro  $\Delta\phi_{vh}$ .

El grupo vertical está caracterizado por los parámetros  $A_v$  y  $\Delta\phi_v$ , y el horizontal por  $A_h$ ,  $O_h$ ,  $\Delta\phi_h$  y  $\Delta\phi_{vh}$ . En total 6 parámetros. Por tanto, **las soluciones al problema de la coordinación para las configuraciones de cabeceo-viraje son puntos en un espacio de seis dimensiones**. Este espacio lo denominaremos **Espacio de control Homogéneo 2** y lo denotaremos por  $H_2$ .

### 3.5.4. Espacios de control

Utilizando los generadores sinusoidales, el problema de la coordinación de los grupos de robots de cabeceo-cabeceo y cabeceo-viraje se reduce a la búsqueda de soluciones en los espacios  $H_1$  y  $H_2$  respectivamente.  $H_1$  tiene dos dimensiones y  $H_2$  seis. Las propiedades cinemáticas y de estabilidad de los diferentes movimientos se pueden estudiar encontrando relaciones entre los puntos de dichos espacios.

El espacio de control de los generadores sinusoidales, cuando no se aplican restricciones es mayor. Según lo expresado en la ecuación 3.9, para un robot de  $M$  módulos, con independencia de su

conexionado, se utilizan  $M$  generadores sinusoidales cada uno de los cuales tiene 3 parámetros independientes:  $A_i$ ,  $O_i$ ,  $\psi_i$ , lo que da un total de  $3M$  parámetros. Y por tanto, el espacio de control general,  $G$ , tiene una dimensión de  $3M$ .

En este espacio  $G$  se encuentran todas las soluciones. Cuanto mayor sea el número de módulos  $M$ , mayor será la dimensión de  $G$ . Esto concuerda con la idea intuitiva de que cuanto mayor sea el número de módulos, más cantidad de configuraciones de robots se podrán construir y mayores modos de caminar aparecerán.

Sin embargo, en esta tesis nos centramos en el estudio de los **principios de locomoción que son comunes a todas las topologías de una dimensión** con conexionado del tipo cabeceo-cabeceo y cabeceo-viraje, con independencia del número de módulos. Es decir, **que queremos encontrar los subespacios de mínima dimensión de  $G$  que hacen posible la locomoción de estos robots en una y dos dimensiones**. Son los espacios  $H_1$  y  $H_2$  y sus elementos los denominaremos **puntos de trabajo**.

### 3.5.5. Discusión sobre los generadores sinusoidales

El modelo de los generadores sinusoidales es bioinspirado y se obtiene por aproximación de los CPGs, cuando se alcanza el régimen permanente.

Sin embargo, es interesante ver la relación que tienen estos generadores con el problema de la coordinación, en el que se buscan las funciones genéricas  $\varphi_i(t)$  para lograr que el robot se desplace, usando diferentes modos de caminar.

Si partimos de la suposición de que las funciones  $\varphi_i(t)$  son periódicas (y como se apuntó en el apartado 2.8.5 esto cuadra con las observaciones y experimentos realizados por los biólogos), tendrán descomposición en serie de Fourier:

$$\varphi_i(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(\frac{2\pi n}{T}t) + b_n \sin(\frac{2\pi n}{T}t))$$

Si las aproximamos por el primer armónico ( $n = 1$ ):

$$\varphi_i(t) \approx \frac{a_0}{2} + a_1 \cos(\frac{2\pi}{T}t) + b_1 \sin(\frac{2\pi}{T}t)$$

y realizando el cambio de variable  $a_1 = A_i \sin \psi_i$ ,  $b_1 = A_i \cos \psi_i$  y  $O_i = \frac{a_0}{2}$ , se llega a:

$$\varphi_i(t) = O_i + A_i \sin \psi_i \cos(\frac{2\pi}{T}t) + A_i \cos \psi_i \sin(\frac{2\pi}{T}t)$$

y aplicando la definición del seno de la suma de dos ángulos:

$$\varphi_i(t) = A_i \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \psi_i\right) + O_i$$

que es la expresión general de los osciladores sinusoidales (ec. 3.9).

Por tanto, cuando se emplean **generadores sinusoidales de frecuencia fija**, en realidad lo que se está haciendo es **restringir el problema de la coordinación a aquellas funciones que tienen sólo un único armónico**.

### 3.5.6. Cinemática directa e inversa

Los enunciados de la cinemática directa e inversa para los robots ápodos de los grupos de cabeceo-cabeceo y cabeceo-viraje se enuncian a partir de los espacios  $H_1$  y  $H_2$  de la siguiente manera:

**Cinemática directa** Dado un punto  $p$  perteneciente a  $H_i$  ( $i \in \{1, 2\}$ ), determinar si existe locomoción, el tipo de movimiento, el valor de sus parámetros cinemáticos  $(\vec{\Delta r}, \Delta\gamma)$  y las dimensiones del robot.

**Cinemática Inversa** A partir de los parámetros cinemáticos  $\vec{\Delta r}$  y  $\Delta\gamma$ , el tipo de movimiento y opcionalmente restricciones en las dimensiones, encontrar el conjunto de puntos de trabajo  $\{p_i \in H_i\}$  que hacen que el robot se desplace de esa manera (y con esas dimensiones).

Para resolver estos problemas hay que establecer relaciones entre los parámetros de los generadores y los parámetros cinemáticos. Primero desarrollaremos el modelo matemático para establecer relaciones entre los puntos de trabajo y las formas del robot. En los capítulos 4 y 5 se establecen las relaciones entre esas formas y la locomoción.

## 3.6. Modelo matemático

El modelo matemático nos permite parametrizar la forma del robot. Al ser robots con topologías de una dimensión los podemos aproximar por curvas. Presentaremos las curvas utilizadas para la modelización de los grupos cabeceo-cabeceo y cabeceo-viraje: curvas serpentinaoide y serpentinaoide 3D. Para cada una de ellas, estudiaremos primero el modelo continuo, suponiendo que el ángulo de doblaje varía de forma continua a lo largo de la curva y después los discretizaremos.

Las ecuaciones obtenidas nos permiten conocer las dimensiones del robot y cuál es la relación con los parámetros de control de los generadores sinusoidales.



	Grupo cabeceo-cabeceo	Grupo cabeceo-viraje
<b>Tipo de Curva/onda</b>	Serpentinoide	Serpentinoide 3D
<b>Ángulo doblaje continuo</b>	$\theta(s)/\theta(s, \phi)$	$\theta_v(s)/\theta_v(s, \phi)$ $\theta_h(s)/\theta_h(s, \phi)$
<b>Ángulo doblaje discreto</b>	$\varphi_i/\varphi_i(\phi)$	$\varphi_{v_i}/\varphi_{v_i}(\phi)$ $\varphi_{h_i}/\varphi_{h_i}(\phi)$
<b>Parámetros</b>	$\alpha, k$	$\alpha_v, \alpha_h, k_v, k_h, \Delta\phi_{vh}$

Cuadro 3.5: Resumen de las curvas/ondas y parámetros empleadas en el modelo matemático de los robots del grupo cabeceo-cabeceo y cabeceo-viraje

### 3.6.1. Introducción: curvas y ondas

Los robots ápodos tienen una topología de 1D por lo que su forma, en un instante, se modela como una curva continua. La locomoción de estos robots es causada por los movimientos de su cuerpo. Definimos una onda corporal como una curva continua que varía su forma con la fase  $\phi$ . Así al hablar de curva nos referimos a la forma para una fase fija, mientras que con onda indicamos su variación con  $\phi$ .

Para definir las curvas usaremos la variable continua  $s$  que representa la distancia a lo largo del eje corporal. Un valor de  $s = 0$  es el punto situado en el extremo izquierdo y  $s = l$  es el extremo derecho, donde  $l$  es la longitud total. Las ondas, además de  $s$ , dependerán de  $\phi$ .

Las curvas las definiremos mediante el ángulo de doblaje. Para el grupo de los robots con conexión de tipo cabeceo-cabeceo, la curva está contenida en un plano y el ángulo de doblaje (continuo) lo representaremos como una función de  $s$ . Utilizaremos la notación  $\theta(s)$  para indicar que es un ángulo de doblaje de una curva continua, frente a  $\varphi_i$  cuando es discreto. En el grupo de cabeceo-viraje, la curva está en un espacio de tres dimensiones y usaremos dos ángulos de doblaje para su descripción, denotados por  $\theta_v(s)$  para el cabeceo y  $\theta_h(s)$  para el viraje.

El modelo alámbrico del robot lo obtendremos discretizando la curva en los puntos en que se sitúan las articulaciones. Para obtener ecuaciones más genéricas, usaremos la idea de bloque presentada en el apartado 3.3.4 y obtendremos las ecuaciones en función de los parámetros  $d$  y  $d_0$ . Denotaremos por  $\varphi_i$  al ángulo de doblaje de la articulación  $i$ , que estará situada en la posición  $s = d_0 + (i - 1)d$  de la curva. Para los robots del grupo cabeceo-viraje usaremos  $\varphi_{v_i}$  y  $\varphi_{h_i}$ . La discretización la realizamos como se indica en la expresión 3.13.

$$\varphi_i = \theta(s)|_{s=d_0+(i-1)d} \quad (3.13)$$

Las curvas/ondas empleadas para el grupo cabeceo-cabeceo son las serpentinoides y para el grupo cabeceo-viraje las serpentinoides 3D. La información se resume en la tabla 3.5. En los siguientes apartados se estudian estas curvas y sus parámetros.

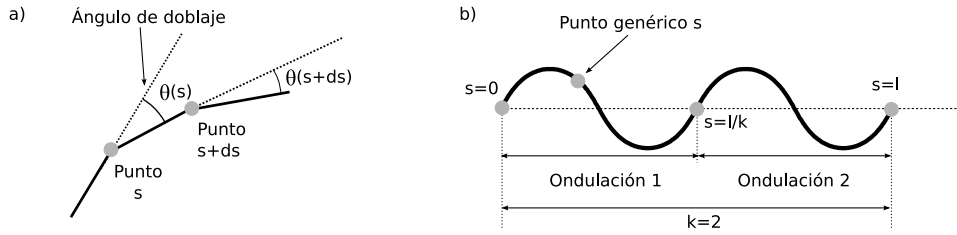


Figura 3.18: a) Ángulo de doblaje de una curva continua. b) Curva serpentinaide

### 3.6.2. Curva/onda serpentinaide

#### 3.6.2.1. Definiciones

La **curva serpentinaide** fue descubierta por Hirose[150] cuando estudiaba los robots serpientes del grupo viraje-viraje. Se define como una curva en la que el ángulo de doblaje varía sinusoidalmente a lo largo del eje corporal (ec. 3.14)

$$\theta(s) = A \sin\left(\frac{2\pi k}{l}s\right) \quad (3.14)$$

El **ángulo de doblaje**  $\theta(s)$  se define como el que forman las tangentes a la curva que pasan por dos puntos separados una distancia  $ds$  (Figura 3.18a). La forma de la curva serpentinaide se muestra en la figura 3.18b. Es una curva periódica formada por  $k$  ondulaciones. El periodo es  $l/k$ , donde  $l$  es la longitud total. El trozo de curva comprendido entre  $s = 0$  y  $s = l/k$  lo denominaremos **ondulación**.

La **onda serpentinaide** la definimos como la curva serpentinaide en la que el ángulo de doblaje depende además de la fase  $\phi$  (ecuación 3.15)

$$\theta(s, \phi) = A \sin\left(\phi + \frac{2\pi k}{l}s\right) \quad (3.15)$$

#### 3.6.2.2. Formulación en coordenadas cartesianas

El ángulo que forma la tangente a la curva por el punto  $s$  con el eje  $x$  se denota por  $\alpha_s$ . Hirose[51] mostró que la expresión de  $\alpha_s$  viene dada por la ecuación 3.16.

$$\alpha_s = \alpha \cos\left(\frac{2\pi k}{l}s\right) \quad (3.16)$$

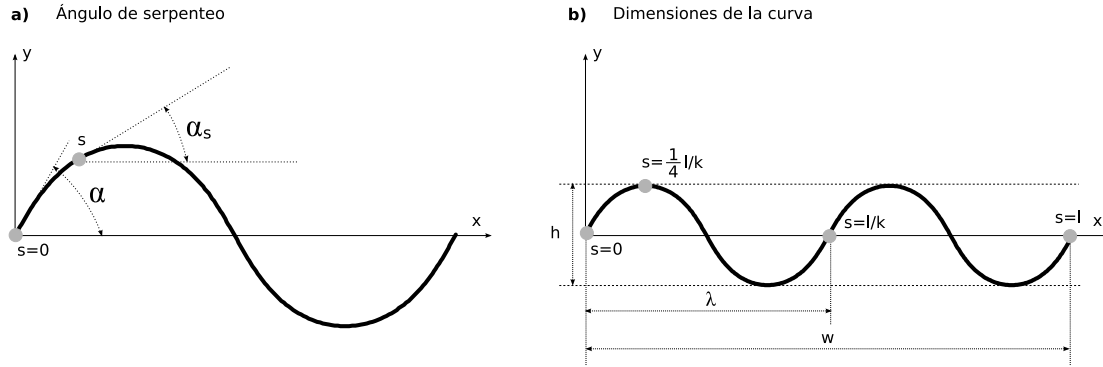


Figura 3.19: Curva serpentinoide continua: a) Definición del ángulo de serpeteo  $\alpha$ . b) Dimensiones

donde el parámetro  $\alpha$  se denomina ángulo de serpeteo y se define como el ángulo que forma la pendiente que pasa por el punto de la curva  $s = 0$ . En la figura 3.19a) se muestran las definiciones de  $\alpha$  y  $\alpha_s$ .

Las coordenadas cartesianas  $x, y$  de los puntos de la curva se calculan mediante la integración de los cosenos y senos de  $\alpha_s$  respectivamente (ecuaciones 3.17 y 3.18).

$$x(s) = \int_0^s \cos(\alpha_s) ds = \int_0^s \cos\left(\alpha \cos\left(\frac{2\pi k}{l}s\right)\right) ds \quad (3.17)$$

$$y(s) = \int_0^s \sin(\alpha_s) ds = \int_0^s \sin\left(\alpha \cos\left(\frac{2\pi k}{l}s\right)\right) ds \quad (3.18)$$

Y para la onda serpentinoide las coordenadas están dadas por las ecuaciones 3.19 y 3.20.

$$x(s, \phi) = \int_0^s \cos\left(\alpha \cos\left(\phi + \frac{2\pi k}{l}s\right)\right) ds \quad (3.19)$$

$$y(s, \phi) = \int_0^s \sin\left(\alpha \cos\left(\phi + \frac{2\pi k}{l}s\right)\right) ds \quad (3.20)$$

Estas integrales no tiene solución analítica. Se resuelven numéricamente.

### 3.6.2.3. Dimensiones

Las dimensiones de la curva serpentinoide las definiremos como la altura ( $h$ ) y anchura ( $w$ ) del mínimo rectángulo que contiene la curva. Se muestran gráficamente en la figura 3.19b).

Dado que la curva serpentinoide está compuesta de  $k$  ondulaciones, las dimensiones las calcularemos considerando sólo la primera ondulación. La anchura de una ondulación es su longitud de onda  $\lambda$ , y la anchura total vendrá dada por la expresión:

$$w = k\lambda \quad (3.21)$$

El punto más alto de la primera ondulación de la serpentinoide es aquel en el que su tangente es paralela al eje  $x$  y su ordenada es positiva. Será el punto  $s_h$  que cumpla la condición:

$$\alpha_s(s_h) = 0 \wedge y(s_h) > 0$$

Es el que se encuentra en  $s_h = \frac{1}{4} \frac{l}{k}$ . La altura se calcula como el doble de su ordenada, ya que la primera ondulación es una función impar respecto a su punto medio, de manera que la altura de la cresta es igual en valor absoluto a la del valle (ec. 3.22)

$$h = 2y(s_h) = \int_0^{\frac{1}{4} \frac{l}{k}} \sin \left( \alpha \cos \left( \frac{2\pi k}{l} s \right) \right) ds \quad (3.22)$$

La longitud de onda  $\lambda$  es la abscisa del punto  $s_w$  situado a una distancia igual al periodo espacial, es decir,  $s_w = \frac{l}{k}$ . Por tanto, teniendo en cuenta las ecuaciones 3.21 y 3.17 se calcula la anchura total:

$$w = kx(s_w) = k \int_0^{\frac{l}{k}} \cos \left( \alpha \cos \left( \frac{2\pi k}{l} s \right) \right) ds \quad (3.23)$$

Las dimensiones de la onda serpentinoide son las mismas que las de la curva, ya que al variar la fase  $\phi$  lo que se obtiene es una curva desplazada hacia la derecha o la izquierda. En el desplazamiento ni la altura ni la anchura de la curva varían.

**Restricciones en el cálculo de las dimensiones** Las ecuaciones 3.22 y 3.23 para el cálculo de la altura y la anchura son válidas siempre que  $k \geq 1$  y  $\alpha \leq 90$ .

La restricción  $k \geq 1$  implica que la serpentinoide tiene al menos una ondulación completa y por tanto que existen al menos un valle y una cresta.

Por simplicidad, para valores de  $\alpha$  mayores de 90 grados calcularemos la anchura usando la ecuación 3.23, aunque en realidad se trate de una aproximación. En esas situaciones los extremos inicial y final no son los que tiene los valores máximos y mínimos de las abscisas.

### 3.6.2.4. Dimensiones normalizadas

Definimos la **curva serpentinoide normalizada** como aquella que tiene longitud unitaria ( $l = 1$ ) y una única ondulación ( $k = 1$ ). Por ello, esta curva queda caracterizada por el parámetro  $\alpha$ . Definimos las **dimensiones normalizadas** como la altura y anchura de esta curva. A partir de las ecuaciones 3.22 y 3.23 se obtiene:

$$h_n(\alpha) = \int_0^{\frac{1}{4}} \sin(\alpha \cos(2\pi s)) ds \quad (3.24)$$

$$w_n(\alpha) = \int_0^1 \cos(\alpha \cos(2\pi s)) ds \quad (3.25)$$

Las dimensiones de la curva serpentinoide general en función de los parámetros  $\alpha$  y  $k$  se calculan a partir de las dimensiones normalizadas:

$$h(k, \alpha) = \frac{l}{k} h_n(\alpha) \quad (3.26)$$

$$w(k, \alpha) = l \cdot w_n(\alpha) \quad (3.27)$$

Estas expresiones se deducen a partir de 3.22 y 3.23 haciendo el cambio de variable  $u = \frac{k}{l}s$ .

De esta manera sólo estudiaremos las dimensiones normalizadas en función de  $\alpha$  y a partir de ellas se podrán obtener las dimensiones de cualquier curva con longitud  $l$  y con  $k$  ondulaciones.

### 3.6.2.5. Parámetros y espacio de formas $h_1$

La curva serpentinoide queda caracterizada por los parámetros:  $\alpha$ ,  $k$  y  $l$ . Los robots ápodos que analizamos no varían su longitud durante la locomoción por lo que  $l$  será constante. Por ello la forma de la curva la caracterizaremos por  $\alpha$  y  $k$ . El ángulo de serpienteo  $\alpha$  determina la forma de cada ondulación y  $k$  el número de ondulaciones.

La forma de una curva serpentinoide, con  $k = 1$ , para diferentes valores de  $\alpha$  se muestra en la figura 3.20a). Para  $\alpha = 0$ , la curva se convierte en un segmento de longitud  $l$  sobre el eje  $x$ . Cuando  $\alpha = 90$  la curva es tangente al eje  $y$  en el origen. El valor de  $\alpha$  puede seguir aumentando hasta su valor máximo de 120 grados (figura 3.20b) en el que dos ondulaciones consecutivas son tangentes en un punto.

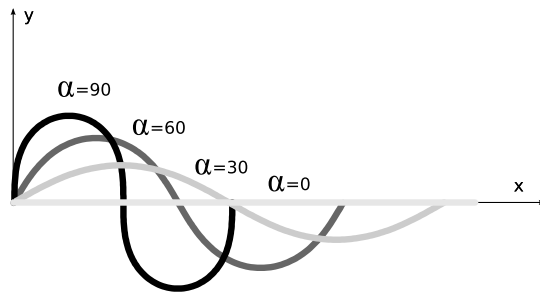
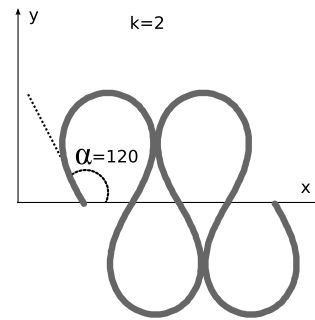
a) Forma y parámetro  $\alpha$ b) Valor máximo de  $\alpha$ 

Figura 3.20: Curva serpentinoide y ángulo de serpenteo  $\alpha$ . a) Variación de la forma con  $\alpha$ . b) Valor máximo de  $\alpha$

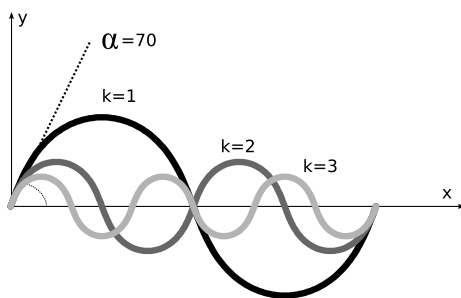
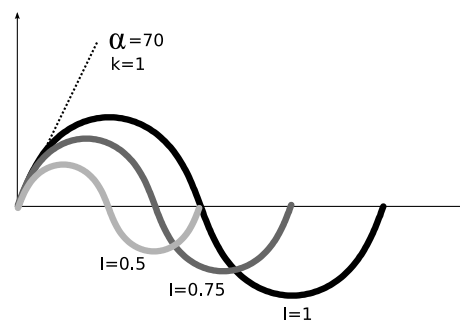
a) Forma y parámetro  $k$ b) Forma y parámetro  $l$ 

Figura 3.21: Curva serpentinoide y parámetros  $k$  y  $l$ . a) Variación de la forma con  $k$ . b) Variación con  $l$

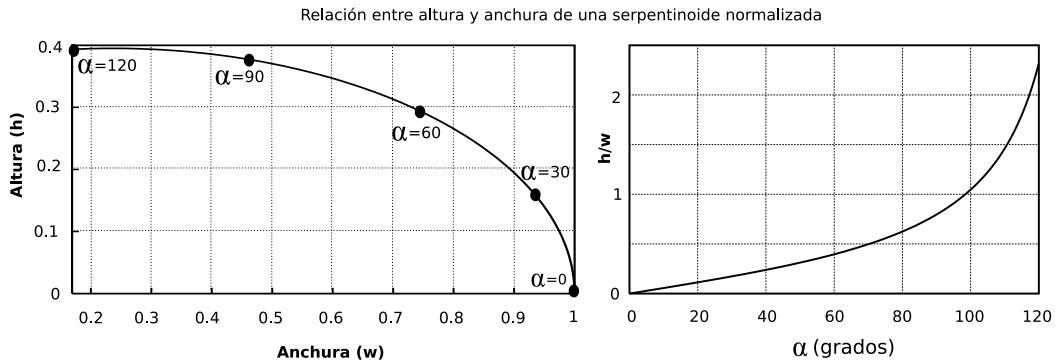


Figura 3.22: Relación entre altura y anchura de la curva serpentinoide en función de  $\alpha$

Valores mayores de 120 grados no son posibles, ya que las articulaciones de robot chocarían entre sí. El rango de valores de  $\alpha$  es por tanto  $[0, 120]$  grados.

El parámetro  $k$  determina el número de ondulaciones (repeticiones) que hay en la curva serpentinoide (figura 3.21a). La altura de la curva es inversamente proporcional a  $k$  (ecuación 3.26) por lo que al aumentar las ondulaciones disminuye. En el modelo continuo  $k$  no está acotado. Si  $k \rightarrow \infty$ , la altura tenderá a 0 y en el límite será igual a un segmento situado sobre el eje  $x$ . La anchura de la serpentinoide, en el modelo continuo, no varía con  $k$  (ecuación 3.27).

El parámetro  $l$  sólo influye en el escalado de la curva, pero no en su forma, como se muestra en la figura 3.21b). Si se mantienen constantes  $\alpha$  y  $k$  la curva mantendrá sus mismas proporciones.

La forma de una curva serpentinoide, por tanto, queda caracterizada por los parámetros  $(\alpha, k)$ . Definimos el espacio  $h_1$  como aquel que tiene como elementos los pares  $(\alpha, k)$ . Este espacio lo emplearemos para definir la forma del robot y lo llamaremos **espacio de formas**.

### 3.6.2.6. Relación entre altura y anchura

Las proporciones de la curva serpentinoide dependen del ángulo de serpeo  $\alpha$ . En la figura 3.22 se muestra la relación entre la altura y la anchura en función de  $\alpha$ , para una curva serpentinoide normalizada. Cuando  $\alpha = 0$ , la curva es una recta de longitud unitaria sobre el eje  $x$ . Sus dimensiones serán  $h = 0$ ,  $w = 1$ . Al aumentar el ángulo de serpeo, la anchura disminuye pero la altura aumenta.

### 3.6.2.7. Curvas serpentinoide y senoidal

La forma de la curva serpentinoide se asemeja más a la de una curva senoidal cuanto menor sea el valor del ángulo de serpeo. Para compararlas definimos la **curva senoidal equivalente** como aquella que tiene las mismas dimensiones  $h$  y  $w$  que una serpentinoide. La formulamos así:

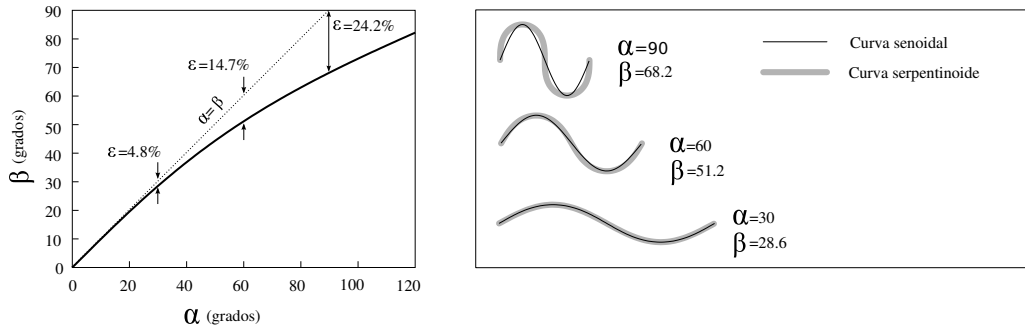


Figura 3.23: Comparación entre curvas serpentinoide y senooidal de las mismas dimensiones

Parámetro	Descripción	Rango de valores
$k$	Parámetro. Numero de ondulaciones	$k \geq 1$
$\alpha$	Parámetro. Ángulo de serpeoteo	$\alpha \in [0, 120]$ (grados)
$\phi$	Variable. Fase	$\phi \in (-180, 180]$
$l$	Constante. Longitud	$l > 0$

Cuadro 3.6: Parámetros, variables y constantes de caracterización de la onda serpentinoide

$$y = \frac{h}{2} \sin\left(\frac{2\pi k}{w}x\right), x \in [0, w]$$

Derivando con respecto a  $x$  y particularizando para  $x = 0$ , se obtiene la expresión de la tangente en el origen, con el que se calcula la pendiente en el origen:

$$\beta = \arctan\left(\frac{h}{w}\pi\right)$$

$\beta$  es el equivalente al parámetro  $\alpha$ , pero para curvas senooidales. La comparación entre  $\alpha$  y  $\beta$  se muestra en la figura 3.23. Para valores de  $\alpha$  menores de 46 grados, el error relativo es menor del 10 %

### 3.6.2.8. Onda serpentinoide

La onda serpentinoide se caracteriza por los mismos parámetros  $\alpha$  y  $k$  de la curva serpentinoide, pero además los ángulos de doblaje dependen de la fase  $\phi$ . Por tanto, fijados  $\alpha$  y  $k$ , la forma de la onda cambia con  $\phi$ . En la figura 3.24 se muestra su forma en cuatro fases diferentes.

A modo de resumen, en la tabla 3.6 se listan los parámetros, variables y constantes de la onda serpentinoide.



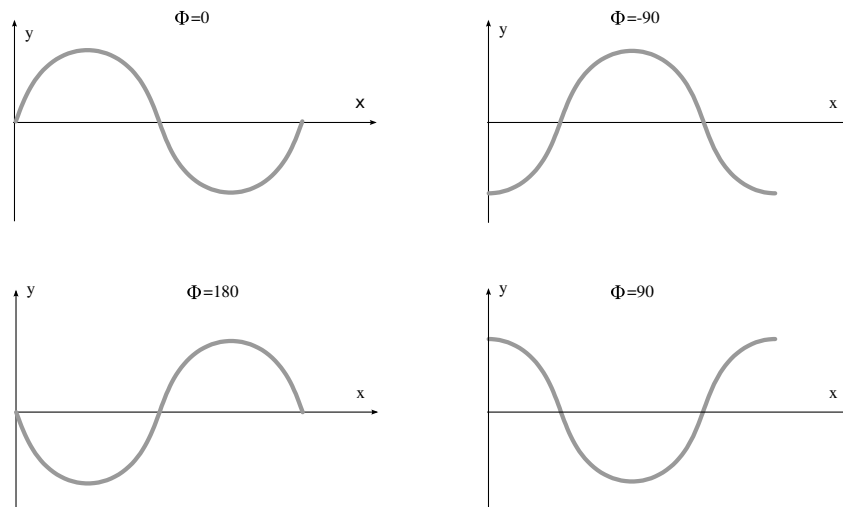


Figura 3.24: Forma de la onda serpentinoide para cuatro valores de la fase  $\phi$

### 3.6.3. Curva/Onda serpentinoide discreta

#### 3.6.3.1. Definiciones

La definición de curva serpentinoide discreta es la misma que para el caso continuo, pero considerando que el ángulo de doblaje varía de forma discreta con la variable  $i$ , en vez de manera continua con  $s$ . El ángulo de doblaje se expresa como indica la ecuación 3.28:

$$\varphi_i = A \sin(Bi) \quad (3.28)$$

La variable discreta  $i$  indica el número de articulación y varía entre 1 y  $M$ , siendo  $M$  el número total de módulos. Definimos el ángulo de serpenteo  $\alpha$  como aquel que forma el segmento izquierdo del módulo 1 con el eje  $x$ . La longitud total  $l$  se calcula como  $l = ML$ , donde  $L$  es la longitud de cada módulo.

Dada una curva serpentinoide continua de parámetros  $\alpha$ ,  $k$  y longitud  $l$ , se define su curva serpentinoide discreta equivalente de  $M$  módulos como aquella que tiene los mismos parámetros  $\alpha$ ,  $k$  y su misma longitud  $l$ .

Definimos el parámetro  $\alpha_i$  como el ángulo que forma el segmento izquierdo de la articulación  $i$  con el eje  $x$ . El ángulo de serpenteo  $\alpha$  es por definición igual a  $\alpha_1$ .

En la figura 3.25a) se muestra una curva serpentinoide discreta con  $\alpha = 60$ ,  $k = 1$  y 8 módulos. En la figura 3.25b) se compara una serpentinoide continua de  $\alpha = 60$  y  $k = 1$  con dos curvas serpentinoides discretas de 4 y 8 módulos.

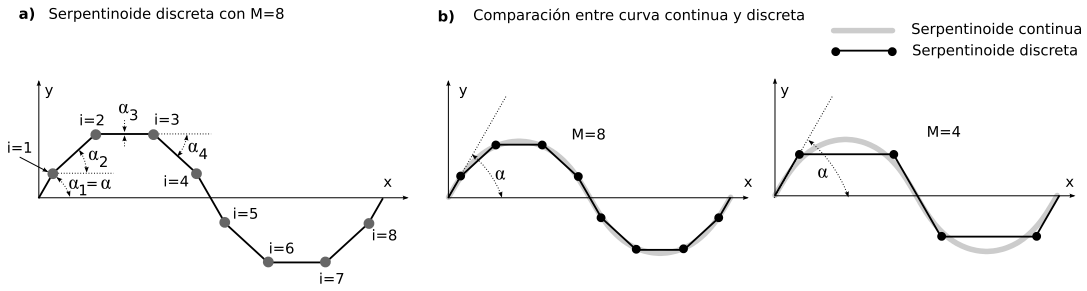


Figura 3.25: a) Curva serpentinoide discreta de 8 módulo ( $M = 8$ ). b) Comparación entre una curva serpentinoide continua de ángulo de serpeo  $\alpha = 60$  y  $k = 1$ , con dos serpentinoides continuas de 4 y 8 módulos.

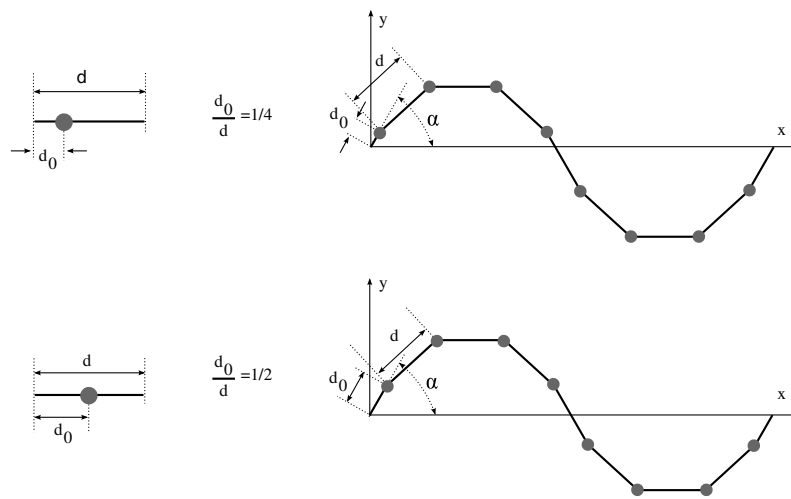


Figura 3.26: Dos curvas serpentinoides discretas de 8 bloques, para diferentes valores de los parámetros  $d$  y  $d_0$

En la onda serpentinoide discreta el ángulo de doblaje depende también de la fase  $\phi$ :

$$\phi_i(\phi) = A \sin(\phi + Bi)$$

### 3.6.3.2. Bloques

La curva serpentinoide discreta está formada por  $M$  módulos iguales. Sin embargo, para que las ecuaciones sean más genéricas y se puedan aplicar en más casos utilizaremos el concepto de bloque definido en el apartado 3.3.4. Los parámetros de los bloques son  $d$  y  $d_0$ . En la figura 3.26 se muestran dos curvas serpentinoides de 8 bloques con diferentes valores de  $d$  y  $d_0$ . La curva superior es la empleada para modelar la locomoción en línea recta de los robots ápodos del grupo cabeceo-viraje. Con la inferior se describe el movimiento de los del grupo cabeceo-cabeceo.

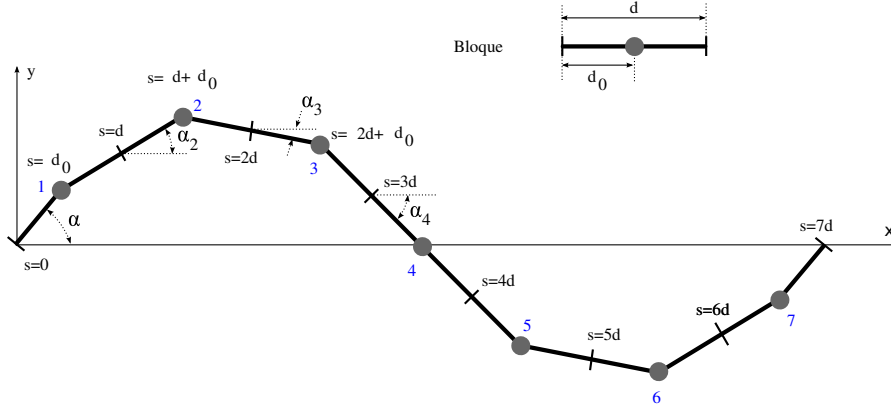


Figura 3.27: Notación empleada en la curva serpentina discreta. Ejemplo para  $M=7$

### 3.6.3.3. Formulación

Partiendo de una curva serpentina continua, las ecuaciones para la discreta se obtienen particularizando la variable  $s$  en los puntos de interés. Suponiendo que utilizamos el modelo de bloques, las articulaciones se encuentran en los puntos  $s = d_0 + (i-1)d$  y los puntos medios de unión entre los bloques están en  $s = (i-1)d$ , con  $i$  entre 1 y  $M$  (figura 3.27).

El ángulo que forman los segmentos de la curva con el eje  $x$ ,  $\alpha_i$ , se obtiene a partir de la ecuación 3.16 haciendo el cambio  $s = (i-1)d$  y teniendo en cuenta que  $l = Md$ :

$$\alpha_i = \alpha_s|_{s=(i-1)d} = \alpha \cos \left( \frac{2\pi k}{M} (i-1) \right), i \in \{1, M\}$$

Para la onda serpentina discreta, el ángulo con el eje  $x$  depende también de la fase:

$$\alpha_i(\phi) = \alpha \cos \left( \phi + \frac{2\pi k}{M} (i-1) \right), i \in \{1, M\}$$

Las coordenadas cartesianas  $(x, y)$  de cada articulación referidas al extremo izquierdo las definimos de manera recursiva:

$$x(i) = \begin{cases} d_0 \cos \alpha & i = 1 \\ x(i-1) + d \cos \alpha_i & i \in [2, M] \end{cases}$$

$$y(i) = \begin{cases} d_0 \sin \alpha & i = 1 \\ y(i-1) + d \sin \alpha_i & i \in [2, M] \end{cases}$$

Expandiendo se llega a la expresión final:

$$x(i) = d_0 \cos \alpha + d \sum_{\substack{j=2 \\ j \leq i}}^i \cos \alpha_j \quad (3.29)$$

$$y(i) = d_0 \sin \alpha + d \sum_{\substack{j=2 \\ j \leq i}}^i \sin \alpha_j \quad (3.30)$$

El ángulo de doblaje se obtiene a partir de la expresión 3.14 para valores de  $s = d_0 + (i-1)d$ :

$$\varphi_i = \theta(s)|_{s=(i-1)d+d_0} = A \sin \left( \frac{2\pi k}{M} \left[ (i-1) + \frac{d_0}{d} \right] \right)$$

Y usando la relación que encontró Ma[87] (ec. 3.39) entre la amplitud  $A$  y el ángulo de doblaje, la expresión final de  $\varphi_i$  en función de los parámetros  $\alpha$ ,  $k$ ,  $d$ ,  $d_0$  y  $M$  es:

$$\varphi_i = 2\alpha \sin \left( \frac{\pi k}{M} \right) \sin \left( \frac{2\pi k}{M} \left[ (i-1) + \frac{d_0}{d} \right] \right) \quad (3.31)$$

Para la onda serpentinoide discreta, el ángulo de doblaje es:

$$\varphi_i(\phi) = 2\alpha \sin \left( \frac{\pi k}{M} \right) \sin \left( \phi + \frac{2\pi k}{M} \left[ (i-1) + \frac{d_0}{d} \right] \right) \quad (3.32)$$

Y las coordenadas cartesianas:

$$x(i, \phi) = d_0 \cos \alpha + d \sum_{\substack{j=2 \\ j \leq i}}^i \cos \left( \alpha \cos \left( \phi + \frac{2\pi k}{M} (i-1) \right) \right) \quad (3.33)$$

$$y(i, \phi) = d_0 \sin \alpha + d \sum_{\substack{j=2 \\ j \leq i}}^i \sin \left( \alpha \cos \left( \phi + \frac{2\pi k}{M} (i-1) \right) \right) \quad (3.34)$$

### 3.6.3.4. Dimensiones

A diferencia del caso continuo, las dimensiones de la onda serpentina discreta depende de la fase  $\phi$ . La altura y anchura para una fase dada las denotaremos como  $h(\phi)$  y  $w(\phi)$  respectivamente. Definiremos las dimensiones  $(h, w)$  como el valor máximo de  $h(\phi)$  y  $w(\phi)$  en un ciclo:

$$h = \max \{h(\phi)\} \quad (3.35)$$

$$w = \max \{w(\phi)\} \quad (3.36)$$

**Altura** Para una fase dada, la altura se calcula con la expresión:

$$h(\phi) = y_{\max}(i, \phi) - y_{\min}(i, \phi) = y(i_{\max}, \phi) - y(i_{\min}, \phi)$$

donde  $y_{\max}(i, \phi)$  e  $y_{\min}(i, \phi)$  son los valores máximos y mínimos de la ordenada de la curva. Estos valores se alcanzan para las articulaciones  $i_{\max}$  e  $i_{\min}$ . En una onda serpentina continua, los puntos  $s_{\max}$  y  $s_{\min}$  donde se alcanzan los máximos y mínimos se obtienen igualando  $\alpha_s$  a cero. Despejando se obtienen las expresiones:

$$s_{\max} = \frac{l}{2\pi k} \left( \frac{\pi}{2} - \phi \right), \quad s_{\min} = \frac{l}{2\pi k} \left( \frac{3\pi}{2} - \phi \right)$$

Haciendo el cambio de variable  $s = (i - 1)d$  y quedándose con la parte entera se obtienen  $i_{\max}$  e  $i_{\min}$ :

$$i_{\max} = E \left[ \frac{M}{2\pi k} \left( \frac{\pi}{2} - \phi \right) + 1 \right], \quad i_{\min} = E \left[ \frac{M}{2\pi k} \left( \frac{3\pi}{2} - \phi \right) + 1 \right]$$

Con lo cual, la expresión para calcular la altura de una onda serpentina es:

$$h = \max \{y(i_{\max}, \phi) - y(i_{\min}, \phi)\} \quad (3.37)$$

donde  $y(i, \phi)$  se obtiene con la ecuación 3.34.

**Anchura** La anchura será igual a la abscisa del extremo derecho. Y ésta a su vez es la abscisa de la articulación  $M$  más la proyección del segmento derecho del último módulo. Se obtiene con la expresión:

$$w(\phi) = x(M, \phi) + (d - d_0) \cos(\alpha_{M+1}(\phi))$$

La anchura total será su valor máximo durante el ciclo:

$$w = \text{máx} \{x(M, \phi) + (d - d_0) \cos(\alpha_{M+1}(\phi))\} \quad (3.38)$$

### 3.6.3.5. Espacios $h_1$ y $H_1$

La forma de una curva serpentinoide, tanto continua como discreta, queda caracterizada por los parámetros  $(\alpha, k)$ . Además están las constantes  $l$  (longitud) y  $M$  (número de módulos). Definimos el **espacio de formas**  $h_1$  como aquel que tiene como elementos los pares  $(\alpha, k)$ . Este espacio lo emplearemos para definir la forma del robot.

Como mostramos en el apartado 3.5.4, los parámetros del controlador  $(A, \Delta\phi)$  pertenecen al espacio de control homogéneo  $H_1$  y definen cómo es el movimiento de cada módulo y cómo se mueven con respecto al anterior.

Las relaciones entre ambos espacios se deducen a partir de la comparación entre las ecuaciones 3.12. Son las presentadas en las ecuaciones 3.39 y 3.32:

$$A = 2\alpha \sin\left(\frac{\pi k}{M}\right) \quad (3.39)$$

$$|\Delta\phi| = \frac{2\pi k}{M} \quad (3.40)$$

En el modelo de control, la diferencia de fase  $\Delta\phi$  puede tomar valores positivos y negativos mientras que en el modelo de matemático de la curva serpentinoide hemos usados sólo valores positivos, por eso en la ecuación 3.40 relaciona el valor absoluto de la diferencia de fase con  $k$  y  $M$ .

Las ecuaciones 3.40 y 3.39 permiten conocer la forma del robot a partir de los parámetros locales del controlador, y vice-versa, a partir de la forma encontrar qué parámetros del controlador hay que establecer.

Parámetro	Descripción	Rango de valores
$k$	Parámetro. Número de ondulaciones	$k \geq 1$
$\alpha$	Parámetro. Ángulo de serpenteo	$\alpha \in [0, 120]$
$M$	Constante. Número de articulaciones	$M \geq 2$
$d$	Constante. Distancia entre articulaciones	$d > 0$
$d_0$	Constante. Segmento izquierdo del módulo	$d_0 > 0$
$\phi$	Variable. Fase	$\phi \in (-180, 180]$
$i$	Variable. Número de articulación	$i \in \{1, M\}$

Cuadro 3.7: Parámetros, variables y constantes de caracterización de la curva/onda serpentinoide discreta

### 3.6.3.6. Resumen de parámetros

El resumen de todos los parámetros, constantes y variables para la curva/onda serpentinoide discreta se muestra en la tabla 3.7.

## 3.6.4. Curva/onda serpentinoide 3D

### 3.6.4.1. Definiciones

Dada una curva continua dentro de un espacio de tres dimensiones, definimos los parámetros  $\theta_v(s)$  y  $\theta_h(s)$  como los ángulos de doblaje vertical y horizontal respectivamente de un punto situado en  $s$  con respecto al que está en  $s + ds$ . Definimos la **curva serpentinoide 3D** como aquella en la que los ángulos de doblaje varían sinusoidalmente con  $s$ , según las expresiones:

$$\theta_v(s) = A_v \sin\left(\frac{2\pi k_v}{l}s + \psi_v\right)$$

$$\theta_h(s) = A_h \sin\left(\frac{2\pi k_h}{l}s + \psi_h\right)$$

Se trata de una curva que se forma por la superposición de dos serpentinoides, una en los planos de cabeceo y otra en los de viraje. Por ello, cada una de estas curvas tendrá su propio ángulo de serpenteo y número de ondulaciones. Utilizaremos el subíndice  $v$  para las articulaciones verticales y  $h$  para las horizontales. Tomando como origen de fases el punto  $s = 0$ , denotando por  $\Delta\phi_{vh}$  la diferencia de fases entre las verticales y las horizontales ( $\psi_h - \psi_v$ ), y utilizando la ecuación 3.39, la expresión de la **onda serpentinoide 3D** se puede expresar como:

$$\theta_v(s, \phi) = 2\alpha_v \sin\left(\frac{2\pi k_v}{M}\right) \sin\left(\phi + \frac{2\pi k_v}{l}s\right) \quad (3.41)$$

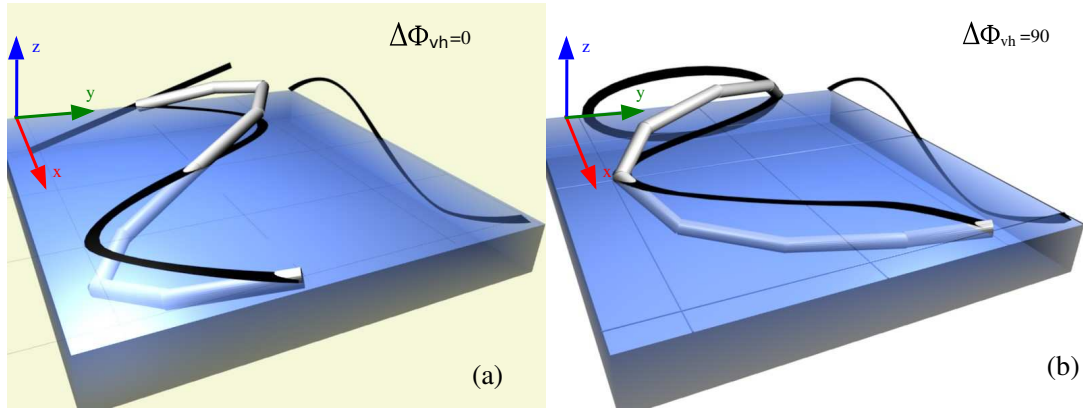


Figura 3.28: Diferentes formas de una serpentinoide 3D con  $k_v = k_h = 1$ . a) Cuando  $\Delta\Phi_{vh} = 0$ . b) Para  $\Delta\Phi_{vh} = 90$

$$\theta_v(s, \phi) = 2\alpha_h \sin\left(\frac{2\pi k_h}{M}\right) \left(\phi + \frac{2\pi k_h}{l}s + \Delta\phi_{vh}\right) \quad (3.42)$$

#### 3.6.4.2. Parámetros y espacio de formas $h_2$

Los parámetros para describir la serpentinoide 3D son 5:  $\alpha_v$ ,  $k_v$ ,  $\alpha_h$ ,  $k_h$  y  $\Delta\Phi_{vh}$ . Los pares  $(\alpha_v, k_v)$ ,  $(\alpha_h, k_h)$  caracterizan cada una de las dos serpentinoides vertical y horizontal respectivamente.  $\Delta\Phi_{vh}$  es un parámetro nuevo que establece la diferencia de fase entre las articulaciones verticales y las horizontales.

Este nuevo parámetro influye en cómo se realiza la superposición de las dos ondas. En la figura 3.28 se muestra un ejemplo de su efecto cuando  $k_v = k_h = 1$ . En la figura de la izquierda (a), la curva serpentinoide 3D está situada sobre un mismo plano, inclinado un ángulo con respecto al horizontal. Su proyección sobre el plano  $zy$  es una línea recta. En la derecha esta proyección es una elipse.

Definimos el espacio  $h_2$  como que tiene como elementos las tuplas  $(\alpha_v, k_v, \alpha_h, k_h, \Delta\Phi_{vh})$ . Los puntos de este espacio determinan la forma de la curva y cómo se propaga la onda.

#### 3.6.4.3. Familia de curvas/ondas serpentinoides 3D

La forma de la onda serpentinoide 3D determina las dimensiones del robot y el movimiento que realiza. Estableceremos una clasificación de las curvas en función de sus parámetros. Se resume en la figura 3.29.

Dividiremos las ondas en **isomorfas** y **no isomorfas**. En las primeras, los parámetros  $k_v$  y  $k_h$  son iguales por lo que la variación de los ángulos de doblaje verticales y horizontales es constante para



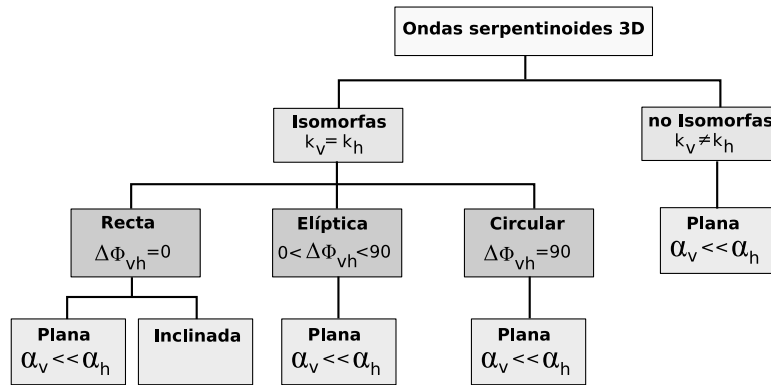


Figura 3.29: Clasificación de las ondas serpentinoides 3D

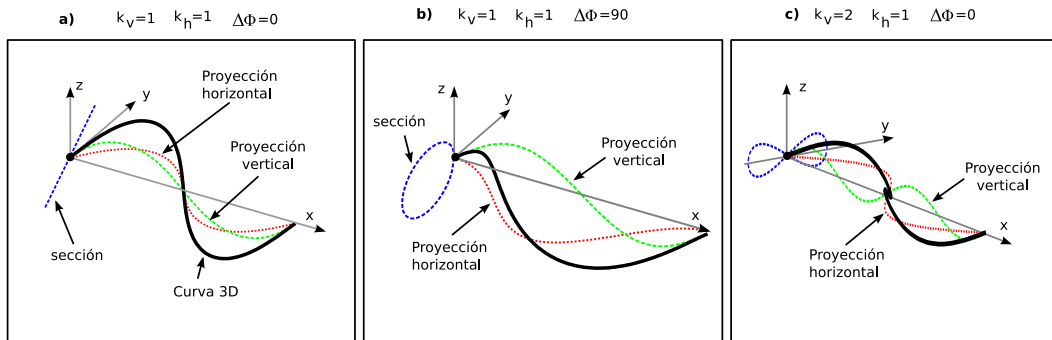


Figura 3.30: Ejemplos de ondas serpentinoides 3D. a) Isomorfa recta inclinada. b) Isomorfa elíptica. c) No isomorfa con  $k_v = 2k_h$

todos los puntos de la curva y aparece una onda global que recorre el cuerpo del robot. En las no isomorfas, la forma de la onda no es constante y depende de la fase.

Denominaremos **ondas planas** a aquellas en las que el ángulo de serpenteo de las verticales sea mucho menor que el de las horizontales ( $\alpha_v \ll \alpha_h$ ), de forma que la onda en realidad se puede aproximar por una onda serpentinoide sobre el plano  $z = 0$ .

Las ondas isomorfas las clasificaremos a su vez atendiendo a la forma de su sección, que viene dada por el parámetro  $\Delta\phi_{vh}$ . Así tendremos las **ondas rectas**, **elípticas** y **circulares**. Cuando  $\Delta\phi_{vh} = 0$ , la onda se propaga por un plano y su sección por tanto es una línea recta que forma un ángulo con el eje  $y$ . Este ángulo de inclinación depende de la relación entre  $\alpha_v$  y  $\alpha_h$ . Para las ondas planas el ángulo será 0. Por ello, las ondas isomorfas rectas las dividiremos en planas e inclinadas. Cuando  $\Delta\phi_{vh} = 90$  la la sección es circular y para  $0 < \Delta\phi_{vh} < 90$  elíptica.

En la figura 3.30 se muestran tres ejemplos de curvas 3D. La de la izquierda es una isomorfa recta inclinada. La central es una isomorfa elíptica y la de la derecha es no isomorfa, con  $k_v = k_h$ .

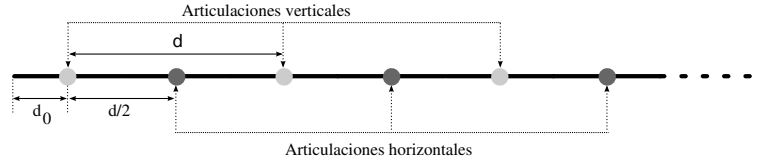


Figura 3.31: Modelo para las serpentinoide 3D discretas

#### 3.6.4.4. Dimensiones

De todos los tipos de ondas serpentinoide 3D, las que emplearemos para la locomoción en un plano serán las ondas planas. En ellas, la serpentinoide 3D se aproxima por una serpentinoide de parámetros  $\alpha_h$  y  $k_h$  y sus dimensiones  $l_x$  y  $l_y$  se pueden calcular aplicando las ecuaciones 3.38 y 3.37 para el modelo discreto y 3.25 y 3.24 para el continuo.

La altura se aproxima mediante las ecuaciones 3.37(discreto) y 3.24(contínuo) utilizando los parámetros  $\alpha_v$  y  $k_v$ .

#### 3.6.4.5. Modelo discreto

Para modelar la curva/onda serpentinoide 3D discreta utilizaremos bloques del tipo cabeceo-viraje, compuestos por dos articulaciones (figura 3.31). En este modelo, las articulaciones verticales están situadas en los puntos de la curva:  $s = (i - 1)d + d_0$  y las horizontales en  $s = (i - 1)d + d_0 + \frac{d}{2}$ , donde  $i$  es el número de articulación, comprendida entre 1 y  $M/2$ .

Los ángulos de doblaje  $\varphi_{v_i}(\phi)$  y  $\varphi_{h_i}(\phi)$  se obtienen particularizando las ecuaciones 3.41 y 3.42 en los puntos  $s$  donde están las articulaciones verticales y horizontales respectivamente:

$$\varphi_{v_i}(\phi) = \theta_v(\phi)|_{s=(i-1)d+d_0} = 2\alpha_v \sin\left(\frac{2\pi k_v}{M}\right) \sin\left(\phi + \frac{4\pi k_v}{M}\left(i - 1 + \frac{d_0}{d}\right)\right) \quad (3.43)$$

$$\varphi_{h_i}(\phi) = \theta_h(\phi)|_{s=(i-1)d+d_0+\frac{d}{2}} = 2\alpha_h \sin\left(\frac{2\pi k_h}{M}\right) \sin\left(\phi + \frac{4\pi k_h}{M}\left(i - 1 + \frac{d_0}{d} + \frac{1}{2}\right) + \Delta\phi_{vh}\right) \quad (3.44)$$

#### 3.6.4.6. Relación entre espacios $H_2$ y $h_2$

Los parámetros del espacio  $H_2$  se expresan a partir de los del  $h_2$  mediante las siguientes ecuaciones:

$$A_v = 2\alpha_v \sin\frac{2\pi k_v}{M}, \Delta\phi_v = \frac{4\pi k_v}{M} \quad (3.45)$$

Notación	Descripción	Rango
$k_v$	Parámetro. Numero de ondulaciones en articulaciones verticales	$k_v \geq 1$
$k_h$	Parámetro. Numero de ondulaciones en articulaciones horizontales	$k_h \geq 1$
$\alpha_v$	Parámetro. Ángulo de serpenteo de las articulaciones verticales	$\alpha_v \in [0, 120]$
$\alpha_h$	Parámetro. Ángulo de serpenteo de las articulaciones horizontales	$\alpha_h \in [0, 120]$
$M$	Constante. Número de articulaciones	$M \geq 2$
$d$	Constante. Distancia entre articulaciones	$d > 0$
$d_0$	Constante. Segmento izquierdo del bloque	$d_0 > 0$
$\phi$	Variable. Fase	$\phi \in (-180, 180]$
$i$	Variable. Número de articulación	$i \in \{1, M/2\}$

Cuadro 3.8: Parámetros, variables y constantes de caracterización de la curva/onda serpentinoide 3D discreta

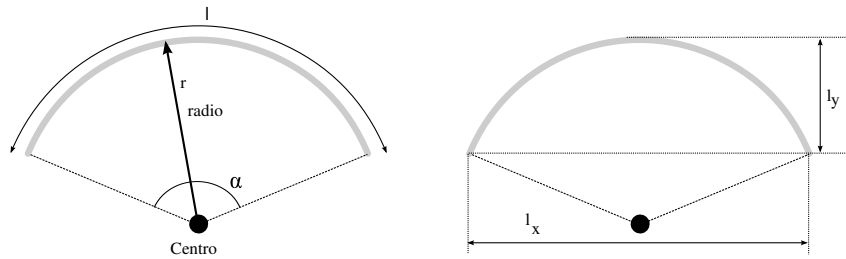


Figura 3.32: Parámetros y dimensiones de la curva circular

$$A_h = 2\alpha_h \sin \frac{2\pi k_h}{M}, \Delta\phi_h = \frac{4\pi k_h}{M} \tag{3.46}$$

### 3.6.4.7. Resumen de parámetros

Todos los parámetros, constantes y variables de la curva/onda serpentinoide 3D discreta se resumen en la tabla 3.8.

## 3.6.5. Curva/onda circular

### 3.6.5.1. Modelo continuo

**Definiciones** Definimos una **curva circular** como aquella en la que el ángulo de doblaje  $\theta(s)$  es constante a lo largo de la curva. Por tanto, la curva tendrá forma de arco circular (3.32). Definimos el parámetro  $\alpha$  como el ángulo de este arco.

Definimos una onda circular como aquella en la que  $\alpha$  varía con la fase  $\phi$  de manera senoidal, según la expresión:

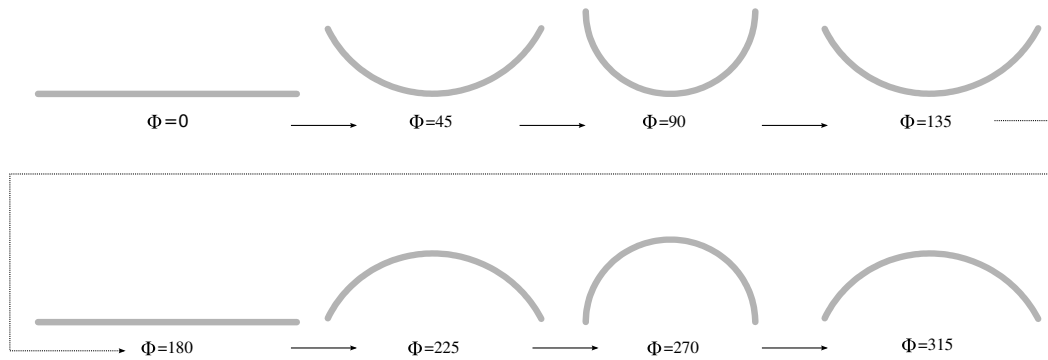


Figura 3.33: Ejemplo de onda circular con  $\alpha = 180$ . Se muestran las curvas circulares para diferentes valores de la fase  $\phi$  (y asumiendo una fase inicial  $\phi_0$  igual a 0)

$$\alpha(\phi) = \alpha \sin(\phi + \phi_0)$$

Donde  $\alpha$  ahora es el ángulo máximo del arco y  $\phi_0$  la fase inicial.

Como la longitud de la curva es  $l$ , el radio  $r$  está dado por la expresión:

$$r = \frac{180l}{\alpha\pi} \quad (3.47)$$

donde  $\alpha$  está expresado en grados.

**Parámetros** La curva se caracteriza por el parámetro  $\alpha$  que tiene un valor comprendido entre 0 y 360 grados. En la onda el arco tiene de ángulo  $\alpha(\phi)$  que varía con la fase. En la figura 3.33 se muestra la variación de la forma de una onda circular con  $\alpha = 180$  y  $\phi_0 = 0$ . Inicialmente la curva es una recta reposando sobre el eje  $x$ . Al variar la fase adopta la forma de un arco circular, de ángulo  $\alpha(\phi)$ . El ángulo aumenta hasta alcanzar el máximo  $\alpha$  para  $\phi = 90$ . A continuación disminuye hasta volver a ser una recta ( $\phi = 180$ ) y la operación se repite pero doblándose hacia el lado contrario. Para una fase de  $\phi = 220$  la curvatura es máxima.

**Dimensiones** Las dimensiones de una curva circular son  $l_x$  y  $l_y$ , como se muestra en la figura 3.32. Dependen del parámetro  $\alpha$  y de la longitud  $l$  de la curva. Se calculan mediante las ecuaciones:

$$l_x = \frac{2l}{\alpha} \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

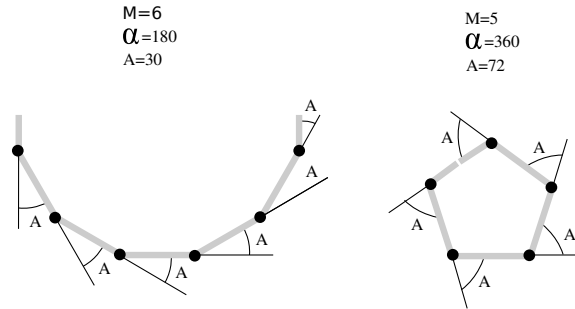


Figura 3.34: Ejemplo de dos curvas circulares discretas

$$l_y = \frac{l}{\alpha} \left( 1 - \cos \left( \frac{\alpha}{2} \right) \right)$$

**Relación con curva serpentinoide** La curva circular se obtiene a partir de una curva/onda serpentinoide cuando el ángulo de serpenteo  $\alpha$  es 0y se está aplicando un *offset* distinto de cero. Lo que se obtiene es una curva circular, que no varía con  $\phi$ . Se utilizará en el capítulo 5 para describir los giros.

La onda circular se obtiene a partir de una onda serpentinoide en la que  $k = 0$ . Teniendo en cuenta la ecuación 3.40,  $k = 0$  implica que la diferencia de fase  $\Delta\phi$  entre dos articulaciones consecutivas es 0, por lo que todas ellas están en fase y su ángulo de doblaje es el mismo. Este ángulo varía con  $\phi$  haciendo que la onda cambie de forma (como en el ejemplo de la figura 3.33).

### 3.6.5.2. Modelo discreto

La curva circular discreta se caracteriza porque sus  $M$  articulaciones tienen todas el mismo ángulo de doblaje  $A$ , que es igual a  $\alpha/M$ :

$$\varphi_i = A = \frac{\alpha}{M} \quad (3.48)$$

y la onda circular discreta:

$$\varphi_i(\phi) = A \sin(\phi + \phi_0) = \frac{\alpha}{M} \sin(\phi + \phi_0)$$

El valor de  $A$  máximo es de 90 grados, por limitaciones mecánicas en la implementación de las articulaciones por lo que se tiene que cumplir la siguiente restricción:

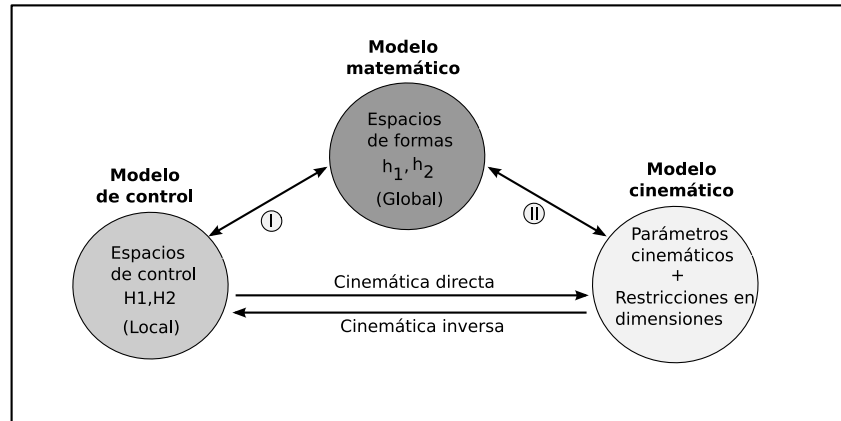


Figura 3.35: Relaciones entre los diferentes modelos

$$\frac{\alpha}{M} \leq 90$$

En la figura 3.34 se muestran dos curvas circulares discretas con diferentes valores de sus parámetros.

### 3.7. Conclusiones

En este capítulo hemos presentado los modelos que emplearemos para el estudio de la locomoción de los robots ápodos de los **grupos cabeceo-cabeceo y cabeceo-viraje**. Con el primer grupo analizaremos el desplazamiento unidimensional y con el segundo el bidimensional. Todos los robots los modelamos como una serie de **bloques iguales** unidos entre sí. Cada bloque lo forman uno o más **módulos iguales**, con conexión de tipo cabeceo o viraje. Para la descripción matemática utilizamos el **modelo alámbrico**, para la simulación en **modelo hexaédrico** y en los experimentos un **módulo real**.

Para hacer abordable el estudio de la locomoción asumiremos que el medio por el que los robots se desplazan es uniforme y sin obstáculos y nos ceñiremos al régimen permanente. El desplazamiento de los robots lo supondremos periódico con una duración de ciclo  $T$ . Así, la traslación de un punto a otro es debida a la repetición periódica de unos movimientos básicos. El problema a resolver es cómo coordinar todas las articulaciones para generar esos movimientos elementales en cada ciclo.

En esta tesis abordaremos este problema desde tres ámbitos diferentes: cinemática, control y forma del robot (figura 3.35) y lo resolveremos estableciendo relaciones cuantitativas y cualitativas entre ellos, que son verificadas mediante experimentos. En este capítulo proponemos los modelos y presentamos las ecuaciones que relacionan los parámetros de control con la forma del robot.

El **modelo cinemático** se caracteriza por los parámetros **paso** ( $\vec{\Delta r}$ ) y **paso angular** ( $\Delta\gamma$ ), que indican la traslación y rotación del centro de masas del robot por cada ciclo. Además, el robot tiene unas dimensiones que imponen restricciones (como por ejemplo el movimiento en el interior de un tubo, donde la altura del robot tendrá que limitarse).

El **modelo de control** propuesto es bioinspirado y consta de generadores sinusoidales que hacen oscilar cada una de las articulaciones de manera independiente. Se han definido los **espacios de control**  $H_1$  y  $H_2$  formados por tuplas con los parámetros de los generadores. Estos espacios son los que tienen la **mínima dimensión y permite mover robots ápodos de cualquier número de módulos**. Estos movimientos no tienen por qué ser óptimos. Añadiendo más parámetros se podría, en principio, encontrar soluciones mejores.

A partir de estos modelos se pueden enunciar con más precisión los problemas de la cinemática directa e inversa, que establecen relaciones entre el modelo de control y de locomoción. En la **cinemática directa** se parte de los valores aplicados a los controladores y se determinan los parámetros cinemáticos, el tipo de movimiento y las dimensiones del robot. En la **cinemática inversa** se buscan los valores de los parámetros de control para que el robot se mueva con un tipo de movimiento y con unos valores de los parámetros cinemáticos dados, además de cumplirse también ciertas restricciones en las dimensiones.

Para resolver la cinemática directa e inversa se desarrolla el **modelo matemático** con el que se parametriza la forma del robot y se definen los **espacios de formas**  $h_1$  y  $h_2$ . Cada punto de estos espacios está asociado a una forma del robot. Se han presentado las ecuaciones que relacionan los espacios de control con los de formas. Los robots ápodos tienen una topología de una dimensión por lo que su forma se describe mediante curvas y el movimiento mediante ondas que se propagan. Al utilizarse un modelo de control basado en oscilaciones sinusoidales, las formas de los robots se describen mediante **curvas y ondas serpentinoideas**. Para las serpentinoideas 3D, se ha establecido una clasificación en función de cómo se propagan y de las formas que presentan. Esto será usado en el capítulo 5 para el estudio de la locomoción de la locomoción en un plano. Cada grupo de serpentinoideas 3D tendrá asociado un movimiento diferente.





## Capítulo 4

# Locomoción en 1D

”Si no conozco una cosa, la investigaré.”

– *Louis Pasteur*

### 4.1. Introducción

En este capítulo estudiaremos la locomoción en línea recta de los robots ápodos modulares del grupo cabeceo-cabeceo cuando se utiliza como controlador el modelo de osciladores sinusoidales presentado en el apartado 3.5.

Primero analizaremos la locomoción utilizando el modelo continuo de robot. Se obtendrán los principios básicos de locomoción, el espacio de formas, las dimensiones, el criterio de estabilidad y se propone la ecuación para el cálculo del paso. A continuación particularizaremos las ideas anteriores para el modelo alámbrico de los robots discretos y presentamos la metodología para resolver los problemas de la cinemática directa e inversa. Seguidamente mostraremos un caso de estudio donde aplicaremos todos los conceptos anteriores a un robot de 8 módulos. Obtendremos los datos que serán contrastados con los resultados experimentales en el capítulo 7. Finalmente resumimos todas las ideas en 11 principios de locomoción.

### 4.2. Modelo continuo

Aunque los robots modulares del grupo cabeceo-cabeceo son de naturaleza discreta, la comprensión del modelo continuo nos permite obtener las propiedades esenciales de la locomoción en una dimensión que son comunes a todos los robots ápodos, con independencia del número de módulos. El

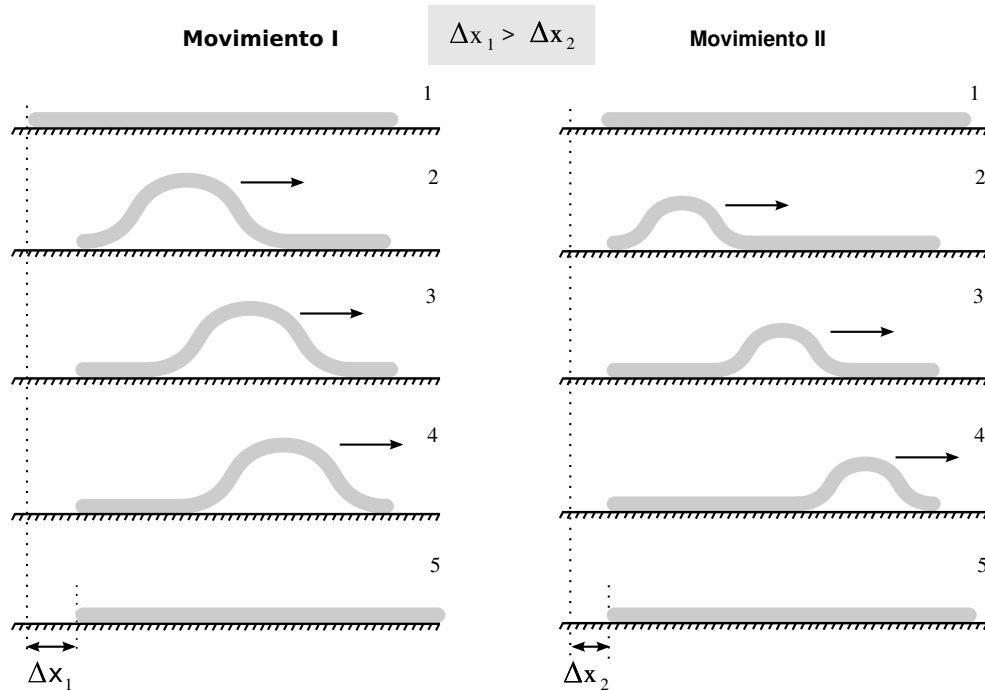


Figura 4.1: Locomoción mediante propagación de ondas para dos tamaños diferentes de ondulaciones

desplazamiento se produce sólo si los movimientos de los módulos del robot están bien coordinados. Veremos que con el modelo continuo esta coordinación se explica de manera satisfactoria.

El mecanismo de locomoción es debido a la aparición de ondas corporales que se propagan a lo largo del robot.

#### 4.2.1. Propagación de ondas

El mecanismo de locomoción basado en la **propagación de ondas** está inspirado en el movimiento de las orugas. En ellas aparece una ondulación en su cuerpo que se propaga desde la cola hasta la cabeza haciendo que el animal se desplace una distancia  $\Delta x$ , que denominamos **paso**.

Este mecanismo de locomoción tiene las siguientes propiedades:

- **El sentido de propagación de la onda corporal determina si el robot avanza o retrocede.** En el ejemplo de la figura 4.1 las ondas se desplazan hacia la derecha haciendo que los robots se muevan en esa misma dirección.
- **Las dimensiones de la onda corporal determinan el paso.** En la figura 4.1 se muestra la locomoción de un robot cuando se utilizan dos ondas corporales de diferentes tamaños. El

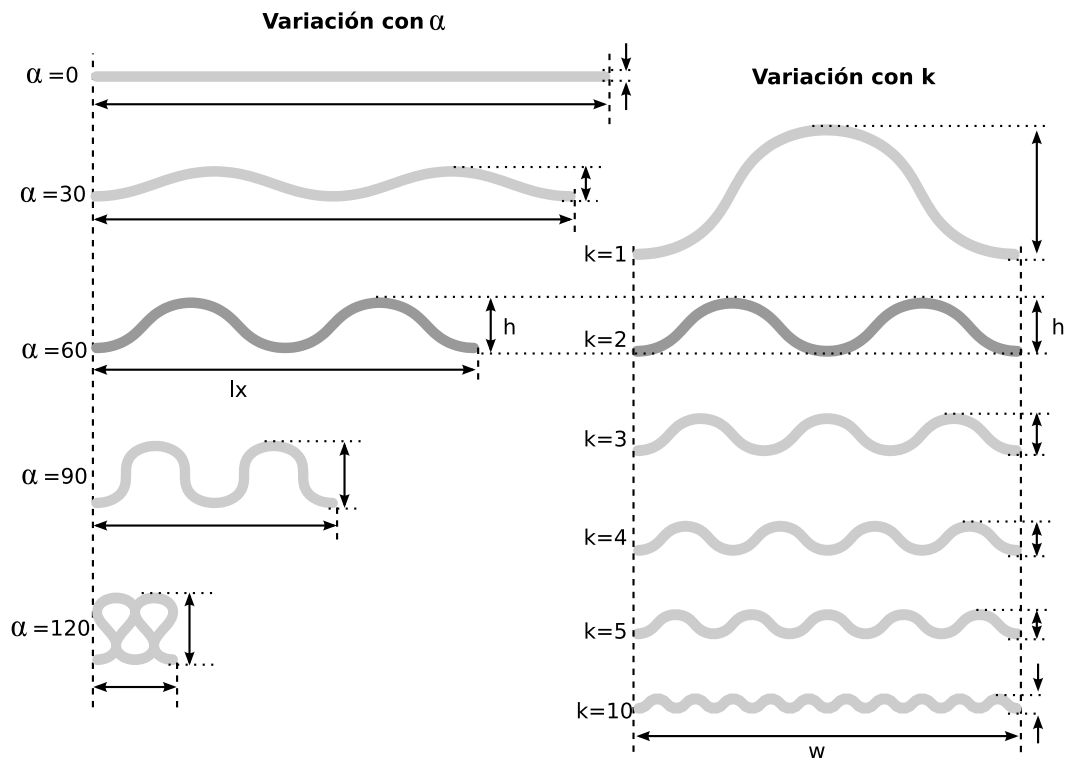


Figura 4.2: Variación de la forma del robot con los parámetros  $\alpha$  y  $k$ , cuando  $\phi = -90$

movimiento I emplea una onda de mayor altura lo que hace que el paso sea mayor que el del movimiento II ( $\Delta x_1 > \Delta x_2$ )

Vemos que son las propiedades globales de la onda las que determinan el avance del robot. Esto nos va a permitir describir el modelo cinemático a partir de las características de las ondas que recorren el cuerpo del robot.

Cuando se utiliza el modelo de control de generadores sinusoidales descrito en el apartado 3.5 la onda corporal que aparece es de tipo serpentinoide (apartado 3.6.2). En los siguientes apartados estudiaremos esta onda, sus dimensiones y deduciremos los criterios de estabilidad y la ecuación del paso.

#### 4.2.2. Onda serpentinoide

Los parámetros que caracterizan la onda serpentinoide están resumidos en la tabla 3.6. Son el ángulo de serpienteo  $\alpha$ , el número de ondulaciones  $k$  y la fase  $\phi$ . El par  $(k, \alpha)$  determina la forma del robot y sus dimensiones (altura  $h$  y anchura  $w$ ) y lo denominamos **punto de trabajo**.

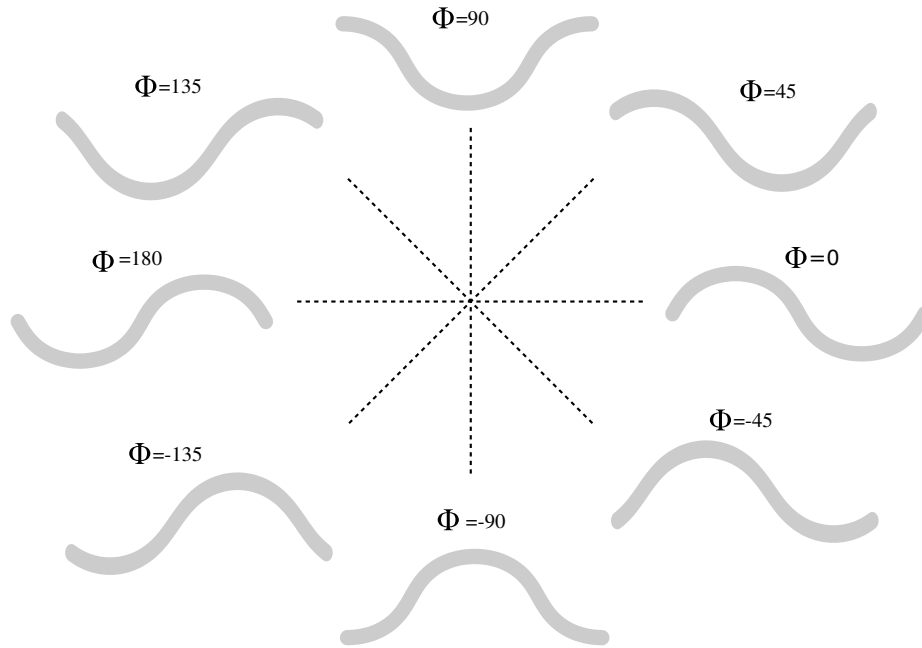


Figura 4.3: Forma de la onda para diferentes fases, con  $k = 1$  y  $\alpha = 60$  grados .

En el modelo continuo **la altura y la anchura no dependen de la fase**, permaneciendo constantes durante la propagación de la onda. En la figura 4.2 se muestra gráficamente la relación entre  $(k, \alpha)$  y la forma, para un robot con longitud  $l$  y fase  $-90$ . En la parte central se ha dibujado en un color más oscuro la forma del robot para  $\alpha = 60$  y  $k = 2$ . En la izquierda están las variaciones con el parámetro  $\alpha$ . A mayor valor de  $\alpha$ , mayor es la altura  $h$  pero menor es la anchura  $w$ . En la derecha se ha dibujado la variación con  $k$ . Al aumentar el número de ondulaciones, la altura disminuye pero  $w$  permanece constante.

La forma del robot con la fase  $\phi$  se muestra en la figura 4.3. Un incremento positivo de la fase hace que la onda se desplace en sentido negativo del eje  $x$ .

### 4.2.3. Espacio de formas $h_1$

Denominamos espacio de formas  $h_1$  al conjunto de todos los puntos de trabajo  $(k, \alpha)$  que se encuentran en la región  $\alpha \in [0, 120]$  y  $k \geq 1$ . Cada uno de estos puntos determina la forma y dimensiones del robot para una fase  $\phi$  y longitud  $l$  dadas. Este espacio lo representaremos en un sistema cartesiano, cuyas abscisas son el número de ondulaciones y las ordenadas el ángulo de serpenteo, como se muestra en la figura 4.4. En este ejemplo se está usando una fase de  $\phi = -90$ . Para los puntos de la recta  $\alpha = 0$ , el robot es un segmento horizontal de longitud  $l$ . Para ver las variaciones de la forma tomemos como ejemplo el punto de trabajo  $(4, 60)$ . Un desplazamiento en sentido negativo de las ordenadas hace que el ángulo de serpenteo decrezca y por tanto el robot se vaya “aplanando”:  $w$  aumenta y  $h$  disminuye (comparar los puntos  $(4, 60)$  y  $(4, 30)$ ). Un desplazamiento en el sentido negativo

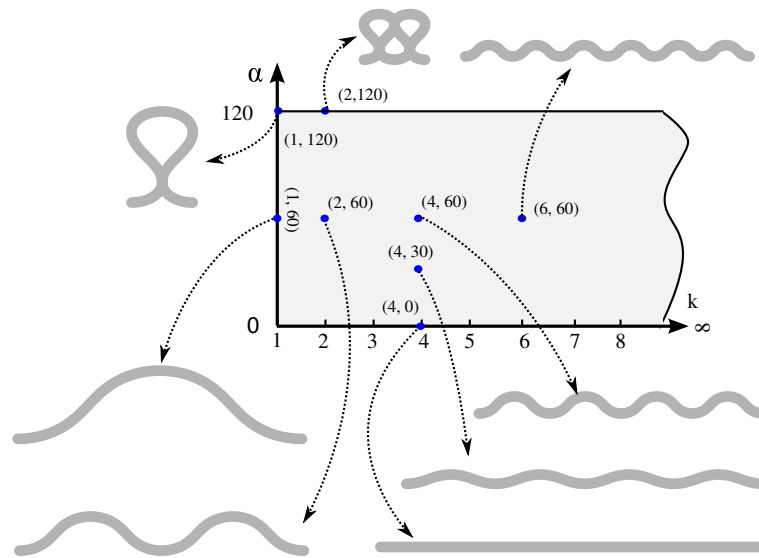


Figura 4.4: Representación gráfica del Espacio de formas  $h_1$ . Se muestran las formas del robot en diferentes puntos de trabajo, para una fase de  $-90$  grados.

de las abscisas provoca que el número de ondulaciones disminuya, aumentado  $h$  y permaneciendo  $w$  constante (comparar los puntos  $(4, 60)$  y  $(2, 60)$ ).

Esta representación del espacio de formas nos permitirá expresar gráficamente las restricciones en las dimensiones del robot. También nos servirá para dibujar las gráficas de las dimensiones y el paso con respecto a los puntos de trabajo.

En el modelo continuo el valor de  $k$  no está acotado, por lo que el eje  $x$  se extiende hasta el infinito.

#### 4.2.4. Dimensiones del robot

Cada punto del espacio de formas se corresponde con un robot de unas dimensiones. Las ecuaciones que relacionan  $(k, \alpha)$  con las dimensiones normalizadas son 3.24 y 3.25. A partir de ellas se calcula la altura y anchura de los robots con una longitud  $l$  y número de ondas  $k$  (ecuaciones 3.26 y 3.27).

En este apartado analizaremos las variaciones de las dimensiones de un robot continuo de longitud  $l = 1$  al movemos por el espacio de formas. Representamos los valores de  $h$  y  $w$  como porcentajes respecto a la longitud total. Dado que el parámetro  $k$  no está acotado, limitaremos la región a  $k \leq 10$  para una mejor representación de las gráficas.

##### 4.2.4.1. Altura

La altura normalizada  $h_n$  se obtiene a partir del punto  $(k, \alpha)$  mediante la ecuación 3.24. En la figura 4.5 se ha representado gráficamente. El punto de trabajo donde el robot tiene una altura mayor es

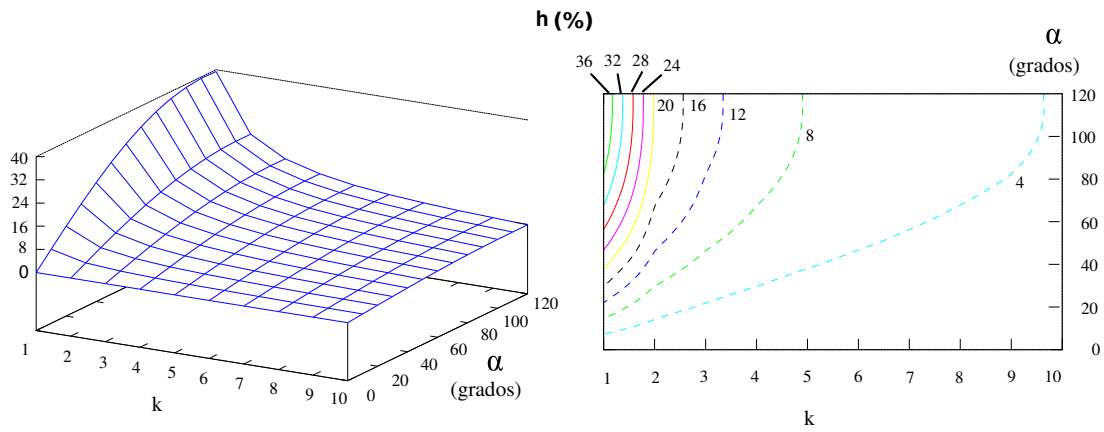


Figura 4.5: Altura normalizada de un robot ápodico continuo en función del punto de trabajo  $(k, \alpha)$

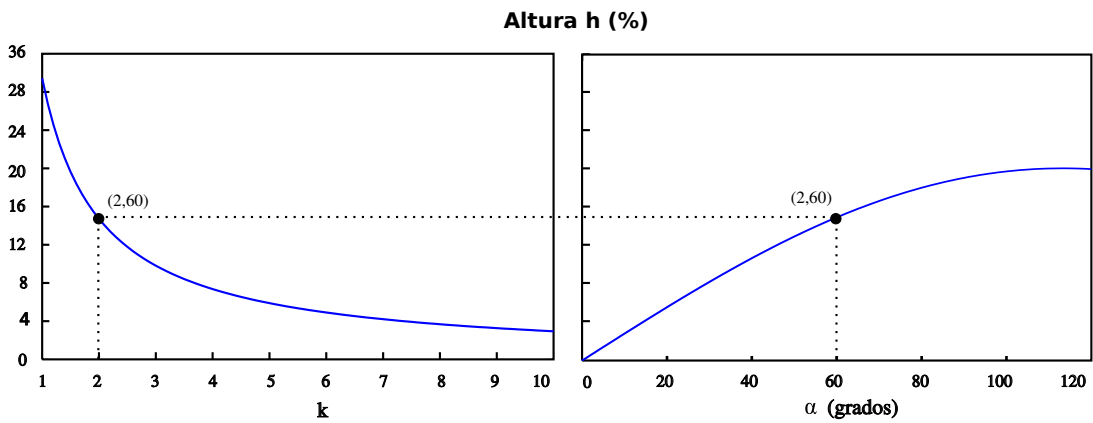


Figura 4.6: Altura asociada al punto de trabajo  $(2, 60)$  y sus variaciones con  $k$  y  $\alpha$

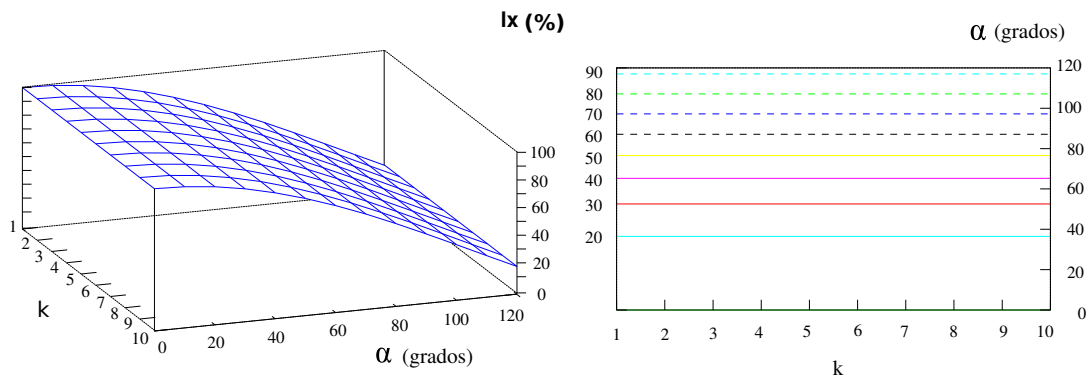


Figura 4.7: Anchura normalizada de un robot ápodico continuo en función del punto de trabajo  $(k, \alpha)$

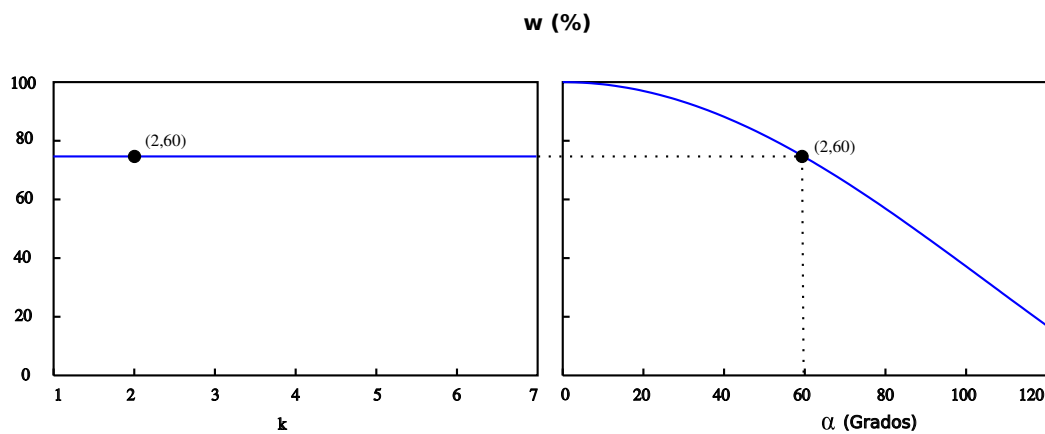


Figura 4.8: Anchura del punto de trabajo  $(2, 60)$  y sus variaciones con  $k$  y  $\alpha$ .

$(1, 120)$ , cuyo valor es aproximadamente del 40 % de su longitud. Se observa que disminuye con el incremento de  $k$  y con el decremento de  $\alpha$ .

En la figura 4.6 se ha representado la altura del punto de trabajo  $(2, 60)$  y su variación en función de los parámetros  $k$  (izquierda) y  $\alpha$  (derecha). La variación con  $\alpha$  es bastante lineal entre los valores de 0 y 60 grados aproximadamente. El valor de  $h$  es inversamente proporcional a  $k$ .

#### 4.2.4.2. Anchura

La anchura normalizada se obtiene a partir del punto  $(k, \alpha)$  mediante la ecuación 3.25. La representación gráfica se muestra en la figura 4.7. La anchura es máxima cuando  $\alpha = 0$  y disminuye con el incremento de  $\alpha$ . Permanece constante con  $k$ .

En la figura 4.8 se muestra el punto de trabajo  $(2, 60)$  y su variación con  $k$  y  $\alpha$ . Para valores de  $\alpha$  entre 60 y 120 aproximadamente, la variación de  $w$  es bastante lineal.

### 4.2.5. Principio de estabilidad

La locomoción del robot está determinada por su forma y por tanto por la posición del punto de trabajo dentro del espacio de formas. En unas zonas el movimiento será estáticamente estable, en otras no existirá desplazamiento o será muy brusco. En este apartado estableceremos un criterio para determinar en qué región del espacio de formas el movimiento es estáticamente estable.

Diremos que el **robot es estable** para una fase  $\phi$  si se verifica que al menos existen dos puntos de apoyo con el suelo y que la proyección del centro de gravedad cae dentro del segmento que une estos dos puntos.

Definimos la **locomoción estáticamente estable** como aquella en la que el robot es estable para todas las fases. Es decir, que el robot sea estable durante toda la propagación de la onda. Se verifica, además, que cuando la locomoción es de este tipo el centro de gravedad permanece siempre a la misma altura y el movimiento es muy suave.

**Principio de estabilidad** *Si el número de ondulaciones ( $k$ ) es mayor o igual a dos, entonces el movimiento del robot será estáticamente estable.*

Además, dentro de la región de estabilidad, cuanto mayor sea el valor de  $k$  mayor será la estabilidad del robot. Al aumentar  $k$ , el número medio de puntos de apoyo será mayor y la altura del robot disminuirá, mejorando la estabilidad.

En los siguientes apartados estudiaremos este principio con más detalle.

#### 4.2.5.1. Estabilidad cuando $k \geq 2$

Cuando el número de ondulaciones es mayor o igual a 2, siempre existirán, al menos, dos puntos de apoyo en el suelo y el robot será estable. En la figura 4.9 se muestran cinco instantes durante el desplazamiento de un robot con dos ondulaciones, con fases correspondientes de  $-90$ ,  $180$ ,  $90$ ,  $0$  y  $-90$  grados. Inicialmente existen tres puntos de apoyo por lo que el robot es estable. Al variar la fase las ondas se propagan. Para  $\phi = 180$  sólo hay dos puntos de apoyo, pero como la proyección del centro de gravedad ( $C_G$ ) está dentro del segmento que une estos puntos, el robot es estable. Esta condición se verifica para el resto de fases. Además, la altura del centro de gravedad permanece constante.

La situación es similar para  $k \geq 2$  pero con la diferencia de que el número medio de puntos de apoyo aumentará.



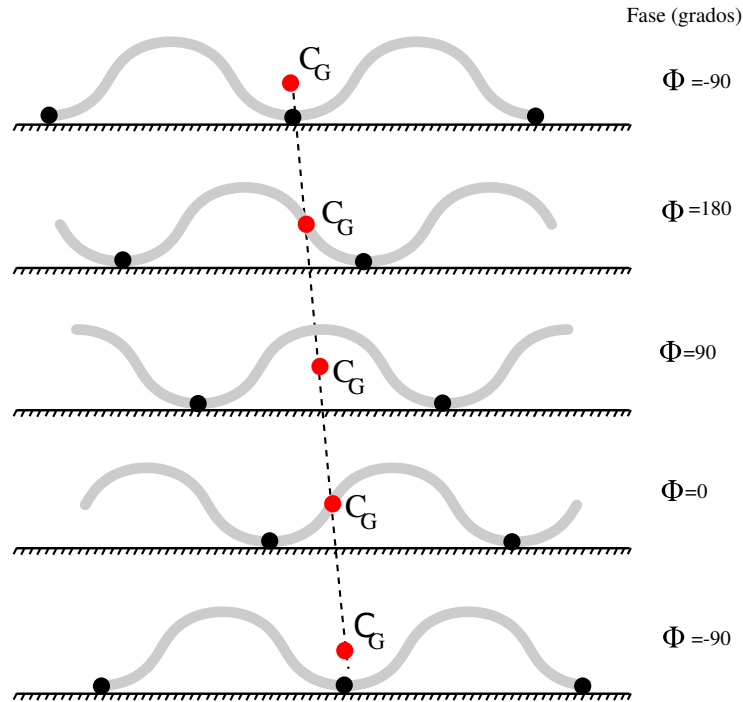


Figura 4.9: Locomoción del robot cuando  $k = 2$ . Es estáticamente estable

#### 4.2.5.2. Estabilidad para $k < 2$

Cuando  $k < 2$  existen fases en las que sólo hay un punto de apoyo. En esta situación el robot se inclinará hacia adelante o hacia atrás. Durante la locomoción, el número medio de puntos de apoyo será inferior a 2.

El caso peor se produce cuando sólo hay un punto de apoyo. Ocurre para las fases en las que el robot tiene forma de “U” en su parte central. En la figura 4.10 se muestra esta situación para diferentes valores de  $k$ . Cuando  $k = 2$  se pasa de uno a tres puntos de apoyo.

Como ejemplo de un movimiento no estáticamente estable estudiaremos el caso en que  $k = 1$ . Primero analizaremos la relación entre la fase del robot y la estabilidad. En la figura 4.11 se muestra en la izquierda la forma de la onda para diferentes fases y en la derecha la orientación real del robot. Las formas son iguales, pero varían su inclinación. En el caso de  $\phi = -90$  ambas orientaciones son iguales. Los puntos de apoyo A y B están alineados. Para  $\phi = 180$ , el punto de apoyo inicial es A. El robot se debe inclinar hacia la derecha para que el punto B también entre en contacto con el suelo. En esta situación el robot también es estable. Ocurre lo mismo para  $\phi = 0$  pero la inclinación es hacia el lado contrario.

Sin embargo, el caso peor se produce para  $\phi = 90$ . Existe un único punto de apoyo por lo que el robot se inclinará hacia la derecha, la izquierda u oscilará.

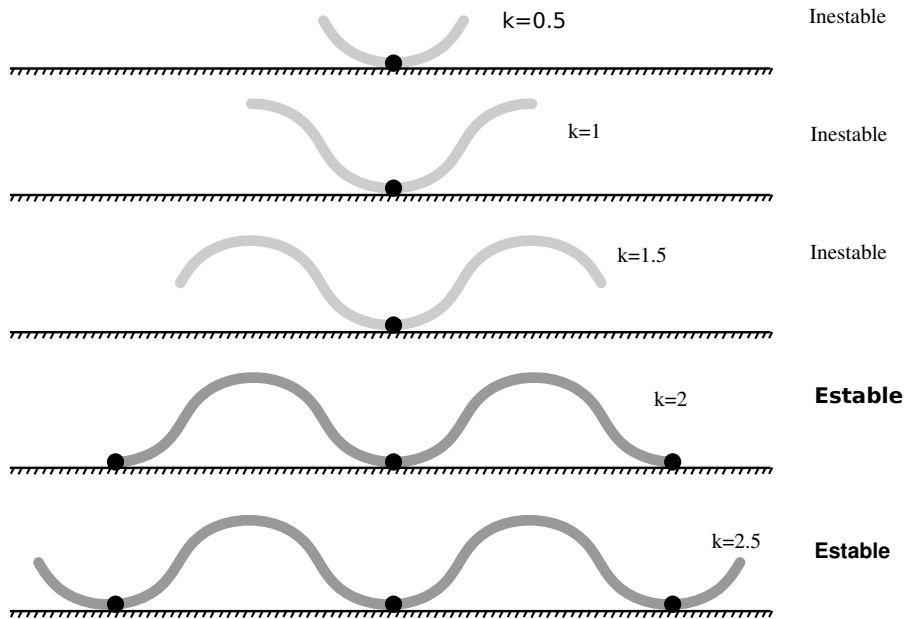


Figura 4.10: Estabilidad del robot en función de  $k$

A partir de esta información se puede obtener cómo será la locomoción del robot. Se ha dibujado en la figura 4.12. Se comienza con una situación estable. Al aumentar la fase la onda se desplaza hacia la derecha. El robot empieza a desplazarse también en este sentido. Cuando  $\phi = 180$  el centro de gravedad se encuentra más próximo al punto  $A$  y su altura ha disminuido. Cuando la fase está cercana a  $90$  grados (el caso peor), la proyección del centro de gravedad está muy cerca de  $A$ . El robot está todavía inclinado hacia el lado derecho. Cuando se alcanza la situación en la que la fase es cercana a  $90$  pero mayor ( $90 + \epsilon$ ), el robot se inclinará hacia la izquierda desapareciendo los puntos de apoyo  $A$  y  $B$  y apareciendo dos nuevos: el  $C$  y el  $D$ . Esta transición no es estable. Provoca un movimiento brusco del robot. La onda sigue propagándose y el movimiento continúa estable hasta alcanzar la fase inicial  $\phi = -90$ , donde finaliza el ciclo.

El resultado es que para el caso de  $k = 1$  y en general para  $k < 2$ , el robot no es estable en todo momento. Existe un rango de fases en las que un extremo golpea contra el suelo. Esto no significa que no pueda existir movimiento, sino que aparecerá una transición “brusca” en algunas fases. Este efecto se puede controlar con el parámetro  $\alpha$ . Para valores bajos, el robot tendrá poca altura y la inclinación de una orientación a otra será suave.

Además, cuando la locomoción no es estáticamente estable la altura del centro de masas del robot no permanece constante sino que oscila con la propagación de la onda.

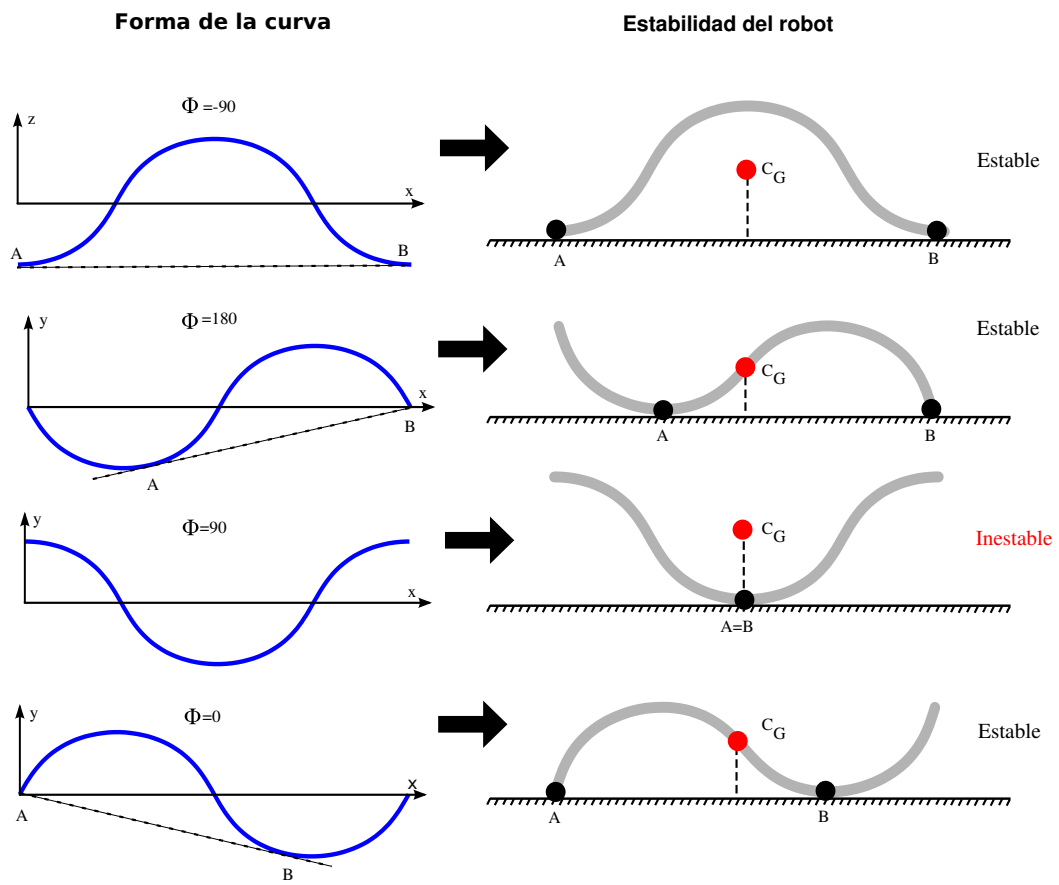


Figura 4.11: Relación entre la fase del robot y la estabilidad para  $k = 1$

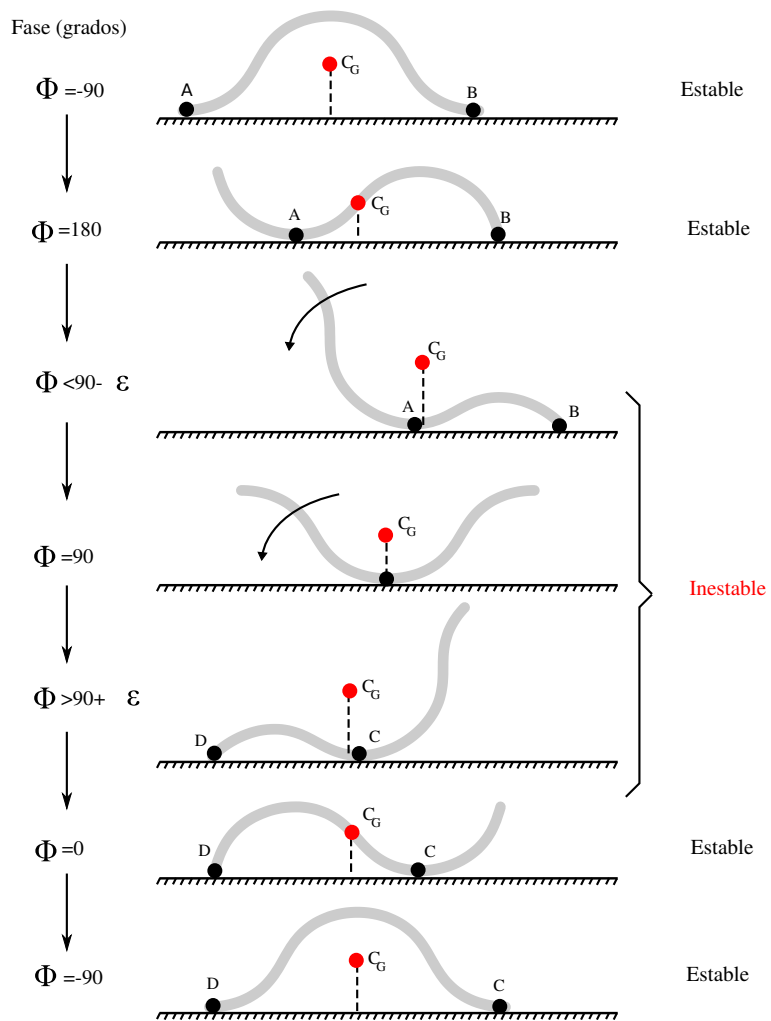


Figura 4.12: Estabilidad del robot para  $k = 1$

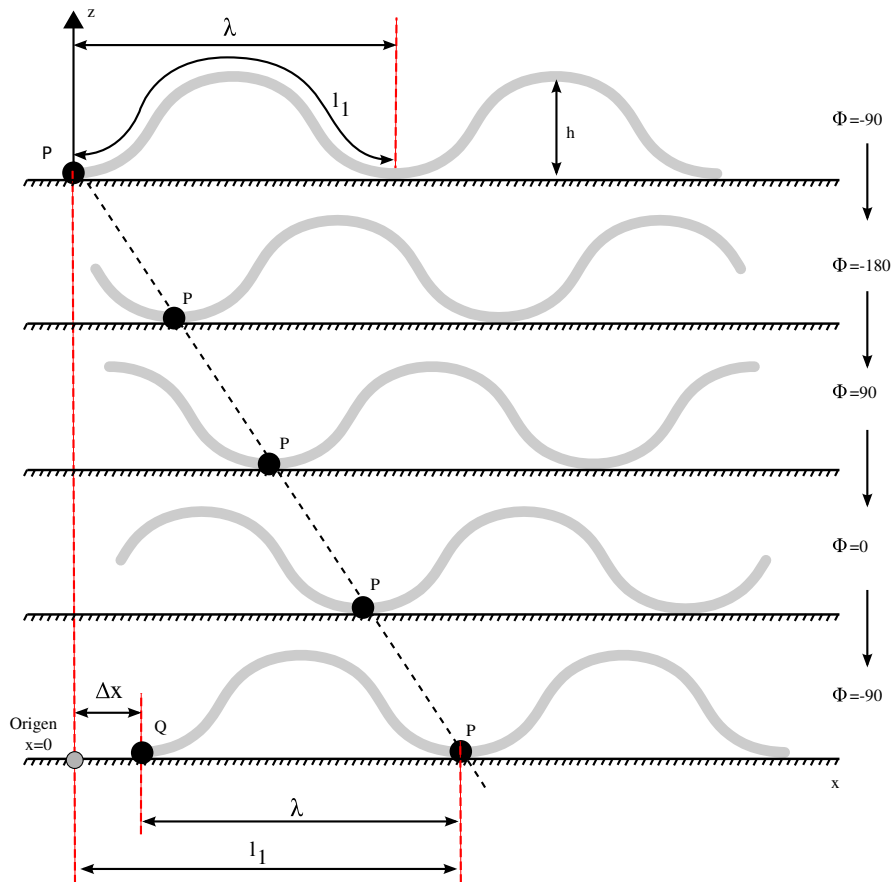


Figura 4.13: Caracterización del paso

### 4.2.6. Caracterización del paso

De todos los puntos del espacio de formas, sólo aquellos en los que se cumpla el principio de estabilidad la locomoción será estáticamente estable. Esta es la región donde se podrá conocer a priori cuál es el paso que da el robot en función los parámetros  $k$  y  $\alpha$ .

#### 4.2.6.1. Ecuación del paso

**Principio del paso:** Si el movimiento es estáticamente estable y asumiendo que no haya deslizamiento de los puntos de apoyo, el paso del robot se calcula mediante la ecuación 4.1.

$$\Delta x = (l - w) \frac{1}{k} = \frac{l}{k} - \lambda = l_1 - \lambda \tag{4.1}$$

donde  $l$  es la longitud del robot,  $w$  la anchura y  $k$  el número de ondulaciones. La deducción se muestra gráficamente en la figura 4.13 donde se ha representado el avance del robot en cinco fases diferentes

y con  $k = 2$ . El razonamiento es el mismo cuando  $k > 2$ .

Se parte de un robot con fase inicial de  $-90$  grados. El parámetro  $l_1$  es la longitud de una ondulación y es igual a  $l/k$ . La longitud de onda  $\lambda$  es la anchura de una ondulación. Es igual a  $w/k$  (ec. 3.21).  $P$  es el punto de contacto con el suelo que inicialmente está en el extremo izquierdo. Al variar la fase, este punto se desplaza hacia la derecha.

Asumiendo que **no hay deslizamiento**, transcurrido un ciclo, el punto  $P$  se habrá desplazado una distancia igual a la longitud de la ondulación ( $l_1$ ). Aparece un nuevo punto de apoyo izquierdo  $Q$  situado en la abscisa  $l_1 - \lambda$ . La distancia que se ha desplazado el extremo izquierdo del robot durante un ciclo es  $\Delta x$ , que es la abscisa del punto  $Q$ , por lo que  $\Delta x = l_1 - \lambda$ . Poniendo  $l_1$  y  $\lambda$  en función de  $l$  y  $k$  se obtiene la ecuación final 4.1.

#### 4.2.6.2. Paso normalizado

Definimos el paso normalizado  $\Delta x_n$  como la distancia que avanza un robot de longitud unitaria. Se obtiene a partir de la ecuación 4.1 sustituyendo  $l$  por 1:

$$\Delta x_n = \frac{1}{k} (1 - w_n) \quad (4.2)$$

donde  $w_n$  es la anchura normalizada. El cálculo del paso para un robot de longitud genérica  $l$  es proporcional al paso normalizado:

$$\Delta x = l \Delta x_n$$

La ecuación 4.2 se puede reescribir poniéndola exclusivamente en función del punto de trabajo como:

$$\Delta x_n = \frac{1}{k} \left( 1 - \int_0^1 \cos(\alpha \cos(2\pi s)) ds \right) \quad (4.3)$$

#### 4.2.6.3. Espacio de formas y paso

La ecuación 4.3 asocia un paso a cada uno de los puntos de trabajo del espacio de formas. Puesto que sólo podemos conocer a priori el paso de los movimientos que son estáticamente estables, restringimos el espacio de formas a los puntos donde se cumpla el criterio de estabilidad, con  $k \geq 2$ .

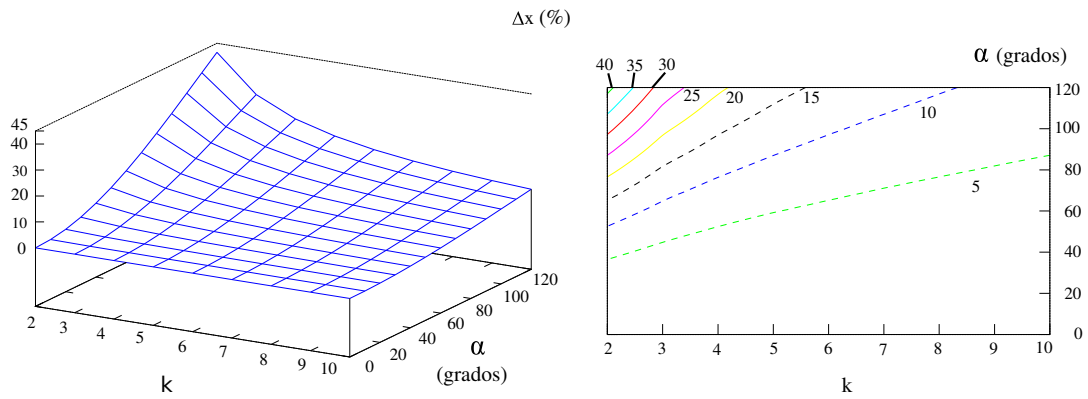


Figura 4.14: Paso normalizado de un robot ápedo continuo en función del punto de trabajo  $(k, \alpha)$

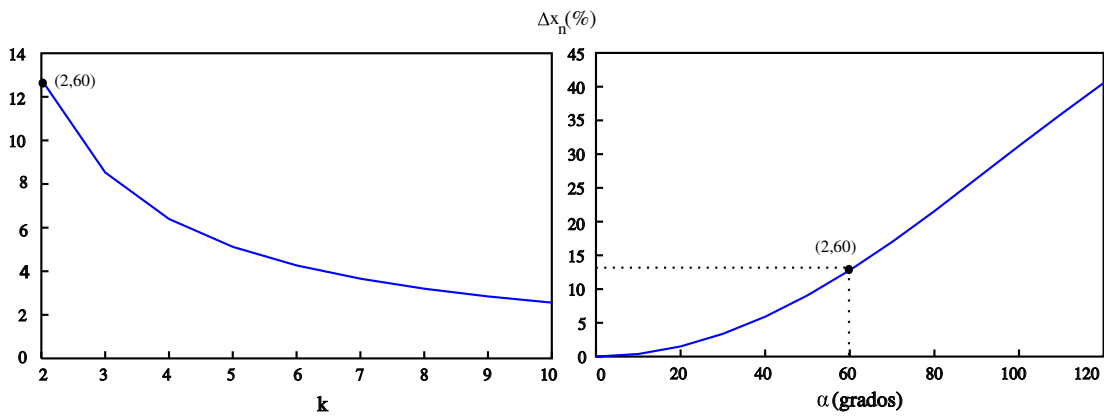


Figura 4.15: Paso normalizado del punto de trabajo  $(2, 60)$  y sus variaciones con  $k$  y  $\alpha$ .

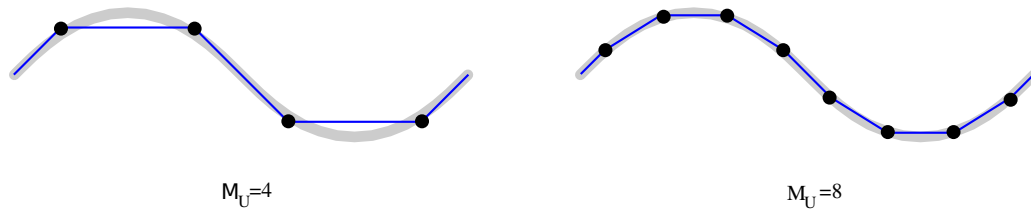


Figura 4.16: Comparación de una curva serpentinoide continua con sus equivalente discretos de 4 y 8 módulos por ondulación

La representación del paso para los puntos del espacio de formas con valores  $k \geq 2$  se muestra en la figura 4.14. El valor máximo de  $\Delta x$  es aproximadamente del 45 % de la longitud y se obtiene para el punto de trabajo (2, 120). Es decir. **El paso será mayor cuanto mayor sea  $\alpha$  y menor  $k$ .**

En la figura 4.15 se muestra el punto de trabajo (2, 60) y su variación con  $k$  y  $\alpha$ . La variación de  $\alpha$  entre 60 y 120 es bastante lineal.

### 4.3. Modelo discreto

#### 4.3.1. Introducción

Los robots ápodos reales son de naturaleza discreta. Están formados por la unión de  $M$  módulos. Los modelamos utilizando los mismos parámetros que en el caso continuo: ángulo de serpeo  $\alpha$  y número de ondulaciones  $k$ . El modelo matemático que usamos es el de una curva/onda serpentinoide discreta, introducido en el apartado 3.6.3.

En el modelo continuo, las articulaciones están separadas una distancia infinitesimal y existe un número infinito de ellas. Sin embargo, en el modelo discreto existen  $M$  módulos, separados por una distancia  $d$  fija. La forma y propiedades del robot dependen, además, del número  $M$  de módulos que lo forman. Para estudiar las formas básicas definimos un nuevo parámetro, **el número de módulos por ondulación:**

$$M_u = \frac{M}{k} \quad (4.4)$$

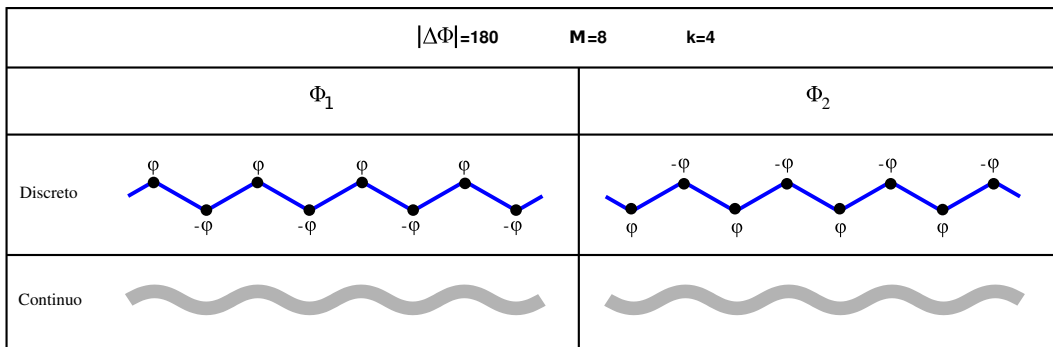
El parámetro  $M_u$  es el que define la forma de las ondulaciones del robot. Así, las ondulaciones de un robot con  $M = 8$  y  $k = 2$  serán iguales a las de otro con  $M = 4$  y  $k = 1$ . Ambos con  $M_u = 4$ .

En la figura 4.16 se muestra una curva serpentinoide continua a la que se le han superpuesto dos serpentinoides discretas, una con cuatro módulos por ondulación y otra con ocho. Cuanto mayor sea  $M_u$ , más se parecerá el modelo discreto al continuo.



Parámetro	Descripción	Rango
$\Delta\phi$	Variación de fase	$\Delta\phi \in [-180, 180]$
$M$	Número de módulos	$M \geq 2$
$M_u$	Número de módulos por ondulación	$M_u \in [2, M]$
$k$	Número de ondulaciones	$k \in [1, M/2]$
$A$	Amplitud de los generadores	$A \in [0, A_{max}], A_{max} \leq 90,$
$\alpha$	Ángulo de serpenteo	$\alpha \in [0, \alpha_{max}], \alpha_{max} \leq 120$

Cuadro 4.1: Parámetros y sus rangos de valores para el modelo de robot ápedo discreto

Figura 4.17: Forma de los robots para  $|\Delta\phi| = 180$  en las fases donde el ángulo de doblaje es máximo

Debida a esta discretización, aparecerán limitaciones en los valores de  $\alpha$  y  $k$ . Además, **la forma de la onda durante la propagación no será constante**, a diferencia del caso continuo.

Para el estudio de las propiedades de locomoción de los robots ápedos discretos supondremos que hay  $M$  bloques, cada uno con 1 articulación de cabeceo (bloques módulo). El valor del par de parámetros  $d_0$  y  $d$  será por tanto  $L/2$  y  $L$  respectivamente (ver tabla 3.1). Para el estudio de las propiedades de la locomoción en línea recta de los robots del grupo cabeceo-viraje, los resultados de este capítulo se podrán aplicar directamente rehaciendo los cálculos usando los valores de  $d_0$  y  $d$  correspondientes.

Denominaremos robot ápedo discreto normalizado como aquel que tiene  $d = 1$ . Todas las gráficas las obtendremos en estos casos.

### 4.3.2. Diferencias con el modelo continuo

En el modelo discreto aparecen limitaciones en los valores de sus parámetros, que se resumen la tabla 4.1. Las analizaremos en los siguientes apartados.

#### 4.3.2.1. Limitaciones del incremento de la fase ( $\Delta\Phi$ )

En el modelo continuo, las articulaciones están separadas por una distancia infinitesimal  $ds$  y por tanto, la diferencia de fase entre los puntos  $s$  y  $s + ds$  es también infinitesimal ( $\Delta\phi \rightarrow 0$ ). Sin embargo,

en el modelo discreto esta diferencia de fase está dada por la ecuación 3.40. Depende del número de módulos ( $M$ ) y de las ondulaciones ( $k$ ). Si esta ecuación la reescribimos en función del parámetro  $M_u$  y expresamos la diferencia de fase en grados, tenemos:

$$|\Delta\phi| = \frac{360}{M_u} \quad (4.5)$$

Por la definición de  $\Delta\phi$ , su rango de valores están comprendido entre -180 y 180 grados. Cuando  $|\Delta\phi| = 180$ , las articulaciones consecutivas están en oposición de fase y por tanto sus ángulo de doblaje cumple que  $\phi_i = -\phi_{i+1}$ . En la figura 4.17 se muestra la forma que tienen dos robots discretos cuando  $|\Delta\phi| = 180$  para las fases donde el ángulo de doblaje es máximo. En estas condiciones todas las articulaciones tienen el mismo valor absoluto, pero con signos contrarios. El robot está formado por triángulos isósceles encadenados. Se ha representando un robot de 8 módulos, con cuatro ondulaciones. En la parte inferior se han dibujado las curvas serpentinoides continuas equivalentes.

#### 4.3.2.2. Limitaciones de $M_u$

Sustituyendo el valor  $|\Delta\phi| = 180$  en la ecuación 4.5 obtenemos que el número mínimo de módulos por ondulación  $M_u$  es igual a 2. En esa situación ( $M_u = 2$ ) el robot tiene la forma mostrada en la figura 4.17 ( $M_u = M/k = 8/4 = 2$ ).

El valor máximo de  $M_u$  es igual al número de módulos. Se obtiene para  $k = 1$ . En el modelo teórico, podrá haber tantos módulos por ondulación como se quiera, ya que  $M$  se podrá hacer todo lo grande que se quiera. Sin embargo, la limitación en la práctica vendrá dada por el par máximo de los servos empleados en la implementación del gusano. A mayor  $M_u$ , más módulos tendrán que ser levantados, requiriéndose un par más alto.

En esta tesis nos centramos sólo en la cinemática y no tendremos en consideración el par de los motores, que supondremos que puede ser infinitamente grande. Por ello, el rango de valores del número de módulos por ondulación es  $M_u \in [2, M]$ .

#### 4.3.2.3. Limitación de $k$

Al aumentar el número de ondulaciones, el valor de  $M_u$  disminuye, ya que  $M$  es constante (ec. 4.4). Por tanto, el valor máximo de  $k$  está dado por:

$$k_{max} = \frac{M}{M_{u_{min}}} = \frac{M}{2}$$

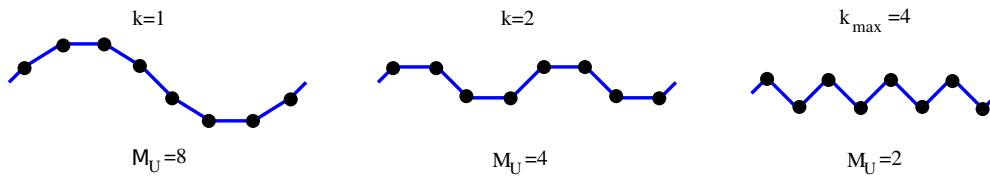


Figura 4.18: Forma de un robot ápodico de  $M$  módulos para  $k$  igual a uno, dos y cuatro. No puede tener más de cuatro ondulaciones.

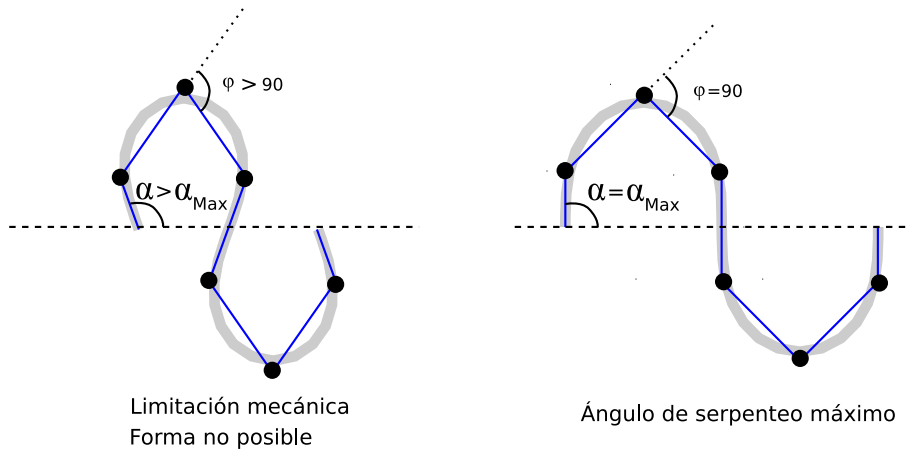


Figura 4.19: Limitación por el ángulo de doblaje máximo

En la figura 4.18 se muestra un robot de 8 módulos con 1, 2 y 4 ondulaciones. No puede haber más de 4 ondulaciones.

Al ser  $k$  y  $M_u$  inversamente proporcionales, cuanto mayor sea  $k$ , menor número de módulos habrá en cada ondulación y por tanto mayor será el error de discretización. Es decir, mayor será la diferencia entre la curva serpentinoide continua y discreta.

#### 4.3.2.4. Limitaciones mecánicas

En el modelo continuo, por la geometría de la curva serpentinoide, el ángulo de serpenteo no puede superar los 120 grados. Si se sobrepasa este valor habrá una colisión entre puntos de la misma curva. En el modelo discreto, además, existe una limitación en el valor máximo del ángulo de doblaje, que no puede superar los 90 grados, debido al tope mecánico de los servos usados para su implementación. Por tanto, el parámetro  $A$  siempre deberá cumplir que  $A \leq 90$ . Tenemos, entonces, dos limitaciones:

- **Limitación por el servo.** El ángulo de doblaje del servo nunca puede ser mayor que su tope mecánico. ( $A \leq 90$ )
- **Limitación por geometría.** El ángulo de serpenteo  $\alpha$  nunca podrá ser mayor que 120.

Además, los parámetros  $A$  y  $\alpha$  están ligados por la ecuación 3.39. La limitación en un parámetro afectará al otro y vice-versa. Así, en general tendremos en el modelo discreto las siguientes restricciones:

$$\alpha \leq \alpha_{max} \leq 120$$

$$A \leq A_{max} \leq 90$$

En la figura 4.19 se muestra gráficamente una situación en la que hay limitación por el servo. En la izquierda se ha dibujado una forma que NO es posible, en la que  $\alpha > \alpha_{max}$  y por tanto se viola la limitación mecánica de una de las articulaciones y  $\varphi > 90$ , lo cual no es posible. En el robot de la derecha, el valor de  $A$  es 90 por lo que existe al menos un ángulo de doblaje para una fase dada en la que  $\varphi$  será 90. Esto limita el ángulo de serpenteo a un valor inferior a su tope de 120.

Por tanto, no todos los puntos de los espacios de control  $H_1$  y de formas  $h_1$  son válidos, sino sólo aquellos que se encuentren en las regiones para las cuales  $A \in [0, A_{max}]$  y  $\alpha \in [0, \alpha_{max}]$ . En el resto de puntos se estará violando alguna de las limitaciones anteriores.

#### 4.3.2.5. Regiones de limitación

Los parámetros  $A_{max}$  y  $\alpha_{max}$  dependen de  $M_u$  y están dados por las siguientes ecuaciones:

$$\alpha_{max} = \begin{cases} \frac{45}{\sin\left(\frac{\pi}{M_u}\right)} & M_u \leq M_{uL} \\ 120 & M_u > M_{uL} \end{cases} \quad (4.6)$$

$$A_{max} = \begin{cases} 90 & M_u \leq M_{uL} \\ 240 \sin\left(\frac{\pi}{M_u}\right) & M_u > M_{uL} \end{cases} \quad (4.7)$$

La constante  $M_{uL}$  divide el rango de  $M_u$  en dos regiones, en cada una de las cuales aparece una limitación. Está dada por la expresión:

$$M_{uL} = \frac{\pi}{\arcsin\left(\frac{3}{8}\right)} \approx 8,2$$

Cuando  $M_u < M_{uL}$ , la limitación es debido a los servos. En esta región  $A_{max} = 90$  y  $\alpha_{max}$  será siempre inferior a 120 grados. Es el ejemplo mostrado en la figura 4.19. El robot de la derecha tiene una

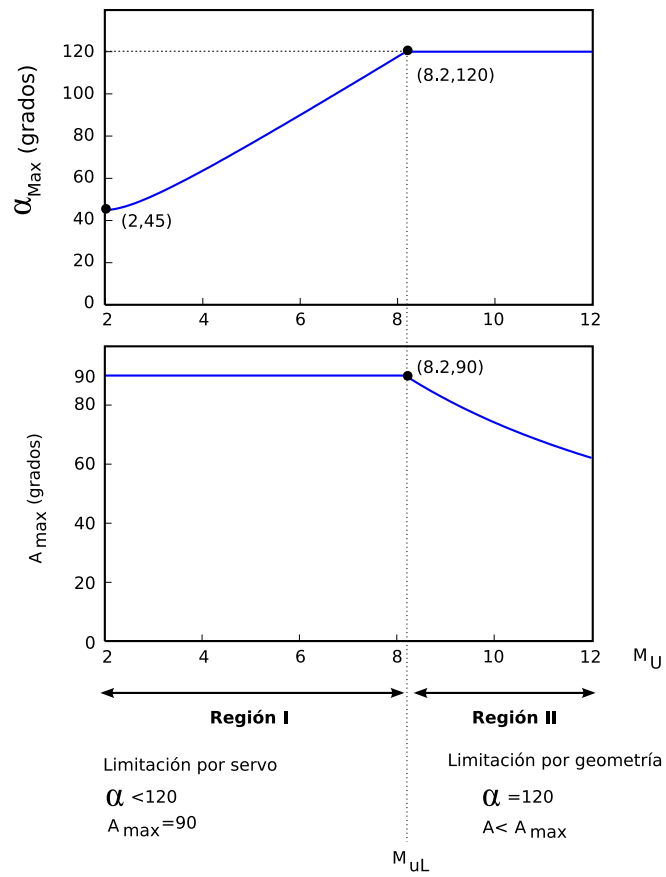


Figura 4.20: Representación gráfica de  $\alpha_{max}$  y  $A_{max}$  en función de  $M_u$ . Se muestran las dos regiones de limitación

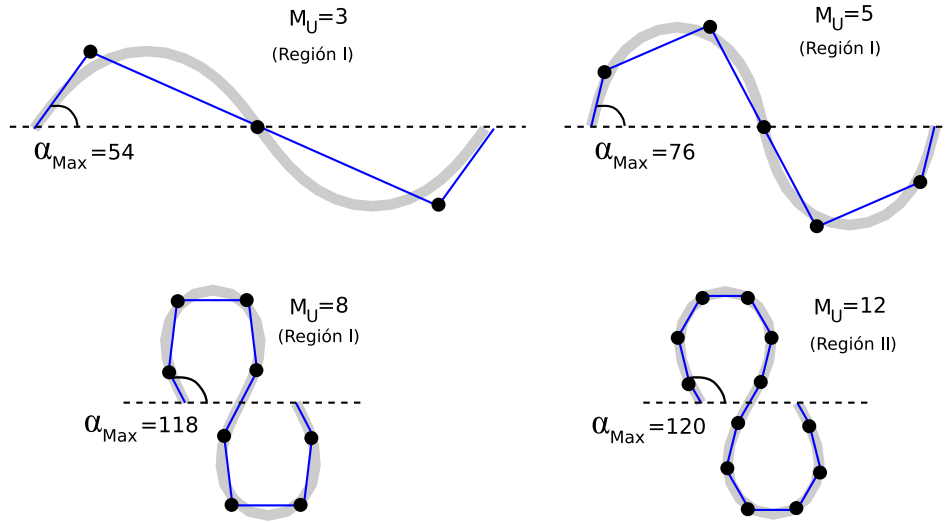


Figura 4.21: Representación gráfica del ángulo de serpiente máximo para cuatro valores de  $M_u$ .

articulación con un ángulo de doblaje igual a 90. Esto limita el valor máximo de  $\alpha$ . Si se aumentase  $\alpha$ , esta articulación tendría un ángulo mayor de 90, lo cual no es posible por el tope mecánico.

En la región  $M_u > M_{uL}$ , la limitación es debida a la geometría. En ella  $\alpha_{max} = 120$  y  $A_{max} < 90$ . Si se aplican amplitudes mayores que  $A_{max}$ , habrá colisión entre partes del robot y se violará la restricción  $\alpha \leq 120$ .

En la figura 4.20 se muestran las gráficas de  $\alpha_{max}$  y  $A_{max}$  en función de  $M_u$  así como las dos regiones de limitación. En la figura 4.21 se han representado gráficamente la forma de cuatro robots para valores de  $M_u$  de 3,5,8 y 12. Los tres primeros están en la región I y el último en la II.

**Deducción de las expresiones** La ecuación 3.39 que relaciona el parámetro  $A$  de una serpentina discreta con el ángulo de serpiente  $\alpha$  se puede reescribir en función de  $M_u$  como:

$$A = 2\alpha \sin\left(\frac{\pi}{M_u}\right) \quad (4.8)$$

Despejando el ángulo de serpiente queda:

$$\alpha = \frac{A}{2 \sin\left(\frac{\pi}{M_u}\right)}$$

$A$  y  $\alpha$  son directamente proporcionales por lo que el valor máximo de  $\alpha$  se obtiene para el valor máximo de  $A$ , que es 90. Además, siempre deberá ser menor o igual a 120 por lo que tenemos la inecuación:

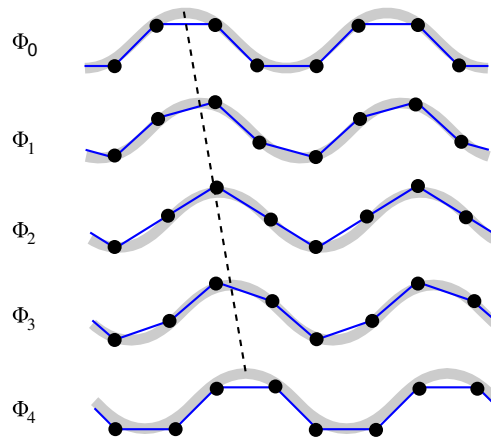


Figura 4.22: Variación de la forma de un robot ápedo con la fase

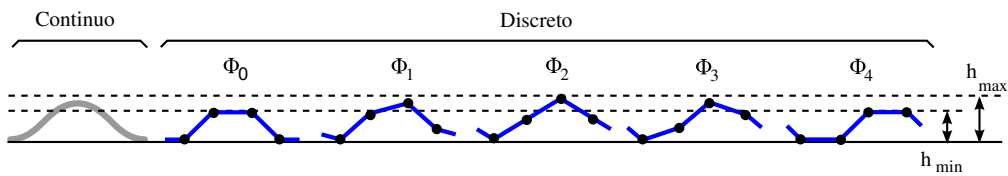


Figura 4.23: Variación de las dimensiones con la fase

$$\alpha_{max} = \frac{45}{\sin\left(\frac{\pi}{M_u}\right)} \leq 120$$

Despejando  $M_u$  obtenemos el valor de  $M_{uL}$  que delimita las dos regiones:

$$M_{uL} = \frac{\pi}{\arcsin\left(\frac{3}{8}\right)} \approx 8,2$$

Para obtener la expresión de  $A_{max}$  se particulariza la ecuación 4.8 para  $\alpha = 120$ . Será válida en la región II.

#### 4.3.2.6. Comportamiento con la fase

Otra de las diferencias entre el modelo discreto y el continuo es el comportamiento con la fase. En el modelo continuo la forma de la onda es la misma, solo que desplazada. Por tanto las dimensiones de altura y anchura de la onda permanecen constantes con la fase. Sin embargo, en el modelo discreto la orientación de los segmentos cambia con la fase. En la figura 4.22 se muestra la forma de un robot

ápodo de 8 articulaciones para diferentes fases. Se han superpuesto las curvas continua y discreta. En la fase  $\phi_0$  cada ondulación tiene una forma de trapecio. Sin embargo, en la fase  $\phi_2$  la forma es triangular.

En la figura 4.23 se muestra la forma de una ondulación de cuatro articulaciones para diferentes fases y se compara con una ondulación continua. La altura de la ondulación discreta varía entre un máximo y un mínimo que se producen en las fases  $\phi_0$  y  $\phi_2$  respectivamente.

Como indicamos en el apartado 3.6.3.4, definimos las dimensiones de una onda serpentinoide discreta como las máximas que alcanza al variar  $\phi$ . Al hablar de que la altura de un robot ápodo discreto es de por ejemplo 8 cm, significa que existirá al menos una fase en la que la altura tiene ese valor, aunque en el resto de fases sea menor.

### 4.3.3. Discretización

En este apartado estableceremos un criterio para comparar los modelos continuo y discreto. Primero definimos el error de discretización y luego proponemos los criterios que nos indican cuándo se puede aproximar un robot continuo por uno discreto y el error que estamos cometiendo.

La comparación la realizaremos suponiendo ondas discretas normalizadas ( $d = 1$ ) y con una única ondulación ( $k = 1$ ).

#### 4.3.3.1. Error de discretización

Dada una onda serpentinoide con ángulo de serpeo  $\alpha$  definimos la onda serpentinoide discreta equivalente de  $M_u$  articulaciones como aquella que tiene el mismo parámetro  $\alpha$ .

La comparación de las ondas discretas y continuas la haremos en base a la diferencia en sus dimensiones en el caso peor. Tomaremos como referencia las dimensiones del continuo y referiremos a él las del discreto expresando el error en tanto por ciento relativo. Las dimensiones normalizadas para el modelo continuo y discreto dependen del ángulo de serpeo. El caso peor es en el que la curvatura es mayor, que se produce cuando el ángulo de serpeo es el máximo posible ( $\alpha = \alpha_{max}$ ).

Definimos el **error en la altura**,  $\epsilon_h$ , de la siguiente manera:

$$\epsilon_h = \frac{h_c(\alpha_{max}) - h_d(\alpha_{max})}{h_c(\alpha_{max})}$$

donde  $h_c(\alpha_{max})$  es la altura normalizada de la onda serpentinoide continua para el máximo ángulo de serpeo y  $h_d(\alpha_{max})$  es la misma pero para el caso discreto. De manera similar definimos el **error en la anchura**:



$$\varepsilon_w = \frac{w_c(\alpha_{max}) - w_d(\alpha_{max})}{w_c(\alpha_{max})}$$

A partir de ella definimos el **error de discretización** como el valor máximo de los errores en las dimensiones:

■

$$\varepsilon_d = \text{máx} \{ \varepsilon_h, \varepsilon_{lx} \}$$

Con esta definición, al hablar de un error de discretización del 5 % estamos indicando que tanto la altura como la anchura difieren como máximo en un 5 % con respecto a las dimensiones del modelo continuo.

#### 4.3.3.2. Criterio de discretización

En este apartado establecemos tres criterios para comparar el modelo discreto con el continuo según los diferentes valores del error de discretización. Son:

- **Criterio del 15 %:** Si  $M_u \geq 3$  entonces el error de discretización es menor o igual al 15 %
- **Criterio del 10 %:** Si  $M_u \geq 5$ , el error de discretización es menor o igual al 10 %
- **Criterio del 5 %:** Si  $M_u \geq 7$ , el error de discretización es menor o igual al 5 %

El criterio que emplearemos en el resto de apartados será el del 5 %. Por tanto se puede realizar la siguiente afirmación:

**Principio de discretización:** Los robots discretos que tengan un número de módulos por ondulación superior o igual a 7 se pueden aproximar por las ecuaciones continuas con un error menor del 5 % en sus dimensiones.

**Demostración** En la gráfica de la figura 4.24 se muestran los errores de discretización ( $\varepsilon_h$  y  $\varepsilon_w$ ). A partir de ella se deducen los diferentes criterios de discretización. Se observa que el error en la anchura es siempre menor que el de la altura, por tanto, es  $\varepsilon_h$  el que determina el error de discretización. Se comprueba que para  $M_u \geq 7$ , el error de discretización es menor o igual al 5 %. El error en la anchura tiende rápidamente a 0 al aumentar  $M_u$ . El error en la altura tiende a disminuir más lentamente y con oscilaciones.

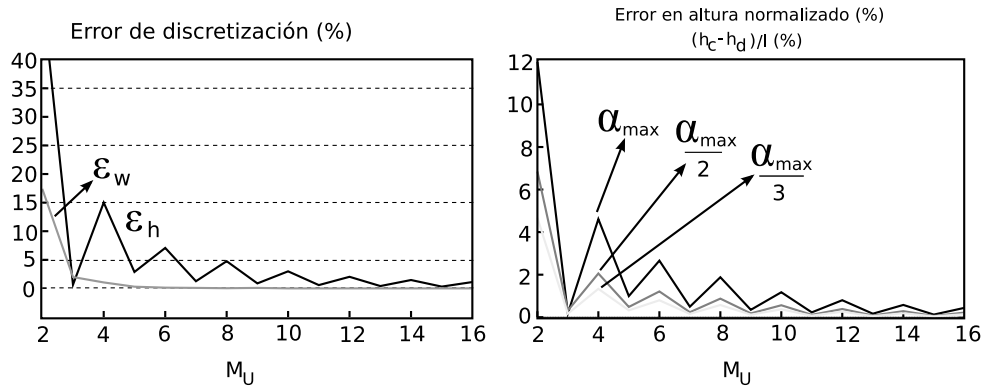


Figura 4.24: Izquierda: Error de discretización en función de  $M_u$ . Derecha: Error absoluto en la altura para diferentes valores de  $\alpha$ .

En la gráfica de la derecha de la figura 4.24 se ha representado el error absoluto en la altura normalizado con respecto a su longitud. Se puede ver cómo este error disminuye con  $\alpha$  y es máximo cuando  $\alpha$  es igual a  $\alpha_{max}$ . Si se garantiza que el error está por debajo de un umbral para  $\alpha_{max}$  entonces lo estará para cualquier  $\alpha < \alpha_{max}$ .

#### 4.3.4. Forma

##### 4.3.4.1. Formas, fase y módulos por ondulación

Los robots ápodos discretos tiene diferentes formas según la fase. Al propagarse la onda tanto la forma del robot como sus dimensiones cambian. Esta variación con la fase se puede representar en un diagrama como el mostrado en la figura 4.25. Por un lado, al aumentar  $M_u$  la forma se parece cada vez más a la del modelo continuo. Según el criterio de discretización enunciado en el apartado 4.3.3.2, cuando  $M_u \geq 7$  la diferencia en las dimensiones es menor del 5%. En el caso límite,  $M_u = 2$ , la variación de la fase hace que el gusano se comprima y se expanda. No hay una onda global que se propague.

##### 4.3.4.2. Formas y ángulo de serpenteo

La variación de la forma con  $\alpha$  se muestra en la figura 4.26. Como mostramos en el apartado 4.3.2.5, el valor máximo de  $\alpha$  aumenta con  $M_u$  hasta alcanzar la cota superior de 120 grados donde aparecen las limitaciones geométricas. Al aumentar  $\alpha$  manteniendo el mismo  $M_u$ , aumenta la altura y disminuye la anchura.

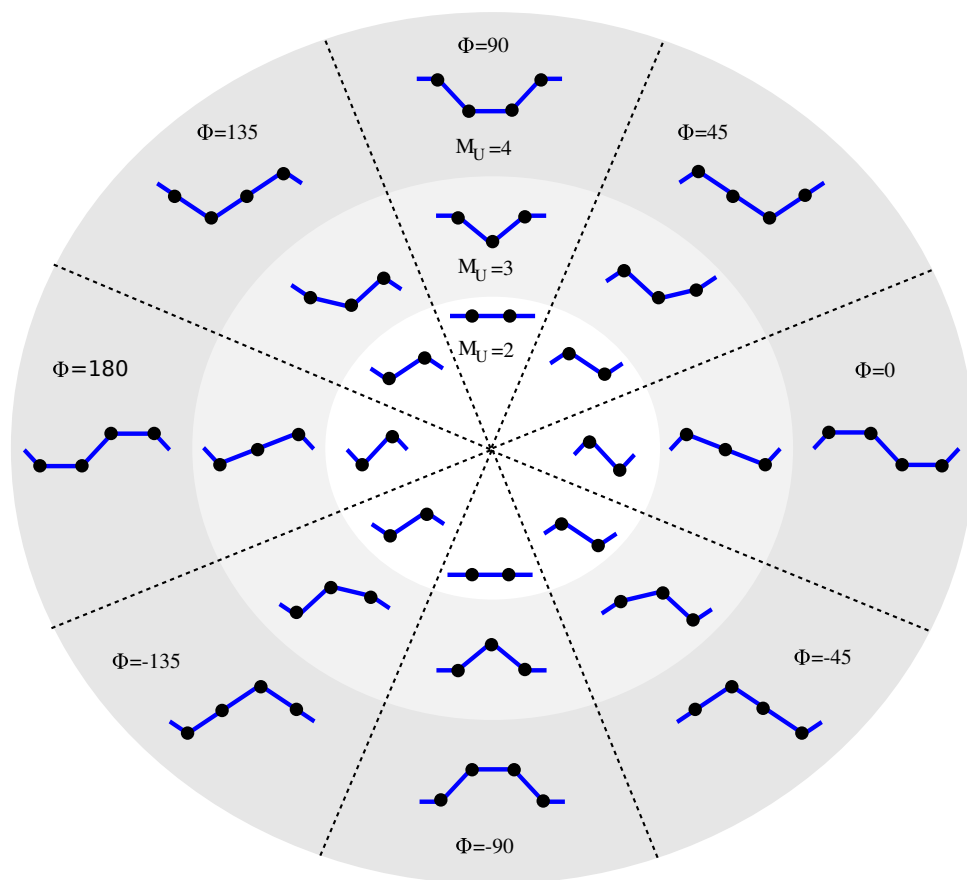


Figura 4.25: Variación de las formas con  $M_U$  y la fase

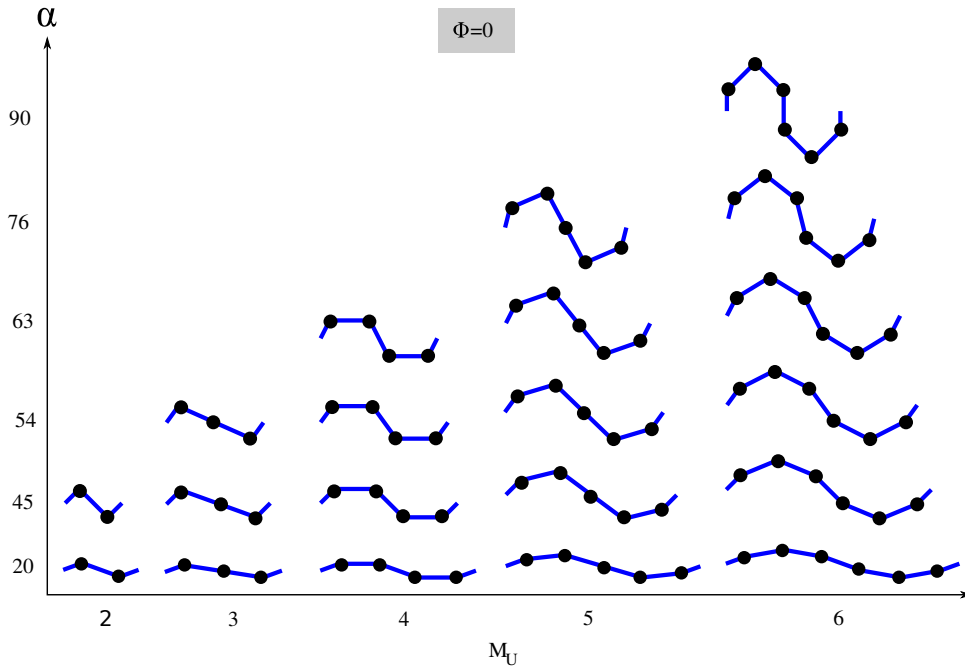


Figura 4.26: Variación de la forma con  $\alpha$  y  $M_u$

#### 4.3.4.3. Espacio de formas

Igual que en el caso continuo, las formas del robot las representaremos como puntos en el espacio de formas. Pero en el caso discreto, los puntos son los pares  $(M_u, \alpha)$ . Con ello estamos representando la forma que tiene una ondulación. Además, debido a las limitaciones mecánicas no se trata de un espacio rectangular sino de la zona comprendida entre el eje  $M_u$  y las curvas  $\alpha = \alpha_{max}(M_u)$  y  $\alpha = 120$  (ec. 4.6).

En la figura 4.27 se muestra una región del espacio de formas y el aspecto de los robots ápodos discretos para diferentes puntos de trabajo. El valor máximo de  $M_u$  es  $M$ , que se obtiene cuando  $k = 1$  y el mínimo es 2, correspondiente a  $k = M/2$ .

#### 4.3.5. Dimensiones

En esta sección representamos gráficamente las dimensiones del robot discreto para los diferentes puntos del espacio de formas, junto con la variación con la fase. Las dimensiones obtenidas están normalizadas con respecto a la longitud de un bloque ( $d$ ) y no con respecto a la longitud total ( $l$ ) como en el caso continuo. Para obtener las dimensiones de un robot genérico, habrá que multiplicarlas por el valor de su parámetro  $d$ .

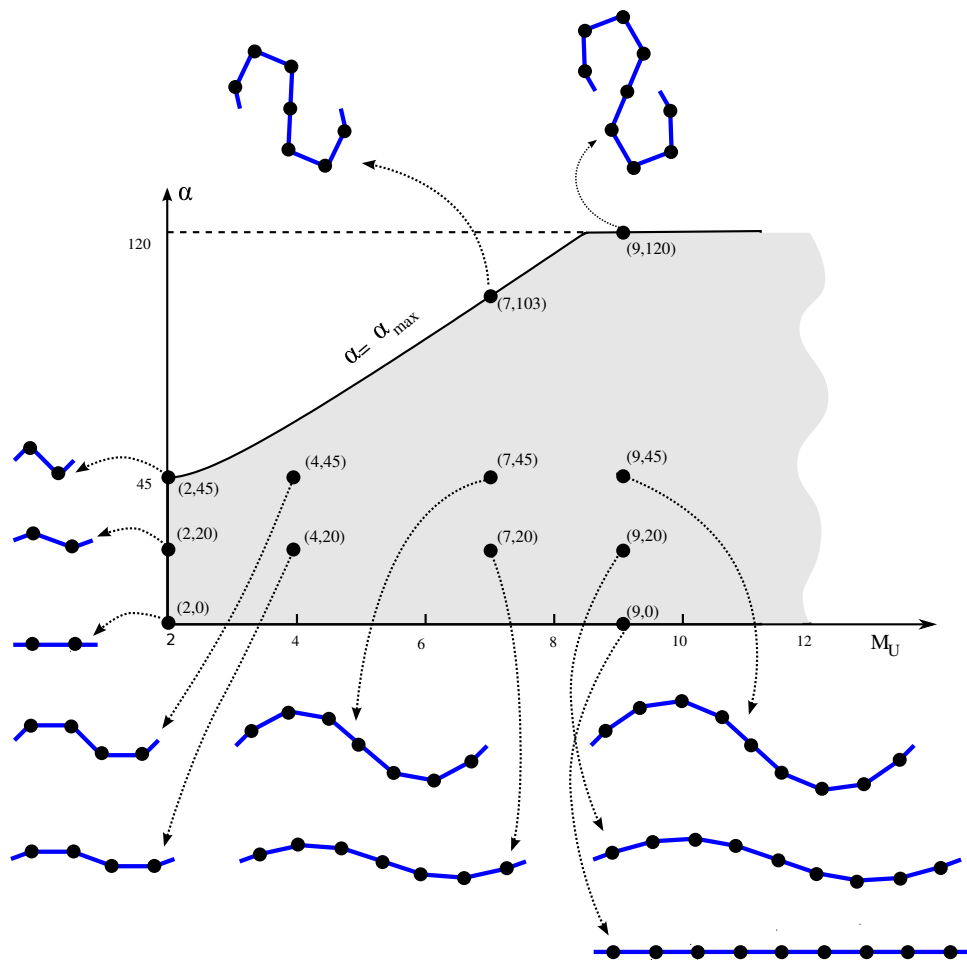


Figura 4.27: Espacio de formas de los robot ápodos discretos

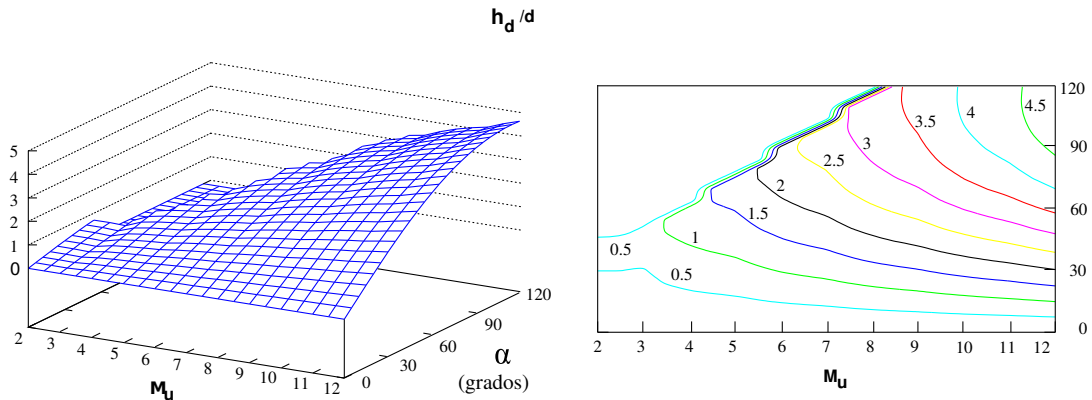


Figura 4.28: Altura máxima del robot ápedo discreto normalizado ( $h_d$ ) para cada punto del espacio de formas. La altura está normalizada con respecto a la longitud del bloque ( $d$ )

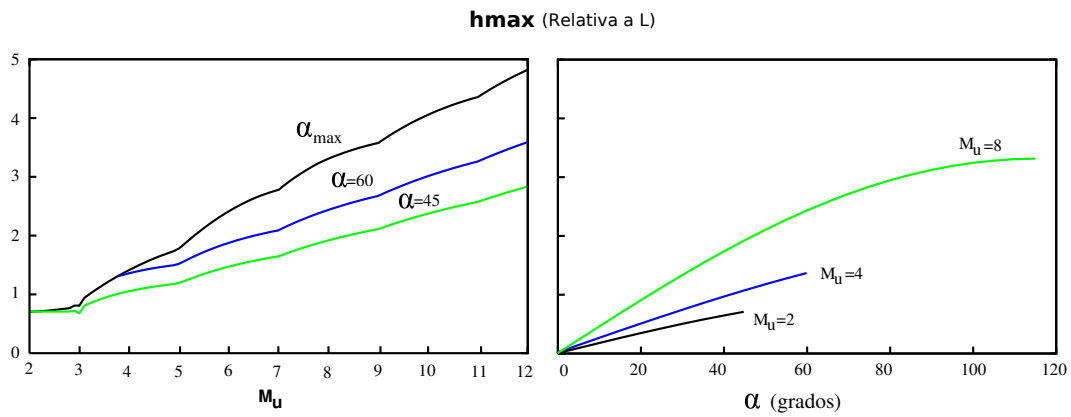


Figura 4.29: Variación de la altura en diferentes puntos de trabajo. **Izquierda:** variación con  $M_u$ , para robots con tres ángulos de serpeo. **Derecha:** variación con  $\alpha$ , para robots con diferentes módulos por ondulación.

#### 4.3.5.1. Altura

La altura de un robot ápedo discreto normalizado está dada por la ecuación 3.37 y se ha representado gráficamente en la figura 4.28. Por un lado la altura aumenta con  $M_u$ . Esto es lógico. A mayor número de módulos, mayor será la longitud total de una ondulación del robot y por tanto mayor será su altura. También aumenta con  $\alpha$ , como en el caso continuo.

En la figura 4.29 se muestra la variación para diferentes puntos de trabajo. En la izquierda se ha dibujado la variación con  $M_u$ , para diferentes valores del ángulo de serpeo. En la derecha está la variación con  $\alpha$ , para robots con distinto número de módulos por ondulación.

La altura varía también con la fase. Por definición, tomamos la altura  $h_d$  como el valor máximo entre las fases (ec. 3.35). Denotaremos por  $h_d(\phi_{min})$  el valor mínimo. Así, la expresión  $h_d - h_d(\phi_{min})$  nos indica la variación máxima de la altura con la fase. Esta variación, relativa a la altura máxima se

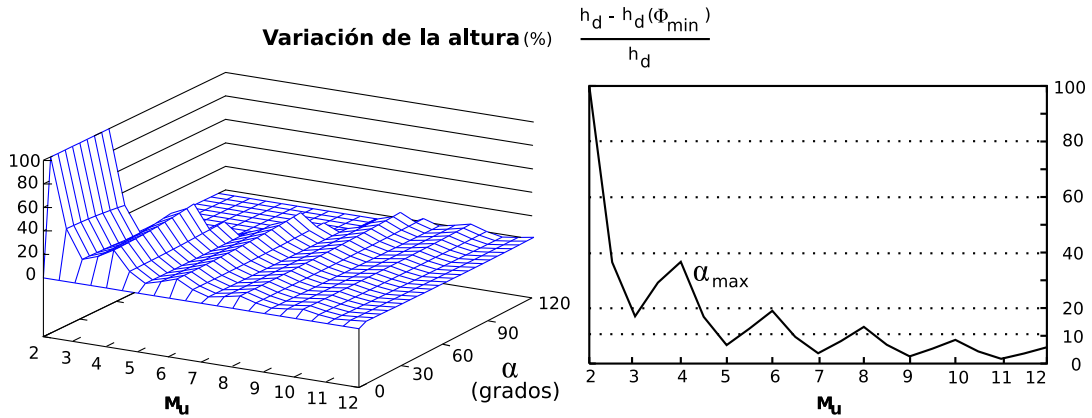


Figura 4.30: Variación de la altura

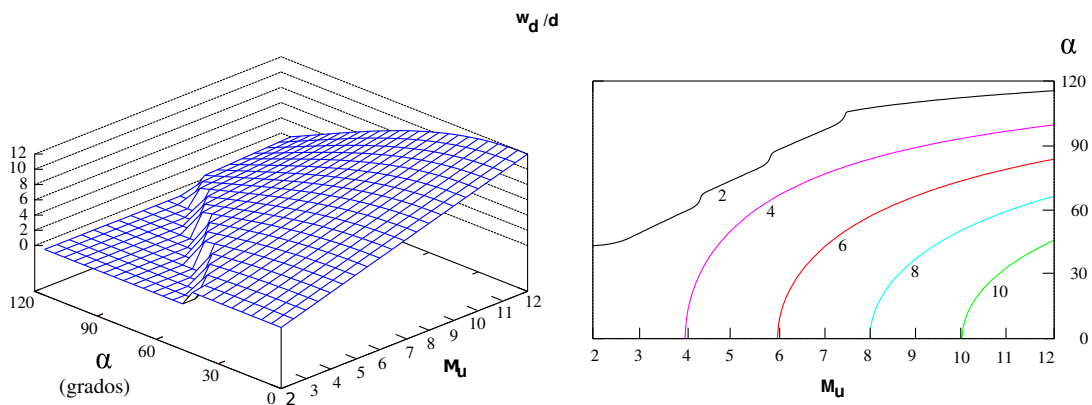


Figura 4.31: Anchura máxima del robot ápedo discreto normalizado ( $w_d$ ) para cada punto del espacio de formas. La altura está normalizada con respecto a la longitud del bloque ( $d$ )

representa gráficamente en la figura 4.30. A medida que aumenta  $M_u$  el robot discreto se aproxima más al continuo y por tanto la variación de la altura va tendiendo a cero. Para valores de  $M_u$  mayores de 8, esta variación es menor del 10%.

#### 4.3.5.2. Anchura

La anchura de los robots ápedos discretos la estudiaremos para una ondulación (en este caso, la anchura será igual a la longitud de onda). Su valor está determinado por la ecuación 3.38 y se muestra gráficamente en la figura 4.31. Al igual que con la altura, al aumentar  $M_u$  se incrementa la anchura. También aumenta al disminuir  $\alpha$ . En el caso en que  $\alpha = 0$ , el robot es una recta situada sobre el eje  $x$  y con longitud igual a  $M_u$ .

En la figura 4.32 se muestra la altura de diferentes puntos de trabajo. En la izquierda está dibujada la variación con  $M_u$  para robots con distintos valores de  $\alpha$ . En la derecha se muestra la variación con  $\alpha$

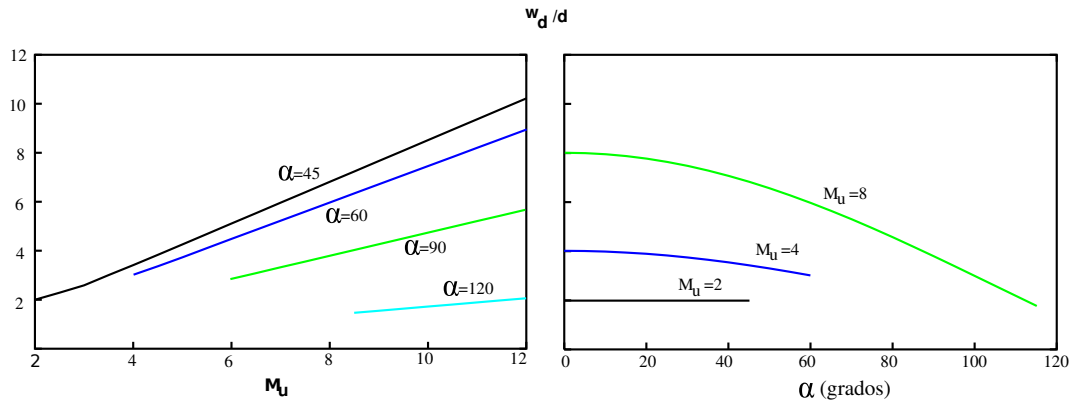


Figura 4.32: Variación de la anchura en diferentes puntos de trabajo. **Izquierda:** variación con  $M_u$ , para robots con tres ángulos de serpenteo. **Derecha:** variación con  $\alpha$ , para robots con diferentes módulos por ondulación

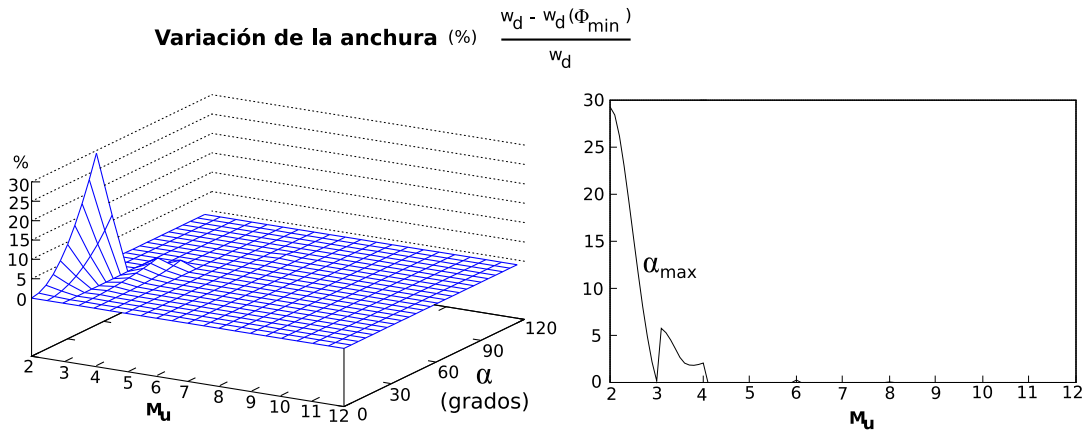


Figura 4.33: Variación de la longitud de onda

para tres robots con valores de  $M_u$  de 2, 4 y 8 respectivamente.

La anchura también varía con la fase. Definimos la variación de la anchura mediante la expresión  $w_d - w_d(\phi_{min})$ . Nos indica la máxima variación de la anchura con la fase. Se representa gráficamente en la figura 4.33. Se observa que esta variación cae muy rápidamente con  $M_u$  y para valores superiores a 3, la variación está por debajo del 5 % (aproximadamente). Esto implica que **a partir de  $M_u \geq 3$ , la anchura permanece prácticamente constante durante la propagación de la onda.**

### 4.3.6. Estabilidad

El criterio de estabilidad obtenido para el modelo continuo (apartado 4.2.5) también se aplica en el caso del discreto. En todo momento durante la propagación de la onda deben existir al menos dos puntos de apoyo y la proyección del centro de gravedad del robot debe estar situada entre ellos. Esto



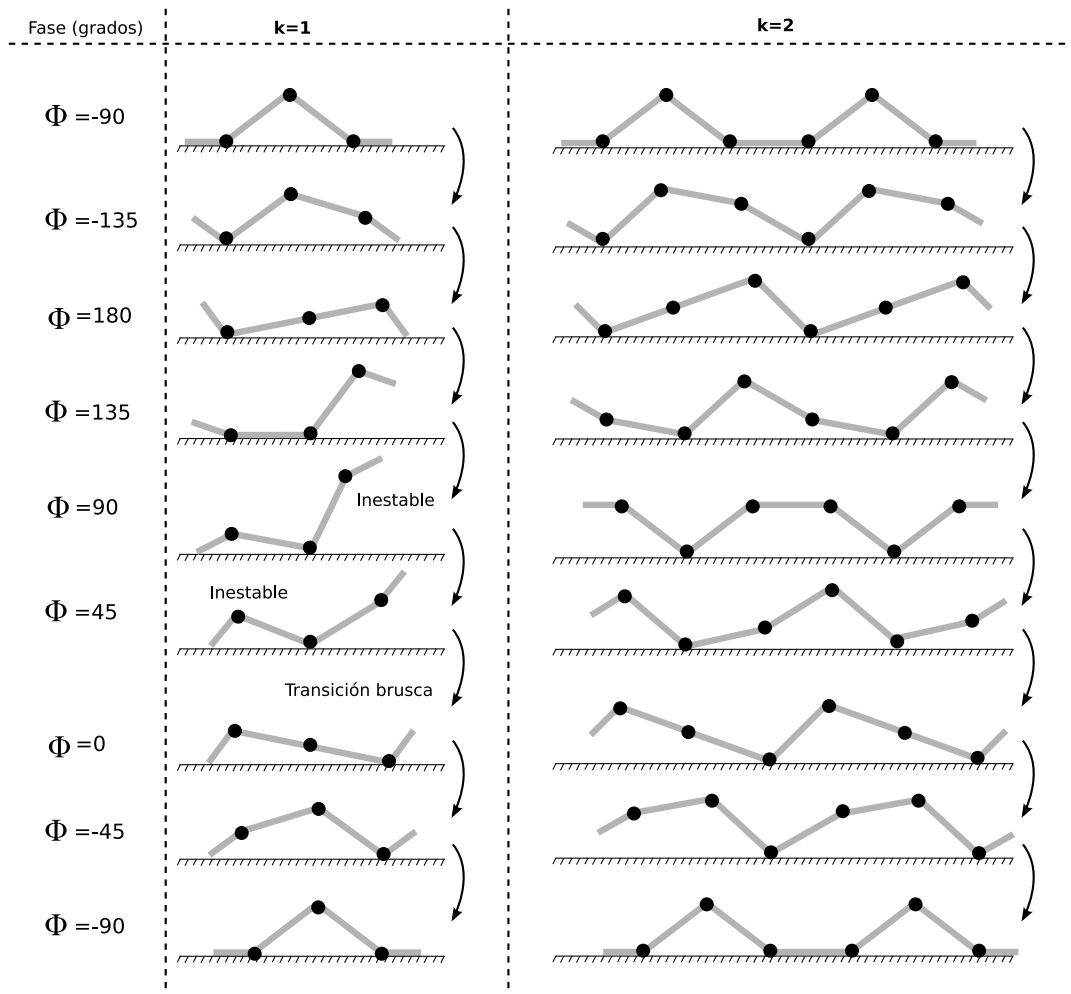


Figura 4.34: Estabilidad de un robot discreto con  $M_u = 3$  para valores de  $k$  iguales a 1 y 2

se garantiza siempre que  $k \geq 2$ . Cuando no se cumpla este criterio y  $k < 2$  existirá una fase en la que el robot sólo tendrá un punto de apoyo por lo que se inclinará hacia adelante o hacia atrás.

En la figura 4.34 se muestra esta idea aplicada a un robot ápedo con  $M_u = 3$ . Se han representado dos robots, uno con  $k = 1$  y otro con  $k = 2$  para cuatro fases diferentes y se comparan con la forma de la onda serpentinoide discreta.

En el caso  $k = 2$ , el robot tiene la misma forma que la curva discreta, pero “duplicada”. Siempre habrá al menos dos puntos de apoyo por lo que es estable en todas las fases. En el caso de  $k = 1$  existen fases inestables en las que el robot se inclina. El caso peor se produce para una fase de 90 grados, donde sólo hay un punto de apoyo situado en el centro. El robot se inclinará hacia adelante, atrás u oscilará.

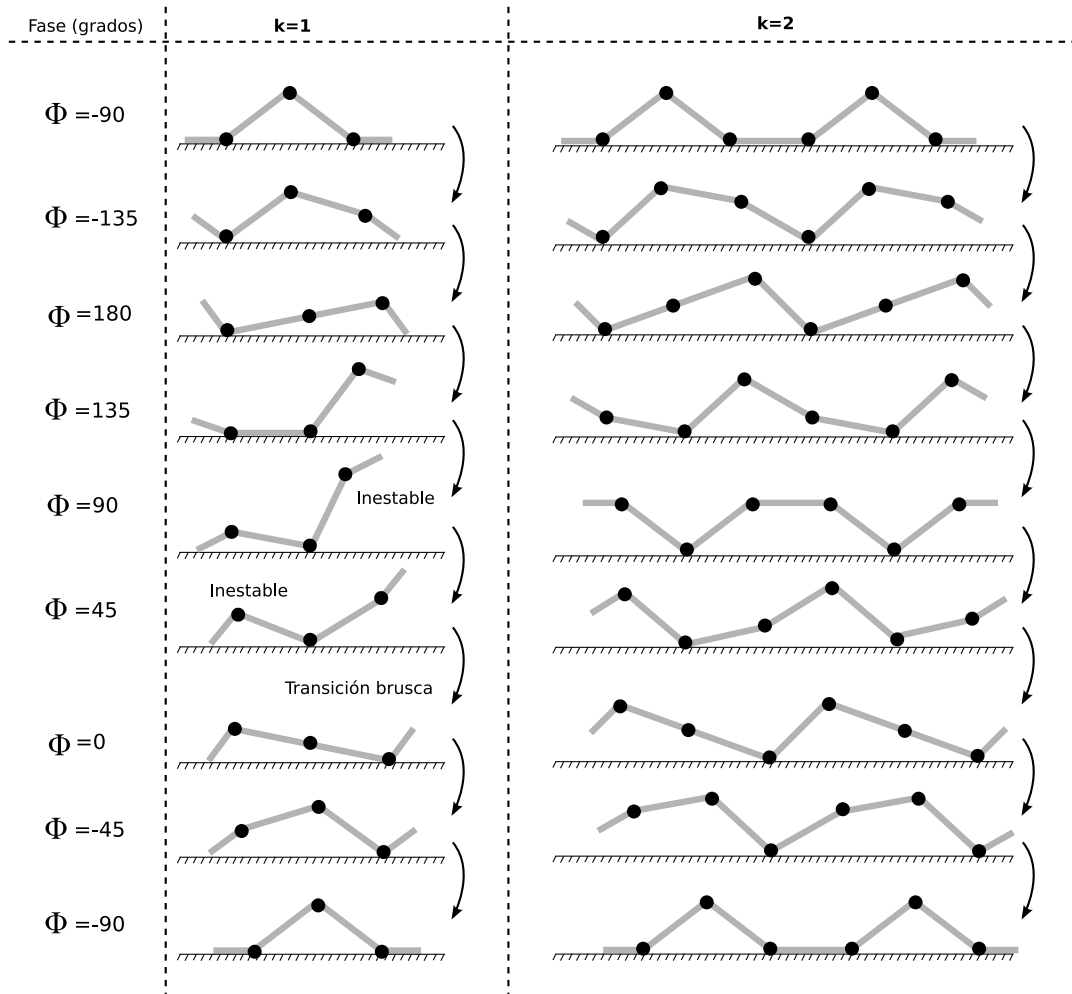


Figura 4.35: Locomoción de un gusano discreto

#### 4.3.6.1. Estabilidad para $k < 2$

En la figura 4.35 se han representado los mismos robots de la figura 4.34 para 8 fases durante la propagación de la onda. En la izquierda se ve el movimiento cuando  $k = 1$  y en la derecha para  $k = 2$ . En este último, el movimiento es estáticamente estable. Sin embargo, en el primero el movimiento no es uniforme. Cuando la fase se acerca a  $90$  grados el robot sólo tiene un punto de apoyo por lo que se inclinará hacia la izquierda. Esta inestabilidad finaliza cuando se alcanza la fase  $0$  en la que la parte derecha del robot toca el suelo. Esta transición es brusca. Se combina el movimiento descendente de la primera articulación con la inclinación hacia la derecha provocada por la gravedad.

El que no se cumpla el criterio de estabilidad no implica que no exista locomoción, sino que existirán unas fases de transición más brusca que habrá que tener en cuenta. Si la locomoción se está realizando con valores de  $\alpha$  altos, la transición será muy brusca y el robot podrá sufrir daños. Sin embargo, para

valores pequeños será casi inapreciable.

### 4.3.7. Caracterización del paso

#### 4.3.7.1. Ecuación del paso

La manera de calcular el paso en los robots ápodos discretos es similar al caso continuo. Suponiendo que no existiese deslizamiento de los puntos de apoyo y que la longitud de onda se mantuviera constante durante la propagación de la onda, el paso se calcula aplicando la ecuación del caso continuo (ec. 4.1). En la figura 4.36 se muestra el desplazamiento de dos robots discretos durante un ciclo, de 3 y 4 módulos por ondulación con  $k = 2$ .

Sin embargo, al tratarse de un robot discreto **la anchura no permanece constante durante la propagación**. Para algunas fases el robot tendrá una anchura mayor que en otras. Esto significa que la distancia entre los dos puntos de apoyo, el izquierdo y el derecho varía con la fase, provocando a su vez que se deslicen sobre la superficie. En el ejemplo de la figura 4.36, durante la primera transición entre las dos primeras fases mostradas hemos asumido que los dos puntos de apoyo están situados a la misma distancia y que permanecen inmóviles con respecto al suelo. Sin embargo, esto no se cumple en general. La geometría de la curva discreta fuerza a que durante la transición entre estas dos fases esa distancia no tenga por qué ser igual. El punto de apoyo izquierdo o derecho tendrá que desplazarse (o ambos).

**Principio del paso en robots discretos** : *Si el movimiento es estáticamente estable, el número de módulos por ondulación es superior o igual a 3, y el suelo es tal que no permite el deslizamiento de los puntos de apoyo, el paso del robot se puede aproximar mediante la ecuación 4.1.*

Como mostramos en el apartado 4.3.5.2, la anchura del robot discreto varía menos del 5 % cuando  $M_u \geq 3$ . Esta variación, además, es prácticamente inexistente para valores mayores de 4. Por ello en estos casos la ecuación del paso del robot continuo es aplicable al discreto.

#### 4.3.7.2. Espacio de formas y paso

El paso de un robot discreto normalizado, para cada uno de los puntos de trabajo del espacio de formas se muestra en la figura 4.37. Se observa que aumenta con  $M_u$ : a mayor número de módulos por ondulación mayor es la longitud total y la anchura, por lo que el paso crece. Al incrementar los valores del ángulo de serpenteo, la anchura disminuye por lo que el paso también aumenta.

En la figura 4.38 se muestra el paso para diferentes puntos de trabajo. En la izquierda está dibujada la variación con  $M_u$  para robots con distintos valores de  $\alpha$ . En la derecha se muestra la variación con  $\alpha$  para tres robots con valores de  $M_u$  de 3, 4 y 8 respectivamente.

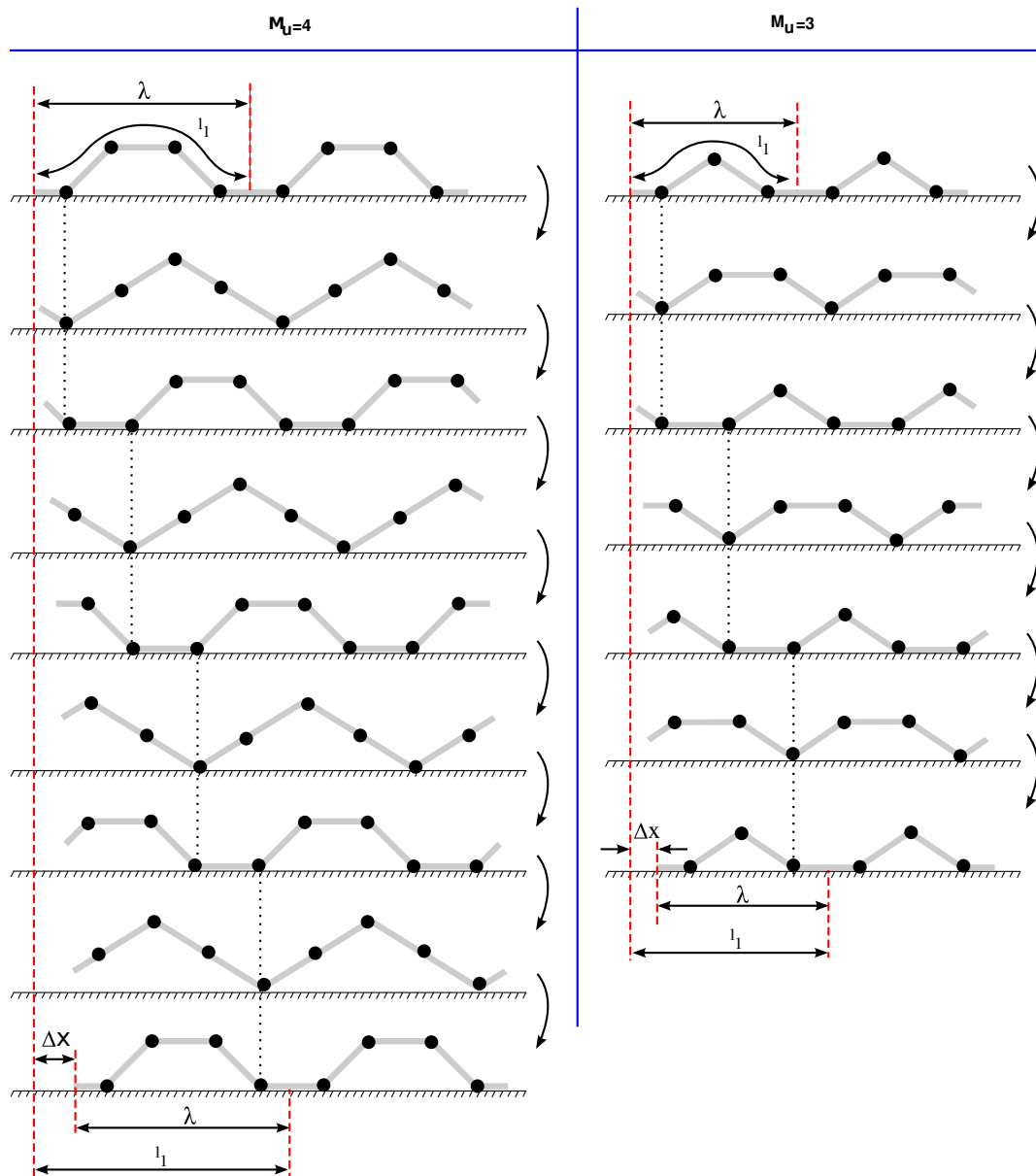


Figura 4.36: Paso dado por dos robots discretos con 3 y 4 módulos por undulación

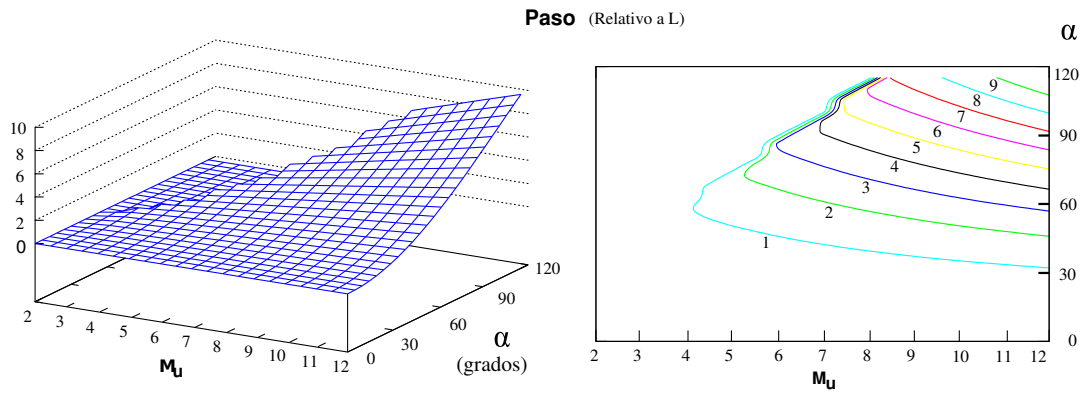


Figura 4.37: Paso del robot ápedo discreto normalizado para cada punto del espacio de formas.

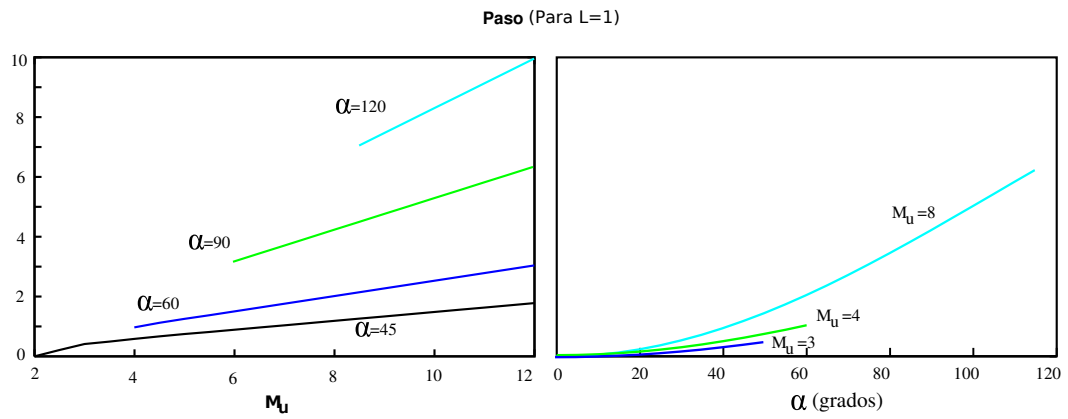


Figura 4.38: Locomoción del gusano discreto para diferentes valores de  $Mu$  y  $\alpha$

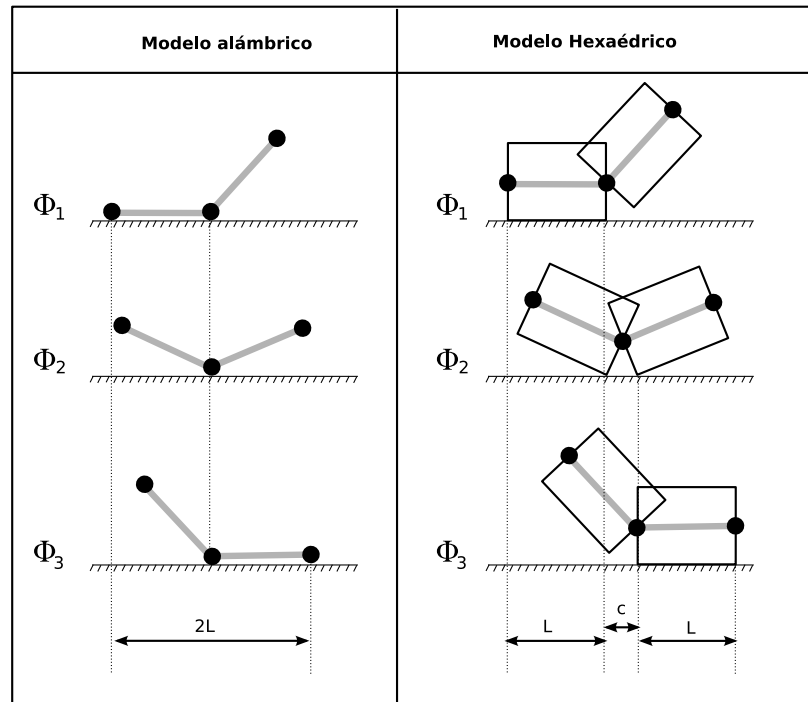


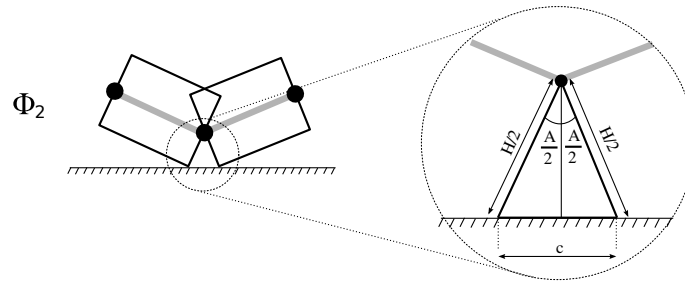
Figura 4.39: Diferencias entre la locomoción de los modelos alámbrico y hexaédrico. Se muestran sólo lo que ocurre en el desplazamiento de tres módulos situados en la parte inferior de una ondulación

#### 4.3.8. Modelo hexaédrico

En este apartado veremos la relación que existe entre el modelo alámbrico y el hexaédrico y cómo se puede aplicar la ecuación para calcular el paso.

En la figura 4.39 se han dibujado tres articulaciones en las fases  $\phi_1$ ,  $\phi_2$  y  $\phi_3$  durante la locomoción de un robot ápedo de  $M$  módulos. En esas fases las articulaciones mostradas están en la parte inferior de la ondulación, en contacto con el suelo. El resto de ellas no se han dibujado. En el modelo alámbrico cada articulación es el punto de apoyo sobre el que las otras articulaciones rotan. En el modelo hexaédrico, sin embargo, existe dos puntos de apoyo. Uno es sobre el que se realiza la rotación durante la transición entre  $\phi_1$  y  $\phi_2$  y el otro durante  $\phi_2$  y  $\phi_3$ . Debido a esto, la distancia entre la articulación izquierda en  $\phi_1$  y articulación derecha en  $\phi_3$  son diferentes entre ambos modelos. En el primero es igual a  $2L$ , y en el segundo a  $2L + c$ . Por tanto, para calcular el paso del robot podemos aproximar el modelo hexaédrico por uno alámbrico equivalente en el que la longitud de los módulos sea  $L + c$ . La longitud equivalente es  $l_e = M(L + c) = ML + Mc = l + Mc$ .

El valor de la constante  $c$  depende de las dimensiones del módulo hexaédrico. En la fase  $\phi_2$  es donde se verifica que el ángulo de doblaje es máximo y tiene un valor igual a la amplitud:  $\phi_i = A$ . Por ello, la constante  $c$  la calculamos como se indica en la figura 4.40, empleando la ecuación:

Figura 4.40: Cálculo de la constante  $c$  del modelo hexaédrico

$$c = H \sin\left(\frac{A}{2}\right)$$

La ecuación para el cálculo del paso del modelo hexaédrico se obtienen a partir de la ecuación 4.1 sustituyendo la longitud  $l$  por su longitud equivalente  $l_e$ :

$$\Delta x = \left( l + MH \sin\left(\frac{A}{2}\right) - w \right) \frac{1}{k} \quad (4.9)$$

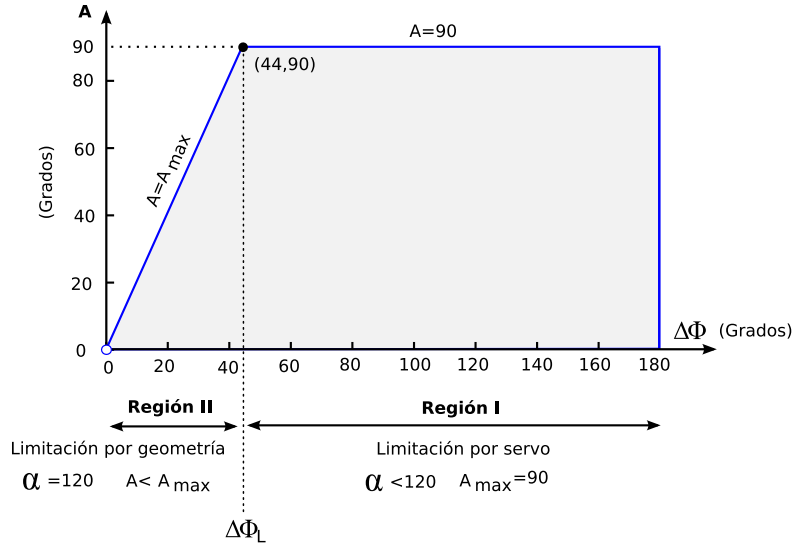
## 4.4. Cinemática

### 4.4.1. Introducción

En este apartado abordaremos el estudio de los problemas de la cinemática directa e inversa y propondremos una metodología para su solución. Parametrizaremos los espacios de control y de formas e introduciremos la idea de región de locomoción. La solución propuesta se basa en realizar transformación entre los espacios  $h_1$  y  $H_1$ .

### 4.4.2. Espacio de control

El espacio de control  $H_1$  está formado por los pares de puntos  $(\Delta\phi, A)$  que determinan los valores de la diferencia de fase y amplitud que se aplican a todos los generadores sinusoidales para el control del robot. Debido a las limitaciones mecánicas descritas en el apartado 4.3.2.4, este espacio se divide en las dos regiones de limitación I y II. A partir de la ecuación 4.5 obtenemos la diferencia de fase que limita estas dos regiones:

Figura 4.41: Representación gráfica del espacio de control  $H_1$ 

$$\Delta\phi_L = \frac{360}{M_{uL}} = 43,9 \approx 44 \quad (4.10)$$

Cuando  $\Delta\phi < \Delta\phi_L$ , la limitación es debida a la geometría y cuando  $\Delta\phi > \Delta\phi_L$  es por el tope mecánico del servo. La ecuación 4.7 para obtener  $A_{max}$  se puede reescribir como:

$$A_{max} = \begin{cases} 240 \sin\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) & \Delta\phi < \Delta\phi_L \\ 90 & \Delta\phi \geq \Delta\phi_L \end{cases} \quad (4.11)$$

En la figura 4.41 se ha representado gráficamente el espacio de control junto con las dos regiones de limitación.

### 4.4.3. Transformación de espacios

Los problemas de la cinemática directa e inversa proponemos resolverlos mediante transformaciones entre los espacios de control y de formas. En el caso de la cinemática directa, dado un punto  $P$  del espacio de control hay que determinar cuál es su punto equivalente  $p$  en el espacio de formas. A partir de  $p$  se calculan las dimensiones del robot y el paso. Para la cinemática inversa, a partir de las restricciones en los parámetros cinemáticos y las dimensiones se obtienen las regiones en el espacio de formas y éstas se transforman en sus equivalentes del espacio de control.

En la figura 4.42 se muestran ambos espacios y la correspondencia entre los puntos  $P_i \in H_1$  y  $p_i \in h_1$ . Los puntos  $P_5$  y  $p_5$  son los que separan las dos regiones de limitación: I y II y son puntos fijos que no dependen de  $M$ . Los puntos  $P_4, P_3, p_4$  y  $p_3$  sí dependen de  $M$ .



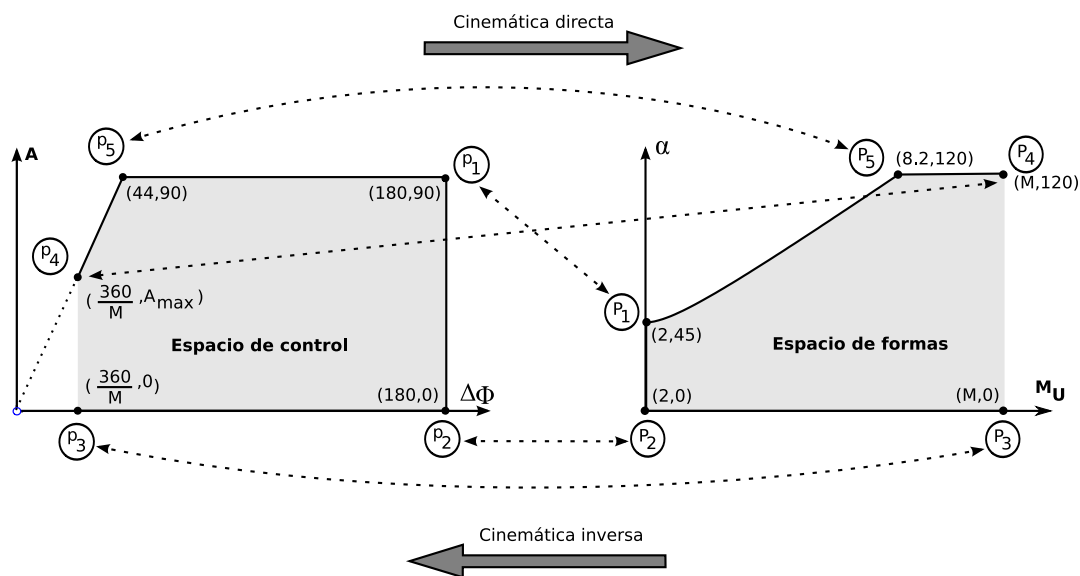


Figura 4.42: Transformación entre los espacios de control y de formas

Las ecuaciones para realizar las transformaciones ya se han presentado en apartados anteriores pero se resumen a continuación.

$$A = 2\alpha \sin\left(\frac{\pi}{M_u}\right) \tag{4.12}$$

$$|\Delta\phi| = \frac{360}{M_u} \tag{4.13}$$

#### 4.4.4. Región de locomoción

Definimos la región de locomoción como la zona interior de los espacios  $H_1$  ó  $h_1$  en la que el robot es estáticamente estable. Por el criterio de estabilidad enunciado en el apartado 4.2.5, el movimiento cumple esa propiedad si se verifica que  $k \geq 2$ .

Tanto la ecuación del paso (ec. 4.1) como las del cálculo de las dimensiones del robot (ec. 3.37 y 3.38) sólo son aplicables a los puntos situados en la región de locomoción. El movimiento del robot para los puntos situados fuera de esta región no será uniforme y habrá que estudiarlo usando otras metodologías.

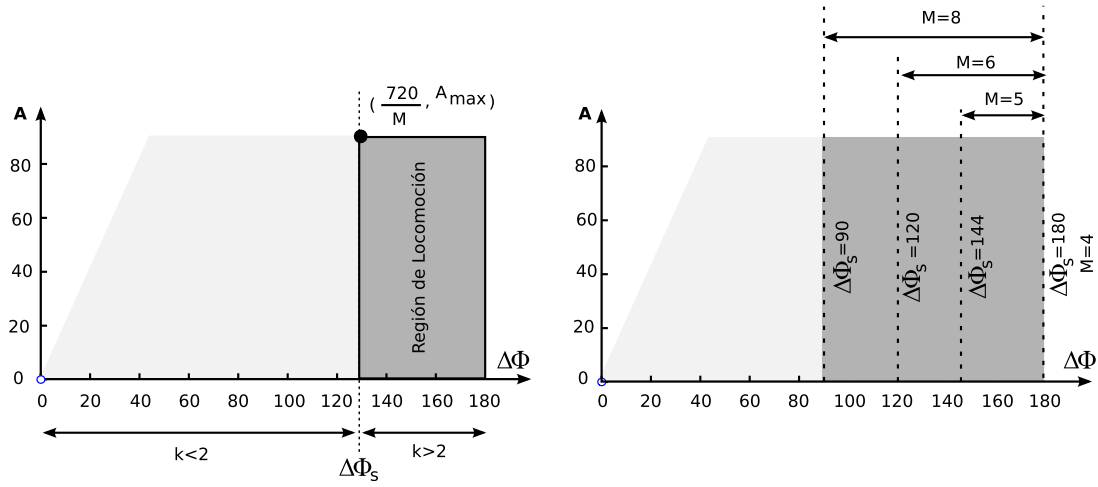


Figura 4.43: Región de locomoción en el espacio de control

#### 4.4.4.1. Región de locomoción en el espacio de control

Para  $k = 2$ , el número de módulos por ondulación es  $M/2$  y sustituyendo este valor en la ecuación 4.13 obtenemos la diferencia de fase que determina la frontera entre la región de locomoción y el resto del espacio  $H_1$ :

$$\Delta\phi_s = \frac{720}{M} \quad (4.14)$$

Todos los puntos para los que  $\Delta\phi > \Delta\phi_s$  pertenecen a la región de locomoción y por tanto la locomoción del robot será estáticamente estable. En la parte izquierda de la figura 4.43 se muestra el espacio  $H_1$  y la región de locomoción. En la parte de la derecha se han dibujado las cuatro regiones de locomoción correspondientes a robots con 4, 5, 6 y 8 módulos. Se puede ver cómo la región aumenta con  $M$ . Si el robot tiene sólo 4 módulos, esta región es sólo una línea vertical. Si el número de módulos fuese infinito, la región de locomoción sería todo el espacio  $H_1$ .

#### 4.4.4.2. Región de locomoción en el espacio de formas

El criterio de estabilidad se cumple para todos los puntos de  $h_1$  en los que  $M_u < M/2$ . La región de locomoción se muestra gráficamente en la figura 4.44. Está comprendida entre los valores de  $M_u$  igual a 2 y  $M/2$ . A medida que aumenta  $M$  esta zona crece y se va expandiendo hacia la derecha. El espacio  $h_1$ , como vimos en el apartado 4.3.2.4, está dividido en las dos subregiones de limitación I y II. Cuando se cumpla que  $M/2 < M_{uL}$ , la región de locomoción está en el interior de la región de limitación I, es decir, que hay limitación por el tope mecánico de los servos y el ángulo de serpenteo

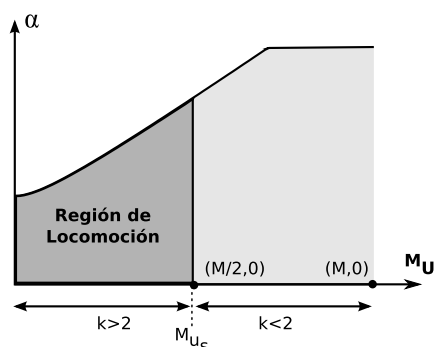


Figura 4.44: Región de locomoción en el espacio de formas

$\alpha$  nunca superará su valor máximo de 120 grados. Cuando  $M/2 > M_{uL}$  la región de locomoción comprende la región I completa y parte de la II.

El valor de  $M_u$  que separa la región de locomoción de la región en la que  $k < 2$  lo denotaremos por  $M_{us}$  y como hemos visto, es igual a  $M/2$ .

#### 4.4.5. Cinemática directa

El problema de la cinemática directa es determinar si existe desplazamiento, el paso  $\Delta x$  y las dimensiones del robot  $h$  y  $w$  cuando se aplican una amplitud  $A$  y una diferencia de fase  $\Delta\phi$  a los generadores sinusoidales. Se resuelve analizando en qué regiones del espacio de control se encuentra el punto de trabajo seleccionado. Y según su localización conoceremos si existen limitaciones por geometría o por el servo, si es un punto no válido, si la locomoción es estáticamente estable o no y cuál es el punto de trabajo en el espacio de formas, que determina las dimensiones del robot y el paso con el que se desplaza. Los pasos a seguir para la resolución de la cinemática directa los resumimos en la metodología propuesta.

##### 4.4.5.1. Principio de simetría del movimiento

El signo de la diferencia de fase  $\Delta\phi$  determina si la articulación  $i + 1$  se mueve adelantada o retrasada una cierta fase con respecto a la  $i$ . Esto hace que la onda se desplace hacia adelante o hacia atrás. Y por tanto, fija el sentido del movimiento del robot: adelante o atrás. Este signo sólo afecta al sentido del movimiento y no al resto de parámetros del robot. Fijado un valor para  $\Delta\phi$ , las dimensiones y el valor absoluto del paso serán los mismos para un robot que se mueve con  $\Delta\phi$  que para uno que lo hace con  $-\Delta\phi$ .

**Principio de simetría:** Dado un robot ápedo que se está desplazando en línea recta y que está controlado mediante una amplitud  $A$  y una diferencia de fase  $\Delta\phi$ , si se cambia el signo de  $\Delta\phi$  el

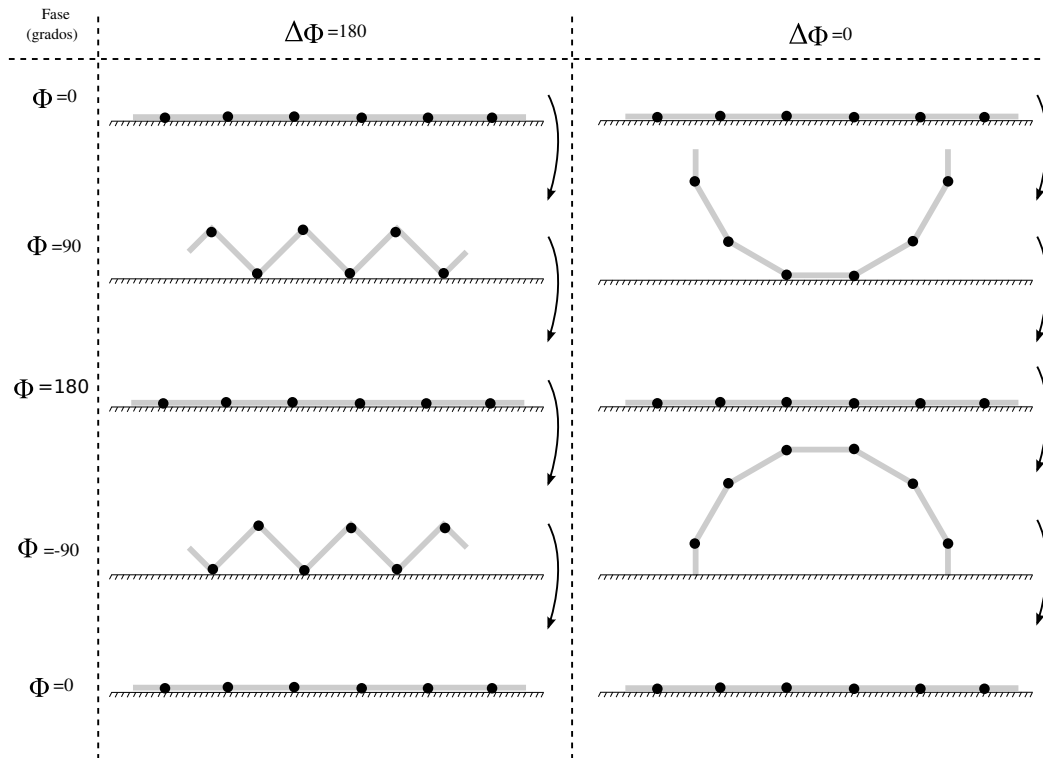


Figura 4.45: Evolución de la forma del robot cuando se controla con generadores en fase (derecha) y en oposición de fase (izquierda)

movimiento resultante será igual que el inicial pero en el sentido opuesto, con el mismo valor absoluto del paso y con las mismas dimensiones.

Por este principio de simetría, el estudio del movimiento sólo lo haremos para valores positivos de  $\Delta\phi$ , dibujándose el espacio de control para  $\Delta\phi \in [0, 180]$ .

#### 4.4.5.2. Movimientos en fase y oposición de fase

Cuando la diferencia de fase es de 180 grados, el movimiento de dos articulaciones consecutivas está en oposición de fase. En esta situación no hay propagación de ondas, sino que se alternan subidas y bajas de los picos y valles. Por tanto, no hay desplazamiento ni hacia adelante ni hacia atrás.

**Principio de oposición de fase:** Dado un robot ávido al que se le aplica un valor de  $\Delta\phi$  de 180 grados, no se desplazará. Esto se cumple para cualquier valor de la amplitud de los generadores.

El caso opuesto es cuando todos los generadores están en fase y por tanto  $\Delta\phi = 0$ . En esta situación tampoco aparece una onda global que se propague por lo que no existe desplazamiento. La forma del

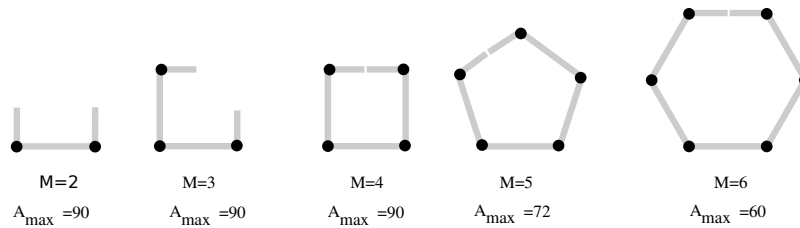


Figura 4.46: Forma de diferentes robots para la fase  $\phi = 90$  cuando el movimiento se realiza en fase ( $\Delta\phi = 0$ ) y la amplitud es máxima ( $A = A_{max}$ )

robot se describe mediante una onda circular discreta (apartado 3.6.5.2). Para que no exista colisión entre la cabeza y la cola del robot se tiene que verificar que la amplitud nunca supere el valor máximo dado por:

$$A_{max} = \begin{cases} 90 & M \leq 4 \\ \frac{360}{M} & M > 4 \end{cases}$$

En la figura 4.46 se muestra la forma de cinco robots de entre 2 y 6 módulos cuando se les aplica la amplitud máxima. Cuando la fase es de 90 grados y para  $M \geq 4$  adoptan forma de polígonos regulares: cuadrado, pentágono, hexágono...

**Principio de generadores en fase** Dado un robot ápedo en el que todos sus generadores sinusoidales están en fase ( $\Delta\phi = 0$ ), no se desplazará. Esto se cumple con independencia del valor de amplitud empleado.

En la figura 4.45 se muestran las formas que adopta un robot de 6 módulos al moverse con  $\Delta\phi = 0$  y  $\Delta\phi = 180$ . Cuando las articulaciones están en oposición de fase (izquierda) el robot realiza contracciones y expansiones. Cuando los generadores están en fase, el robot se pliega sobre si mismo y luego se abre. En el ejemplo mostrado comienza en posición recta apoyado sobre el suelo, luego pasa a forma de U, nuevamente a una recta, posición de U invertida y vuelta a empezar. El valor de la amplitud es el que determina la forma que tomará el robot. En ninguno de los dos casos hay locomoción.

#### 4.4.5.3. Número mínimo de módulos

**Principio del mínimo número de módulos** Para que un robot ápedo se mueva en línea recta con una locomoción estáticamente estable debe tener al menos un número mayor o igual a 5 módulos.

La región de locomoción, donde el movimiento es estáticamente estable está formada por los puntos cuya diferencia de fase está en el rango  $[\Delta\phi_s, 180]$ , donde  $\Delta\phi_s$  está dado por la ecuación 4.14. Para

valores  $M < 3$ ,  $\Delta\phi_s$  es mayor de 180 grados, quedando fuera del rango. Es decir, en estos casos no es posible que existan dos ondulaciones en el robot, por ser demasiado corto. Para  $M=4$ ,  $\Delta\phi_s = 180$  y la región de locomoción es una línea recta situada en  $\Delta\phi = 180$ . Ahora sí que hay dos ondulaciones sobre el robot, pero los generadores están en oposición de fase. Por el principio de la oposición de fase, en esta situación no hay locomoción. Por tanto,  $M$  tiene que ser mayor o igual a 5 módulos.

Esto no significa que los robots con  $M < 5$  no se puedan mover. Sí lo pueden hacer, sin embargo el movimiento no es uniforme y podrán existir transiciones bruscas entre fases. En estos caso hay que hacer un estudio específico para cada robot.

#### 4.4.5.4. Metodología de resolución de la cinemática directa

A continuación se presenta la metodología para abordar el problema de la cinemática directa. Dado un robot ápedo de  $M$  módulos y en el punto de trabajo  $P$  dado por el par  $(\Delta\phi, A)$  seguimos los siguientes pasos:

1. Comprobar si los valores de  $A$  y  $\Delta\phi$  están dentro de su rango de definición.  $A \in [0, 90]$  y  $|\Delta\phi| \in [0, 180]$ . Si no es así, se trata de un punto de trabajo no válido.
2. Comprobar la validez de  $p$  y la región de limitación en la que se encuentra:
  - a) Si  $\Delta\phi \geq \Delta\phi_L$ , donde  $\Delta\phi_L$  se calculó en la ec. 4.10 y tiene un valor aproximado de 43.9 grados, el punto  $p$  es **válido** y se encuentra en la región de limitación I.
  - b) Si  $\Delta\phi < \Delta\phi_L$ , entonces:
    - 1) Calcular  $A_{max}$  según la ecuación 4.11.
    - 2) Si  $A \leq A_{max}$  se trata de un **punto válido** situado en la región de limitación II
    - 3) Si  $A > A_{max}$  es un **punto no válido**. Provocará que el robot adopte una forma que colisiona consigo mismo. Hay una limitación en la geometría.
3. Comprobar si  $p$  pertenece a la región de locomoción:
  - a) Si  $\Delta\phi \leq \Delta\phi_s$ , donde  $\Delta\phi_s$  está dado por la ecuación 4.14,  $p$  no pertenece a la región de locomoción. Por tanto **el movimiento del robot no será estáticamente estable** y la ecuación del paso no se podrá aplicar.
  - b) Si  $\Delta\phi \geq \Delta\phi_s$ ,  $p$  pertenece a la región de locomoción. Por tanto el robot tendrá un movimiento estáticamente estable. El signo de  $\Delta\phi$  determinará el sentido del movimiento.
4. Obtener el punto equivalente  $P (M_u, \alpha)$  en el espacio de formas:
  - a) Obtener  $M_u$  mediante la ecuación 4.13
  - b) Obtener  $\alpha$  a partir de la ecuación 4.12

5. Obtener el número de ondulaciones  $k$  mediante la ecuación 4.4
6. Calcular las dimensiones  $h$  y  $w$  usando las ecuaciones 3.37 y 3.38 respectivamente.
7. Calcular el paso  $\Delta x$  con la ecuación 4.1.
  - a) Si  $M_u < 3$  el paso teórico calculado no será válido. En estas circunstancias la forma del robot fuerza a que la distancia entre los puntos de apoyo varíe con la fase por lo que el paso dependerá del medio y será en general indeterminado.

#### 4.4.6. Cinemática inversa

El problema de la cinemática inversa consiste en calcular los puntos de trabajo en el espacio de control para que el robot se mueva según las restricciones especificadas. Además de los parámetros de control, también se puede calcular el número de módulos  $M$  que debe tener el robot para cumplir esas restricciones, si es que no estuviese dado como un dato inicial.

Primero veremos los tipos de restricciones y la partición en subregiones que generan en el espacio de formas. Después analizaremos cómo calcular el número de módulos del robot, enunciaremos la metodología propuesta para la resolución de la cinemática inversa y por último mostraremos cómo se aplica esta metodología para resolver cuatro problemas de ejemplo.

##### 4.4.6.1. Restricciones

Las restricciones empleadas son de la forma  $F = c$ , donde  $F$  puede ser cualquiera de las funciones normalizadas de altura (ec. 3.37), anchura (3.38) o paso (4.1) y  $c$  es una constante real. En el espacio de formas se representan mediante curvas de nivel. Los puntos pertenecientes a ellas cumplen que  $F(M_u, A) = c$ . Cada curva particiona el espacio  $h_1$  en dos regiones:  $F(M_u, A) < c$  y  $F(M_u, A) > c$  (Figura 4.47d). Hay que tener en cuenta que estas curvas especifican las restricciones para una única ondulación y usándose bloques con una distancia entre articulaciones igual a 1, por lo que antes de usarlas será necesario normalizar el valor de la constante.

En la figura 4.47 se muestran las curvas de las restricciones de altura, anchura y paso dentro del espacio de formas. Las representaciones en tres dimensiones de las funciones de altura, anchura y paso se presentaron en las figuras 4.28, 4.31 y 4.37 respectivamente.

##### 4.4.6.2. Número de módulos $M$

Las restricciones anteriores nos permiten definir las regiones de trabajo formadas por los puntos  $(M_u, \alpha)$ . En los problemas de la cinemática inversa puede ocurrir que bien  $M$  sea una constante fijada

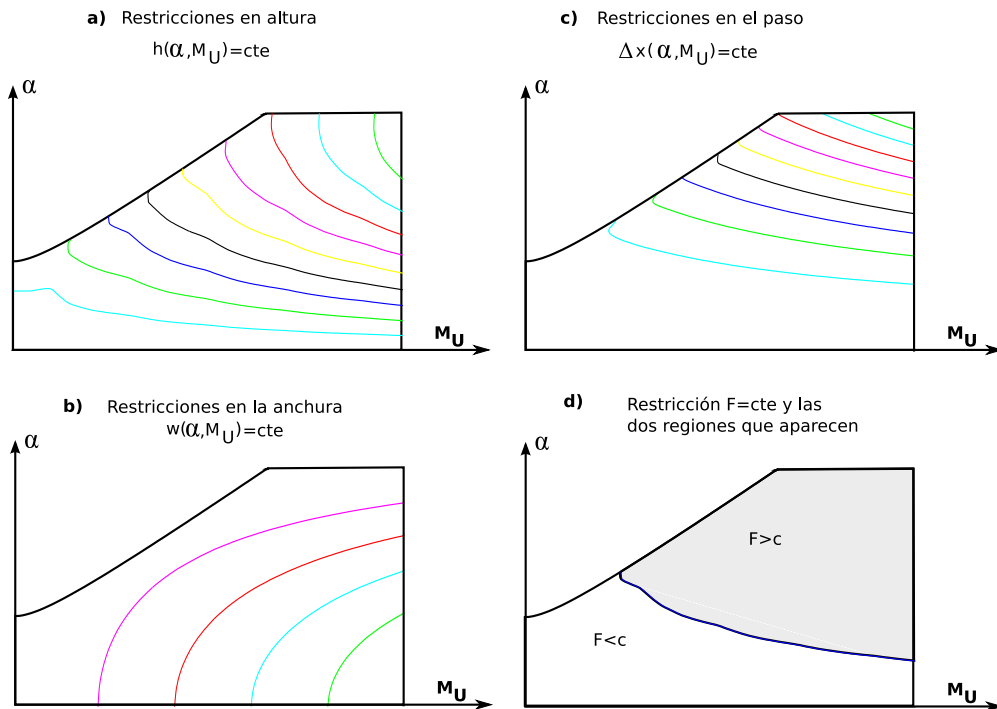


Figura 4.47: Curvas de restricciones en el espacio de formas. a) de altura. b) de anchura. c) del paso. d) Las dos regiones que aparecen al aplicar la restricción  $F = \text{cte}$

o bien que haya que calcularla. En el primer caso se parte de un robot ápedo construido con  $M$  módulos y se quieren conocer los parámetros de control para que se mueva con las restricciones impuestas. En el segundo caso, se quiere determinar qué número de módulos  $M$  tiene que tener el robot para satisfacer esas restricciones.

En ambos casos utilizaremos siempre el criterio de estabilidad para obtener  $M$  a partir de  $M_u$ . Por ello, al menos deberán existir dos ondulaciones ( $k \geq 2$ ). Puesto que  $M$  es un número natural y  $M_u$  es real utilizaremos la siguiente expresión:

$$M = \text{Round}(2M_u) \quad (4.15)$$

donde  $\text{Round}()$  es la función de redondeo que devuelve el entero mayor o igual que el argumento pasado.

Cuando  $M$  no está especificado, en general tendremos que está comprendido entre un valor mínimo  $M_{\min}$  y uno máximo  $M_{\max}$ . Estos valores se obtendrán a partir de  $M_{u_{\min}}$  y  $M_{u_{\max}}$  respectivamente utilizando la ecuación 4.15.

El número de módulos por ondulación máximo y mínimo serán las abscisas máximas y mínimas de



los puntos  $(M_u, \alpha)$  de la región de trabajo. El valor de  $M_{u_{min}}$  nunca podrá ser inferior a 2.5, por el principio del mínimo número de módulos (apartado 4.4.5.3).

#### 4.4.6.3. Metodología de resolución de la cinemática inversa

El proceso general de resolución de la cinemática inversa propuesto es:

1. Tomar la constante de la restricción de las dimensiones o el paso,  $c$  y normalizarla:  $c_n = c/L$ . Como estamos utilizando bloques de tipo módulo la distancia entre articulaciones es  $L$  (tabla 3.1). En el caso de que se esté especificando una anchura como restricción, esta constante se calculará como  $c_n = c/kL$  donde  $k \geq 2$  es el número de ondulaciones mínimo. Al menos tendrán que existir dos ondulaciones.
2. Obtener la curva de restricción dada por  $F = c_n$ , donde  $F$  es la función que da el paso, altura o anchura. El espacio de formas queda particionado en las dos regiones:  $F > c_n$  y  $F < c_n$ . Denominamos región de trabajo a la que cumple la restricción del problema a resolver.
3. Obtener el rango de valores de  $M$ . En general se cumplirá que  $M \in (M_{min}, M_{max})$ . Para su cálculo hay que obtener las abscisas máxima y mínima de la región de trabajo:  $M_{u_{min}}$  y  $M_{u_{max}}$  y aplicar la ecuación 4.15 para obtener  $M_{min}$  y  $M_{max}$  respectivamente.
4. Obtener la región de locomoción. El valor máximo de la abscisa que limita esta región,  $M_{us}$ , se calcula como:
  - a) Si  $M$  es un dato conocido: entonces  $M_{us} = M/2$
  - b) Si se quiere utilizar el mínimo número de módulos, entonces  $M_{us} = M_{min}$
  - c) Si se quiere que el robot tenga el número máximo de módulos entonces  $M_{us} = M_{max}$
5. Obtener la región solución como la intersección entre la región de trabajo y la región de locomoción. Será la zona de  $h_1$  en la que se verifican todas las restricciones impuestas. Esta región podrá ser: un punto, una recta o una superficie.
6. Realizar la transformación inversa de la región solución. Los puntos del espacio de control que pertenezca a la transformada de la región solución serán las soluciones  $(\Delta\phi, A)$  buscadas que cumplen todas las restricciones. La transformación inversa de un punto  $(M_u, \alpha)$  en otro  $(\Delta\phi, A)$  del espacio de control se realiza mediante las ecuaciones 4.13 y 4.12.

#### 4.4.6.4. Problema de ejemplo 1

**Enunciado:** *Determinar el número mínimo de módulos de un robot ápedo para que se desplace con una altura mayor o igual a  $H$ .*

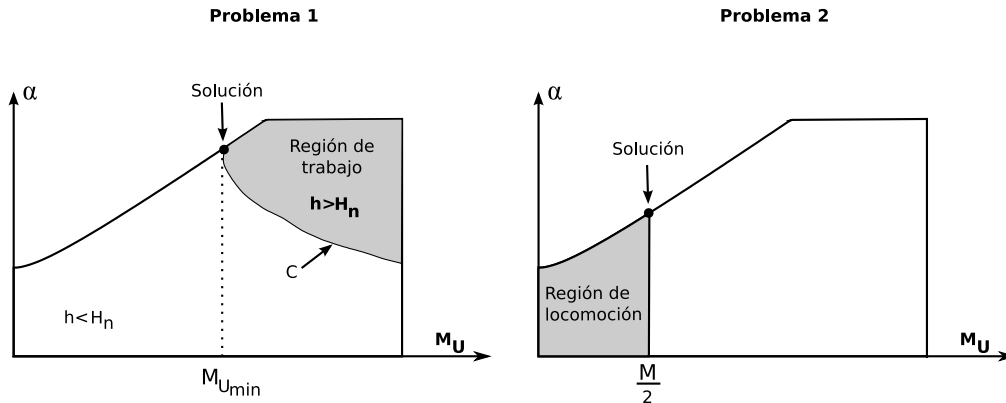


Figura 4.48: Espacios de formas con las soluciones de los problemas 1 y 2

**Solución:** Se está imponiendo una restricción en la altura ( $h \geq H$ ) y el valor de  $M$  no está dado, sino que tiene que ser el mínimo. Aplicando el procedimiento de resolución:

1. Calcular la altura normalizada:  $H_n = H/L$ .
2. Obtener la región de trabajo determinada por la restricción  $h \geq H_n$ . Se muestra en la parte izquierda de la figura 4.48. Todos los puntos de esa región hacen que el robot se mueva con una altura mayor o igual a la especificada.
3. No existe un valor máximo para el número de módulos, pero sí uno inferior por lo que  $M \geq M_{min}$ . La menor abscisa de los puntos de la región de trabajo es  $M_{U_{min}}$  (figura 4.48). A partir de ella se obtiene  $M_{min}$ .
4. La región de locomoción está dada por  $M_{us} = M_{U_{min}}$ .
5. La intersección entre la región de locomoción y la región de trabajo es el punto solución  $(M_{U_{min}}, \alpha)$ .
6. Aplicando la transformación inversa se obtiene el punto solución  $(\Delta\phi, A)$  en el espacio de control.

#### 4.4.6.5. Problema de ejemplo 2

**Enunciado:** Dado un robot de  $M$  módulos, encontrar los valores de  $A$  y  $\Delta\phi$  para que se desplace con el máximo paso.

**Solución:** Se impone una restricción en el paso (que sea máximo) y el número de módulos  $M$  es conocido.

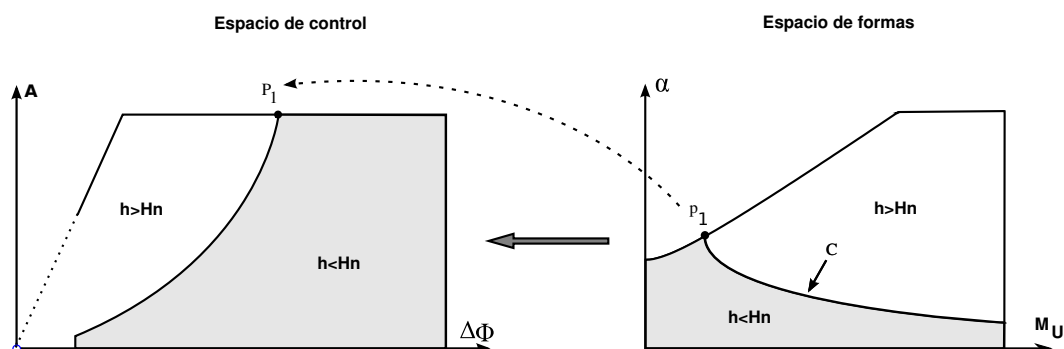


Figura 4.49: Espacio de formas y control con la solución al problema 3

1. No hay ninguna constante especificada por lo que no se hace nada en este paso.
2. Sabemos que el paso es máximo para los valores máximos de  $\alpha$  (ver figura 4.37) por tanto la región de trabajo es la curva  $\alpha = \alpha_{max}$  (ec. 4.6).
3.  $M$  es un dato, no hay que hacer nada en este paso.
4. La región de locomoción está dada por  $M_{us} = M/2$ .
5. La intersección con la región de locomoción y la región de trabajo es el punto solución  $(M/2, \alpha)$ . El valor de  $\alpha$  se puede obtener como:  $\alpha = \alpha_{max}(M/2)$
6. Aplicando la transformación inversa se obtiene el punto solución  $(\Delta\phi, A)$  en el espacio de control.

#### 4.4.6.6. Problema de ejemplo 3

**Enunciado:** Encontrar los valores  $A, \Delta\phi$  y  $M$  para que el robot pueda moverse por el interior de un tubo de diámetro  $D$ .

**Solución:** En este caso la restricción viene dada por la condición de que la altura del robot debe ser menor que el diámetro del robot:  $h \leq D$ . No hay restricciones en cuanto al número de módulos. Los pasos para su resolución son los siguientes:

1. Calcular la altura normalizada:  $H_n = D/L$ .
2. Obtener la región del espacio de formas donde se cumple que  $h \leq D$  (Figura 4.49).
3. No existe un valor máximo para el número de módulos, pero sí uno inferior por lo que  $M \geq M_{min}$ . La abscisa mínima de la región de trabajo está en  $M_u = 2$ , pero por el principio del mínimo número de módulos tenemos que  $M_{u_{min}} = 2,5$  y por tanto  $M \geq 5$ .

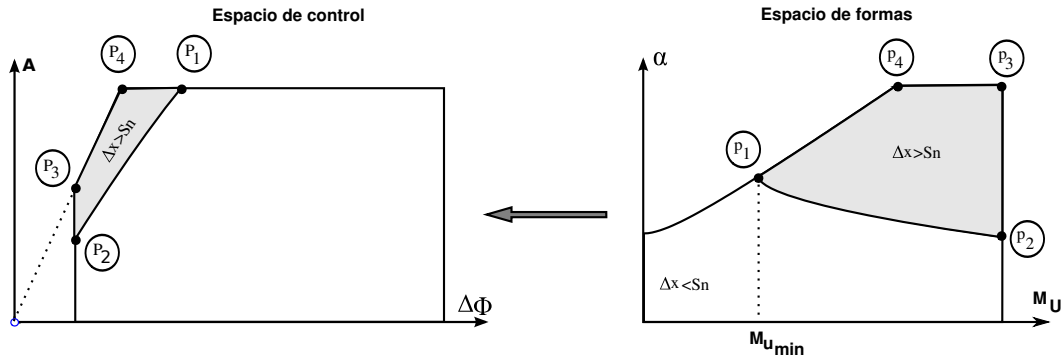


Figura 4.50: Espacio de formas y control con la solución al problema 4

4. Como no está fijada ninguna restricción para  $M$ , cualquier valor superior o igual a 5 será válido. En ese caso tomaremos una región de locomoción genérica dada por  $M_{us} = M/2$ . Si se quiere calcular el robot con el menor número de módulos se tomaría  $M_{us} = 2,5$ .
5. La intersección entre la región de locomoción y la región de trabajo es la propia región de trabajo. Si en el paso 4 se ha escogido usar el mínimo número de módulos entonces la solución es el punto  $(M_{u_{min}}, \alpha)$ . (Punto  $p_1$ )
6. Realizar la transformada inversa de la región de trabajo. Obtenemos la región de control con los punto  $(\Delta\phi, A)$  que cumplen la condición inicial establecida (Figura 4.49).

#### 4.4.6.7. Problema de ejemplo 4

**Enunciado:** Calcular los parámetros  $A, \Delta\phi$  y  $M$  para que el paso del robot sea mayor o igual a  $S$ .

**Solución:** Se tienen una restricción en el paso:  $\Delta x \geq S$ . Los pasos son:

1. Obtener el paso normalizado:  $S_n = S/L$
2. Obtener la región del espacio de formas donde se cumple que  $\Delta x \leq S_n$  (Figura 4.50).
3. El número de módulos mínimo está dado por el punto de la región de trabajo con la menor abscisa. Esto nos permite calcular  $M_{u_{min}}$  y  $M_{min}$ . Por tanto el número de módulos deberá cumplir que  $M \geq M_{min}$ .
4. Igual que en el problema 4, podemos calcular la región de locomoción para el caso genérico, haciendo  $M_{us} = M/2$  o bien calcularla para el número mínimo de módulos, tomando  $M_{us} = M_{u_{min}}$ .

Parámetro	Descripción	Rango
$M$	Número de módulos	$M = 8$
$ \Delta\phi $	Variación de fase	$ \Delta\phi  \in [45, 180]$
$M_u$	Número de módulos por ondulación	$M_u \in [2, 8]$
$k$	Número de ondulaciones	$k \in [1, 4]$
$A_{max}$	Amplitud máxima de los generadores	90
$A$	Amplitud de los generadores	$A \in [0, 90]$
$\alpha_{max}$	Máximo ángulo de serpenteo	$\frac{45}{\sin(\frac{\pi}{M_u})} < 117,6$
$\alpha$	Ángulo de serpenteo	$\alpha \in [0, \alpha_{max}]$
$M_{us}$	Frontera de la región de locomoción en $h_1$	4
$\Delta\phi_s$	Límite Región de locomoción en $H_1$	$\Delta\phi_s = 90$ .
$L$	Longitud de un módulo	7,2cm
$d$	Longitud del bloque	$d = L$
$d_0$	Longitud del brazo izquierdo del bloque	$d_0 = L/2$

Cuadro 4.2: Parámetros y sus rangos de valores para el modelo alámbrico de un robot ápedo discreto de 8 módulos.

5. La intersección con la región de locomoción y la región de trabajo será o bien el punto es el punto solución  $(M_{u_{min}}, \alpha)$  o la propia región de trabajo, según el valor de  $M_{us}$  escogido en el paso 4.
6. Realizar la transformada inversa de la región de trabajo. Obtenemos la región de control con los punto  $(\Delta\phi, A)$  que cumplen la condición inicial establecida (Figura 4.50). Bien será el punto solución  $P_1$  o bien la transformada de la región de trabajo completa.

## 4.5. Caso de estudio

En este apartado vamos a aplicar todas las ideas desarrolladas en el capítulo para estudiar el modelo alámbrico de un robot de 8 módulos. Se calculan las constantes y los rangos de valores de los parámetros cuando  $M = 8$ , se obtienen los espacios de formas y de control así como la región de locomoción. Como ejemplo se calculan tres puntos de trabajo diferentes y se muestra la forma y propiedades del robot en cada uno de ellos.

### 4.5.1. Rangos de valores de los parámetros y constantes

En la tabla 4.2 se muestran los valores de los parámetros y constantes calculados para este caso de estudio. Los valores de  $M_u$  y  $k$  se obtienen de la tabla 4.1 particularizando para  $M = 8$ .

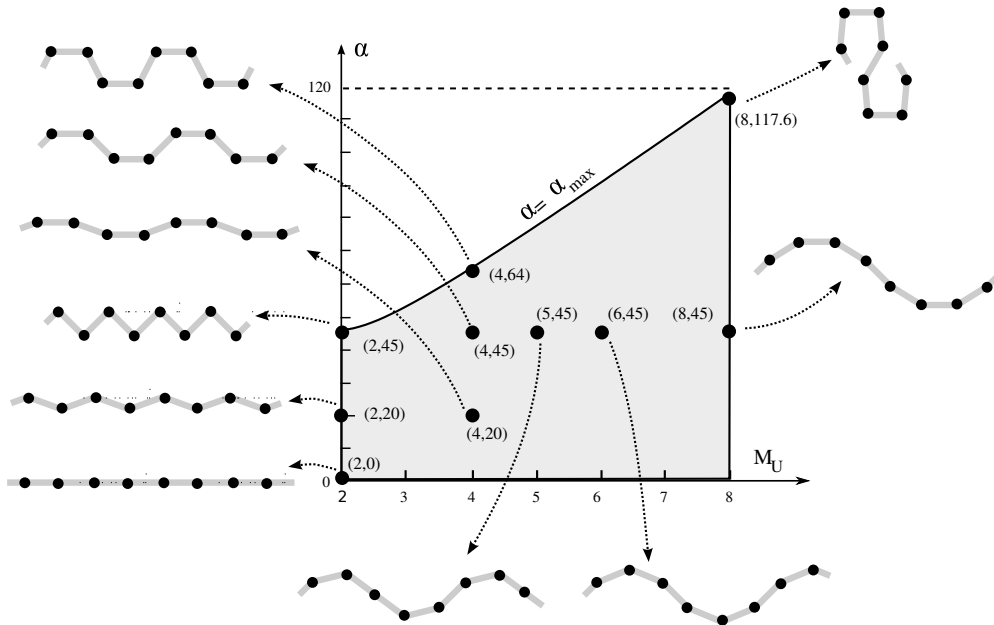


Figura 4.51: Espacio de formas de un robot ápedo discreto de 8 módulos

### 4.5.2. Espacio de formas

El espacio de formas se muestra en la figura 4.51. Además se ha dibujado el aspecto de los robots para algunos puntos de trabajo seleccionados y para una fase  $\phi = 0$ .

Dado que  $M_u$  está entre comprendido entre 2 y 8, se verifica siempre que  $M_u \leq M_{uL}$  por lo que en el espacio de formas sólo existe la región de limitación I. No hay limitaciones por geometría. A partir de las ecuaciones 4.6 y 4.7 se tiene que el valor máximo para la amplitud es 90 y para el ángulo de serpenteo:

$$\alpha_{max} = \frac{45}{\sin\left(\frac{\pi}{M_u}\right)}$$

que será siempre estrictamente menor que 120 grados. El máximo valor de este ángulo de serpenteo se tiene para  $M_u = 8$  y es de 117 grados.

### 4.5.3. Espacio de control

El espacio de control se muestra en la figura 4.52. Es un rectángulo con la base situada entre  $\Delta\phi = 45$  y 180 grados y el parámetro  $A$  entre 0 y 90.

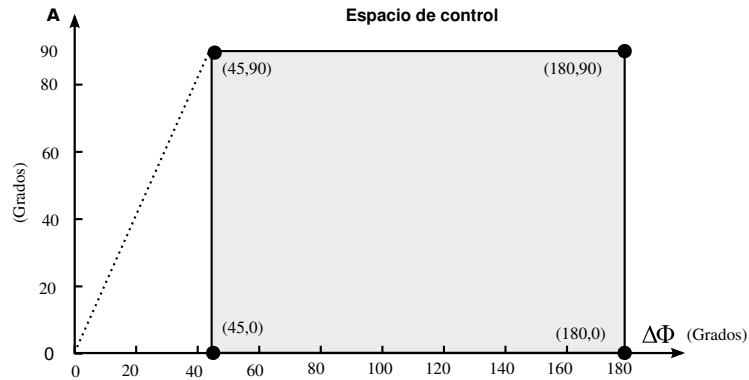


Figura 4.52: Espacio de control de un robot ápedo discreto de 8 módulos

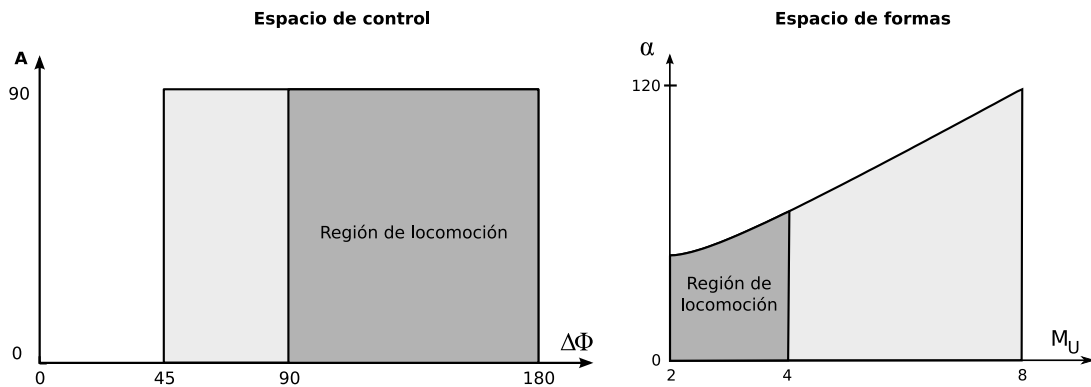


Figura 4.53: Región de locomoción en los espacios de control y de formas para un robot ápedo discreto de 8 módulos

El valor mínimo para  $|\Delta\phi|$  es de 45 grados. Se calcula a partir de la ecuación 3.40 particularizándola para  $k = 1$  y  $M = 8$ . Si se utiliza un valor menor, el robot no tendrá una ondulación completa ( $k < 1$ ) y las ecuaciones introducidas en este capítulo no serán válidas.

#### 4.5.4. Región de locomoción

La región de locomoción para el espacio de formas está determinada por  $M_{us} = M/2 = 8/2 = 4$ . Para el espacio de control, aplicando la ecuación 4.14 se tiene que  $\Delta\phi_s = 90$ . Las regiones de locomoción de los espacios  $h_1$  y  $H_1$  se han dibujado en la figura 4.53.

#### 4.5.5. Puntos de trabajo

Se han seleccionado tres puntos de trabajo diferentes que se muestran en la figura 4.54 y se resumen en la tabla 4.3. En el punto 1 el robot tiene la altura máxima. Este punto se encuentra fuera de la

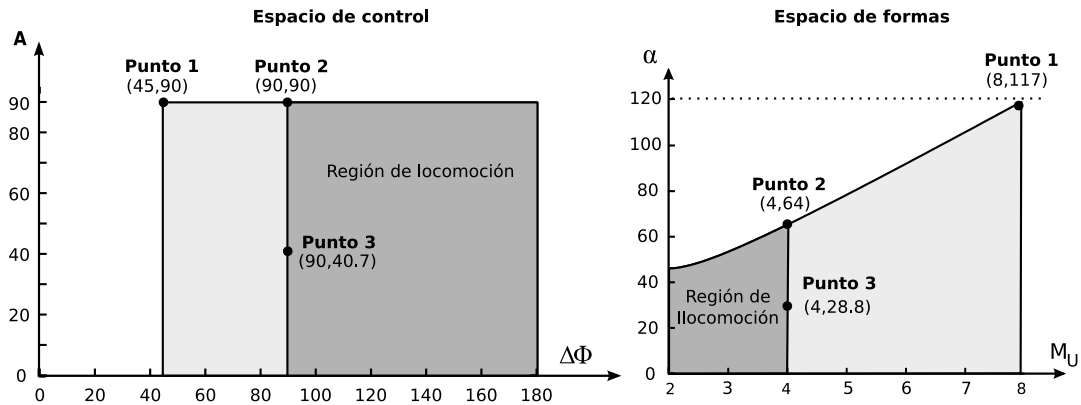


Figura 4.54: Situación de los puntos de trabajo seleccionados en los espacios de control y de formas

Punto trabajo	$(M_u, \alpha)$	$(\Delta\Phi, A)$	Altura (cm)	Anchura (cm)	Paso (cm)	Descripción
Punto 1	(8, 117)	(45, 90)	[20,7,23,8]	11,2	Inestable	Máxima altura
Punto 2	(4, 64)	(90, 90)	[6,5, 11,2]	[20,4,20,8]	8,4	Paso máximo
Punto 3	(4, 28,8)	(90, 40,7)	[3,5,5]	27	1,8	$h \leq 5\text{cm}$

Cuadro 4.3: Resumen de los puntos de trabajo seleccionados para un robot ápodico discreto de 8 módulos

región de locomoción por lo que es una configuración inestable no válida para el movimiento. El punto 2 es en el que el robot se mueve con el paso máximo y de forma estable. Por último, el punto 3 se calcula aplicando la cinemática inversa para que se pueda desplazar por el interior de un tubo de 5cm de diámetro y con el máximo paso.

#### 4.5.5.1. Punto 1: Altura máxima

La forma y dimensiones del robot en el punto de trabajo 1 se muestran en la figura 4.55, para las fases  $\phi$  de  $-90$  y  $-110$  grados. La altura es máxima en la fase  $-110$  grados. Por tratarse de un robot discreto, la altura varía con la fase. La máxima variación es de 3,1cm, que representa un 13 % respecto a la altura máxima. La anchura no varía y tiene un valor de 11,2cm para todas las fases.

Se observa que para la fase  $-90$  grados el robot es estable. La proyección del centro de masas cae dentro del segmento de apoyo y por tanto el robot no vuelca. Sin embargo, en la fase de  $-110$  grados no es estable y volcaría. En este punto no se está cumpliendo el criterio de estabilidad.

#### 4.5.5.2. Punto 2: Paso máximo

El punto de trabajo 2 se ha calculado de manera que el paso del robot sea máximo. La forma y dimensiones se muestran en la figura 4.56. La altura máxima se alcanza para una fase de  $-135$  grados



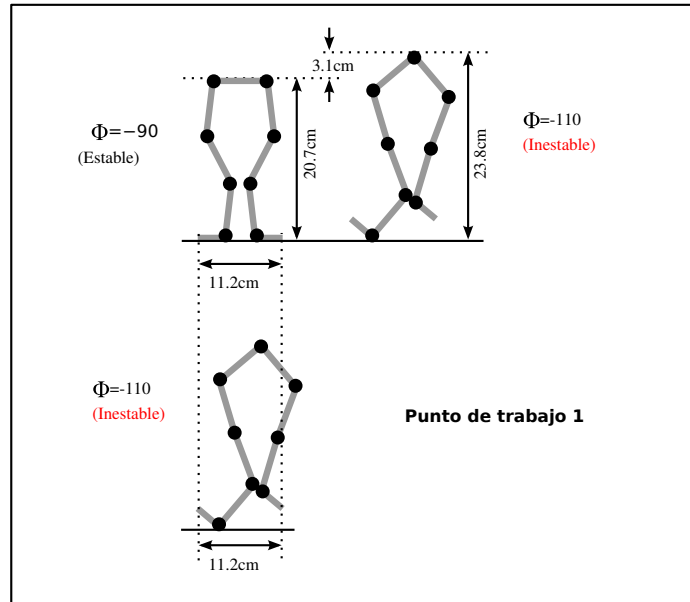


Figura 4.55: Dimensiones de un robot ápedo discreto de 8 módulos cuando se establece el punto de trabajo 1

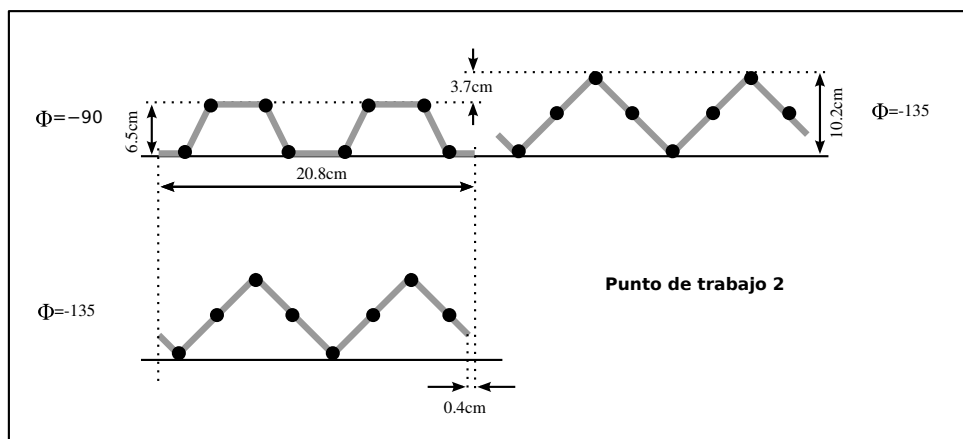


Figura 4.56: Dimensiones de un robot ápedo discreto de 8 módulos cuando se establece el punto de trabajo 2

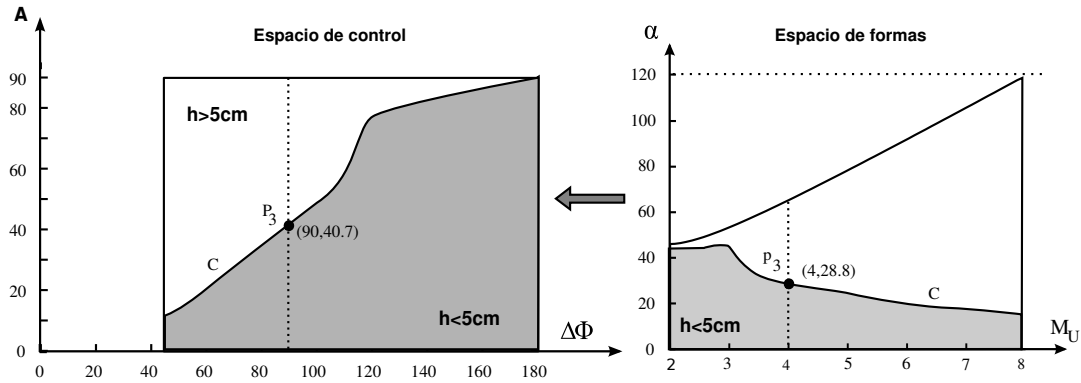


Figura 4.57: Aplicación de la cinemática inversa para la obtención del punto de trabajo 3 en el que un robot ápedo discreto de 8 módulos pueda desplazarse por el interior de un tubo de 5cm de diámetro

y la mínima en  $-90$ . La diferencia es de 3,7cm lo que representa un 36 % con respecto a la altura máxima. La anchura apenas varía 0,4cm (un 2 % respecto a la anchura máxima).

El movimiento del robot es estáticamente estable ya que en todo momento al menos existen dos puntos de apoyo.

#### 4.5.5.3. Punto 3: Movimiento por el interior de un tubo

El punto 3 es el que permite que el robot se pueda desplazar por el interior de un tubo de diámetro  $D = 5\text{cm}$  y que además el paso será máximo. Lo calcularemos aplicando la metodología propuesta en el apartado 4.4.6.3:

1. Calcular la altura normalizada:  $H_n = D/L = 5/7,2 = 0,69 \approx 0,7$
2. La región que satisface la restricción  $h < H_n$  se muestra en la figura 4.57. La curva C es la que delimita la región de trabajo.
3.  $M=8$  es un dato dado.
4. La región de locomoción es en la que  $M_{us} = M/2 = 8/2 = 4$ .
5. La intersección entre la región de trabajo y la de locomoción es una línea vertical con abscisa  $M_u = 4$ . Todos los puntos de esa recta son soluciones del problema. Como queremos aquella solución en la que además el paso sea máximo y el paso para un  $M_u$  fijo aumenta con  $\alpha$ , la solución se encuentra en la intersección entre la región de locomoción y la curva C. Será el punto  $(M_u, \alpha(M_u)) = (4, 28,8)$ .
6. Realizando la transformación inversa de este punto obtenemos la solución:  $P_3 = (90, 40,7)$ .

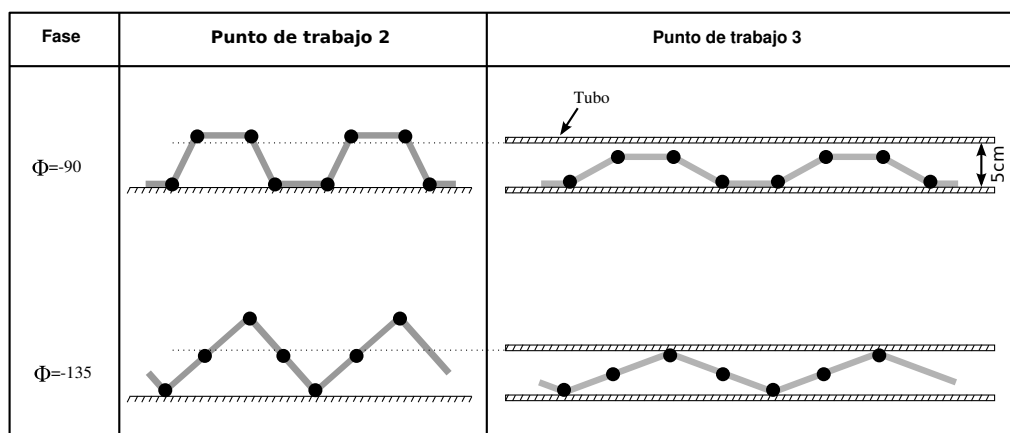


Figura 4.58: Comparación entre los puntos de trabajo 2 y 3

En la figura 4.58 se comparan los puntos 2 y 3. La forma es la misma, ya que  $Mu$  es igual en ambos puntos. La diferencia se debe a que en el punto 3 el ángulo de serpeo es menor por lo que la altura es menor y la anchura mayor. Se puede observar cómo en el caso peor,  $\phi = -135$ , la altura máxima del robot cumple la restricción de ser menor o igual 5.

El paso en el punto 2 es de  $8,4\text{cm}$  y en el punto 3 de  $1,8\text{cm}$ .

#### 4.5.6. Locomoción

La locomoción de un robot ápedo discreto de 8 módulos se muestra detalladamente en la figura 4.59 para un ciclo. Se han representado 15 fases diferentes. Se pueden apreciar las diferentes formas de las ondulaciones y cómo para todas ellas existen siempre dos puntos de apoyo que hacen que la locomoción sea estáticamente estable. También se puede apreciar que la altura del robot varía mientras que su anchura permanece prácticamente constante. Al final del ciclo el robot ha avanzado una distancia igual a  $8.4\text{cm}$  que representa un 40 % de su anchura en ese punto de trabajo.

### 4.6. Principios de locomoción

La locomoción de los robots ápedos discretos cuando se utilizan generadores sinusoidales se resume en los siguientes 11 principios fundamentales:

1. **Principio de los generadores sinusoidales.** Un robot ápedo de  $M$  módulos con conexión del tipo cabeceo-cabeceo en el que se hacen oscilar periódicamente cada una de las articulaciones usando generadores sinusoidales con una amplitud  $A$  y una diferencia de fase  $\Delta\phi$ , es capaz de desplazarse en línea recta.

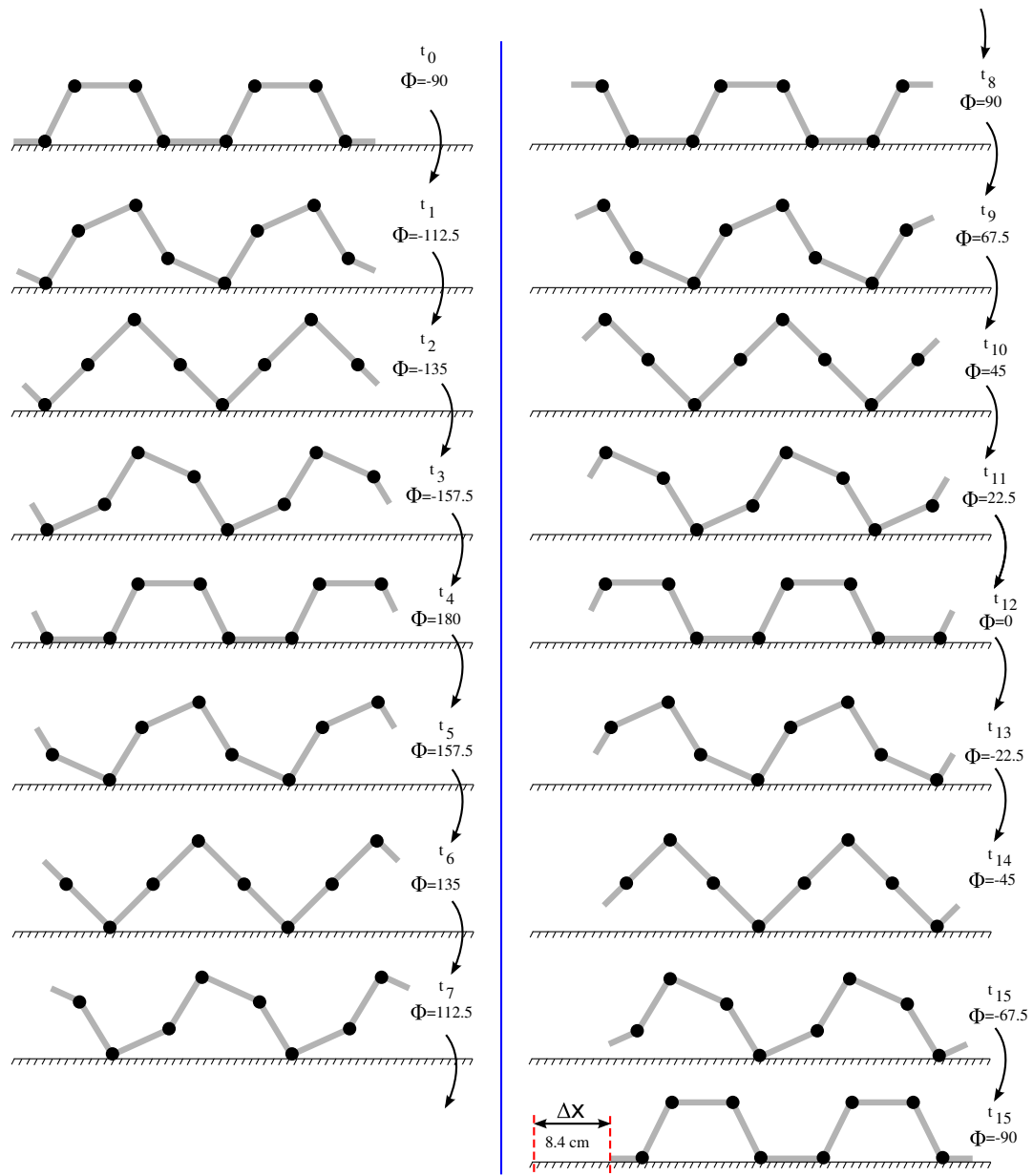


Figura 4.59: Locomoción de un robot ápedo discreto de 8 módulos cuando se utiliza el punto de trabajo 2.

2. **Principio de la onda corporal.** El mecanismo de locomoción de un robot ápodo controlado con generadores sinusoidales es debido a la aparición de las ondas corporales que se propagan por el robot.
3. **Principio del sentido del movimiento.** El sentido de desplazamiento del robot será igual al de la onda corporal. Si ésta se propaga desde la cola hasta la cabeza, el robot avanzará.
4. **Principio de caracterización de la forma.** La onda corporal que aparece durante la locomoción es del tipo serpentinoide y queda caracterizada por los parámetros ángulo de serpenteo  $\alpha$  y número de ondulaciones  $k$ .
5. **Principio de estabilidad.** La locomoción del robot es estáticamente estable si y sólo si existen al menos dos ondulaciones que recorren el robot y por tanto  $k \geq 2$ .
6. **Principio del paso.** La distancia recorrida por el robot durante un ciclo, denominada paso, es directamente proporcional a la diferencia entre la longitud de una ondulación y la longitud de onda.
7. **Principio de control de la amplitud.** La altura y el paso del robot dependen directamente de la amplitud  $A$  de los generadores. Cuanto mayor sea esta amplitud, mayores serán la altura y el paso.
8. **Principio de control de la diferencia de fase.** La forma de una ondulación y el número de ellas dependen del parámetro  $\Delta\phi$  de los generadores.
9. **Principio de simetría.** El signo de la diferencia de fase  $\Delta\phi$  determina el sentido de desplazamiento del robot. Dos movimientos con el mismo valor absoluto  $|\Delta\phi|$  pero de diferente signo serán exactamente iguales, pero realizados en sentidos opuestos.
10. **Principio de generadores en fase y oposición de fase.** Si todos los generadores están en fase o bien en oposición de fase, no existirá propagación de ondas y por tanto no habrá locomoción del robot.
11. **Principio del mínimo número de módulos.** El mínimo número de módulos para que un robot ápodo se pueda desplazar de manera estáticamente estable es de cinco.

## 4.7. Conclusiones

En este capítulo se ha estudiado a fondo el problema de la **locomoción en una dimensión** de los robots ápodos del **grupo cabeceo-cabeceo**.

El modelo continuo se ha empleado para entender la locomoción de estos robots, independientemente del número de módulos. Así, **sólo mediante los parámetros  $\alpha$  y  $k$  quedan especificadas las formas que adoptan los robots al desplazarse y sus propiedades de locomoción**. Se ha enunciado

la condición que debe cumplirse para que el movimiento sea estáticamente estable y se ha propuesto una ecuación para el cálculo del paso. Con ello se han establecido las relaciones necesarias entre el modelo cinemático y el matemático.

A partir de los conceptos del modelo continuo se ha analizado el modelo discreto. Se han identificado los parámetros nuevos que aparecen, sus rangos de valores y las limitaciones. **Se propone utilizar la idea del espacio de formas para representar los puntos de trabajo del robot**, a partir del número de módulos por ondulación  $M_u$  y  $\alpha$ . Para cada uno de estos puntos el robot tendrá una altura, anchura y un paso.

Además, proponemos **estudiar la cinemática** de estos robots **mediante transformaciones entre los espacios de control y de formas**. Con este método no sólo se obtiene una representación muy compacta sino que se simplifican los problemas. Las restricciones en el paso o las dimensiones se expresan mediante regiones en el espacio de formas.

**Se han propuesto las metodologías para la resolución de la cinemática directa e inversa** mediante unos sencillos pasos. Se han presentado ejemplos de cómo se aplican estas metodologías para resolver problemas como el de la **maximización del paso** del robot o el cálculo de sus parámetros de control para que se **pueda desplazar por el interior de un tubo**.

El estudio de la locomoción se ha hecho de manera genérica para toda la familia de robots de tipo cabeceo-cabeceo de  $M$  módulos. Como ejemplo de aplicación, se ha presentado un **caso de estudio** de un **robot de 8 módulos** y se han obtenido unos resultados numéricos que son contrastados en el capítulo de experimento con las mediciones realizadas en las simulaciones y el robot real.

El modelo de locomoción de robots ápodos propuesto nos permite entender la locomoción, parametrizarla y realizar cálculos a priori para predecir cómo se moverá el robot al aplicar unos valores a los generadores sinusoidales o bien determinar los valores de los parámetros de control para satisfacer las restricciones impuestas por el entorno. Lo que se ha conseguido es **explicar la locomoción relacionando el desplazamiento del robot con los parámetros de los generadores**.

Finalmente, **todas las ideas se han resumido en 11 principios fundamentales** (apartado 4.6) que permiten comprender la locomoción de los robots ápodos controlados mediante generadores sinusoidales.

# Capítulo 5

## Locomoción en 2D

“La frase más excitante que se puede oír en ciencia, la que anuncia nuevos descubrimientos, no es ‘¡Eureka!’ sino ‘Es extraño...’”  
– Isaac Asimov

### 5.1. Introducción

En este capítulo estudiamos la locomoción de los robots ápodos del grupo cabeceo-viraje cuando se utiliza como controlador el modelo de osciladores sinusoidales presentado en el apartado 3.5.

Comenzamos planteando el problema de la locomoción en 2D y proponemos una metodología para resolverlo junto a la cinemática directa e inversa, desde un punto de vista general. A continuación describimos los 8 modos de caminar que se han encontrado y resumimos las restricciones que los caracterizan. Seguidamente estudiamos en detalle cada uno de los modos de caminar, analizando primero el modelo continuo y luego el discreto. Aplicamos todo lo anterior a un caso de estudio de un robot de 8 módulos que será el usado en el capítulo de experimentos para confirmar la validez de los modelos. Finalmente resumimos las ideas más importantes en 11 principios de locomoción.

### 5.2. Problema de la locomoción en 2D

#### 5.2.1. Planteamiento

El objetivo es resolver el **problema de la coordinación** para lograr que los robots ápodos puedan desplazarse por una superficie bidimensional, homogénea y sin obstáculos, utilizándose el modelo de osciladores sinusoidales presentado en el apartado 3.5.

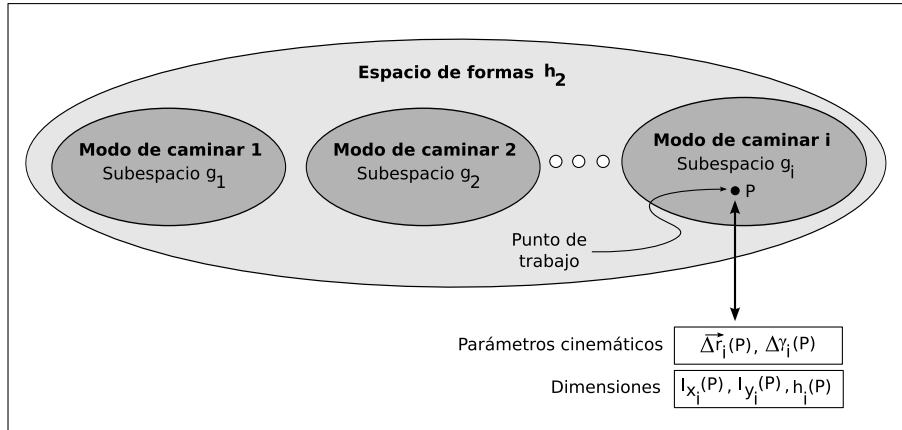


Figura 5.1: Esquema del planteamiento del problema de la locomoción en 2D

El estudio lo haremos de forma generalizada para que sea aplicable a cualquier robot ápedo de  $M$  articulaciones, con  $M$  mayor que un determinado número mínimo. Los modelamos como curvas tridimensionales continuas que varían su forma con la fase, que denominamos ondas corporales. Éstas aparecen como superposición de las dos ondas que se aplican a las articulaciones verticales y horizontales. Por tanto, estará caracterizada por los parámetros del espacio de formas  $h_2$ , de dimensión igual a 5. Son  $\alpha_v, \alpha_h, k_v, k_h$  y  $\Delta\phi_{vh}$  (ver apartado 3.6.4.2). Cada punto de  $h_2$  representa una onda corporal diferente que se propaga al variar la fase  $\phi$ . De todas ellas, sólo algunas serán válidas y harán que el robot se desplace.

### 5.2.2. Esquema

El esquema propuesto para abordar el problema es el mostrado en la figura 5.1. Cada modo de caminar del robot está asociado a un subespacio  $g_i$  de  $h_2$ , que tendrá una dimensión menor o igual a 5 que denominamos **grados de libertad** del movimiento. Los subespacios  $g_i$  están caracterizados por sus ecuaciones paramétricas que establecen relaciones entre sus parámetros y restringen sus dimensiones, determinando los grados de libertad.

En todos los puntos de trabajo  $p \in g_i$  el robot se moverá usando el mismo modo de caminar  $i$ . Las dimensiones de las ondas y los parámetros cinemáticos del robot dependerán del punto escogido. Usaremos la notación  $l_{x_i}(p), l_{y_i}(p), h_i(p)$  para especificar las dimensiones de la onda corporal y  $\Delta \vec{r}_i(p), \Delta \gamma_i(p)$  para los parámetros cinemáticos (Variación del vector de posición y de su orientación en un ciclo). Cada modo de caminar  $i$  tiene su propio subespacio  $g_i$  y sus propias ecuaciones.

Para ilustrar estos conceptos tomaremos como ejemplo el desplazamiento en línea recta, que se estudió en el capítulo 4. Está asociado al subespacio  $g_i$ . Se caracteriza por la restricción de que no existen ondas horizontales por lo que  $\alpha_h = 0$ . Los parámetros  $k_h$  y  $\Delta\phi_{vh}$  no se usan en este movimiento por lo que los podemos igual también a cero. Su dimensión es, por tanto, igual a 2 por lo que tiene dos



grados de libertad. Los puntos de  $g_i$  serán de la forma  $(\alpha, k)$ , donde  $\alpha$  es el ángulo de serpen-teo de la onda vertical y  $k$  su número de ondulaciones.

### 5.2.3. Metodología empleada

La metodología empleada para la solución del problema de la locomoción en 2D se resumen en los siguientes pasos:

1. Encontrar los modos de caminar
2. Caracterizar los subespacios  $g_i$  asociados a los modos de caminar encontrados.
3. Validar los resultados en simulación y con robots reales.
4. Obtener las ecuaciones de las dimensiones  $l_{x_i}(p)$ ,  $l_{y_i}(p)$ ,  $h_i(p)$  para cada subespacio  $g_i$
5. Obtener las ecuaciones de los parámetros cinemáticos  $\overrightarrow{\Delta r_i}(p)$  y  $\Delta \gamma_i(p)$  para cada subespacio  $g_i$
6. Resolver los problemas de la cinemática directa e inversa, como se propone en el apartado 5.2.4.

#### 5.2.3.1. Búsqueda de los modos de caminar

Lo que se quiere es explorar el espacio de control para encontrar diferentes variedades de movimiento. Para ello hay que emplear técnicas de búsqueda. La solución adoptada en esta tesis ha sido la de utilizar **algoritmos genéticos**. La ventaja que ofrecen, frente a otras técnicas como el *simulated annealing*, es que se obtiene como resultado una población de individuos, y en ella se pueden encontrar diferentes tipos de movimiento. No estamos buscando los movimientos más óptimos que minimicen una función de coste, sino detectar las familias de soluciones.

El espacio de búsqueda empleado es el  $H_2$ , de 5 dimensiones. Como función de evaluación se ha utilizado el paso, premiando a los individuos que se mueven con un paso mayor, en la dirección indicada. Todos los robots están situados inicialmente en reposo sobre el plano  $xy$ , coincidiendo su eje longitudinal con el eje  $x$ . Las funciones de evaluación empleadas han sido el paso en el eje  $x$  ( $\Delta x$ ), en el eje  $y$  ( $\Delta y$ ) y la rotación alrededor del eje  $z$  ( $\Delta \gamma$ ), para robots de longitud fija de 32 módulos. Se pueden encontrar más detalles en el apéndice B.

Para la implementación se ha desarrollado un **simulador** (apartado 7.2.5), basado en el motor físico ODE (*Open Dynamics Engine*). Las funciones de evaluación toman la posición inicial del centro de masas del robot (posición angular o lineal), esperan a que transcurran dos ciclos de simulación, se obtiene la posición final y se calcula el vector desplazamiento (o angular en caso de rotación). Para

asegurarse que el robot está en una situación estable, de régimen permanente, los dos primeros ciclos se descartan, empezándose a medir a partir del tercero. Se premia a los robots que durante los dos siguientes ciclos tengan un paso mayor. La frecuencia de los osciladores está fijada a un valor igual para todos los individuos.

Así por ejemplo, para encontrar los diferentes modos de caminar en la dirección del eje  $y$ , se calcula el paso  $\Delta y$  y se premiará a los individuos que más se desplacen en esa dirección. En la población final aparecen varias familias de individuos con diferentes movimientos. Unos con desplazamiento lateral (*side-winding*), otros con desplazamiento lateral inclinado y otros que ruedan.

Para otros tipos de movimiento, como el desplazamiento en trayectoria circular, se han realizado tanteos. Partiendo del movimiento en línea recta, cuyos parámetros se conocen, se evalúa si el mismo movimiento es viable cuando se cambia el ángulo de las articulaciones horizontales.

### 5.2.3.2. Caracterización de los subespacios

Una vez encontrados los modos de caminar candidatos se transforman al espacio de formas  $h_2$  y se buscan las restricciones que cumplen sus parámetros para que el movimiento se pueda realizar. Para algunos movimientos estas relaciones no son obvias, como por ejemplo en el caso del desplazamiento lateral inclinado. Hay que combinar las observaciones con el modelo matemático de la onda para obtener conclusiones.

Al final de este paso se tienen las ecuaciones paramétricas que caracterizan al subespacio.

### 5.2.3.3. Validación

Los subespacios  $g_i$  obtenidos se validan mediante la simulación y se prueban en robots reales. Hay que comprobar que son válidas para robots de diferentes número de módulos (y no sólo para 32 que es el valor empleado en las búsquedas) y que al variar el punto de trabajo el movimiento sigue siendo del mismo tipo pero con otras dimensiones y parámetros cinemáticos. Si no se cumplen estos criterios, el movimiento se descarta. Con ello nos aseguramos que el subespacio realmente caracteriza a ese tipo de movimiento, con independencia del número de módulos y del punto de trabajo escogido.

### 5.2.3.4. Obtención de las ecuaciones

Finalmente se obtienen las ecuaciones para el cálculo de las dimensiones y los parámetros cinemáticos de cada uno de los modos de caminar. Las dimensiones de la onda tridimensional se calculan a partir del modelo matemático o bien mediante aproximaciones como la de la onda plana (apartado 5.3.4).

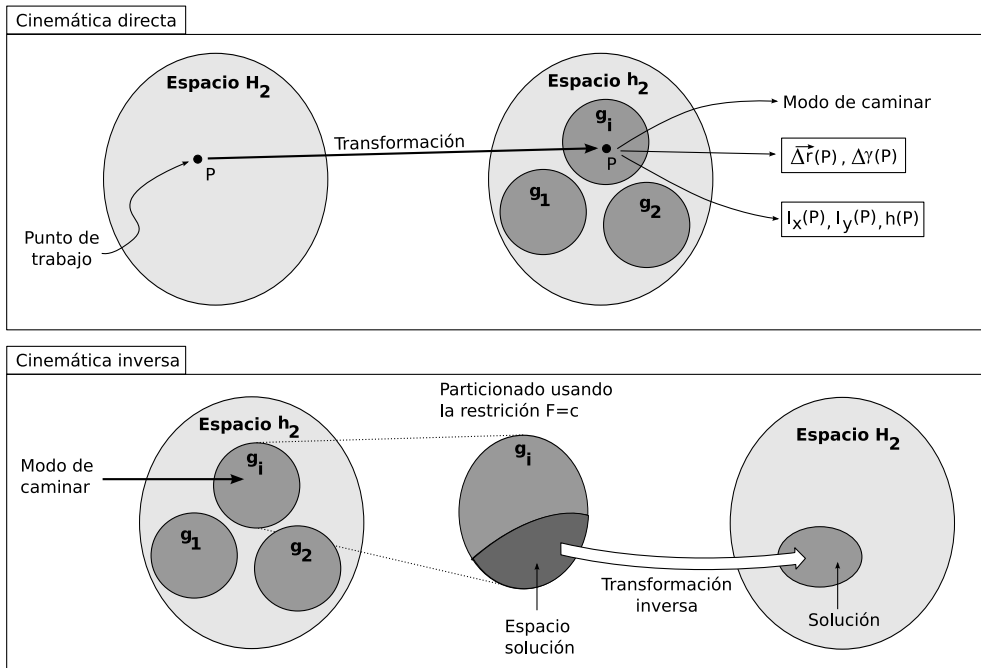


Figura 5.2: Planteamiento de la cinemática directa e inversa para los robots del grupo cabeceo- viraje

El cálculo de los parámetros cinemáticos depende del modo de caminar. Las ecuaciones se pueden obtener mediante métodos geométricos, como se hizo en el apartado 4.2.6 al calcular el paso de la locomoción en línea recta o bien derivarlos a partir del estudio de su dinámica.

### 5.2.4. Cinemática

Se proponen los pasos genéricos que hay que realizar para resolver los problemas de la cinemática directa e inversa. Se parte de que se conocen las ecuaciones de caracterización de los subespacios  $g_i$  y las ecuaciones de las dimensiones y de los parámetros cinemáticos para cada uno de ellos. El esquema se muestra gráficamente en la figura 5.2.

En el capítulo 4 se estudió detalladamente cómo resolver la cinemática para el subespacio asociado al modo de caminar en línea recta. En este apartado presentamos los pasos de una manera general, haciendo abstracción de los grados de libertad del movimiento.

#### 5.2.4.1. Cinemática Directa

**Enunciado** Dado un punto  $P$  del espacio de control  $H_2$  que determina los parámetros de los generadores sinusoidales ( $A_v, A_h, \Delta\phi_v, \Delta\phi_h, \Delta\phi_{vh}$ ) determinar el tipo de movimiento, sus parámetros cinemáticos y sus dimensiones

Denominaremos espacio  $g$  a la unión de todos los subespacios  $g_i$ . Los pasos a seguir son:

1. Transformar el punto  $P$  del espacio de control al espacio de formas (punto  $p$ ), usando las ecuaciones 3.45 y 3.46.
2. Si  $p$  NO está en  $g$  se trata de un punto inválido. Esos valores de los parámetros son incorrectos y no hacen que se mueva en ninguno de los modos de caminar previstos.
3. Si  $p$  pertenece a  $g$  será un punto válido. Determinar el subespacio  $g_i$  al que pertenece, comprobando si cumple las ecuaciones que lo caracterizan. Con ello conoceremos el tipo de movimiento que realizará el robot.
4. Aplicar las ecuaciones de las dimensiones  $l_{x_i}(p)$ ,  $l_{y_i}(p)$ ,  $h_i(p)$  y de los parámetros cinemáticos  $\overrightarrow{\Delta r_i}(p)$  y  $\Delta \gamma_i(p)$ .

#### 5.2.4.2. Cinemática inversa

**Enunciado:** Dadas unas restricciones en los parámetros cinemáticos y/o en las dimensiones del robot, y conocido el modo de caminar, encontrar los parámetros de los generadores que hay que aplicar.

Los pasos generales son los siguientes (figura 5.2):

1. Obtener el espacio  $g_i$  asociado al modo de caminar
2. Aplicar las restricciones y particionar el subespacio  $g_i$ . Denominaremos a  $s$  el espacio solución.
3. Realizar la transformada inversa del espacio solución  $s$ , con lo que obtenemos el subespacio  $S$  dentro del espacio de control  $H_2$ , que es la solución del problema.

## 5.3. Modos de caminar

### 5.3.1. Soluciones encontradas

Se han encontrado en total **8 modos de caminar diferentes**, agrupados en las siguientes cinco categorías: movimiento en línea recta, trayectoria circular, rodar, desplazamiento lateral y rotación (figura 5.3). El desplazamiento lateral se puede realizar de tres maneras: normal, inclinado y de tipo remero. Hay dos rotaciones, en “S” y en “U”, según la forma que adopte el robot durante el movimiento.

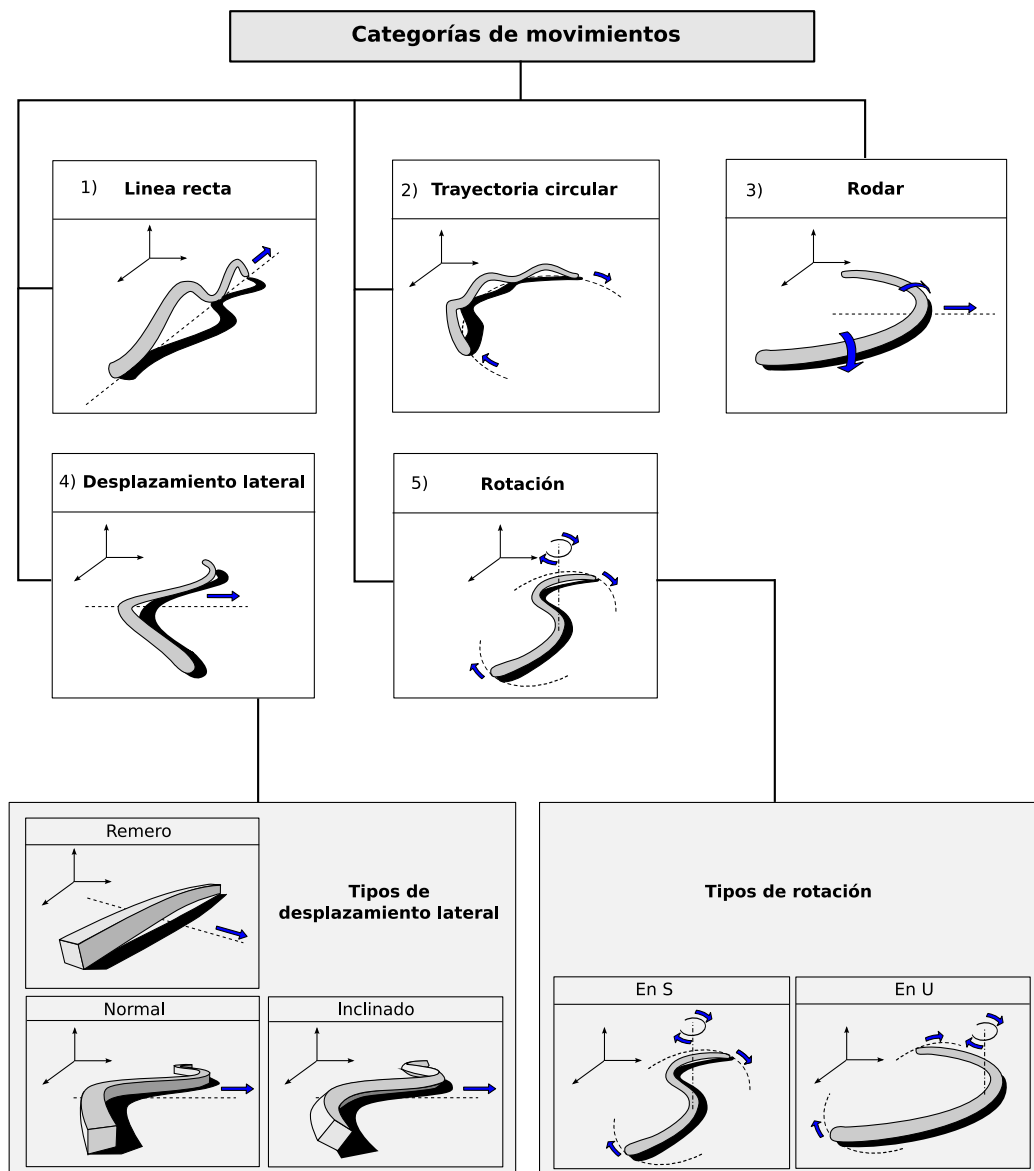


Figura 5.3: Tipos de modo de caminar de los robots del grupo cabeceo-viraje

De todos los movimientos encontrados, **tres de ellos son nuevos y no han sido previamente estudiados ni implementados por otros investigadores**, a nuestro leal saber. Son los movimientos de desplazamiento lateral inclinado y los dos tipos de rotaciones.

El **desplazamiento en línea recta** se ha estudiado ampliamente en el capítulo 4 para las configuraciones de tipo cabeceo-cabeceo. Los robots del grupo cabeceo-viraje son equivalentes a los primeros cuando las articulaciones horizontales permanecen en sus posiciones de reposo. Todos los principios ya estudiados se aplican directamente. Para los cálculos sólo hay que tener en cuenta que los bloques tienen unos parámetros  $d$  y  $d_0$  diferentes (apartado 5.4).

El **desplazamiento en trayectoria circular** permite al robot realizar giros de un determinado radio. El mecanismo de movimiento es similar al de la locomoción en línea recta pero el ángulo de doblaje de las articulaciones horizontales permanece fijado a un valor constante y distinto de cero por lo que adoptan una forma de arco circular (apartado 5.5).

El **movimiento de rodar** hace que todos los módulos roten alrededor del eje corporal desplazando el robot en la dirección perpendicular al eje longitudinal (apartado 5.6). El robot adopta forma de “U” y rueda. Este modo de caminar es muy útil para recuperar la orientación original del robot en caso de volcar. Por ejemplo, si lleva una cámara en la cabeza y vuelca, conseguirá tener la orientación correcta rodando.

Con el **desplazamiento lateral** el robot se mueve hacia uno de sus lados manteniendo paralelo su eje longitudinal (apartado 5.7). Engloba tres modos de caminar. Uno, el **principal**, en el que el robot se desplaza lateralmente ondulando el cuerpo. Es similar al movimiento que hacen algunos tipos de serpiente al desplazarse por la arena, conocido en inglés por el término *side-winding*. El segundo es la versión **inclinada**. Se trata del mismo movimiento, pero en el que los módulos están rotados un ángulo con respecto a su eje corporal (apartado 5.7.8). El tercero es el de tipo **“remero”** en el que el robot adopta una forma en “U” ligeramente curvada y los extremos realizan círculos. Se alternan los puntos de apoyo de los extremos y central para realizar el desplazamiento (apartado 5.7.9).

La última categoría la forman los dos **movimientos de rotación**, que permiten al robot cambiar la orientación de su eje longitudinal. Una es la rotación en forma de “S” (apartado 5.8), similar al desplazamiento lateral principal pero rotando en vez de desplazarse. En el otro el cuerpo adopta alternativamente las formas de “U” y “U” invertida (apartado 5.8.7).

### 5.3.2. Clasificación según las ondas

Los diferentes modos de caminar se generan mediante la superposición de las ondas aplicadas en las articulaciones verticales y las horizontales. Son de dos tipos: serpentinoideas o circulares. En la figura 5.4 se muestran los distintos modos de caminar en función de las ondas empleadas en las articulaciones verticales y horizontales.

		Articulaciones horizontales		
		Serpentinoide (S)	Circular (C)	Reposo (R)
Articulaciones horizontales	Serpentinoide (S)	Onda SS: Serpentinoide 3D <ul style="list-style-type: none"> <li>● Desplazamiento lateral normal</li> <li>● Desplazamiento lateral inclinado</li> <li>● Rotación en S</li> </ul>	Onda SC <ul style="list-style-type: none"> <li>● Rotación en U</li> <li>● Trayectoria circular</li> </ul>	Onda SR <ul style="list-style-type: none"> <li>● Línea recta</li> </ul>
	Circular (C)		Onda CC: Circular 3D <ul style="list-style-type: none"> <li>● Rodar</li> <li>● Remero</li> </ul>	

Figura 5.4: Clasificación de los modos de caminar según las ondas empleadas en las articulaciones verticales y horizontales

La onda tridimensional la denotaremos mediante la unión de dos letras, que se corresponden con los tipos de ondas bidimensionales usadas. En total tendremos cuatro tipos de ondas: SS, SC, SR y CC.

### 5.3.3. Caracterización de los subespacios $g_i$

Los modos de caminar encontrados junto con las restricciones de sus subespacios  $g_i$  asociados, los parámetros, el tipo de onda y los grados de libertad se han resumido en la figura 5.5.

En todos los tipos de movimiento la onda tridimensional está **aplanada**, bien porque se cumple que el parámetro  $\alpha_v$  es mucho mayor que el  $\alpha_h$  o bien porque la propia onda es plana de por sí. Por ello, la forma del robot se aproxima por una onda bidimensional situada sobre el plano  $xy$  que en general necesita de dos parámetros para su descripción:  $\alpha$  (que es el ángulo de serpenteo o el ángulo del arco) y el número de ondulaciones  $k$ . Las dimensiones de esta onda se aproximan por las de la onda horizontal, que es conocida. Será una onda serpentinoide o circular.

Los movimientos de desplazamiento lateral normal, en línea recta y los dos tipos de rotaciones tienen dos grados de libertad, denotados por los parámetros  $\alpha$  y  $k$ . Según el tipo de movimiento, los parámetros indicarán una cosa u otra. En el caso del desplazamiento lateral normal,  $\alpha$  indica el ángulo de serpenteo de la onda horizontal, es decir, la forma que tiene el cuerpo del robot durante el desplazamiento y  $k$  es el número de ondulaciones horizontales. Es igual que en el caso de rotación en “S”. Para la rotación en “U”,  $\alpha$  es el ángulo del arco horizontal y  $k$  el número de ondulaciones verticales.

Los movimientos de rodar y del desplazamiento lateral de tipo remero tienen un único grado de libertad dado por  $\alpha$ , que representa el ángulo del arco que forma el cuerpo. Al tratarse de ondas circulares los parámetros  $k_v$  y  $k_h$  son cero.

Los movimientos con más grados de libertad son la trayectoria circular y el desplazamiento lateral inclinado. En el primero se necesitan el ángulo de serpenteo y el número de ondulaciones  $k$  para

Movimiento	Parámetros	Grados de libertad	Onda	Restricciones
Desplazamiento lateral normal	$(\alpha, k)$	2	SS	$\alpha_h \approx \alpha$ $k_h = k_v = k$ $\alpha_v \rightarrow 0$ $ \Delta\Phi_{vh}  = 90$
Desplazamiento lateral inclinado	$(\alpha, k, \beta)$	3	SS	$\alpha_h = \alpha \cos \beta$ $\alpha_v = \alpha \sin \beta$ $k_h = k_v = k$ $ \Delta\Phi_{vh}  \rightarrow 0$
Rotación en S	$(\alpha, k)$	2	SS	$\alpha_h = \alpha$ $k_h = k$ $\Delta\Phi_{vh} = 0$ $\alpha_v \rightarrow 0$ $k_v = 2k$
Rotación en U	$(\alpha, k)$	2	SC	$\alpha_h = \alpha$ $k_v = k$ $\alpha_v \rightarrow 0$ $ \Delta\Phi_{vh}  = 90$
Trayectoria circular	$(\alpha_v, k_v, \alpha_h)$	3	SC	Curva circular
Línea recta	$(\alpha, k)$	2	SR	$\alpha_h = 0$
Rodar	$\alpha$	1	CC	$\alpha_v = \alpha_h = \alpha$ $ \Delta\Phi_{vh}  = 90$ $\alpha > \alpha_{\min}$
Remero	$\alpha$	1	CC	$\alpha_v = \alpha_h = \alpha$ $ \Delta\Phi_{vh}  = 90$ $\alpha > \alpha_{\min}$

Figura 5.5: Resumen de todos los movimientos con sus parámetros fundamentales, tipo de onda, grados de libertad y restricciones del subespacio de formas



la onda vertical, que al igual que en el caso del desplazamiento en una dimensión, determinan el paso y la forma del robot. Se necesita un tercer parámetro para especifica el ángulo del arco de la trayectoria. En el desplazamiento lateral inclinado, además de  $\alpha$  y  $k$  se necesita especificar el ángulo de inclinación.

### 5.3.4. Estabilidad

La estabilidad de cada uno de los movimientos se estudia en sus apartados correspondientes, sin embargo, existe un criterio que es válido para todos: **la aplicación de una onda plana.**

Si la componente que se aplica en las articulaciones verticales tienen un parámetro  $\alpha$  mucho más pequeño que el de las horizontales, entonces el centro de gravedad permanece muy cercano al suelo y el movimiento tenderá a ser estable con independencia del número de puntos de apoyo en el suelo.

Cuando se aplica una onda plana, la forma del robot se aproxima a la que tiene debido a sus articulaciones horizontales. Esto permite, además, calcular sus dimensiones a partir de la onda horizontal.

**Principio de la onda plana** *La estabilidad de todos los movimientos, en general, se consigue haciendo que el parámetro  $\alpha$  de la onda vertical sea muy pequeño en comparación con el de la horizontal. En ese caso, la onda tridimensional está "aplanada" y las dimensiones del robot se pueden aproximan por las de la onda horizontal.*

## 5.4. Locomoción en línea recta

### 5.4.1. Descripción

Los robots ápodos del grupo cabeceo-viraje se desplazan en línea recta de manera similar a los del grupo cabeceo-cabeceo. Para conseguir este movimiento, las articulaciones horizontales deben estar en sus posiciones de reposo, con sus ángulos de doblaje a cero ( $\phi_{h_i} = 0$ ) y en las articulaciones verticales se aplica una onda serpentina.

Todas las ecuaciones, principios y metodologías presentadas en el capítulo 4 para los robots del grupo cabeceo-cabeceo son válidas también para los del grupo cabeceo-viraje. Para ello hay que considerar que estos robots están formados por  $M/2$  bloques del tipo cabeceo (apartado 3.3.4) y que los parámetros  $d_0$  y  $d$  son ahora  $L/2$  y  $2L$  respectivamente (ver tabla 3.1).

La diferencia entre ambos grupos está en la geometría. Los del grupo cabeceo-viraje no son simétricos con respecto a su centro geométrico ya que los bloques de tipo cabeceo no lo son. En ellos el brazo izquierdo tiene una longitud de  $L/2$  y el derecho de  $3L/2$ . En el grupo cabeceo-cabeceo ambos brazos tienen la misma longitud ( $L/2$ ).

### 5.4.2. Estabilidad

El criterio de estabilidad es el mismo que para los robots del grupo cabeceo-cabeceo. El movimiento será estáticamente estable si al menos existen dos ondulaciones ( $k_v \geq 2$ ). En la figura 5.6 se muestra la locomoción de un robot del grupo cabeceo-*viraje* de 20 módulos. Solo se han representado las articulaciones verticales. Los módulos horizontales se han dibujado de otro color. En todas las fases existen al menos dos puntos de apoyo por lo que la locomoción es estáticamente estable.

En la figura 5.7 se ha dibujado la locomoción de un robot de 16 módulos cuando  $k_v$  es menor que 2. El robot avanza, pero durante la transición entre las fases  $\phi = 0$  y  $\phi = -90$  hay un único punto de apoyo por lo que el robot se inclina hacia atrás.

El principio del mínimo número de módulos, en el caso de los robots del grupo cabeceo-*viraje* se tiene que verificar para las articulaciones verticales. El robot tendrá que tener al menos 5 módulos verticales. Por ello, estos robots tendrán que tener como mínimo 10 módulos (5 verticales + 5 horizontales).

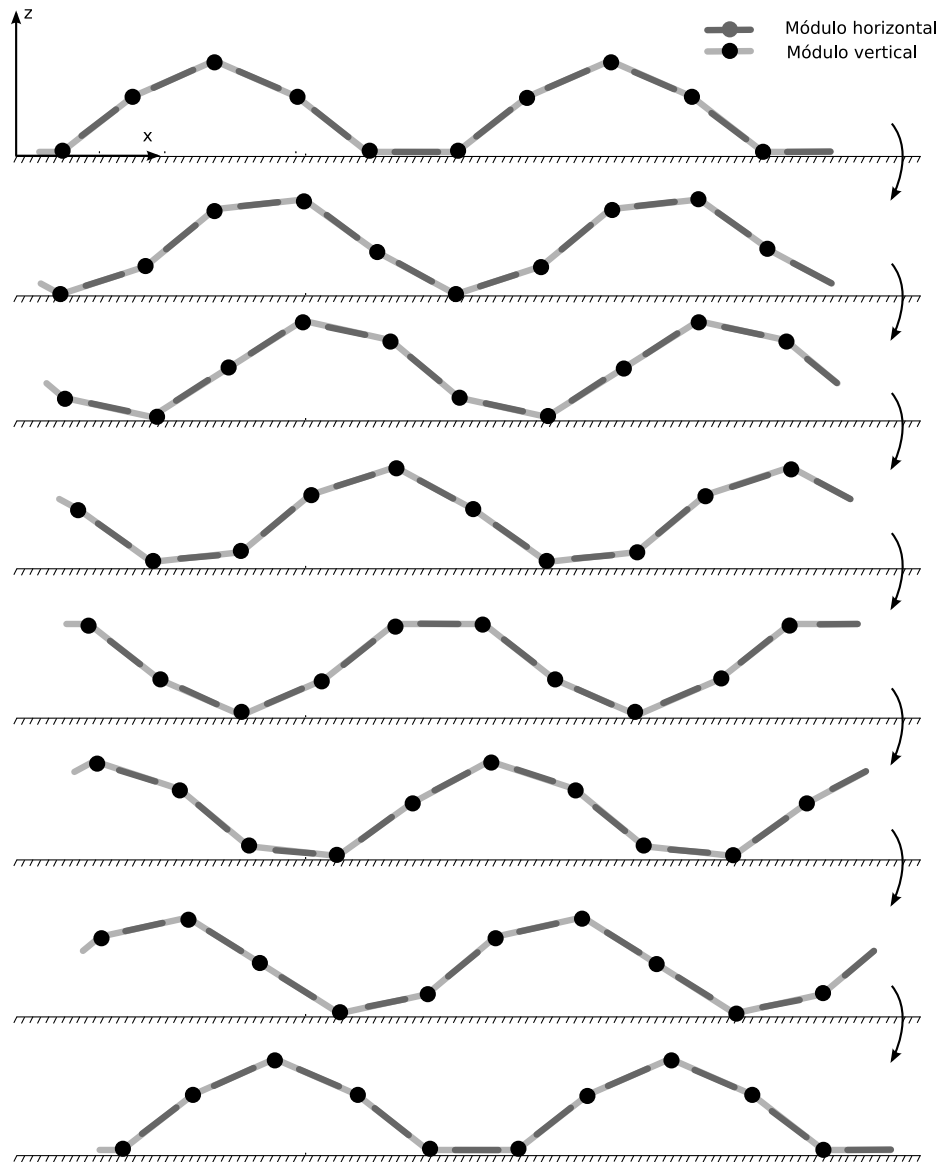


Figura 5.6: Locomoción estáticamente estable de un robot ápedo del grupo cabeceo-viraje de 20 módulos

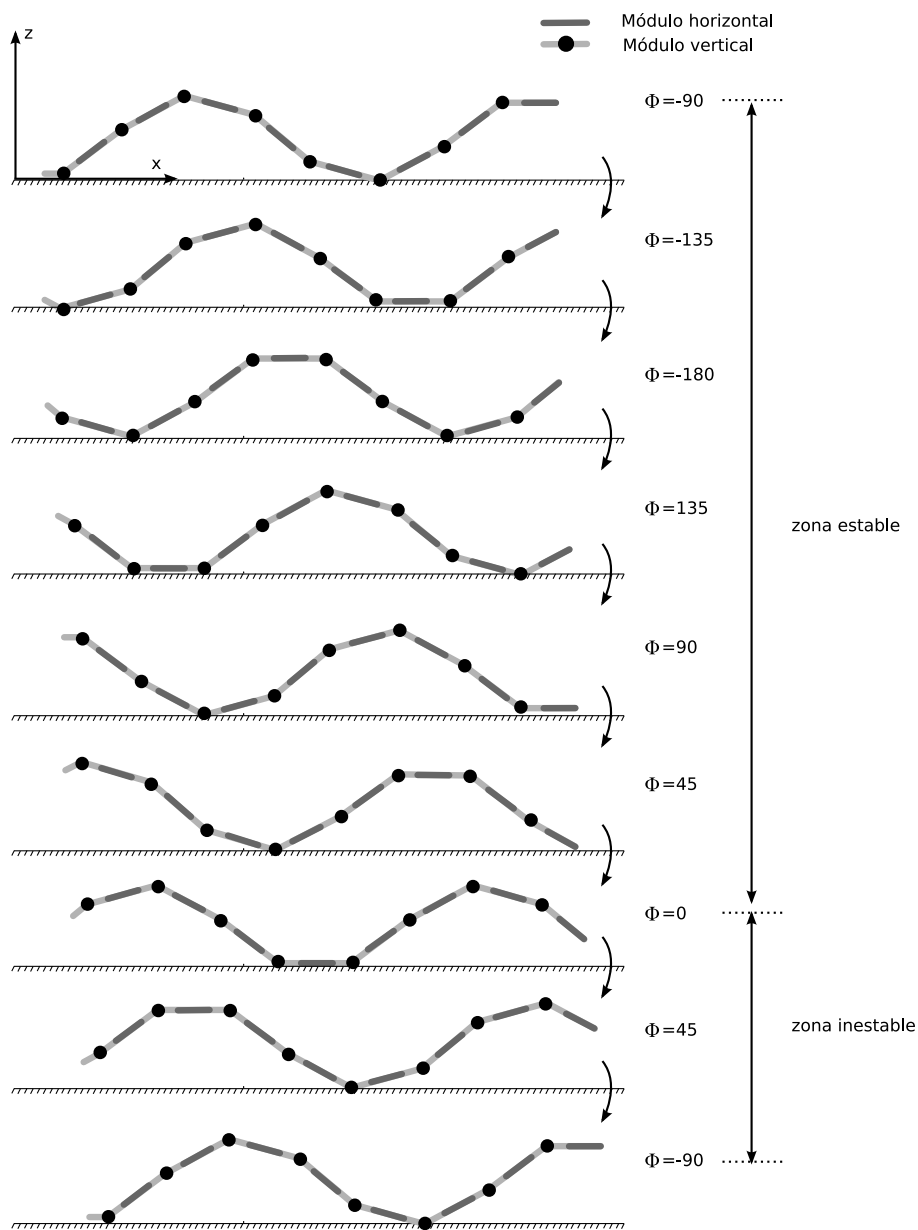


Figura 5.7: Locomoción NO estáticamente estable de un robot ápodo del grupo cabeceo-viraje de 16 módulos

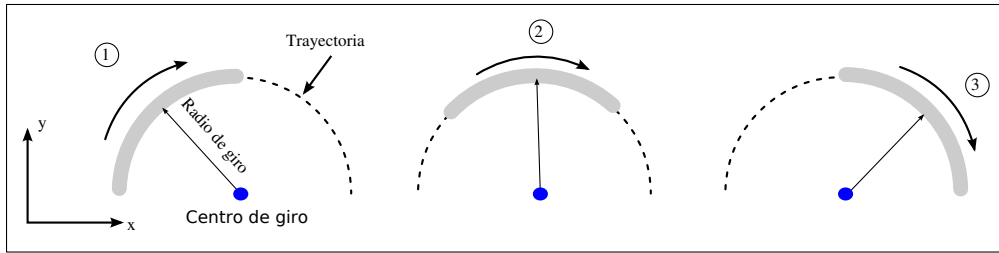


Figura 5.8: Movimiento del robot según una trayectoria circular en el plano  $xy$

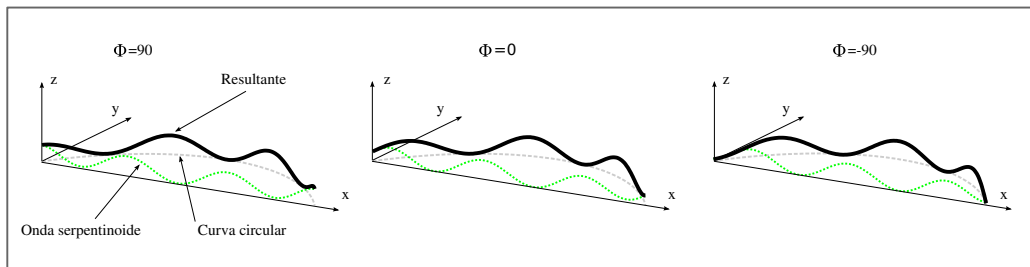


Figura 5.9: Forma del cuerpo del robot al desplazarse según una trayectoria circular: Superposición de curva circular y una onda serpentina

## 5.5. Trayectoria circular

### 5.5.1. Descripción del movimiento

Cuando se superponen una curva circular en las articulaciones horizontales y una onda serpentina en las verticales el robot se desplaza siguiendo una trayectoria en arco circular con un radio de giro  $r$  (figura 5.8). La curva circular en las horizontales fuerza a que la proyección del robot sobre el plano  $xy$  sea un arco circular. La propagación de la onda serpentina por las verticales provoca el movimiento en un sentido u otro del arco.

El movimiento tiene tres grados de libertad ( $\alpha$ ,  $k$ ,  $\alpha_h$ ):

- $\alpha$ : Ángulo de serpeo de la onda serpentina vertical.  $\alpha = \alpha_v \in [0, 120]$
- $k$ : Número de ondulaciones en la onda serpentina vertical.  $k = k_v \geq 1$
- $\alpha_h$ : Ángulo del arco circular horizontal.  $|\alpha_h| \in [0, 360]$

### 5.5.2. Forma del robot

La forma del robot es una onda serpentina que está “curvada”. En la figura 5.9 se muestran la curva circular, la serpentina vertical y la composición de ambas, para tres fases diferentes. La onda se va propagando a lo largo de la trayectoria circular haciendo que el robot se desplace.

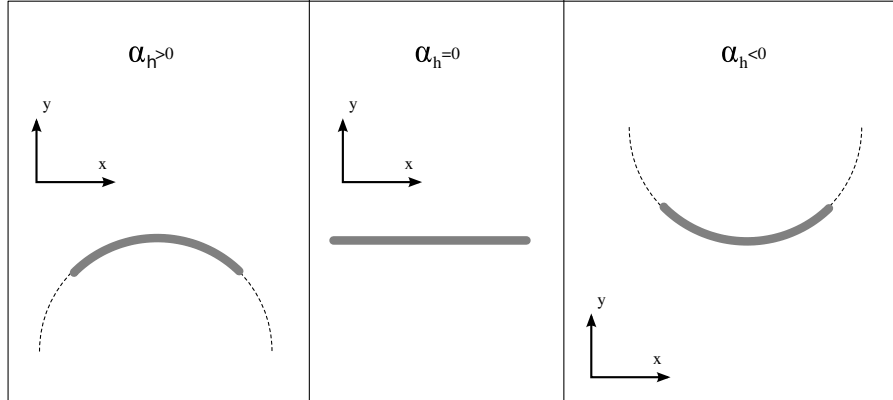


Figura 5.10: Orientación de la trayectoria según el signo de  $\alpha_h$

### 5.5.3. Trayectorias

La trayectoria circular que describe el robot está determinada por el radio de giro  $r$ . Para una curva circular de longitud  $l$ , este radio está dado por la ecuación 3.47. Puesto que en las articulaciones verticales se tiene una onda serpentina, su proyección en el plano  $xy$  tiene una longitud igual a su anchura  $w$ . Esta anchura, además, como vimos en el apartado 4.2.4.2, no depende del número de ondulaciones, sino sólo del ángulo de serpiente. Por ello, la trayectoria que sigue el robot ápedo tiene un radio de giro  $r$  dado por la ecuación:

$$|r| = \frac{w(\alpha_v)}{\alpha_h} \cdot \frac{180}{\pi} \quad (5.1)$$

donde  $\alpha_h$  está expresado en grados y  $r$  en las mismas unidades que  $w$ .

La trayectoria depende únicamente de los parámetros  $\alpha_v$  y  $\alpha_h$ . El signo de  $\alpha_h$  determina la orientación de la trayectoria (figura 5.10). Cuando  $\alpha_h$  es positivo la curva tiene una orientación (cóncava o convexa). Si es negativa se tiene la orientación contraria. Cuando es cero se está en el caso de un desplazamiento en línea recta, como el del apartado 5.4.

Dada una orientación, el radio de giro depende de los valores de  $\alpha_h$  y  $\alpha_v$ . En la figura 5.11 se muestran las trayectorias para diferentes valores de sus parámetros para un robot ápedo de longitud constante  $l$ . El radio de giro (ec. 5.1) es inversamente proporcional a  $\alpha_h$  y directamente proporcional a la anchura de la serpentina, que disminuye con el aumento de  $\alpha_v$  (apartado 4.2.4.2).

El valor mínimo del radio se consigue para  $\alpha_h = 360$  grados y  $\alpha_v = 0$ . En esta situación el robot tiene la forma de una circunferencia de radio  $l/2\pi$ . Para  $\alpha_v > 0$ , la circunferencia no llega a cerrarse ya que su longitud proyección será  $w$  (que es menor que  $l$ ). En esta configuración en anillo el centro de giro es el mismo que el de la circunferencia y el robot girará alrededor de ella.

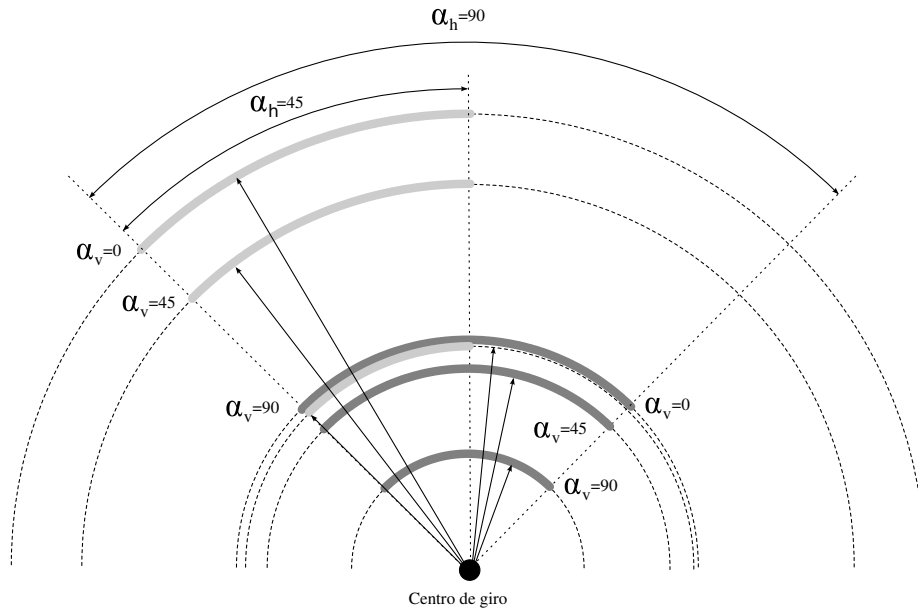


Figura 5.11: Diferentes trayectorias circulares según los valores de los parámetros  $\alpha_v$  y  $\alpha_h$

## 5.5.4. Estabilidad

### 5.5.4.1. Criterio de estabilidad

Para el análisis de la estabilidad necesitamos conocer los puntos de apoyo del robot en función de la fase y de los parámetros  $\alpha_h$ ,  $\alpha_v$  y  $k_v$ . Para que el robot sea estable en todas las fases se debe verificar que al menos existan tres puntos de apoyo y la proyección del centro de masas caiga dentro del polígono formado por estos puntos.

**Principio de estabilidad** *Si el número de ondulaciones verticales es mayor o igual a 3 ( $k_v \geq 3$ ) entonces el desplazamiento de un robot ápedo continuo en trayectoria circular es estáticamente estable.*

La demostración de este principio se ha hecho de forma numérica para todo el rango de valores de  $\alpha_h$  e  $\alpha_v$  con una resolución de 1 grado. Para cada par de valores  $(\alpha_v, \alpha_h)$  se han obtenido las coordenadas de los puntos de apoyo, el centro de masas del robot y se ha verificado que el centro de gravedad cumple la condición de estabilidad.

En la figura 5.12 se muestra la proyección de la forma del robot sobre el plano  $xy$ , los puntos y polígono de apoyo y el centro de masas para diferentes valores de  $\alpha_h$  a  $\alpha_v$  en las tres fases de  $-90$ ,  $0$  y  $90$  grados. La fase más crítica es  $\phi = -90$ . En ella el centro de masas se encuentra muy cerca a una de las líneas del polígono de apoyo. Al desplazarse la onda, el polígono va variando, cumpliéndose que en todas las fases el centro de gravedad cae en su interior.

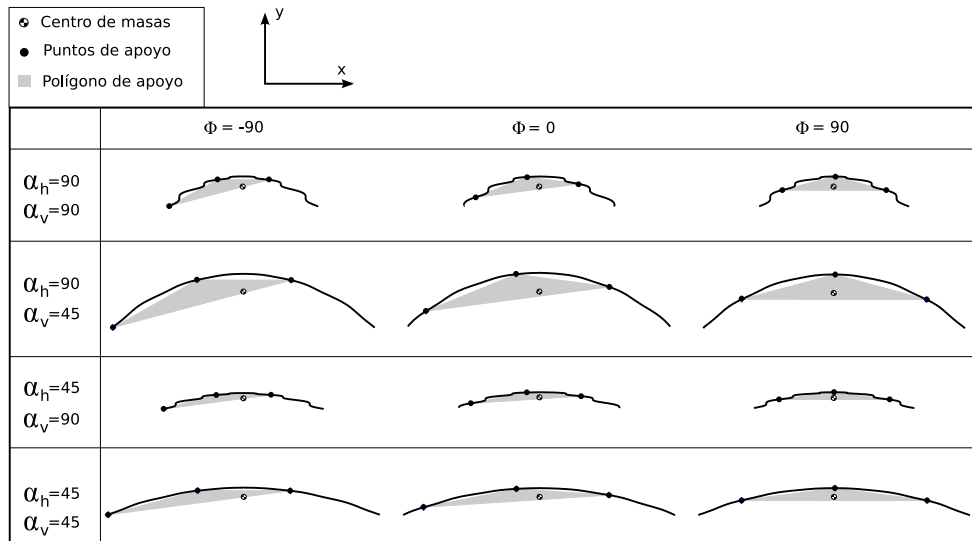


Figura 5.12: Polígono de apoyo y centro de masas para diferentes valores de  $\alpha_v$  y  $\alpha_h$  de un robot ápedo con  $k_v = 3$

#### 5.5.4.2. Estabilidad para $k_v < 3$

Cuando no se cumple el principio de estabilidad y  $k_v < 3$ , ya no existen tres puntos de apoyo en todo momento por lo que el robot se inclinará hacia un lado u otro. Los parámetros de  $\alpha_h$ ,  $\alpha_v$  y  $k$  determinan cómo será esta oscilación, pudiendo el robot llegar a volcar. En la figura 5.13 se ha representado un robot con  $\alpha_v = 45$  y  $\alpha_h = 90$  con  $k_v = 2$ . La fase  $\phi = -90$  es estable. Existe tres puntos de apoyo y el centro de gravedad cae en el interior del polígono de apoyo. Sin embargo, al propagarse la onda sólo hay dos puntos de apoyo. Se ha representado el caso para  $\phi = 0$  y  $\phi = 90$ . En estas situaciones el robot se inclinará hasta que haya uno o más nuevos punto de apoyo. Los puntos de apoyo en estas fases son diferentes. Eso hace que el robot vaya tambaleándose mientras se desplaza.

Por tanto en los casos en que no se cumple el principio de estabilidad ( $k_v < 3$ ), el movimiento del robot en trayectoria circular sí es posible, pero no para todos los valores de  $\alpha_v$  y  $\alpha_h$ . Siempre existirán oscilaciones en el movimiento que pueden ser atenuadas disminuyendo la altura del robot y logrando que sea más estable. Sin embargo, al hacer esto el paso del robot será menor.

#### 5.5.5. Robot discreto

En el modelo discreto aparecen limitaciones en los valores de sus parámetros. Calcularemos el mínimo número de módulos necesarios para realizar el movimiento circular de manera estáticamente estable y las limitaciones en los rangos de sus parámetros.



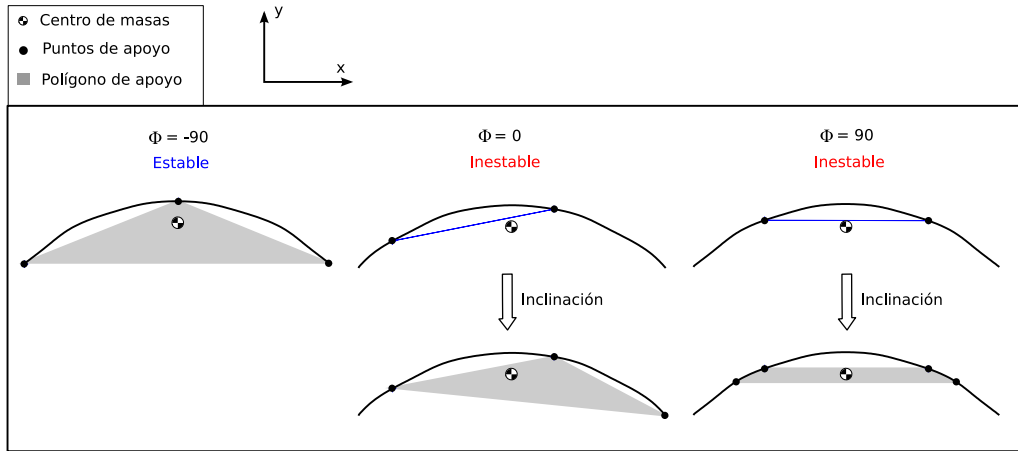


Figura 5.13: Polígono de apoyo y centro de gravedad para un robot ápodo con  $k_v = 2$

### 5.5.5.1. Número mínimo de módulos

Para un robot del grupo cabeceo-viraje, el número de módulos  $M$  totales se relaciona con la diferencia de fase y el número de ondulaciones verticales por la ecuación 3.45.  $M$  es directamente proporcional a  $k_v$  e inversamente proporcional a  $\Delta\phi_v$  por lo que el mínimo se obtendrá para el  $k_v$  menor ( $k_v = 3$ ) y el  $\Delta\phi_v$  máximo ( $\Delta\phi_v = 180$ ):

$$M = \frac{4\pi k_v}{\Delta\phi_v} \geq \frac{12\pi}{\pi} = 12$$

Este es el mínimo valor de  $M$  calculado matemáticamente. Sin embargo, debido al *principio de oposición de fase*, cuando la fase es de 180 grados, no existe locomoción. Por tanto, es necesario al menos añadir un módulo horizontal más y por definición los robots ápodos del grupo cabeceo-viraje tienen el mismo número de módulos horizontales que verticales. Por ello, el número mínimo será de  $M=14$ .

**Principio del mínimo número de módulos** *Un robot ápodo del grupo cabeceo-viraje que tenga un número de módulos superior o igual a 14, podrá desplazarse siguiendo una trayectoria circular de manera estáticamente estable.*

### 5.5.5.2. Limitaciones

Los parámetros  $A_v$  y  $\alpha_v$  tienen las mismas limitaciones que en el caso del movimiento en línea recta (apartado 4.3.2.4): limitación por geometría y por tope del servo. Por ello, en general se verifica que  $\alpha_v \leq \alpha_{v_{max}} \leq 120$  y  $A_v \leq A_{v_{max}} \leq 90$  donde  $\alpha_{v_{max}}$  y  $A_{v_{max}}$  están dadas por las ecuaciones 4.6 y 4.7 respectivamente.

Para las articulaciones horizontales las limitaciones también son por la geometría y el tope mecánico del servo. Se verifica que:  $\alpha_h \leq \alpha_{h_{max}} \leq 360$  y  $A_h \leq A_{h_{max}} \leq 90$ , donde los valores máximos están dados por las ecuaciones:

$$\alpha_{h_{max}} = \begin{cases} 45M & M < 8 \\ 360 & M \geq 8 \end{cases} \quad (5.2)$$

$$A_{h_{max}} = \begin{cases} 90 & M \leq 8 \\ \frac{720}{M} & M > 8 \end{cases} \quad (5.3)$$

Para su deducción partimos de la ecuación 3.48 que relaciona el parámetro  $\alpha$  con el ángulo de doblaje  $A$  de una curva circular y la particularizamos para el grupo cabeceo-viraje en el que hay  $M/2$  módulos horizontales:

$$A_h = \frac{\alpha_h}{\frac{M}{2}} = \frac{2\alpha_h}{M} \quad (5.4)$$

$A_h$  es directamente proporcional a  $\alpha_h$  por lo que su valor máximo lo obtendremos para el máximo absoluto de  $\alpha_h$  que es de 360 grados. Sustituyendo este valor en la ecuación 5.4 y aplicando la restricción  $A_h \leq 90$ :

$$A_{h_{max}} = \frac{720}{M} \leq 90$$

Despejando  $M$  obtenemos que  $M = 8$  es el valor que delimita las dos regiones de limitación. En una habrá limitación geométrica y por tanto  $A_{max} < 90$ . En la otra la limitación será por el tope del servo y  $A_{h_{max}} = 90$ .

De manera similar para el parámetro  $\alpha_h$  obtenemos:

$$\alpha_{h_{max}} = 45M < 360$$

Para  $M < 8$  la limitación será debida al tope mecánico y para  $M \geq 8$  a la geometría.

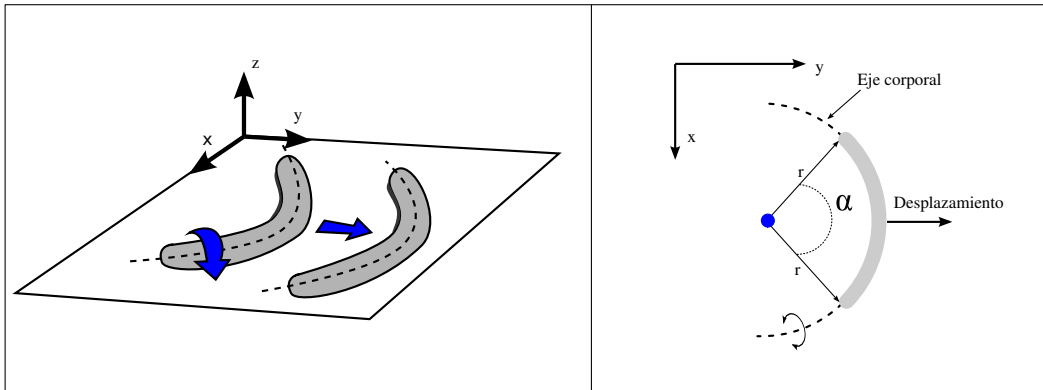


Figura 5.14: Descripción del movimiento de rodar

## 5.6. Rodar

### 5.6.1. Descripción del movimiento

En este movimiento el robot ápodo rota alrededor de su eje corporal y se desplaza en línea recta a lo largo del eje  $y$ . Está compuesto por la superposición de dos ondas circulares iguales, una en las articulaciones horizontales y otra en las verticales. El movimiento queda caracterizado por los parámetros  $\alpha$  de las ondas circulares y la diferencia de fase entre ellas:

- $\alpha_v$ : Arco circular en articulaciones verticales.  $|\alpha_v| \in [0, 360]$
- $\alpha_h$ : Arco circular en articulaciones horizontales.  $|\alpha_h| \in [0, 360]$
- $\Delta\phi_{vh}$ : Diferencia de fase entre las ondas verticales y horizontales

Sin embargo, cuando  $\alpha_v = \alpha_h$  y  $\Delta\phi_{vh} = 90$  la forma del robot es un arco circular que no varía su radio de curvatura con la fase. En estas condiciones el robot adopta la forma curvada y se desplaza en línea recta, paralelamente a su eje corporal en un movimiento rectilíneo uniforme (ver figura 5.14).

Por tanto, este movimiento queda caracterizado por el parámetro  $\alpha$  que es el ángulo del arco circular que forma al desplazarse.

### 5.6.2. Forma del robot

Cuando se superponen dos ondas circulares iguales, una en las articulaciones verticales y la otra en las horizontales, con el mismo valor de  $\alpha$ , la forma resultante es un arco circular que tiene una inclinación con respecto al plano  $xy$  que varía con la fase  $\phi$ . Los ángulos de doblaje entre las articulaciones

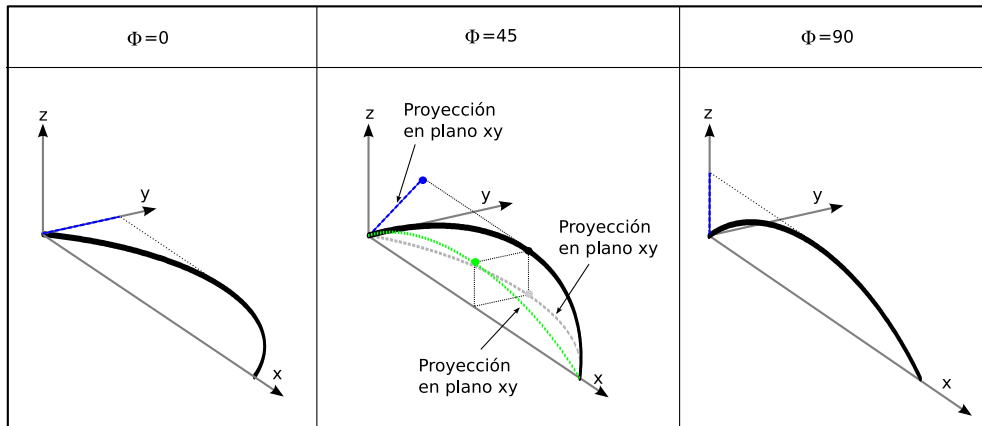


Figura 5.15: Forma del eje corporal del robot al rodar, para diferentes fases

verticales y horizontales están desfasados 90 grados por lo que cuando unos alcanzan sus valores máximos los otros serán 0 y vice-versa.

En la figura 5.15 se muestra la forma para las fases de 0, 45 y 90 grados (se está suponiendo que la fase inicial  $\phi_0$  es cero). Para  $\phi = 0$ , las articulaciones horizontales forman una curva circular de arco  $\alpha$  mientras que las verticales están en sus posiciones de reposo, con un ángulo de doblaje de cero. La resultante es un arco situado en el plano  $xy$ . Para la fase  $\phi = 90$  sucede lo contrario. Son las verticales las que tienen forma de arco mientras que las horizontales permanecen en sus posiciones de reposo lo que da como resultado un arco situado en el plano  $xz$ . Para una fase  $\phi = 45$ , la curva es un arco de  $\alpha$  grados que está inclinado 45 grados con respecto al plano  $xy$ .

La composición de dos curvas circulares iguales, con una diferencia de fase de 90 grados tiene la propiedad de que el ángulo que forman con el plano  $xy$  es igual a la fase.

### 5.6.3. Mecanismo de rotación

La curva que define la forma del robot está rotada un ángulo igual a la fase. Esto hace que la orientación de todos sus puntos también varíe. En la figura 5.16 se muestra la forma de la curva para diferentes valores de la fase entre 0 y -90 grados. Se emplean dos sistemas de referencia. Uno absoluto  $xyz$  que está fijado al suelo y otro local,  $x'y'z'$  situado en cada punto de la curva. En 5.16a) se ha representado la proyección de la curva en el plano  $zy$  y se ha tomado como ejemplo el punto de referencia medio ( $M$ ). La orientación del robot la definimos como el ángulo  $\beta$  que forman los ejes  $z$  y  $z'$  de  $M$ . Se cumple que  $\beta$  es igual a la fase  $\phi$ .

Debido a la acción de la gravedad, la curva está apoyada en todo momento sobre el suelo. En la figura 5.16b) se muestran las proyecciones en los planos  $zy$  e  $xy$  para diferentes fases. La forma de la curva no varía con la fase y siempre está apoyada sobre el plano  $xy$ . Pero la orientación de sus puntos sí

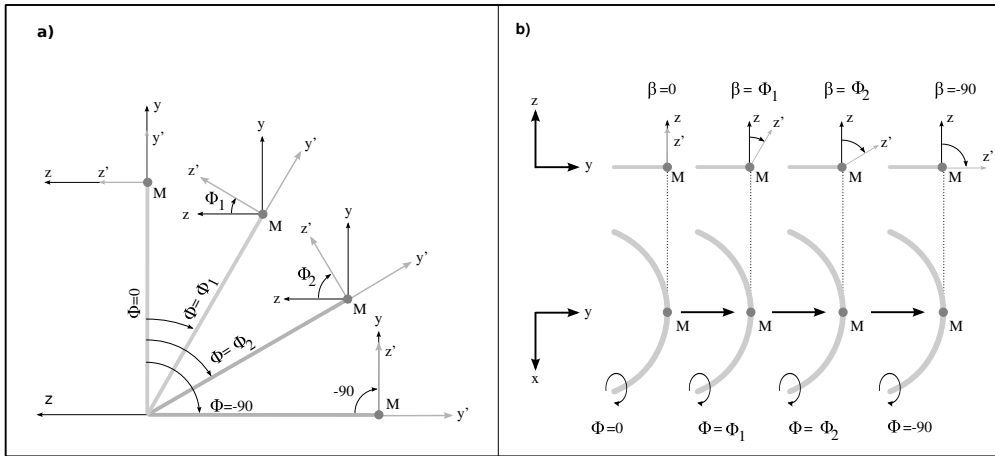


Figura 5.16: Mecanismo de rotación

cambia, rotando alrededor de sus ejes locales  $x'$ . El resultado es que todos los puntos del eje corporal del robot rotan con una velocidad angular:  $\omega = 2\pi/T$  alrededor de  $x'$ , donde  $T$  es el periodo de los osciladores.

### 5.6.4. Secciones del robot

El análisis del movimiento de rodar lo haremos teniendo en cuenta dos tipos de secciones del robot: circular y cuadrada. En la figura 5.17 se muestran los dos tipos y sus parámetros, para un robot continuo situado sobre el plano  $xy$ . Denotamos por  $M$  al punto situado en el centro del eje del robot ( $s = l/2$ ),  $\delta$  es el radio del círculo y  $H$  el lado del cuadrado.

Para estudiar la cinemática del movimiento emplearemos el modelo de sección circular. Puesto que el eje corporal del robot gira con velocidad angular  $\omega$ , cada una de las infinitas secciones se comportan como una “rueda”. La velocidad lineal de cada una de ellas la obtendremos multiplicando  $\omega$  por el radio  $\delta$ . Si la sección fuese un punto (modelo alámbrico) entonces no existiría desplazamiento.

El modelo de sección cuadrada nos permite estudiar el robot real, que está formado con módulos cuya sección es de este tipo. Veremos qué restricciones aparecen al pasar del modelo circular al cuadrado.

### 5.6.5. Cinemática

#### 5.6.5.1. Notación y expresiones fundamentales

La notación empleada y los dibujos explicativos para el estudio de la cinemática del movimiento de rodar se muestran en la figura 5.18 y están resumidos en la tabla 5.1.

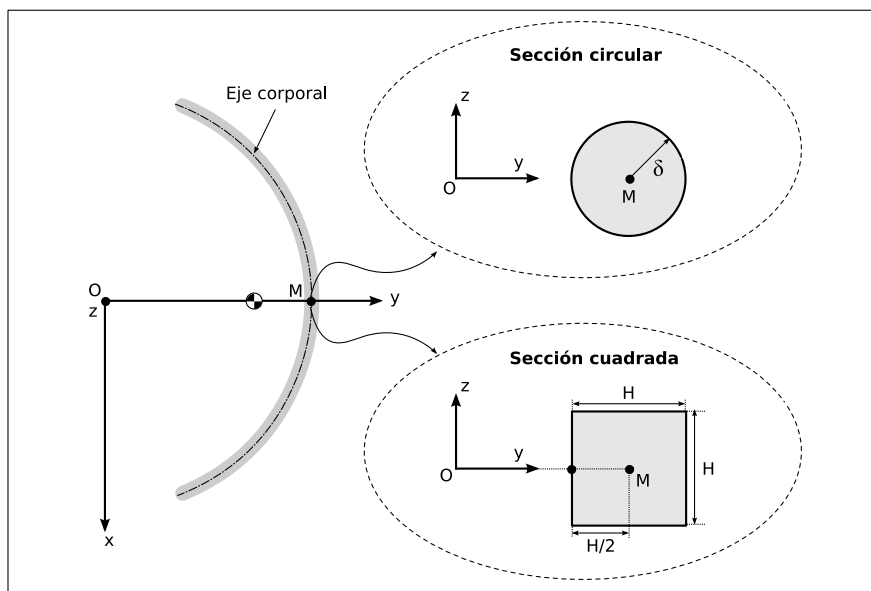


Figura 5.17: Los dos tipos de secciones de estudio del robot: circular y cuadrada

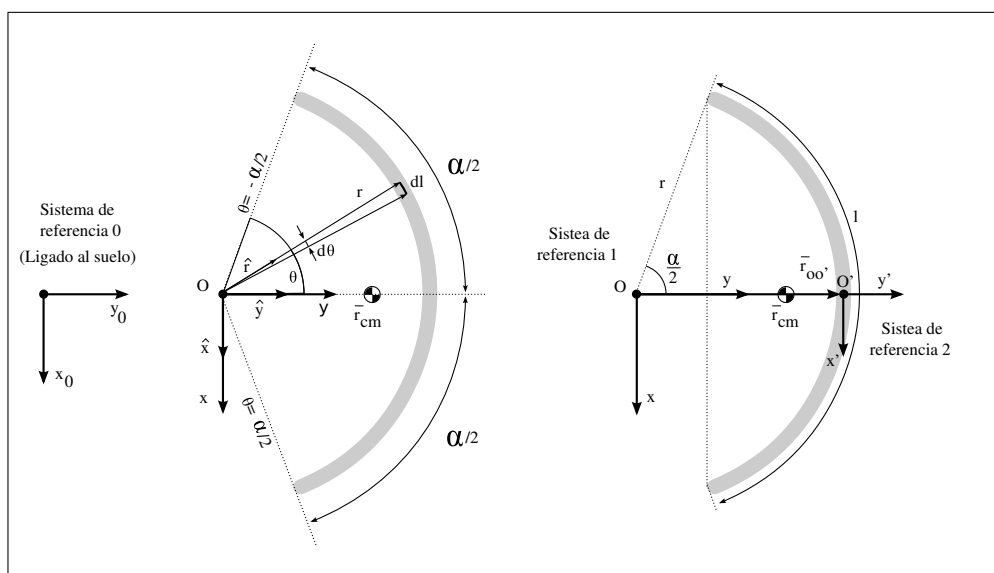


Figura 5.18: Un arco circular con sus diferentes parámetros y sistemas de referencias empleados

Notación	Descripción
$\alpha$	Ángulo del arco circular
$l$	Longitud del arco
$\theta$	Variable de integración
$r$	Radio del arco
$\hat{r}$	Vector radial unitario
$\hat{x}$	Vector unitario en eje x
$\hat{y}$	Vector unitario en eje y
$O$	Origen sistema de referencia 1
$O'$	Origen sistema de referencia 2
$\vec{r}_{cm}$	Vector de posición del centro de masas. Sistema ref. 1
$\vec{r}_{oo'}$	Vector de posición del sistema ref 2 con respecto al 1

Cuadro 5.1: Notación empleada para la cinemática del movimiento de rodar

Se usan tres sistemas de referencia. El 0 está fijado al suelo y sus ejes son  $x_0$  e  $y_0$ . Lo emplearemos para determinar la velocidad y desplazamiento del centro de masas del robot. Los sistemas 1 y 2 son locales al robot y se desplazan con él. El primero tiene su origen en el centro del arco ( $O$ ) y el segundo en el punto medio de su cuerpo ( $O'$ ).

El radio vector  $\vec{r}$  que va desde el centro del arco ( $O$ ) hacia uno de sus puntos los expresamos así:  $\vec{r} = r\hat{r}$  donde  $r$  es el módulo del radio y  $\hat{r}$  el vector radial unitario. El radio  $r$  se obtiene a partir de los parámetros de la curva:

$$r = \frac{l}{\alpha} \quad (5.5)$$

El vector radial unitario se expresa en el sistema de referencia 1 (con origen en  $O$ ) de la forma:

$$\hat{r} = \sin \theta \hat{x} + \cos \theta \hat{y} \quad (5.6)$$

La expresión del radio vector en función del ángulo de integración  $\theta$  es:

$$\vec{r} = \frac{l}{\alpha} (\sin \theta \hat{x} + \cos \theta \hat{y}) \quad (5.7)$$

donde  $\hat{x}$  e  $\hat{y}$  son los vectores unitarios en los ejes  $x$  e  $y$  respectivamente del sistema de referencia 1.

La relación entre los infinitesimales  $d\theta$  y  $dl$  es:

$$dl = r d\theta = \frac{l}{\alpha} d\theta \quad (5.8)$$

El vector de posición del origen del sistema de referencia 2 con respecto al 1 es:

$$\vec{r}_{oo'} = \frac{l}{\alpha} \hat{y} \quad (5.9)$$

### 5.6.5.2. Centro de masas

La expresión de la posición del centro de masas con respecto al sistema de referencia 1 es:

$$\vec{r}_{cm} = \frac{2l}{\alpha^2} \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \hat{y} \quad (5.10)$$

Y referida al sistema de referencia 2:

$$\vec{r}'_{cm} = \vec{r}_{cm} - \vec{r}_{oo'} = \frac{l}{\alpha} \left( \frac{2}{\alpha} \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) - 1 \right) \hat{y} \quad (5.11)$$

**Demostración** Para su cálculo se ha partido de la definición de centro de masas:

$$\vec{r}_{cm} = \frac{1}{m_t} \int \vec{r} dm \quad (5.12)$$

donde  $m_t$  es la masa total del robot,  $\vec{r}$  el radio vector y  $dm$  el diferencial de masa. Se está suponiendo que la masa está repartida uniformemente a lo largo de todo el robot. El diferencial de masa lo ponemos en función de  $dl$ :

$$dm = \frac{m_t}{l} dl$$

Y aplicando la ecuación 5.8 obtenemos:

$$dm = \frac{m_t}{\alpha} d\theta \quad (5.13)$$

Sustituyendo las expresiones 5.8 y 5.7 en 5.12, tenemos

$$\vec{r}_{cm} = \frac{l}{\alpha^2} \int_{-\frac{\alpha}{2}}^{\frac{\alpha}{2}} (\sin \theta \hat{x} + \cos \theta \hat{y}) d\theta$$



Puesto que el intervalo de integración es simétrico, la función sin es impar y cos es par, la integral queda:

$$\vec{r}_{cm} = \frac{2l}{\alpha^2} \hat{y} \int_0^{\frac{\alpha}{2}} \cos \theta d\theta$$

y al resolverla tenemos la expresión 5.10.

### 5.6.5.3. Trayectoria y velocidad

En este movimiento el cuerpo del robot adopta forma de curva circular y rota alrededor de su eje corporal a una velocidad angular  $w$ . Para los cálculos supondremos que la sección del robot es circular, de radio  $\delta$ . Tanto la posición y velocidad del centro de masas las referiremos respecto al sistema de referencia 0, fijado al suelo.

En estas condiciones, la velocidad a la que se desplaza el centro de masas del robot está dada por la expresión:

$$\vec{v}_{cm} = \frac{2w\delta}{\alpha} \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \hat{y}_0 \quad (5.14)$$

Es una velocidad constante por lo que se trata de un movimiento rectilínea uniforme que se realiza a lo largo del eje  $y_0$ , que pasa por el punto medio del robot ( $M$ ). La velocidad depende del parámetro  $\alpha$ . Esto significa que es la forma del robot la que determina su velocidad. Así, cuando el cuerpo del robot es una circunferencia completa ( $\alpha = 2\pi$ ), su velocidad es igual a 0. El robot no se desplaza, aunque sus puntos continúan rotando alrededor del eje corporal a una velocidad angular  $w$ .

El valor máximo de la velocidad se obtiene cuando  $\alpha \rightarrow 0$ , que se corresponde con una forma del robot que tiende a ser una línea recta. En esas condiciones la expresión  $\sin(\alpha/2)$  se aproxima por  $\alpha/2$  y obtenemos:

$$v_{max} = \lim_{\alpha \rightarrow 0} V_{cm} = w\delta$$

La velocidad máxima es igual a la velocidad lineal de los puntos de su perímetro. Sin embargo, esto sólo es cierto para valores de  $\alpha$  cercanos a 0 en los que la curva tienen a ser una línea recta. Para  $\alpha = 0$  la ecuación 5.14 no es válida ya que en ese caso no hay ondas circulares y los ángulos de doblaje de todas las articulaciones del robot serán 0, por lo que no habrá movimiento.

El espacio recorrido por el robot respecto al sistema de referencia 0 suponiendo que en el instante inicial se encuentra situado en el origen lo obtenemos multiplicando la ecuación 5.14 por el tiempo  $t$ :

$$\vec{r}_{cm_0} = \frac{2w\delta}{\alpha} \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) t \hat{y}_0 \quad (5.15)$$

**Demostración** Deduiremos la ecuación 5.14. Para ello utilizaremos los dibujos mostrados en la figura 5.18.

Supondremos que la sección del robot es circular de radio  $\delta$ . Debido a que su eje corporal rota con velocidad angular  $w$ , la velocidad lineal de cada uno de los puntos de será igual a  $w\delta$ . Consideraremos a cada una de las infinitas secciones como “ruedas” que se mueven en dirección radial, con velocidad:

$$\vec{v} = w\delta \hat{r}$$

La velocidad del centro de masas será debida a la aportación de cada una de estas “ruedas” diferenciales y la calcularemos mediante su integración a lo largo del eje corporal de longitud  $l$ :

$$\vec{v}_{cm} = \frac{1}{l} \int_0^l \vec{v} dl = \frac{w\delta}{l} \int_0^l \hat{r} dl$$

Sustituyendo  $\hat{r}$  y  $dl$  por sus respectivas expresiones 5.6 y 5.8 queda:

$$\vec{v}_{cm} = \frac{w\delta}{\alpha} \int_{-\frac{\alpha}{2}}^{\frac{\alpha}{2}} (\sin \theta \hat{x} + \cos \theta \hat{y}) d\theta$$

Teniendo en cuenta que el intervalo de integración es simétrico, la función sin es impar, cos es par y el eje  $y$  es paralelo a  $y_0$ :

$$\vec{v}_{cm} = \frac{2w\delta}{\alpha} \hat{y}_0 \int_0^{\frac{\alpha}{2}} \cos \theta d\theta$$

Y resolviéndola llegamos a la expresión 5.14.

#### 5.6.5.4. Paso

El paso del robot a lo largo del eje  $y_0$  es la distancia recorrida por el robot durante un intervalo temporal igual a  $T$ . Lo calculamos a partir de la ecuación 3.6 sustituyendo  $\vec{r}$  por la expresión 5.15. Resolviendo obtenemos la ecuación del paso:

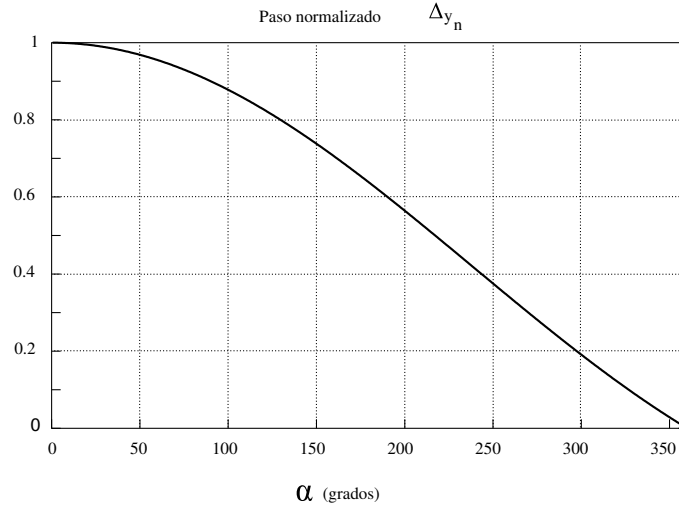


Figura 5.19: Representación gráfica del paso normalizado en función de  $\alpha$

$$\vec{\Delta r} = \frac{4\pi\delta}{\alpha} \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \hat{y}_0 \quad (5.16)$$

Su módulo lo denotaremos por  $\Delta y$ . Para estudiar la variación del paso con  $\alpha$ , definimos el paso normalizado como:

$$\Delta y_n = \frac{2}{\alpha} \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

cuyos valores están en el rango  $[0, 1]$ . Esta función sólo depende de  $\alpha$  y no de la geometría del módulo. En la figura 5.19 se muestra gráficamente y en la 5.20 se muestra la forma del robot para diferentes valores de  $\alpha$  junto con el paso.

Para el caso de una sección circular, se calcula a partir del paso normalizado multiplicando por el perímetro de la circunferencia:

$$\Delta y = 2\pi\delta\Delta y_n = \frac{4\pi\delta}{\alpha} \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \quad (5.17)$$

**Paso del modelo de sección cuadrada** El paso del robot cuando la sección es cuadrada está dado por la expresión:

$$\Delta y = 4H\Delta y_n = \frac{8H}{\alpha} \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \quad (5.18)$$

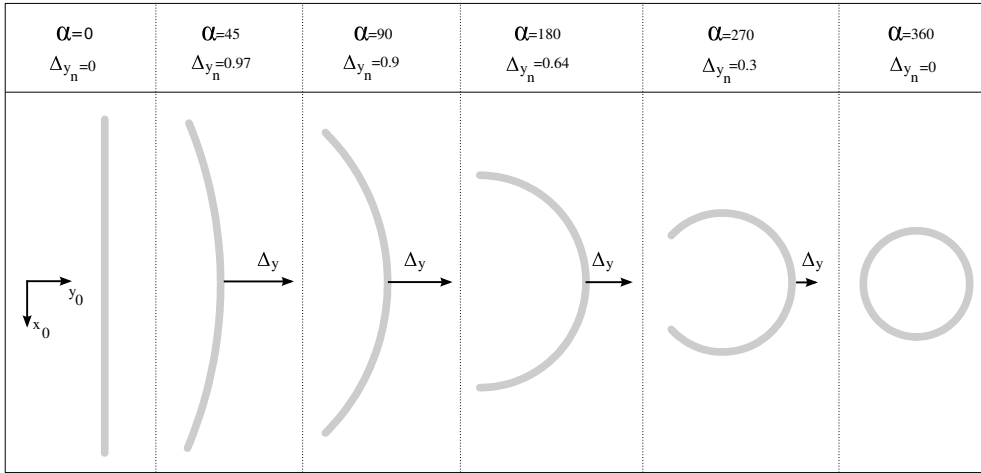


Figura 5.20: Relación entre la forma del robot y el paso

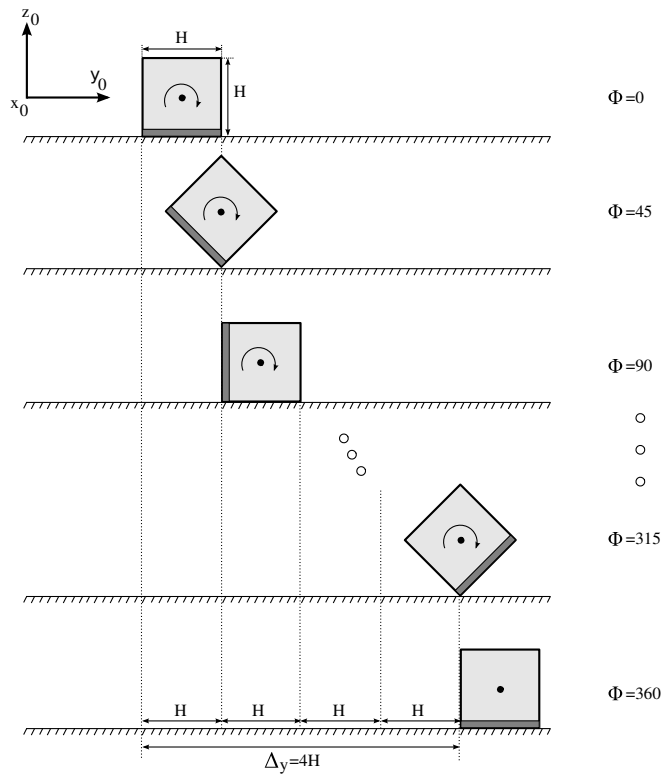


Figura 5.21: Paso del robot continuo de sección cuadrada

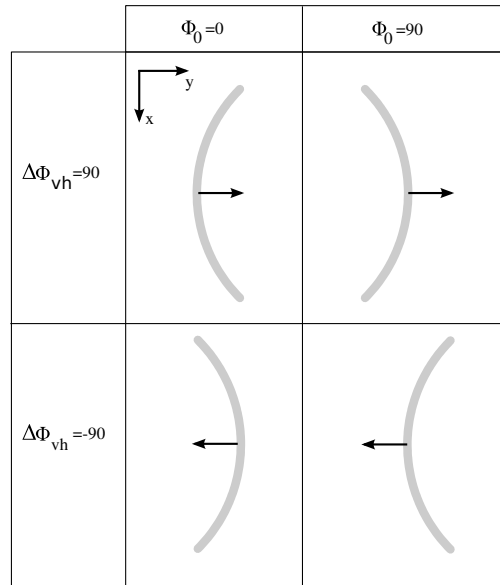


Figura 5.22: Sentido del movimiento y forma del robot según los valores de los parámetros  $\Delta\Phi_{vh}$  y  $\Phi_0$

El valor máximo es igual al perímetro de la sección y se produce cuando  $\alpha$  es cercano a cero. Esta situación se muestra en la figura 5.21.

El movimiento del robot para ambos tipos de secciones es esencialmente el mismo. Al cabo de un ciclo la distancia recorrida es igual al producto de su perímetro por el paso normalizado  $\Delta y$ , que no depende del tipo de sección sino de el ángulo del arco ( $\alpha$ ).

Sin embargo, la posición instantánea del centro de masas sí es diferente. En el primer caso la altura permanece constante lo que hace que el movimiento sea más suave. En el segundo caso, esta altura tiene oscilaciones y el movimiento es más brusco. Además, la sección cuadrada impone restricciones al rango de valores de  $\alpha$ . El movimiento no se realiza para todos los valores de  $\alpha$ , sino que aparece un  $\alpha_{min}$  por debajo del cual el robot no rueda (apartado 5.6.6).

#### 5.6.5.5. Sentido del movimiento

Chen et al. [12] estudiaron el movimiento de rodar y lo propusieron para superar obstáculos. Mostraron que tanto el sentido del desplazamiento como la forma del robot al avanzar se determinan por los parámetros  $\Delta\Phi_{vh}$  y la fase inicial  $\Phi_0$ . Los resultados se resumen en la figura 5.22.

#### 5.6.6. Limitaciones por la geometría

El tipo de sección impone restricciones a los valores de  $\alpha$  con los que se puede realizar el movimiento. Cuando la sección es circular, el robot rodará para cualquier valor de  $\alpha \in (0, 360)$ . Sin embargo,

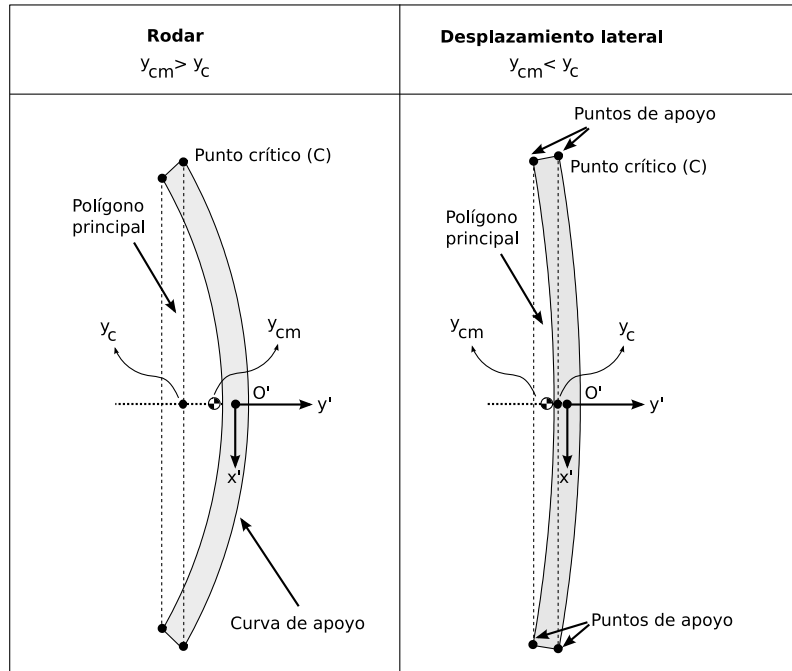


Figura 5.23: Movimientos de rodar y desplazamiento lateral según la posición del centro de masas

cuando la sección es cuadrada este rango queda restringido a  $\alpha \in [\alpha_{min}, 360)$ . Para  $\alpha < \alpha_{min}$  el robot se desplaza lateralmente sin rodar (Realiza un desplazamiento de tipo remero, descrito en el apartado 5.7.9).

#### 5.6.6.1. Condición para rodar

La condición que se debe cumplir para que un robot con sección cuadrada realice el movimiento de rodar es que la ordenada del centro de masas sea mayor que la del del punto crítico C:

$$y_{cm} > y_c \quad (5.19)$$

En la figura 5.23 se muestra un robot de sección cuadrada con el centro de masas situado a ambos lados del punto crítico  $C$ . Definimos el polígono principal como aquel que forman los vértices de la panza del robot. Cuando  $y_{cm} < y_c$ , la proyección del centro de masas está situada dentro del polígono principal por lo que el robot permanece en su orientación normal (no se inclina). Se consigue un movimiento de tipo desplazamiento lateral.

Cuando  $y_{cm} > y_c$ , la proyección del centro de gravedad cae fuera del polígono principal por lo que el robot se inclina sobre la curva de apoyo y el robot rueda.

La ordenada del punto crítico se puede expresar en el sistema de referencia 1 como:

$$y_c = \left( \frac{l}{\alpha} + \frac{H}{2} \right) \cos \frac{\alpha}{2}$$

y referido al 2 es:

$$y'_c = \left( \frac{l}{\alpha} + \frac{H}{2} \right) \cos \frac{\alpha}{2} - \frac{l}{\alpha} \quad (5.20)$$

### 5.6.6.2. Ángulo $\alpha$ mínimo para rodar

El movimiento de rodar se realizará siempre y cuando  $\alpha \in (\alpha_{min}, 360)$  donde el ángulo  $\alpha$  mínimo (en grados) está dado por la ecuación:

$$\alpha_{min} \approx \frac{120}{\pi} \left( \sqrt{\left( \frac{l}{H} \right)^2 + 18} - \frac{l}{H} \right) \quad (5.21)$$

Cuando  $\alpha < \alpha_{min}$  el movimiento será un desplazamiento lateral.

### 5.6.6.3. Demostración

A continuación mostramos la deducción de la ecuación 5.21. Partimos de la expresión 5.19 y sustituimos  $y_{cm}$  e  $y_c$  por sus expresiones referida al sistema de referencia 2 (ecuaciones 5.11 y 5.20). Tenemos la inecuación:

$$\frac{l}{\alpha} \left( \frac{2}{\alpha} \sin \frac{\alpha}{2} - 1 \right) > \left( \frac{l}{\alpha} + \frac{H}{2} \right) \cos \frac{\alpha}{2} - \frac{l}{\alpha}$$

Agrupando los términos llegamos a la expresión:

$$\frac{2l}{\alpha^2} \sin \frac{\alpha}{2} - \left( \frac{l}{\alpha} + \frac{H}{2} \right) \cos \frac{\alpha}{2} > 0$$

Denotamos el término de la izquierda como  $f(\alpha)$ . El valor  $\alpha_{min}$  se obtiene resolviendo la ecuación:

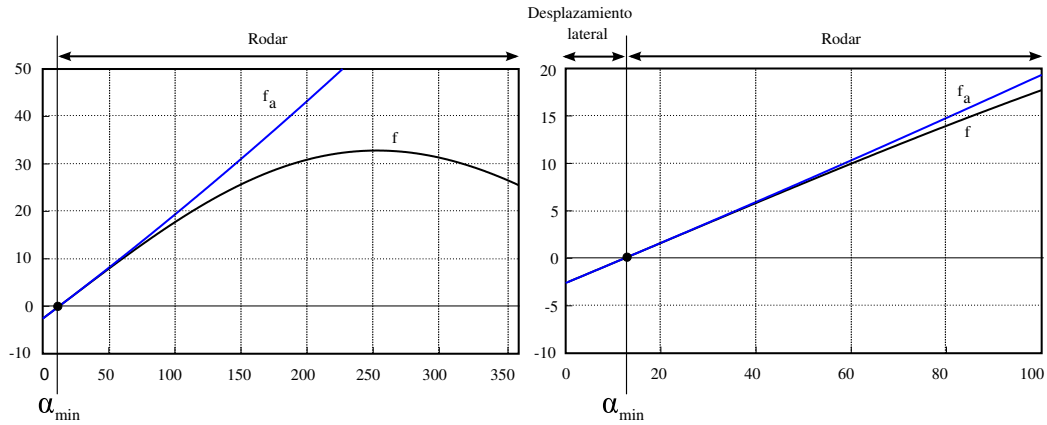


Figura 5.24: Representación gráfica de las funciones  $f$  y  $f_a$  para una relación  $l/H$  de 10

$$f(\alpha_{\min}) = 0$$

Esto se puede hacer mediante métodos numéricos. Sin embargo, el enfoque que hemos adoptado es aproximar  $f(\alpha)$  por otra función  $f_a(\alpha)$  que sí permita obtener una expresión analítica.

Desarrollando la función  $\sin \frac{\alpha}{2}$  en serie de potencias y quedándose con los dos primeros términos:

$$\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \approx \frac{\alpha}{2} - \frac{1}{3!}\left(\frac{\alpha}{2}\right)^3 = \frac{\alpha}{2} - \frac{\alpha^3}{48}$$

Haciendo lo mismo con la función  $\cos \frac{\alpha}{2}$ :

$$\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 1 - \frac{\left(\frac{\alpha}{2}\right)^2}{2!} = 1 - \frac{\alpha^2}{8}$$

y sustituyendo estas expresiones en la expresión de  $f$ , la función aproximada queda:

$$f_a(\alpha) = \frac{H}{16}\alpha^2 + \frac{l}{12}\alpha - \frac{H}{2}$$

Igualando a cero y simplificando, obtenemos la ecuación de segundo grado:

$$\alpha^2 + \frac{4}{3}\frac{l}{H}\alpha - 8 = 0$$



Resolviendo se obtiene el valor buscado de  $\alpha_{min}$  (en radianes):

$$\alpha_{min} = \frac{2}{3} \left( \sqrt{\left(\frac{l}{H}\right)^2 + 18} - \frac{l}{H} \right)$$

Al pasarlo a grados llegamos a la ecuación 5.21.

La función  $f$  y su aproximación  $f_a$  se muestran en la figura 5.24, para un valor de  $l/H$  igual a 10. Se observa que es una función muy lineal para valores de  $\alpha$  bajos.

### 5.6.7. Modelo discreto

#### 5.6.7.1. Ecuaciones

Las ecuaciones para los ángulos de doblaje son:

$$\varphi_v = A \sin(\phi + \phi_0)$$

$$\varphi_h = A \sin(\phi + \Delta\phi_{vh} + \phi_0)$$

donde la amplitud  $A$  está dada por la expresión:

$$A = \frac{2\alpha}{M} \quad (5.22)$$

Los valores  $\Delta\phi_{vh}$  y  $\phi_0$  determinan el sentido del desplazamiento en relación con la forma (apartado 5.6.5.5) y la amplitud  $A$  el arco del eje corporal.

#### 5.6.7.2. Forma

La forma del robot es un arco circular discreto de ángulo  $\alpha$  formado por  $M + 1$  segmentos. En la figura 5.25 se muestra la forma de un robot de 8 módulos y  $\alpha = 180$  grados para las fases de 0, 45 y 90 grados. Se puede ver que el robot no es simétrico con respecto al eje y (salvo para la fase de 45 grados).

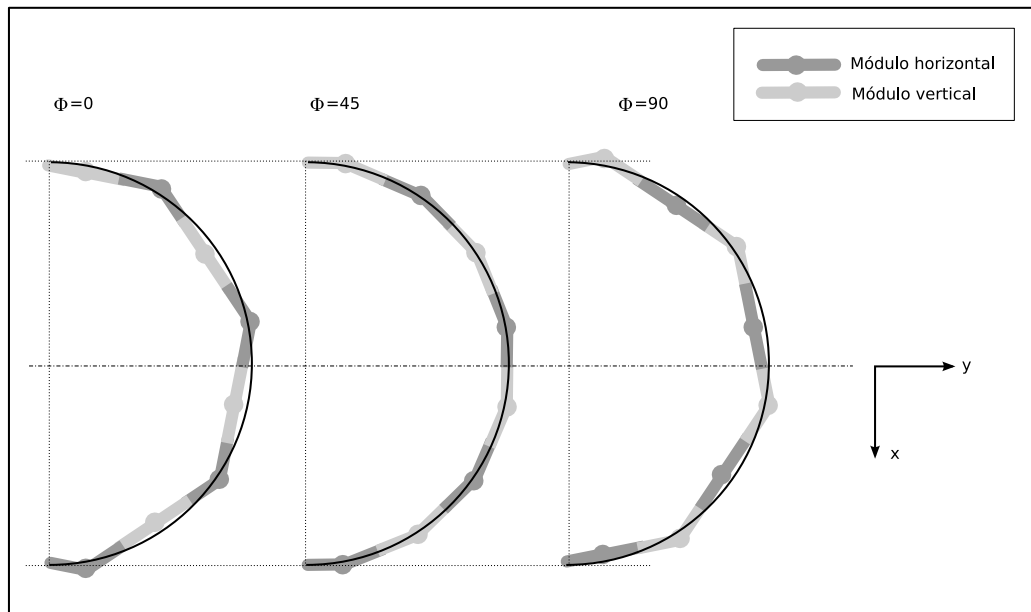


Figura 5.25: Comparación entre el modelo discreto y continuo para tres fases diferentes. El robot tiene 8 módulos y el parámetro  $\alpha$  es 180 grados.

### 5.6.7.3. Número mínimo de módulos

El mínimo número de módulos para que el robot ruede es de 3 (2 módulos de cabeceo y uno de viraje en el centro). Esta configuración se estudia con más detalle en el capítulo 6.

### 5.6.7.4. Limitaciones

En el modelo discreto los parámetros  $\alpha$  y  $A$  están limitados de manera que  $\alpha \leq \alpha_{max} \leq 360$  y  $A \leq A_{max} \leq 90$ . Las ecuaciones para  $\alpha_{max}$  y  $A_{max}$  son la 5.2 y 5.3 respectivamente, las mismas que tienen las articulaciones horizontales en el caso del movimiento de trayectoria circular (apartado 5.5).

### 5.6.8. Resumen

Un robot del tipo cabeceo-viraje de  $M$  módulos puede rodar cuando todos los generadores verticales y horizontales están en fase, se les aplica la misma amplitud  $A$  y entre los verticales y horizontales hay una diferencia de fase de 90 grados. En esta situación el robot se desplaza, adoptando la forma de un arco circular de ángulo  $\alpha$ . Este ángulo se encuentra comprendido entre un máximo de 360 grados y un mínimo de  $\alpha_{min}$  que depende del tipo de sección del módulo y de la relación entre la longitud ( $l$ ) y anchura ( $H$ ) del módulo.

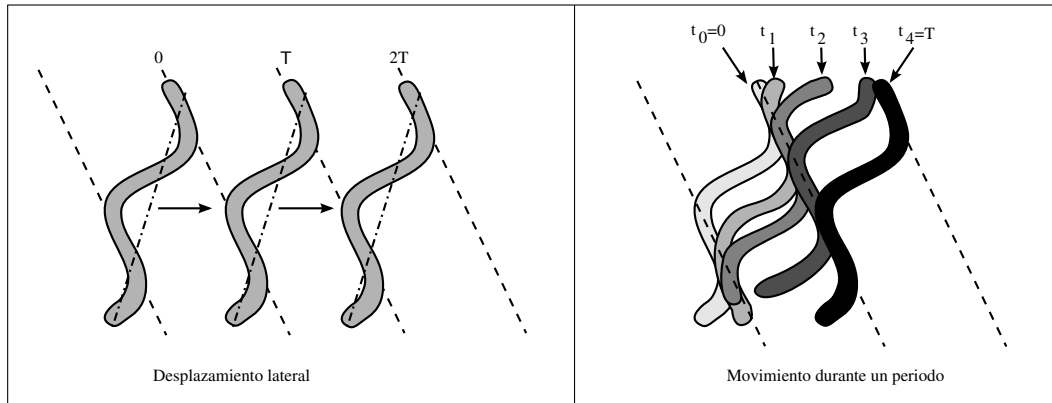


Figura 5.26: Movimiento de desplazamiento lateral. Izquierda: Durante dos ciclos. Derecha: detalles del movimiento en un ciclo

Cuando  $\alpha = 360$  no hay desplazamiento sobre el suelo, pero sí existe rotación del eje corporal. Este tipo de movimiento fue simulado por Dowling[29] en su tesis doctoral. Propuso su utilización para el desplazamiento de los robots ápodos a lo largo del exterior de un tubo, enroscándose alrededor de su perímetro y rodando. Lipkin et al. [86] lo han implementado en sus últimos prototipos.

## 5.7. Desplazamiento lateral

### 5.7.1. Introducción

La categoría de desplazamiento lateral incluye tres modos de caminar diferentes. Todos ellos permiten al robot desplazarse hacia los lados manteniendo su eje longitudinal con la misma orientación. Nos centraremos en el desplazamiento lateral normal. Los otros dos tipos son el desplazamiento lateral inclinado y el de tipo remero que se comentan en los apartados 5.7.8 y 5.7.9 respectivamente.

### 5.7.2. Descripción del movimiento

Este movimiento permite al robot desplazarse hacia ambos lados, sin cambiar su orientación. En inglés se conoce como *side-winding*. Es el que realizan algunos tipos de serpientes cuando se desplazan por la arena. En la figura 5.26 se ha representado la forma del robot durante su desplazamiento. Las líneas discontinuas unen los puntos del suelo que han estado en contacto con su panza y se corresponden con las marcas que dejarían en la arena las serpientes que se moviesen de esta forma.

Este tipo de desplazamiento lateral se consigue mediante la superposición de dos ondas serpentinoides, una en las articulaciones verticales y otra en las horizontales, con el mismo número de ondas. Los parámetros que caracterizan el movimiento son 4:

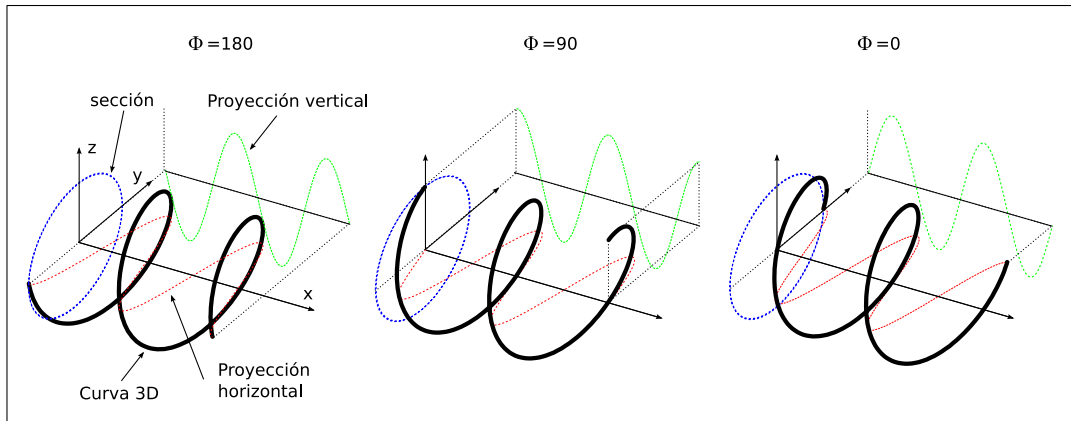


Figura 5.27: Representación de una onda serpentinoide 3D isomorfa en diferentes fases, con  $k = 2$ ,  $\Delta\phi_{vh} = 90$  y  $\alpha_v = \alpha_h$ .

- $\alpha_v$ : Ángulo de serpeo de la onda vertical
- $\alpha_h$ : Ángulo de serpeo de la onda horizontal
- $k$ : Número de ondas (mismo para las verticales y las horizontales)
- $\Delta\phi_{vh}$ : Desfase entre las ondas verticales y las horizontales

La forma que adopta el cuerpo del robot es de una onda serpentinoide 3D (apartado 3.6.4). Si se aplica la condición de onda plana y el ángulo de serpeo vertical se hace muy pequeño en comparación con el horizontal este movimiento se puede describir mediante dos parámetros  $\alpha$ ,  $k$  que se corresponden con los de la onda horizontal. En las soluciones obtenidas, el parámetro  $\Delta\phi_{vh}$  es de 90 grados.

### 5.7.3. Forma del robot

En este apartado estudiaremos la forma de la onda serpentinoide 3D en relación con sus cuatro parámetros.

#### 5.7.3.1. Ondas isomorfas

La composición de las dos ondas serpentinoides con el mismo número de ondulaciones ( $k$ ) hace que aparezca una onda corporal tridimensional que se desplaza a lo largo del eje longitudinal del robot. La forma de esta onda no varía con la fase, sólo se desplaza. Por ello, la proyección sobre el plano  $zy$ , que llamaremos sección, es siempre la misma para todas las fases. A este tipo de ondas serpentinoides 3D las hemos denominamos **isomorfas**.

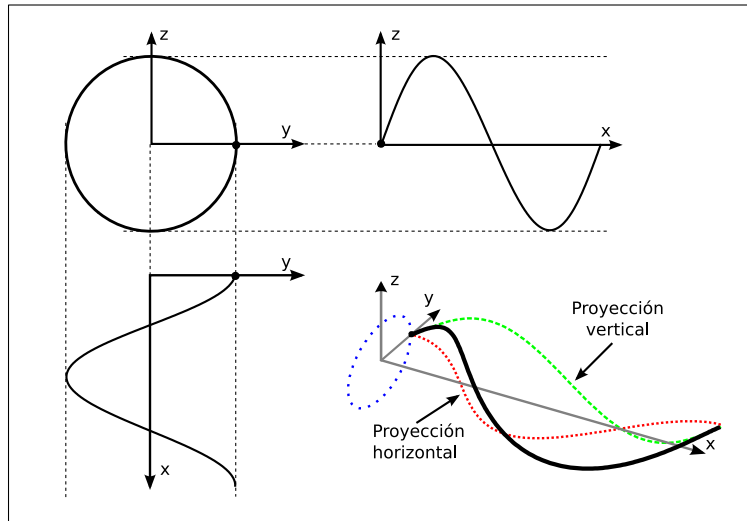


Figura 5.28: Onda isomorfa circular con  $k = 1$ ,  $\alpha_v = \alpha_h$  y  $\Delta\phi_{vh} = 90$  grados

En la figura 5.27 se muestra la propagación de una onda isomorfa entre las fases de 180 y 0 grados, con  $k = 2$ . Se observa que la sección es la misma. Para  $\phi = 0$  la onda se ha desplazado en sentido positivo del eje  $x$ .

El parámetro  $k$  indica el número de ondulaciones que tiene la onda tridimensional.

### 5.7.3.2. Parámetro $\Delta\phi_{vh}$

El parámetro  $\Delta\phi_{vh}$  determina la forma de la sección de la onda, que pueden ser:

- $\Delta\phi_{vh} = 90$ . **Onda isomorfa circular.** La proyección en el plano  $zy$  es una circunferencia (figura 5.28). Como veremos en el siguiente apartado, la relación entre los ángulos de serpenteo varía el escalado en el eje  $z$ .
- $\Delta\phi = 0$ . **Onda isomorfa recta.** La sección es un segmento (figura 5.30). La forma del robot es una onda serpentinoide contenida en un plano perpendicular al  $zy$ .
- $\Delta\phi \in (0, 90)$ . **Onda isomorfa elíptica.** La sección es una elipse cuyo eje mayor es oblicuo al eje  $y$  (figura 5.29). El eje menor varía con la diferencia de fase siendo igual al mayor para  $\Delta\phi = 90$  y 0 para  $\Delta\phi = 0$ .

### 5.7.3.3. Relación $\alpha_v/\alpha_h$

La relación entre los ángulos de serpenteo vertical y horizontal determina la escala de los ejes  $z$  e  $y$  de la sección. Para una relación  $\alpha_v/\alpha_h = 1$ , la sección tiene la misma anchura que altura. Para  $\alpha_v/\alpha_h = 0,5$  la altura será la mitad que la anchura.

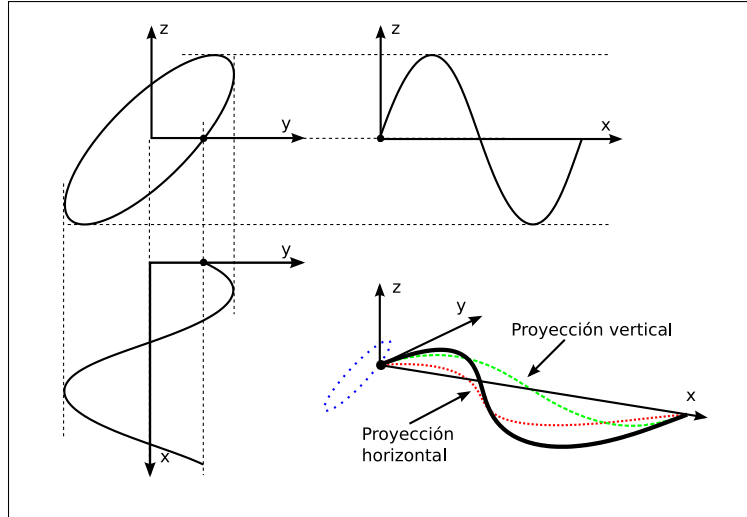


Figura 5.29: Onda isomorfa elíptica con  $k = 1$ ,  $\alpha_v = \alpha_h$  y  $\Delta\phi_{vh} = 45$  grados

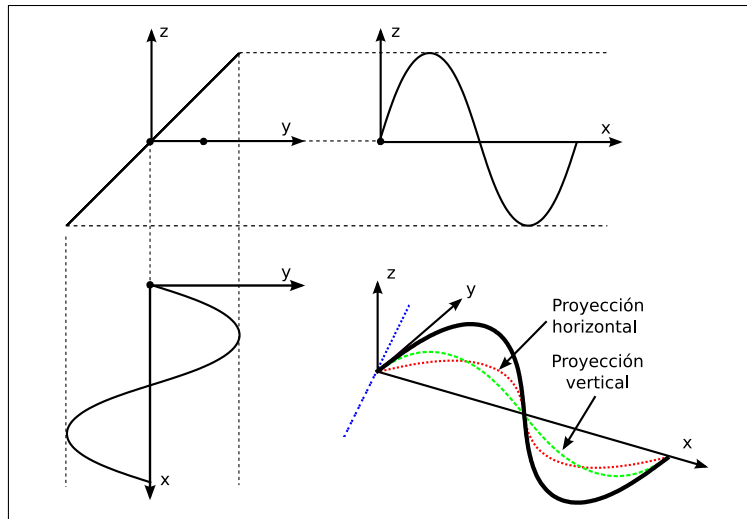


Figura 5.30: Onda isomorfa recta con  $k = 1$ ,  $\alpha_v = \alpha_h$  y  $\Delta\phi_{vh} = 0$  grados

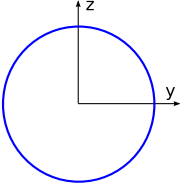
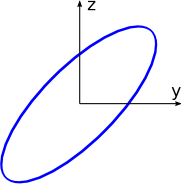
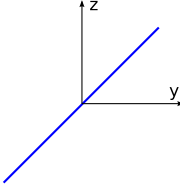
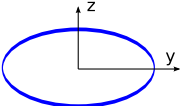
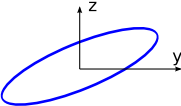
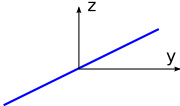
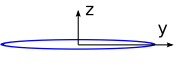
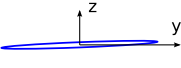
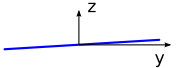
	Onda circular $\Delta\Phi_{vh}=90$	Onda elíptica $\Delta\Phi_{vh}=45$	Onda recta $\Delta\Phi_{vh}=0$
$\frac{\alpha_v}{\alpha_h}=1$			
$\frac{\alpha_v}{\alpha_h}=\frac{1}{2}$			
<b>Ondas planas</b> $\frac{\alpha_v}{\alpha_h}\rightarrow 0$			

Figura 5.31: Tipos de ondas según los diferentes valores de  $\Delta\Phi_{vh}$  y  $\alpha_v/\alpha_h$

Dada la simetría de los robots del grupo cabeceo-viraje, al realizar una rotación de 90 grados sobre su eje longitudinal, los módulos que antes eran verticales ahora pasan a ser horizontales y vice-versa. Así, si la relación  $\alpha_v/\alpha_h$  era igual a  $r$ , tras la rotación de 90 grados la forma del robot será la misma que si se aplicase la relación  $\alpha_v/\alpha_h = 1/r$ . Por ello, sólo estudiaremos los valores  $\alpha_v/\alpha_h \in [0, 1]$ .

Cuando el valor de  $\alpha_v$  es muy pequeño con respecto a  $\alpha_h$  el robot está “aplanado”. Denominamos a estas ondas como **planas** si cumplen que  $\alpha_v/\alpha_h \rightarrow 0$ . Si  $\alpha_v = 0$ , no existirá una onda vertical por lo que el robot tendrá forma de onda serpentina situada sobre el plano  $xy$ . La locomoción habrá que estudiarla, por tanto, como la de los robots del grupo viraje-viraje.

#### 5.7.3.4. Ondas isomorfas rectas

La onda isomorfa recta tiene la forma de una onda serpentina de parámetros  $\alpha$  y  $k$  que se encuentra situada en un plano que contiene al eje  $x$  y es perpendicular al plano  $zy$ . El valor del ángulo de serpiente está dado por la expresión:

$$\alpha = \sqrt{\alpha_v^2 + \alpha_h^2} \quad (5.23)$$

El ángulo de inclinación  $\beta$  que forma el plano de la onda con el eje  $y$  es:

$$\beta = \arctan\left(\frac{\alpha_v}{\alpha_h}\right) \quad (5.24)$$

Esta inclinación está determinada por la relación  $\alpha_v/\alpha_h$ . El valor máximo se obtiene para  $\alpha_v/\alpha_h = 1$  y es de 45 grados.

Los valores de los parámetros  $\alpha_h$  y  $\alpha_v$  se obtienen a partir del ángulo de serpenteo y de la inclinación mediante las expresiones:

$$\alpha_v = \alpha \sin \beta, \quad \alpha_h = \alpha \cos \beta$$

La forma del robot cuando se utilizan ondas isomorfas está caracterizada por los tres parámetros  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $k$ . Dentro de la categoría de ondas isomorfas rectas también incluiremos aquellas en las que la diferencia de fase  $\Delta\phi_{vh}$  es cercana a cero.

#### 5.7.3.5. Ondas isomorfas planas

Las ondas isomorfas planas tienen la forma de una onda serpentina de parámetros  $\alpha$  y  $k$  situada sobre el plano horizontal ( $xy$ ). El ángulo de serpenteo se aproxima por  $\alpha \approx \alpha_h$ .

El valor del parámetro  $\Delta\phi_{vh}$  no tiene importancia ya que al estar la onda contenida en el plano horizontal la forma circular, elíptica y recta son prácticamente iguales. Otra característica es que la inclinación de las ondas isomorfas planas tiende a cero ( $\beta \rightarrow 0$ ). Por tanto, sólo necesitamos los parámetros  $\alpha$  y  $k$  para caracterizar la forma del robot.

#### 5.7.4. Estabilidad

La estabilidad del desplazamiento lateral se deduce de la forma que tiene su sección y por tanto del tipo de onda empleada. Para que el movimiento sea estáticamente estable tiene que cumplirse que la proyección del centro de gravedad caiga en el interior del polígono de apoyo. Este polígono debe tener al menos tres puntos no alineados.

Primero analizaremos la estabilidad en función del parámetro  $\Delta\phi_{vh}$ . Según sus valores tendremos las ondas circular, elíptica o recta. En la figura 5.32 se muestra la forma de sus secciones y la sección de un robot real situado sobre el suelo. El sistema de referencia formado por  $xyz$  está ligado al suelo y el  $x'y'z'$  está en el centro de la sección y nos indica la orientación que tiene.

En el caso de una onda circular, todos los puntos de apoyo están en la misma recta que pasa por el punto  $P$  y es paralela al eje  $x$ . El robot es inestable. Se inclinará hacia la derecha, izquierda u oscilará. Cuando la onda es elíptica sucede lo mismo. Todos los puntos de apoyo están sobre la recta que pasa por  $P$  y por tanto es inestable. Sin embargo, la estabilidad es mayor que en el caso anterior ya que la altura del centro de masas es menor.



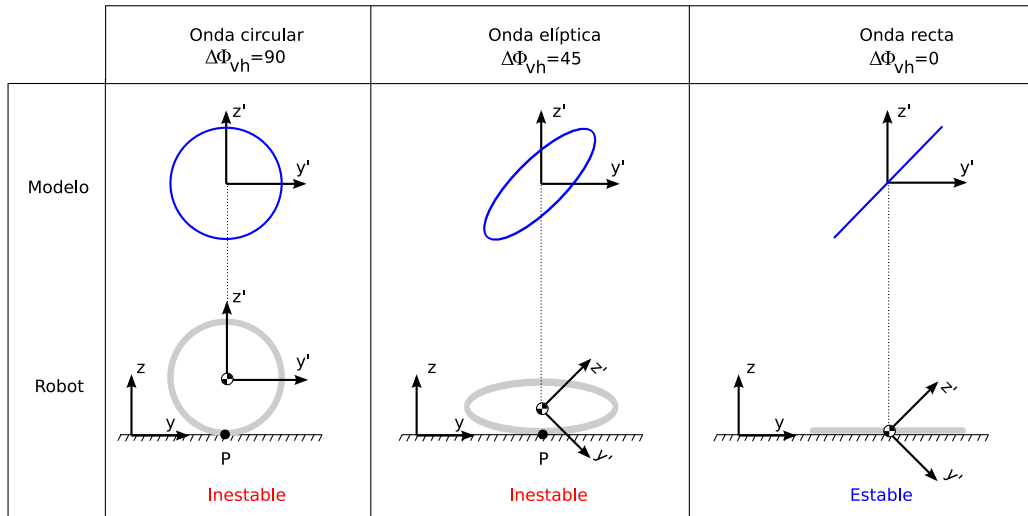


Figura 5.32: Estabilidad del robot según su sección

En el caso de la onda recta, el robot sí es estable. El centro de masas está muy cercano al suelo y permanecerá dentro del polígono de apoyo. Si  $\Delta\phi$  tiene un valor cercano a cero, la forma no es una recta sino una elipse muy deformada, con un eje menor muy pequeño. El robot no será estáticamente estable ya que la sección se podrá inclinar hacia un lado u otro, pero esta oscilación será despreciable si  $\Delta\phi$  es suficientemente pequeño.

**Principio de estabilidad I** *Las ondas isomorfas rectas permiten que el desplazamiento lateral del robot sea estable.*

El análisis de la estabilidad según los valores de  $\alpha_v/\alpha_h$  es similar. Cuanto menor sea esta relación, más cerca estará el centro de gravedad del suelo y más estable será el robot. Pero si tiene un valor de cero, entonces sólo existirá una onda serpentina horizontal y no habrá desplazamiento lateral. Por tanto, la máxima estabilidad se consigue cuando  $\alpha_v/\alpha_h$  es cercano a cero pero mayor. Es decir, que la onda serpentina vertical sea muy pequeña en relación a la horizontal pero con el ángulo de serpiente lo suficientemente grande como para que se levanten los puntos del suelo y se pueda desplazar.

**Principio de estabilidad II** *Las ondas isomorfas planas permiten que el desplazamiento lateral del robot sea estable.*

### 5.7.5. Tipos de ondas para el desplazamiento

Debido a los principios de estabilidad I y II, el desplazamiento lateral del robot queda caracterizado por la utilización de las **ondas isomorfas planas o rectas**. En ambos casos la forma que tendrá el

Onda isomorfa recta	Onda isomorfa plana
$\alpha$	$\alpha$
$k$	$k$
$\alpha_v/\alpha_h$	$\alpha_v/\alpha_h \rightarrow 0$
$\Delta\phi_{vh} \rightarrow 0$	$\Delta\phi_{vh}$ indiferente

Cuadro 5.2: Parámetros para la realización del desplazamiento lateral

robot será la de una curva serpentina apoyada sobre el plano horizontal y caracterizada por los dos parámetros  $\alpha$  y  $k$ . En el caso de la onda recta  $\alpha$  vendrá dado por la ecuación 5.23 y para la onda plana se aproximará por  $\alpha_h$ .

Además, para las ondas rectas la relación  $\alpha_v/\alpha_h$  permite cambiar la orientación  $\beta$  de los puntos del robot, haciendo que el robot se desplace en posición inclinada (apartado 5.7.8). La información se ha resumido en la tabla 5.2.

Por tanto, el movimiento lateral se caracteriza por los dos mismos parámetros que la locomoción en una dimensión ya que en el caso del modelo alámbrico y continuo la inclinación de los puntos es indiferente.

## 5.7.6. Mecanismo de desplazamiento

### 5.7.6.1. Marco de estudio

El estudio de los mecanismos para la realización del desplazamiento lo realizaremos suponiendo que se están empleando ondas isomorfas planas y que el valor del parámetro  $\Delta\phi_h$  es de 90 grados. De esta manera podremos hacer dibujos explicativos concretos. También supondremos que  $k > 2$  de manera que al menos existan en todo momento dos puntos de apoyo en la proyección vertical.

A partir de esto analizaremos dónde están situados los puntos de apoyo, qué ocurre en la transición entre dos fases cercanas y finalmente cómo es el movimiento transcurrido un ciclo.

### 5.7.6.2. Puntos de apoyo

Los puntos de apoyo se encuentran en la parte del robot en la que la coordenada  $z$  es mínima. Es decir, se produce en los valles de la proyección vertical (plano  $zx$ ). Tienen las siguientes propiedades (ver figura 5.33):

1. Todos los puntos de apoyo se encuentran alineados según la dirección del eje  $x$ . Esto es debido a que sólo hay un punto de contacto en la sección del robot (plano  $zy$ ).

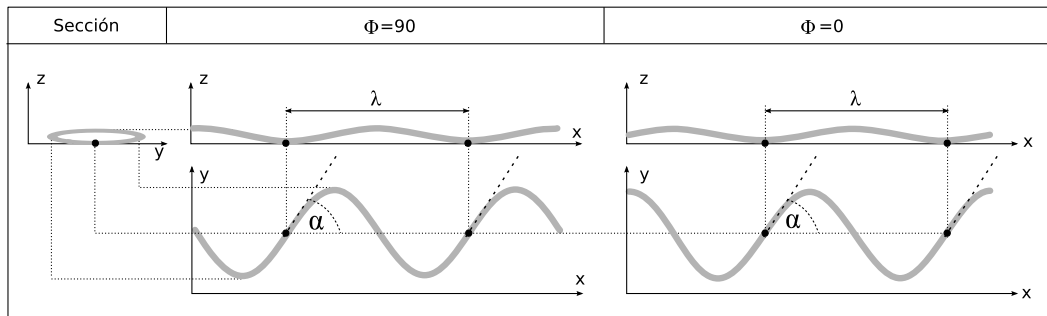


Figura 5.33: Puntos de apoyo para las fases de 0 y 90 grados

2. Están separados una distancia igual a  $\lambda$ , que no varía con la fase.
3. Están situados en el mismo punto de la curva horizontal. Al ser una onda isomorfa, las ondas verticales y horizontales se propagan con la misma velocidad por lo que los puntos de apoyo siempre están en la misma posición relativa en la curva horizontal.
4. Como se ha tomado  $\Delta\phi_{vh} = 90$ , los puntos de apoyo se encuentran en los puntos de la curva horizontal en los que la pendiente es igual al ángulo de serpenteo  $\alpha$ .

En la figura 5.33 se muestran las proyecciones verticales, horizontales y la sección para las fase de 90 y 0.

### 5.7.6.3. Desplazamiento entre fases próximas

Inicialmente el robot está en la fase  $\Phi_1$ , como se muestra en la figura 5.34a), en la que los puntos de apoyo están situados en las posiciones de la curva  $s = s_i$ . Al pasar a una fase  $\Phi_2$  cercana a  $\Phi_1$  ( $\Phi_2 = \Phi_1 + d\Phi$ ) la onda se propaga y los nuevos puntos de apoyo estarán en  $s_i + dl$ , situados en la dirección tangente a la curva en ese punto.

Por tanto, al pasar de la fase de  $\Phi_1$  a  $\Phi_2$  los puntos de apoyo se desplazan siguiendo una línea recta en la dirección que forma un ángulo  $\alpha$  con el eje  $x$ .

### 5.7.6.4. Desplazamiento durante un ciclo

Al cabo de un ciclo, y suponiendo que no ha existido deslizamiento, los puntos de apoyo se habrán desplazado una distancia igual a la longitud de una ondulación de la curva ( $l_u = l/k$ ), a lo largo de las rectas que forman un ángulo  $\alpha$  con el eje  $x$ , como se muestra en la figura 5.34b).

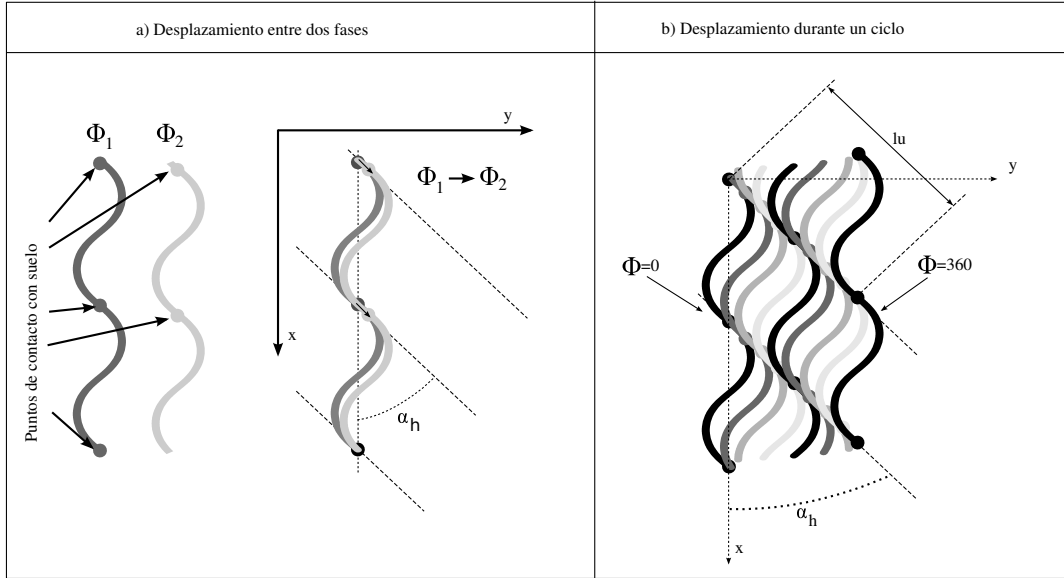


Figura 5.34: Desplazamiento lateral del robot. a) Entre dos fases cercanas. b) A lo largo de un ciclo

### 5.7.7. Cinemática

#### 5.7.7.1. Ecuación del paso

Puesto que no hay rotación, el parámetro cinemático  $\Delta\gamma$  es cero. La ecuación propuesta para el cálculo del paso es:

$$\vec{\Delta r} = \frac{l}{k} ((\cos \alpha - \lambda_n)\hat{x} + \sin \alpha \hat{y}) \quad (5.25)$$

donde  $\hat{x}$  e  $\hat{y}$  son los vectores unitarios en los ejes  $x$  e  $y$  respectivamente y  $l$  es la longitud del robot.  $\lambda_n$  es la longitud de onda de una serpentina de longitud 1 y número de ondas igual a 1 que se calcula como  $\lambda_n = x(1)$  donde  $x(s)$  es la función definida en 3.17.

El módulo del paso es:

$$|\vec{\Delta r}| = \frac{l}{k} \sqrt{1 + \lambda_n^2 - 2\lambda_n \cos \alpha} \quad (5.26)$$

y la dirección del desplazamiento, definida como el ángulo  $\gamma$  que forma con respecto al eje  $y$  es:

$$\gamma = -\arctan\left(\frac{\cos \alpha - \lambda_n}{\sin \alpha}\right) \quad (5.27)$$

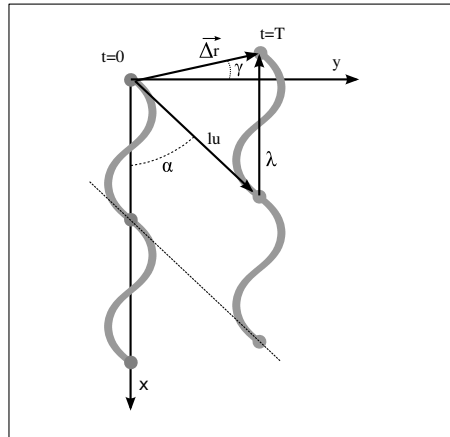


Figura 5.35: Deducción del paso del robot

### 5.7.7.2. Demostración

La deducción de la ecuación 5.25 se obtiene a partir de la figura 5.35. El paso se obtiene por la siguiente suma vectorial:

$$\vec{\Delta r} = \vec{l}_u + \vec{\lambda} \quad (5.28)$$

$\vec{l}_u$  es un vector cuyo módulo es la longitud de una ondulación y forma un ángulo  $\alpha$  con el eje x. Está dado por tanto por la expresión:

$$\vec{l}_u = \frac{l}{k} \cos \alpha \hat{x} + \frac{l}{k} \sin \alpha \hat{y}$$

El vector  $\vec{\lambda}$  tiene como módulo la longitud de onda de la curva y está orientado hacia el sentido negativo del eje x:

$$\vec{\lambda} = -\lambda \hat{x}$$

Operando en 5.28 se llega a la expresión:

$$\vec{\Delta r} = \frac{l}{k} \cos \alpha - \lambda \hat{x} + \frac{l}{k} \sin \alpha \hat{y} \quad (5.29)$$

La longitud de onda de una curva serpentina se puede expresar en función de la serpentina normalizada como:

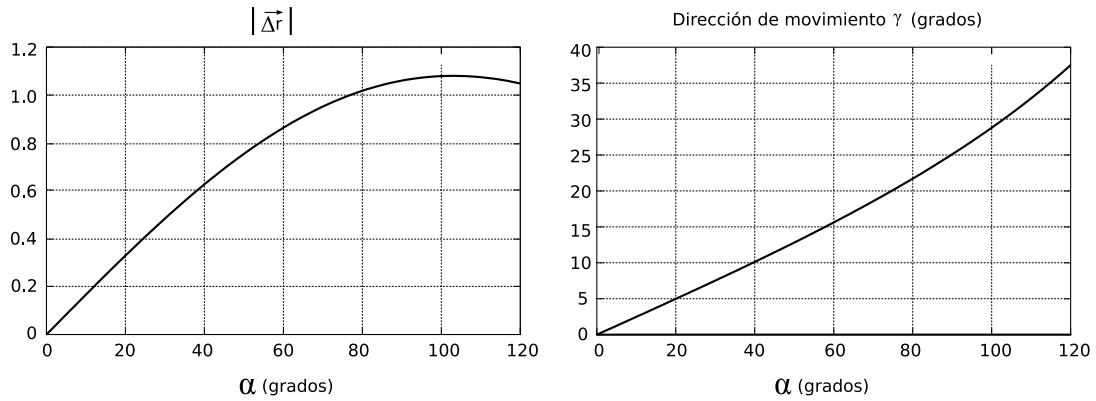


Figura 5.36: Variación del módulo del paso y la dirección del movimiento en función del parámetro  $\alpha$

$$\lambda = \frac{l}{k} \lambda_n$$

Sustituyendo en la ecuación 5.29 se llega a la expresión final que se quería demostrar.

### 5.7.7.3. Variación con $\alpha$

La variación del módulo del paso y del ángulo  $\gamma$  se muestran en la figura 5.36 para un robot de longitud unitaria y una ondulación.

Al aumentar el ángulo de serpiente, aumenta el paso del robot y la trayectoria se aleja de la dirección del eje  $y$ .

### 5.7.7.4. Sentido del desplazamiento

Para un mismo valor del parámetro  $\alpha$  el desplazamiento se puede hacer en dos direcciones diferentes, y en cada una de ellas en ambos sentidos, como se muestra en la figura 5.37a).

El signo de  $\Delta\phi_{vh}$  establece en cuál de las dos direcciones se desplazará el robot, que serán las determinadas por  $\gamma$  y  $\gamma - 180$ . En la figura 5.37b) se muestran las dos familias de puntos de apoyo que habrá según el signo de la diferencia de fase. Bien se moverán por las rectas que forman  $\alpha$  grados con el eje  $x$  o bien por las que forman  $-\alpha$ .

El sentido de propagación de la onda determina el signo del paso. Así, si el paso está dado por  $\vec{\Delta r}$ , un cambio en la dirección de propagación de la onda hace que sea el opuesto:  $-\vec{\Delta r}$ .

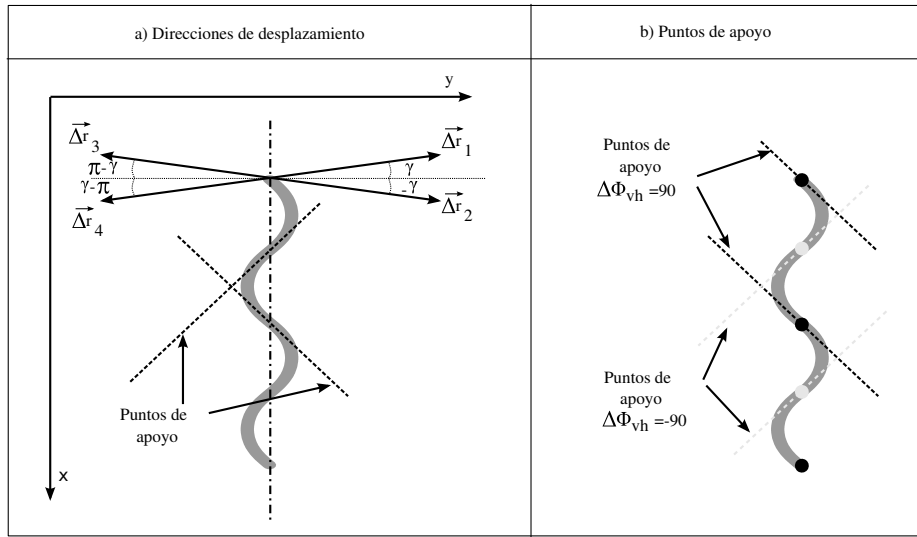


Figura 5.37: a) Todas las posibles direcciones de desplazamiento para un robot con ángulo de serpen-teo  $\alpha$  fijo. b) Posición de los puntos de apoyo en función del signo del parámetro  $\Delta\phi$

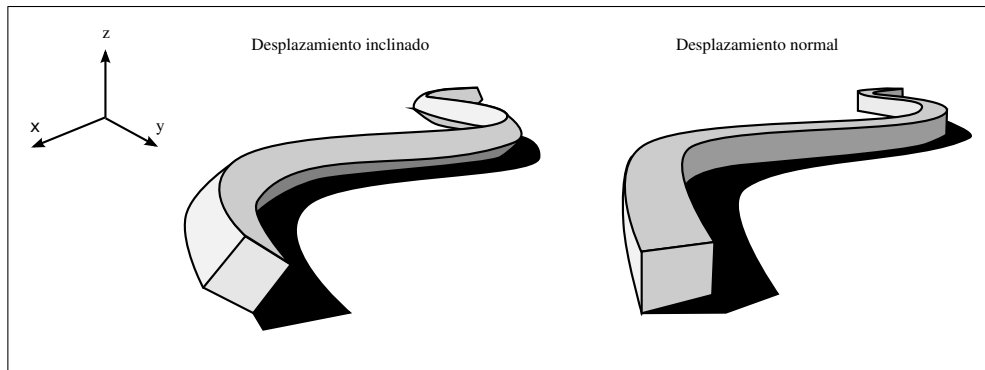


Figura 5.38: Desplazamientos laterales inclinado y normal

### 5.7.8. Desplazamiento inclinado

El desplazamiento lateral, como vimos en el apartado 5.7.5 se realiza mediante la utilización de ondas isomorfas planas o rectas. En ambos casos los parámetros  $\alpha$  y  $k$  nos permite determinar la forma del robot durante ese desplazamiento.

Cuando se utilizan ondas rectas, además es posible controlar la inclinación del robot, definido por el ángulo  $\beta$  que se calcula según la ecuación 5.24. Para las ondas planas, la inclinación siempre será de cero grados (o un valor próximo a cero).

En la figura 5.38 se han dibujado dos robots continuos con secciones cuadradas que se están desplazando usando ondas rectas (izquierda) y planas (derecha). Se han escogido robots de secciones

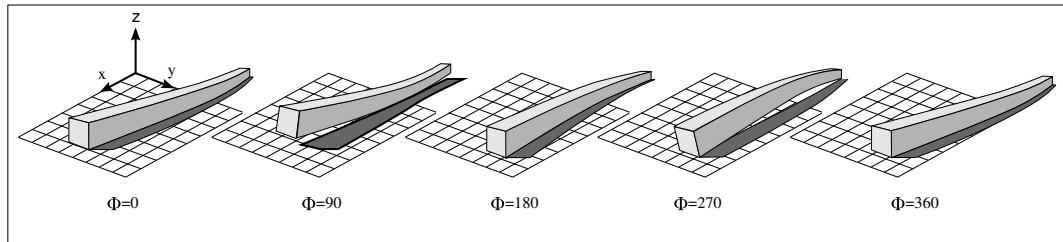


Figura 5.39: Movimiento tipo remero

cuadradas para poder apreciar las diferencias en la inclinación. El robot de la izquierda está inclinado un ángulo máximo beta de 45 grados.

Un tipo de desplazamiento inclinado fue estudiado por Mori et al.[102] e implementado en el prototipo ACM-R3. El movimiento logrado, descrito usando los parámetros y nomenclaturas de esta tesis, está basado en ondas isomorfas rectas con  $\Delta\phi_{vh} = 0$ , de manera que todos los puntos de la parte inferior del robot están en contacto con el suelo. Debido a que el ACM-R3 posee ruedas pasivas, al propagarse la onda serpentina el robot es propulsado hacia adelante o hacia atrás.

El movimiento que hemos propuesto permite al robot realizar un desplazamiento lateral de manera inclinada. Para ello el parámetro  $\Delta\phi_{vh}$  tiene que ser diferente de cero, pero lo suficientemente pequeño. Se trata de un movimiento nuevo, no estudiado previamente por otras investigaciones, a nuestro leal saber.

### 5.7.9. Desplazamiento tipo remero

El movimiento de tipo remero permite al robot desplazarse lateralmente de una forma diferente al que se consigue por medio de las ondas planas o rectas. En la figura 5.39 se muestra el movimiento de un robot de sección cuadrada, en cinco fases diferentes. Es un movimiento similar al que realiza un remero en una barca, que hace oscilar los dos remos a la vez para propulsarse. Los extremos del robot siguen trayectorias circulares. En la fase inicial,  $\phi = 0$ , todo el cuerpo está apoyado sobre el suelo y tiene una forma ligeramente curvada hacia atrás, estando el punto medio más adelantado que los extremos. A continuación los extremos se elevan y se desplazan circularmente hacia adelante, permaneciendo la parte central de la panza del robot en contacto con el suelo. En la fase  $\phi = 180$  la situación es similar que en la fase inicial pero con el cuerpo curvado hacia adelante, de manera que ahora el punto central está más retrasado que los extremos. Finalmente el centro del robot se levanta y mueve hacia adelante apoyándose en los extremos.

Este movimiento se realiza aplicando las mismas ondas circulares que en el movimiento de rodar (apartado 5.6). Lo que diferencia un movimiento de otro es la curvatura del cuerpo del robot. Para ángulos  $\alpha$  menores de un  $\alpha_{min}$  (ver apartado 5.6.6.2) se realiza el desplazamiento lateral y para ángulos mayores el robot rueda.



Este movimiento, que en inglés denominan *flapping*, fue simulado por primera por downling[29] en su tesis doctoral. Chen et al.[13] lo implementaron y realizaron experimentos con un robot modular de 10 módulos. Sin embargo, no propusieron una ecuación para determinar el  $\alpha_{min}$  ni estudiaron los mecanismos de por qué se realiza uno u otro tipo de movimiento.

El desplazamiento tipo remero es lento, con comparación con el desplazamiento lateral (*side-winding*). Además, el par de los motores tiene que ser mayor según aumenta la longitud del robot, para que los extremos se puedan levantar. Sin embargo, tiene la ventaja de que permite que el número de módulos necesarios para realizarlo sea de sólo tres, como se demuestra con el movimiento de la configuración mínima de tipo cabeceo-viraje-cabeceo presentada en el capítulo 6.

### 5.7.10. Modelo discreto

#### 5.7.10.1. Ecuaciones

Las ecuaciones para los ángulos de doblaje de las articulaciones verticales y horizontales se obtienen a partir de las ecuaciones generales 3.43 y 3.44 aplicando la condición de onda isomorfa ( $k_v = k_h$ ):

$$\varphi_{v_i} = 2\alpha_v \sin\left(\frac{2\pi k}{M}\right) \sin\left(\phi + \phi_0 + \frac{4\pi k}{M}(i-1)\right), i \in \left\{1 \dots \frac{M}{2}\right\}$$

$$\varphi_{h_i} = 2\alpha_h \sin\left(\frac{2\pi k}{M}\right) \sin\left(\phi + \phi_0 + \frac{4\pi k}{M}(i-1) + \frac{2\pi k}{M} + \Delta\phi_{vh}\right), i \in \left\{1 \dots \frac{M}{2}\right\}$$

La fase inicial  $\phi_0$  determina la forma del robot en el instante inicial y para el movimiento en régimen permanente se puede igualar a cero.

Expresadas en función de los parámetros de los osciladores y tomando como fase inicial  $\phi_0 = 0$  las ecuaciones quedan:

$$\varphi_{v_i} = A_v \sin(\phi + \Delta\phi(i-1))$$

$$\varphi_{h_i} = A_h \sin\left(\phi + \Delta\phi(i-1) + \frac{\Delta\phi}{2} + \Delta\phi_{vh}\right)$$

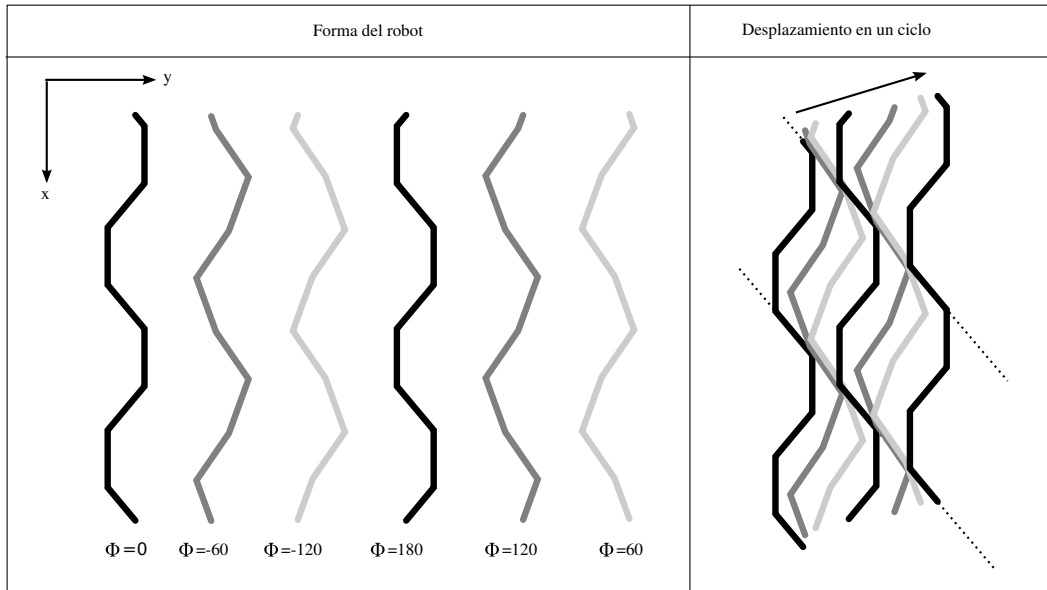


Figura 5.40: Desplazamiento lateral de un robot ápedo discreto de 16 módulos, cuando se utiliza una onda isomorfa plana circular con  $k = 2$  y  $\alpha = 40$ . a) Forma del robot en diferentes fases. b) Desplazamiento del robot durante un ciclo

### 5.7.10.2. Forma del robot

La forma que adopta el robot al desplazarse cuando se utilizan ondas isomorfas planas o rectas es la de una serpentina discreta con parámetros  $\alpha$  y  $k$ . Por tanto, las dimensiones del robot se pueden calcular aplicando las mismas ecuaciones que en el caso de la locomoción en una dimensión teniendo en cuenta que los bloques son del tipo viraje y los parámetros  $d$  y  $d_0$  son respectivamente  $3L/2$  y  $2L$  (ver tabla 3.1).

En la figura 5.40 se muestra el desplazamiento de un robot ápedo de 16 módulos. En el caso continuo, la forma del robot es siempre la misma, sólo que desplazada. Las pendientes de los puntos son siempre las mismas. En el caso discreto, la forma cambia con la fase y por tanto las pendientes de los puntos también varían.

### 5.7.10.3. Número mínimo de módulos

El análisis del mínimo número de módulos se realiza de la misma manera que en el caso de la locomoción en 1D. Hay que aplicarlo a una onda serpentina horizontal y sólo tener en cuenta los módulos horizontales. Al asignar un valor de  $\Delta\Phi$  igual a 180 grados, no existe propagación de la onda y por tanto no hay desplazamiento del robot. Además, para poder usar las ecuaciones de las dimensiones del robot, al menos debe existir una ondulación ( $k \geq 1$ ).

Parámetro	Descripción	Rango
$M$	Número de módulos (vert+horiz)	$M > 6$
$\alpha$	Ángulo de serpenteo	$\alpha \leq \alpha_{max} \leq 120$
$k = k_v = k_h$	Número de ondulaciones (vert. y horiz)	$k \in [1, M/4]$
$A$	Amplitud de los generadores horiz.	$A \leq A_{max} \leq 90$
$\Delta\phi$	Diferencia de fase gen. horiz.	$\Delta\phi \in (-180, 180)$

Cuadro 5.3: Rango de valores de los parámetros para el desplazamiento lateral de los robots ápodos discretos

Usando el mismo criterio que para la locomoción en 1D, si el número de módulos horizontales es 2 ( $k = 1$ ) se tiene una diferencia de fase de 180 grados, que no permite el movimiento. Por tanto, al menos deben existir 3 módulos horizontales, y como las configuraciones de cabeceo-viraje tienen el mismo número de horizontales que verticales, tenemos que el mínimo número de módulos es 6.

Para el movimiento tipo remero, sin embargo, el mínimo número de módulos es de cuatro. Pero una configuración de tipo cabeceo-viraje-cabeceo de sólo tres módulos puede realizar también este movimiento, como se muestra en el capítulo 6.

#### 5.7.10.4. Limitaciones

Los parámetros  $A$  y  $\alpha$  tienen las mismas limitaciones que en el caso del movimiento en línea recta (apartado 4.3.2.4): limitación por geometría y por tope del servo. Por ello, en general se verifica que  $\alpha \leq \alpha_{max} \leq 120$  y  $A \leq A_{max} \leq 90$  donde  $\alpha_v$  y  $A_v$  están dadas por las ecuaciones 4.6 y 4.7 respectivamente. Esas ecuaciones hay que aplicarlas teniendo en cuenta que se tienen  $M/2$  módulos horizontales.

En la tabla 5.3 se han resumido los rango de valores de los parámetros.

Cuando se emplea el movimiento inclinado, la limitación de  $\alpha$  implica que los valores de  $\alpha_h$  y  $\alpha_v$  cumplan la restricción:

$$\sqrt{\alpha_v^2 + \alpha_h^2} \leq \alpha_{max}$$

Para una inclinación máxima de 45 grados, donde  $\alpha_h = \alpha_v$ , el valor de  $\alpha_h$  será siempre menor o igual que:

$$\alpha_h \leq \frac{120}{\sqrt{2}} = 84,85 \text{ grados}$$

### 5.7.11. Resumen

Un robot del tipo cabeceo-viraje de  $M$  módulos puede desplazarse lateralmente cuando se utilizan ondas isomorfas de tipo rectas o planas. Esto se consigue mediante la superposición de dos ondas serpentinoides, una en las articulaciones horizontales y otra en la verticales, ambas con el mismo número de ondulaciones.

Existen tres tipos de desplazamiento lateral según las ondas empleadas.

1. **Movimiento principal.** Es similar al que realizan algunos tipos de serpientes al desplazarse por la arena (*side – winding*) se consigue utilizando ondas planas, en las que el ángulo de serpenteo de las articulaciones verticales es muy pequeño con respecto a las horizontales.
2. **Desplazamiento inclinado.** El igual que el anterior pero el cuerpo del robot está rotado un ángulo beta con respecto a su eje corporal. Se consigue mediante la utilización de ondas rectas, con un valor de  $\Delta\phi_{vh}$  cercano a cero. La relación entre los parámetros  $\alpha_v$  y  $\alpha_h$  determinan el ángulo de inclinación. Es un movimiento que no ha sido estudiado previamente por otros investigaciones, a nuestro leal saber.
3. **Movimiento tipo remero.** Se consigue aplicando dos ondas circulares iguales en las que su parámetro  $\alpha$  es menor de un ángulo límite  $\alpha_{min}$ .

## 5.8. Rotación

### 5.8.1. Introducción

Existen al menos dos modos de caminar que permiten a los robots ápodos del grupo cabeceo-viraje realizar una rotación paralelamente al suelo, cambiando la orientación de su eje longitudinal. Son la rotación en “S” y en “U”. Nos centraremos en la primera que es el que permite realizar la rotación a robots de cualquier longitud. La segunda se describe en el apartado 5.8.7.

### 5.8.2. Descripción del movimiento

Mediante el movimiento de rotación el robot gira paralelamente al suelo cambiando la orientación de su eje longitudinal un ángulo  $\Delta\gamma$  en sentido horario o antihorario. Permite al robot cambiar su orientación, enfocando la cabeza hacia la dirección deseada. Es una manera de desplazarse nueva, que no se encuentra en la naturaleza y que no ha sido estudiado ni implementado en ningún robot de tipo apodo, a nuestro leal saber.

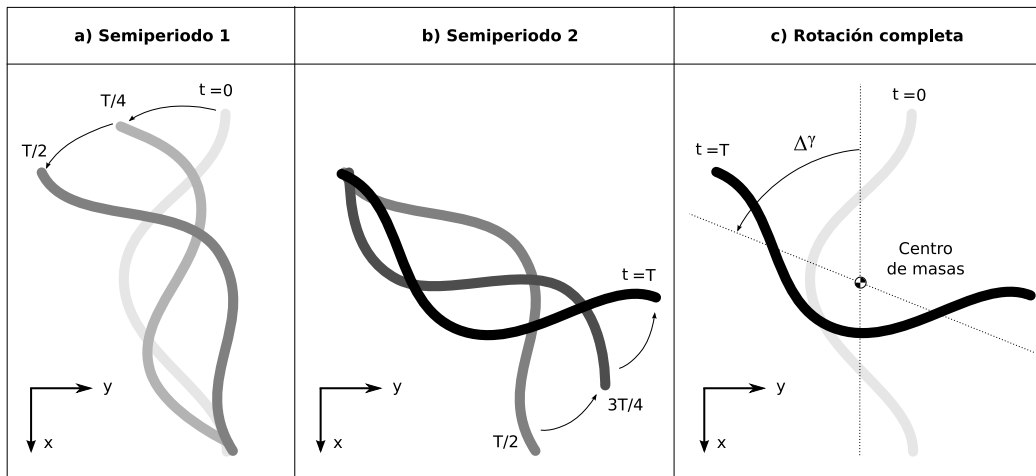


Figura 5.41: Movimiento de rotación durante un periodo, dividido en los dos semiperiodos. a) Rotación durante el primer semiperiodo. b) Segundo semiperiodo. c) Posiciones iniciales y finales.

En la figura 5.41c) se muestran las posiciones iniciales y finales del robot una vez transcurrido un ciclo. La rotación se mide con respecto a los ejes longitudinales del robot que pasan por su centro de masas. En las figuras 5.41a) y b) se muestra la forma del robot durante la rotación en los semiperiodos 1 y 2.

Este movimiento se consigue realizar mediante la superposición de dos ondas serpentinoides, una en las articulaciones verticales y otra en las horizontales, con diferente número de ondas. Los parámetros son:

- $\alpha_v$ : Ángulo de serpeo de la onda vertical
- $\alpha_h$ : Ángulo de serpeo de la onda horizontal
- $k_v$ : Número de ondas verticales
- $k_h$ : Número de ondas horizontales
- $\Delta\phi_{vh}$ : Desfase entre las ondas verticales y las horizontales

La forma que adopta el cuerpo del robot es de una onda serpentinoide 3D (apartado 3.6.4). En las soluciones encontradas, el número de ondas de la onda vertical es el doble de la horizontal ( $k_v = 2k_h$ ) y  $\Delta\phi_{vh} = 0$ . La onda además es plana por lo que  $\alpha_v \ll \alpha_h$ . El movimiento se puede reducir a dos grados de libertad, determinado por los parámetros  $\alpha$  y  $k$ , que se corresponden con los parámetros de la onda horizontal.

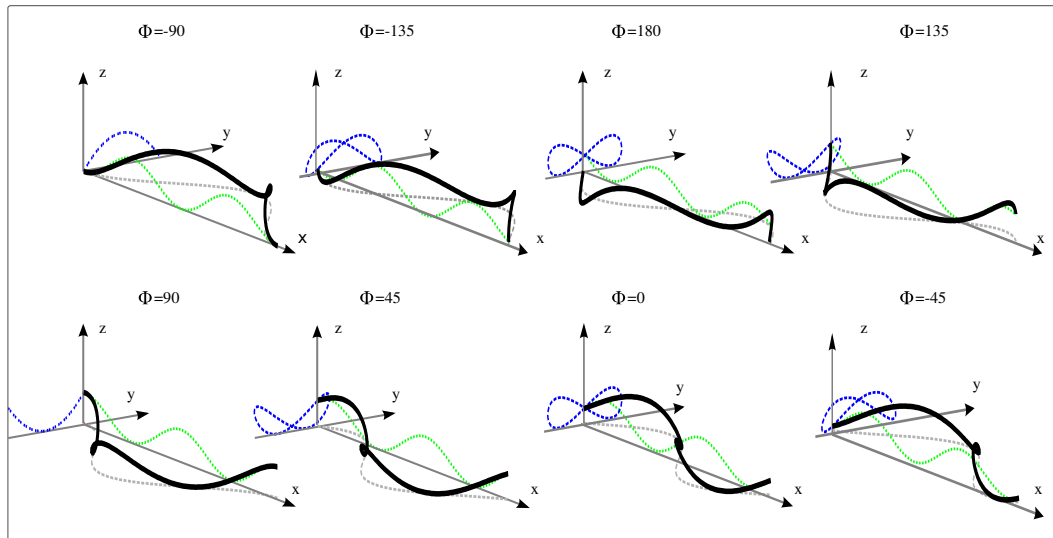


Figura 5.42: Forma del robot cuando se superponen dos serpentinoides con  $k_v = 2$  y  $k_h = 1$ ,  $\Delta\phi_{vh} = 0$

### 5.8.3. Forma del robot

#### 5.8.3.1. Ondas no isomorfas

Cuando las ondas serpentinoides que se superponen tiene diferentes números de ondas ( $k_v \neq k_h$ ) la forma de la onda 3D varía con la fase. Su proyección en el plano  $zy$  no será una curva constante, como en el caso de las isomorfas, sino que irá cambiando según se va propagando.

Al tener diferentes valores para  $k_v$  y  $k_h$ , la onda vertical se propaga a una velocidad distinta que la horizontal, por lo que los puntos en contacto con el suelo no están en las mismas posiciones relativas de la curva para todas las fases, sino que se van moviendo. La interacción entre los puntos de contacto con el suelo no es uniforme. Aparecerán, en general, fuerzas diferentes para estos puntos, por lo que el robot tenderá a rotar. La relación  $k_v/k_h$  determina los puntos de apoyo que aparecerán en el robot y cómo estos se desplazan por su cuerpo, determinando el tipo de movimiento.

Cuando  $k_v/k_h \neq 1$  la onda es no isomorfa. Los puntos de apoyo en el suelo varían su distancia relativamente unos con respecto a otro y en general provocan un cambio en la orientación. Sin embargo, la cantidad de posibles movimientos es infinito. La solución encontrada es válida para robots con un número de módulos  $M \geq 3$ . En ella  $k_v/k_h = 2$  y  $\Delta\phi_{vh} = 0$ .

#### 5.8.3.2. Onda con $k_v/k_h = 2$ y $\Delta\phi_{vh} = 0$

En la figura 5.44 se muestra la forma de la onda cuando  $k_v = 2$ ,  $k_h = 1$  y  $\Delta\phi_{vh} = 0$ . Puesto que es no isomorfa, la forma cambia con la fase. La proyección en el plano  $zy$  tiene diferentes formas según la

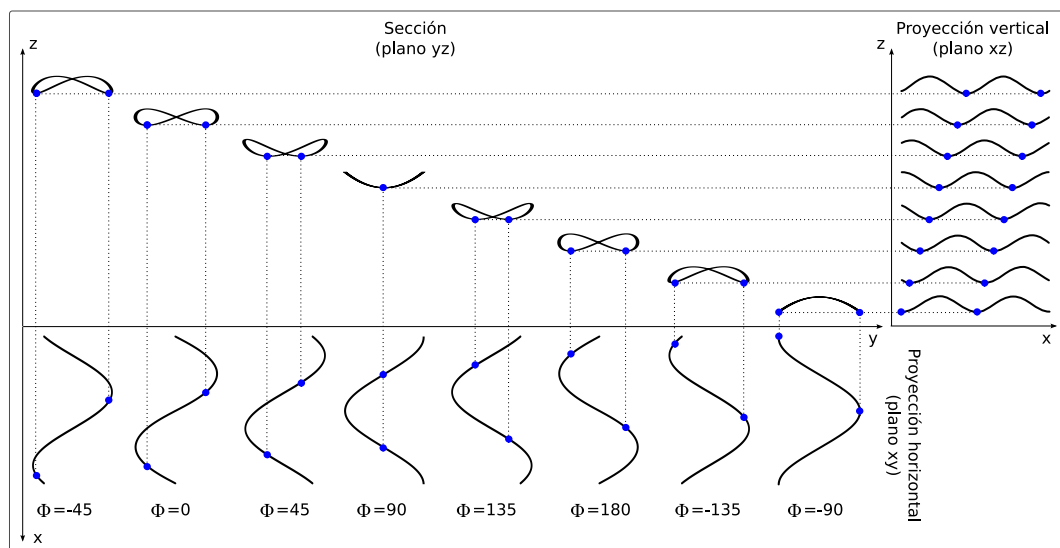


Figura 5.43: Proyecciones de la forma del robot en los planos  $yz$  (superior),  $xz$  (derecha) e  $xy$  (inferior) y situación de los puntos de apoyo

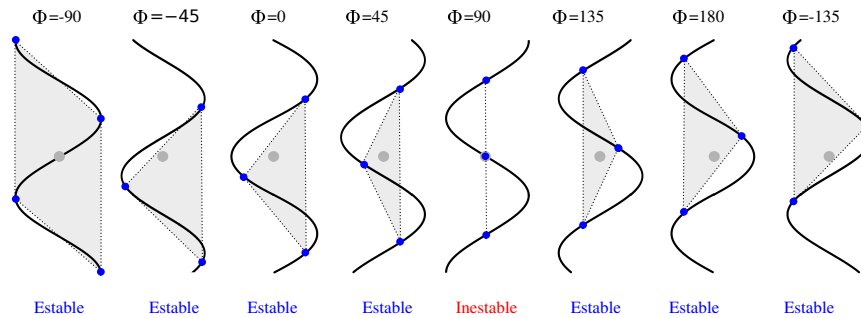
fase.

#### 5.8.4. Estabilidad

Estudiaremos la estabilidad de la onda cuando  $k_v/k_h = 2$  y  $\Delta\phi_{vh} = 0$ . En la figura 5.43 se muestran las proyecciones en los planos  $yz$  (sección),  $xz$  (proyección vertical) y  $xy$  (proyección horizontal) junto con los puntos de apoyo, cuando  $k_h = 1$ . En esta situación sólo hay dos puntos de apoyo, que garantizan la estabilidad en el plano  $zx$ . Sin embargo, en el modelo alámbrico es inestable con respecto al eje  $x$ . Es necesario que al menos existan tres puntos de contacto con el suelo en el plano  $xy$ . El robot rotará un ángulo alrededor de  $x$  hasta que aparezca el tercer punto de apoyo.

Los puntos de apoyo se van moviendo por la proyección horizontal. Su posición relativa al eje de simetría va cambiando. Para la fase de  $-90$  grados están en su punto más lejano. Según va cambiando la fase, los puntos se van acercando al eje hasta que para una fase de  $-90$  están alineados con él. El movimiento relativo de estos puntos tiene dos componentes: una paralela al eje de simetría y otra perpendicular a él. Es este movimiento de acercamiento y alejamiento perpendicular al eje el que hace que se produzca la rotación.

Para conseguir estabilidad en general serán necesarios tres puntos de apoyo al menos por lo que se debe cumplir que  $k_h \geq 1,5$ . En esta situación el centro de gravedad cae dentro del polígono formado por los tres puntos de apoyo en todas las fases salvo para  $\phi = 90$ , donde los puntos están alineados y por tanto el robot volcará hacia la izquierda, la derecha u oscilará (figura 5.44)

Figura 5.44: Estabilidad para  $kh=1.5$ 

Sin embargo, si en vez del modelo alámbrico se emplea uno con sección cuadrada, esta inestabilidad desaparece.

Otra forma de conseguir estabilidad es utilizar ondas planas en las que  $\alpha_v/\alpha_h \rightarrow 0$ . En ese caso, al igual que con el *side-winding*, el centro de gravedad del robot está muy cercano al suelo y aunque no existan tres puntos de apoyo en todo momento y el robot oscile, estas variaciones serán pequeñas.

Por tanto hay dos criterios para la estabilidad:

**Criterio de estabilidad I**  $k_h \geq 1,5$  y que la sección sea cuadrada

**Criterio de estabilidad II** Ondas planas no isomorfas.  $\alpha_v/\alpha_h \rightarrow 0$

### 5.8.5. Mecanismo de rotación

El mecanismo de rotación es debido a la interacción de los puntos de apoyo con el suelo. Estos puntos se desplazan a lo largo del cuerpo del robot. La rotación en un ciclo se puede dividir en dos etapas: rotación durante el primer semiperiodo (de  $t = 0$  a  $T/2$ ) y segundo (de  $t = T/2$  a  $T$ ). Tomamos como fase inicial  $\phi = 90$ , donde los puntos de apoyo están alineados con el eje longitudinal del robot. Consideraremos que el robot está formado por dos partes de longitud  $l/2$ : el brazo superior y el inferior. Los puntos de apoyo será  $P_1$  y  $P_2$ . La propagación de la onda es en el sentido positivo del eje longitudinal ( $x > 0$ ).  $P_1$  y  $P_2$  dividen la curva en tres partes que llamaremos extremo superior, medio e inferior. Finalmente, a los extremos del robot los denominaremos extremo superior e inferior. Inicialmente se encuentran en los puntos de la curva  $s = l/4$  y  $s = 3/4l$  respectivamente. Según se propaga la onda, el  $P_1$  se acerca al punto medio del robot  $s = 1/2$  y  $P_2$  al extremo  $s = l$ . Según avanza, el brazo superior se hace más largo y el inferior más corto. El superior se va doblando a la izquierda a medida que  $P_1$  y  $P_2$  se desplazan mientras que el inferior tiende a quedarse en su posición.

En el segundo semiperiodo  $P_2$  desaparece y aparece uno nuevo,  $P_3$  en  $s = 0$ .  $P_1$  y  $P_3$  se desplazan hasta que lleguen a sus posiciones situadas en  $s = 3/4l$  y  $s = 1/4l$  respectivamente. Ocurre lo contrario que



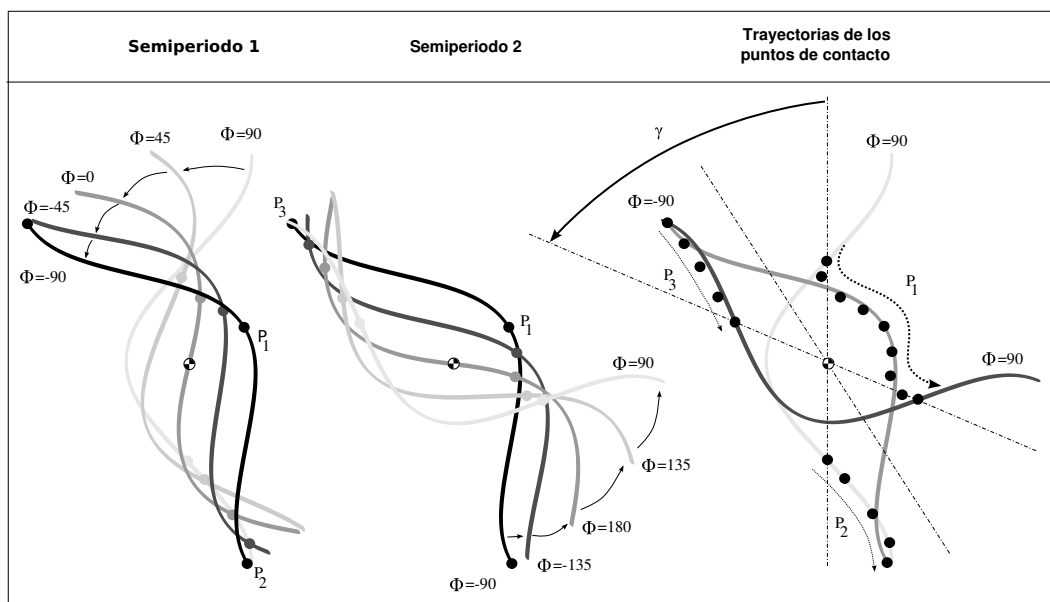


Figura 5.45: Puntos de contacto con el suelo durante la rotación, cuando  $k_v=2$ ,  $k_h=1$  y  $DF_{vh}=0$

en el semiperiodo anterior. Ahora es el brazo derecho, que es más largo, el que tiende a doblarse hacia la derecha mientras que el izquierdo tiende a permanecer en su sitio.

Al finalizar el periodo,  $P_1$  ha recorrido una distancia igual a  $l/2$  pasando de  $s = 1/4l$  a  $3/4l$ .

## 5.8.6. Cinemática

### 5.8.6.1. Ángulo de rotación

Para conocer la ecuación para la obtención del ángulo de giro en función de los parámetros de la curva serpentina horizontal, cuando se están empleando ondas planas, hay que hacer un análisis de la dinámica y obtener las componentes de fuerza que actúan sobre los puntos de apoyo y los pares que generan respecto al centro de gravedad. Este análisis cae fuera de los límites de esta tesis y será abordado en los trabajos futuros.

Dada la simetría del movimiento en los dos semiperiodos, durante la discusión hablaremos del ángulo de rotación en un semiperiodo  $\gamma_s$ . Asumiremos que la rotación total es:  $\gamma = 2\gamma_s$ .

### 5.8.6.2. Variación con alfa

Por los experimentos realizados (capítulo 7) comprobamos que el ángulo rotado crece con el ángulo de serpeo  $\alpha_h$ .

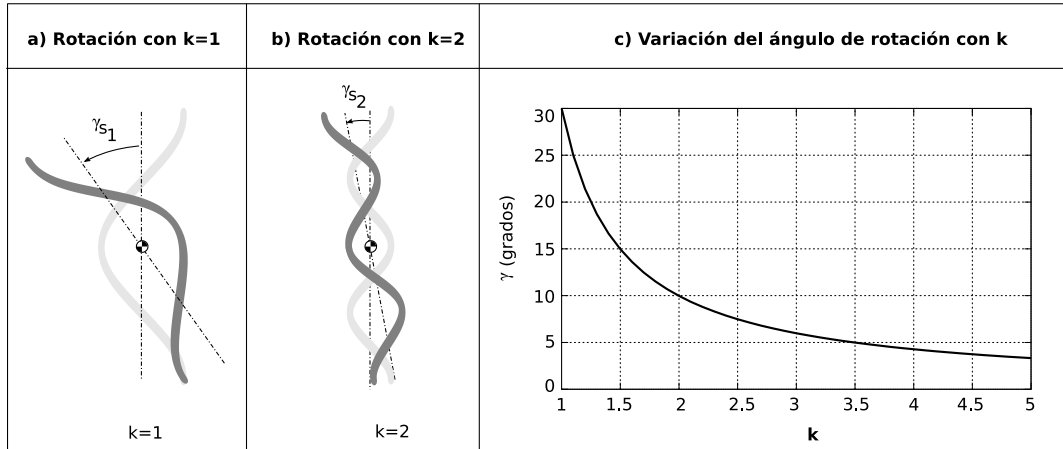


Figura 5.46: Ángulo de rotación en función de  $k$ . a) rotación para  $k = 1$ . b) Rotación para  $k = 2$ . c) Variación del ángulo de rotación con  $k$

### 5.8.6.3. Variación con $k$

La variación del ángulo de rotación con  $k$  está dado por la expresión:

$$\gamma = 4 \arcsin \left( \frac{\sin \left( \frac{\gamma_1}{4} \right)}{2k - 1} \right) \quad (5.30)$$

donde  $\gamma_1$  es el ángulo rotado cuando  $k = 1$ . En la gráfica 5.46c se muestra la relación cuando  $\gamma_1$  es de 30 grados. Se puede ver que al aumentar  $k$  el ángulo de rotación disminuye. En las figuras 5.46a) y b) se muestra el ángulo girado en un semiperiodo para  $k = 1$  y  $k = 2$ .

### 5.8.6.4. Demostración

Deduciremos la ecuación 5.30. Estudiaremos la variación de ángulo de giro durante un semiperiodo. Denominamos  $\gamma_{s1}$  al ángulo del semiperiodo 1 cuando  $k = 1$  y  $\gamma_s$  para  $k > 1$ . Los ángulos de giros en un periodo serán respectivamente:

$$\gamma_1 = 2\gamma_{s1}, \quad \gamma = 2\gamma_s \quad (5.31)$$

Partiremos de la fase inicial  $\phi = 90$  y tomaremos como referencia el punto P que se encuentra a una distancia de  $\lambda/4$  del centro de masas (figura 5.47a). Al finalizar el semiperiodo, el robot ha rotado un ángulo  $\gamma_{s1}$ . El módulo de su vector desplazamiento está dado por la expresión:

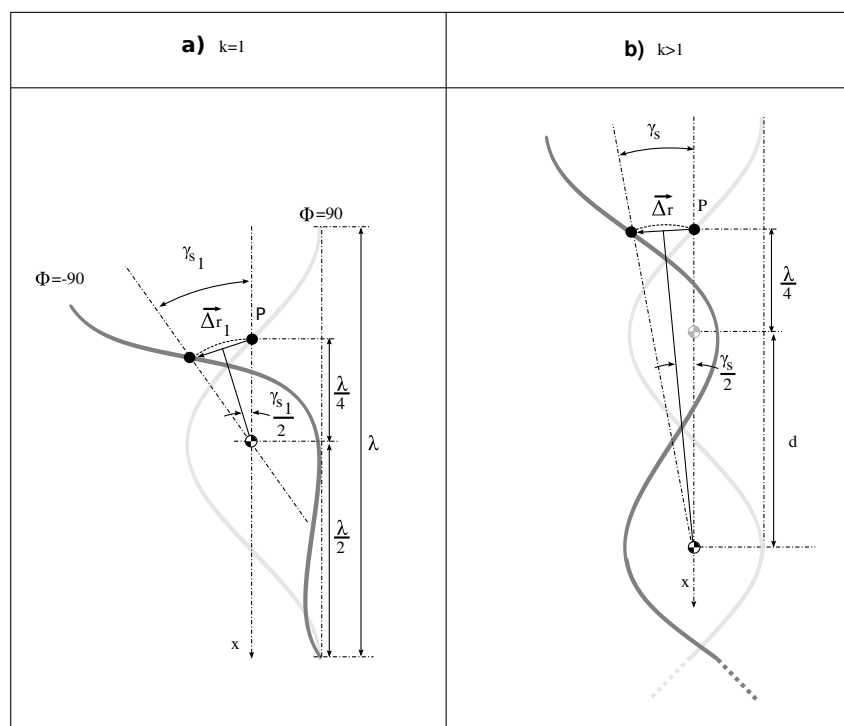


Figura 5.47: Desplazamiento del punto  $P$  durante un semiperiodo de rotación. a) cuando  $k = 1$ . b) cuando  $k > 1$ .

$$\Delta r_1 = \frac{\lambda}{2} \sin\left(\frac{\gamma_{s1}}{2}\right)$$

Cuando  $k > 1$ , el centro de masas está desplazado una distancia  $d$  en el sentido positivo del eje  $x$  como se muestra en la figura 5.47b). Esta distancia se puede expresar en función de  $k$  como:

$$d = \frac{\lambda}{2}(k - 1)$$

de manera que cuando  $k = 1$ , el centro de masas no se ha desplazado, para  $k = 2$  estará  $\lambda/2$  unidades desplazado. El desplazamiento del punto  $P$  cuando  $k > 1$  se puede calcular como:

$$\Delta r = 2\left(\frac{\lambda}{4} + d\right) \sin\left(\frac{\gamma_s}{2}\right)$$

Sustituyendo la expresión de  $d$ :

$$\Delta r = \frac{\lambda}{2}(2k - 1) \sin\left(\frac{\gamma_s}{2}\right)$$

Los segmentos  $\Delta r$  y  $\Delta r_1$  son iguales. Al aumentar  $k$  ha cambiado el radio de giro pero esta distancia es igual. Igualando las dos expresiones,  $\Delta r = \Delta r_1$ :

$$\sin\left(\frac{\gamma_s}{2}\right) = \frac{\sin\left(\frac{\gamma_{s1}}{2}\right)}{2k - 1}$$

Y expresando  $\gamma_s$  y  $\gamma_{s1}$  en función de los ángulos en un ciclo (ec. 5.31) llegamos a la expresión final.

#### 5.8.6.5. Sentido de giro

Existen cuatro posibilidades para la rotación, como se muestra en la figura 5.48, según la dirección de propagación de la onda y del parámetro  $\Delta\phi_{vh}$ . Al cambiar el sentido de propagación de la onda, cambia el sentido de rotación. Si  $\Delta\phi_{vh} = 0$  y la onda se propaga en el sentido positivo del eje longitudinal, se realiza una rotación antihoraria. Si se cambia el sentido de propagación se realizará en sentido contrario.

El parámetro  $\Delta\phi_{vh}$  determina la situación de los puntos de apoyo, como se muestra en la figura 5.48. Para  $\Delta\phi_{vh} = 180$ , su posición relativa a la curva es distinta que para  $\Delta\phi_{vh} = 0$ . El sentido de rotación será el opuesto si la dirección de propagación se mantiene la igual.

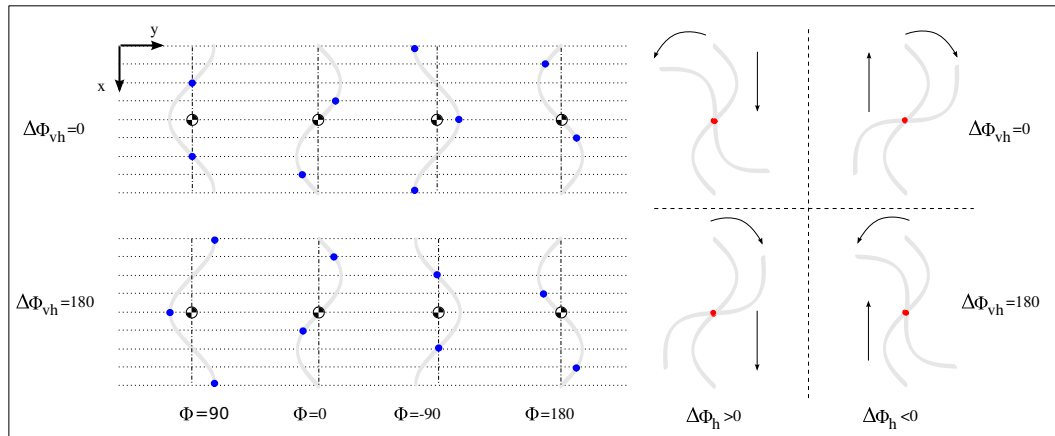


Figura 5.48: Sentido de la rotación en función de la dirección de la propagación de la onda y del parámetro  $\Delta\phi_{vh}$

Por tanto, para cambia el sentido de giro se tienen las siguientes opciones:

- Cambiar el sentido de propagación de la onda (habrá que cambiar los signos de los parámetros  $\Delta\phi_v$  y  $\Delta\phi_h$ )
- Sumar 180 grados al parámetro  $\Delta\phi_{vh}$

### 5.8.7. Rotación en U

Además del modo de rotación principal, determinado por la superposición de dos ondas serpentinoideas, existe otra modalidad que denominamos rotación en “U”. Se caracteriza por la superposición de una onda serpentinoidea vertical, con  $k_v = 2$  y una circular horizontal ( $k_h = 0$ ), con un valor de  $\Delta\phi_{vh} = 90$ . La estabilidad se consigue utilizando ondas planas, en las que  $\alpha_v/\alpha_h \rightarrow 0$ .

En la figura 5.49 se muestra cómo es esta rotación. En las articulaciones horizontales hay una onda circular por lo que el robot tiene forma de “U” que se convierte en una “U” invertida y finalmente vuelve a ser una “U” (como se mostró en la figura 3.33 del apartado 3.6.5).

Los puntos de apoyo se van desplazando a lo largo de la curva por lo que se encuentran en posiciones diferentes en los semiperiodos 1 y 2. En el semiperiodo 1, los puntos de apoyo están más cerca de extremo inferior por lo que tiende a moverse menos y el superior gira más. En el semiperiodo 2 sucede lo contrario es ahora el superior el que tiende a moverse menos. El resultado es que durante un ciclo el robot realiza una rotación total de un cierto ángulo, alrededor de su centro de masas.

La ventaja de este modo de rotación es que funciona con robots ápodos discretos con muy pocos módulos. En el capítulo 6 se usa este modo para la rotación de la configuración mínima de tan sólo 3 módulos.

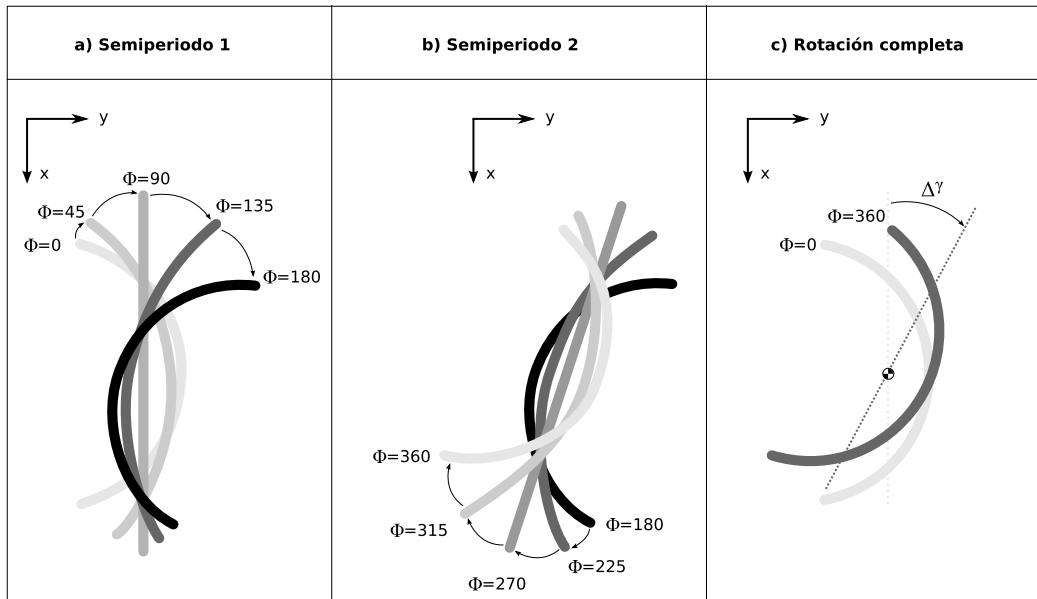


Figura 5.49: Rotación en “U”

### 5.8.8. Gusano discreto

#### 5.8.8.1. Ecuaciones

**Movimiento principal** Este movimiento se consigue mediante la superposición de dos ondas serpentinoides en las que  $k_v = 2k_h$  y  $\Delta\phi_{vh} = 0$ . Denotaremos  $k$  al número de ondulaciones de la serpentinoide horizontal. Particularizando en las ecuaciones generales  $k = k_h$  3.43 y 3.44 obtenemos (tomando una fase inicial  $\phi_0 = 0$ ):

$$\phi_{v_i} = 2\alpha_v \sin\left(\frac{4\pi k}{M}\right) \sin\left(\phi + \frac{8\pi k}{M}(i-1)\right), i \in \left\{1 \dots \frac{M}{2}\right\}$$

$$\phi_{h_i} = 2\alpha_h \sin\left(\frac{2\pi k}{M}\right) \sin\left(\phi + \frac{4\pi k}{M}(i-1) + \frac{2\pi k}{M} + \Delta\phi_{vh}\right), i \in \left\{1 \dots \frac{M}{2}\right\}$$

Si denotamos por  $\Delta\phi$  la diferencia de fase entre los generadores horizontales y puesto que  $k_v = 2k$ , tenemos que  $\Delta\phi_v = 2\Delta\phi$ , las ecuaciones en función de los parámetros de control quedan:

$$\phi_{v_i} = A_v \sin(\phi + 2\Delta\phi(i-1))$$

$$\varphi_{h_i} = A_h \sin \left( \phi + \Delta\phi(i-1) + \frac{\Delta\phi}{2} \right)$$

**Rotación en “U”** La serpentinoide vertical es igual que en el caso principal, tomando  $k_v = 2$ . La horizontal es una onda circular desfasada  $\Delta\phi_{vh}$  grados:

$$\varphi_{v_i} = 2\alpha_v \sin \left( \frac{4\pi}{M} \right) \sin \left( \phi + \frac{8\pi}{M}(i-1) \right), i \in \left\{ 1 \dots \frac{M}{2} \right\}$$

$$\varphi_{h_i} = \frac{2\alpha_h}{M} \sin(\phi + \Delta\phi_{vh}), i \in \left\{ 1 \dots \frac{M}{2} \right\}$$

En función de los parámetros de control:

$$\varphi_{v_i} = A_v \sin(\phi + 2\Delta\phi(i-1)), i \in \left\{ 1 \dots \frac{M}{2} \right\}$$

$$\varphi_{h_i} = A_h \sin(\phi + \Delta\phi_{vh}), i \in \left\{ 1 \dots \frac{M}{2} \right\}$$

### 5.8.8.2. Numero mínimo de módulos

**Movimiento principal** Dado que  $k_v = 2k_h$ , la limitación en el número de módulos vendrá por la onda serpentinoide vertical, en la que se alcanzará el valor máximo de  $\Delta\phi_v = 180$  antes que en la horizontal. La relación entre la diferencia de fase vertical y el número de ondulaciones verticales  $k_v$  es la dada por la ecuación 3.45. Poniéndola en función de  $k$ :

$$\Delta\phi_v = \frac{8\pi k}{M}$$

Para el valor máximo de  $\Delta\phi_v = 180$  grados, se tiene que el valor mínimo de  $M/k$  es de 8. El número mínimo de módulos se tendrá para  $k = 1$  ( $k$  no puede ser menor de 1 para que se puedan aplicar las ecuaciones para el cálculo de las dimensiones de la serpentinoide), lo que nos da un valor mínimo de 8 módulos. Es decir, que el robot ápodo de 8 módulos es el que tienen el menor número de módulos y que puede rotar, usando un movimiento de tipo principal y con  $k = 1$ .

Parámetro	Descripción	Rango
$M$	Número de módulos (vert+horiz)	$M \geq 8$
$\alpha$	Ángulo de serpenteo	$\alpha \leq \alpha_{max} \leq 120$
$k = k_h$	Número de ondulaciones (horiz)	$k \in [1, M/8]$
$A$	Amplitud de los generadores horiz.	$A \leq A_{max} \leq 90$
$\Delta\phi$	Diferencia de fase gen. horiz.	$\Delta\phi \in (-180, 180)$

Cuadro 5.4: Rango de valores de los parámetros para la rotación principal de los robots ápodos discretos

**rotación en “U”** Como se muestra en el capítulo 6, la configuración cabeceo-viraje-cabeceo de tres módulos es capaz de realizar la rotación ( $M = 3$ ). El valor de  $k_v$  a aplicar es igual a 1. Es una de las ventajas de este movimiento, que permite que las configuraciones de menos de 8 módulos puedan rotar. El valor de  $k_v$  para lograrlo debe ser menor que 2.

### 5.8.8.3. Limitaciones

Los parámetros  $A$  y  $\alpha$  tienen las mismas limitaciones que en el caso del movimiento en línea recta (apartado 4.3.2.4): limitación por geometría y por tope del servo. Por ello, en general se verifica que  $\alpha \leq \alpha_{max} \leq 120$  y  $A \leq A_{max} \leq 90$  donde  $\alpha_v$  y  $A_v$  están dadas por las ecuaciones 4.6 y 4.7 respectivamente. Esas ecuaciones hay que aplicarlas teniendo en cuenta que se tienen  $M/2$  módulos horizontales.

En la tabla 5.4 se han resumido los rangos de valores de los parámetros, para el movimiento de rotación principal.

Para el caso del movimiento secundario, el parámetro  $\alpha_h$  estará comprendido entre 0 y 360.

### 5.8.9. Resumen

Un robot del tipo cabeceo-viraje de  $M$  módulos puede rotar paralelamente al suelo, en sentido horario y antihorario. Este movimiento no se encuentra en la naturaleza y no había sido previamente implementado por otros investigadores, a nuestro leal saber. Se han encontrado dos tipos de rotaciones.

1. **Rotación en “S” (Movimiento principal).** Se consigue mediante la superposición de dos ondas serpentinoideas en la que la vertical tiene el doble de ondulaciones que la horizontal y las dos ondas están en fase. La onda resultante es de tipo no isomorfa y para conseguir la estabilidad tiene que ser de tipo plana. Es válido para cualquier robot con  $M \geq 8$ .
2. **Rotación en “U”.** Se consigue mediante la superposición de una onda serpentinoidea en las articulaciones verticales y una circular en las horizontales. Tiene la ventaja de que permite la rotación de robots de pocos módulos. Es válido para cualquier robot con  $M \geq 3$ .



Parámetro	Descripción	Rango
$M$	Número de módulos	$M = 8$
$ \Delta\phi_v $	Diferencia de fase vertical	$ \Delta\phi_v  \in [90, 180]$
$M_{vu}$	Número de módulos verticales por ondulación	$M_{vu} \in [2, 4]$
$k_v$	Número de ondulaciones verticales	$k_v \in [1, 2]$
$A_{vmax}$	Amplitud máxima de los generadores verticales	90
$A_v$	Amplitud de los generadores verticales	$A_v \in [0, 90]$
$\alpha_{vmax}$	Máximo ángulo de serpenteo vertical	$\frac{45}{\sin(\frac{\pi}{M_{vu}})} < 120$
$\alpha_v$	Ángulo de serpenteo vertical	$\alpha_v \in [0, \alpha_{vmax}]$
$M_{us}$	Frontera de la región de locomoción en $h_1$	2
$\Delta\phi_s$	Límite Región de locomoción en $H_1$	$\Delta\phi_s = 180$ .
$L$	Longitud de un módulo	7,2cm
$d$	Longitud de un bloque	2L
$d_0$	Longitud del brazo izquierdo del bloque	L/2

Cuadro 5.5: Parámetros y sus rangos de valores para el modelo alámbrico de un robot ápodo de tipo cabeceo- viraje de 8 módulos cuando se desplaza en línea recta.

## 5.9. Caso de estudio

Aplicaremos todas las ideas desarrolladas para la descripción de los cinco tipos de movimientos presentados al caso de un robot del tipo cabeceo- viraje de 8 módulos, de los cuales 4 son horizontales y 4 verticales. Calcularemos su movimiento en diferentes puntos de trabajo que serán verificados en el capítulo de experimentos.

### 5.9.1. Locomoción en línea recta

#### 5.9.1.1. Rango de valores de los parámetros

Todos los parámetros se muestran en la tabla 5.5. Los valores de  $M_{vu}$  y  $k_v$  se obtienen a partir de la tabla 4.1 sustituyendo  $M$  por 4 (sólo existen 4 articulaciones verticales).

#### 5.9.1.2. Espacio de formas y de control

Los espacios de formas y control se muestran en la figura 5.50. Además se ha dibujado el aspecto de los robots para los puntos de trabajo seleccionados y para una fase  $\phi = 0$ .

Se verifica siempre que  $M_{vu} \leq M_{uL}$  por lo que en el espacio de formas sólo existe la región de limitación I. No hay limitaciones por geometría. A partir de las ecuaciones 4.6 y 4.7 se tiene que el valor máximo para la amplitud es 90 y para el ángulo de serpenteo:

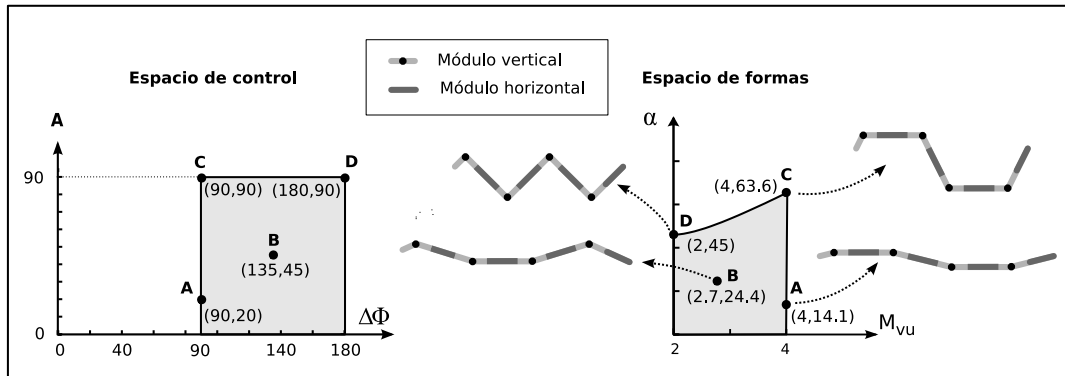


Figura 5.50: Espacio de formas y control para el robot ápedo del caso de estudio

$$\alpha_{h_{max}} = \frac{45}{\sin\left(\frac{\pi}{M_{vu}}\right)}$$

El máximo valor de este ángulo de serpiente se tiene para  $M_{vu} = 4$  y es de 63,6 grados.

El valor mínimo para  $\Delta\phi$ , se calcula a partir de la ecuación 3.45 particularizando para  $k_v = 1$  y  $M = 8$ . El rango de variación es entre 90 y 180. Valores menores de 90 harán que  $k_v < 1$  y las ecuaciones no tendrán validez.

La región de locomoción está restringida a una línea recta. Pero en ella la diferencia de fase es de 180 grados, por lo que no hay locomoción. Por tanto, no se cumple la condición de estabilidad para ningún punto de trabajo. Para suavizar las oscilaciones el parámetro  $\alpha_v$  debe ser lo suficientemente pequeño.

### 5.9.1.3. Estabilidad y locomoción

El robot no se desplaza con movimiento estáticamente estable para ningún punto de trabajo. En la figura 5.51 se muestra el modelo alámbrico de un robot en movimiento cuando se utiliza el punto de trabajo A ( $k = 1, \alpha_v = 14,1$ ). A partir de la fase  $\phi = 90$  grados el robot es inestable y se inclinará hacia la izquierda. Los efectos de esta inclinación son en realidad muy pequeños debido a que el parámetro  $\alpha_v$  tiene un valor bajo. A pesar de esta inestabilidad, el robot es capaz de desplazarse.

### 5.9.1.4. Punto de trabajo seleccionados

Los puntos seleccionados para la realización de pruebas y experimentos se muestran en la tabla 5.6 y se han dibujado en el espacio de formas y de control en la figura 5.50. Los puntos A y B se utilizan

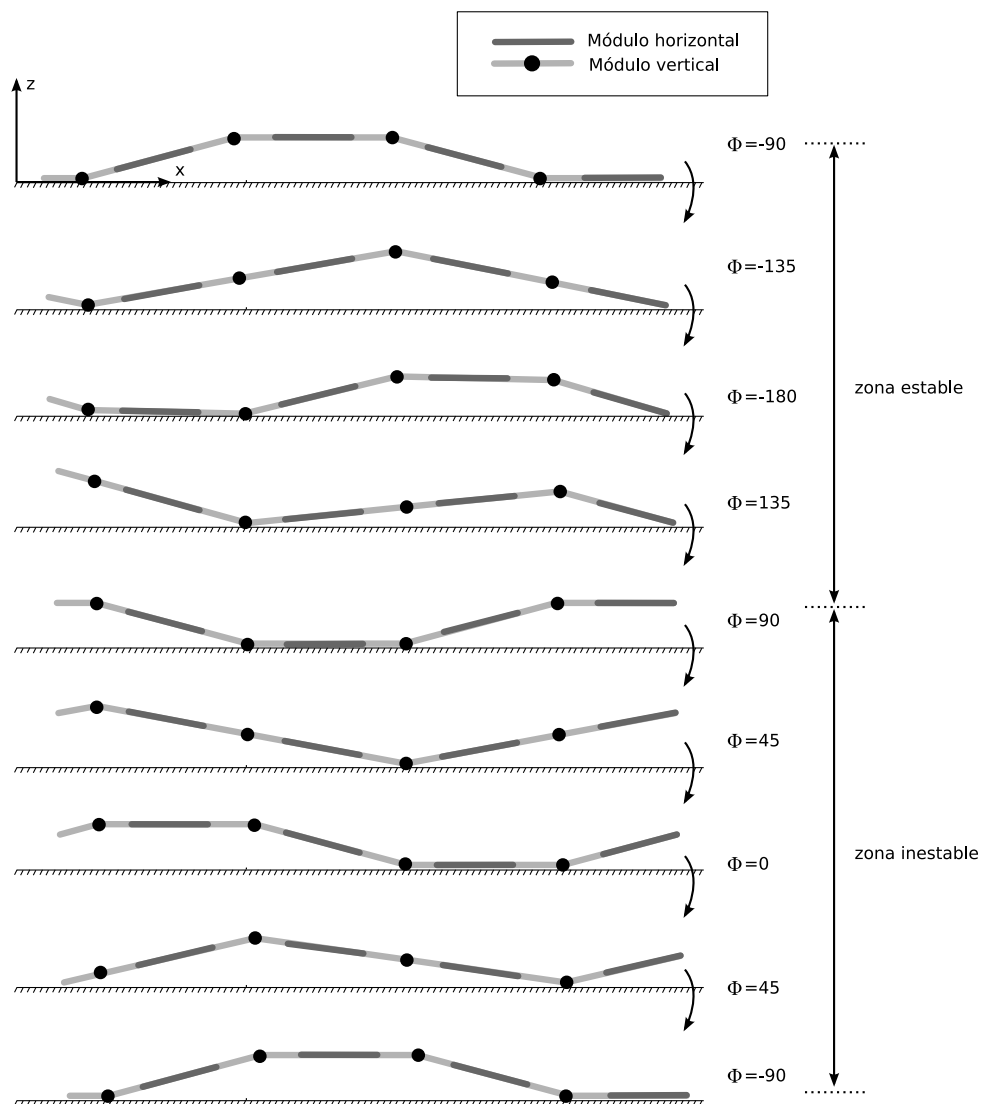


Figura 5.51: Locomoción en línea recta del robot caso de estudio cuando se utiliza el punto de trabajo A

Puntos de trabajo	$\alpha_v$	$k_v$	$M_{vu}$	$A_v$	$\Delta\phi_v$	$\alpha_h$	$k_h$	$A_h$
<b>Punto A</b>	14.1	1	4	20	90	0	-	0
<b>Punto B</b>	24.4	1.5	2.7	45	135	0	-	0
<b>Punto C</b>	63.6	1	4	90	90	0	-	0
<b>Punto D</b>	45	2	2	90	180	0	-	0

Cuadro 5.6: Puntos de trabajo seleccionados para la locomoción en línea recta del robot ápedo del caso de estudio

Parámetro	Descripción	Rango
$M$	Número de módulos	$M = 8$
$ \Delta\phi_v $	Diferencia de fase vertical	$ \Delta\phi_v  \in [90, 180]$
$M_{vu}$	Número de módulos verticales por ondulación	$M_{vu} \in [2, 4]$
$k_v$	Número de ondulaciones verticales	$k_v \in [1, 2]$
$A_{v_{max}}$	Amplitud máxima de los generadores verticales	90
$A_v$	Amplitud de los generadores verticales	$A_v \in [0, 90]$
$\alpha_{v_{max}}$	Máximo ángulo de serpenteo vertical	$\frac{45}{\sin(\frac{\pi}{M_{vu}})} < 120$
$\alpha_v$	Ángulo de serpenteo vertical	$\alpha_v \in [0, \alpha_{v_{max}}]$
$\alpha_{h_{max}}$	Máximo arco circular de la trayectoria	$\alpha_{h_{max}} = 360$
$\alpha_h$	Arco de la trayectoria circular	$\alpha_h \in [0, \alpha_{h_{max}}]$
$A_{h_{max}}$	Ángulo máximo de doblaje de las articulaciones horizontales	90
$A_h$	Ángulo de doblaje de las articulaciones horizontales	$A_h \in [0, 90]$
$L$	Longitud de un módulo	7,2cm
$d$	Longitud de un bloque	2L
$d_0$	Longitud del brazo izquierdo del bloque	L/2

Cuadro 5.7: Parámetros y sus rangos de valores para el modelo alámbrico de un robot ápodo de tipo cabeceo-viraje de 8 módulos cuando se desplaza siguiendo una trayectoria circular.

en el capítulo de experimentos para la simulación y la locomoción de un robot real. El punto C es donde el robot alcanza la máxima altura y el D el que tiene mayor altura con el mayor número de ondulaciones. En este último punto no hay locomoción.

## 5.9.2. Trayectoria circular

### 5.9.2.1. Rango de valores de los parámetros

Todos los parámetros se muestran en la tabla 5.8. Los correspondientes a la serpentina vertical son iguales que en el caso de la locomoción en línea recta. Como  $M = 8$  no se producen limitaciones geométricas y a partir de las ecuaciones 5.2 y 5.3 tenemos que  $\alpha_{h_{max}} = 360$  y  $A_{h_{max}} = 90$ .

### 5.9.2.2. Estabilidad

Puesto que el número de módulos del robot del caso de estudio es menor de 14, el principio del mínimo número de módulos para la trayectoria circular no se cumple y la locomoción no será estáticamente estable. Existirán oscilaciones en el movimiento debido a que se va cambiando alternativamente los puntos de apoyo. En estos casos, para garantizar que se realiza el giro correctamente el ángulo de serpenteo vertical tiene que ser pequeño para que la altura del robot está muy cercana al suelo y las oscilaciones sean pequeñas. Por otro lado, cuando más pequeño sea  $\alpha_v$ , menor será el paso dado por el robot.

Puntos de trabajo	$\alpha_v$	$k_v$	$M_{vu}$	$A_v$	$\Delta\phi_v$	$\alpha_h$	$A_h$
Punto A	12	1.3	3.1	20	120	<b>90</b>	22.5
Punto B	12	1.3	3.1	20	120	<b>180</b>	45
Punto C	12	1.3	3.1	20	120	<b>360</b>	90

Cuadro 5.8: Puntos de trabajo seleccionados para la locomoción en trayectoria circular del robot ápedo del caso de estudio

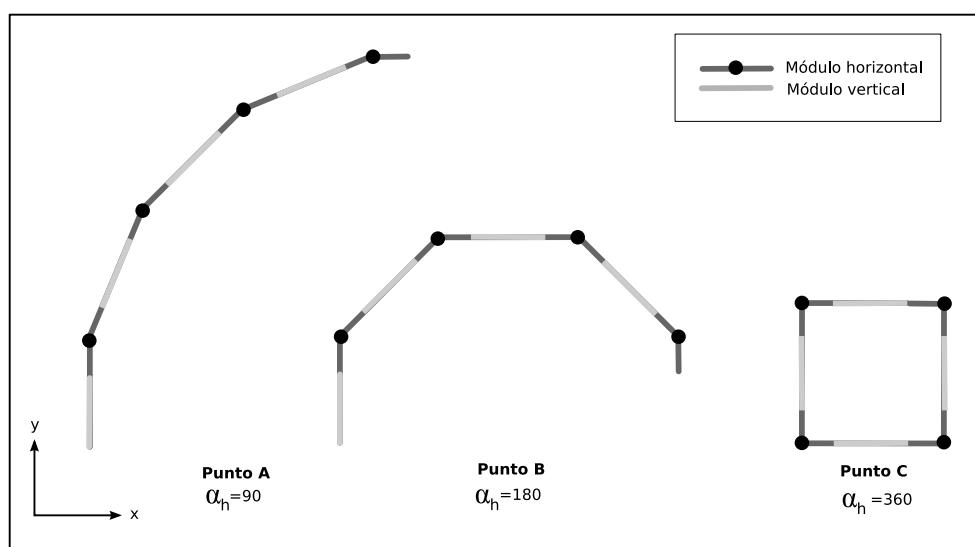


Figura 5.52: Forma del robot de estudio para los puntos en los puntos de trabajo seleccionados

### 5.9.2.3. Puntos de trabajo

Los puntos de trabajo seleccionados se muestran en la tabla 5.8 y la forma del robot cuando se aplican está dibujada en la figura 5.52. La onda serpentina vertical es la misma en todos ellos, con un valor bajo de  $\alpha_v$ . La diferencia está en el radio de curvatura. En el punto C se tiene el máximo posible. El robot adopta la forma de un cuadrado.

## 5.9.3. Rodar

### 5.9.3.1. Rango de valores de los parámetros

Todos los parámetros se muestran en la tabla 5.9. Como  $M = 8$  no se producen limitaciones geométricas y a partir de las ecuaciones 5.2 y 5.3 tenemos que  $\alpha_{max} = 360$  y  $A_{max} = 90$ .

Aplicando la ecuación 5.21 para los valores  $l = 57,6$  y  $H = 5,2$  se obtiene que el ángulo mínimo del eje corporal para que se produzca el movimiento de rodar es de aproximadamente 30 grados. Lo que da una amplitud mínima para los generadores de 7.5 (ec. 5.22).

Parámetro	Descripción	Rango
$M$	Número de módulos	$M = 8$
$\Delta\phi_v$	Diferencia de fase de las articulaciones horizontales	$\Delta\phi_v = 0$
$k_v$	Número de ondulaciones verticales	$k_v = 0$
$\Delta\phi_h$	Diferencia de fase de las articulaciones horizontales	$\Delta\phi_h = 0$
$k_h$	Número de ondulaciones horizontales	$k_h = 0$
$\alpha_{max}$	Máximo ángulo del arco del eje corporal	$\alpha_{max} = 360$
$\alpha_{min}$	Mínimo ángulo del arco del eje corporal	$\alpha_{min} = 30$
$\alpha$	Ángulo del arco del eje corporal del robot	$\alpha \in [30, 360]$
$A_{min}$	Amplitud mínima	$A_{min} = 7,5$
$A$	Amplitud de los generadores	$A \in [7,5, 90]$
$l$	Longitud del robot	$57,6cm$
$H$	Anchura de un módulo	$5,2cm$
$L$	Longitud de un módulo	$7,2cm$
$d$	Longitud de un bloque	$L$
$d_0$	Longitud del brazo izquierdo del bloque	$L/2$

Cuadro 5.9: Parámetros y sus rangos de valores para el modelo alámbrico de un robot ápodo de tipo cabeceo-viraje de 8 módulos cuando rueda

Puntos de trabajo	$\alpha$	$A$	$\Delta\phi_{vh}$	$\phi_0$
<b>Punto A</b>	120	30	90	90
<b>Punto B</b>	180	45	90	90
<b>Punto C</b>	240	60	90	90
<b>Punto D</b>	360	90	90	90
<b>Punto E</b>	32	8	90	90

Cuadro 5.10: Puntos de trabajo seleccionados para la locomoción en trayectoria circular del robot ápodo del caso de estudio

### 5.9.3.2. Puntos de trabajo

Los puntos de trabajo seleccionados se muestran en la tabla 5.10. La forma del robot cuando se desplaza según el punto de trabajo B se muestra en la figura 5.53. El punto D se corresponde con el máximo valor posible de  $\alpha$ . En esa situación el cuerpo del robot va alternando entre un cuadrado y un octaedro. Existe rotación alrededor del eje corporal pero no hay desplazamiento.

En el punto E el robot rueda con el ángulo menor posible. Valores menores harán que realice un desplazamiento lateral.

## 5.9.4. Desplazamiento lateral

### 5.9.4.1. Rango de valores de los parámetros

Todos los rangos de valores para los diferentes parámetros para que el robot se pueda desplazar con los tres tipos de movimientos laterales se resumen en la tabla 5.11.

Parámetro	Descripción	Rango
$M$	Número de módulos	$M = 8$
$L$	Longitud de un módulo	$7,2cm$
$H$	Anchura de un módulo	$5,2cm$
<b>Movimiento principal</b>		
onda	Isomorfa plana	$k = k_h = k_v$
$k$	Número de ondulaciones	$k \in [1, 2]$
$\frac{\alpha_v}{\alpha_h}$	Relación entre coeficientes de serpeo	$\frac{\alpha_v}{\alpha_h} \rightarrow 0$
$M_{uh}$	Módulos por ondulación horizontal	$M_{uh} \in [2, 4]$
$\alpha_{max}$	Ángulo máximo de serpeo	$\alpha_{Max} = \frac{45}{\sin\left(\frac{\pi}{M_{uh}}\right)} \leq 63,6$
$\alpha$	Ángulo de serpeo. $\alpha \simeq \alpha_h$	$\alpha \in [0, \alpha_{max}]$
$\Delta\phi_{vh}$	Diferencia de fase entre ondas vert. y horiz.	$ \Delta\phi_{vh}  \in [0, 90]$
$\Delta\phi$	Diferencia de fase	$ \Delta\phi  \in [0, 180]$
$A_{max}$	Amplitud máxima generadores horiz.	$A_{max} = 90$
$A$	Amplitud generadores horizontales	$A \in [0, 90]$
<b>Desplazamiento inclinado</b>		
onda	Isomorfa recta	$k = k_h = k_v$
$\Delta\phi_{vh}$	Diferencia de fase entre ondas vert. y horiz.	$ \Delta\phi_{vh}  \rightarrow 0$
$k$	Número de ondulaciones	$k \in [1, 2]$
$\alpha_{max}$	Ángulo máximo de serpeo	$\alpha_{Max} = \frac{45}{\sin\left(\frac{\pi}{M}\right)} \leq 117,6$
$\alpha$	Ángulo de serpeo. $\alpha = \sqrt{\alpha_h^2 + \alpha_v^2}$	$\alpha \in [0, \alpha_{max}]$
$\beta$	Ángulo de inclinación	$\beta \in [0, 45]$
<b>Desplazamiento tipo remero</b>		
onda	Superposición de ondas circulares iguales	$k = k_h = k_v, \alpha = \alpha_v = \alpha_h$
$k$	Número de ondulaciones	$k = 0$
$\alpha_{max}$	Máximo ángulo del arco del eje corporal	$\alpha_{max} = 30$
$\alpha$	Ángulo del arco del eje corporal del robot	$\alpha \in [0, 30]$
$\Delta\phi$	Diferencia de fase gen. vert. y horiz.	$\Delta\phi = 0$
$A_{max}$	Amplitud máxima de los generadores	$A_{max} = 7,5$
$A$	Amplitud de los generadores	$A \in [0, 7,5]$

Cuadro 5.11: Parámetros y sus rangos de valores para el desplazamiento lateral de un robot ápodico de tipo cabeceo-viraje de 8 módulos

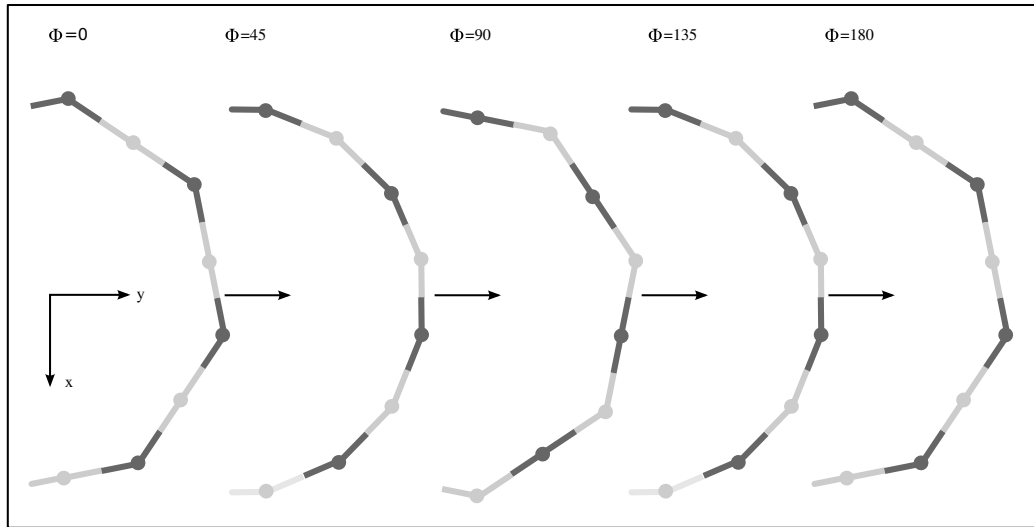


Figura 5.53: Desplazamiento del robot en el punto de trabajo B

Puntos	$\alpha_v$	$\alpha_h$	$k_v$	$k_h$	$\Delta\phi_{vh}$	$A_v$	$A_h$	$\Delta\phi_v$	$\Delta\phi_h$	Descripción
Punto A	14.1	28.3	1	1	90	20	40	90	90	Movimiento principal
Punto B	10.8	21.6	1.5	1.5	90	20	40	135	135	Movimiento principal
Punto C	42.4	42.4	1	1	30	60	60	90	90	Movimiento inclinado
Punto D	28	28	0	0	90	7	7	0	0	Tipo remero

Cuadro 5.12: Puntos de trabajo seleccionados para el desplazamiento lateral del robot ápedo del caso de estudio

#### 5.9.4.2. Puntos de trabajo

Los puntos de trabajo seleccionados se muestran en la tabla 5.12. Los dos primeros utilizando el movimiento principal, con valores de  $k$  de 1 y 1.5 respectivamente. El punto C es un movimiento inclinado con  $k = 1$  y un ángulo de serpiente de 60 grados (aprox.). El último es un desplazamiento de tipo remero.

### 5.9.5. Rotación

#### 5.9.5.1. Rango de valores de los parámetros

Todos los rangos de valores para los diferentes parámetros para que el robot se pueda desplazar con los tres tipos de movimientos laterales se resumen en la tabla 5.13.



Parámetro	Descripción	Rango
$M$	Número de módulos	$M = 8$
$L$	Longitud de un módulo	$7,2cm$
$H$	Anchura de un módulo	$5,2cm$
<b>Movimiento principal</b>		
onda	NO Isomorfa plana	$k_v = 2k_h$
$k$	Número de ondulaciones horizontales	$k = 1$
$k_v$	Número de ondulaciones verticales	$k_v = 2$
$\frac{\alpha_v}{\alpha_h}$	Relación entre coeficientes de serpenteo	$\frac{\alpha_v}{\alpha_h} \rightarrow 0$
$M_{uh}$	Módulos por ondulación horizontal	$M_{uh} = 4$
$\alpha_{max}$	Ángulo máximo de serpenteo	$\alpha_{Max} \leq 63,6$
$\alpha$	Ángulo de serpenteo. $\alpha \simeq \alpha_h$	$\alpha \in [0, \alpha_{max}]$
$\Delta\phi_{vh}$	Diferencia de fase entre ondas vert. y horiz.	$ \Delta\phi_{vh}  \in [0, 90]$
$\Delta\phi$	Diferencia de fase gen. horiz.	$ \Delta\phi  = 90$
$\Delta\phi_v$	Diferencia de fase gen. verticales	$ \Delta\phi  = 180$
$A_{max}$	Amplitud máxima generadores horiz.	$A_{max} = 90$
$A$	Amplitud generadores horizontales	$A \in [0, 90]$
<b>Rotación en "U"</b>		
onda	Superposición serpentinoide + circular	---
$\Delta\phi_{vh}$	Diferencia de fase entre ondas vert. y horiz.	$ \Delta\phi_{vh}  = 90$
$k$	Número de ondulaciones horiz.	$k = 0$
$k_v$	Número de ondulaciones verticales	$k_v \leq 2$
$\alpha_{max}$	Ángulo máximo del arco circular	$\alpha_{Max} = 360$
$\alpha$	Ángulo del arco circular	$\alpha \in [0, \alpha_{max}]$
$A$	Amplitud generadores horizontales	$A \in [0, 90]$
$\Delta\phi_v$	Diferencia de fase generadores vert.	$ \Delta\phi_v  = 180$

Cuadro 5.13: Parámetros y sus rangos de valores para la rotación de un robot ápodo de tipo cabeceo-viraje de 8 módulos

Puntos	$\alpha_v$	$\alpha_h$	$k_v$	$k_h$	$\Delta\phi_{vh}$	$A_v$	$A_h$	$\Delta\phi_v$	$\Delta\phi_h$	Descripción
<b>Punto A</b>	15	28.3	2	1	0	30	40	180	90	Movimiento principal
<b>Punto B</b>	5.3	34	1.6	0.8	0	10	40	140	70	Movimiento principal
<b>Punto C</b>	10	160	2	0	90	20	40	180	90	Rotación en "U"

Cuadro 5.14: Puntos de trabajo seleccionados para la rotación del robot ápodo del caso de estudio

### 5.9.5.2. Puntos de trabajo

Los puntos de trabajo seleccionados se muestran en la tabla 5.14. Los dos primeros se corresponden con el movimiento inclinado, con valores de  $k$  de 1 y 0.8 respectivamente. El punto C es de tipo secundario.

## 5.10. Principios de locomoción

La locomoción de los robots ápodos discretos del grupo cabeceo-viraje cuando se utilizan generadores sinusoidales la resumimos en 11 principios de locomoción fundamentales.

1. **Principio de los generadores sinusoidales.** Un robot ápodo de  $M$  módulos, con conexión del tipo cabeceo-viraje en el que se hacen oscilar periódicamente las articulaciones verticales y horizontales usando generadores sinusoidales es capaz de realizar al menos cinco familias de movimientos: línea recta, trayectoria circular, rodar, desplazamiento lateral y rotar.
2. **Principio de la superposición de ondas.** Las diferentes familias de movimientos se consiguen realizar por medio de la superposición de ondas bidimensionales en las articulaciones verticales y horizontales, que se propagan en el mismo sentido. Aparece una onda tridimensional que recorre el cuerpo del robot haciendo que se mueva.
3. **Principio del sentido del movimiento.** El sentido del desplazamiento está determinado por la dirección de propagación de la onda tridimensional corporal, que a su vez depende de la diferencia de fase entre la onda vertical y horizontal.
4. **Principio de caracterización de la forma.** La forma del robot al desplazarse está caracterizada por la onda tridimensional que aparece como resultado de la superposición de las ondas bidimensionales, que pueden ser serpentinoideas o circulares. La onda corporal queda descrita mediante los parámetros de las ondas bidimensionales más la diferencia de fase entre ellas. Las serpentinoideas tienen dos parámetros, ángulo de serpenteo y número de ondulaciones y las circulares sólo el ángulo del arco.
5. **Principio de la onda plana.** La estabilidad de todos los movimientos, en general, se consigue haciendo que el parámetro  $\alpha$  de la onda vertical sea muy pequeño en comparación con el de la horizontal. En ese caso, la onda tridimensional está “aplanada” y las dimensiones del robot se pueden aproximar por las de la onda horizontal.
6. **Principio del movimiento en línea recta.** Si la onda vertical es serpentinoidea y las articulaciones horizontales permanecen en sus posiciones de reposo, con un ángulo de doblaje de cero grados, la locomoción del robot será en línea recta y se aplicarán todos los principios de locomoción en una dimensión.

7. **Principio de la trayectoria circular.** Si la onda vertical es serpentinoide y la horizontal es una curva circular (cuyos ángulos de doblaje no dependen de la fase), el robot realizará un desplazamiento en trayectoria circular de ángulo igual al parámetro  $\alpha$  de la curva circular.
8. **Principio del movimiento de rodar.** Si se realiza la superposición de dos ondas circulares con un desfase entre ellas de 90 grados y el mismo parámetro  $\alpha$ , el robot girará alrededor de su eje corporal y rodará por el suelo. El valor de  $\alpha$  debe ser superior a un umbral.
9. **Principio del desplazamiento lateral.** En general, el desplazamiento lateral se consigue mediante la superposición de dos ondas serpentinoides que tienen el mismo número de ondulaciones. Además, para robots con una sección cuadrada aparecen dos tipos de desplazamiento: inclinado y remero.
10. **Principio de rotación.** En general, la rotación del robot se consigue mediante la superposición de dos ondas serpentinoides en la que el número de ondulaciones verticales es el doble que las horizontales. Además, la rotación puede ser en forma de “U” si la onda horizontal es de tipo circular.
11. **Principio del parámetro  $\alpha$ .** El incremento del parámetro  $\alpha$  hace que el paso de los diferentes modos de caminar aumente, salvo en el movimiento de rodar, que disminuye.

## 5.11. Conclusiones

En este capítulo se ha abordado el problema de la locomoción de los robots ápodos en una superficie plana, homogénea y sin obstáculos cuando se utilizan generadores sinusoidales para su control.

Proponemos **una metodología** para resolver este problema, basada en encontrar los modos de caminar usando **algoritmos genéticos** y caracterizarlos mediante subespacios de  $h_2$ . Se presentan, además, los pasos a seguir para **resolver la cinemática directa e inversa** a partir de estos subespacios y de las ecuaciones que ligan sus puntos de trabajo con las dimensiones del robot y los parámetros cinemáticos.

Los modos de caminar quedan caracterizados por las ecuaciones de sus subespacios asociados, que establecen relaciones entre los cinco parámetros  $\alpha_v, \alpha_h, k_v, k_h, \Delta\phi_{vh}$ . El número de parámetros libres los denominamos **grados de libertad** del movimiento.

El mecanismo que permite la locomoción del robot es debido a la aparición de una **onda corporal tridimensional** que es la resultante de la **superposición de las ondas bidimensionales** que se aplican a las articulaciones verticales y horizontales. El estudio de las ondas corporales permite conocer las dimensiones del robot durante el movimiento, los puntos de apoyo de con el suelo para conocer su estabilidad y deducir las ecuaciones de los parámetros cinemáticos.

Al aplicar la metodología propuesta **se han encontrado 8 modos de caminar diferentes** agrupados en cinco categorías: línea recta, trayectoria circular, rodar, desplazamiento lateral y rotación. Además, se han obtenidos sus ecuaciones de caracterización. **Todos los movimientos se han validado mediante simulaciones y su aplicación en robots reales.**

**Se han descubierto tres modos de caminar nuevos** que no han sido previamente estudiados ni implementados por otros investigadores, a nuestro leal saber y entender. Son los movimientos de desplazamiento lateral inclinado y dos tipos de rotaciones. Estos últimos son muy importantes ya que permiten al robot cambiar la orientación de su eje longitudinal y poder así apuntar su cabeza en cualquier dirección.

El **modelo de control basado en CPG simplificados** de tipo generadores sinusoidales no sólo es válido para el desplazamiento en una dimensión sino que **es viable para la locomoción en dos dimensiones de robots modulares del grupo cabeceo-viraje** con un número de módulos mayor o igual a un valor mínimo. Además, no sólo es viable, sino que permite una variedad de movimientos lo suficientemente grande como para que el nivel superior de control pueda dirigir al robot a cualquier punto de la superficie, con cualquier orientación y empleando diferentes trayectorias.

Los desplazamientos en línea recta y laterales permiten al robot alcanzar cualquier punto  $(x,y)$  del suelo. Mediante la rotación, además, pueden orientarse en cualquier dirección. El movimiento de rodar garantiza que podrá recuperar la posición inicial en caso de volcar, de la misma manera que las orugas consiguen darse la vuelta si se las coloca patas arriba. El robot podrá, también, desplazarse en trayectorias circulares que le permitan girar, rodear obstáculos o usarlas en combinación con otros movimientos para realizar trayectorias más complejas.

Los modos de caminar encontrados se han estudiado detalladamente a partir de la forma de la onda tridimensional. Tienen entre 1 y 3 grados de libertad. El **movimiento en trayectoria circular** se obtiene mediante la superposición de una onda serpentinoide en las articulaciones verticales y una curva circular en las horizontales. Tiene tres grados de libertad, el ángulo del arco de la trayectoria y los parámetros  $\alpha$  y  $k$  de la serpentinoide vertical.

El **movimiento de rodar** se caracteriza por la superposición de dos ondas circulares iguales y un desfase entre ellas de 90 grados. Tiene un único grado de libertad,  $\alpha$  para especificar el ángulo del arco del cuerpo. Si el robot tiene una sección cuadrada, aparece un valor umbral  $\alpha_{min}$  que permite que se realice el movimiento para valores de  $\alpha$  mayores. Si son menores lo que se obtiene es el **desplazamiento lateral de tipo remero**. Se ha obtenido una expresión para el paso que muestra que éste disminuye con el aumento de  $\alpha$ .

El **desplazamiento lateral normal** es el que se conoce en Inglés como *side-winding*. Está caracterizado por la superposición de dos ondas serpentinoides con el mismo número de ondulaciones. La onda tridimensional es del tipo isomorfa ya que no varía su forma durante la propagación. Esto provoca que los puntos de contacto con el suelo estén siempre en las mismas posiciones relativas de la

onda, y dos puntos siempre estarán separados la misma distancia  $\lambda$ . Tiene dos grados de libertad  $\alpha$  y  $k$  que se corresponden con los de la onda horizontal. Este movimiento se puede realizar en su **versión inclinada** en la que aparece un nuevo parámetro  $\beta$  para especificar esta inclinación. En ambos movimientos, el paso del robot aumenta con  $\alpha$ .

El **movimiento de rotación** permite al robot cambiar la orientación de su eje longitudinal. Existen dos variantes, la rotación en S y en U. En la primera se caracteriza por la superposición de dos ondas serpentinoideas y la segunda por una serpentina y otra circular. Ambas tienen dos grados de libertad y el ángulo rotado aumenta con el parámetro  $\alpha$ .

Finalmente, al igual que en el caso de la locomoción en una dimensión, se han resumido todas las ideas principales en unos **principios de locomoción** (apartado 5.10).



## Capítulo 6

# Configuraciones mínimas

”En el fondo, los científicos somos gente con suerte: podemos jugar a lo que queramos durante toda la vida.”

– Lee Smolin. *Físico teórico y cosmólogo*

### 6.1. Introducción

En este capítulo planteamos y solucionamos el problema de las configuraciones mínimas: *encontrar los robots modulares con el menor número posible de módulos y que son capaces de desplazarse en una y dos dimensiones, y determinar qué valores hay que aplicar a sus parámetros para realizar los diferentes modos de caminar.*

Comenzamos introduciendo las ideas previas y por qué son tan importantes las configuraciones mínimas. A continuación planteamos el problema y proponemos una metodología para su resolución. Continuamos describiendo las dos configuraciones mínimas encontradas y los diferentes modos de caminar que pueden realizar. Cada uno de ellos se estudia en detalle, proponiéndose ecuaciones para obtener el paso. Finalmente resumimos las ideas más importantes en 5 principios de locomoción.

### 6.2. Robótica modular y configuraciones mínimas

El estudio de las configuraciones mínimas fue planteado por primer vez por el autor de esta tesis[43] en el 2005. Es una idea nueva que no había sido previamente implementada ni estudiada por otros investigadores, a nuestro leal saber. En los siguientes apartados presentamos los motivos por lo que las configuraciones mínimas son importantes y algunas de sus aplicaciones.

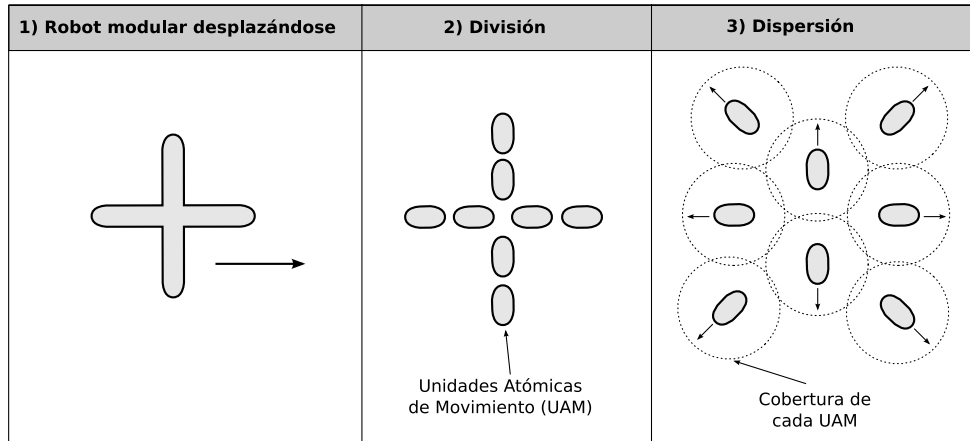


Figura 6.1: Aplicación de un robot modular autoconfigurable para maximizar la zona de cobertura

### 6.2.1. Unidades Atómicas de Movimiento (UAM)

En el campo de la locomoción de robots modulares las configuraciones mínimas constituyen una Unidad Atómica de Movimiento (UAM). Se trata de los robots modulares con menor número de módulos y que pueden desplazarse en una y dos dimensiones.

Los robots modulares autoconfigurables son aquellos que tienen la capacidad de cambiar su forma por medio de la conexión y desconexión de sus módulos. Estos robots pueden dividirse en subrobots más pequeños. La división puede continuar siempre que sus partes sean mayores o iguales a las UAM. Si uno de los módulos de una UAM se separa, ya no podrán desplazarse, perdiendo su autonomía en el movimiento.

Conociendo las configuraciones mínimas, se puede saber a priori el número máximo de subrobots autónomos ( $N$ ) que se pueden obtener a partir de un robot modular de  $M$  módulos. Vendrá dado por la relación:

$$N = \frac{M}{M_{min}} \quad (6.1)$$

donde  $M_{min}$  es el número de módulos de las UAM.

La maximización del número de partes de un robot tiene importancia en las aplicaciones en las que sea necesario maximizar una cierta área de cobertura. En ellas, cada UAM estará dotada de sensores o sistemas de comunicaciones que tienen un alcance o cobertura. Mediante la dispersión por la superficie de todas las UAM se consigue aumentar esta cobertura. En la figura 6.1 se muestra un ejemplo de esta idea en la que inicialmente se coloca en la zona un robot modular autoconfigurable de  $M$  módulos que se puede desplazar por el medio hasta alcanzar el punto objetivo. Se ha representado mediante



una estrella para indicar que podría adoptar cualquier forma para la locomoción, como por ejemplo la de un cuadrúpedo, que le permitiría superar los obstáculos más fácilmente. Una vez alcanzado el punto destino, el robot se divide en  $N$  unidades atómicas, cada una de ellas sería una configuración mínima. De esta manera, el número  $N$  será máximo (ec. 6.1). A continuación, cada una de las UAM se dispersan por el medio aumentando la zona de cobertura. Una vez finalizada la misión se vuelven a juntar formando el robot inicial y abandonando la zona de trabajo.

### 6.2.2. Maximización de la eficiencia energética

Mark Yin en su tesis doctoral[163] definió la eficiencia del movimiento de los robots modulares como la energía necesaria para desplazarse una unidad de distancia. Propuso una ecuación<sup>1</sup> para medir la eficiencia de los diferentes modos de caminar y poder determinar cuál es el mejor. En esta fórmula la eficiencia es inversamente proporcional al número de módulos. Por ello, cuanto menor sea la cantidad de módulos, más eficiente será el movimiento.

Dado que las configuraciones mínimas son las que tienen el menor número posible de módulos, serán por tanto **los robots modulares con la mayor eficiencia energética**. Podrán desplazarse la máxima distancia consumiendo la mínima energía. Esto tiene especial interés en las aplicaciones espaciales, donde se quieren emplear los robots modulares para la exploración de otros planetas[170][130][84].

### 6.2.3. Análisis y síntesis de modos de caminar

El conocimiento de las configuraciones mínimas y de la coordinación para lograr su desplazamiento se puede aplicar al estudio del movimiento de otros robots modulares, bien para su análisis o para su síntesis. Proponemos la idea de identificar partes de los robots de estudio con las configuraciones mínimas y así poder analizar su movimiento utilizando los conocimientos aprendidos con ellas.

Como se muestra en el apartado 6.4, las configuración mínima para moverse en una dimensión está constituida por la unión de dos articulaciones de cabeceo. Cualquier robot modular en el que se identifique una estructura similar, podrá ser objeto de estudio desde la perspectiva de la configuración mínima. En la figura 6.2 se muestra un ejemplo aplicado a los robots JL-I[181] y M-TRAN II[105]. El primero es un robot modular ápedo autopropulsado, en el que sus módulos son unidades móviles que se impulsan mediante orugas (ver apartado 2.4.1.4). Cuando tres de sus módulos se unen formando una cadena, su estructura se identifica con la de una configuración mínima: tres segmentos unidos por dos articulaciones de tipo cabeceo. Por tanto, aplicando la coordinación estudiada para ella, se puede conseguir que JL-I se mueva mediante movimientos corporales, sin usar las orugas. Esta forma de caminar no había sido previamente prevista por sus creadores[178].

---

<sup>1</sup>La ecuación se puede encontrar en la página 96 de su tesis

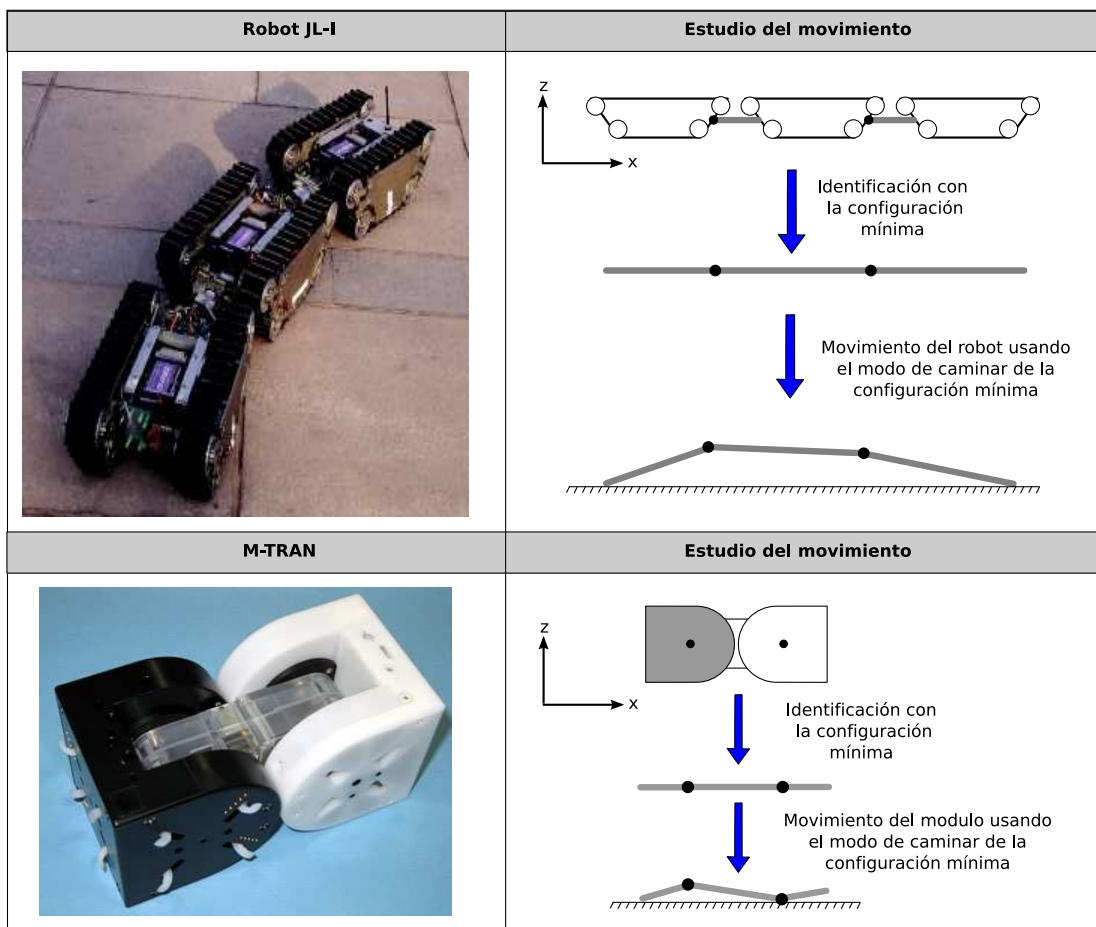


Figura 6.2: Ejemplo de análisis del movimiento de los robots JL-I y M-TRAN utilizando las configuraciones mínimas

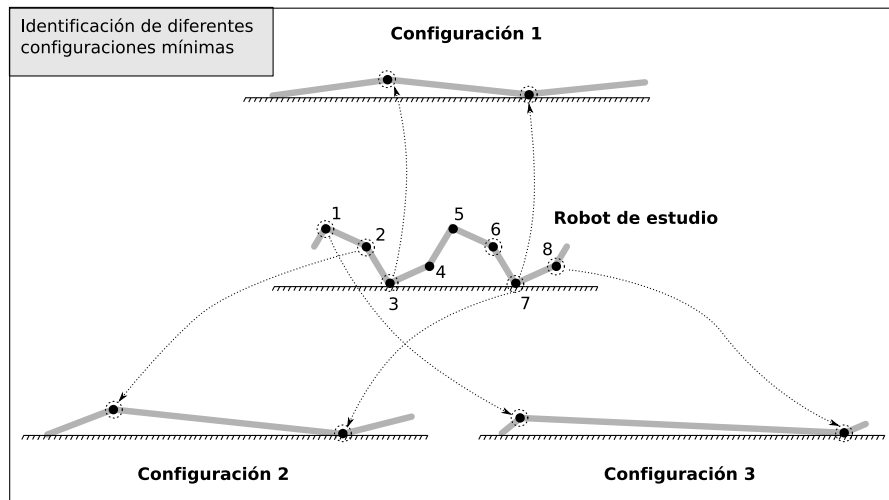


Figura 6.3: Estudio del movimiento de un robot ápodo de 8 módulos utilizando las configuraciones mínimas

Los módulos del robot M-TRAN tienen dos grados de libertad y nuevamente se pueden identificar con la configuración mínima de tipo PP. Por ello, estos módulos constituyen por sí solos una UAM. En los artículos que describen estos módulos no se menciona esta propiedad ni se han realizado experimentos de locomoción usando únicamente un módulo. Se diseñaron con dos grados de libertad para que haya 6 superficies de interconexión con módulos adyacente y poder formar estructuras sólidas. Sin embargo, utilizando la técnica de análisis propuesta se ha deducido que constituyen una UAM.

Otro ejemplo del uso de esta técnica se puede aplicar a la locomoción de los robots del grupo cabeceo-cabeceo, como se muestra en la figura 6.3. Un robot de 8 módulos se puede mover tal y como se ha explicado detalladamente en el capítulo 4, utilizando ondas que se propagan por su cuerpo. Sin embargo, se pueden identificar diferentes configuraciones mínimas. Si se toman como referencia las articulaciones 3 y 7 y el resto se dejan en su estado de reposo (con un ángulo de doblaje de cero grados) se tiene la configuración 1. El robot ahora es equivalente a una configuración mínima donde la propulsión se consigue sólo mediante dos articulaciones. También se muestran otras dos configuraciones, la 2 y la 3 obtenidas tomando como referencia los módulos 2 y 7 para una y 1 y 8 para la otra respectivamente.

Esta técnica, además, es muy útil para poder identificar rápidamente si una determinada configuración de un robot modular puede desplazarse. En la figura 6.4 se muestra un robot modular con topología de dos dimensiones y con forma de cruz. Todas las articulaciones son de tipo cabeceo. Una pregunta que cabría hacerse es si esta configuración puede moverse. Para encontrar sus movimientos se podrían aplicar las mismas técnicas de algoritmos genéticos que se han usado para encontrar los modos de caminar de los robots ápodos del grupo cabeceo-viraje. Pero también se puede hacer un análisis rápido obteniendo el modelo alámbrico e identificando las configuraciones mínimas. Se puede ver que el robot está formado por dos de ellas, una orientada en el eje  $x$  y la otra en el  $y$ . Por tanto, este robot

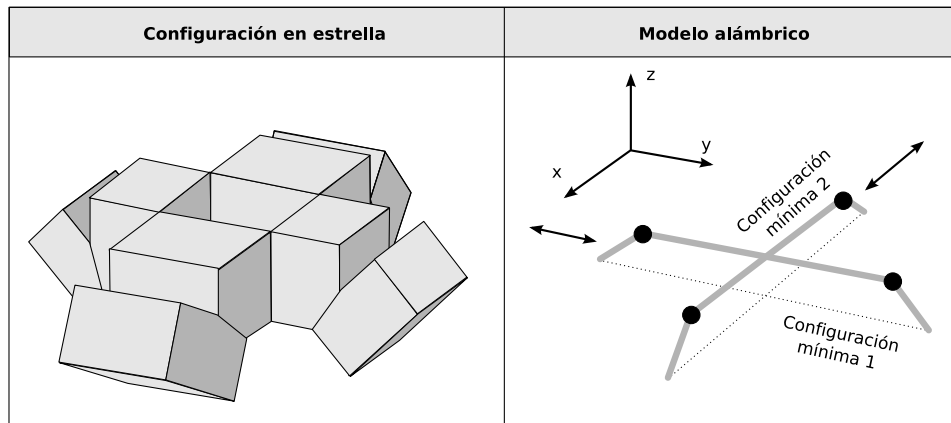


Figura 6.4: Estudio del movimiento de una configuración en cruz de cuatro módulos, utilizando el análisis por configuraciones mínimas

parece que puede desplazarse de forma independiente por cada uno de estos ejes aplicando la coordinación encontrada para la configuración PP. Además, parece lógico pensar que si se superponen los dos movimientos a la vez, el robot se moverá en la dirección diagonal. Estas ideas “intuitivas” permite obtener mecanismos de coordinación candidatos para su posterior comprobación en experimentos con simuladores o robots reales. Tal es el caso de esa configuración en cruz.

#### 6.2.4. Diseño y comprobación de módulos

En la robótica modular el diseño se centra en los módulos y a partir de ellos se construyen los robots. Durante la fase de diseño y pruebas habrá que construir al menos  $M_{min}$  prototipos de módulos y con ellos crear una configuración mínima y comprobar si se desplaza correctamente. Esto permitirá fabricar sólo los prototipos necesarios para las pruebas, abaratando los costes del diseño. Lo mismo ocurre en las pruebas de simulación, en las que habrá que probar, al menos, que la configuración mínima se puede desplazar.

A la hora de diseñar robots modulares para ciertas aplicaciones, las configuraciones mínimas se pueden usar como criterio de diseño. Por ejemplo, como en el caso del robot M-TRAN, si el módulo se diseña con dos articulaciones de cabeceo cabeceo, constituirá de por sí una UAM.

En las aplicaciones de autoensamblado tras una explosión[173] propuestas recientemente por Mark Yim y su equipo (más información en el apartado 2.5.4), las configuraciones mínimas deben ser tenidas en cuenta. Existen dos alternativas. Una es construir las UAM a partir de los módulos existentes, con uniones fuertes entre ellos (usando tornillos por ejemplo). Entre las diferentes UAM las uniones deberán ser reversibles, de forma que al recibir el impacto se puedan separar sin sufrir daños (usando imanes permanente por ejemplo). La otra opción es construir módulos que ya de por sí formen las UAM y que por tanto se puedan mover. Se diseñaría un módulo equivalente a una configuración mínima.

## 6.3. Problema a resolver

### 6.3.1. Planteamiento

El problema a resolver es encontrar las configuraciones de robots ápodos con el menor número posible de módulos que puedan desplazarse en una y dos dimensiones. Hay que encontrar, por tanto, el número mínimo de módulos necesario  $M_{min}$  y resolver el problema de la coordinación para lograr su movimiento.

La solución para la coordinación ahora no tiene que ser válida para en el caso general de  $M$  módulos, sino únicamente para las configuraciones de  $M_{min}$  módulos. Por ello no se describen utilizando ondas globales ni características relacionadas con la forma del robot (espacio de formas) sino que utilizaremos directamente los parámetros de control de los espacios  $H_1$  y  $H_2$ . Estas soluciones serán puntos en esos espacios.  $H_1$  para la configuración PP y  $H_2$  para la PYP.

### 6.3.2. Esquema

El esquema para abordar el problema es similar al propuesto para solucionar la locomoción de robots ápodos en dos dimensiones (apartado 5.2), sólo que ahora el espacio empleado es el de control ( $H_2$ ) en vez del de formas ( $h_2$ ). El esquema del planteamiento para la locomoción en dos dimensiones propuesto en la figura 5.1 se aplica igual en este caso. Cada modo de caminar está asociado a un subespacio de control que llamaremos  $G_i$ . Éstos están caracterizados por unas ecuaciones paramétricas que establecen relaciones entre sus parámetros, determinado los grados de libertad.

Las dimensiones del robot durante el movimiento así como los parámetros cinemáticos del paso y paso angular dependerán del punto de trabajo  $p$  escogido. Estarán determinados por las funciones  $lx_i(p)$ ,  $ly_i(p)$ ,  $h_i(p)$ ,  $\Delta\gamma_i$  y  $\overline{\Delta r}_i(p)$ , que dependen del espacio  $G_i$ .

### 6.3.3. Metodología

La metodología es similar a la presentada en el apartado 5.2.3. La única diferencia es que a la hora buscar los modos de caminar hay que realizarlo sobre configuraciones con diferentes números de módulos, comenzando por  $M = 1$ .

1. Buscar los modos de caminar de la configuración con  $M_i$  módulos
  - a) Iterar  $M_i$  desde 1 hasta que se encuentra solución
  - b) Encontrar los modos de caminar de la configuración de  $M_i$  módulos

- c) Si se encuentran soluciones,  $M_i$  es la configuración mínima. Sino incrementar  $M_i$  y volver al punto b).
2. Caracterizar los subespacios de control  $G_j$
  3. Validar los resultados en simulación y con robots reales
  4. Obtener las ecuaciones de las dimensiones del robot ( $lx_j(p)$ ,  $ly_j(p)$ ,  $h_j(p)$ ), para cada subespacio  $G_j$ .
  5. Obtener las ecuaciones de los parámetros cinemáticos ( $\Delta\gamma_j$  y  $\overrightarrow{\Delta r_j}(p)$ ) de cada Subespacio
  6. Resolver los problemas de la cinemática directa e inversa

### 6.3.3.1. Búsquedas de soluciones

Hay que explorar el espacio de control  $H_2$  para encontrar los diferentes modos de caminar para cada una de las configuraciones de  $M_i$  módulos. Para ello se parte de la configuración de  $M = 1$  y se van incrementando el número de módulos. Se realiza este proceso hasta que se llegue a la primera configuración capaz de realizar varios modos de caminar.

La forma de realizar las búsquedas para una configuración de  $M_i$  módulos es por medio de algoritmos genéticos, de manera similar a como se indicó en el apartado 5.2.3.1.

Otra manera de abordar el problema sería utilizar algoritmos genéticos en el que el genotipo lleve la información sobre el número de módulos  $M_i$ , lo que permitiría explorar a la vez robots con diferentes números de módulos, en vez de tener que iterar sobre  $M_i$ , buscando las soluciones para cada uno de ellos. Se ha optado por esta segunda solución porque se sabe a priori que  $M$  va a ser un valor pequeño.

Para el caso del movimiento en línea recta se sabe que el número mínimo de módulos para que el robot se pueda desplazar de manera estable mediante ondas globales es  $M = 5$  (4.4.5.3). Por ello, sólo habría que probar como máximo 4 configuraciones en el caso peor hasta encontrar una que pueda moverse en línea recta. Lo mismo ocurre para el movimiento de desplazamiento lateral, donde se garantiza que para  $M \geq 6$  el robot puede desplazarse (5.7.10.3). Para el caso de la rotación el movimiento se garantizó para  $M \geq 8$ .

Por ello, en el peor de todos los casos, para encontrar el robot mínimo que pueda desplazarse con todos esos modos de caminar habría que probar como máximo 7 configuraciones. Hemos escogido el algoritmo iterativo por ser más simple de implementar y permitir, incluso, realizar las iteraciones ejecutando secuencialmente el programa de búsquedas de manera manual: primero con  $M = 1$ , luego con  $M = 2$ , etc. o ejecutar los 7 programas en paralelo.

Si no se conociese a priori cuál es ese número  $M$ , entonces la opción de codificar el número de módulos en el genotipo sería muchísimo más óptima que una búsqueda secuencial.

### 6.3.4. Cinemática

Los pasos para resolver los problemas de la cinemática directa e inversa son similares a los empleado para el caso de la locomoción de los robots ápodos de  $M$  módulos (apartado 5.2.4), pero sin la necesidad de realizar transformaciones entre el espacio  $h_2$  y  $H_2$ . Puesto que el espacio de búsquedas es directamente el espacio de control  $H_2$ , los pasos se simplifican.

#### 6.3.4.1. Cinemática Directa

**Enunciado** *Dado un punto  $P$  del espacio de control  $H_2$  que determina los parámetros de los generadores sinusoidales ( $A_v, A_h, \Delta\phi_v, \Delta\phi_h, \Delta\phi_{vh}$ ) determinar el tipo de movimiento, sus parámetros cinemáticos y sus dimensiones*

Denominaremos espacio  $G$  a la unión de todos los subespacios  $G_i$ . Los pasos a seguir son:

1. Si  $P$  NO está en  $G$  se trata de un punto inválido. Esos valores de los parámetros son incorrectos y no hacen que se mueva en ninguno de los modos de caminar previstos.
2. Si  $P$  pertenece a  $G$  será un punto válido. Determinar el subespacio  $G_i$  al que pertenece, comprobando si cumple las ecuaciones que lo caracterizan. Con ello conoceremos el tipo de movimiento que realizará el robot.
3. Aplicar las ecuaciones de las dimensiones  $l_{x_i}(P), l_{y_i}(P), h_i(P)$  y de los parámetros cinemáticos  $\vec{\Delta r}_i(P)$  y  $\Delta\gamma_i(P)$ .

#### 6.3.4.2. Cinemática inversa

**Enunciado:** *Dadas unas restricciones en los parámetros cinemáticos y/o en las dimensiones del robot, y conocido el modo de caminar, encontrar los parámetros de los generadores que hay que aplicar.*

Los pasos generales son los siguientes:

1. Obtener el espacio  $G_i$  asociado al modo de caminar
2. Aplicar las restricciones y particionar el subespacio  $G_i$ . Una de esas particiones será directamente el espacio solución.

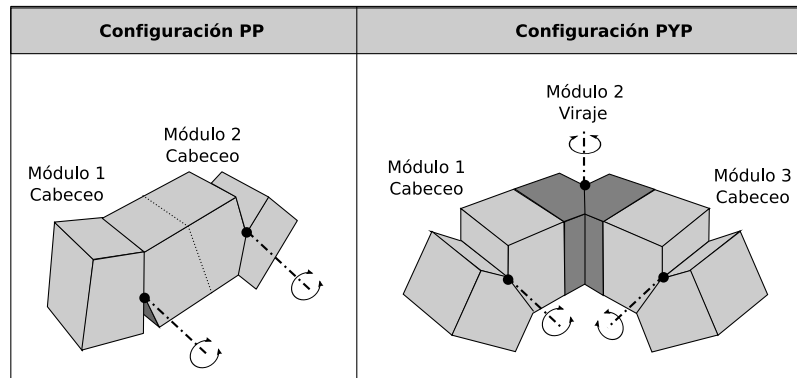


Figura 6.5: Las configuraciones mínimas PP y PYP

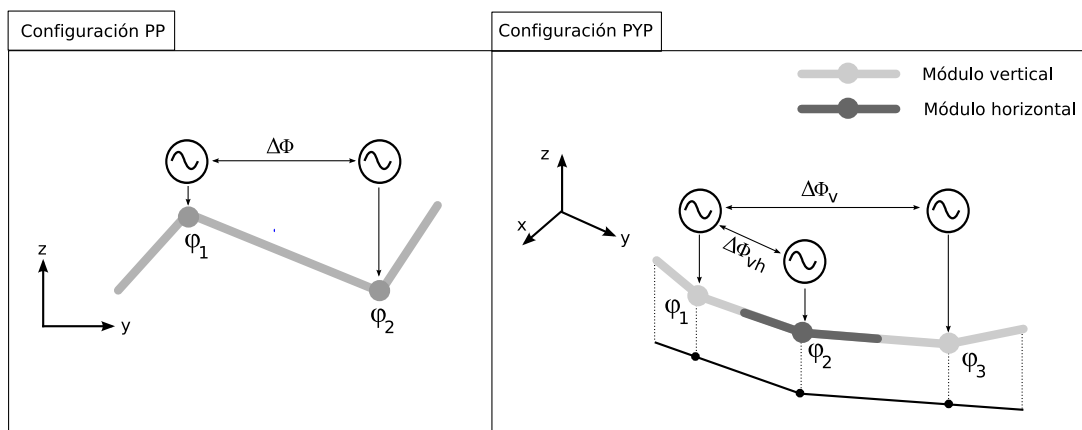


Figura 6.6: Modelo de control de las configuraciones mínimas PP y PYP

## 6.4. Configuraciones PP y PYP

### 6.4.1. Soluciones encontradas

Siguiendo la metodología descrita en el apartado 6.3.3 las configuraciones mínimas son las dos mostradas en la figura 6.5. Las denominamos configuración PP y PYP (del inglés *Pitch-Pitch* y *Pitch-Yaw-Pitch*). La primera está constituida por dos módulos de tipo cabeceo. Se puede desplazar en línea recta, hacia adelante y hacia atrás. La segunda está formada por tres módulos. Los de los extremos son de tipo cabeceo y el central de viraje. Puede desplazarse al menos mediante cinco modos de caminar diferentes (apartado 6.3.3).



### 6.4.2. Modelos de control

El modelo de control está basado en los generadores sinusoidales introducidos en el apartado 3.5, particularizado para las configuraciones de dos y tres módulos. El esquema general de control se muestra en la figura 6.7.

#### 6.4.2.1. Configuración PP

Se utilizan dos generadores. Los ángulos de doblaje están descritos mediante las ecuaciones:

$$\begin{aligned}\varphi_1 &= A \sin(\phi) \\ \varphi_2 &= A \sin(\phi + \Delta\phi)\end{aligned}\tag{6.2}$$

El espacio de control  $H_1$  tiene dos dimensiones, la misma que para el caso de los robot ápodos con mayor número de módulos. Los puntos puntos son de la forma  $(A, \Delta\phi)$ .

#### 6.4.2.2. Configuración PYP

Se emplean tres generadores. Dos de ellos para el control de las articulaciones verticales y uno para las horizontales. Los ángulos de doblaje varían de la forma:

$$\begin{aligned}\varphi_1 &= A_v \sin(\phi) \\ \varphi_2 &= A_h \sin(\phi + \Delta\phi_{vh}) \\ \varphi_3 &= A_v \sin(\phi + \Delta\phi_v)\end{aligned}$$

El espacio de control  $H_2$  está formado por 4 parámetros:  $A_v$ ,  $A_h$ ,  $\Delta\phi_v$  y  $\Delta\phi_{vh}$ . El parámetro  $\Delta\phi_h$  no tiene sentido, ya que sólo existe un módulo horizontal. Este espacio tiene por tanto una dimensión menor que en el caso general del movimiento de los robots del grupo cabeceo-viraje de  $M$  módulos.

### 6.4.3. Modelos cinemáticos

#### 6.4.3.1. Configuración PP

##### Geometría

Los modelo geométrico y cinemático de la configuración PP se muestran en la figura 6.7. Esta configuración está formada por la unión en cadena de dos módulos de tipo cabeceo. Tiene dos articulaciones, con ángulos de doblaje  $\varphi_1$  y  $\varphi_2$ , y tres segmentos rígidos de longitudes  $L/2, L$  y  $L/2$ . Definimos

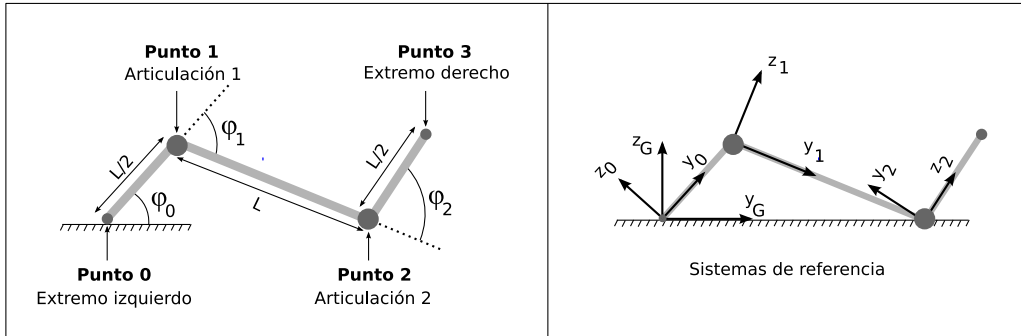


Figura 6.7: Modelo geométrico y cinemático de la configuración PP

el ángulo  $\varphi_0$  como el que forma el segmento izquierdo con la horizontal y determina la orientación del robot.

Para el estudio cinemático nos interesan cuatro puntos: los dos extremos (izquierdo y derecho) y las dos articulaciones. Utilizaremos la nomenclatura  $P_0$ ,  $P_1$ ,  $P_2$  y  $P_3$  para referirnos a ellos. Sus vectores de posición respecto al sistema de referencia  $G$  los denotamos por  $\vec{r}_0$ ,  $\vec{r}_1$ ,  $\vec{r}_2$  y  $\vec{r}_3$ .

### Sistemas de referencia

Emplearemos cuatro sistemas de referencia diferentes que se muestran en la figura 6.7. El sistema  $R_G$  está situado sobre  $P_0$  y su eje  $y_G$  es paralelo al suelo. El sistema  $R_0$  está sobre  $P_0$  con su eje  $y_0$  a lo largo del segmento izquierdo del robot. Se encuentra rotado un ángulo  $\varphi_0$  con respecto a  $R_G$ .  $R_1$  y  $R_2$  están sobre los puntos  $P_1$  y  $P_2$  respectivamente. El primero está rotado un ángulo  $\varphi_1$  con respecto a  $R_0$  y el segundo  $\varphi_2$  sobre  $R_1$ .

### Vectores de posición de los puntos principales

Los vectores de posición expresados en el sistema de referencia  $R_G$  se calculan de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 \vec{r}_0 &= \vec{r}_G^0 = 0 \\
 \vec{r}_1 &= \vec{r}_G^1 = H_G^0 \vec{r}_0^1 \\
 \vec{r}_2 &= \vec{r}_G^2 = H_G^0 H_0^1 \vec{r}_1^2 \\
 \vec{r}_3 &= \vec{r}_G^3 = H_G^0 H_0^1 H_1^2 \vec{r}_2^3
 \end{aligned} \tag{6.3}$$

Donde  $H_b^a$  representa la transformada homogénea del sistema de referencia  $a$  al  $b$ . Son matrices que están dadas por las rotaciones del eje  $x$  y las traslaciones en el eje  $y$ . Las expresamos con la notación:

$$R_x(\varphi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ 0 & \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, T_y(y) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Las matrices  $H_b^a$  se calculan así:

$$H_G^0 = R_x(\varphi_0), H_0^1 = T_y\left(\frac{L}{2}\right) R_x(\varphi_1), H_1^2 = T_y(L) R_x(\varphi_2) \quad (6.4)$$

Los vectores  $\vec{r}_b^a$  indican la posición del punto  $a$  referido al sistema  $b$ . Son:

$$\vec{r}_0^1 = \frac{L}{2}\hat{y}_0, \vec{r}_1^2 = L\hat{y}_1, \vec{r}_2^3 = \frac{L}{2}\hat{y}_2 \quad (6.5)$$

Sustituyendo las expresiones 6.5 y 6.4 en 6.3 se obtienen los vectores de posición de todos los puntos referidos al sistema  $R_G$ .

### Centro de masas

La expresión para el centro de masas se obtiene aplicando los vectores de posición 6.3 previamente calculados en la expresión general del centro de masas de un robot ápedo 3.4. Particularizando para  $M = 2$  obtenemos su expresión:

$$\vec{r}_{cm} = \frac{1}{8}(3\vec{r}_1^1 + 3\vec{r}_2^2 + \vec{r}_3^3)$$

### Representación mediante números complejos

La geometría de la configuración PP se puede expresar mediante números complejos. Tomaremos el plano  $zy$  como el plano complejo. Los tres segmentos que forman la configuración los denotaremos mediante los números complejos  $z_0$ ,  $z_1$  y  $z_2$ . Sus módulos representan la longitud y sus argumentos los ángulos que forman con el eje  $y$ . Sus expresiones son:

$$\begin{aligned} z_0 &= \frac{L}{2}e^{j\varphi_0} \\ z_1 &= Le^{j(\varphi_0+\varphi_1)} \\ z_2 &= \frac{L}{2}e^{j(\varphi_0+\varphi_1+\varphi_2)} \end{aligned}$$

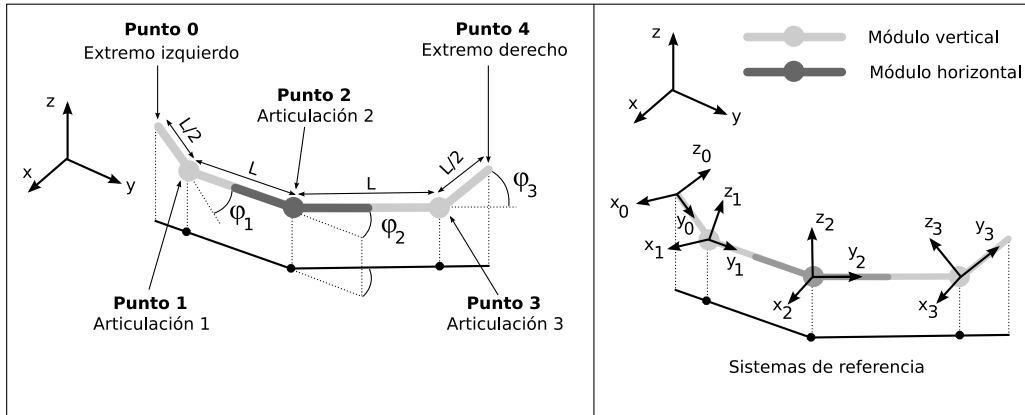


Figura 6.8: Modelo geométrico y cinemático de la configuración PYP

El ángulo que forma el segmento derecho con el eje  $y$  es el argumento del complejo  $z_2$  y es igual a la suma de los  $\varphi_i$ :

$$\arg(z_2) = \varphi_0 + \varphi_1 + \varphi_2 \quad (6.6)$$

Los puntos se pueden expresar mediante sumas de estos complejos:

$$\begin{aligned} P_0 &= 0 \\ P_1 &= z_0 \\ P_2 &= z_0 + z_1 \\ P_3 &= z_0 + z_1 + z_2 \end{aligned}$$

### 6.4.3.2. Configuración PYP

#### Geometría

Los modelo geométrico y cinemático de la configuración PYP se muestran en la figura 6.8. Esta configuración está formada por la unión en cadena de dos módulos de tipo cabeceo y uno de viraje situado en el centro. Tiene por tanto tres articulaciones, con ángulos de doblaje  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$ , y  $\varphi_3$ , y cuatro segmentos rígidos de longitudes  $L/2, L, L$  y  $L/2$ .

Los puntos principales son cinco: las tres articulaciones más los dos extremos. Utilizaremos la nomenclatura  $P_0$ ,  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  y  $P_4$  para referirnos a ellos. Sus vectores de posición respecto al sistema de referencia  $R_0$  los denotamos por  $\vec{r}_0$ ,  $\vec{r}_1$ ,  $\vec{r}_2$ ,  $\vec{r}_3$  y  $\vec{r}_4$ .

### Sistemas de referencia

Utilizaremos cuatro sistemas de referencia, situados en los puntos  $P_0, P_1, P_2, P_3$  y  $P_4$  que llamaremos  $R_0, R_1, R_2, R_3$  y  $R_4$ . Además hace falta un sistema de referencia ligado al suelo  $R_G$  que permita especificar la orientación del robot.

### Vectores de posición de los puntos

Los vectores de posición expresados en el sistema de referencia  $R_0$  se calculan:

$$\begin{aligned}\vec{r}_0 &= \vec{0} \\ \vec{r}_1 &= \vec{r}_0^1 \\ \vec{r}_2 &= \vec{r}_0^2 = H_0^1 \vec{r}_1^2 \\ \vec{r}_3 &= \vec{r}_0^3 = H_0^1 H_1^2 \vec{r}_2^3 \\ \vec{r}_4 &= \vec{r}_0^4 = H_0^1 H_1^2 H_2^3 \vec{r}_3^4\end{aligned}\quad (6.7)$$

Donde  $H_b^a$  representa la transformada homogénea del sistema de referencia  $a$  al  $b$ . Están dadas por las rotaciones alrededor de los ejes  $x$  y  $z$ , y las traslaciones en el eje  $y$ . Usaremos la notación:

$$R_x(\varphi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ 0 & \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, R_z(\varphi) = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, T_y(y) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Las matrices  $H_b^a$  se calculan así:

$$H_0^1 = T_y\left(\frac{L}{2}\right) R_x(\varphi_1), H_1^2 = T_y(L) R_z(\varphi_2), H_2^3 = T_y(L) R_x(\varphi_3) \quad (6.8)$$

Los vectores  $\vec{r}_b^a$  indican la posición del punto  $a$  referido al sistema  $b$ . Son:

$$\vec{r}_0^1 = \frac{L}{2} \hat{y}_0, \vec{r}_1^2 = L \hat{y}_1, \vec{r}_2^3 = L \hat{y}_2, \vec{r}_3^4 = \frac{L}{2} \hat{y}_3 \quad (6.9)$$

Sustituyendo las expresiones 6.9 y 6.8 en 6.7 se obtienen los vectores de posición de todos los puntos referidos al sistema  $R_G$ .

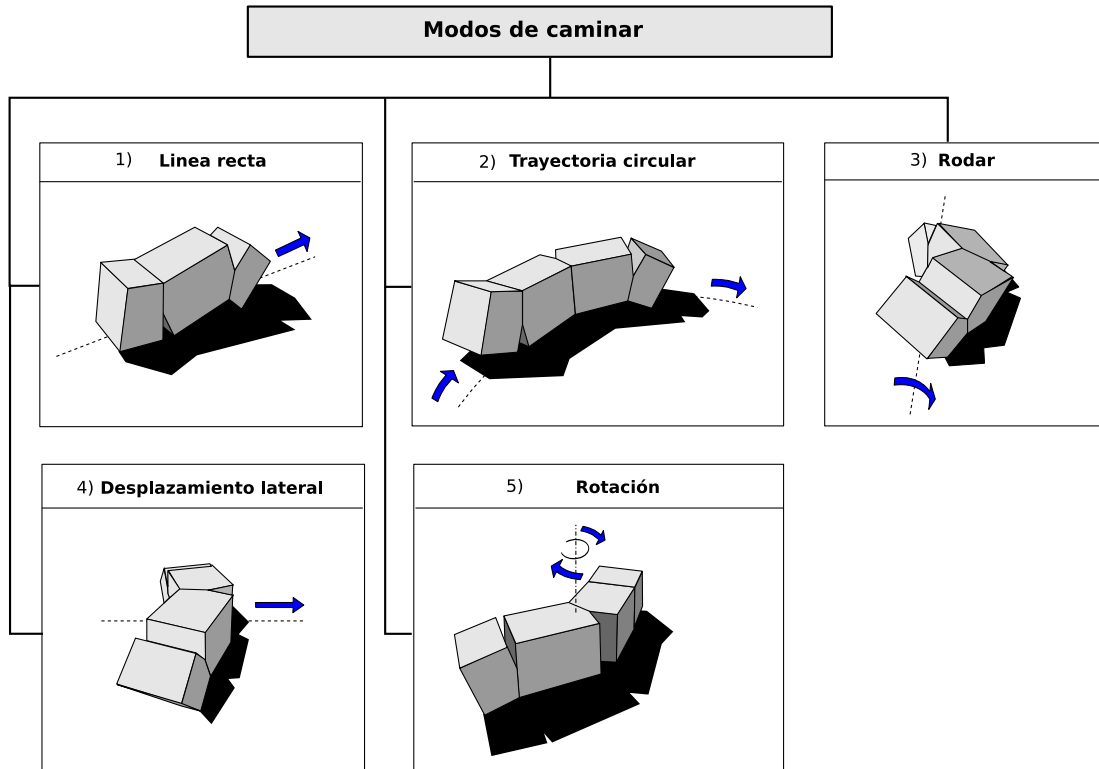


Figura 6.9: Modos de caminar de las configuraciones mínimas

### Centro de masas

La expresión para el centro de masas se obtiene aplicando los vectores de posición 6.7 previamente calculados en la expresión general del centro de masas de un robot ápedo 3.4. Particularizando para  $M = 3$  queda la expresión:

$$\vec{r}_{cm} = \frac{1}{12} (3\vec{r}_1 + 4\vec{r}_2 + 3\vec{r}_3 + \vec{r}_4)$$

## 6.5. Modos de caminar

### 6.5.1. Soluciones encontradas

Se han encontrado 5 modos de caminar para la configuración PYP: línea recta, trayectoria circular, desplazamiento lateral, rodar y rotar (figura 6.9). Todos ellos son totalmente nuevos y no habían sido implementados ni estudiados previamente ya que no se había abordado el tema de las configuraciones mínimas hasta ahora.

Movimiento	Parámetros	Grados de libertad	Caracterización
Línea recta	$(A, \Delta\phi)$	2	$A = A_v, \Delta\Phi = \Delta\phi_v, A_h = 0, \Delta\phi_{vh} = 0$
Arco	$(A_v, A_h, \Delta\phi_v)$	3	$\Delta\phi_{vh} = 0$ . Módulo central no oscila
Rodar	$A$	1	$A = A_v = A_h, \Delta\phi_v = 0, \Delta\phi_{vh} = 90, A > A_{min}$
Lateral	$A$	1	$A = A_h, A_v \rightarrow 0, \Delta\phi_v = 0, \Delta\phi_{vh} = 90, A < A_{hL}$
Rotación	$A$	1	$A = A_h, A_v \rightarrow 0, \Delta\phi_v = 180, \Delta\phi_{vh} = 90$

Cuadro 6.1: Resumen de todos los movimientos con sus parámetros fundamentales, grados de libertad y restricciones del subespacio de control

En el **movimiento en línea recta** el módulo central permanece en su posición de reposo ( $\phi_2 = 0$ ) y sólo se mueven las articulaciones verticales. Por tanto, la configuración PYP se comporta en realidad como una PP en la que el segmento central tiene una longitud mayor. En el apartado 6.6 se estudiará en detalle el movimiento en línea recta para la configuración PP. Todas las ideas serán aplicables para la PYP sólo rehaciendo los cálculos con otro valor de longitud del segmento central.

El **movimiento en trayectoria circular** se consigue haciendo que se mueva en línea recta pero fijando la posición del módulo central a un ángulo  $\phi_2$  distinto de 0, de manera similar a como se hace en el caso del mismo tipo de movimiento para los robots ápodos de  $M$  módulos.

La configuración PYP, a pesar de tener sólo tres módulos, **es capaz de rodar**. Este movimiento se estudia en detalle en el apartado 6.7. La coordinación es la misma que la del caso general. Las articulaciones verticales están en fase y la horizontal está desfasada 90 grados.

El **desplazamiento lateral** es del tipo “remero”. Permite al robot moverse hacia los lados, manteniendo la misma orientación. La coordinación es la misma que en el caso del movimiento de rodar. El valor de la amplitud  $A$  determina si se ejecuta este movimiento o el de rodar (apartado 6.8).

El **movimiento de rotación** permite al robot cambiar su orientación del cuerpo para apuntar la cabeza en cualquier dirección (apartado 6.9).

### 6.5.2. Caracterización de los subespacios $G_i$

En la tabla 6.1 se resumen todos los modos de caminar encontrados para la configuración mínima PYP junto a sus parámetros, grados de libertad y la caracterización de los subespacios de control  $G_i$ .

El movimiento en línea recta tiene dos grados de libertad. Uno es la amplitud  $A$  que determina el paso y el otro la diferencia de fase  $\Delta\phi_v$  que establece la coordinación entre los segmentos para que se realice el movimiento. El módulo central queda fijado a su posición de reposo  $A_h = 0$  y el parámetro  $\Delta\phi_{vh}$  por lo que se deja a cero.

El movimiento con más grados de libertad es el del desplazamiento en trayectoria circular. Es el mismo que en línea recta pero con un parámetro más que especifica el ángulo del arco de la trayectoria. El módulo central no oscila, permanece con su posición fijada a un valor concreto distinto de cero.

El resto de movimiento tienen todos un único grado de libertad. El movimiento de rodar se caracteriza porque las dos amplitudes  $A_v$  y  $A_h$  son iguales, los módulos verticales están en fase y el central desfasado 90 grados. El parámetro  $A$  determina el ángulo del arco que adopta el robot durante el desplazamiento. Para que se realice este movimiento,  $A$  tiene que ser mayor que un valor mínima  $A_{min}$  (apartado 6.7.6).

El desplazamiento lateral se caracteriza por los mismos valores para las diferencias de fase que en el caso de rodar. Los dos módulos verticales oscilan en fase y el horizontal desfasado 90 grados. El parámetro  $A$  determina el paso del robot durante este desplazamiento. La amplitud vertical  $A_v$  no influye en el movimiento, por ello usaremos un valor cercano a 0 pero distinto. Si  $A_v = 0$  no hay desplazamiento.

Finalmente, el movimiento de rotación se caracteriza porque las articulaciones verticales están en oposición de fase ( $\Delta\phi_v = 180$ ) y la horizontal desfasada 90 grados. El parámetro  $A$  determina el ángulo de rotación y lo mismo que en el caso anterior,  $A_v$  no influye por lo que tiene que ser mayor que 0 pero lo más cercano para que el movimiento sea más estable y más eficiente.

## 6.6. Locomoción en línea recta

### 6.6.1. Descripción del movimiento

El desplazamiento en línea recta de la configuración PP se muestra en la figura 6.10. Los segmentos izquierdo y derecho hacen las veces de “patas”. La coordinación entre ellos es la que determina cómo es el movimiento. En general lo estudiamos dividiéndolo en cuatro etapas. Durante la primera el robot realiza una **contracción** quedando la articulación 1 más elevada. Aparece una mini-onda que se **propaga** durante la segunda etapa y llega hasta la parte derecha del robot. Ahora es la articulación 2 la que está más elevada. En la etapa 3 el robot se **expande** y la mini-onda desaparece. Finalmente en la cuarta el robot **recupera** su forma original.

En todo momento este movimiento es estable. La proyección del centro de masas permanece en todo momento dentro del segmento de apoyo. Sin embargo el movimiento no es uniforme como en el caso general con  $k = 2$ . Como se muestra en el capítulo de experimentos, el desplazamiento del centro de masas no varía linealmente con el tiempo.

### 6.6.2. Estudio de las etapas

#### 6.6.2.1. Puntos de apoyo

En todas las etapas el robot tiene siempre dos puntos de apoyo, lo que hace que sea estable para todas las fases. En la figura 6.11 se muestran las etapas y los puntos de apoyo. Durante los puntos de



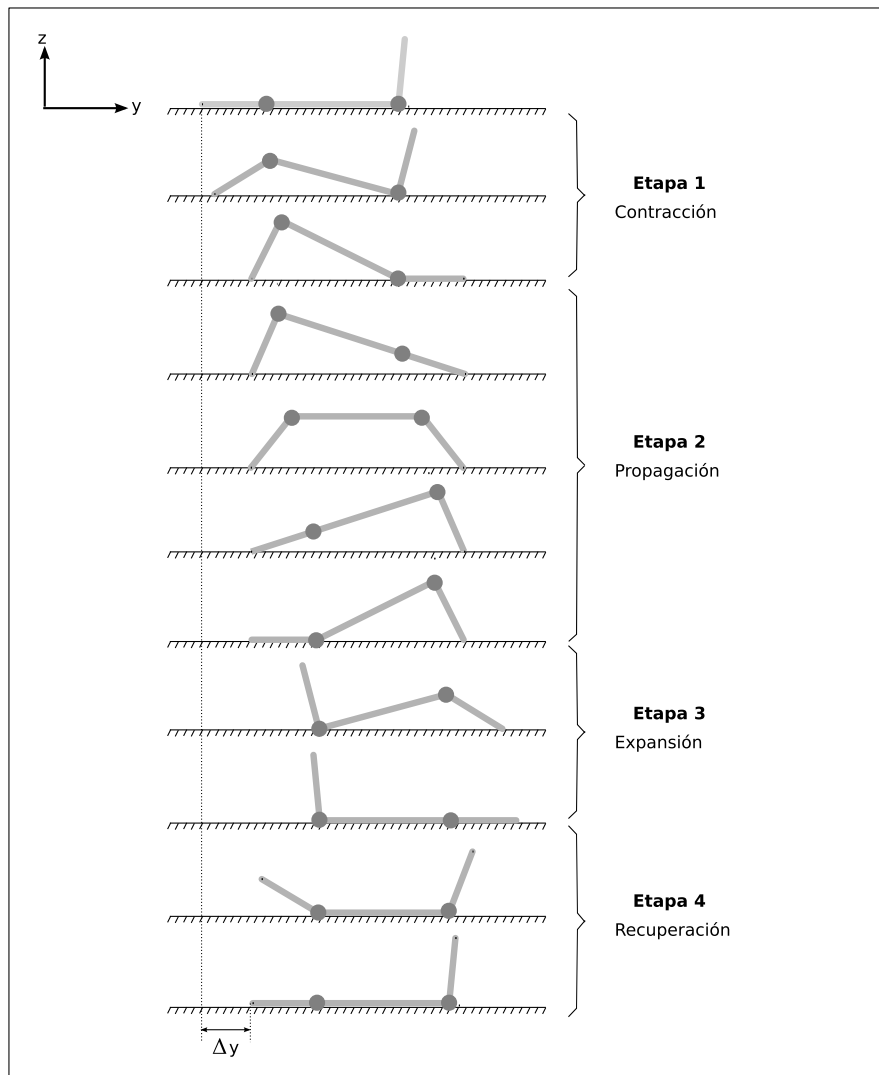


Figura 6.10: Locomoción de la configuración PP y sus diferentes etapas

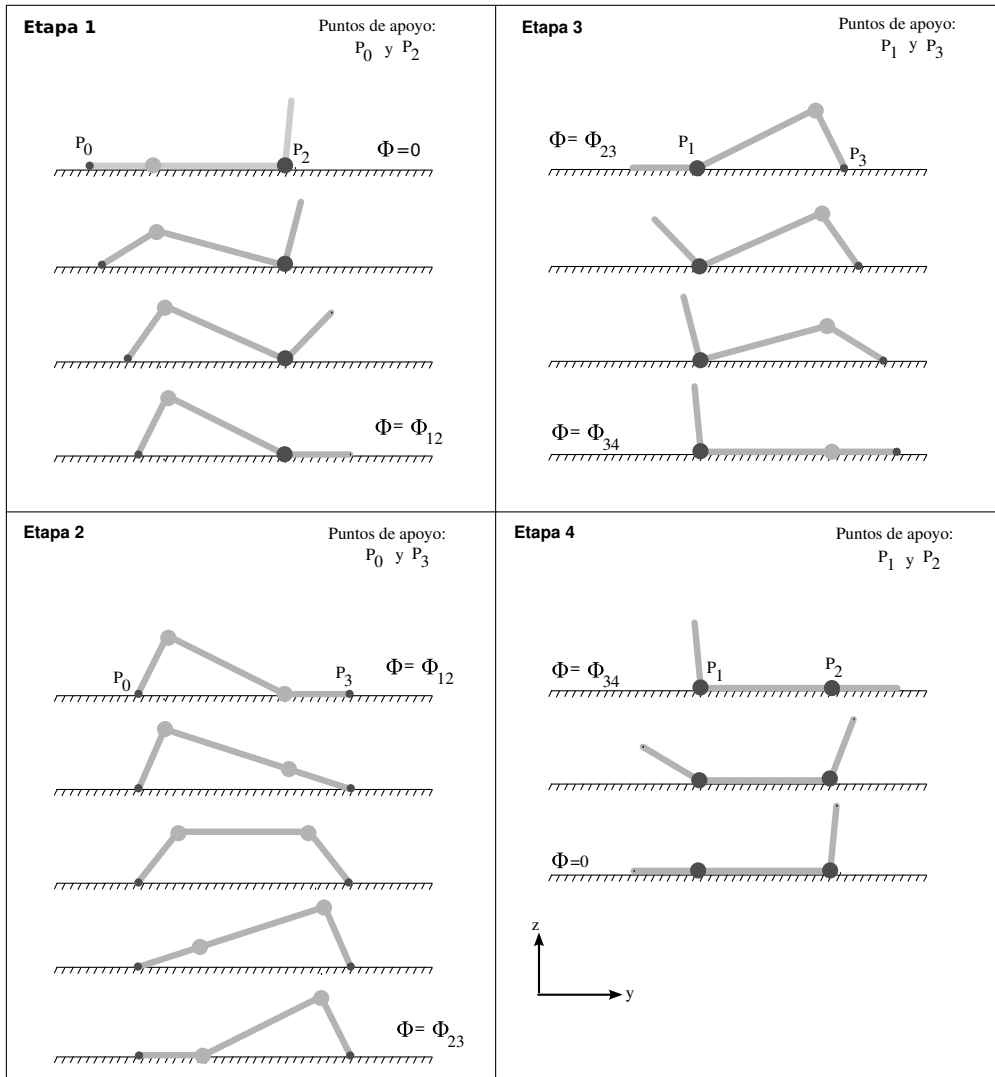


Figura 6.11: Etapas y puntos de apoyo durante la locomoción en línea recta de la configuración PP

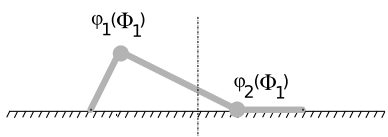
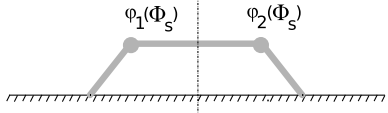
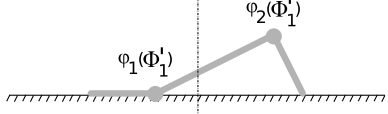
Fase	Forma del robot	Simetría
$\Phi = \Phi_1$		$\varphi_1(\Phi_1) = \varphi_2(\Phi_1')$ $\varphi_2(\Phi_1) = \varphi_1(\Phi_1')$
$\Phi = \Phi_s$		$\varphi_1(\Phi_s) = \varphi_2(\Phi_s)$
$\Phi = \Phi_1'$		$\varphi_1(\Phi_1') = \varphi_2(\Phi_1)$ $\varphi_2(\Phi_1') = \varphi_1(\Phi_1)$

Figura 6.12: Simetría de la forma del robot alrededor de la fase  $\phi_s$ .

contacto con el suelo son el  $P_0$  y  $P_2$ . El robot se va contrayendo hasta que el segmento derecho toca el suelo y los nuevos puntos de apoyo pasan a ser el  $P_0$  y  $P_3$ , situados en los extremos izquierdo y derecho respectivamente. La mini-onda se propaga hasta que en la etapa 3 el punto  $P_0$  se sustituye por el  $P_1$ . Luego el robot se expande, haciendo que la mini-onda desaparezca. En la última etapa, los dos puntos de apoyo son el  $P_1$  y  $P_2$ .

### 6.6.2.2. Simetrías

La forma del robot durante las etapas 1, 2 y 3 es simétrica con respecto a la fase  $\phi_s$ . En la figura 6.12 se muestra la forma del robot en  $\phi_s$ ,  $\phi_1$  y  $\phi_1'$ . Los robots en  $\phi_1$  y  $\phi_1'$  son simétricos. Conocidos los valores de los ángulos de doblaje en  $\phi_1$ , se conocen los correspondientes en  $\phi_1'$ , dados por la expresión:

$$\begin{aligned} \varphi_1(\phi_1') &= \varphi_2(\phi_1) \\ \varphi_2(\phi_1') &= \varphi_1(\phi_1) \end{aligned} \tag{6.10}$$

La fase de simetría  $\phi_s$  está dada por la expresión:

$$\Phi_s = - \left( 90 + \frac{\Delta\Phi}{2} \right)$$

La ecuación que relaciona las fases simétricas  $\phi_1$  y  $\phi_1'$  es:

$$\phi_1' = -(\phi_1 + \Delta\phi + 180) \tag{6.11}$$

**Demostraciones**

A partir de las expresiones de los ángulos de doblaje 6.2 se comprueba que  $\varphi_1(\phi_s) = \varphi_2(\phi_s)$ :

$$\varphi_1(\phi_s) = A \sin \phi_s = A \sin \left( -90 - \frac{\Delta\Phi}{2} \right) = A \sin \left( 90 + \frac{\Delta\Phi}{2} \right) = A \cos \left( \frac{\Delta\Phi}{2} \right)$$

$$\varphi_2(\phi_s) = A \sin(\phi_s + \Delta\Phi) = A \sin \left( -90 - \frac{\Delta\Phi}{2} + \Delta\Phi \right) = A \cos \left( \frac{\Delta\Phi}{2} \right)$$

Las expresiones 6.10 también se verifican:

$$\varphi_1(\phi_1) = A \sin(\phi_1) = A \sin(-(\phi_1 + \Delta\phi + 180)) = -A \sin(\phi_1 + \Delta\phi + 180) = A \sin(\phi_1 + \Delta\phi) = \varphi_2(\phi_1)$$

$$\varphi_2(\phi_1) = A \sin(\phi_1 + \Delta\phi) = A \sin(-(\phi_1 + \Delta\phi + 180) + \Delta\phi) = A \sin(-(\phi_1 + 180)) = A \sin(\phi_1) = \varphi_1(\phi_1)$$

**6.6.2.3. Segmentos de apoyo**

Denominamos segmento de apoyo a aquel que une los puntos de apoyo y lo denotamos por  $Sa_i$  donde el subíndice  $i$  indica la etapa. Cada etapa tiene un segmento de apoyo. Utilizaremos la notación de números complejos para obtener sus expresiones. Una propiedad importante de estos segmentos es que reposan sobre el suelo (eje  $y$ ) y por tanto su argumento será siempre 0. Esta es la condición que emplearemos para el cálculo del ángulo de orientación  $\varphi_0$  en el apartado 6.6.2.4.

$$\arg(Sa_i) = 0, \forall i \in \{1, 4\} \quad (6.12)$$

Las expresiones de  $Sa_i$  en función de la geometría del robot y de los ángulos  $\varphi_i$  se muestran a continuación, junto con sus módulos y argumentos. Los cálculos están desarrollados en el apéndice A.2.

**Etapa 1**

$$Sa_1 = z_0 + z_1 = Le^{j\varphi_0} \left( \frac{1}{2} + e^{j\varphi_1} \right)$$

$$\|Sa_1\| = L \sqrt{\frac{5}{4} + \cos(\varphi_1)} \quad (6.13)$$

$$\arg(Sa_1) = \varphi_0 + \arctan \left( \frac{\sin(\varphi_1)}{\frac{1}{2} + \cos(\varphi_1)} \right)$$

**Etapas 2**

$$Sa_2 = z_0 + z_1 + z_2 = Le^{j\varphi_0} \left( \frac{1}{2} + e^{j\varphi_1} + \frac{1}{2}e^{j(\varphi_1+\varphi_2)} \right)$$

$$\|Sa_2\| = L\sqrt{\frac{3}{2} + \cos(\varphi_1) + \cos(\varphi_2) + \frac{1}{2}\cos(\varphi_1 + \varphi_2)} \quad (6.14)$$

$$\arg(Sa_2) = \varphi_0 + \arctan\left(\frac{\sin\varphi_1 + \frac{1}{2}\sin(\varphi_1 + \varphi_2)}{\frac{1}{2} + \cos\varphi_1 + \frac{1}{2}\cos(\varphi_1 + \varphi_2)}\right)$$

**Etapas 3**

$$Sa_3 = z_1 + z_2 = Le^{j(\varphi_0+\varphi_1)} \left( 1 + \frac{1}{2}e^{j\varphi_2} \right)$$

$$\|Sa_3\| = L\sqrt{\frac{5}{4} + \cos(\varphi_2)}$$

$$\arg(Sa_3) = \varphi_0 + \varphi_1 + \arctan\left(\frac{\sin(\varphi_2)}{2 + \cos(\varphi_2)}\right)$$

**Etapas 4**

$$Sa_4 = z_1 = Le^{j(\varphi_0+\varphi_1)}$$

$$\|Sa_4\| = L$$

$$\arg(Sa_4) = \varphi_0 + \varphi_1$$

**6.6.2.4. Ángulo de orientación  $\varphi_0$** 

El ángulo de orientación  $\varphi_0$  es el que forma el segmento izquierdo del robot con la horizontal. Es necesario conocerlo para poder determinar los vectores de posición de los puntos del robot y de su

centro de masas. Este ángulo depende de la etapa en la que se encuentra el robot durante el desplazamiento. Usaremos la notación  $\varphi_0^i(\phi)$  para representar su valor en la etapa  $i$ . Para una fase  $\phi$  dada, las expresiones son:

$$\varphi_0^1(\phi) = -\arctan\left(\frac{\sin\varphi_1(\phi)}{\frac{1}{2} + \cos\varphi_1(\phi)}\right), \quad \phi \in [0, \phi_{12}] \quad (6.15)$$

$$\varphi_0^2(\phi) = -\arctan\left(\frac{\sin\varphi_1(\phi) + \frac{1}{2}\sin(\varphi_1(\phi) + \varphi_2(\phi))}{\frac{1}{2} + \cos\varphi_1(\phi) + \frac{1}{2}\cos(\varphi_1(\phi) + \varphi_2(\phi))}\right), \quad \phi \in [\phi_{12}, \phi_{23}]$$

$$\varphi_0^3(\phi) = -\varphi_1 - \arctan\left(\frac{\sin\varphi_2}{2 + \cos\varphi_2}\right), \quad \phi \in [\phi_{23}, \phi_{34}]$$

$$\varphi_0^4(\phi) = -\varphi_1(\phi), \quad \phi \in [\phi_{34}, 360]$$

Donde  $\phi_{12}$ ,  $\phi_{23}$  y  $\phi_{34}$  representan los valores de la fase que separan una fase de otra (apartado 6.6.2.5).

### Demostraciones

Las expresiones para el cálculo de  $\varphi_0$  se obtienen aplicando la condición 6.12 que establece que el argumento de todos los segmentos de apoyo es cero. Con ello se fuerza a que la orientación del robot esté determinada por la condición de que sus puntos de apoyo estén alineados y en posición horizontal.

Haciendo  $\arg(Sa_i) = 0$  y despejando  $\varphi_0$  se obtienen las ecuaciones de  $\varphi_0^i$ .

#### 6.6.2.5. Transición entre etapas

Los valores de las fases que separan unas etapas de otras los denotamos por  $\phi_{12}$ ,  $\phi_{23}$  y  $\phi_{34}$ . Están dados por las expresiones:

$$\Phi_{12} = -\arctan\left(\frac{\sin\Delta\Phi}{\left(1 - \frac{A_0}{A}\right) + \cos\Delta\Phi}\right), \quad A_0 = \arctan\left(\frac{\sin A}{\frac{1}{2} + \cos A}\right)$$

$$\Phi_{23} = -\Phi_{12} - 180 - \Delta\Phi$$

$$\Phi_{34} = -180 - \Delta\Phi$$

### Demostraciones

Calcularemos primero  $\phi_{12}$ . La condición que determina cuándo se está en la etapa 1 ó la 2 es que el segmento derecho esté apoyado sobre el eje  $y$ . Es decir, que se cumpla que  $\arg(z_2) = 0$ . Esto implica que:

$$\phi_0^1 + \phi_1 + \phi_2 = 0$$

Sustituyendo  $\phi_0$  por la expresión 6.15, los ángulos de doblaje por las dadas en 6.2 y despejando la fase se obtiene la ecuación de  $\phi_{12}$ . Los pasos seguidos están detalladas en el apéndice A.3.

El cálculo de  $\Phi_{23}$  y  $\Phi_{34}$  se hace aplicando la condición de simetría 6.11 y teniendo en cuenta que son simétricos con respecto a las fases  $\phi_{12}$  y  $\phi = 0$  respectivamente.

## 6.6.3. Paso

### 6.6.3.1. Coordinación

El desplazamiento en línea recta se control con los parámetros  $A$  y  $\Delta\phi$ . El primero está relacionado con el tamaño del paso y las dimensiones del robot. El segundo es el que determina la coordinación de los segmentos y que el robot se pueda desplazar.

En la figura 6.13 se muestra el movimiento del robot para diferentes valores de  $\Delta\phi$  y cómo varían con la fase  $\phi$ . Cuando las dos articulaciones están en fase ( $\Delta\phi = 0$ ) los segmentos izquierdo y derecho se mueven exactamente igual haciendo que el robot pase de estar tumbado en el suelo a tener forma de  $\square$ , nuevamente tumbado, forma de  $\square$  y vuelta a empezar. No existe desplazamiento. El movimiento tiene sólo dos etapas, la 2 y la 4.

Cuando las articulaciones están en oposición de fase ( $\Delta\phi = 180$ ) el robot se contrae y se expande, pero tampoco hay desplazamiento. El movimiento sólo tiene las dos etapas 1 y 3. Se cumplen por tanto el

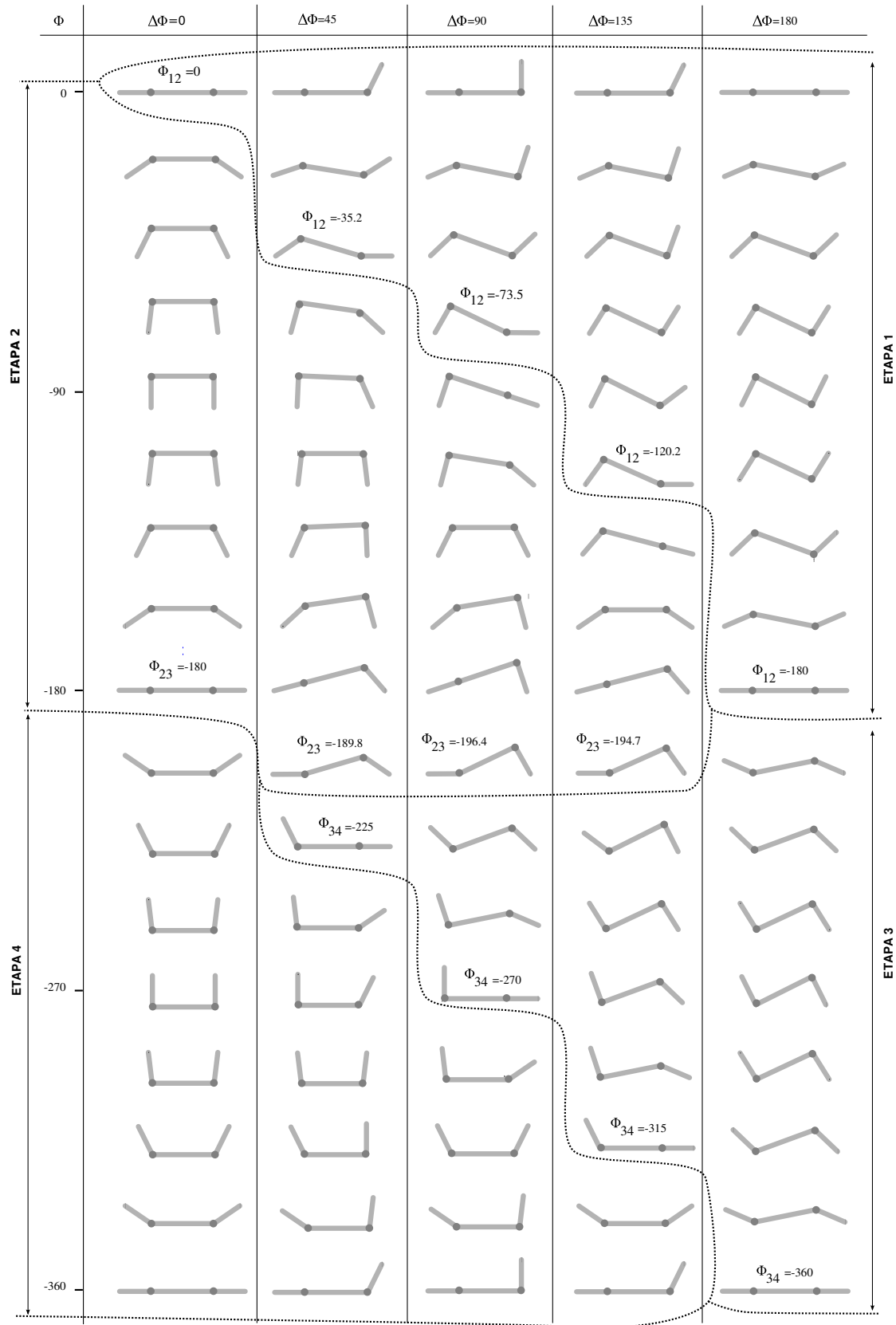


Figura 6.13: Coordinación del movimiento en función del parámetro  $\Delta\phi$



mismo principio de generadores en fase y oposición de fase del movimiento en una dimensión de los robots ápodos.

Para el resto de valores de  $\Delta\phi$  sí existe desplazamiento. En general el movimiento dependerá de la interacción de los puntos de apoyo con el suelo. Para realizar un análisis en detalle es necesario estudiar la dinámica del sistema. Sin embargo, analizando la geometría obtendremos conclusiones sobre cómo debe realizarse la coordinación.

### 6.6.3.2. Criterio de coordinación

Para poder obtener los valores de  $A$  y  $\Delta\phi$  que permitan un movimiento bien coordinado, es necesario establecer primero un criterio para medir cómo de buena es la coordinación.

De las cuatro etapas, la fundamental para que el movimiento se realice correctamente es la 2, donde la mini-onda que ha aparecido se propaga desde la cola hasta la cabeza. Si la coordinación no es correcta, la propagación no existirá y por tanto no habrá desplazamiento. En esta etapa, los puntos de apoyo son los dos de los extremos. Consideraremos que el movimiento está mejor coordinado cuanto menor sea la interacción con el suelo y por tanto menores serán las pérdidas energéticas por rozamiento. Así, si durante esta etapa la coordinación es tal que los puntos de apoyo se mantienen siempre equidistantes, no habrá movimiento relativo entre ellos y no se producirán pérdidas por rozamiento. Además, el movimiento se independiza del medio, comportándose de manera muy parecida con independencia del valor del coeficiente de rozamiento. Por el contrario, si las articulaciones fuerzan a que esta distancia varíe durante la propagación, aparecerá un rozamiento no deseado que además de pérdidas energéticas introducirá incertidumbre en el movimiento. El movimiento será muy dependiente del tipo de superficie.

El criterio propuesto es el siguiente:

**Criterio de coordinación:** *Diremos que la configuración PP se está moviendo utilizando una buena coordinación si la distancia entre los puntos de apoyo  $P_0$  y  $P_3$  durante la etapa 2 permanece constante o su variación es mínima.*

Este criterio nos permite comparar el movimiento en diferentes puntos de trabajo. Observando el desplazamiento cuando  $\Delta\phi = 0$  de la figura 6.13, vemos que la variación de la distancia entre los puntos de apoyo en la etapa 2 es muy grande. La interacción con el suelo será alta. Si el coeficiente de rozamiento es muy alto, podría ocurrir que ni siquiera el robot sea capaz de pasar de la posición inicial a la forma de  $\sqcap$ . Para  $\Delta\phi = 45$ , la variación de la distancia es menor por lo que la interacción con el suelo disminuirá. Para  $\Delta\phi = 135$  esta distancia varía muy poco. Es un movimiento mejor coordinado que para los casos anteriores. Cuando están en oposición de fase ( $\Delta\phi = 180$ ) no existe la etapa de propagación y por tanto no hay movimiento.

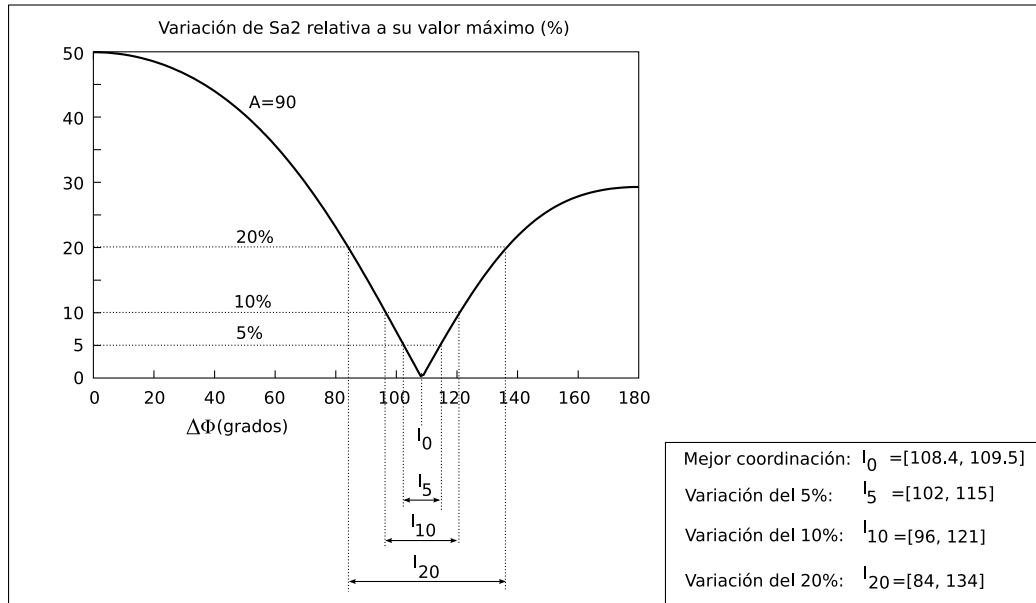


Figura 6.14: Variación relativa del segmento de apoyo 2 para una amplitud de 90 grados

Las preguntas que surgen son, ¿Qué valores de  $A$  y  $\Delta\phi$  hacen que el movimiento sea el mejor coordinado? ¿Cuál es la ecuación que relaciona el paso con estos parámetros?

### 6.6.3.3. Movimiento mejor coordinado

Aplicando el criterio de coordinación anterior los resultados que se obtienen son:

1. El **movimiento mejor coordinado** se obtiene para valores de  $\Delta\phi$  comprendidos en el intervalo  $[108,4, 109,5]$ , con independencia de la amplitud  $A$  empleada. Para ellos se verifica que la variación del segmento de apoyo durante la etapa 2 es prácticamente nula.
2. Para un valor de  $\Delta\phi$  dato, la **coordinación mejora con la disminución de la amplitud**. Cuando menor sea  $A$ , menor es la variación del segmento de apoyo de la etapa 2.

En la figura 6.14 se muestra la variación relativa del segmento de apoyo 2 en función del parámetro  $\Delta\phi$  para el caso de máxima amplitud, donde la coordinación es peor. A partir de ella se pueden establecer criterios más flexibles:

- $\forall A$ , si  $\Delta\phi \in [84, 134]$ , la variación será menor o igual al 20 %
- $\forall A$ , si  $\Delta\phi \in [96, 121]$ , la variación será menor o igual al 10 %
- $\forall A$ , si  $\Delta\phi \in [102, 115]$ , la variación será menor o igual al 5 %

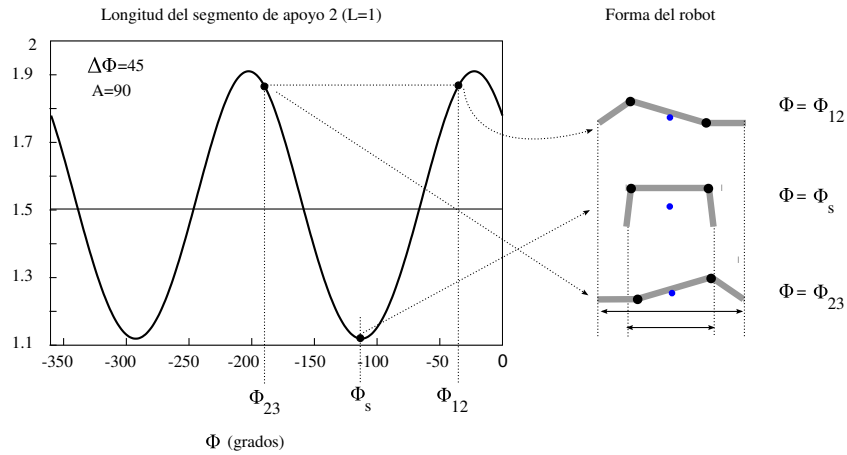


Figura 6.15: Variación del segmento de apoyo 2 con la fase para  $A=90$  y  $\Delta\phi = 45$

#### 6.6.3.4. Estudio del segmento de apoyo 2

Para demostrar las conclusiones anteriores hay que estudiar lo que le ocurre al segmento de apoyo 2 durante la etapa de propagación. Su longitud está dada por la ecuación 6.14. Si la expandimos empleando las expresiones de los ángulos de doblaje dadas en 6.2 Tenemos:

$$\|Sa_2\| = L\sqrt{\frac{3}{2} + \cos(A \sin(\phi)) + \cos(A \sin(\phi + \Delta\Phi)) + \frac{1}{2} \cos(A \sin(\phi) + A \sin(\phi + \Delta\Phi))} \quad (6.16)$$

Esta expresión es válida sólo para las fases comprendidas en el intervalo  $[\phi_{12}, \phi_{23}]$ . En la figura 6.15 se ha representado gráficamente su variación con  $\phi$  para  $A = 90$  y  $\Delta\phi = 45$ . Varía de manera periódica. Para  $\phi = \phi_{12}$  y  $\phi = \phi_{23}$  la longitud es máxima y para  $\phi = \phi_s$  es mínima. En la parte derecha de la figura se han dibujado la forma de los robots para los distintos puntos de trabajo. Esto permite visualizar gráficamente la variación de la distancia en los puntos de apoyo. El mínimo siempre está en  $\phi_s$  y los máximos en  $\phi_{12}$  y  $\phi_{23}$ .

En la figura 6.16 se muestra la gráfica restringida al intervalo  $[\phi_{12}, \phi_{23}]$  para los valores de  $\Delta\phi$  de 0, 45, 90 y 109, junto a las formas del robot en  $\phi_{12}$  y  $\phi_s$ , donde la longitud es máxima y mínima respectivamente. Para  $\Delta\phi = 0$  la variación es la máxima. Al aumentar su valor la variación disminuye hasta alcanzar el valor de  $\Delta\phi = 109$  donde es mínima. La longitud permanece constante con la fase.

Para obtener los valores de  $\Delta\phi$  que minimizan la variación del segmento de apoyo 2 aproximamos la expresión 6.16 por su desarrollo en serie de Fourier y nos quedamos con el primer armónico:

$$|Sa_2| \approx c_0 + c_2 e^{j2\phi} + c_{-2} e^{-j2\phi} = c_0 + 2|c_2| \cos(2\phi + \Delta\Phi)$$

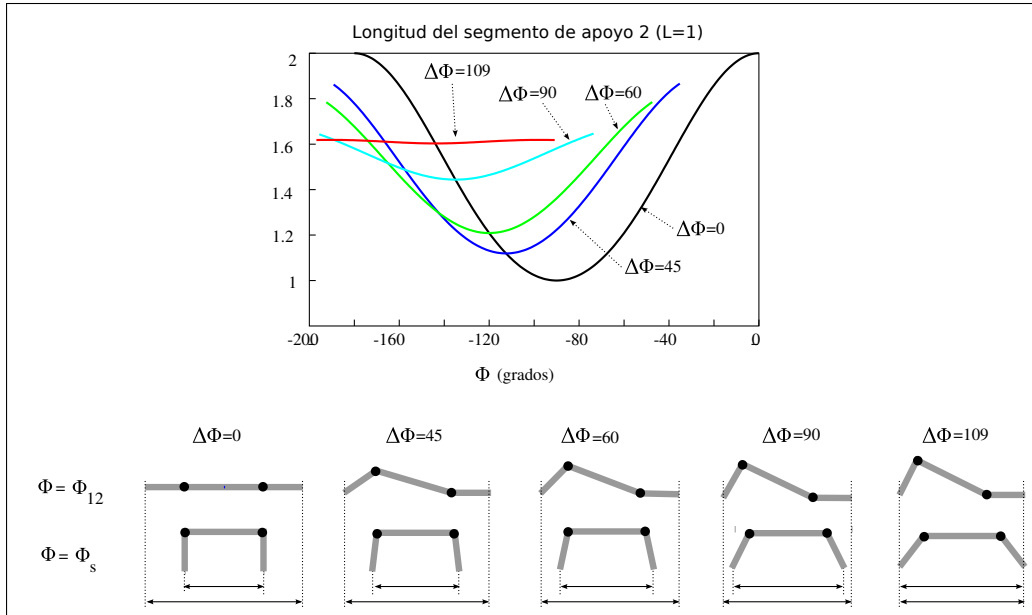


Figura 6.16: Representación gráfica de la variación de la longitud del  $Sa_2$  en función de  $\phi$  para diferentes valores de  $\Delta\phi$

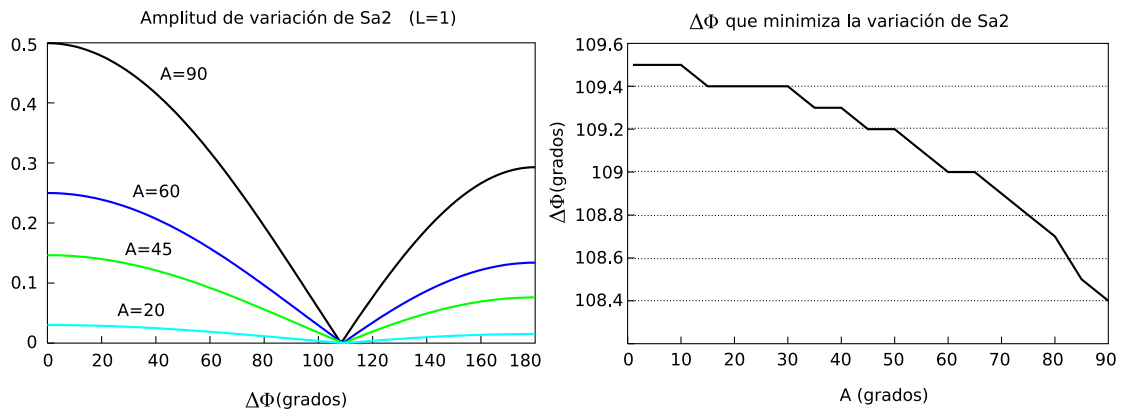


Figura 6.17: Izquierda: variación en la amplitud de oscilación de  $Sa_2$  con  $\Delta\phi$  para diferentes valores de  $A$ . Derecha: Variación del parámetro  $\Delta\phi$  que minimiza la amplitud de  $Sa_2$  en función de  $A$ .

No se pueden expresar los coeficientes de Fourier  $c_i$  de manera analítica por lo que los calculamos de forma numérica. El término  $2|c_2|$  representa la amplitud de la oscilación. En la figura 6.17 se ha representado este término en función de  $\Delta\phi$  y para diferentes valores de  $A$ . Se observa que:

- La variación disminuye con la disminución de  $A$ . Por tanto, el caso peor, donde la variación es máxima se produce para  $A = 90$ .
- La variación es mínima (tiende a cero) para una diferencia de fase en el entorno  $[108, 110]$ . Es en ese intervalo donde, con independencia de la amplitud  $A$  empleada, la longitud del segmento de apoyo permanece constante.

### 6.6.3.5. Ecuación del paso

Para estudiar cómo afectan los parámetros  $A$  y  $\Delta\phi$  al paso es necesario realizar un análisis de la dinámica, teniendo en cuenta los coeficientes de rozamiento con el suelo. Sin embargo, proponemos una ecuación que permite conocer el paso en el caso de el movimiento esté bien coordinado.

Para su cálculo asumiremos lo siguiente:

- Durante la contracción (etapa 1) la articulación 2 no desliza sobre el suelo.
- Durante la propagación los puntos de apoyo no deslizan
- Durante la expansión (etapa 3) la articulación 1 no desliza

Con esas asunciones **el paso del robot es igual a la contracción**. Es decir, que la contracción que se produce durante la etapa 1 y hace aparecer un mini-onda que luego se propaga es la que determina el paso del robot.

El valor de esta contracción se determina, por tanto, durante la etapa 1 y será igual a la longitud del segmento de apoyo 1 en la fase  $\phi = \phi_{12}$ . Particularizando la ecuación 6.13 obtenemos la expresión del paso:

$$\Delta y = |Sa_1|_{\phi=\phi_{12}} = L\sqrt{\frac{5}{4} + \cos(A \sin \phi_{12})} \quad (6.17)$$

### 6.6.3.6. Variación del paso con $A$ y $\Delta\phi$

En la figura 6.18 se representa el paso en función de  $A$  y  $\Delta\phi$ . Se observa que aumenta con  $A$ . En la zona central, donde  $\Delta\phi = [90, 110]$  su valor es alto. El valor máximo se encuentra en  $\Delta\phi = 107$  grados. Se verifica que el punto donde el paso es máximo está muy cercano al punto donde la coordinación es la mejor.

En la figura 6.19 se muestra el punto de trabajo  $(109, 90)$  y su variación con  $A$  y  $\Delta\phi$ .

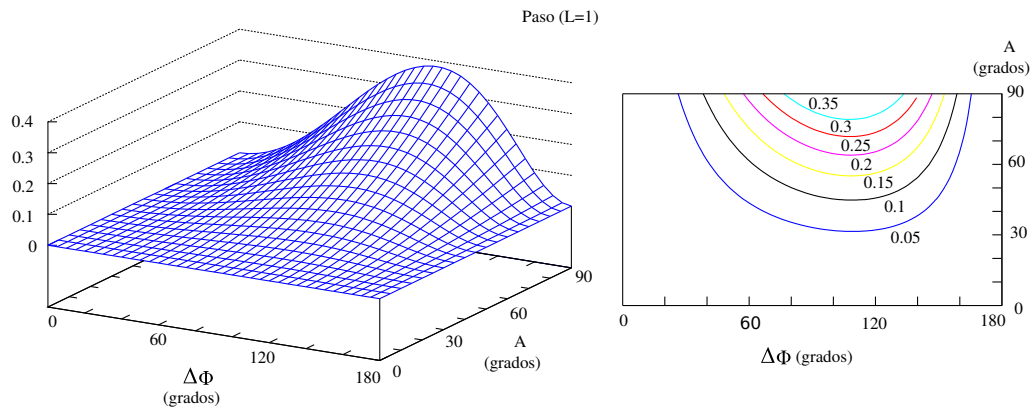


Figura 6.18: Representación gráfica del paso de la configuración PP en función de los parámetros  $A$  y  $\Delta\phi$

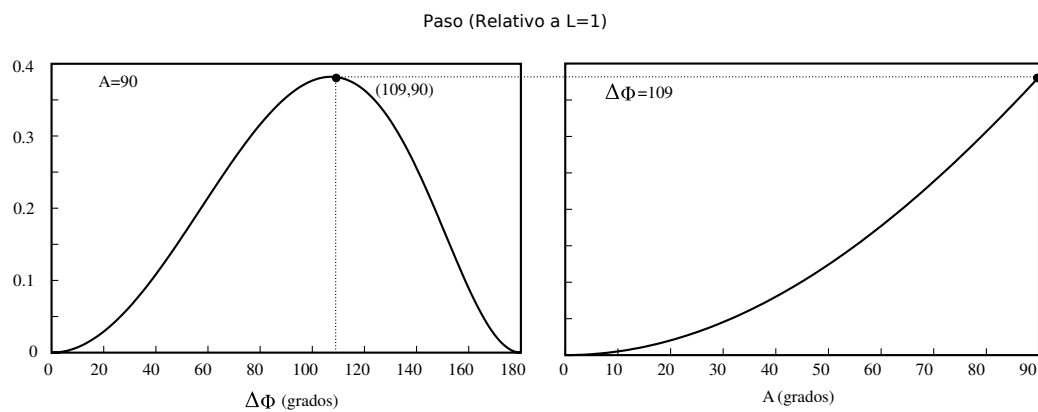


Figura 6.19: Punto de trabajo  $(109, 90)$  y su variación con  $A$  y  $\Delta\phi$

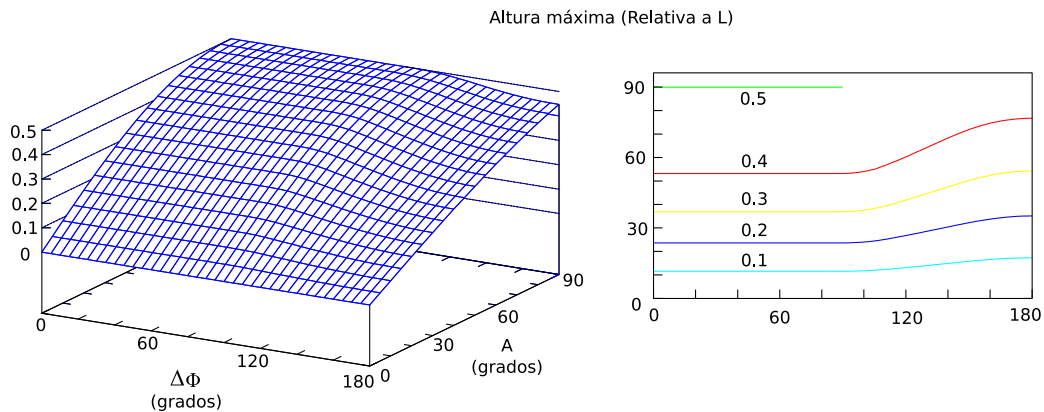


Figura 6.20: Altura de la configuración PP en función de  $A$  y  $\Delta\phi$

### 6.6.3.7. Sentido del movimiento

El sentido del movimiento se controla con la variación de  $\phi$  y el signo de  $\Delta\phi$ . Las combinaciones son:

- $\phi$  variando entre  $[0, -360]$ 
  - $\Delta\phi > 0$ , desplazamiento en sentido positivo del eje  $y$
  - $\Delta\phi < 0$ , desplazamiento en sentido negativo del eje  $y$
- $\phi$  variando entre  $[0, 360]$ 
  - $\Delta\phi < 0$ , desplazamiento en sentido positivo del eje  $y$
  - $\Delta\phi > 0$ , desplazamiento en sentido negativo del eje  $y$

## 6.6.4. Dimensiones

### 6.6.4.1. Altura

En la figura 6.20 se muestra la altura de la configuración PP y su variación con los parámetros  $A$  y  $\Delta\phi$  cuando la longitud de los segmentos es  $L = 1$ . La altura máxima  $L/2$  que se obtiene para  $A = 90$  y  $\Delta\phi = 0$ . La variación con  $\Delta\phi$  es pequeña. Para  $\Delta\phi < 90$  el valor se mantiene constante y disminuye para  $\Delta\phi > 90$ . La influencia de la amplitud es mayor. Se puede conseguir que el robot tenga desde altura 0 hasta la máxima.

En la figura 6.21 se muestra la variación de la altura del punto de trabajo  $(90, 90)$ .

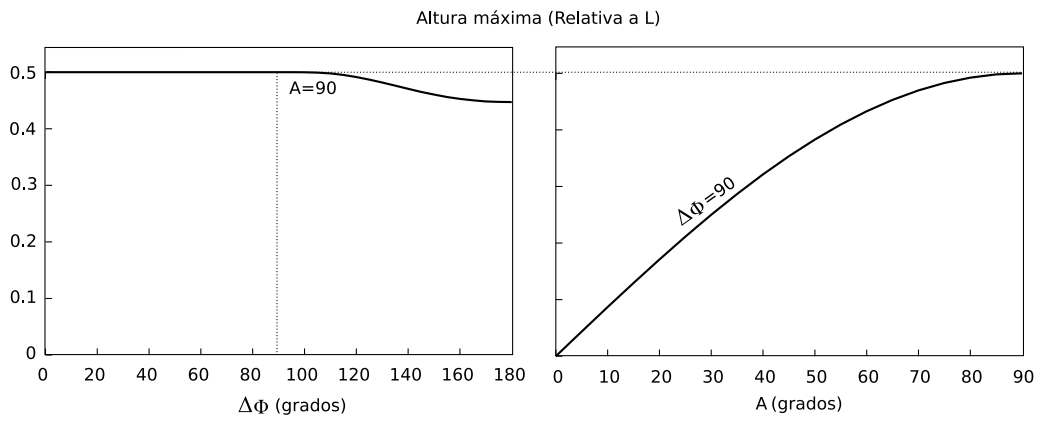


Figura 6.21: Izquierda: Variación de la altura con  $\Delta\phi$  para  $A = 90$ . Derecha: Variación de la altura con  $A$  para  $\Delta\phi=90$

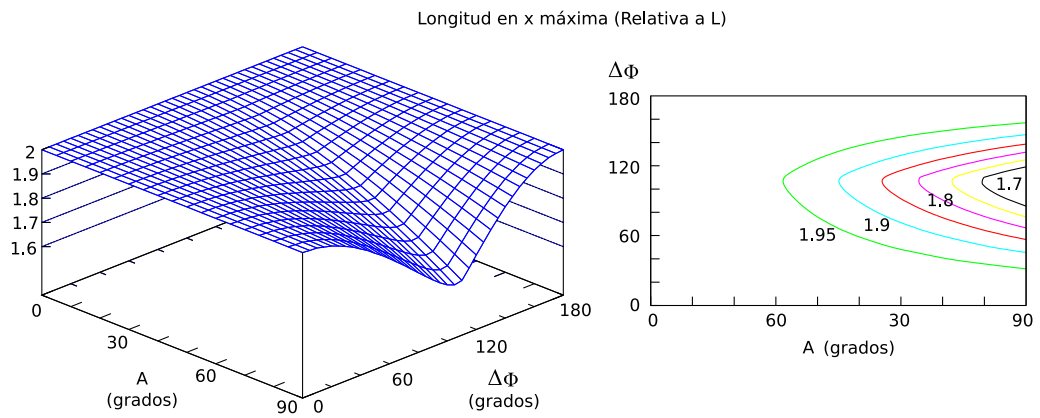


Figura 6.22: Anchura de la configuración PP en función de  $A$  y  $\Delta\phi$

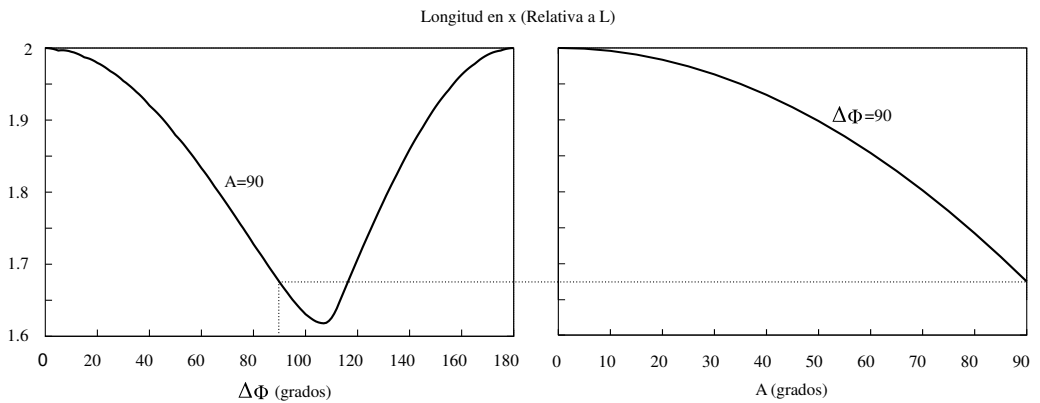


Figura 6.23: Variación de la anchura. Izquierda: con  $\Delta\phi$  para  $A = 90$ . Derecha: con  $A$  para  $\Delta\phi = 90$



### 6.6.4.2. Anchura

En la figura 6.22 se muestra la anchura y su variación con  $A$  y  $\Delta\phi$ . Disminuye al aumentar  $A$ . En la variación con  $\Delta\phi$  presenta los máximos en 0 y 180 y los mínimos están en el intervalo  $[107, 109]$ .

En la figura 6.23 se ha representado la variación de la anchura para el punto de trabajo  $(90, 90)$ .

### 6.6.5. Resumen

El estudio del movimiento de la configuración PP se ha dividido en **cuatro etapas**. En cada una de ellas se tiene unos puntos de apoyo diferentes. Se ha calculo el **ángulo de orientación**  $\phi_0$  para todas ellas, lo que permite obtener los vectores de posición de todas las articulaciones.

Para estudiar la coordinación se ha definido un **criterio de buena coordinación** basado en la distancia relativa entre los puntos de apoyo de la etapa 2, que es donde se propaga la mini-onda de movimiento. Si esta distancia es constante o pequeña, no existirán pérdidas en la propagación de la onda.

Se ha propuesto una **ecuación para calcular el paso**, basado en la premisa de que es igual a la contracción inicial. Su valor aumenta con la amplitud  $A$  y es máximo para una diferencia de fase de  $\Delta\phi = 107$  grados, muy cercano al intervalo donde la coordinación es la mejor.

Como conclusión de este movimiento, para el modelo alámbrico la mejor coordinación se produce en el intervalo  $[108, 110]$  y si la amplitud es de 90 grados, el paso será prácticamente igual al máximo.

## 6.7. Movimiento de rodar

### 6.7.1. Descripción del movimiento

El movimiento de rodar permite que la configuración PYP pueda rotar sus módulos alrededor de su eje corporal provocando un desplazamiento. En la solución encontrada las restricciones que se tienen que aplicar para que se produzca son:  $\Delta\phi_{vh} = 90$ ,  $\Delta\phi_v = 0$  y  $A_v = A_h = A$ . El movimiento tiene por tanto un único grado de libertad,  $A$ , que determina la forma del robot al rodar.

En la figura 6.24 se ha representado el modelo alámbrico de la configuración PYP rodando durante medio ciclo. Cada ciclo se divide en dos semiperiodos, comprendidos entre las fases  $\phi \in [0, 180]$  y  $\phi \in [180, 360]$ , en los que el movimiento es el mismo. En cada uno de ellos el robot rota 180 grados. Cada uno de estos semiperiodos se divide a su vez en **2 etapas**. En la figura 6.24 están representadas las dos etapas del primer semiperiodo, comprendidas entre las fases  $\phi \in [0, 90]$  y  $\phi \in [90, 180]$ . En cada una el robot rota 90 grados. En la figura 6.25 se ha representado la proyección en el plano horizontal

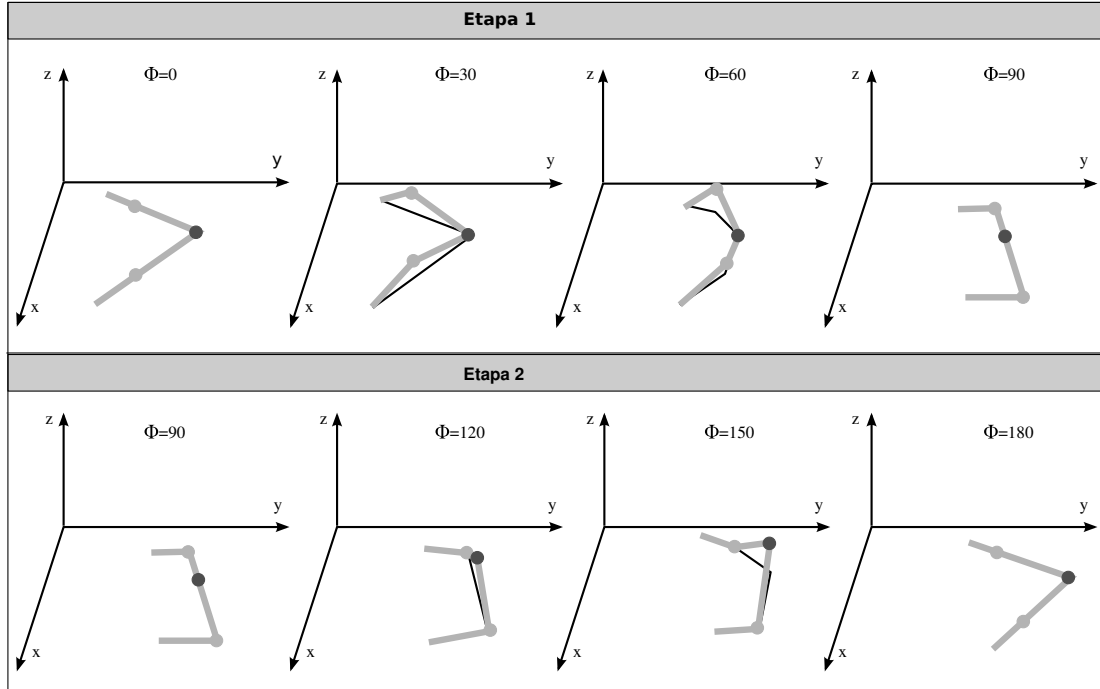


Figura 6.24: Movimiento de rodar del modelo alámbrico de la configuración PYP

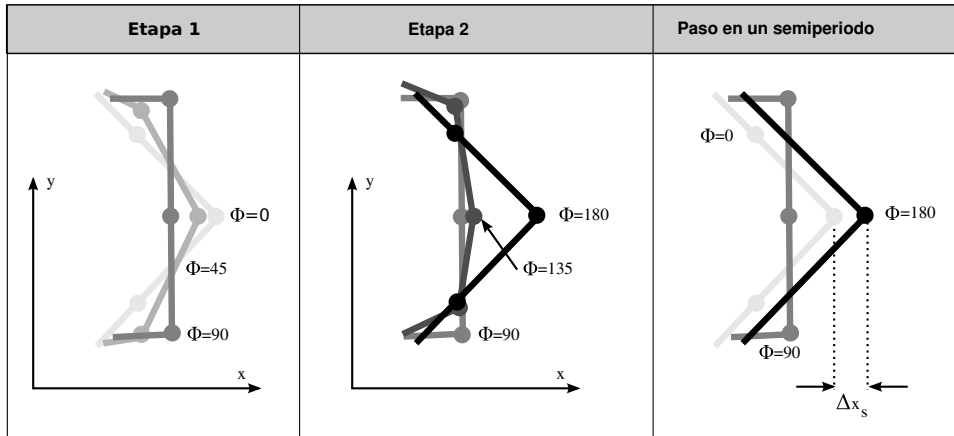


Figura 6.25: Vista superior del movimiento de rodar del modelo alámbrico de la configuración PYP

$xy$  en el que se puede apreciar el paso  $\Delta x$  que da el robot al cabo de un ciclo. Se observa que los puntos de apoyo varían su posición respecto al suelo por lo que para encontrar la ecuación exacta del paso del modelo alámbrico habrá que estudiar la dinámica. En general su valor dependerá del tipo de superficie.

El mecanismo de rotación es diferente en las dos etapas. Al comienzo de la primera las articulaciones tienen las orientaciones de cabeceo-viraje-cabeceo (PYP) y al finalizar, como cada una de ellas ha rotado 90 grados, la nueva orientación será de viraje-cabeceo-viraje (YPY). La etapa 2 comienza con esta orientación y al rotar los 90 grados finaliza con la orientación PYP original. Se trata en realidad de un movimiento de rodar de dos configuraciones diferentes, la PYP y la YPY. Por ello, en su estudio distinguiremos entre los parámetros  $A_h$  y  $A_v$ . Las ecuaciones que emplearemos son:

$$\begin{aligned}\varphi_1 = \varphi_3 &= A_v \sin \phi \\ \varphi_2 &= A_h \sin \left( \phi + \frac{\pi}{2} \right) = -A_h \cos \phi\end{aligned}\quad (6.18)$$

Esto nos permitirá determinar los valores correspondientes de  $A_v$  y  $A_h$  que hay que aplicar por separado en cada etapa para lograr el movimiento. En el apartado 6.7.8 lo aplicaremos al caso en el que  $A_v = A_h = A$  y con las dimensiones de los módulos Y1 diseñados en esta tesis.

En los restantes apartados estudiaremos el movimiento suponiendo que los módulos son hexaedros de dimensiones  $LxWxH$ . Sin embargo, esto no es un requisito necesario. El que el robot ruede es una característica intrínseca del modelo alámbrico. Una configuración mínima PYP con valores de anchura y altura nulos puede rodar. Cuando los módulos son hexaedros aparecen restricciones en las amplitudes de manera que no sólo se producirá el movimiento para valores de  $A_h$  y  $A_v$  mayores que un cierto valor mínimo. Esto se analiza con detalle en el apartado 6.7.5.

### 6.7.2. Modelo cinemático

Para el estudio del movimiento emplearemos el modelo cinemático mostrado en la figura 6.26. En vez de utilizar el modelo general de la configuración PYP mostrado en el apartado 6.4.3.2, aprovechamos la simetría de este movimiento para simplificar las ecuaciones. Tomaremos como origen la articulación central (la 2). Los sistemas de referencia empleados son el  $R_0$ ,  $R_1$ ,  $R_2$  y  $R_3$ . Los sistemas  $R_2$  y  $R_3$  están situados sobre las articulaciones 2 y 3 respectivamente, igual que en el caso general.  $R_1$  se encuentra también sobre la articulación 2. Su eje  $x_1$  se encuentra orientado en la dirección del eje de simetría.  $R_2$  está rotado un ángulo  $\theta_2$  respecto a  $R_1$ . Por la simetría, este ángulo es igual a  $\varphi_2/2$ .

El sistema de referencia  $R_0$  está también situado sobre la articulación 2 y su plano  $x_0y_0$  es paralelo al suelo. Lo utilizaremos como referencia para conocer el ángulo  $\theta_1$  que ha rotado el robot respecto al eje  $y_0$ .

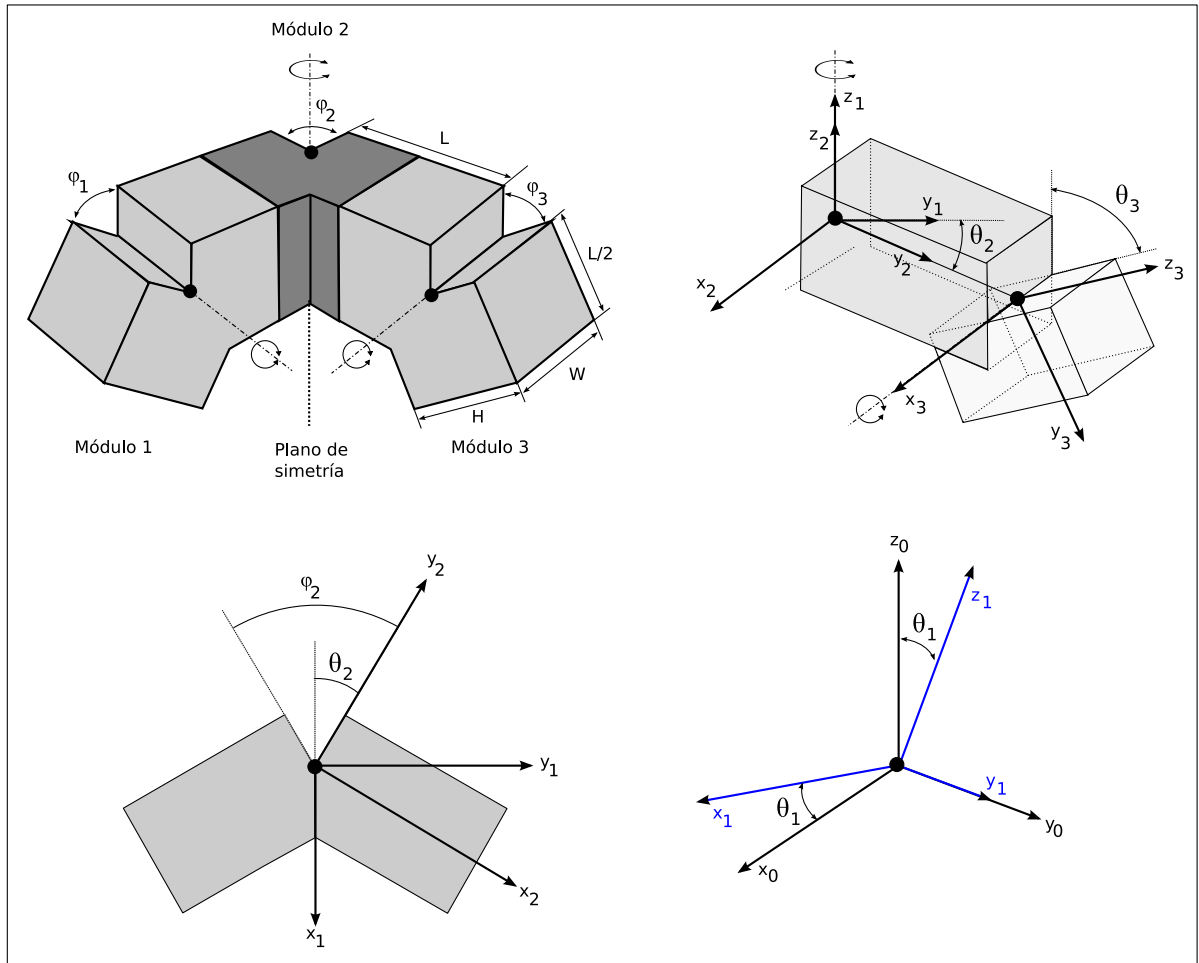


Figura 6.26: Modelo cinemático empleado para el estudio del movimiento de rodar de la configuración PYP

Por tanto, el movimiento lo describimos mediante tres ángulos  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  y  $\theta_3$ . Por el criterio de signos empleados, tenemos que:

$$\begin{aligned}\theta_2 &= -\frac{\varphi_2}{2} \\ \theta_3 &= -\varphi_3\end{aligned}\quad (6.19)$$

El ángulo de rotación del robot,  $\theta_1$  se obtiene como una función de  $\theta_2$  y  $\theta_3$  y su expresión depende de la etapa del movimiento. Se calcula en el apartado 6.7.3.

Las transformadas homogéneas que definen el modelo, utilizando la misma notación definida en el apartado 6.4.3.2, son:

- Transformada entre los sistemas  $R_3$  y  $R_2$ : Rotación de un ángulo  $\theta_3$  alrededor de  $x_3$  y traslación de una distancia  $L$  a lo largo de  $y_2$ .

$$H_2^3 = T_y(L)R_x(\theta_3) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta_3 & -\sin\theta_3 & L \\ 0 & \sin\theta_3 & \cos\theta_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- Transformada entre los sistemas  $R_2$  y  $R_1$ : Rotación de un ángulo  $\theta_2$  alrededor de  $z_2$

$$H_1^2 = R_z(\theta_2) = \begin{pmatrix} \cos\theta_2 & -\sin\theta_2 & 0 & 0 \\ \sin\theta_2 & \cos\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- Transformada entre los sistemas  $R_1$  y  $R_0$ : Rotación de un ángulo  $\theta_1$  alrededor del eje  $y_1$

$$H_0^1 = R_y(\theta_1) = \begin{pmatrix} \cos\theta_1 & 0 & \sin\theta_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\theta_1 & 0 & \cos\theta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- Rotación de -90 grados respecto al eje  $x_0$  para definir el estado inicial del sistema de referencia  $R_0$  al comienzo de la etapa 2:

$$H_{-90} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

### 6.7.3. Ángulo de rotación $\theta_1$

#### 6.7.3.1. Etapa 1

El ángulo de rotación  $\theta_1$  está dado por la siguiente expresión:

$$\theta_1 = \arctan \left( - \frac{\sin(A_v \sin \phi)}{(2 + \cos(A_v \sin \phi)) \sin\left(\frac{A_h}{2} \cos \phi\right)} \right) \quad (6.20)$$

Al comienzo de la etapa 1, cuando  $\phi = 0$ , el robot no ha rotado y se obtiene que  $\theta_1 = 0$ . Al finalizar la etapa ( $\phi = 90$ ) el robot ha rotado un ángulo  $\theta_1 = -90$ .

#### Demostración

Durante la etapa 1, los puntos de apoyo son los dos extremos (puntos  $P_0$  y  $P_4$ ) y la articulación central (Punto  $P_2$ ) (ver figura 6.24). Para el cálculo de  $\theta_1$  imponemos la condición de que  $P_4$  esté en contacto con el suelo y por tanto su coordenada  $z$  referida al sistema  $R_0$  debe ser 0 para todas las fases. Es decir, que se cumpla que:

$$\vec{r}_4 \cdot \hat{z}_0 = 0$$

Aplicando la ecuación 6.3 queda:

$$\left( H_0^1 H_1^2 H_2^3 \vec{r}_3^4 \right) \cdot \hat{z}_0 = 0$$

Sustituyendo  $\vec{r}_3^4$  por su valor (ecuación 6.5), operando y despejando  $\theta_1$  se obtiene la expresión (Los detalles se encuentran en el apéndice A.4.1):

$$\tan \theta_1 = -\frac{\sin \theta_3}{(2 + \cos \theta_3) \sin \theta_2}$$

Poniendo  $\theta_2$  y  $\theta_3$  en función de los ángulos de doblaje (ecuación 6.19):

$$\tan \theta_1 = -\frac{\sin(A_v \sin \phi)}{(2 + \cos(A_v \sin \phi)) \sin\left(\frac{A_h}{2} \cos \phi\right)}$$

Sustituyendo los ángulos de doblaje por su valores para el movimiento de rodar (ec. 6.18) se obtiene la expresión final 6.20.

### 6.7.3.2. Etapa 2

El ángulo de rotación  $\theta_1$  está dado por la siguiente expresión:

$$\theta_1 = -90 + \arctan\left(\frac{\sin\left(\frac{A_h}{2} \cos \phi\right)}{\tan(A_v \sin \phi)}\right) \quad (6.21)$$

La etapa 2 comienza en la fase  $\phi = 90$ , en la que la el robot ha rotado un ángulo de  $\theta_1 = -90$ . Finaliza en  $\phi = 180$ , obteniéndose un valor de  $\theta_1 = -180$ .

### Demostración

En la etapa 2 los segmentos izquierdo y derecho permanecen en contacto con el suelo, apoyados sobre el plano  $z_0 = 0$ . Para el cálculo de  $\theta_1$  impondremos esa condición al segmento derecho. Se debe cumplir que:

$$\vec{d}_4 \cdot \hat{z}_0 = 0$$

Donde  $\vec{d}_4$  representa la orientación del segmento derecho. Si este vector lo referimos al sistema  $R_3$  y lo denotamos por  $\vec{a}_3^4$ , la expresión queda:

$$\left(H_{-90} H_0^1 H_1^2 H_2^3 \vec{a}_3^4\right) \cdot \hat{z}_0 = 0 \quad (6.22)$$

El segmento derecho es el que va desde la articulación 2 hasta el punto  $P_4$ . Su expresión referida al sistema  $R_3$  es por tanto:

$$\vec{d}_3^A = \frac{L}{2} \hat{y}_3$$

Sustituyéndolo en la ecuación 6.22, operando y despejando obtenemos la expresión de  $\theta_1$  (los detalles están en el apéndice A.4.2):

$$\tan \theta_1 = \frac{\sin \theta_2 \cos \theta_3}{\sin \theta_3}$$

Expresando el ángulo  $\theta_1$  tomando como referencia la etapa 1:

$$\theta_1 = -90 - \arctan \left( \frac{\sin \theta_2}{\tan \theta_3} \right)$$

Poniendo  $\theta_2$  y  $\theta_3$  en función de los ángulos de doblaje (ecuación 6.19):

$$\theta_1 = -90 - \arctan \left( \frac{\sin \frac{\varphi_2}{2}}{\tan \varphi_3} \right)$$

Sustituyendo los ángulos de doblaje por sus valores para el movimiento de rodar (ec. 6.18) se obtiene la expresión final A.4.2.

## 6.7.4. Funciones de estabilidad

### 6.7.4.1. Planteamiento

El modelo alámbrico de la configuración PYP siempre rueda, con independencia de la longitud de los módulos. Sin embargo, en el modelo hexaédrico este movimiento no se realiza siempre. Depende de la posición del centro de gravedad que es función de los parámetros geométricos del robot y de sus ángulos de doblaje. En este apartado estudiaremos las condiciones que se deben cumplir para que se produzca el movimiento.

En la figura 6.27 se muestran los dos movimientos posibles: rodar y desplazamiento lateral para cada una de las etapas. El que se realice uno u otro depende de la posición del punto crítico  $C$  con respecto al centro de masas ( $C_m$ ). Si  $C$  tiene una abscisa menor que  $C_m$  entonces el polígono de apoyo es tal



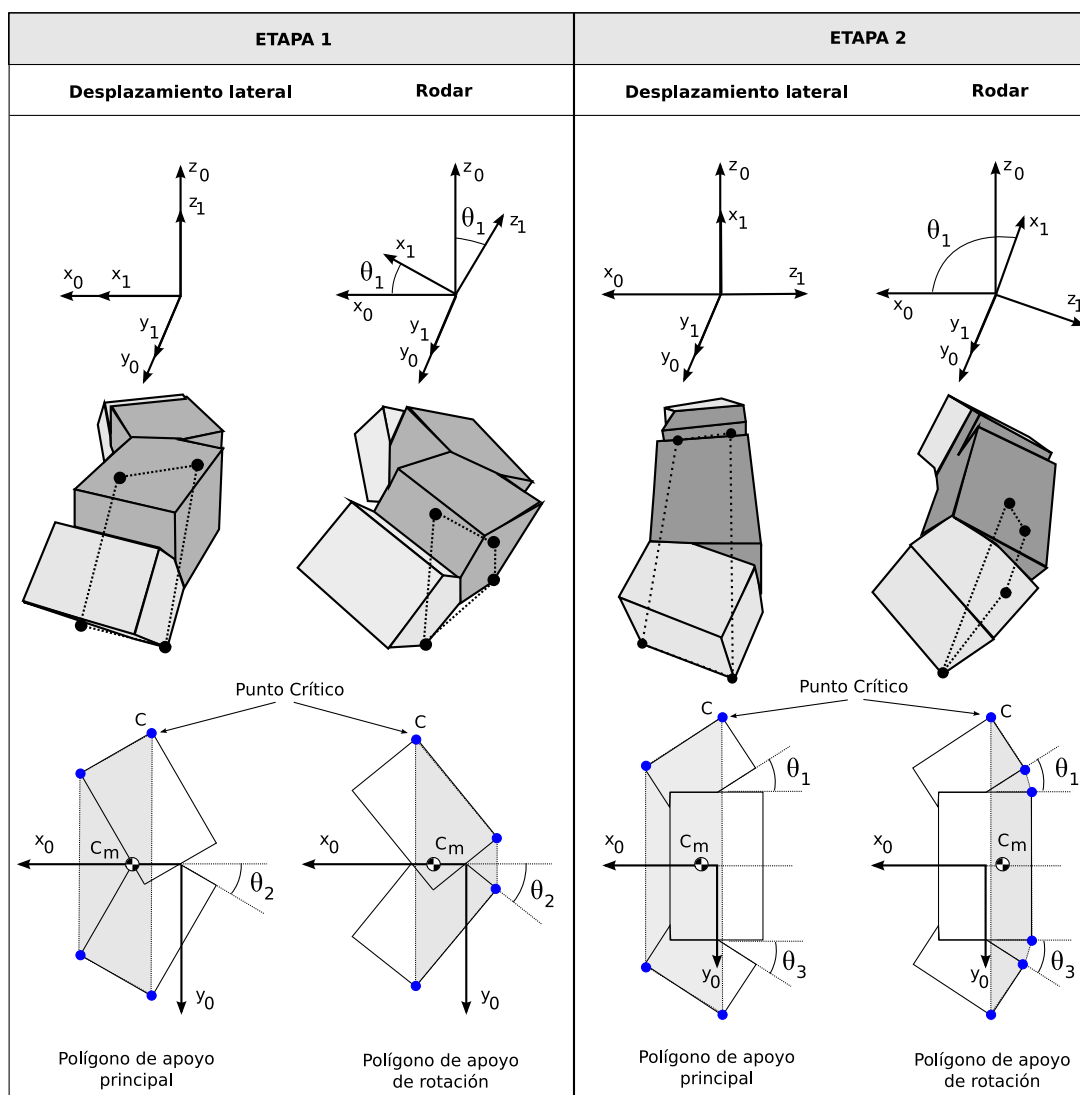


Figura 6.27: Movimientos de rodar y desplazamiento lateral de la configuración PYP en función de la posición del centro de gravedad

que la orientación del robot es paralela al plano  $x_0y_0$  ( $\theta_1 = 0$  en la etapa 1 o  $\theta_1 = 90$  en la etapa 2). Lo denominamos **polígono de apoyo principal**.

Por el contrario, si la abscisa de  $C$  es mayor que la de  $C_m$ , **el polígono de apoyo lo denominamos de rotación** y la orientación del robot cambia. Ahora  $\theta_1 > 0$  en la etapa 1 y  $\theta_1 > 90$  en la etapa 2.

#### 6.7.4.2. Expresiones

Definimos la función de estabilidad como la diferencia entre la abscisa del punto crítico  $C$  y la del centro de masas, referidas al sistema de referencia  $R_0$ . Su expresión general es:

$$e(\phi) = \vec{C}_0 \cdot \hat{x}_0 - \vec{C}_{m_0} \cdot \hat{x}_0 \quad (6.23)$$

Particularizando para las dos etapas, se obtienen las expresiones finales:

##### ■ Función de estabilidad para la etapa 1

$$e(\phi) = \left( \frac{W}{2} \cos \frac{\varphi_2}{2} - \sin \frac{\varphi_2}{2} \left( \frac{5}{12} L \cos \varphi_3 - \frac{H}{2} \sin \varphi_3 + \frac{L}{3} \right) \right) \cos \theta_1 + \left( H \cos \varphi_3 + \frac{5}{6} L \sin \varphi_3 \right) \frac{\sin \theta_1}{2} \quad (6.24)$$

##### ■ Función de estabilidad para la etapa 2

$$e(\phi) = \left( \frac{W}{2} \cos \frac{\varphi_2}{2} - \sin \frac{\varphi_2}{2} \left( \frac{5}{12} L \cos \varphi_3 + \frac{H}{2} \sin \varphi_3 + \frac{L}{3} \right) \right) \cos \theta_1 - \left( H \cos \varphi_3 - \frac{5}{6} L \sin \varphi_3 \right) \frac{\sin \theta_1}{2} \quad (6.25)$$

#### 6.7.4.3. Deducciones

##### Etapa 1

Partimos de la ecuación 6.23 y sustituimos en ella los valores de  $\vec{C}_0$  y  $\vec{C}_{m_0}$  para la etapa 1. En la figura 6.28 se muestran la situación del punto crítico referido al sistema  $R_3$  y la notación empleada.

El centro de masas lo calculamos a partir de los centros de masas de cada uno de los dos cuerpos. Sus vectores de posición los denotamos por  $\vec{E}_0$  y  $\vec{D}_0$ , referidos al sistema  $R_0$ . El robot lo podemos ver como constituido por tres bloques iguales de masa  $M$ . Aplicando la fórmula del centro de masas, suponiendo que la masa está uniformemente distribuida:

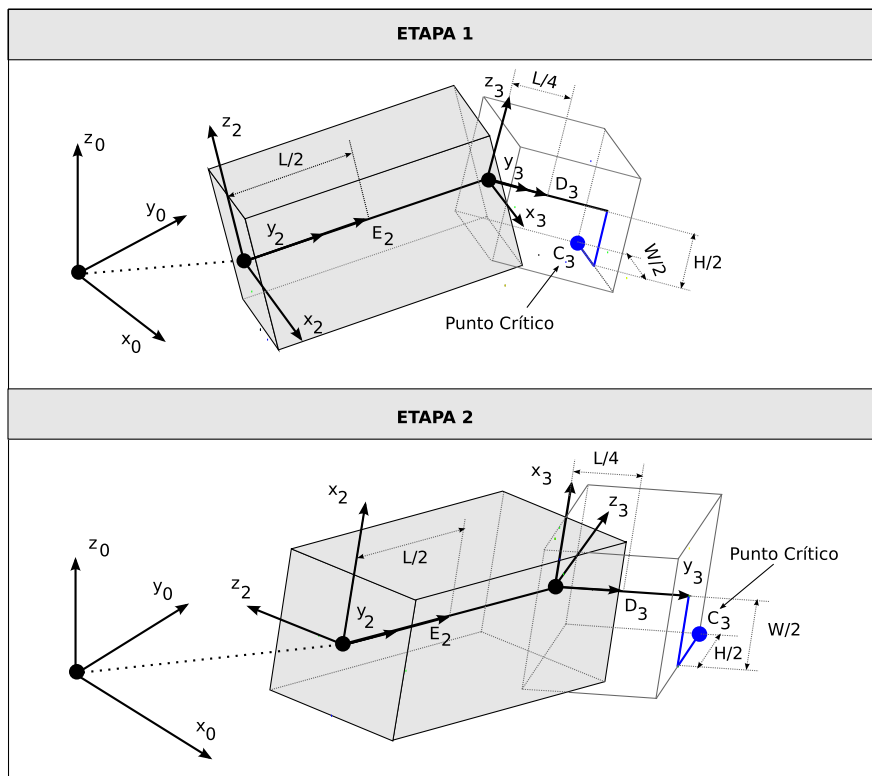


Figura 6.28: Punto crítico C en las dos etapas

$$\vec{C}_{m_0} = \frac{1}{M_T} \sum_{i=1}^n M_i \vec{r}_i = \frac{1}{3M} (2M\vec{E}_0 + M\vec{D}_0) = \frac{1}{3} (2\vec{E}_0 + \vec{D}_0) \quad (6.26)$$

Los vectores  $\vec{E}_0$  y  $\vec{D}_0$  expresados con respecto a los sistemas de referencia  $R_2$  y  $R_3$  son:

$$\begin{aligned} \vec{E}_0 &= H_0^1 H_1^2 \vec{E}_2 \\ \vec{D}_0 &= H_0^1 H_1^2 H_2^3 \vec{D}_3 \end{aligned}$$

Sustituyendo en la ecuación 6.26 obtenemos:

$$\vec{C}_{m_0} = \frac{1}{3} (2H_0^1 H_1^2 \vec{E}_2 + H_0^1 H_1^2 H_2^3 \vec{D}_3) = \frac{1}{3} H_0^1 H_1^2 (\vec{E}_2 + H_2^3 \vec{D}_3) \quad (6.27)$$

El punto crítico  $\vec{C}_0$  en función del sistema de referencia  $R_3$  es:

$$\vec{C}_0 = H_0^1 H_1^2 H_2^3 \vec{C}_3 \quad (6.28)$$

Sustituyendo 6.27 y 6.26 en 6.23:

$$e(\phi) = \vec{C}_0 \cdot \hat{x}_0 - \vec{C}_{m_0} \cdot \hat{x}_0 = \left( H_0^1 H_1^2 H_2^3 \vec{C}_3 - \frac{1}{3} H_0^1 H_1^2 (\vec{E}_2 + H_2^3 \vec{D}_3) \right) \cdot \hat{x}_0$$

Operando llegamos a:

$$e(\phi) = \left( H_0^1 H_1^2 \left( \frac{2}{3} \vec{E}_2 + H_2^3 \left( \frac{\vec{D}_3}{3} - \vec{C}_3 \right) \right) \right) \cdot \hat{x}_0 \quad (6.29)$$

Los valores de  $E_2$ ,  $D_3$  y  $C_3$  se obtiene de la figura 6.28:

$$\begin{aligned} \vec{C}_3 &= \frac{L}{2} \hat{y}_3 - \frac{W}{2} \hat{x}_3 - \frac{H}{2} \hat{z}_3 \\ \vec{E}_2 &= \frac{L}{2} \hat{y}_2 \\ \vec{D}_3 &= \frac{L}{4} \hat{y}_3 \end{aligned} \quad (6.30)$$

Sustituyendo 6.30 en 6.29:

$$e(\phi) = \left( \frac{W}{2} \cos \theta_2 + \sin \theta_2 \left( \frac{5}{12} L \cos \theta_3 + \frac{H}{2} \sin \theta_3 + \frac{L}{3} \right) \right) \cos \theta_1 + \left( H \cos \theta_3 - \frac{5}{6} L \sin \theta_3 \right) \frac{\sin \theta_1}{2}$$

Poniéndola en función de los ángulos de doblaje (ecuaciones 6.19) se llega a la expresión final 6.24.

**Etapa 2**

El razonamiento es el mismo que para la etapa 1, lo único que cambian son las coordenadas del punto crítico que ahora son (ver figura 6.28):

$$\vec{C}_3 = \frac{L}{2}\hat{y}_3 - \frac{W}{2}\hat{x}_3 + \frac{H}{2}\hat{z}_3$$

Sustituyendo en la ecuación 6.29 se obtiene:

$$e(\phi) = \left( \frac{W}{2} \cos \theta_2 + \sin \theta_2 \left( \frac{5}{12}L \cos \theta_3 - \frac{H}{2} \sin \theta_3 + \frac{L}{3} \right) \right) \cos \theta_1 - \left( H \cos \theta_3 + \frac{5}{6}L \sin \theta_3 \right) \frac{\sin \theta_1}{2}$$

Poniéndola en función de los ángulos de doblaje (ecuaciones 6.19) se llega a la expresión final 6.25.

**6.7.5. Condiciones para rodar****6.7.5.1. Condiciones generales**

A continuación expresamos las condiciones generales para que se realicen los dos movimientos:

**Condición de desplazamiento lateral.** *Si para la fase inicial  $\phi = 0$  se verifica que  $e(0) > 0$ , entonces el movimiento será de desplazamiento lateral para todas las fases.*

El desplazamiento lateral sólo se puede realizar cuando el robot está en la etapa 1 (en la que la configuración es PYP), por ello esta condición sólo es válida en esta etapa. Cuando el polígono de apoyo es el principal, la función de estabilidad sólo depende del ángulo de doblaje de la articulación central  $\varphi_2$ . Las articulaciones  $\varphi_1$  y  $\varphi_3$  sólo hacen que el centro de gravedad sube o baje, pero no modifican su abscisa. Además, cuando  $\phi = 0$ , el valor absoluto del ángulo de doblaje  $\varphi_2$  es máximo (es igual a  $A_h$  por la ecuación 6.18). Este es el caso peor, donde la abscisa del centro de gravedad está más próxima a la del punto crítico. Para valores de  $\phi$  mayores de  $\phi_0$ , la distancia aumentará. Por tanto, si se garantiza que para  $\phi = \phi_0$  el polígono de apoyo es el principal, lo seguirá siendo para todas las fases.

**Condición de Rodar:** *Para que el robot ruede se deben verificar las siguientes dos condiciones:*

1. *Que inicialmente el polígono de apoyo sea el de rotación:  $e(\phi_0) < 0$*

2. Que la proyección del centro de masas permanezca dentro del polígono de rotación para todas las fases. Es decir que  $e(\phi) < 0$  para toda  $\phi$ . Esta condición se verifica si  $\max(e(\phi)) < 0$ .

La condición 1 no garantiza que se realice el movimiento de rodar. Implica que inicialmente el polígono de apoyo será el de rotación, pero al variar la fase puede ocurrir que el polígono de apoyo pase a ser el principal cambiando la orientación del robot. Si esto ocurre, el movimiento que aparece es inestable. El robot cambia su orientación constantemente por lo que no es capaz ni de desplazarse lateralmente ni de rodar.

Analizaremos estas condiciones en las dos etapas.

### 6.7.5.2. Condiciones Etapa 1

- **Condición de desplazamiento lateral:** Si  $A_h < A_{hL}$ , el movimiento será un desplazamiento lateral, donde  $A_{hL}$  está dado por:

$$A_{hL} = 2 \arctan\left(\frac{2}{3} \frac{W}{L}\right) \quad (6.31)$$

- **Condición para rodar:** Si se cumple que  $A_h > A_{hL}$  y  $e_{\max}(A_v, A_h, L, W, H) < 0$  el movimiento será de rodar, donde  $e_{\max}$  es el valor máximo de la función de estabilidad:  $e_{\max} = \max(e(\phi))$ .

La expresión de  $e_{\max}$  se puede resolver numéricamente. Dado un valor  $A_h > A_{hL}$ , se realizan iteraciones en los valores de  $A_v$  (entre 0 y 90) para encontrar el punto donde se cumple la condición  $e_{\max} = 0$ . En el apartado 6.7.8 se ha resuelto para el modelo hexaédrico con las dimensiones de los módulos  $YI$ .

### Demostración

Para la deducción de la ecuación 6.31 se impone la restricción  $e(0) = 0$ , donde  $e(\phi)$  es la función de estabilidad de la etapa 1 (ecuación 6.24). Operando se obtiene:

$$e(0) = -\frac{3}{4}L \sin \frac{\phi_2}{2} + \frac{W}{2} \cos \phi_2 = 0$$

Despejando  $\phi_2$ :

$$\tan \frac{\varphi_2}{2} = \frac{2W}{3L} \Rightarrow \varphi_2 = 2 \arctan \left( \frac{2W}{3L} \right)$$

El ángulo de doblaje  $\varphi_2$  en la fase  $\phi = 0$  es igual a  $-A_h$  (ec. 6.18). Tomando el valor absoluto se obtiene la expresión final 6.31.

### 6.7.5.3. Condiciones Etapa 2

- Condición para rodar. Si se cumple que  $A_v > A_{vL}$  y  $e_{max}(A_v, A_h, L, W, H) < 0$  el movimiento será de rodar.  $A_{vL}$  está dado por la expresión:

$$A_{vL} = \arctan \left( \frac{6H}{5L} \right) \quad (6.32)$$

### Demostración

Imponiendo la restricción  $e(90) = 0$ , donde  $e(\phi)$  es la función de estabilidad de la etapa 2 (ecuación 6.25). Operando se obtiene:

$$H \cos \varphi_3 - \frac{5}{6}L \sin \varphi_3 = 0$$

Despejando  $\varphi_3$ :

$$\tan \varphi_3 = \frac{6H}{5L} \Rightarrow \varphi_3 = \arctan \left( \frac{6H}{5L} \right)$$

El ángulo de doblaje  $\varphi_3$  en la fase  $\phi = 90$  es igual a  $A_v$  (ec. 6.18), obteniendo la expresión final 6.32.

### 6.7.6. Regiones de movimiento

Al emplear módulos hexaédricos de dimensiones  $L \times W \times H$ , el movimiento de rodar sólo se realiza para unos valores de las amplitudes verticales y horizontales que forman la región de movimiento. En la figura 6.29 se muestra el aspecto genérico de esta región. En los puntos interiores a esa región el robot rodará.

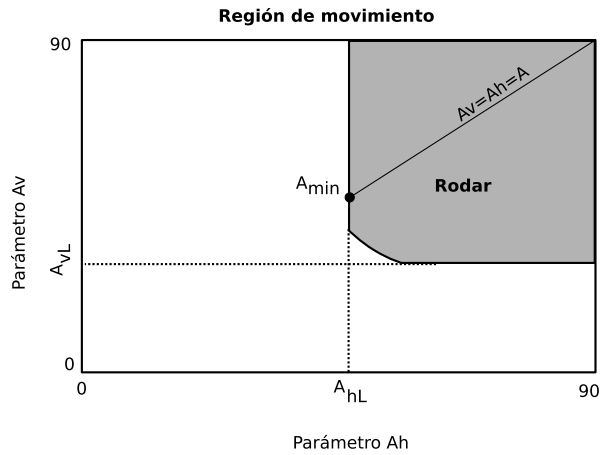


Figura 6.29: Región de movimiento para que la configuración PYP rueda, en función de los parámetros  $A_h$  y  $A_v$

Las soluciones encontradas en el movimiento de rodar tienen amplitudes iguales. Si se hace que  $A_v = A_h = A$ , definimos la amplitud mínima,  $A_{min}$ , como:

$$A_{min} = \max \{A_{vL}, A_{hL}\}$$

Así, la condición de rodar se expresa de esta manera:

**Condición para rodar** Si  $A > A_{min}$  entonces el robot rueda.

#### 6.7.6.1. Obtención de la región

Estudiaremos cómo se ha obtenido la región de movimiento. Para ello analizaremos la región en las etapas 1 y 2. Para que el movimiento de rodar se realice de una manera continua, el punto de trabajo  $(A_h, A_v)$  empleado tiene que pertenecer a la región de rodar de las dos etapas. La región solución la obtendremos como la intersección de las regiones de la etapa 1 y 2. En la figura 6.30 se muestran las regiones por separado.

##### **Etapas 1**

Si  $A_h < A_{hL}$  el movimiento será un desplazamiento lateral, con independencia del valor de  $A_v$ . Cuando  $A_h > A_{hL}$ , existen dos subregiones dependiendo del valor de  $A_v$ . En una de ellas, el polígono de apoyo es siempre el de rodar y por tanto el robot rodará. En la otra, se alternarán los dos polígonos por lo que será una zona inestable. La curva que separa ambas subregiones se calcula numéricamente a partir de la condición  $emax = 0$ , donde  $emax$  es el valor máximo de la función de estabilidad de la etapa 1.



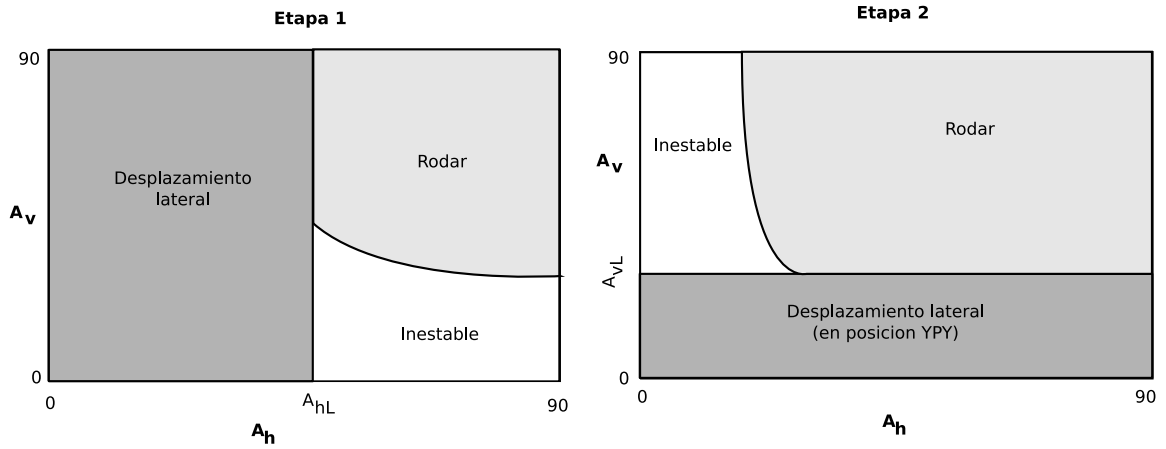


Figura 6.30: Regiones de movimiento en las etapas 1 y 2

**Etapa 2**

Para la etapa 2 sucede lo mismo. Cuando  $A_v < A_{vL}$  el movimiento será un desplazamiento lateral, pero en posición YPY. Cuando  $A_v > A_{vL}$ , tenemos nuevamente dos subregiones, una en la que se produce el movimiento de rodar y otra en la que los polígonos de apoyo se alternan.

**6.7.7. Paso**

Suponiendo que se está empleando un modelo hexaédrico de dimensiones genéricas  $LxWxH$  y que los valores de las amplitudes  $A_v$  y  $A_h$  están próximos a la frontera de la región de movimiento, el paso dado en cada etapa se puede aproximar por los parámetros  $W$  ó  $H$ . Así:

- Paso en la etapa 1:  $\Delta x_1 \approx W$
- Paso en la etapa 2:  $\Delta x_2 \approx H$

Por tanto, en estas condiciones, el paso total está dado por:

$$\Delta x \approx 2(W + H)$$

Si la sección del módulo es cuadrada ( $H = W$ ), entonces el paso queda:

$$\Delta x \simeq 4H \tag{6.33}$$

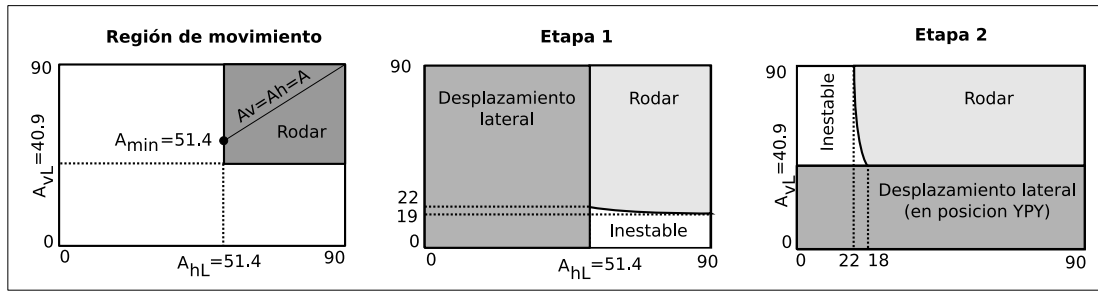


Figura 6.31: Regiones de movimiento para el caso de estudio: Etapa 1, 2 y la total

Parámetro	Descripción	Valor
$H$	Altura del módulo	5.2 cm
$W$	Anchura del módulo	5.2 cm
$L$	Longitud del módulo	7.2 cm
$A_{hL}$	Amplitud horizontal límite	51.4 grados
$A_{vL}$	Amplitud vertical límite	40.9 grados
$A_{min}$	Amplitud mínima para rodar	51.4 grados
$\Delta x$	Paso	20.8 cm

Cuadro 6.2: Parámetros para el caso de estudio

### 6.7.8. Caso de estudio

En este apartado se obtendrán valores numéricos cuando las dimensiones de los módulos se corresponden con la de los módulos Y1, empleado en los experimentos. En la figura 6.31 se ha representado las regiones de movimiento y en la tabla 6.2 se resumen los valores de todos sus parámetros.

Los valores de  $A_{vL}$  y  $A_{hL}$  se calculan a partir de las ecuaciones 6.32 y 6.31 respectivamente. El valor de  $A_{min}$  será el máximo de los dos, que es 51.4. Las regiones se han obtenido resolviendo numéricamente las ecuaciones implícitas  $emax(A_v, A_h) = 0$  de ambas etapas.

Finalmente, a partir de la ecuación 6.33 se obtiene el paso aproximado, cuando la amplitud  $A$  mayor que  $A_{min}$  pero está cercano a ella.

### 6.7.9. Resumen

El estudio del movimiento de rodar se divide en **dos etapas**. En la primera el robot pasa de la configuración PYP a la YPY y en la segunda de la YPY a la PYP. Para cada una de ellas se ha calculado el **ángulo de rotación**  $\theta_i$  en función de la fase y la **función de estabilidad** que determina cuál es el polígono de apoyo. A partir de esta función se han enunciado **las condiciones** que se deben cumplir para que se realice bien un movimiento de desplazamiento lateral o bien uno de rodar. Se han obtenido las expresiones de las amplitudes vertical y horizontal límites que diferencian estos modos

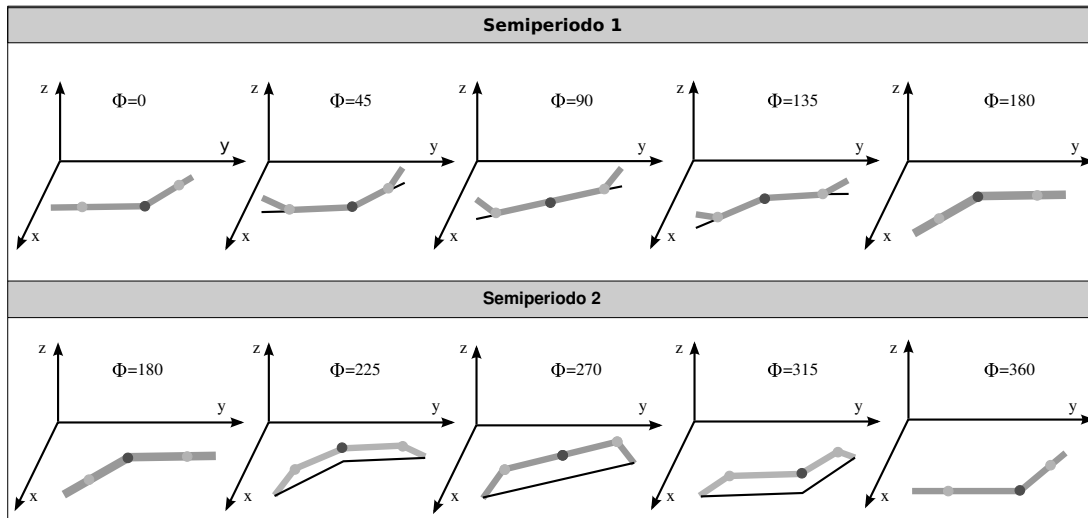


Figura 6.32: Modelo alámbrico de la configuración PYP realizando el desplazamiento lateral

de caminar. Su representación gráfica divide el espacio en **regiones de movimiento**. Finalmente se han calculado los valores de los diferentes parámetros para los robots construidos con módulos Y1.

## 6.8. Desplazamiento lateral

### 6.8.1. Descripción del movimiento

El desplazamiento lateral permite a la configuración PYP desplazarse hacia los lados sin variar la orientación de su eje corporal. Es un movimiento del tipo “remero”, igual que el presentado en el apartado 5.7.9, pero para un robot de tres módulos. Las restricciones a aplicar para que se realice este movimiento son las mismas que en el caso de rodar:  $\Delta\phi_{vh} = 90$  y  $\Delta\phi = 0$ . Tiene un único grado de libertad,  $A_h$ , que determina el paso del robot. El parámetro  $A_v$  puede ser igual a  $A_h$  o bien cercano a 0 para que la altura del centro de gravedad sea menor y se consiga más estabilidad.

En la figura 6.32 se muestra el movimiento del modelo alámbrico. En realidad, este modelo no es estable. Existen fases en las que sólo hay dos puntos de apoyo, como por ejemplo en  $\phi = 225$  por lo que el robot rodaría. Sin embargo se ha dibujado para entender mejor su mecanismo de desplazamiento. Para que el movimiento sea estable se tiene que verificar que el parámetro  $A_h$  sea menor que  $A_{hL}$  que se obtiene mediante la ecuación 6.31.

El movimiento se divide en **dos semiperiodos** comprendidos entre las fases  $\phi \in [0, 180]$  uno y  $\phi \in [180, 360]$  el otro. Durante el primero, son los módulos verticales los que se desplazan hacia adelante estando el horizontal en reposo en contacto con el suelo. Los dos brazos del robot, izquierdo y derecho

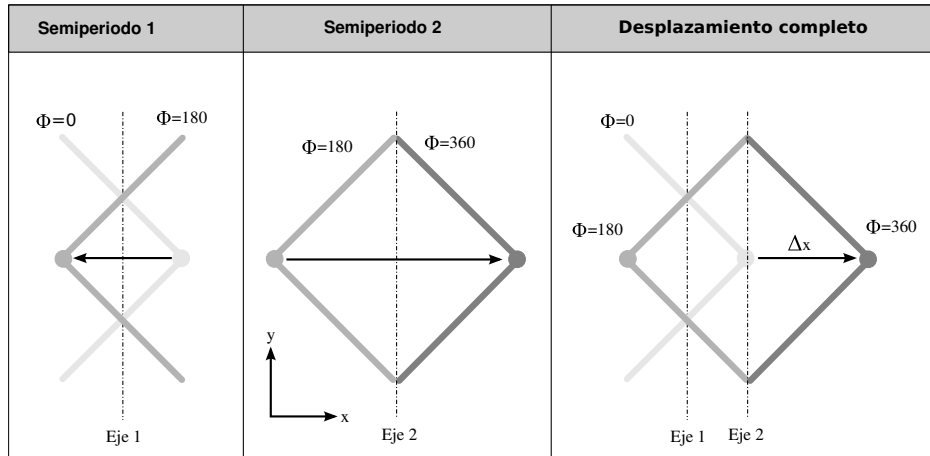


Figura 6.33: Vista superior del robot durante el desplazamiento lateral

se mueven de manera que al final del semiperiodo están adelantados. Durante el segundo es donde se realiza el verdadero desplazamiento. Los extremos del robot se usan como puntos de apoyo que permanecen fijos al suelo. El módulo horizontal se mueve de manera que se adelante y el ciclo vuelve a comenzar.

En la figura 6.33 se muestra la proyección horizontal de los gusanos en las fases 0, 180 y 360. Durante el primer semiperiodo la articulación horizontal rota y el robot cambia su forma de manera simétrica al eje 1. No hay desplazamiento. Durante el semiperiodo 2 los extremos entran en contacto con el suelo y al rotar la articulación horizontal el robot se desplaza una distancia. Al cabo de un ciclo, el robot se ha un paso  $\Delta x$ . Las ecuaciones para los ángulos de doblaje son:

$$\begin{aligned}\varphi_1 &= \varphi_3 = A_v \sin \phi \\ \varphi_2 &= A_h \sin \left( \phi + \frac{\pi}{2} \right) = -A_h \cos \phi\end{aligned}\quad (6.34)$$

### 6.8.2. Estabilidad

La estabilidad se estudió en el apartado 6.7.5. Para que se pueda realizar el movimiento se tiene que emplear el modelo hexaédrico y los módulos tienen que tener unas dimensiones  $L \times W \times H$ . La condición para que el robot pueda realizar el desplazamiento lateral es:

**Condición de desplazamiento:** Si  $A_h < A_{hL}$ , el movimiento será un desplazamiento lateral.

El tipo de movimiento está determinado por el punto de trabajo  $(A_h, A_v)$  de la región de movimiento de la etapa 1, descrita en el apartado 6.7.6.1. El parámetro  $A_{hL}$  está dado por la ecuación 6.31. Dentro de la zona donde el movimiento es estable, el valor de  $A_v$  puede ser cualquier del rango  $[0, 90]$ .

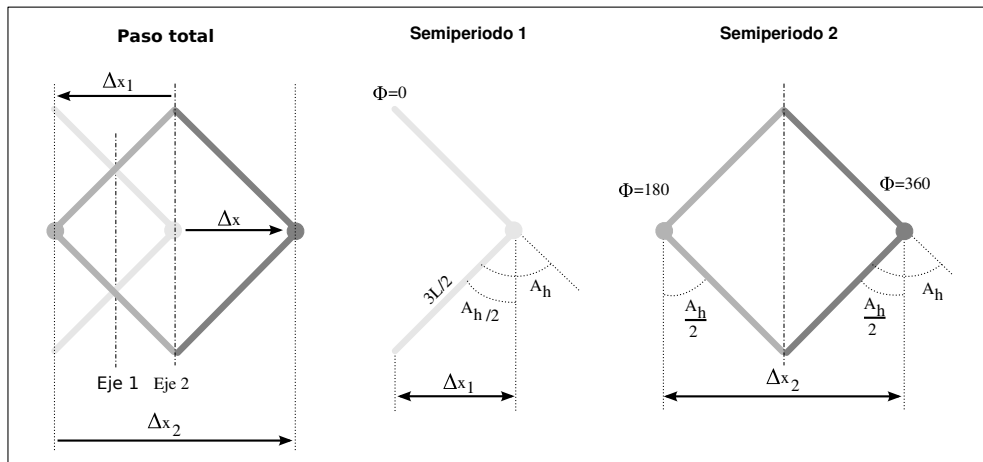


Figura 6.34: Deducción del paso en función de la geometría

### 6.8.3. Paso

El paso lo aproximaremos mediante ecuaciones obtenidas a partir de la geometría. Asumiremos lo siguiente:

- Durante el semiperiodo 1 no hay movimiento neto. El centro de masas está en el mismo sitio en las fases  $\phi = 0$  y  $\phi = 180$ .
- Durante el semiperiodo 2 los extremos permanecen en contacto con el suelo y NO deslizan.

Con estas asunciones, la ecuación propuesta para el paso es:

$$\Delta x = \frac{3L}{2} \sin\left(\frac{Ah}{2}\right) \quad (6.35)$$

El paso es mayor cuanto mayor sea el valor de la amplitud de la articulación horizontal.

#### 6.8.3.1. Deducción

El paso total será igual a la suma de los pasos dados en cada uno de los semiperiodos. Calcularemos el paso que da el punto central. El paso total será:

$$\Delta x = \Delta x_2 - \Delta x_1$$

A partir de la figura 6.34 se obtienen los pasos en ambos semiperiodos.

- Paso en semiperiodo 1:

$$\Delta x_1 = \frac{3L}{2} \sin\left(\frac{A_h}{2}\right)$$

- Paso en semiperiodo 2

$$\Delta x_2 = 2 \frac{3L}{2} \sin\left(\frac{A_h}{2}\right) = 3L \sin\left(\frac{A_h}{2}\right)$$

Con lo que el paso total queda como el de la ecuación 6.35.

#### 6.8.4. Sentido del movimiento

El sentido del movimiento se puede cambiar de las siguientes maneras:

- Si la fase varía entre 0 y 360 grados
  - $\Delta\phi_h > 0$ , desplazamiento en sentido positivo del eje  $x$
  - $\Delta\phi_h < 0$ , desplazamiento en sentido negativo del eje  $x$
- Si la fase varía entre 0 y -360
  - $\Delta\phi_h > 0$ , desplazamiento en sentido negativo del eje  $x$
  - $\Delta\phi_h < 0$ , desplazamiento en sentido positivo del eje  $x$

#### 6.8.5. Resumen

El movimiento de desplazamiento lateral se divide en **dos semiperiodos**. Uno en el que avanza el módulo central y otra en la que lo hacen los extremos. La coordinación es la misma que en el caso del movimiento de rodar. Si la amplitud es **menor que un cierto umbral**  $A_{hL}$  entonces el robot se moverá lateralmente.

El modelo alámbrico es inestable. El desplazamiento sólo se realizará si los módulos tienen un grosor. Para ese caso se ha propuesto **una ecuación para el paso**, deducida a partir de la geometría.

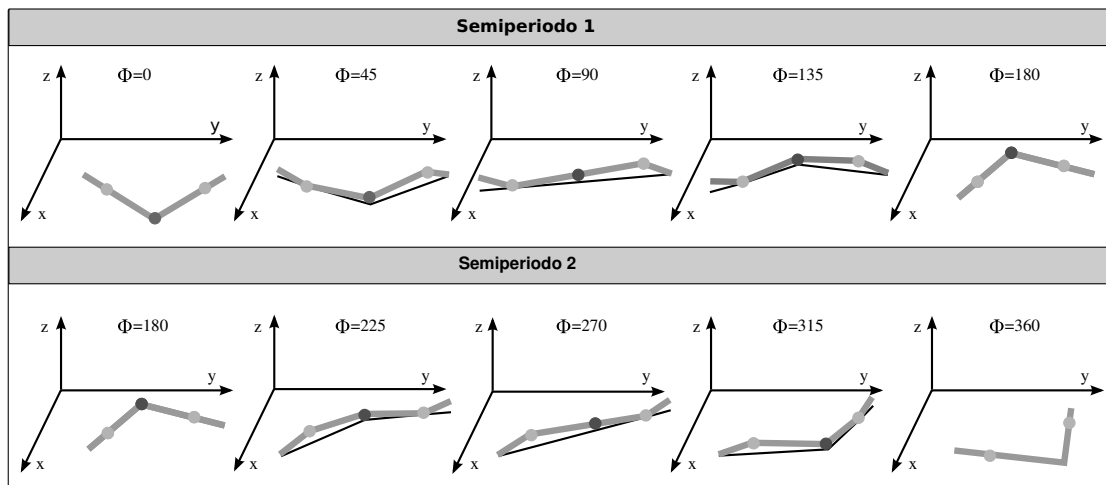


Figura 6.35: Modelo alámbrico de la configuración PYP realizando la rotación

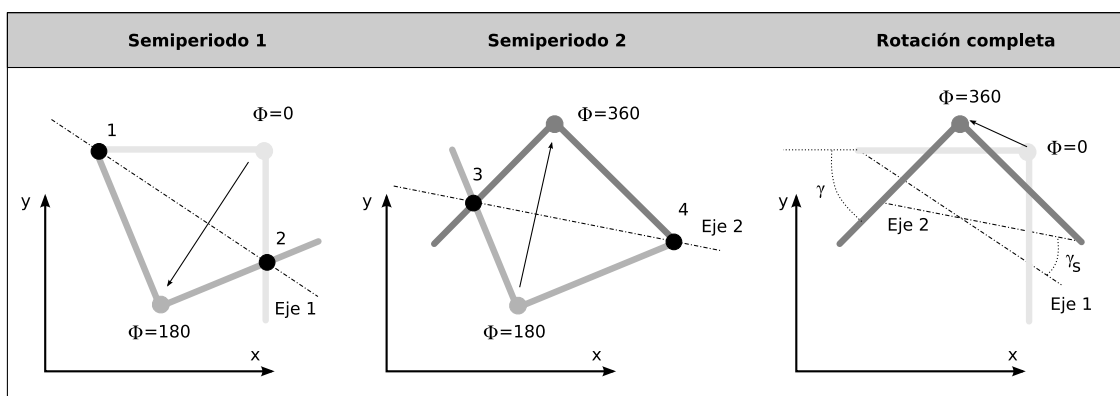


Figura 6.36: Vista superior del movimiento de rotación

## 6.9. Rotación

### 6.9.1. Descripción del movimiento

La rotación permite a la configuración PYP cambiar la orientación de su eje longitudinal. Las restricciones que se aplican para que se realice el movimiento son  $\Delta\phi_v = 180$  y  $\Delta\phi = 90$ . Tiene un único grado de libertad  $A_h$ , que determina el paso angular. El parámetro  $A_v$  puede tener cualquier valor comprendido entre 0 y 90.

En la figura 6.35 se muestra el movimiento del modelo alámbrico. Se divide en los **dos semiperiodos** comprendidos entre las fases  $\phi \in [0, 180]$  el primero y  $\phi \in [180, 360]$  el segundo. En cada semiperiodo el robot se desplaza simétricamente respecto a un eje. Cuando la fase inicial es 0, las articulaciones verticales tiene los ángulos de doblaje a 0 por lo que el robot se apoya en el suelo. Las articulaciones verticales comienzan a moverse una hacia arriba y otra hacia abajo, apareciendo dos puntos de apoyo. A la vez la articulación horizontal va rotando. Para  $\phi = 180$  la articulación horizontal se ha desplazado y el robot tiene una forma simétrica con  $\phi = 0$ .

En el segundo semiperiodo se repite el proceso pero ahora la articulación horizontal se mueve con respecto a otro eje de simetría. Los puntos de apoyo en el suelo son distintos con respecto al semiperiodo anterior.

En la figura 6.36 se muestran los semiperiodos 1 y 2 y la rotación final, en el planoxy. Durante el primer semiperiodo, los puntos de apoyo son el 1 y 2, contenidos en el eje de simetría. Cuando comienza el semiperiodo 2, los puntos de apoyo cambian al 2 y 4 por lo que ahora el eje de simetría cambia (eje 2) y al finalizar la rotación la forma del robot será la de  $\phi = 360$ . En la parte de la derecha se muestra el robot en sus posiciones iniciales ( $\phi = 0$ ) y finales ( $\phi = 360$ ). El ángulo que ha rotado es  $\gamma$  y el que forman los ejes de simetría es  $\gamma_s$ .

Las ecuaciones para los ángulos de doblaje son:

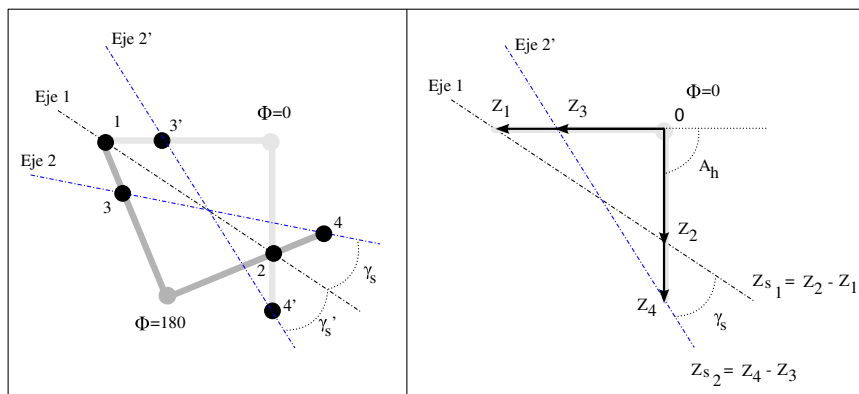
$$\begin{aligned}\varphi_1 &= A_v \sin \phi \\ \varphi_2 &= A_h \sin \left( \phi + \frac{\pi}{2} \right) = -A_h \cos \phi \\ \varphi_3 &= -A_v \sin \phi\end{aligned}\tag{6.36}$$

### 6.9.2. Paso

#### 6.9.2.1. Expresión

La ecuación para el cálculo del paso angular es:



Figura 6.37: Modelo geométrico empleados para el cálculo de  $\gamma_s$ 

$$\gamma = 2 \arctan \frac{\sin A_h}{\frac{3}{2} + \cos A_h} - 2 \arctan \left( \frac{\frac{3}{2} \sin A_h}{1 + \frac{3}{2} \cos A_h} \right) \quad (6.37)$$

El ángulo de rotación depende únicamente del parámetro  $A_h$ . Se verifica también que es igual al doble del ángulo de rotación de cada semiperiodo:  $\gamma = 2\gamma_s$ , en el modelo inalámbrico.

**Deducción de  $\gamma_s$**  El ángulo  $\gamma_s$  es el formado por los dos ejes de simetría de la rotación. El eje 1 pasa por los puntos 1 y 2 y el eje 2 por los puntos 3 y 4. El eje 2 es el que pasa por los puntos 3' y 4' cuando  $\phi = 180$ . Para el cálculo de  $\gamma_s$  es más sencillo utilizar el eje 2' que es el que pasa por los puntos 3' y 4', que son los puntos 3 y 4 cuando la fase es 0. Ambos ejes son simétricos respecto al eje 1 y se verifica que  $\gamma_s = \gamma'$  (ver figura 6.37, izquierda).

En la figura de la derecha se muestran los elementos para su cálculo. Para  $\phi = 0$ , se tiene que:

$$\varphi_1 = A_v \sin \phi = 0$$

$$\varphi_3 = A_v \sin(\phi + \pi) = 0$$

$$\varphi_3 = A_h \sin\left(\phi + \frac{\pi}{2}\right) = A_h$$

Aprovechando la simetría anterior, se tiene que:

$$\gamma_s = \gamma'_s = \arg(Zs_2) - \arg(Zs_1)$$

donde  $Zs_1$  y  $Zs_2$  son dos complejos que tienen la misma dirección que los ejes 1 y 2' respectivamente. El eje 1 se puede obtener como:

$$Zs_1 = Z_2 - Z_1 = Le^{-jA_h} + \frac{3}{2}L = L \left( e^{-jA_h} + \frac{3}{2} \right)$$

$$Zs_2 = Z_4 - Z_3 = \frac{3}{2}Le^{-jA_h} + L = L \left( \frac{3}{2}e^{-jA_h} + 1 \right)$$

donde los complejos  $z_1, z_2, z_3$  y  $z_4$  expresados con respecto al origen son:

$$\begin{aligned} Z_1 &= -\frac{3}{2}L \\ Z_2 &= Le^{-jA_h} \\ Z_3 &= -L \\ Z_4 &= \frac{3}{2}Le^{-jA_h} \end{aligned}$$

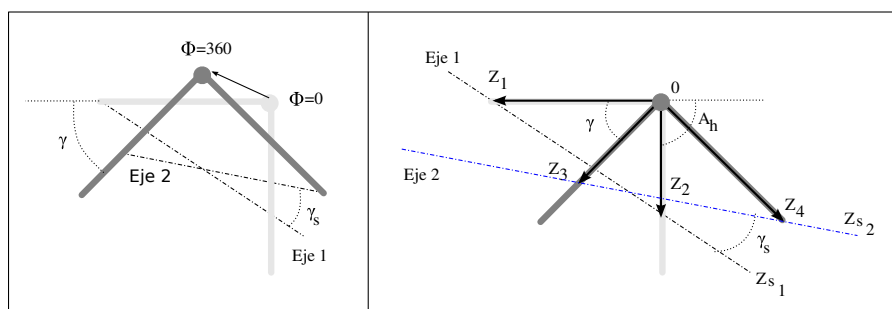
Calculando los argumentos de  $Zs_1$  y  $Zs_2$  se obtiene  $\gamma_s$ :

$$\arg(Zs_2) = \arctan \frac{\text{im}(Zs_2)}{\text{Re}(Zs_2)} = \arctan \frac{-\frac{3}{2} \sin A_h}{1 + \frac{3}{2} \cos A_h}$$

$$\arg(Zs_1) = \frac{\text{im}(Zs_1)}{\text{Re}(Zs_1)} = \arctan \frac{-\sin A_h}{\frac{3}{2} + \cos A_h}$$

**Deducción de  $\gamma$**  Ahora partimos del gusano en las posiciones iniciales ( $\phi = 0$ ) y finales ( $\phi = 360$ ). Definimos los complejos siguientes:

$$\begin{aligned} Z_1 &= -\frac{3}{2}L \\ Z_2 &= Le^{-jA_h} \\ Z_3 &= Le^{j(\gamma-\pi)} \\ Z_4 &= \frac{3}{2}Le^{j(\gamma-A_h)} \end{aligned}$$

Figura 6.38: Modelo geométrico empleados para el cálculo de  $\gamma$ 

Por una parte, el complejo  $Z_{s2}$  se puede expresar como:

$$Z_{s2} = Z_{s1} e^{j\gamma_s} = L e^{j\gamma_s} \left( \frac{3}{2} + e^{-jA_h} \right)$$

ya que  $Z_{s1} = Z_2 - Z_1 = L \left( \frac{3}{2} + e^{-jA_h} \right)$ . Por otro lado se puede expresar como:

$$Z_{s2} = Z_4 - Z_3 = L e^{j\gamma} \left( \frac{3}{2} e^{-jA_h} + 1 \right)$$

Tomando los argumentos de ambas expresiones e igualando:

$$\text{Arg}(Z_{s2}) = \gamma_s + \arctan \left( \frac{-\sin A_h}{\frac{3}{2} + \cos A_h} \right) = \gamma + \arctan \left( -\frac{\frac{3}{2} \sin A_h}{1 + \frac{3}{2} \cos A_h} \right)$$

De donde despejando  $\gamma$  queda:

$$\gamma = \gamma_s - \arctan \left( \frac{\sin A_h}{\frac{3}{2} + \cos A_h} \right) + \arctan \left( \frac{\frac{3}{2} \sin A_h}{1 + \frac{3}{2} \cos A_h} \right)$$

Y por la expresión de  $\gamma_s$  se tiene que  $\gamma = 2\gamma_s$

### 6.9.2.2. Variación de $\gamma$ con $A_h$

En la figura 6.39 se muestra gráficamente la relación del ángulo de rotación  $\gamma$  con el parámetro  $A_h$ . Es prácticamente lineal.

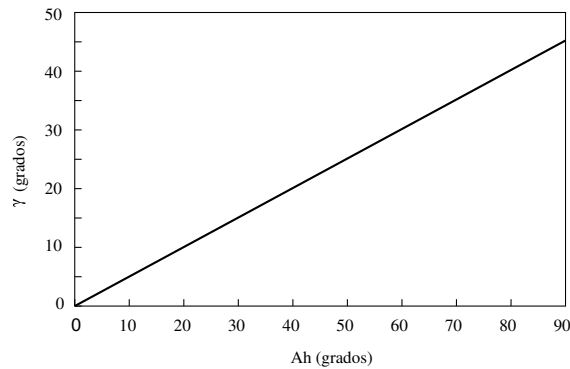


Figura 6.39: Variación del ángulo de rotación  $\gamma$  con el parámetro  $A_h$

### 6.9.3. Sentido de giro

El sentido del movimiento se controla con  $\Delta\phi_h$ . Las combinaciones son:

- $\phi$  variando entre 0 y 360;
  - $\Delta\phi > 0$ . Rotación antihoraria
  - $\Delta\phi < 0$ . Rotación horaria
  
- $\phi$  variando entre 0 y -360
  - $\Delta\phi > 0$ . Rotación horaria
  - $\Delta\phi < 0$ . Rotación antihoraria

### 6.9.4. Resumen

El movimiento de rotación se divide en **dos semiperiodos**. En cada uno de ellos el eje longitudinal ha cambiado su orientación. La coordinación se consigue haciendo que los extremos se oscilen en oposición de fase y el central con un desfase de 90 grados. El movimiento es estable para todas las amplitudes.

Se ha propuesto una ecuación para el **paso angular**, obtenida a partir de la geometría del movimiento. La relación entre el paso y la amplitud del módulo horizontal es muy lineal. A mayor amplitud, mayor ángulo de rotación.

## 6.10. Principios de locomoción

La locomoción de las configuraciones mínimas se puede resumir en 5 principios de locomoción

1. **Principio de la configuración PP.** Un robot constituido por la unión en cadena de **dos módulos** de tipo cabeceo que son controlados mediante generadores sinusoidales es capaz de desplazarse en línea recta hacia adelante o atrás.
2. **Principio de la configuración PYP.** Un robot constituido por la unión en cadena de **tres módulos**, siendo los de los extremos de tipo cabeceo y el central de viraje, controlados mediante osciladores sinusoidales, es capaz de desplazarse sobre una superficie bidimensional utilizando al menos cinco tipos de modos de caminar diferentes: línea recta, trayectoria circular, desplazamiento lateral, rodar y rotar.
3. **Principio de los parámetros de control.** El espacio de control de las configuraciones mínimas tiene cuatro dimensiones y sus puntos son de la forma  $(A_h, A_v, \Delta\phi_v, \Delta\phi_{vh})$ , donde  $A_v$  y  $A_h$  son las amplitudes de los generadores verticales y horizontales,  $\Delta\phi_v$  es la diferencia de fase entre los verticales y  $\Delta\phi_{vh}$  entre los verticales y el horizontal.
4. **Principio de la coordinación.** Las diferencias de fase entre los generadores,  $\Delta\phi_v$  y  $\Delta\phi_{vh}$ , son los parámetros que determinan la coordinación del movimiento, el modo de caminar y en qué sentido se realiza.
5. **Principio del paso.** Las amplitudes de los generadores,  $A_v$  y  $A_h$ , determinan el paso del robot (lineal o angular). Al aumentar estos parámetros, el paso será mayor, salvo en el movimiento de rodar que disminuirá.

## 6.11. Conclusiones

En este capítulo se ha abordado el **problema de la locomoción de las configuraciones mínimas** en una superficie plana, homogénea y sin obstáculos cuando se utilizan generadores sinusoidales para su control.

Se trata de **un problema nuevo** que no había sido antes planteado ni estudiado por otros investigadores. Proponemos **una metodología para resolverlo** basada en explorar los modos de caminar de las configuraciones candidatas empleando algoritmos genéticos.

**Se han encontrado las dos configuraciones mínimas** que se mueven en una y dos dimensiones. La configuración **PP** está constituida por dos módulos de cabeceo y la **PYP** por tres, dos de cabeceo y el central de viraje. La primera se mueve en línea recta, hacia adelante o atrás y la segunda puede realizar cinco modos de caminar diferentes: línea recta, trayectoria circular, desplazamiento lateral, rodar y rotar.

Las configuraciones mínimas son **unidades atómicas de movimiento (UAM)** ya que contienen el menor número posible de módulos para desplazarse. Con ellas **se maximiza el número de subrobots** en los que puede dividirse un robot modular autoconfigurable para resolver problemas como el de la maximización del área de cobertura. Además, las configuraciones mínimas son **las más eficientes** en cuanto a la energía que necesitan para desplazarse. La configuración PYP, considerada como unidad atómica de movimiento, puede alcanzar cualquier punto  $(x, y)$  del suelo, se puede orientar en cualquier dirección y puede recuperar su posición original en caso de volcar, gracias al movimiento de rodar.

Se ha propuesto **una técnica de análisis y síntesis de movimientos** basado en identificar las configuraciones mínimas en el modelo alámbrico de otros robots. Esto permite encontrar nuevos modos de caminar así como deducir la viabilidad del movimiento de ciertas configuraciones que a priori no se sabría si pueden desplazarse.

**El modelo de control basado en CPG simplificados** de tipo generadores sinusoidales es válido también para la locomoción de las configuraciones mínimas. Por ello se puede aplicar al movimiento en una dimensión de cualquier robot ápodos con más de 1 módulo y en el caso del movimiento en dos dimensiones a cualquier robot del grupo cabeceo-viraje de más de dos módulos.

Todos los modos de caminar quedan caracterizados por las ecuaciones de sus subespacios de control que establecen relaciones entre los cuatro parámetros  $A_v$ ,  $A_h$ ,  $\Delta\phi_v$  y  $\Delta\phi_{vh}$ . Los parámetros libres son los grados de libertad del movimiento. Se ha estudiado la cinemática de todos los movimientos y se han propuesto las ecuaciones para calcular el paso en función de sus parámetros de control.

**El movimiento en línea recta** tiene dos grados de libertad,  $A$  y  $\Delta\phi$ . Se ha propuesto un criterio para establecer el punto de trabajo donde la coordinación es la mejor. Se ha demostrado que para el modelo alámbrico, la mejor coordinación se consigue en el rango de  $\Delta\phi$  entre 108 y 110.

El **desplazamiento en trayectoria circular** es similar al de línea recta añadiendo un parámetro más que determina el radio de giro. Tiene por tanto tres grados de libertad.

El **movimiento de rodar** se ha estudiado en detalle y se ha deducido el valor de la amplitud mínima que se tiene que aplicar para que se pueda realizar, en función de las dimensiones del módulos. Tiene un único grado de libertad,  $A$ , que determina la forma que adopta el robot durante el movimiento. Para realizarlo las dos articulaciones verticales están en fase y la horizontal desfasada 90 grados.

El **desplazamiento lateral** permite que el robot se mueva hacia los lados manteniendo la misma orientación de su cuerpo. La coordinación es exactamente la misma que para el caso de rodar. Según la amplitud escogida se realizará un movimiento u otro.

El **movimiento de rotar** permite al robot cambiar la orientación de su cuerpo. Tiene un grados de libertad,  $A$ , que determina el paso angular a rotar. Las dos articulaciones verticales están en oposición de fase, y la horizontal desfasada 90 grados.

Finalmente, se han resumido todas las ideas principales en cinco **principios de locomoción** (apartado 6.10).





# Capítulo 7

## Experimentos

“Son vanas y están plagadas de errores las ciencias que no han nacido del experimento, madre de toda certidumbre.”

– Leonardo Da Vinci

### 7.1. Introducción

En este capítulo se describen algunos de los experimentos llevados a cabo para validar las soluciones encontradas al problema de la coordinación de los robots ápodos.

En la primera parte se presenta la plataforma desarrollada para la realización de los experimentos, constituida por los mecánica, electrónica y el software, y se describen los cuatro prototipos de robots ápodos construidos: *Cube Revolutions*, *Hypercube*, *Minicube-I* y *Mincube-II*.

En la segunda se documentan algunos de los experimentos realizados. Se han dividido en tres grupos: locomoción en 1D, locomoción en 2D y configuraciones mínimas, correspondientes a los capítulos 4, 5 y 6.

### 7.2. Plataforma desarrollada



#### 7.2.1. Módulos Y1

Los módulos diseñados para implementar los robots modulares son los **módulos Y1**, mostrados en la figura 7.1. Están inspirados en la primera generación de módulos de Polybot, creada por Mark Yim.

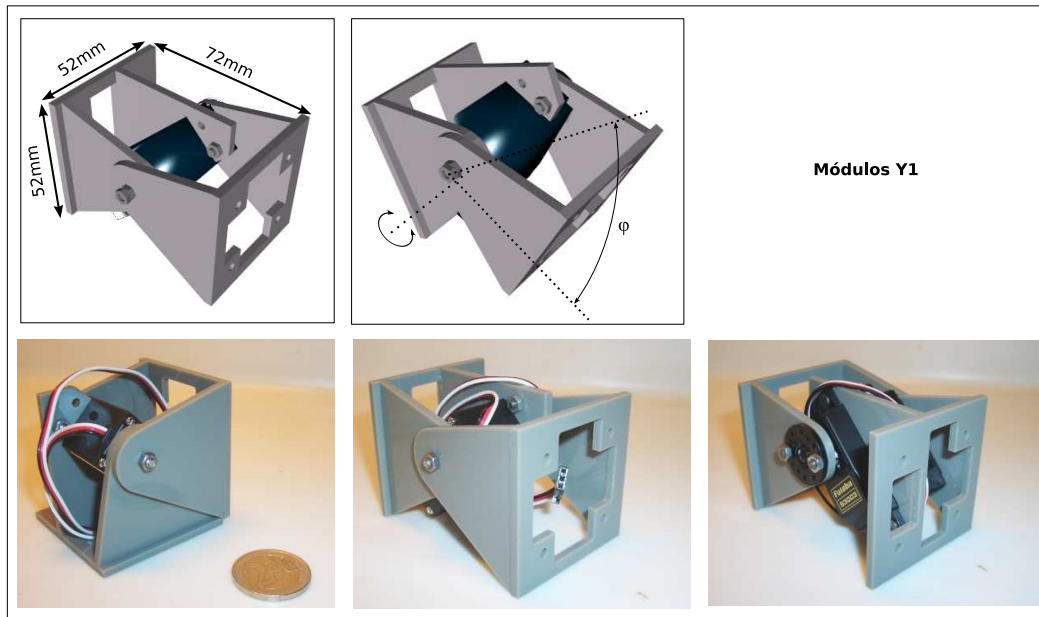


Figura 7.1: Los módulos Y1, creados para la construcción de robots modulares

Sin embargo, los módulos Y1 están pensados para ser muy fáciles de construir y se han diseñado para los servos del tipo Futaba 3003 o compatibles, que son baratos y se consiguen en cualquier tienda de aeromodelismo.

Las características se resumen en la tabla 7.1. Están contruidos en metacrilato de 3mm de espesor. Las piezas se han cortado por láser y se han unido mediante un pegamento de contacto. El consumo y par vienen dados por las características del servo usado.

La sección es cuadrada, lo que permite la unión de los módulos sea de tipo cabeceo-cabeceo o bien cabeceo-viraje (figura 7.2). Esta unión es fija, mediante tornillos que unen ambos módulos. Sólo con este módulo se pueden construir todos los robots ápodos discutidos en esta tesis.

<b>Dimensiones:</b>	52x52x72mm(alto x ancho x largo)
<b>Peso:</b>	50gr
<b>Material:</b>	Metacrilato de 3mm de espesor
<b>Sección:</b>	Cuadrada (52x52)
<b>Grados de libertad:</b>	1
<b>Servo:</b>	Futaba 3003
<b>Par:</b>	3,2Kg.cm/0,314N.m
<b>Velocidad:</b>	260 grados/seg.
<b>Rango de giro:</b>	180 grados
<b>Señal de control:</b>	Pulse Width Modulation (PWM)
<b>Unión entre módulos:</b>	Mediante tornillos

Cuadro 7.1: Características de los módulos Y1

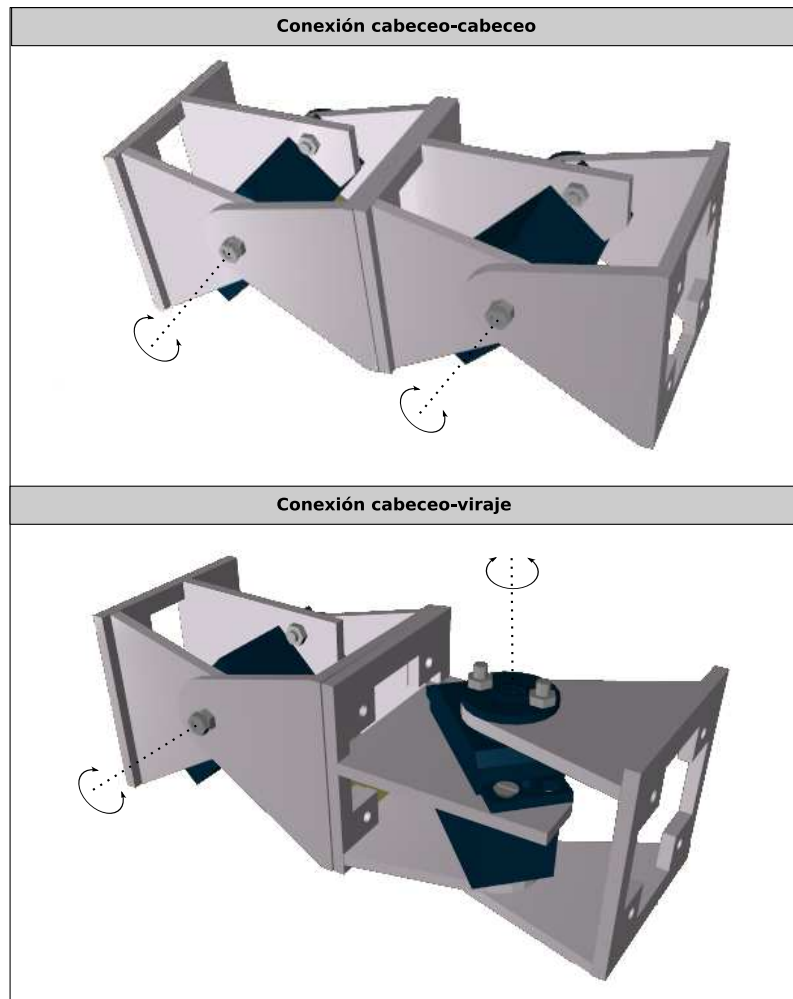


Figura 7.2: Dos módulos Y1 en conexión de tipo cabeceo-cabeceo y cabeceo-viraje

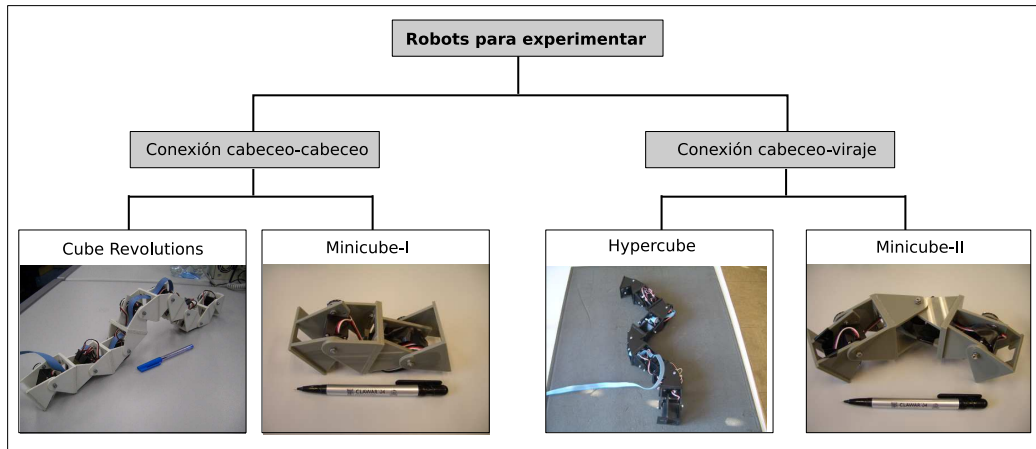


Figura 7.3: Prototipos de los robots construidos para los experimentos

Toda la información necesaria para su construcción está disponible en línea<sup>1</sup>. En el apéndice C se encuentran los planos y las instrucciones para su montaje.

## 7.2.2. Robots

Para la realización de los experimentos se han construido los cuatro prototipos de robots ápodos mostrados en la figura 7.3. Todos ellos formados por varios módulos Y1 encadenados. Se dividen en dos grupos, los robots con conexión de cabeceo-cabeceo y de cabeceo-viraje. Para cada grupo se han creado dos prototipos, uno de 8 módulos y otro con el número mínimo.

Así, dentro del grupo de robots ápodos con conexión de cabeceo-cabeceo los dos robots son **Cube Revolutions**<sup>2</sup> y **Minicube-I**<sup>3</sup>, que se muestran en las figura 7.4 y 7.5 respectivamente. El primero está formado por 8 módulos. El segundo se corresponde con la configuración mínima *PP*.

Para el grupo de cabeceo-viraje los robots son **Hypercube**<sup>4</sup> y **Minicube-II** (figura 7.4 y 7.5), de 8 y 3 módulos respectivamente. Minicube-II es la configuración mínima *PYP*.

## 7.2.3. Esquema de control

El esquema de control de los robots se muestra en la figura 7.6. Los algoritmos de locomoción se ejecutan en un ordenador *PC*, con sistema operativo GNU/Linux *Debian Sarge*. Las posiciones instantáneas de cada servo se envían por comunicación serie (protocolo *RS – 232*) a la tarjeta microcon-

<sup>1</sup><http://www.learobotics.com/personal/juan/doctorado/Modulos-Y1/modulos-y1.html>

<sup>2</sup>Videos en línea: Cube Revolutions [http://www.learobotics.com/wiki/index.php?title=Cube\\_Revolutions](http://www.learobotics.com/wiki/index.php?title=Cube_Revolutions)

<sup>3</sup>Videos en línea: <http://www.learobotics.com/wiki/index.php?title=MiniCube>

<sup>4</sup>Videos en línea: <http://www.learobotics.com/wiki/index.php?title=Hypercube>

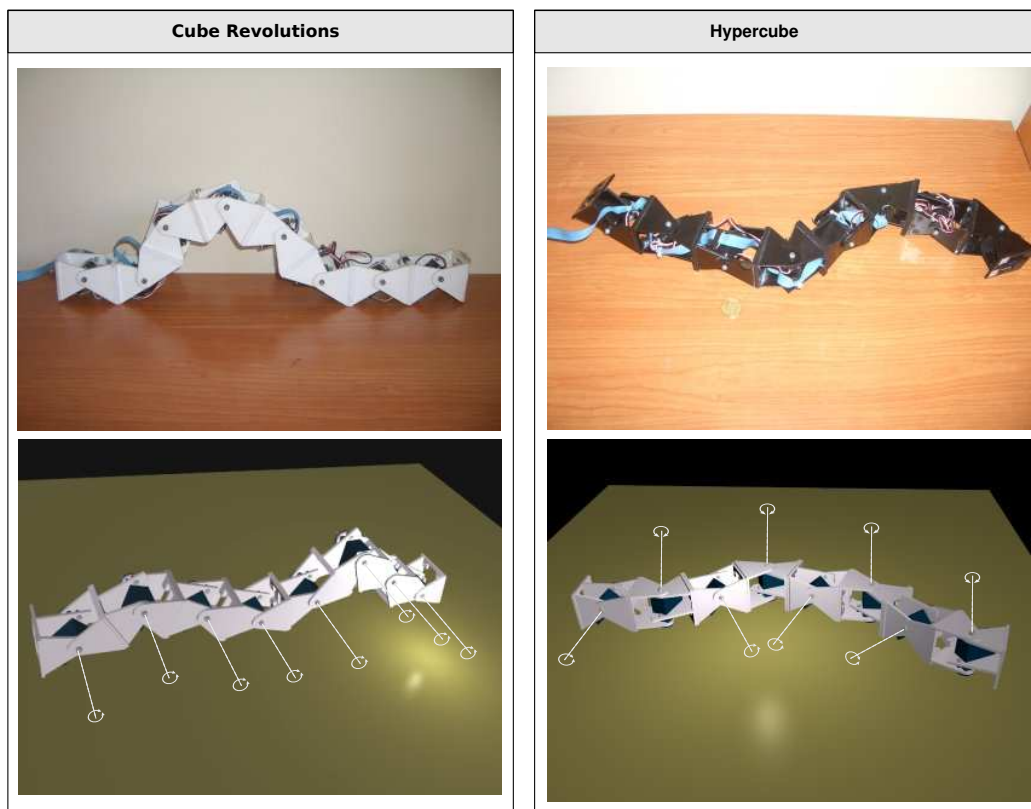


Figura 7.4: Los robots *Cube Revolution* e *Hypercube*

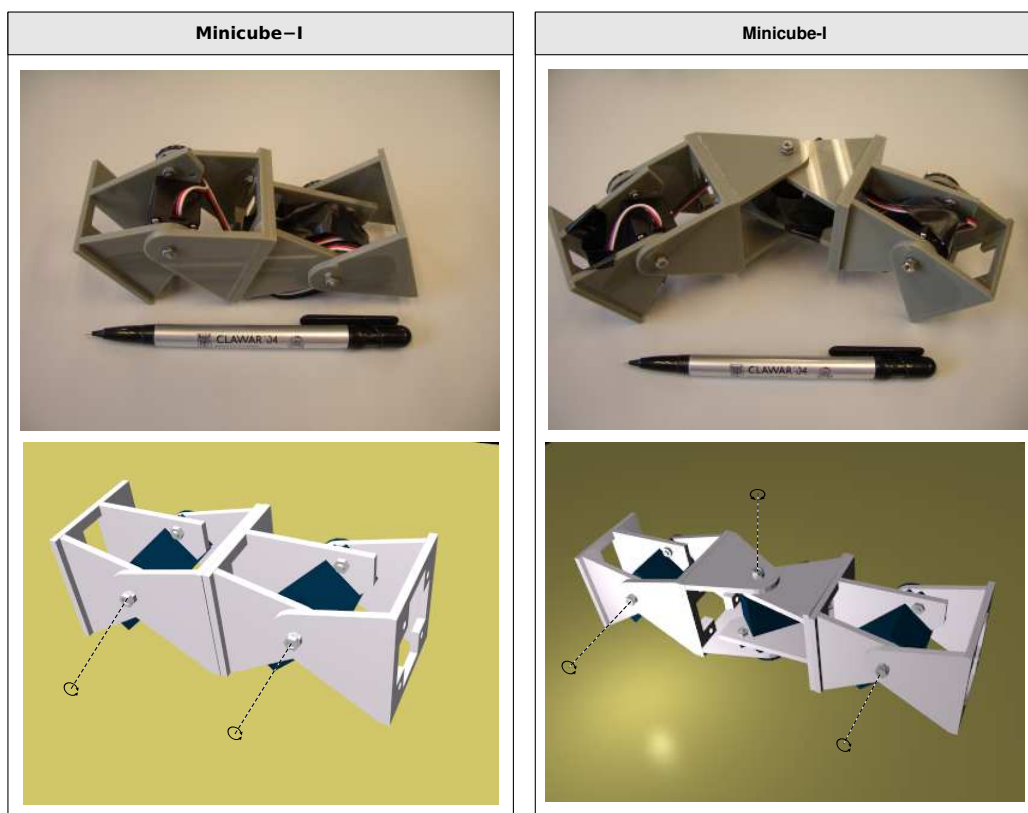


Figura 7.5: Los robots Minicube-I y II. Son las configuraciones mínimas

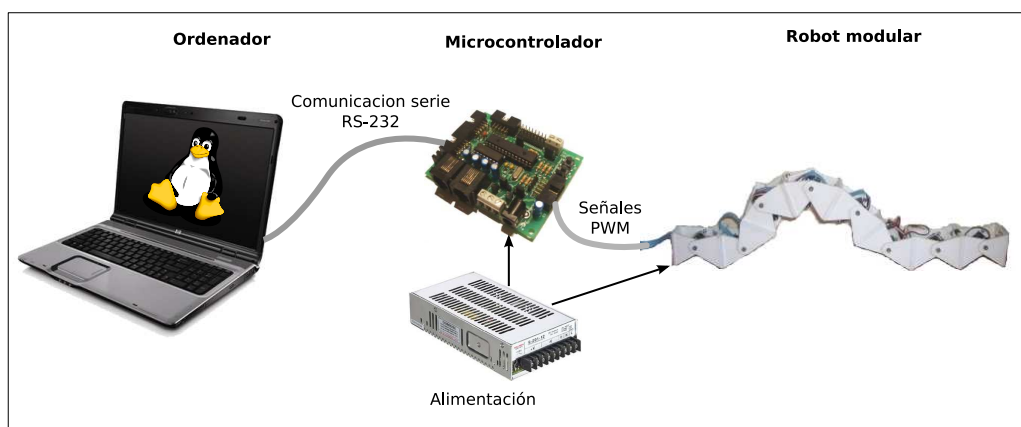


Figura 7.6: Esquema de control de los robots modulares en los experimentos

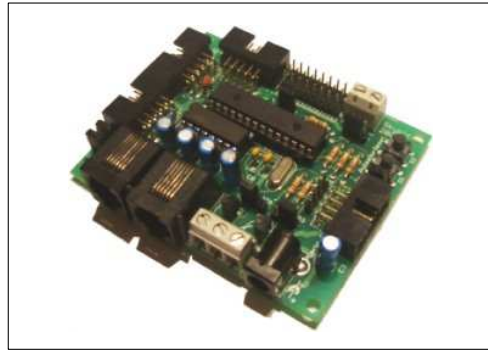


Figura 7.7: La tarjeta *Skypic*, empleada para el control de los robots modulares

<b>Microprocesador:</b>	PIC16F876A
<b>Frecuencia de reloj:</b>	20Mhz
<b>Arquitectura:</b>	RISC. Datos de 8 bits. Instrucciones de 14
<b>Alimentación:</b>	Entre 4.5 y 6 voltios
<b>Pines de E/S digital:</b>	22
<b>Canales A/D:</b>	8 de 10 bits de resolución
<b>Memoria flash:</b>	8Kb
<b>Memoria SRAM:</b>	368 bytes
<b>Memoria Eeprom:</b>	256 bytes
<b>Temporizadores:</b>	Dos, de 8 y 16 bits
<b>Comunicaciones:</b>	Serie asíncronas ( <i>RS-232</i> ). Síncronos: <i>I2C</i> y <i>SSP</i>
<b>Otros:</b>	Dos unidades de captura, comparación y PWM

Cuadro 7.2: Características de la tarjeta *Skypic*

troladora *Skypic*[45], basada en el *PIC16F876A*. Ésta se conecta mediante un cable al robot modular a controlar. Se encarga de generar las señales *PWM* de posicionamiento de los servos.

Tanto la electrónica como la alimentación están situados fuera de los robots. El objetivo de los experimentos es comprobar la locomoción en robot reales, para posteriormente hacerlos autónomos. Con el esquema propuesto las pruebas son más sencillas, rápidas y baratas. No obstante, una vez demostrada la viabilidad de los controladores sinusoidales y la validación de las ecuaciones, en los trabajos futuros se propone la realización de un módulo más avanzado que integre la electrónica y las baterías.

#### 7.2.4. Electrónica

Como electrónica se ha utilizado la **tarjeta *Skypic***<sup>5</sup> diseñada por Andrés Prieto-Moreno y el autor de esta tesis[45]. Está publicada bajo una licencia de *hardware* libre[40]. Las características técnicas se muestran en la tabla 7.2.

<sup>5</sup>Más información: <http://www.iearobotics.com/wiki/index.php?title=Skypic>

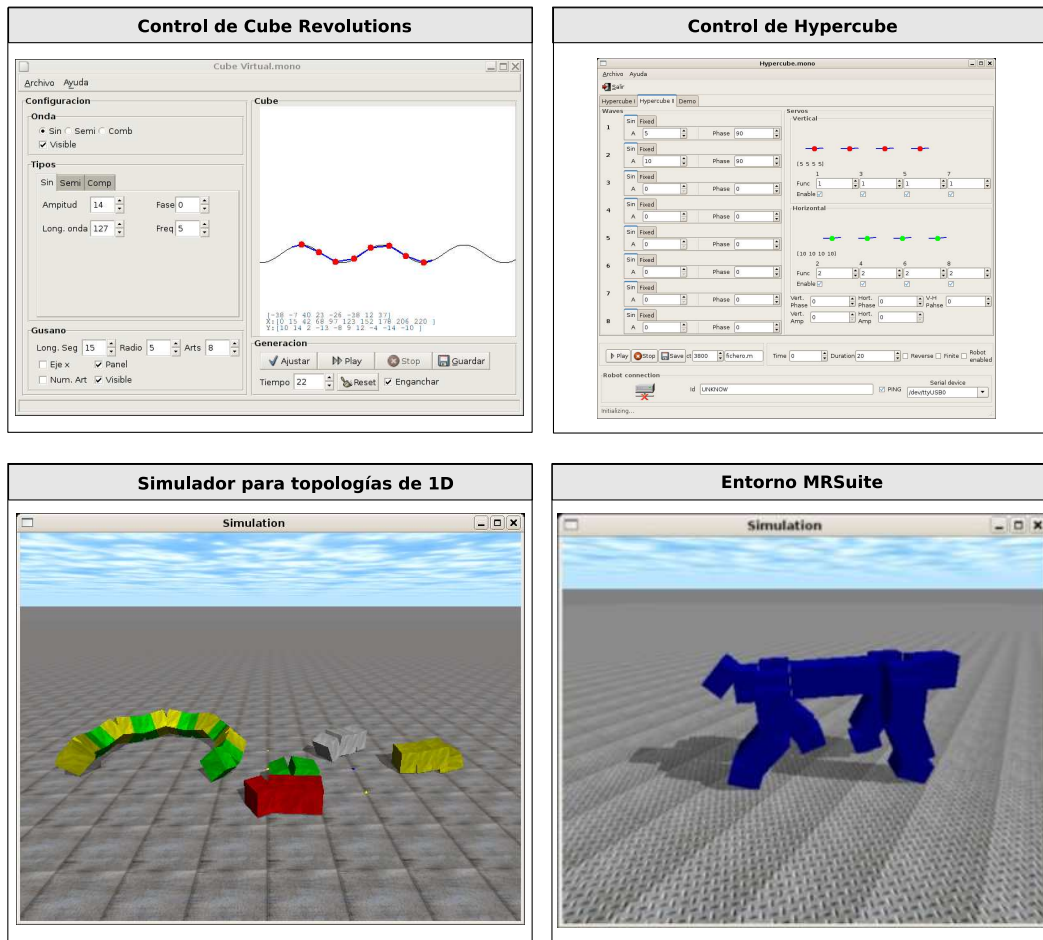


Figura 7.8: Pantallazos de algunas de las aplicaciones desarrolladas

## 7.2.5. Software

### 7.2.5.1. Modelos matemáticos

Los modelos matemáticos presentados en esta tesis han sido implementados en **Octave** (versión 2.1.73). A partir de ellos se han dibujado la forma de los robots, tanto continuos como discretos de los grupos de cabeceo-cabeceo y cabeceo-viraje, y se han obtenido las gráficas.

### 7.2.5.2. Simulación

Para la simulación de la locomoción de los robots ápodos se han creado un conjunto de librerías y programas que utilizan el **motor físico** libre *ODE*<sup>6</sup> (*Open Dynamics Engine*, versión 0.5). Se han

<sup>6</sup>Disponible en línea en <http://www.ode.org/>



programado en **lenguaje C** y permiten definir el tipo de conexionado del robot, especificar los parámetros de los generadores sinusoidales y realizar las simulaciones. Las simulaciones se pueden hacer bien visualmente o bien en la consola volcándose en ficheros los datos solicitados, como la posición del centro de masas, velocidad, rotación, etc.

Para la utilización de los **algoritmos genéticos** se han creados aplicaciones basadas en *pgapack*<sup>7</sup> (versión 1.0), que usando las librerías de simulación anteriores evalúan cada uno de los individuos de la población para determinar la función de *fitness*.

Este software se ha hecho específico para trabajar con topologías 1D de robots modulares. Sin embargo, Rafael Treviño ha implementado como proyecto fin de carrera[149], dirigido por el autor de esta tesis, el **entorno MRSuite**, que permite trabajar con topologías de una y dos dimensiones. Esta herramienta está programada en **Python** y permite diseñar los robots modulares visualmente, añadir las funciones de control de las articulaciones y realizar las simulaciones.

En la figura 7.8 se muestran algunos pantallazos de las aplicaciones implementadas.

### 7.2.5.3. Control

Para el control de los robots reales se pueden emplear las aplicaciones anteriores de simulación, que permiten enviar las posiciones de los servos por el puerto serie a la electrónica. Así, el usuario opta por ver la simulación en el ordenador o conectar el robot real y analizar su movimiento en vivo.

Además se han creado dos aplicaciones específicas para los robots *Cube Revolutions* e *Hypercube* (ver pantallazos en figura 7.8) que permite especificar visualmente los valores de los parámetros de los generadores y hacer pruebas. Están programados en el **lenguaje C#**, utilizando la máquina virtual libre del proyecto *Mono*<sup>8</sup>.

Para el movimiento de los servos se ha implementado un firmware para la tarjeta *Skypic*. Las aplicaciones que corren en el *PC* envían la información a este programa que se encarga de generar las señales de *PWM* de control de los servos. Se denomina *Servos8*<sup>9</sup> y permite controlar hasta 8 servos.

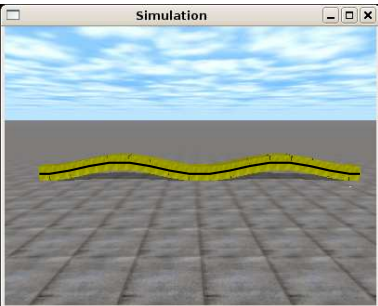
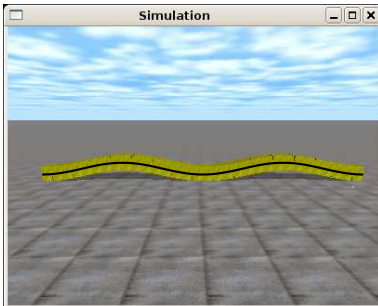
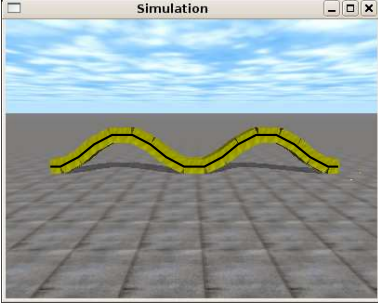
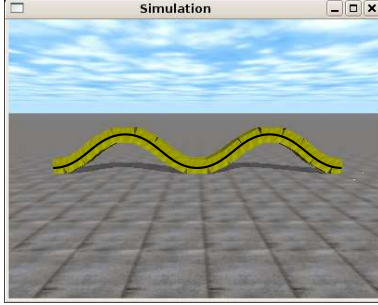
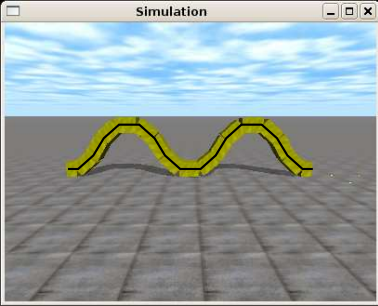
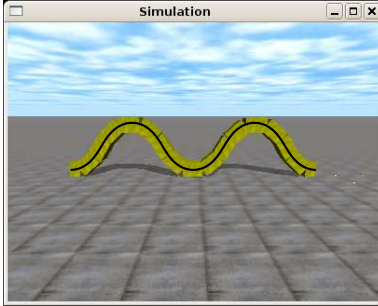
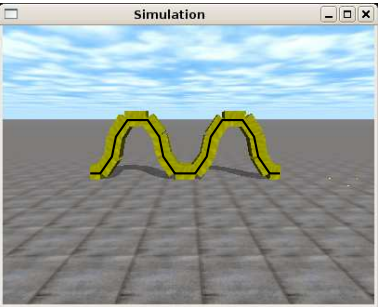
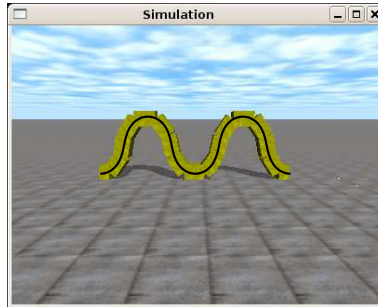
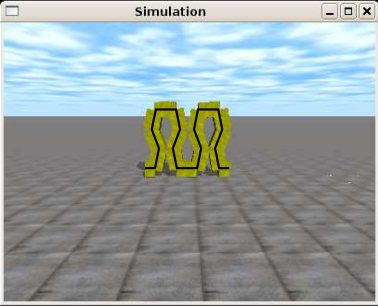
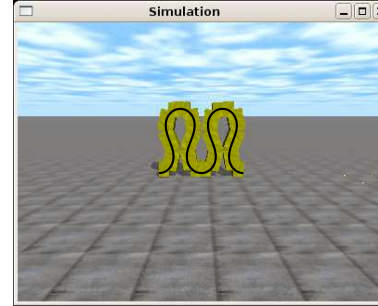
Parámetros	Curva discreta	Curva continua
<p>A=10 (grados)  <math>\alpha = 13,1</math> (grados)  <math>\Phi = -90</math> (grados)  M=16  k=2  Mu=8</p>		
<p>A=30 (grados)  <math>\alpha = 39,2</math> (grados)  <math>\Phi = -90</math> (grados)  M=16  k=2  Mu=8</p>		
<p>A=45 (grados)  <math>\alpha = 58,8</math> (grados)  <math>\Phi = -90</math> (grados)  M=16  k=2  Mu=8</p>		
<p>A=60 (grados)  <math>\alpha = 78,4</math> (grados)  <math>\Phi = -90</math> (grados)  M=16  k=2  Mu=8</p>		
<p>A=85 (grados)  <math>\alpha = 111,1</math> (grados)  <math>\Phi = -90</math> (grados)  M=16  k=2  Mu=8</p>		

Figura 7.9: Experimento 1: comparación entre la forma de un robot ápodico de 16 módulos con las curvas serpentinoides discreta y continua

## 7.3. Experimentos de locomoción en 1D

### 7.3.1. Forma del robot

#### 7.3.1.1. Experimento 1: Comparación entre la forma del robot y las curvas teóricas

En este experimento se compara la forma de un robot ápodo de 16 módulos con las curvas continua y discreta obtenidas mediante las ecuaciones 3.19, 3.20 y 3.33, 3.34 respectivamente. La comparación se hace para diferentes punto de trabajo. En la figura 7.9 se muestran los resultados.

Las curvas continua y discreta se han generado a partir de los *scripts* en Octave y se han superpuesto sobre las capturas de pantalla del simulador. Se han escalado en tamaño para poder compararlas.

En este experimento se ve que tanto la curva continua como la discreta son muy parecidas. Se están empleando dos ondulaciones por lo que el número de módulos por ondulación  $M_u$  es de 8. Según el criterio de discretización presentado en el apartado 4.3.3.2, puesto que  $M_u$  es mayor que 7 el error en las dimensiones será siempre menor del 5 %.

Este experimento permite también validar el simulador, comprobando que el robot virtual generado tiene la forma de una onda serpentinoide.

#### 7.3.1.2. Experimento 2: Comparación entre la forma del Cube Revolutions y las curvas teóricas

La forma de un robot virtual de 8 módulos se compara con la curva serpentinoide discreta y con el robot Cube Revolutions (figura 7.10). Se comprueba que el robot real adopta la forma serpentinoide.

### 7.3.2. Estabilidad

#### 7.3.2.1. Experimento 3: Estabilidad para diferentes valores de $k$

Analizaremos qué le ocurre a un robot de 16 módulos para diferentes valores del parámetro  $k$ . Para ello se ha representado en la figura 7.11 tanto la altura del centro de masas como la del punto situado su punto medio. La altura del centro de masas cuando  $k$  es 1 oscila. Después de alcanzar el punto máximo cae bruscamente.

---

<sup>7</sup>Disponible en línea en: [http://www-fp.mcs.anl.gov/CCST/research/reports\\_pre1998/comp\\_bio/stalk/pgapack.html](http://www-fp.mcs.anl.gov/CCST/research/reports_pre1998/comp_bio/stalk/pgapack.html)

<sup>8</sup>Más información en [http://www.mono-project.com/Main\\_Page](http://www.mono-project.com/Main_Page)

<sup>9</sup>Más información en <http://www.iearobotics.com/proyectos/stargate/servidores/sg-servos8/sg-servos8.html>

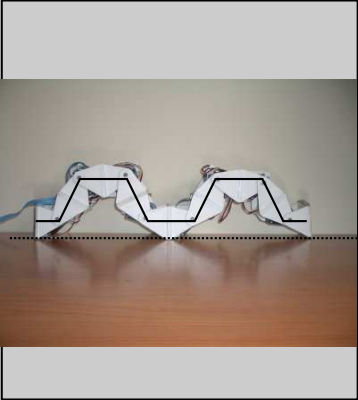
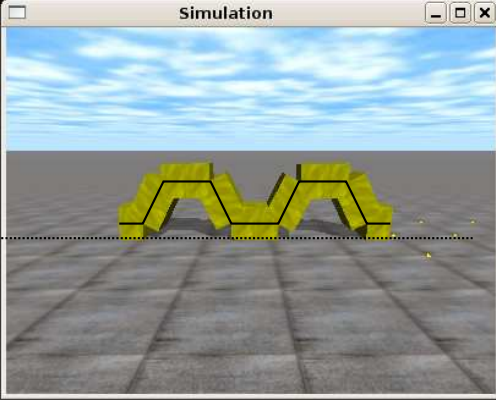

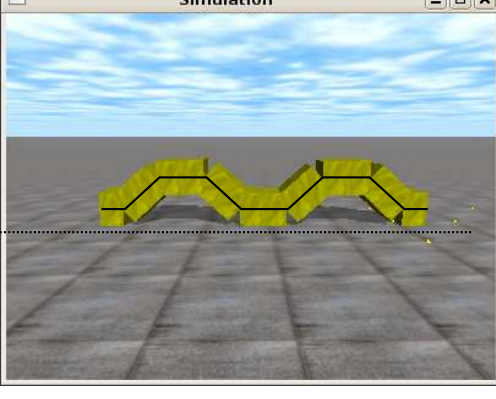
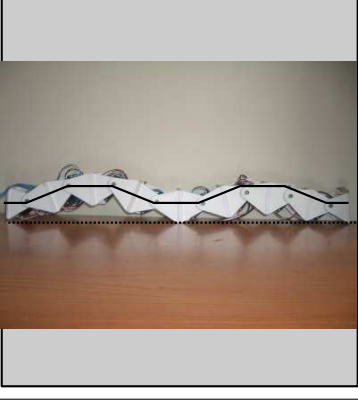
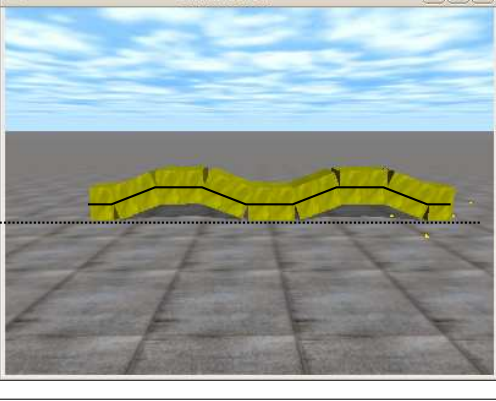
Parámetros	Robot Real	Robot Virtual
$A=90$ (grados) $\alpha=63.4$ (grados) $\phi=-90$ (grados) $M=8$ $k=2$ $Mu=4$		
$A=60$ (grados) $\alpha=42.4$ (grados) $\phi=-90$ (grados) $M=8$ $k=2$ $Mu=4$		
$A=30$ (grados) $\alpha=21.2$ (grados) $\phi=-90$ (grados) $M=8$ $k=2$ $Mu=4$		

Figura 7.10: Experimento 2: Comparación entre la forma de un robot ápodo virtual de 8 módulos con la curva serpentina discreta y el robot Cube Revolutions

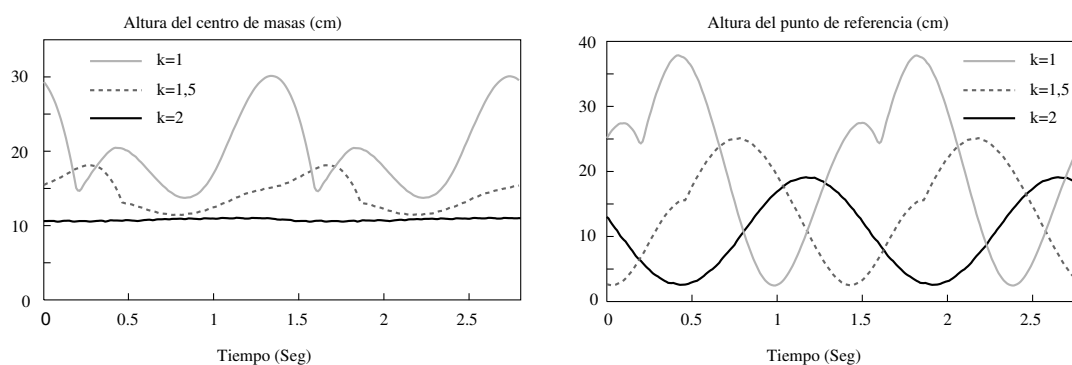


Figura 7.11: Experimento 3: Estabilidad de un robot ápodo de 16 módulos en función de  $k$ .

Al aumentar  $k$ , la estabilidad es mayor. Para  $k = 1,5$ , la altura máxima que alcanza ha disminuido y aunque todavía hay oscilaciones éstas son de menor amplitud y más suaves.

Finalmente, cuando  $k = 2$ , cumpliéndose el principio de estabilidad enunciado en el apartado 4.2.5, el centro de masas permanece a una altura constante y el movimiento es uniforme y suave.

En la gráfica de la derecha se muestra la altura del punto medio del robot. Varía entre un mínimo (cuando está en contacto con el suelo) y un máximo cuando está en lo más alto. Cuando  $k = 1$ , se observa que la altura oscila, pero aparecen puntos donde la suavidad se pierde (la función es no derivable). En un determinado momento el robot cae hacia un lado u otro debido a que sólo hay un punto de apoyo provocando la pérdida de suavidad. Cuando  $k = 1,5$ , este efecto sigue existiendo, pero está más atenuado. También se observa que la altura máxima del punto es menor. Finalmente, en el caso estable ( $k = 2$ ), la oscilación de la altura es una onda sinusoidal.

#### 7.3.2.2. Experimento 4: Estabilidad de Cube Revolutions para diferentes valores de $k$

En este experimento analizamos la estabilidad de un robot ápodo de 8 módulos. En la figura 7.12 se han representado las formas y posiciones de dos robots, uno simulado y otro real, en fases cercanas a la inestabilidad para diferentes valores de  $k$ . El comportamiento es como el descrito en el apartado 4.2.5. Cuando  $k$  es igual a 1, el sistema es inestable. Ambos robots, el simulado y el real se comportan como se describió en el apartado 4.2.5.1 y como se dibujó en el figura 4.12. Según se aproxima la fase a la zona de inestabilidad, el robot se inclina hacia la derecha haciendo que el extremo izquierdo se levante. Llega un momento en el que la estabilidad se pierde y el robot se inclina hacia la izquierda, golpeando el extremo con el suelo. Ahora es el módulo de la derecha el que queda en posición más elevada. El robot no llega a volcar, sin embargo es un movimiento muy brusco.

Cuando  $k = 1,5$ , ocurre lo mismo pero de manera más suave. Ahora el extremo izquierdo no alcanza tanta altura pero el movimiento no es uniforme, sino que tiene una zona de transición entre una inclinación y otra. Finalmente, cuando  $k = 2$  los robots se desplazan suavemente.

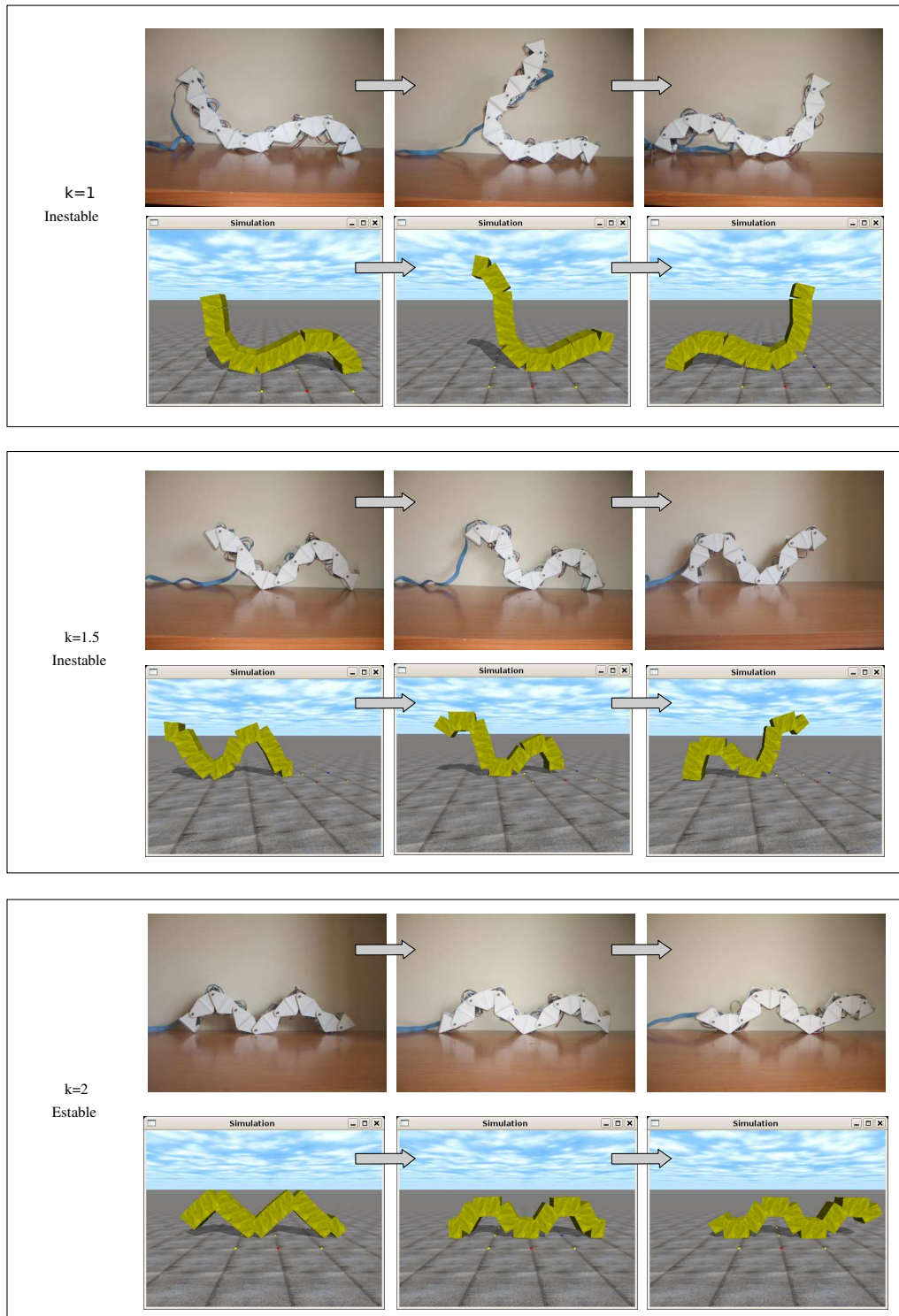


Figura 7.12: Experimento 4: Estabilidad de un robot ápodico de 8 módulos en función de  $k$ . Forma y posición del robot real y simulado

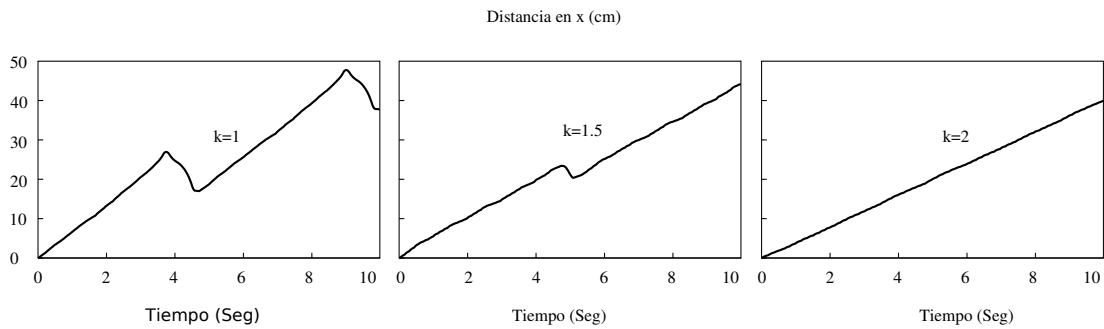


Figura 7.13: Experimento 4: Estabilidad de un robot ápedo de 8 módulos en función de  $k$ . Distancia recorrida por el robot

Puntos de trabajo	$\alpha$	$k$	M	A	$\Delta\Phi$
<b>Punto A</b>	42.4	2	8	60	90
<b>Punto B</b>	32.4	3	8	60	135

Cuadro 7.3: Puntos de trabajo seleccionados para el desplazamiento en línea recta de los robots ápedos de 8 módulos

En la figura 7.13 se muestra el espacio recorrido por el robot en la dirección del eje  $x$  en función del tiempo. Se puede ver que es un movimiento NO uniforme cuando  $k < 2$ . Aparecen intervalos en los que esta distancia varía bruscamente. Sin embargo, para  $k = 2$ , el movimiento es uniforme. La velocidad en este caso será constante e igual a  $\Delta x/T$ , donde  $\Delta x$  es el paso y  $T$  el periodo. El espacio recorrido se calculará mediante la ecuación:

$$x = \frac{\Delta x}{T}t$$

### 7.3.3. Desplazamiento

En estos experimentos se muestra de una manera cualitativa cómo se mueve un robot ápedo de 8 módulos, tanto en simulación cómo en la realidad. Para ellos se han escogido dos puntos de trabajo, A y B mostrados en la tabla 7.3. En ambos puntos el robot es estable, con valores de  $k$  iguales a 2 y 3 respectivamente.

#### 7.3.3.1. Experimento 5: Simulación

En la figura 7.14 se muestra la distancia recorrida por el robot en función del tiempo, durante la simulación. Puesto que para ambos puntos de trabajo la locomoción es estáticamente estable, estas gráficas son muy lineales. Se trata de movimientos rectilíneos uniformes.

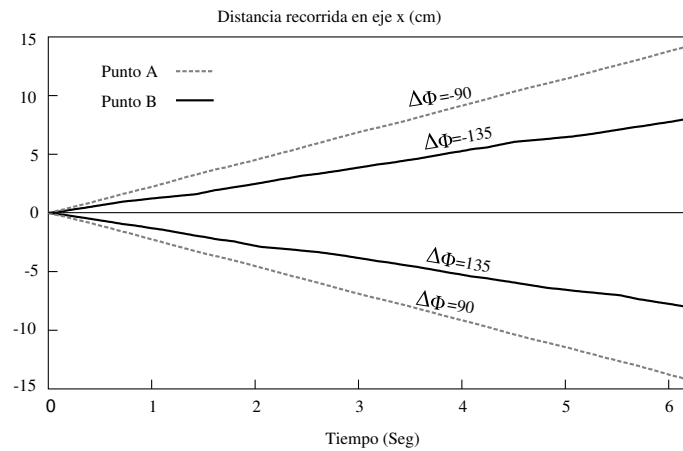


Figura 7.14: Experimento 5: Distancia recorrida por un robot ápedo virtual de 8 módulos en los puntos de trabajo A y B, en ambos sentidos

Se comprueba también que cuando se cambia el signo del parámetro  $\Delta\phi$  el desplazamiento del robot es igual, pero en el sentido contrario, tal como indica el principio de simetría (apartado 4.4.5.1).

En las figuras 7.15 y 7.16 se muestran 9 instantáneas del movimiento del robot en los puntos A y B respectivamente. También se comparan las posiciones iniciales y finales y se muestra el paso de los robots. El objetivo es mostrar cualitativamente cómo es el movimiento del robot. Se verifica que efectivamente el movimiento se realiza y que para diferentes puntos de trabajo, tanto la coordinación como el paso son distintas.

### 7.3.3.2. Experimento 6: Locomoción de Cube Revolutions

En las figuras 7.17 y 7.18 se muestra la locomoción de Cube Revolutions en los puntos de trabajo A y B respectivamente, en los mismos instantes que en el caso de la simulación del experimento 5. Se observa que la forma del robot en esos instantes es muy similar a la de la simulación a pesar de que en ella los módulos son hexaédricos y en el robot real tienen otra geometría.

Con este experimento se muestra que los robots reales se pueden desplazar y que lo hacen de una manera similar a los resultados de la simulación.

### 7.3.4. Paso

En este grupo de experimentos se contrastan las ecuaciones teóricas propuestas para el cálculo del paso con los datos obtenidos de las simulaciones y del movimiento del robot real. Los experimentos se realizan para los tres modelos de módulo: el alámbrico, hexaédrico y el real.



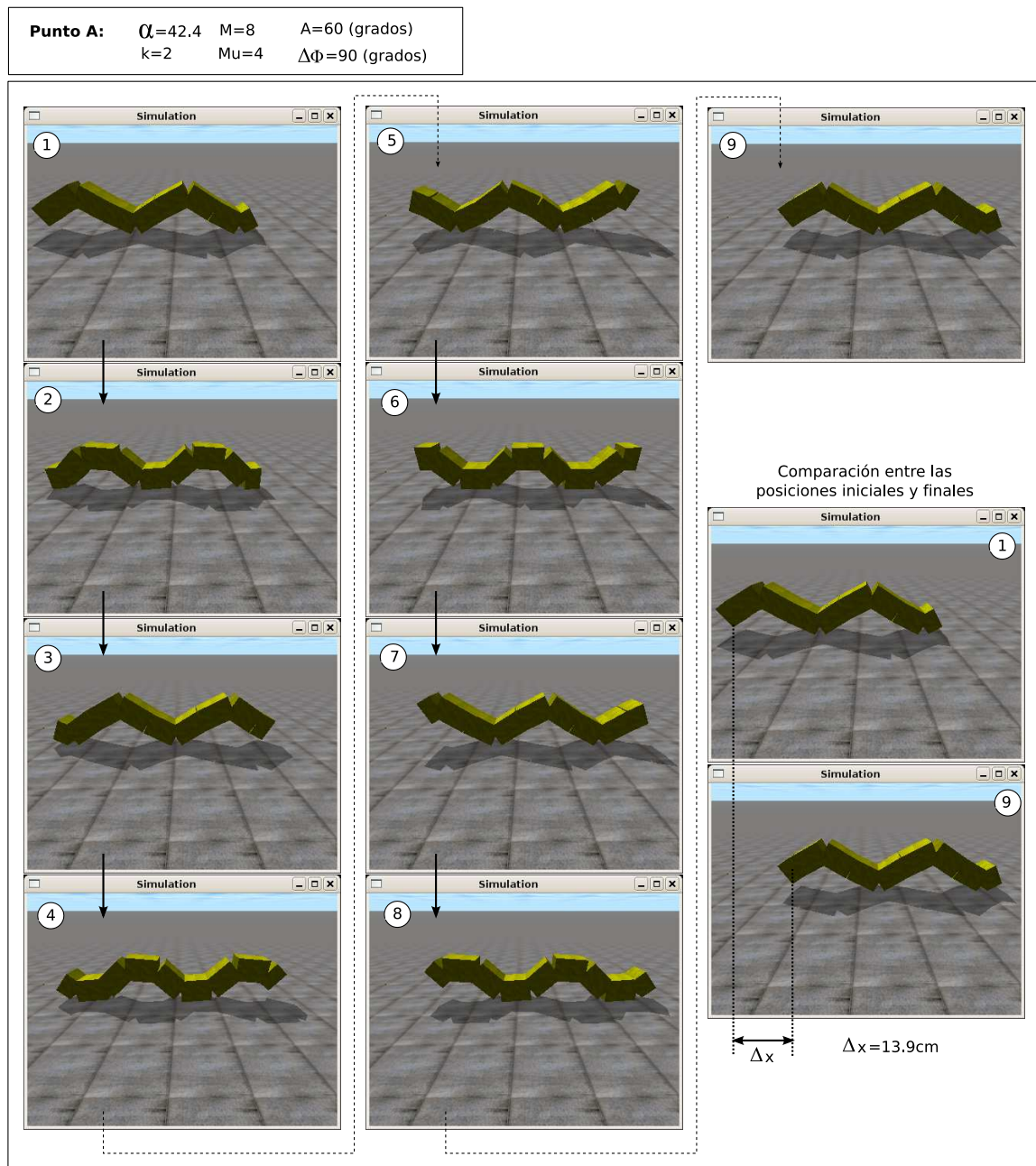


Figura 7.15: Experimento 5: Simulación de la locomoción en línea recta de un robot ápedo de 8 módulos en el punto de trabajo A

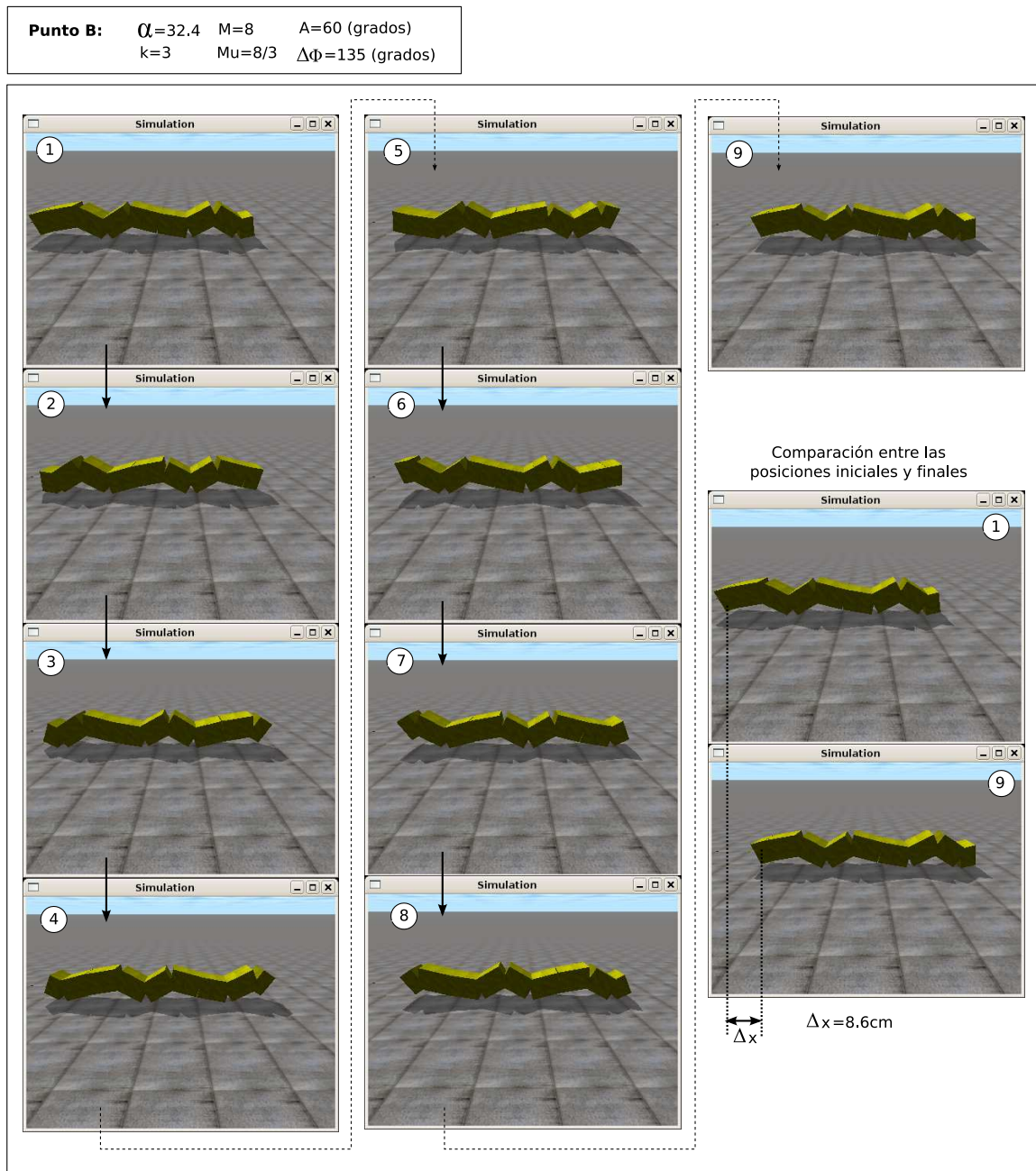


Figura 7.16: Experimento 5: Simulación de la locomoción de un robot ápodico de 8 módulos en el punto de trabajo B

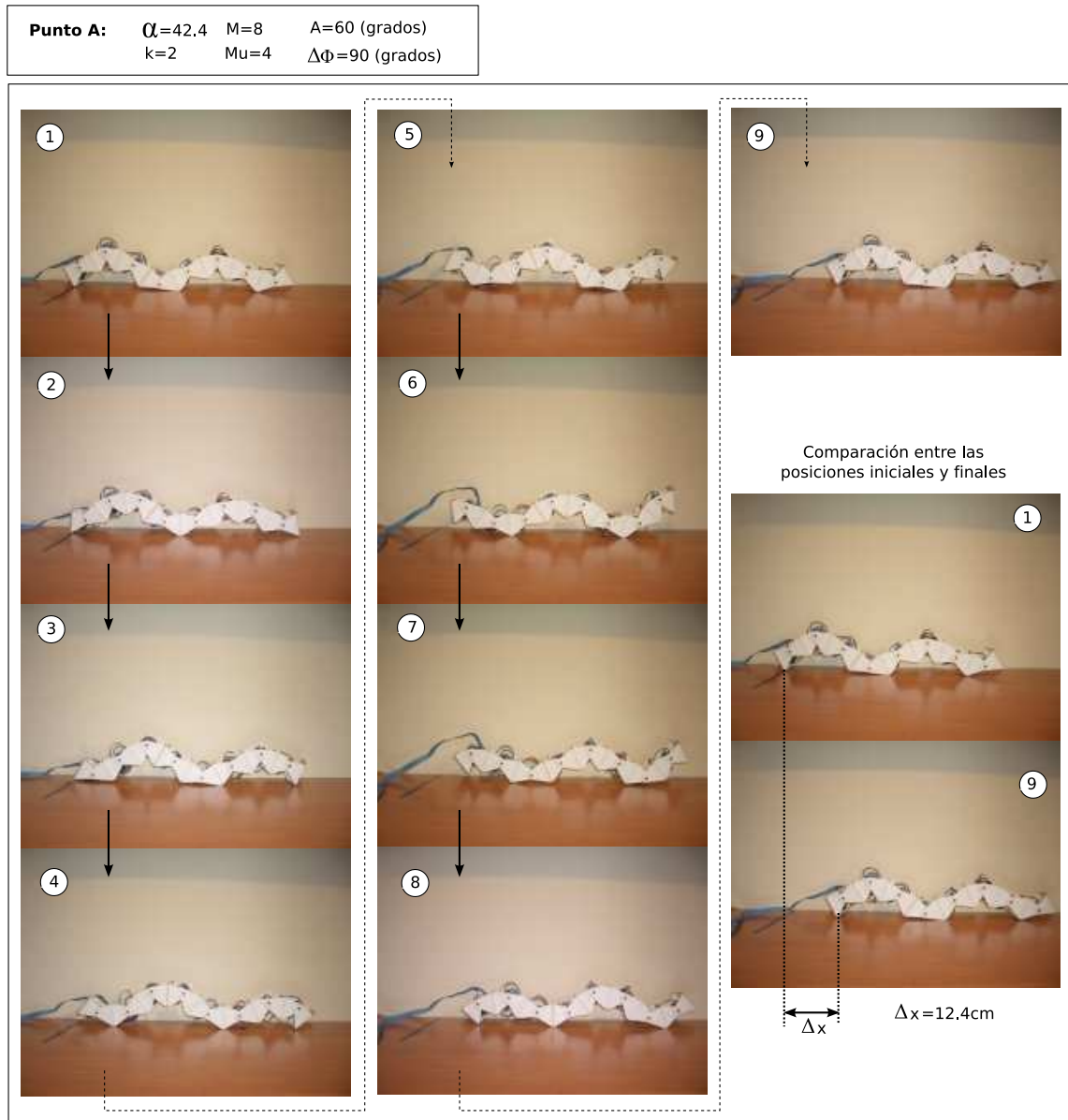


Figura 7.17: Experimento 6: Locomoción de Cube Revolutions en línea recta, en el punto de trabajo A

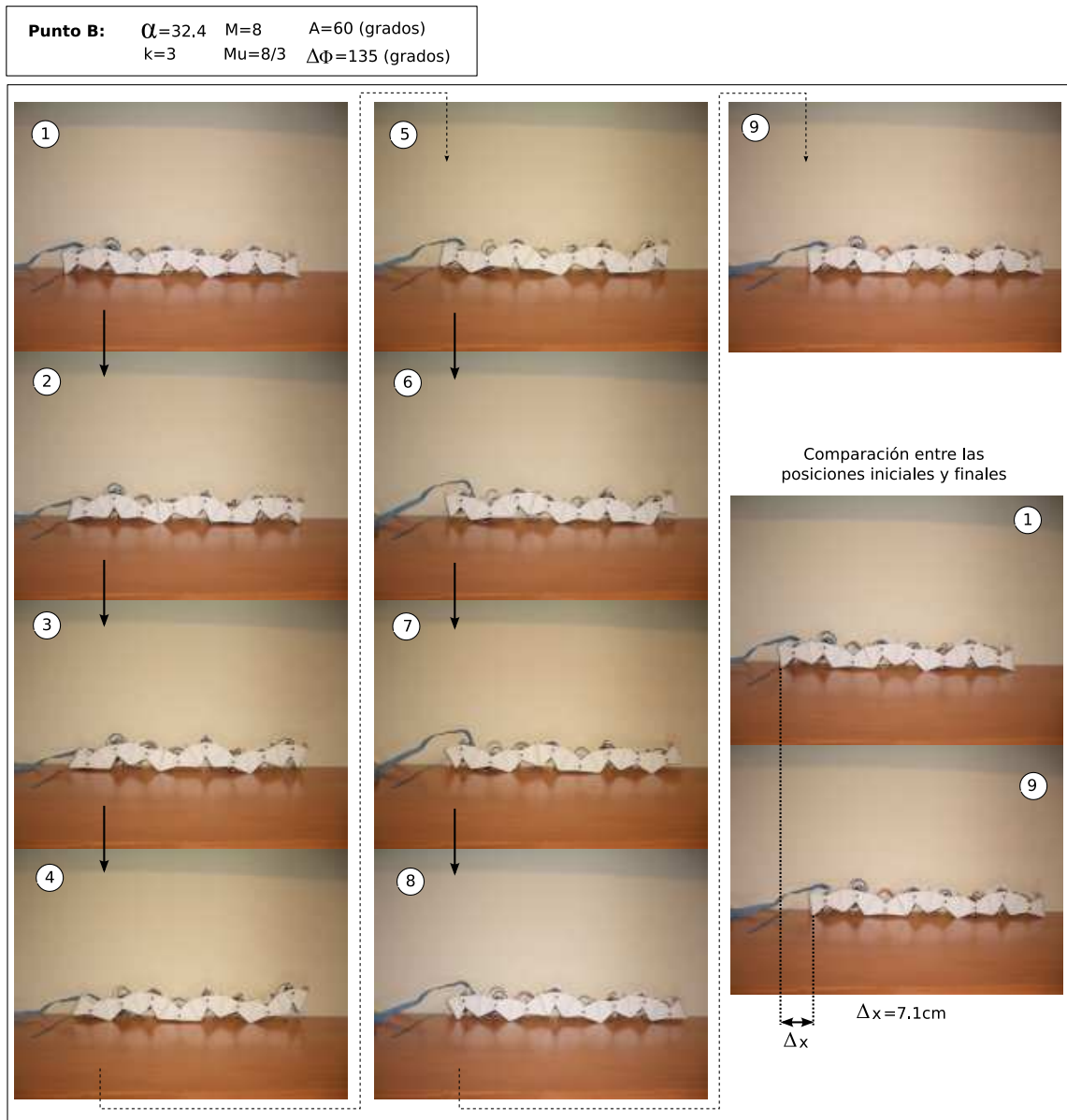


Figura 7.18: Experimento 6: Locomoción de Cube Revolutions en línea recta, en el punto de trabajo B

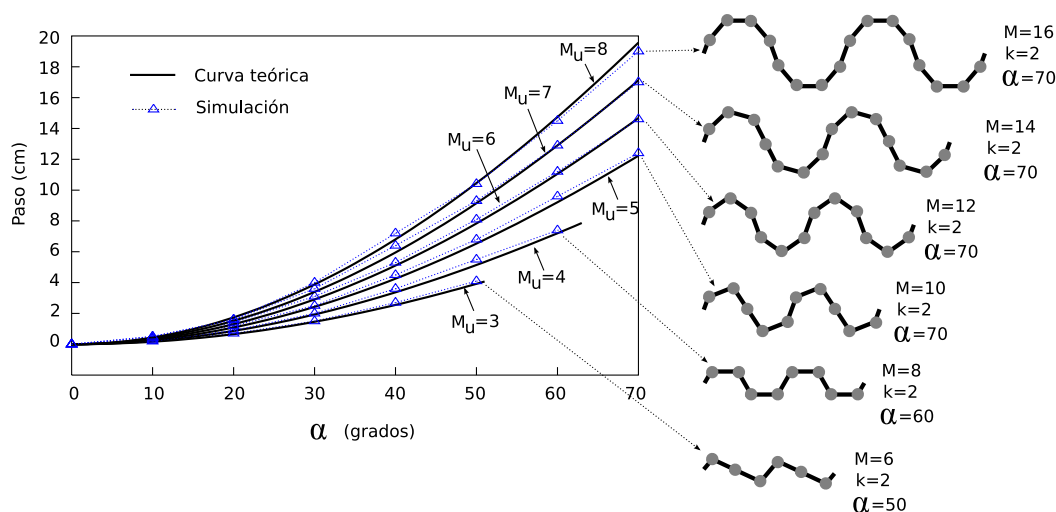


Figura 7.19: Experimento 7: Comparación del paso teórico y el obtenido en simulación para robot ápodos con diferente número de módulos por ondulación, cuando el modelo es alámbrico

Para los modelos alámbrico y hexaédrico, se comparan las gráficas de la variación del paso con el parámetro  $\alpha$  para robots con diferentes número de módulos por ondulación ( $M_U$ ). Todos los experimentos se han realizado para  $k = 2$ .

#### 7.3.4.1. Experimento 7: Paso del modelo alámbrico

En la figura 7.19 se muestran los resultados obtenidos en la simulación del desplazamiento en línea recta de seis robots ápodos, con un número de ondulación comprendido entre 3 y 8. Se muestra la variación con respecto al parámetro  $\alpha$ . Estos valores se contrastan con los predichos por la ecuación teórica 4.1 y se observa que son muy parecidos.

Para la simulación del modelo alámbrico se ha utilizado un robot con módulos aplanados, de longitud  $L$ , anchura  $W$  pero una altura despreciable.

Se puede ver, también, que el paso aumenta con el ángulo de serpienteo  $\alpha$ .

#### 7.3.4.2. Experimento 8: Paso del modelo hexaédrico

En la figura 7.20 se muestran los resultados de la simulación del desplazamiento en línea recta de robots ápodos en los que el modelo de módulo es hexaédrico de longitud  $L$  y altura  $H$ . Se comparan con los resultados teóricos obtenidos por la ecuación propuesta 4.9 y se observa que son similares. El valor en la simulación siempre está un poco por debajo del teórico. En el modelo teórico se ha supuesto que no hay desplazamiento de los puntos de apoyo. En la simulación no es así por lo que el paso es ligeramente inferior al predicho. El error relativo es menor del 8 % en el caso peor.



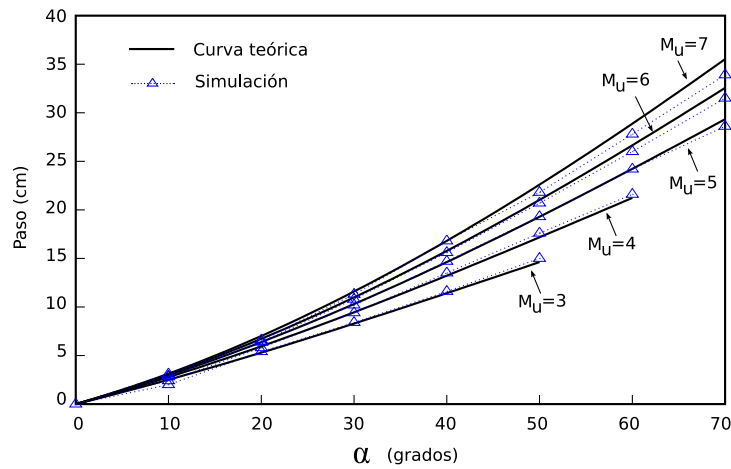


Figura 7.20: Experimento 8: Comparación del paso teórico y el obtenido en simulación para robots ápodos con diferente número de módulos por ondulación, cuando el modelo es hexaédrico

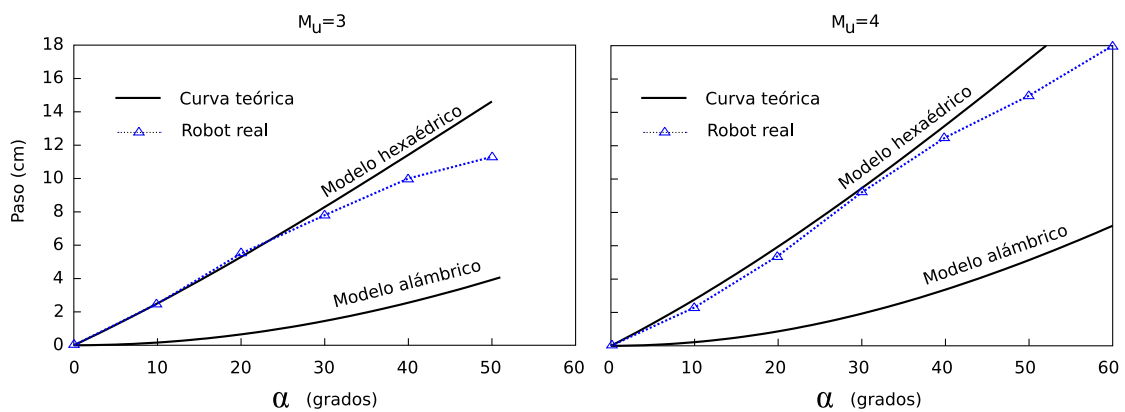


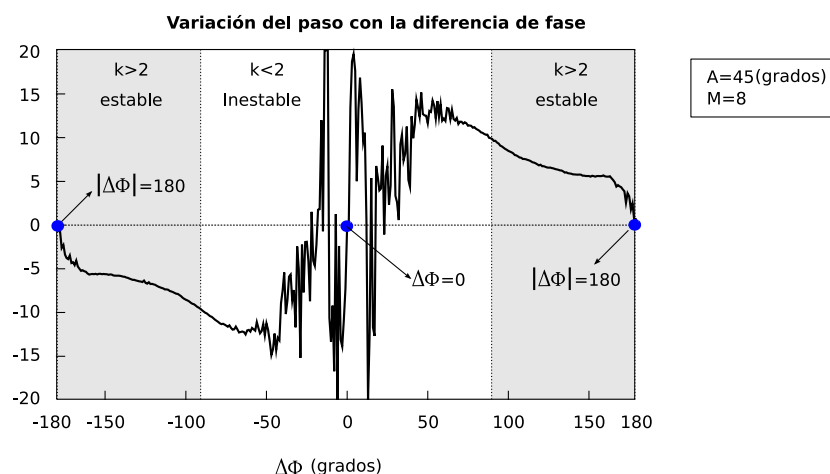
Figura 7.21: Experimento 9: Comparación del paso dado por Cube Revolutions con los predichos por los modelos hexaédrico y alámbrico

### 7.3.4.3. Experimento 9: Paso del robot Cube Revolutions

En la figura 7.21 se comparan los resultados obtenidos en la locomoción en línea recta de Cube Revolutions con los predichos por los modelos alámbrico y hexaédrico. Se han realizado experimentos para los valores de  $M_u$  igual a 3 y 4 que se corresponden con  $k = 2,6$  y  $k = 2$  respectivamente. Se observa que la ecuación que más aproxima el paso del robot es la del modelo hexaédrico. Sin embargo, cuando los valores de  $\alpha$  se acercan al máximo, comienzan a separarse de los teóricos.

En la tabla 7.4 se muestran los valores numéricos que se han medido en el robot real. En estos experimentos se ha desplazado el robot durante un periodo y se ha medido con una regla la distancia recorrida, repitiéndose varias veces para descartar resultados erróneos. Los símbolos  $\Delta x_3$  y  $\Delta x_4$  detonan el paso dado por los robots con parámetros  $M_u = 3$  y 4 respectivamente.

$\alpha$ (grados)	0	10	20	30	40	50	60
$\Delta x_3$ (cm)	0	2.5	5.5	7.8	10	11.3	—
$\Delta x_4$ (cm)	0	2.3	5.4	9.2	12.5	15	18

Cuadro 7.4: Experimento 9: Mediciones del paso del robot para diferentes valores de  $\alpha$  y  $M_u$ Figura 7.22: Experimento 11: Variación del paso de un robot ápedo virtual de 8 módulos con  $\Delta\phi$ 

### 7.3.5. Paso y diferencia de fase $\Delta\phi$

#### 7.3.5.1. Experimento 10: influencia de $\Delta\phi$

En la figura 7.22 se ha representado el paso del robot en función de la diferencia de fase para un robot ápedo virtual de 8 módulos. La amplitud aplicada a los generadores se ha fijado a  $A=45$  grados.

Se observa que la gráfica es impar. Esto es debido al principio de la simetría (apartado 4.4.5.1). Si se cambia el signo de  $\Delta\phi$  el movimiento se realiza con el mismo paso pero en la dirección contraria.

En los puntos donde  $\Delta\phi$  es 0 y 180 grados, el paso es nulo, como establece el principio de generadores en fase y oposición de fase (apartado 4.4.5.2).

En la región que está en blanco, el valor  $k$  es menor de 2 por lo que el robot es inestable. Además el movimiento es caótico. Una pequeña variación en  $\Delta\phi$  hace que el paso pase bruscamente de un valor máximo a uno mínimo. Dentro de la zona estable, el paso es inversamente proporcional a  $\Delta\phi$  hasta alcanzar un valor entorno a los 165 grados donde prima el efecto de la oposición de fase y el paso cae muy rápidamente a cero.

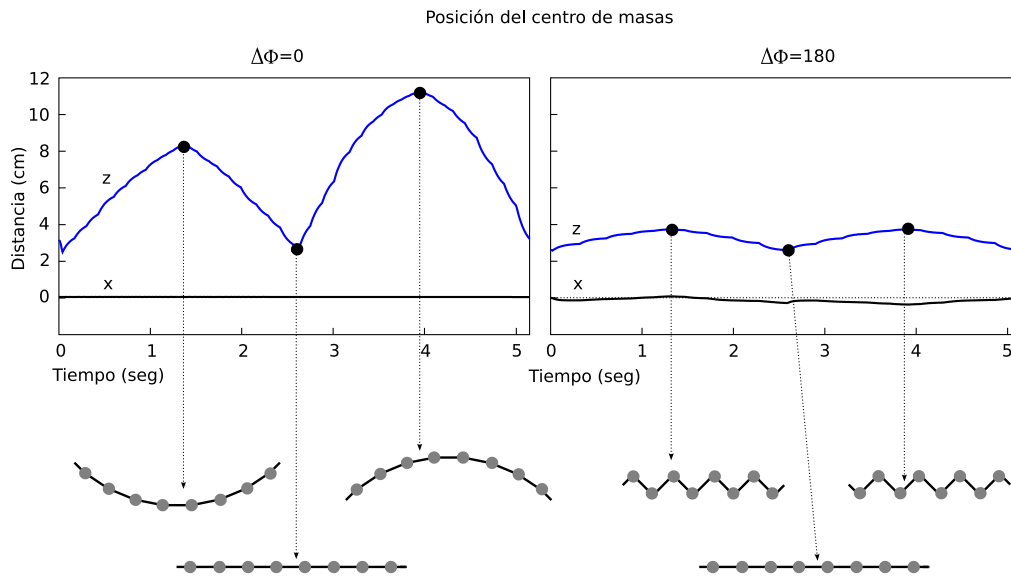


Figura 7.23: Experimento 11: Simulación del movimiento de un robot de 8 módulos cuando los generadores están en fase y oposición de fase

### 7.3.5.2. Experimento 11: Generadores en fase y oposición de fase

Este experimento es la confirmación del principio de fase y oposición de fase por el cual el robot no se desplaza en estas condiciones. En la figura 7.23 se representan las coordenadas  $x$  y  $z$  del centro de masas del robot en función del tiempo cuando los generadores están en fase ( $\Delta\phi = 0$ ) y en oposición de fase ( $\Delta\phi = 180$ ). Se han dibujado también la forma que el robot adopta en diferentes puntos. La coordenada  $z$  en ambos casos oscila, haciendo que la altura del robot suba y baje. El desplazamiento en  $x$  no existe, aunque sí una ligera oscilación en el caso de la oposición de fase.

En la figura 7.24 se muestra la forma que adopta el robot virtual y Cube Revolutions en las situaciones en las que  $\Delta\phi = 0$  y  $180$ . Para Cube Revolutions sólo se han presentado el movimiento en oposición de fase, ya que los servos no tienen la suficiente fuerza para adoptar las formas que se producen cuando los generadores están en fase. Es la confirmación en la práctica de la figura 4.45 obtenida a partir de las ecuaciones teóricas.



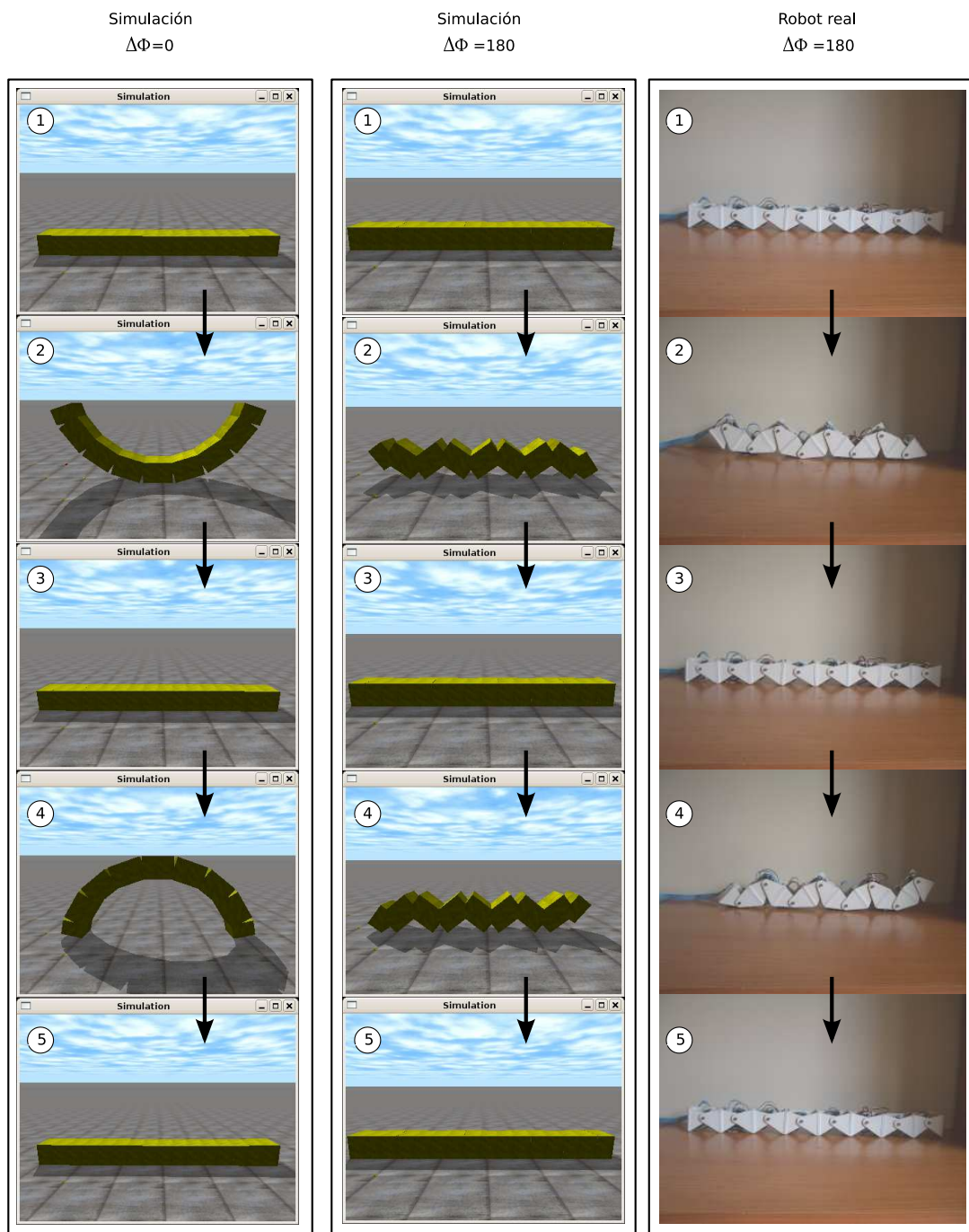


Figura 7.24: Experimento 11: Forma del robot virtual y real en los cuando los generadores están en fase y en oposición de fase

## 7.4. Experimentos de locomoción en 2D

### 7.4.1. Ondas serpentinoides 3D

En estos experimentos se muestran algunas de las formas que adopta el cuerpo de los robots del grupo cabeceo-viraje, de 32 módulos, cuando se superponen dos ondas serpentinoides, una en las articulaciones verticales y otra en las horizontales, formando una onda serpentinoide 3D. La clasificación de estas ondas se muestra en el apartado 3.6.4.3.

#### 7.4.1.1. Experimento 12: Ondas isomorfas rectas

Las ondas isomorfas se caracterizan porque su proyección en el plano  $zy$  es una figura fija, que no varía con la propagación de la onda. Denominamos ondas isomorfas rectas a aquellas que su proyección en este plano es una línea recta. En este experimento se muestran los dos tipos de ondas isomorfas rectas, las planas y las inclinadas y su proyección sobre el plano  $xy$  se compara con una curva serpentinoide calculada mediante las ecuaciones teóricas (ver figura 7.25). Se observa que para ambos tipos de ondas, efectivamente la forma que adoptan es la de una curva serpentinoide. En el caso de la onda isomorfa recta inclinada el ángulo de serpenteo de la curva resultantes se calcula mediante la ecuación 5.23 y para los dos ejemplos mostrados sus valores son de 72.4 y 92.3 grados. Para cada curva, se han tomado dos pantallazos, uno mostrando su forma en el plano  $xy$  y otro en perspectiva para poder apreciar la inclinación.

#### Experimento 13: Ondas isomorfas elípticas y circulares

En este experimento se muestran las ondas elípticas y circulares en un robot ápodo de 32 módulos. Los resultados se muestran en la figura 7.26. Cada tipo de onda se muestran para diferentes valores de los parámetros  $\alpha$  y  $k$ . Se han incluido también las versiones planas de las curvas, en las que  $\alpha_h$  es un orden de magnitud mayor que  $\alpha_v$ , por lo que la forma del robot está “aplanada” y se puede aproximar por una curva serpentinoide.

#### 7.4.1.2. Experimento 14: Ondas no isomorfas

En este experimento se muestra la forma de un robot de 32 módulos cuando se utilizan ondas no isomorfas. En la figura 7.27 superior las capturas de pantalla se han realizado en fases diferentes para apreciar que la forma cambia con la fase. En el segundo ejemplo, donde  $k_h = 1$  se puede ver que para  $\phi = \phi_1$  la sección del robot es un elipsoide y para  $\phi = \phi_2$  tiene forma de  $\infty$ .

Los robots de la parte inferior de la figura se corresponden con dos ondas no isomorfas planas. Se pueden aproximar por dos serpentinoides sobre el plano  $xy$ .

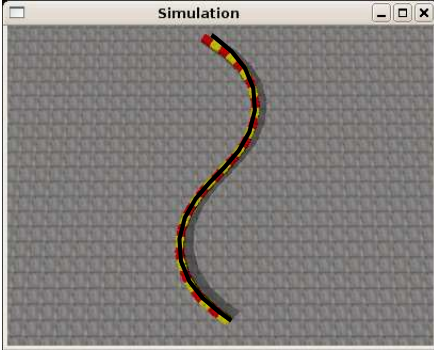

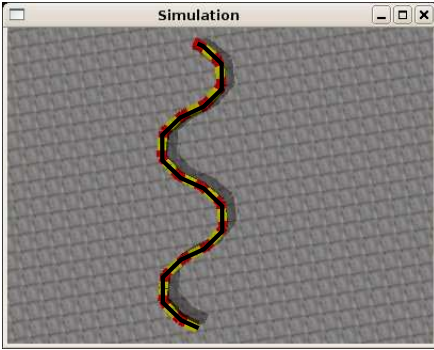
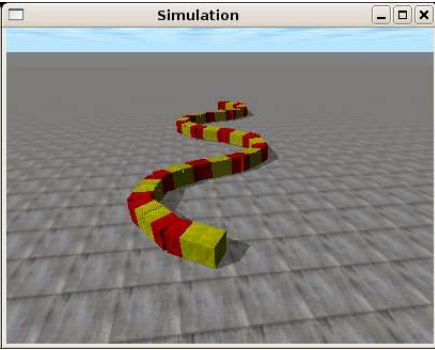
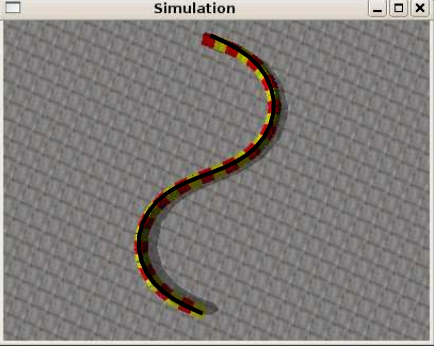
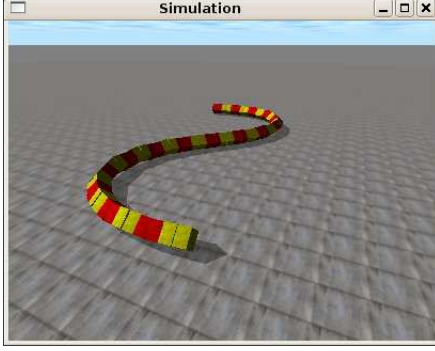
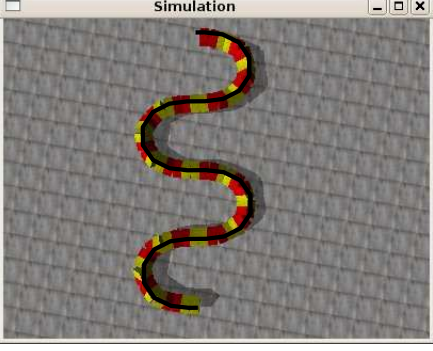

Onda 3D	Parámetros	Plano xy	Perspectiva
Isomorfa recta plana	$M=32$ $k_h=k_v=1$ $\alpha_v=7.7$ $\alpha_h=51.2$ $\Delta\Phi_{vh}=0$		
	$M=32$ $k_h=k_v=2$ $\alpha_v=6.5$ $\alpha_h=65.3$ $\Delta\Phi_{vh}=0$		
Isomorfa recta inclinada	$M=32$ $k_h=k_v=1$ $\alpha_v=51.2$ $\alpha_h=51.2$ $\alpha=72.4$ $\Delta\Phi_{vh}=0$		
	$M=32$ $k_h=k_v=2$ $\alpha_h=65.3$ $\alpha_v=65.3$ $\alpha=92.3$ $\Delta\Phi_{vh}=0$		

Figura 7.25: Experimento 12: Ondas isomorfas rectas

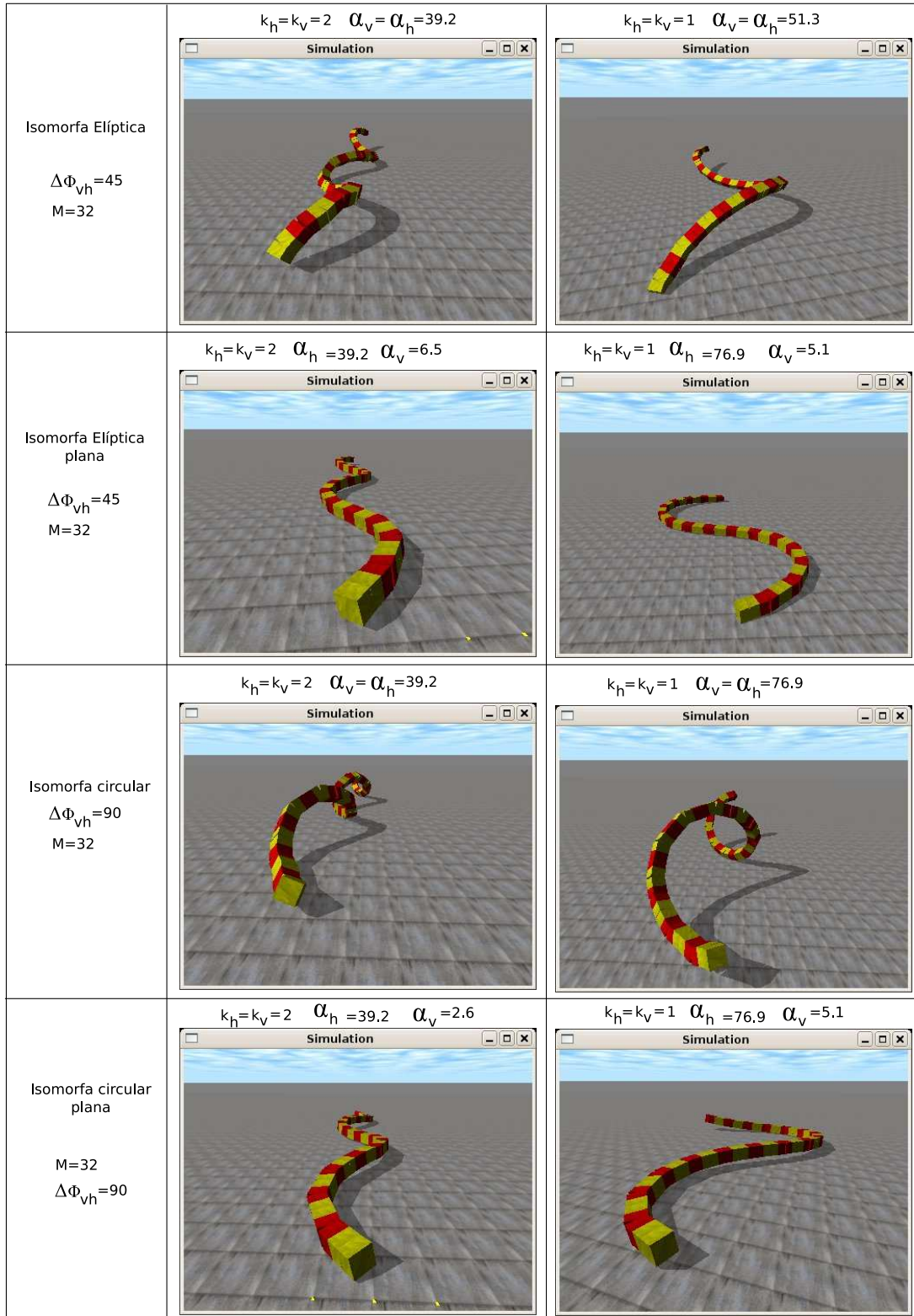


Figura 7.26: Experimento 13: Ondas isomorfas elípticas y circulares



Onda 3D	Parámetros	$\Phi = \Phi_1$	$\Phi = \Phi_2$
NO Isomorfa	$M=32$ $k_h=2$ $k_v=4$ $\alpha_v=28.3$ $\alpha_h=52.3$ $\Delta\Phi_{vh}=0$		
	$M=32$ $k_h=1$ $k_v=2$ $\alpha_v=39.2$ $\alpha_h=76.9$ $\Delta\Phi_{vh}=0$		
NO Isomorfa plana	$k_v=4$ $\alpha_v=7.1$ $M=32$ $k_h=2$ $\alpha_h=52.3$ $\Delta\Phi_{vh}=0$		
	$k_v=2$ $\alpha_v=6.5$ $M=32$ $k_h=1$ $\alpha_h=51.3$ $\Delta\Phi_{vh}=0$		

Figura 7.27: Experimento 14: Ondas no isomorfas

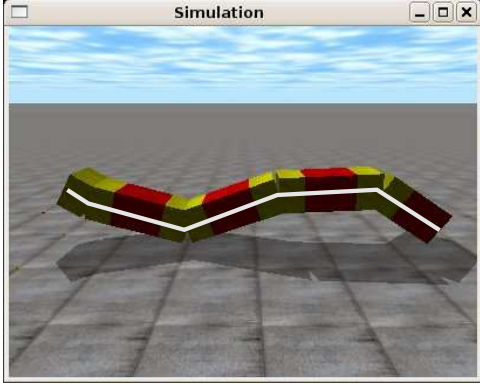
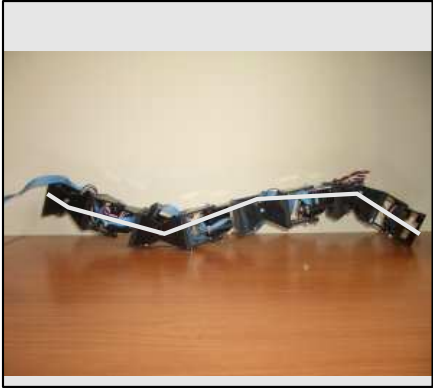
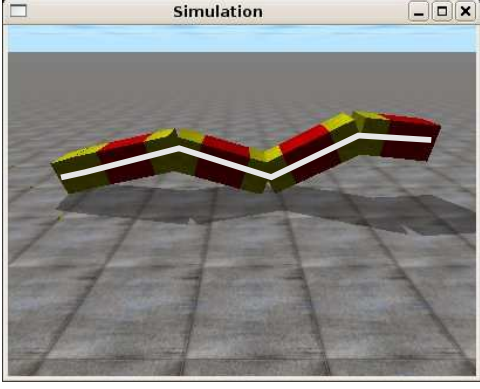

Parámetros	Robot Virtual	Robot Real
A=40 $\alpha=28.3$ $\phi=161$ M=8 k=1		
A=45 $\alpha=24.4$ $\phi=-70$ M=8 k=1,5		

Figura 7.28: Experimento 15: Comparación entre la forma del robot real y simulado con la fórmula teórica

## 7.4.2. Desplazamiento en línea recta

### 7.4.2.1. Experimento 15: Forma del robot

En la figura 7.28 se compara la forma de un robot con conexión de cabeceo-viraje de 8 módulos, tanto simulado como real, con la obtenida mediante las ecuaciones teóricas 3.29 y 3.30. A diferencia de los robots del grupo cabeceo-cabeceo, ahora los bloques empleados son de tipo cabeceo-viraje y los parámetros  $d$  y  $d_0$  valen  $L/2$  y  $2L$  respectivamente (apartado 3.3.4.3). Se observa que efectivamente la curva teórica y la forma de los dos robots son similares.

### 7.4.2.2. Experimento 16: Simulación del Movimiento en línea recta de Hypercube

En este experimento se simula el movimiento en línea recta del robot Hypercube cuando se utilizan los puntos de trabajo A y B mostrados en la tabla 7.5. En la figura 7.29 se muestra la gráfica de la

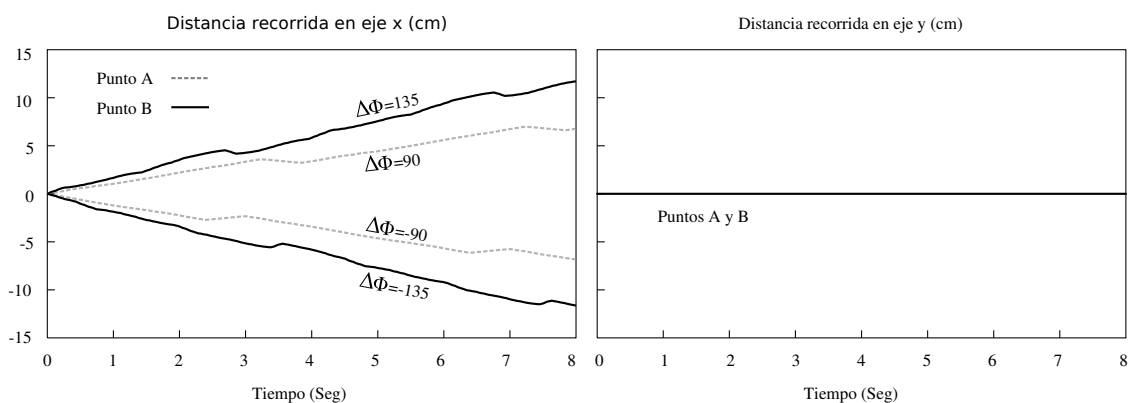


Figura 7.29: Experimento 16: Distancia recorrida por el robot en función del tiempo (durante 2 ciclos)

Puntos de trabajo	$\alpha_v$	$k_v$	$A_v$	$\Delta\phi_v$	$\alpha_h$	$k_h$	$A_h$
<b>Punto A</b>	14,1	1	20	90	0	–	0
<b>Punto B</b>	24.4	1.5	45	135	0	–	0

Cuadro 7.5: Puntos de trabajo empleados en los experimentos de locomoción en línea recta

distancia recorrida a lo largo del eje x en función del tiempo, durante dos ciclos, para los dos puntos de trabajo. Se observa que no son líneas rectas. El movimiento no es rectilíneo uniforme. Esto es debido a que no se cumple el criterio de estabilidad y en los dos casos  $k$  es menor que 2. Puesto que el robot sólo tiene 4 módulos verticales, este criterio nunca se cumple. Sin embargo, el desplazamiento del robot sí se realiza. Además, al cambiar el signo del parámetro  $\Delta\phi$ , el movimiento se realiza en la dirección contraria.

Se ha representado también el valor del desplazamiento en el eje y, comprobándose que es nulo. El robot sólo se desplaza en línea recta.

En la figura 7.30 se muestran las capturas de pantalla de la simulación del movimiento en línea recta correspondientes a 8 instantes de tiempo, cuando se utiliza el punto de trabajo B.

#### 7.4.2.3. Experimento 17: Movimiento en línea recta de Hypercube

En este experimento se comprueba que el robot Hypercube es capaz de moverse en línea recta. En la figura 7.31 se muestran las fotos tomadas durante el movimiento, correspondientes a los mismos instantes que en la simulación mostrada en la figura 7.30.

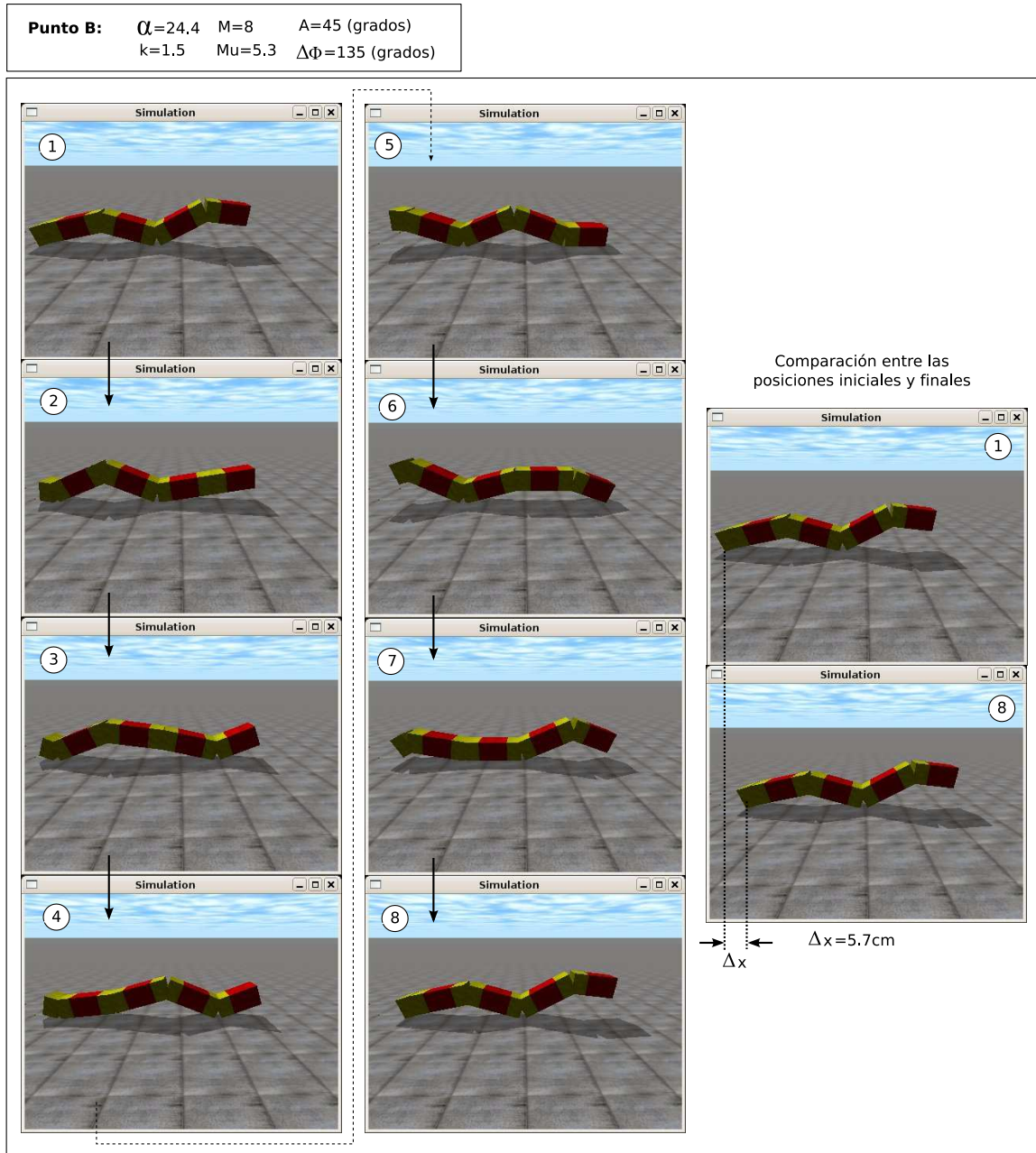


Figura 7.30: Experimento 16: Instantáneas de la simulación del movimiento en línea recta de Hypercube



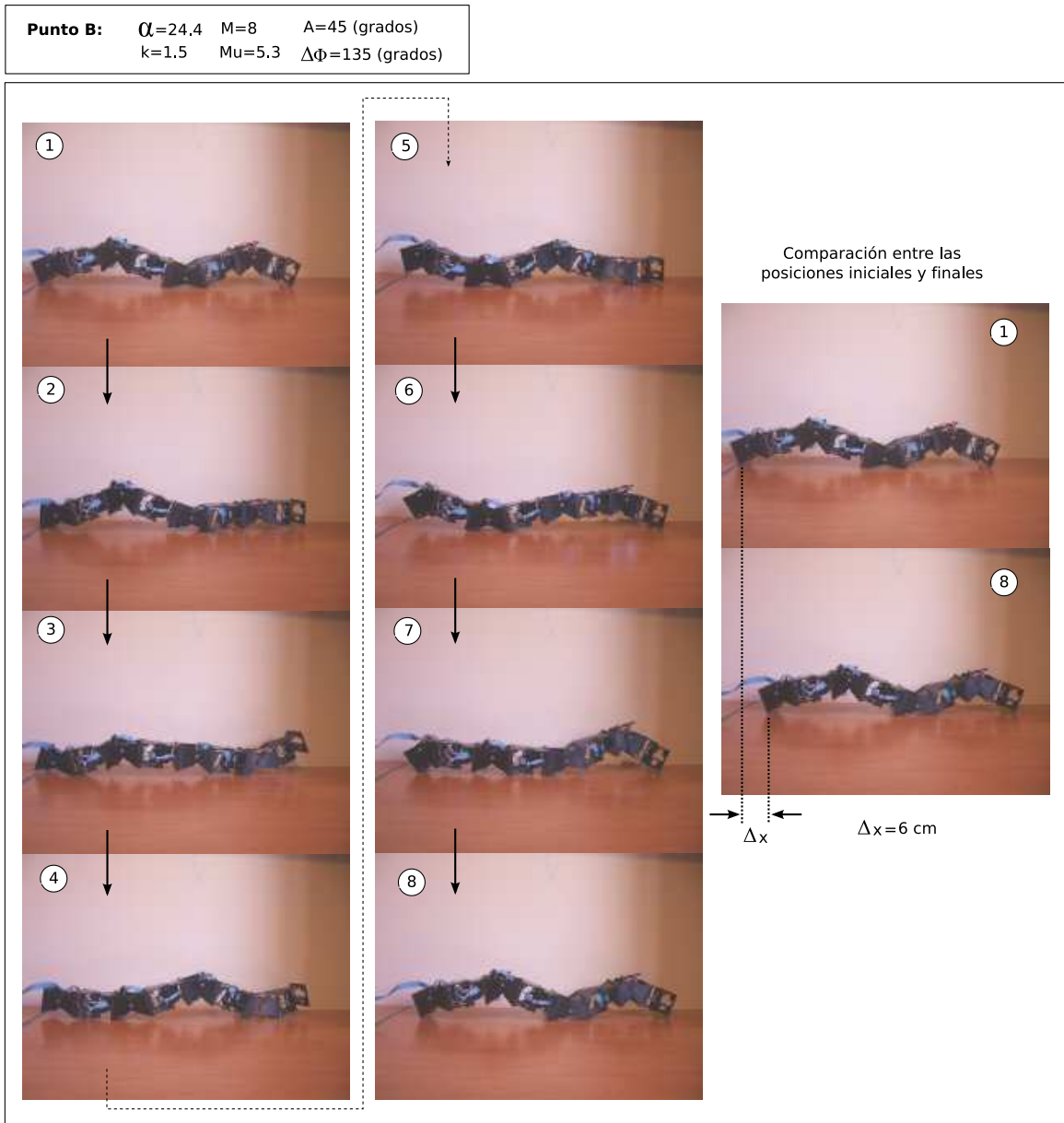


Figura 7.31: Experimento 17: Locomoción en línea recta del robot Hypercube

Puntos de trabajo	$M$	$\alpha_v$	$k_v$	$A_v$	$\Delta\phi_v$	$\alpha_h$	$k_h$	$A_h$	$\Delta\phi_h$	$\Delta\phi_{vh}$
<b>Punto A</b>	32	6.5	2	5	45	52.3	2	40	45	90
<b>Punto B</b>	32	5.1	1	2	22.5	51.2	1	20	22.5	90
<b>Punto C</b>	8	14.1	1	20	90	28.3	1	40	90	90
<b>Punto D</b>	8	10.8	1.5	20	135	21.6	1.5	40	135	90
<b>Punto E</b>	8	42.4	1	60	90	42.4	1	60	90	30

Cuadro 7.6: Puntos de trabajo empleados en los experimentos del desplazamiento lateral

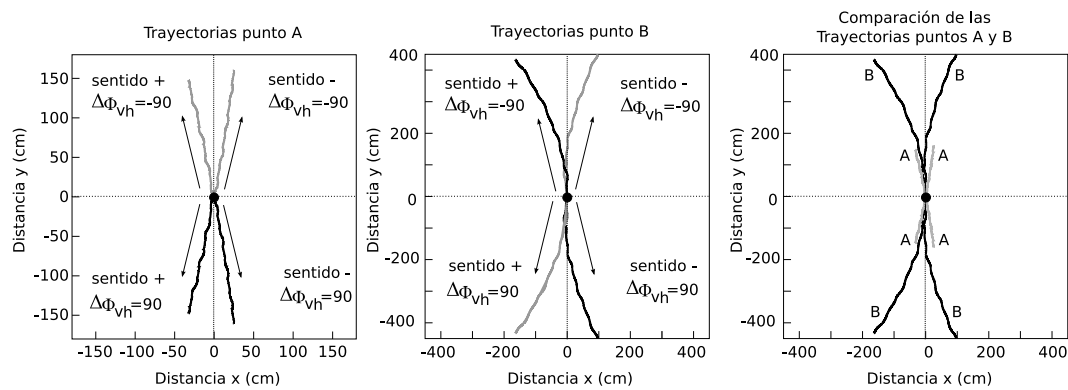


Figura 7.32: Experimento 18: Trayectorias del centro de gravedad de un robot ápedo de 32 módulos cuando se sitúa en los puntos de trabajo A y B

### 7.4.3. Desplazamiento lateral

#### 7.4.3.1. Puntos de trabajo

Todos los puntos de trabajo empleados en los experimentos de desplazamiento lateral se muestran en la tabla 7.6. Los puntos A y B son para la simulación de un robot ápedo de 32 módulos y el resto para uno de 8.

#### 7.4.3.2. Experimento 18: Desplazamiento del modelo continuo

En este experimento se calculan las trayectorias descritas por un robot ápedo de 32 módulos cuando se simula su desplazamiento lateral. Los puntos de trabajo empleados son el A y el B. Los resultados se muestran en las gráficas de la figura 7.32. La duración de la simulación es de cuatro periodos. Para cada punto se han representado las 4 trayectorias existentes en función del signo de  $\Delta\phi_{vh}$  y del sentido de propagación de la onda corporal (apartado 5.7.7.4).

Se observa que el robot sigue una trayectoria rectilínea en el punto A pero en el B se va curvando. Es decir, además de un desplazamiento lateral hay un pequeño cambio en la orientación.

En la comparación de ambas trayectorias se ve que ha avanzado más distancia en el punto B que en el A.

En las figuras 7.33 y 7.34 se muestran las instantáneas durante el movimiento del robot en los puntos A y B respectivamente, a lo largo de un ciclo.

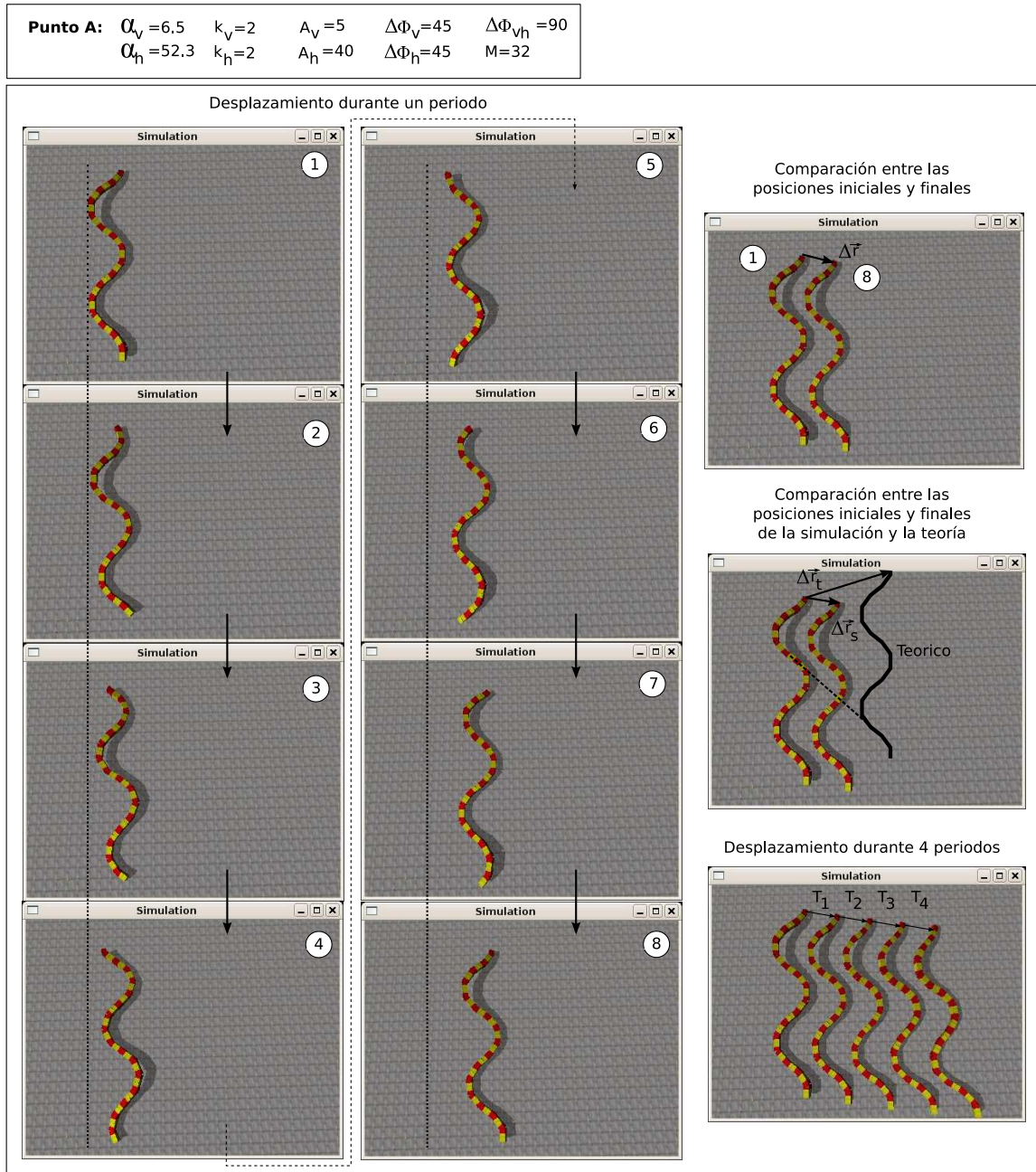


Figura 7.33: Experimento 18: Instantáneas de la simulación del desplazamiento lateral en el punto de trabajo A

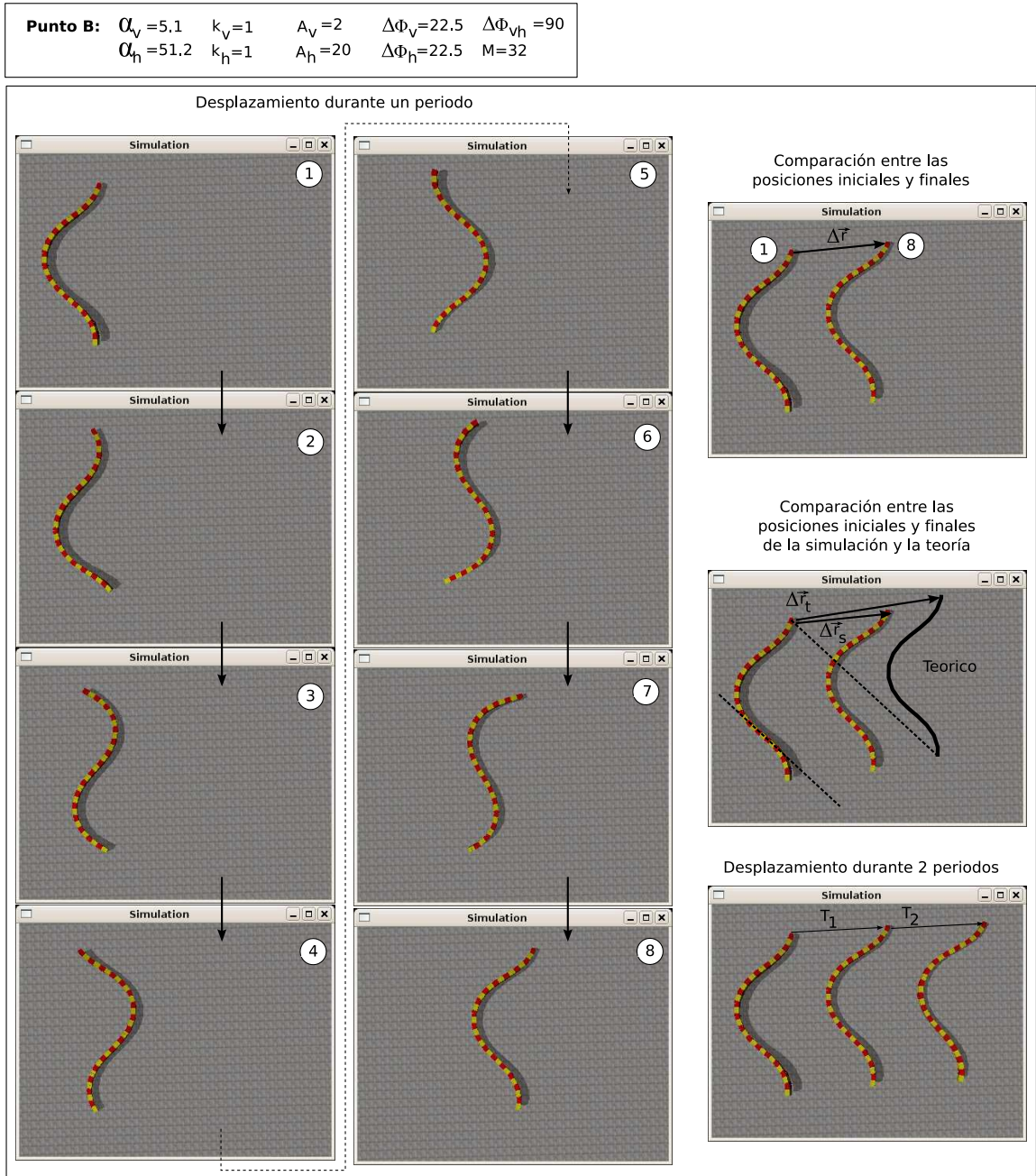


Figura 7.34: Experimento 18: Instantáneas de la simulación del desplazamiento lateral en el punto de trabajo B

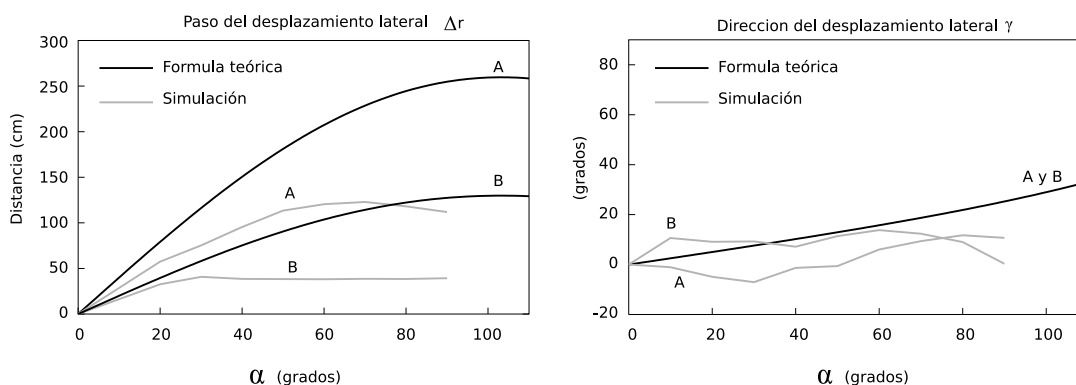


Figura 7.35: Experimento 19: Comparación del paso del desplazamiento lateral en los puntos A y B

#### 7.4.3.3. Experimento 19: Paso del desplazamiento lateral

En este experimento se comparan los pasos dados por los robots en los puntos A y B en la simulación con las ecuaciones teóricas del módulo (ec. 5.26) y la orientación (ec. 5.26). Se observa que los valores de simulación están por debajo de los teóricos. La ecuación teórica está calculada para el modelo alámbrico y suponiendo que los puntos de apoyo permanecen fijos en el suelo, sin embargo en la simulación del modelo hexaédrico esto no es así. Los puntos sufren deslizamiento.

#### 7.4.3.4. Experimento 20: Simulación de Hypercube en los puntos C y D

La simulación del desplazamiento lateral de un robot ápodo de 8 módulos en los puntos de trabajo C y D se muestra en las figuras 7.36 y 7.37.

#### 7.4.3.5. Experimento 21: Desplazamiento de Hypercube en los puntos C y D

El desplazamiento lateral del robot Hypercube en los puntos de trabajo C y D se muestra en las figuras 7.38 y 7.39.

#### 7.4.3.6. Experimento 22: Comparación entre simulación y robot real

En este experimento se comparan las curvas del paso del robot real y en simulación para los puntos C y D y se comparan con las curvas teóricas. Los resultados se muestran en la figura 7.40.

#### 7.4.3.7. Experimento 23: Desplazamiento lateral inclinado

La simulación y movimiento real del robot cuando el desplazamiento es de tipo lateral inclinado (punto E) se muestra en las figuras 7.41 y 7.42.



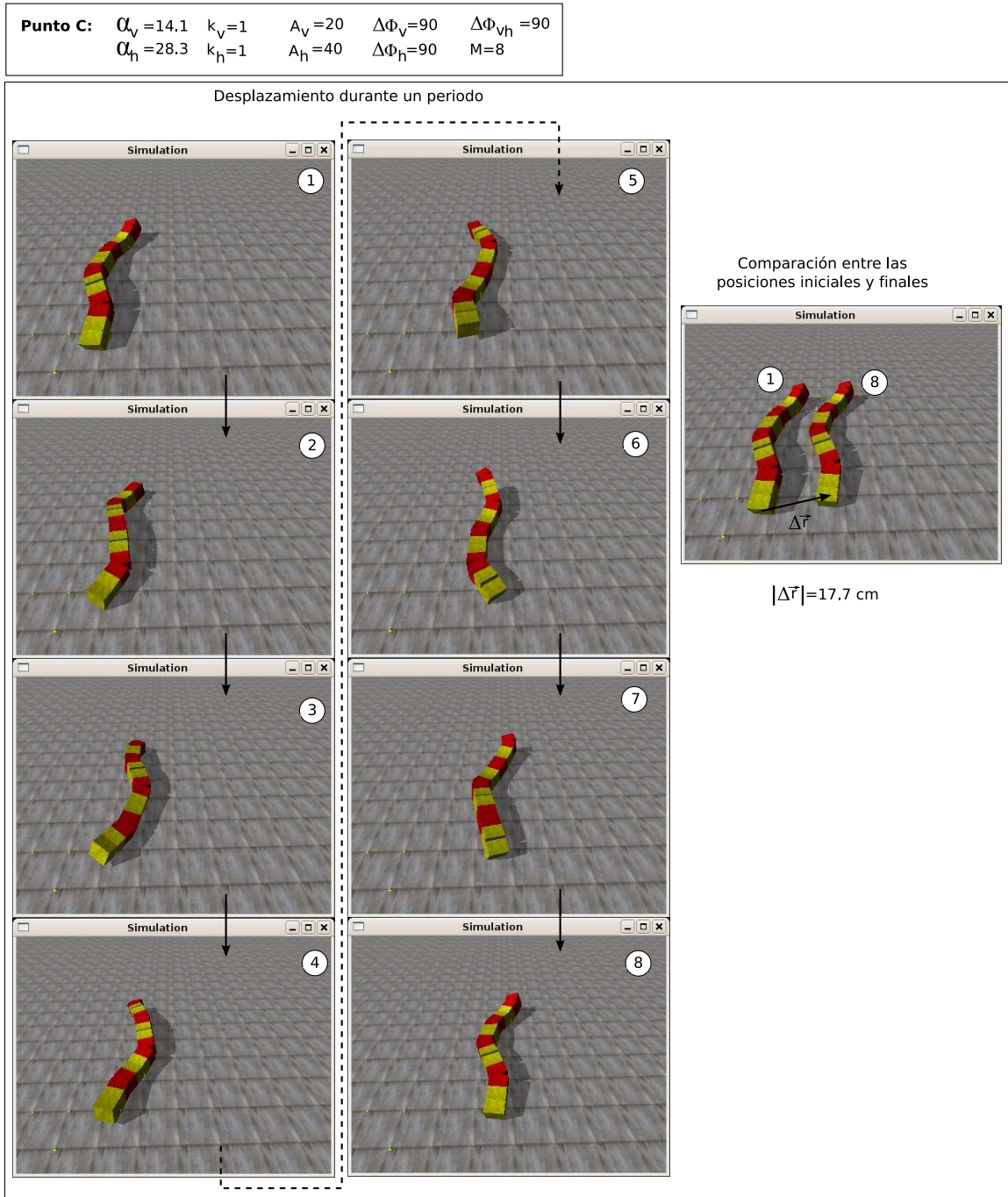


Figura 7.36: Experimento 20: Instantáneas de la simulación del movimiento en línea recta de Hypercube en el punto de trabajo C

**Punto D:**  $\alpha_v = 10.8$   $k_v = 1.5$   $A_v = 20$   $\Delta\Phi_v = 135$   $\Delta\Phi_{vh} = 90$   
 $\alpha_h = 21.6$   $k_h = 1.5$   $A_h = 40$   $\Delta\Phi_h = 135$   $M = 8$

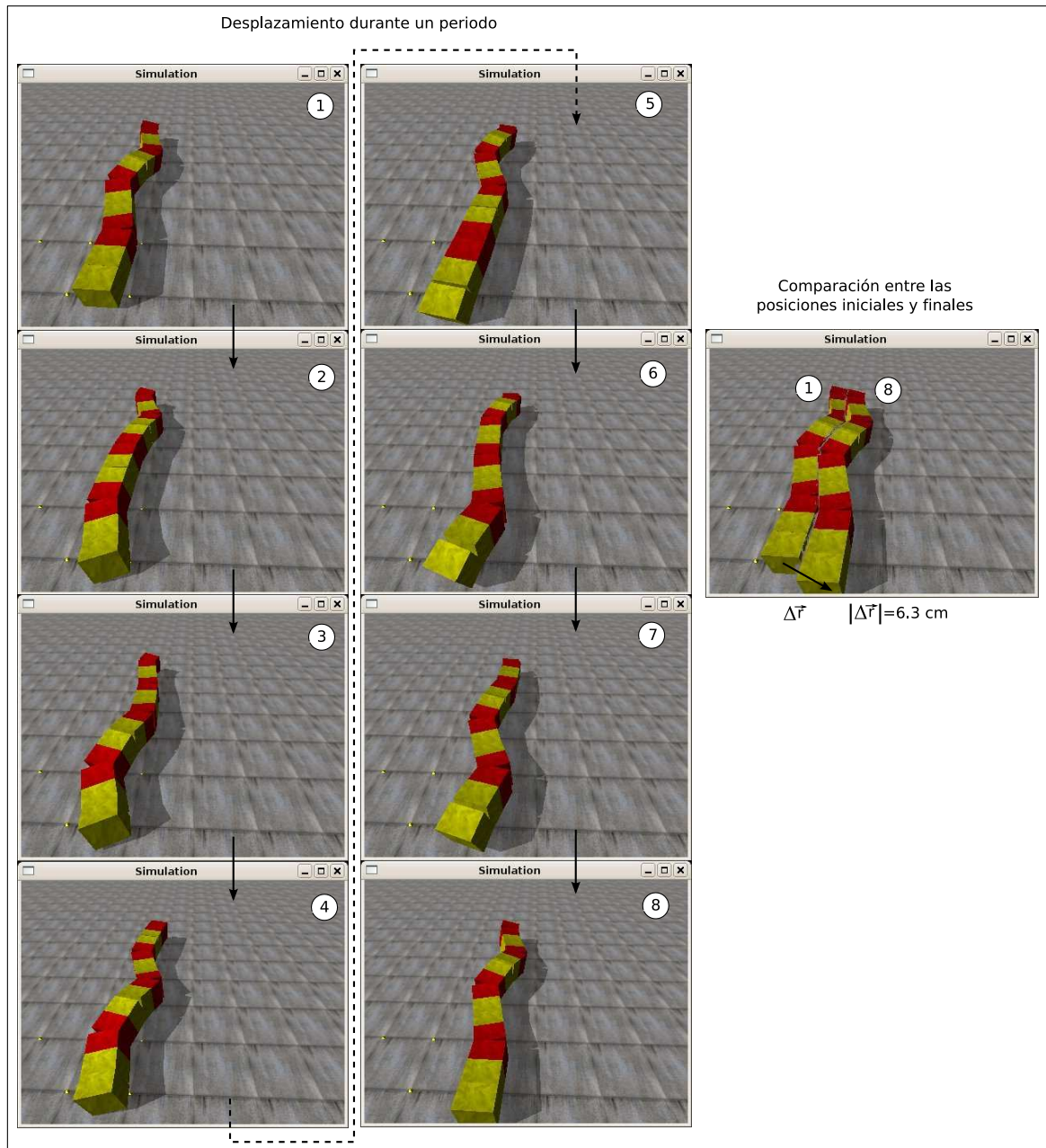


Figura 7.37: Experimento 20: Instantáneas de la simulación del movimiento en línea recta de Hypercube en el punto de trabajo D

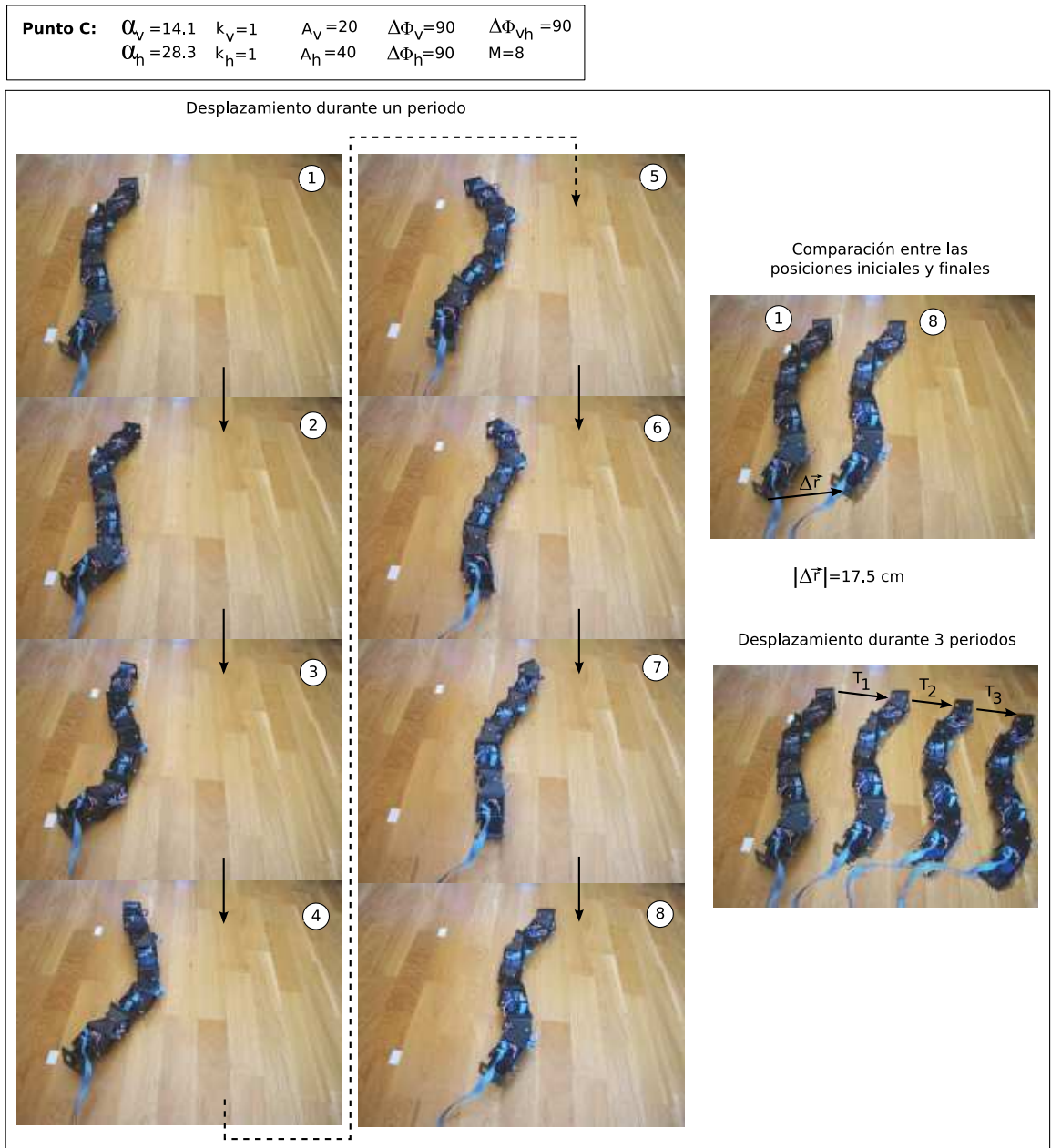


Figura 7.38: Experimento 21: Desplazamiento lateral de Hypercube en el punto C



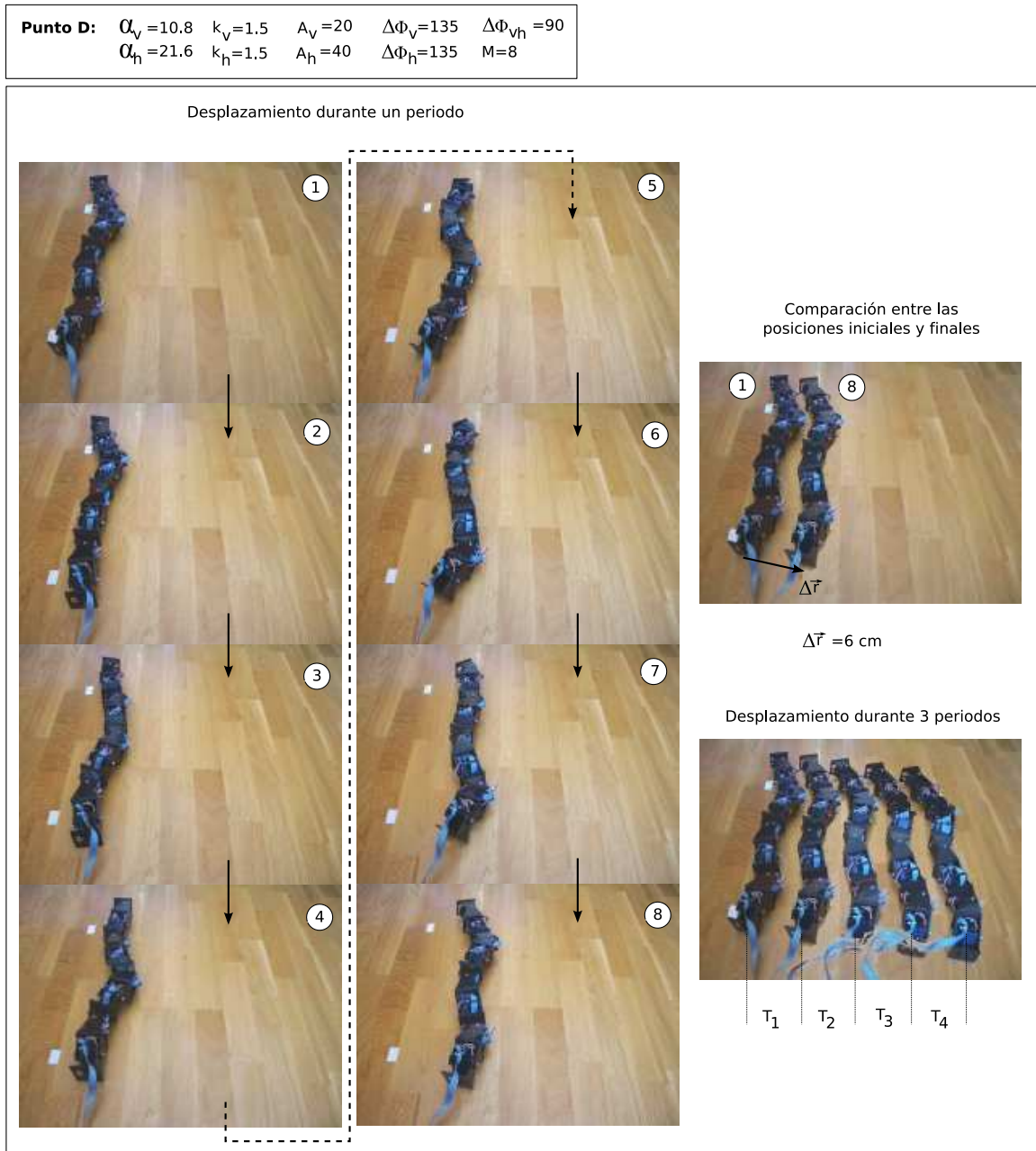


Figura 7.39: Experimento 21: Desplazamiento lateral de Hypercube en el punto D

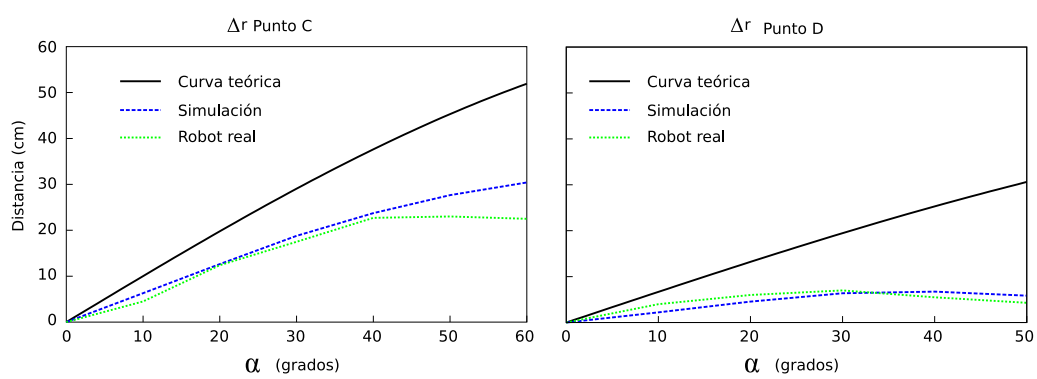


Figura 7.40: Experimento 22: Comparación entre la simulación y locomoción de Hypercube

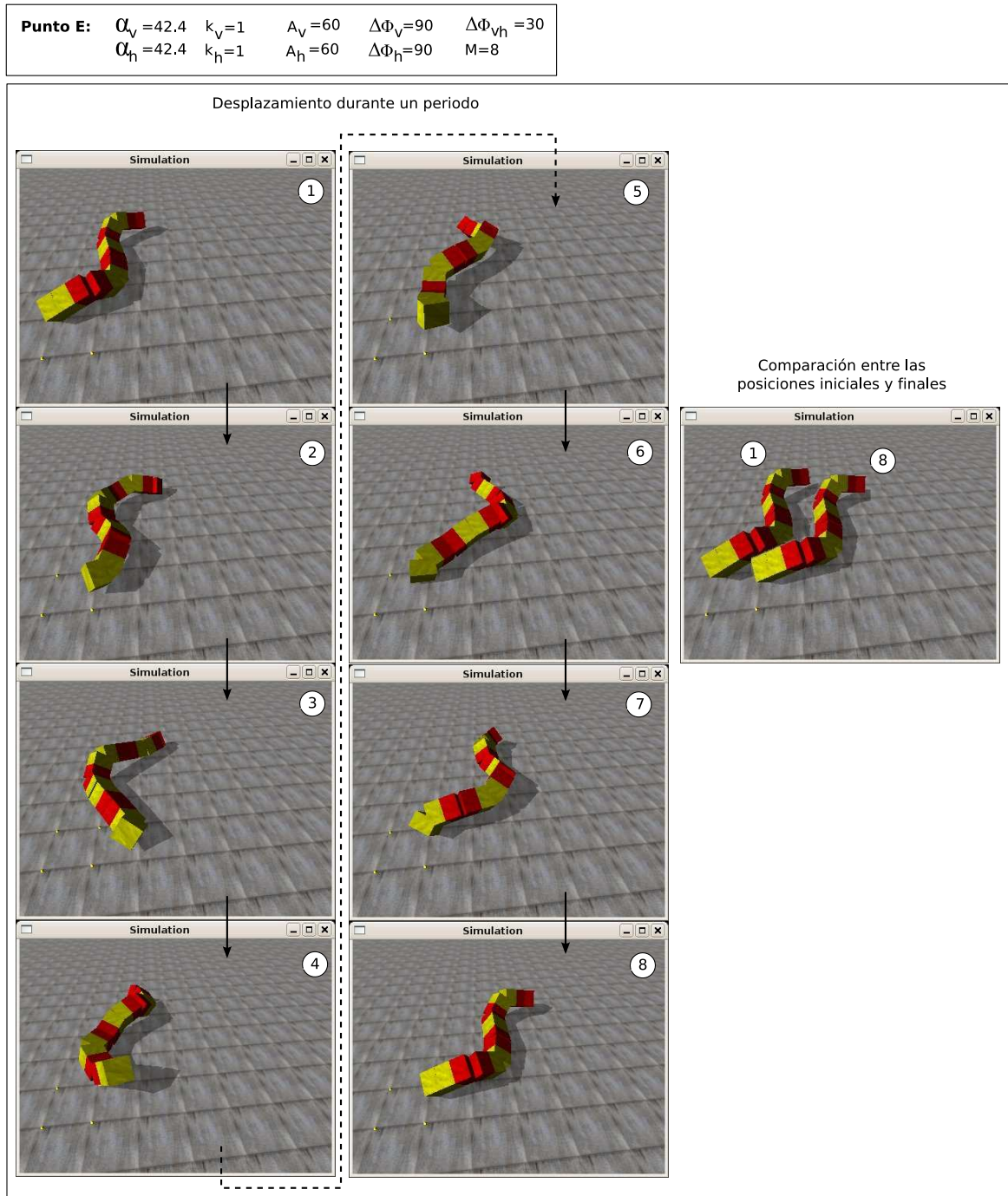


Figura 7.41: Experimento 23: Instantáneas de la simulación del movimiento en línea recta de Hypercube en el punto de trabajo E

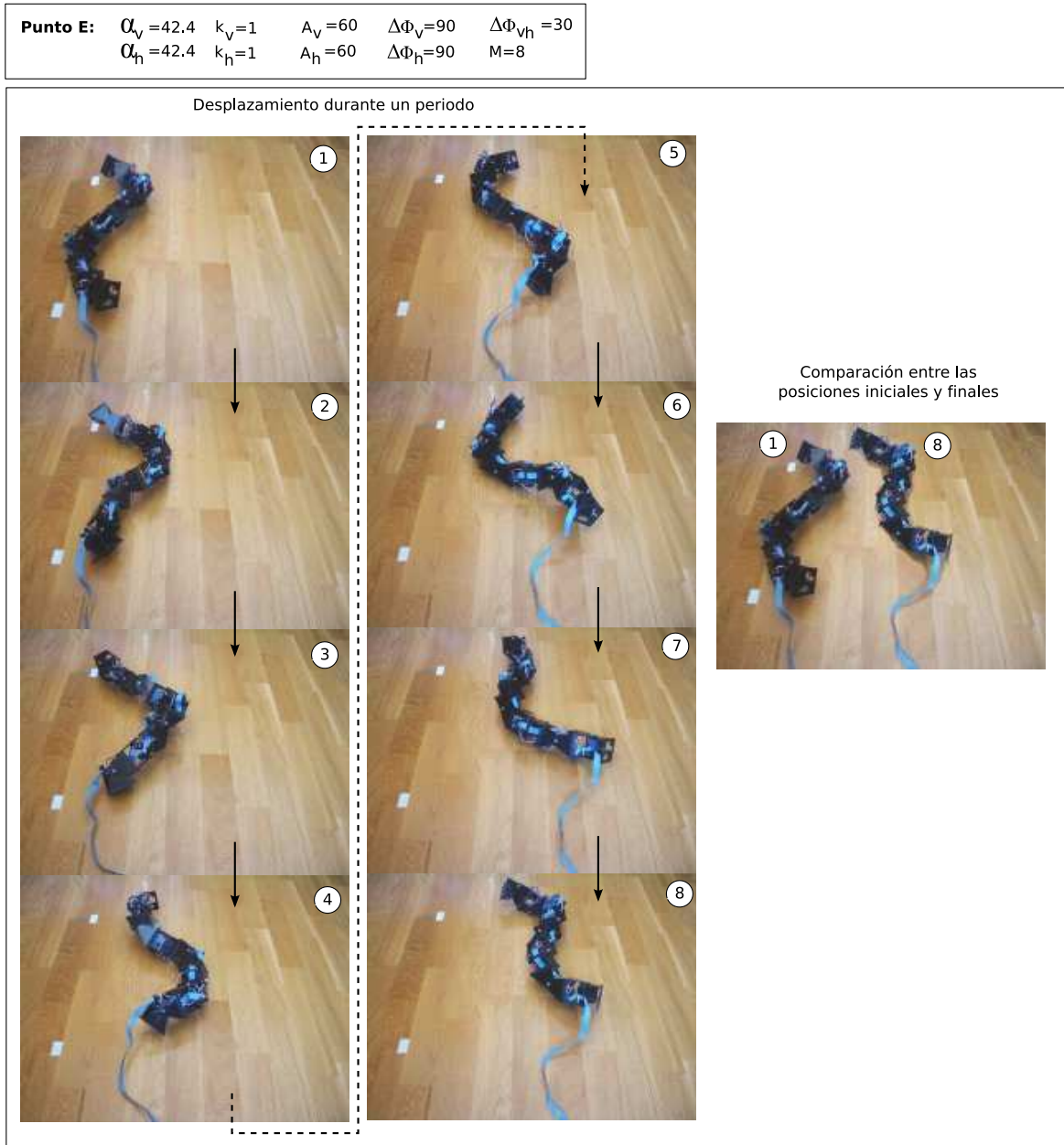


Figura 7.42: Experimento 23: Desplazamiento lateral de Hypercube en el punto D

Puntos de trabajo	$M$	$\alpha_v$	$k_v$	$A_v$	$\Delta\phi_v$	$\alpha_h$	$k_h$	$A_h$	$\Delta\phi_h$	$\Delta\phi_{vh}$
<b>Punto A</b>	32	13.1	4	10	90	52.3	2	40	45	0
<b>Punto B</b>	32	12.8	2	5	45	51.3	1	20	22.5	0
<b>Punto C</b>	8	15	2	30	180	20	1	40	90	0
<b>Punto D</b>	8	5.3	1.6	10	140	34	0.8	40	70	0

Cuadro 7.7: Puntos de trabajo empleados en los experimentos de rotación

#### 7.4.4. Rotación

##### 7.4.4.1. Puntos de trabajo

Todos los puntos de trabajo empleados en los experimentos de desplazamiento lateral se muestran en la tabla 7.7. Los puntos A y B son para la simulación de un robot ápedo de 32 módulos y B y C para uno de 8.

##### 7.4.4.2. Experimento 24: Trayectoria del movimiento en los puntos A y B

Las trayectorias del centro de masas de un robot ápedo de 32 módulos en el plano  $xy$  cuando rota en los puntos de trabajo A y B se muestra en la figura 7.43, para una duración de cuatro periodos. Para cada punto se han representado dos trayectorias correspondientes a los dos sentidos de propagación de la onda corporal. Se puede ver que al cambiar el sentido de propagación las rotaciones se hacen en sentidos contrarios.

También se han mostrado el ángulo de orientación del módulo central. Inicialmente se toma como referencia 0 grados. Esta orientación va oscilando, debido al movimiento de viraje del módulo central, pero el valor medio aumenta con cada ciclo debido a la rotación.

El movimiento en el punto B tiene un paso angular mayor. Al cabo de cuatro periodo el robot ha rotado prácticamente 360 grados y la posición del centro de masas está muy cercana a la inicial.

En las figuras 7.44 y 7.45 se muestran 8 instantes durante la rotación en un ciclo de los robots ápedos, en los puntos A y B respectivamente.

##### 7.4.4.3. Experimento 25: Variación del ángulo de rotación con $\alpha$

En la figura 7.46 se ha representado la gráfica que relaciona el paso angular rotado por el robot ápedo con el ángulo de serpenteo  $\alpha$ . Los datos se han obtenido a partir de la simulación de un robot ápedo de 32 módulos, para los puntos de trabajo A y B. La tendencia es que el ángulo de rotación aumenta con  $\alpha$ .

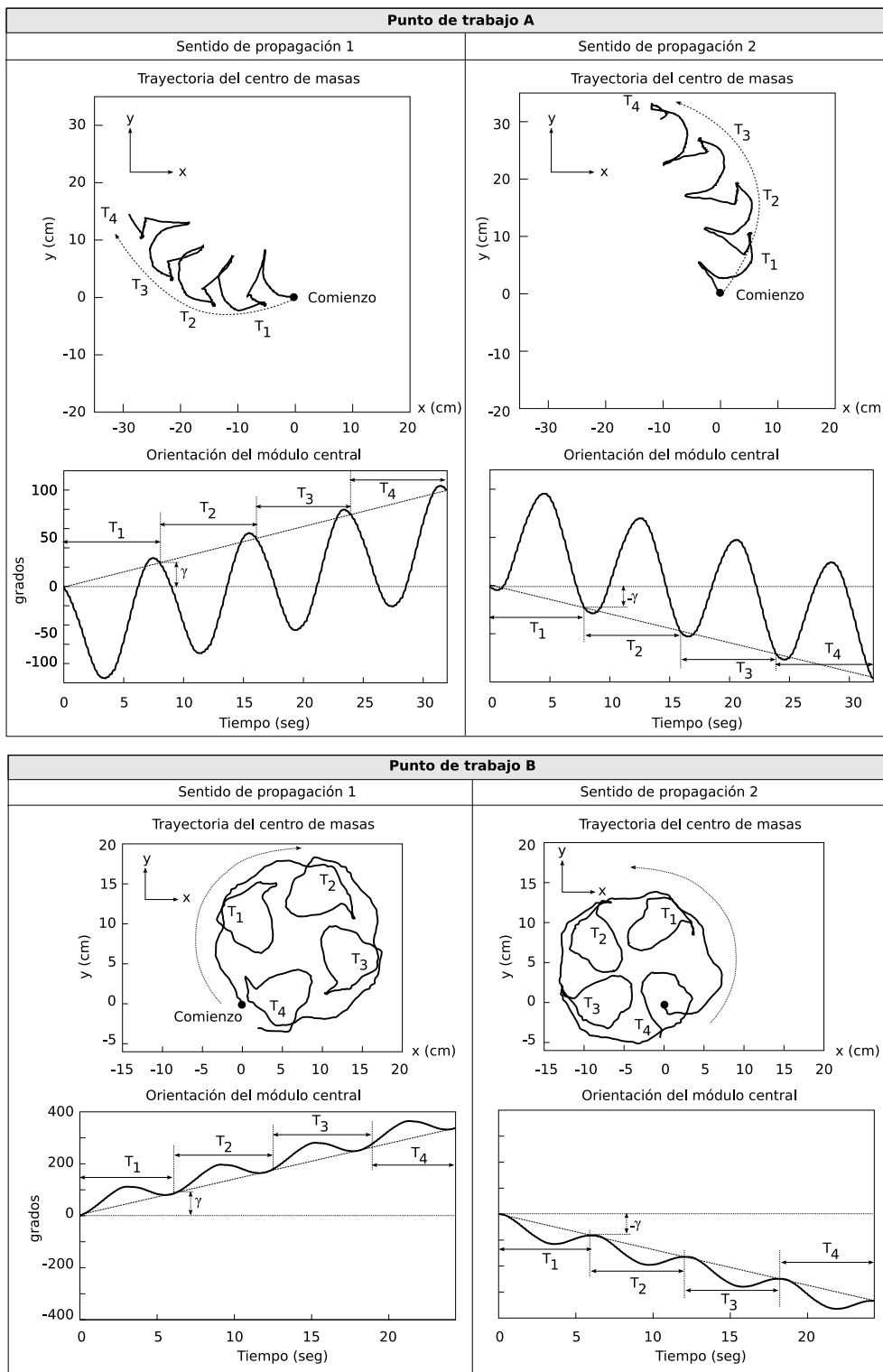


Figura 7.43: Experimento 24: Rotación de un robot ápedo de 32 módulos en los puntos A y B



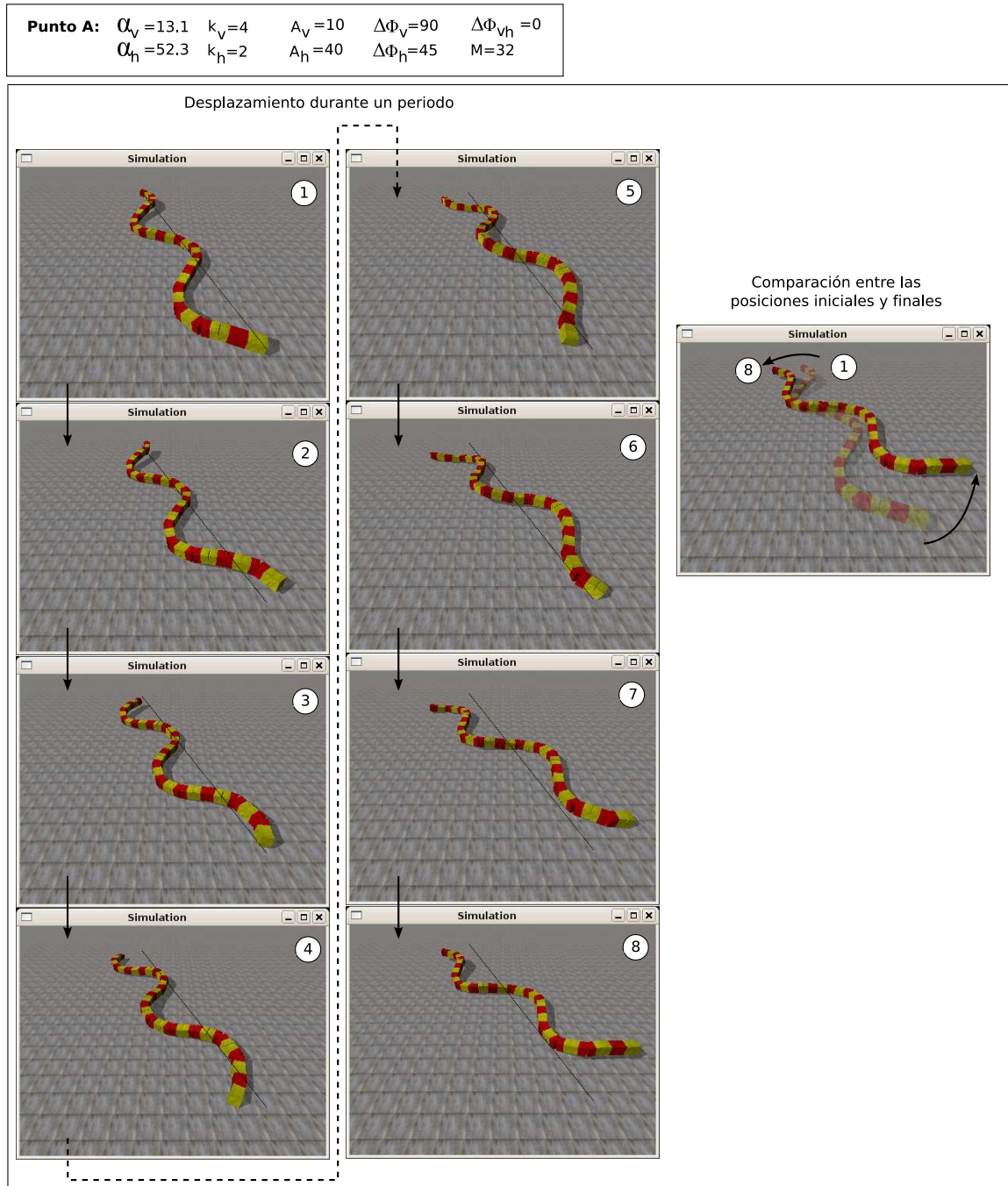


Figura 7.44: Experimento 24: Instantáneas de la simulación de la rotación de un robot ápedo de 32 módulos en el punto A

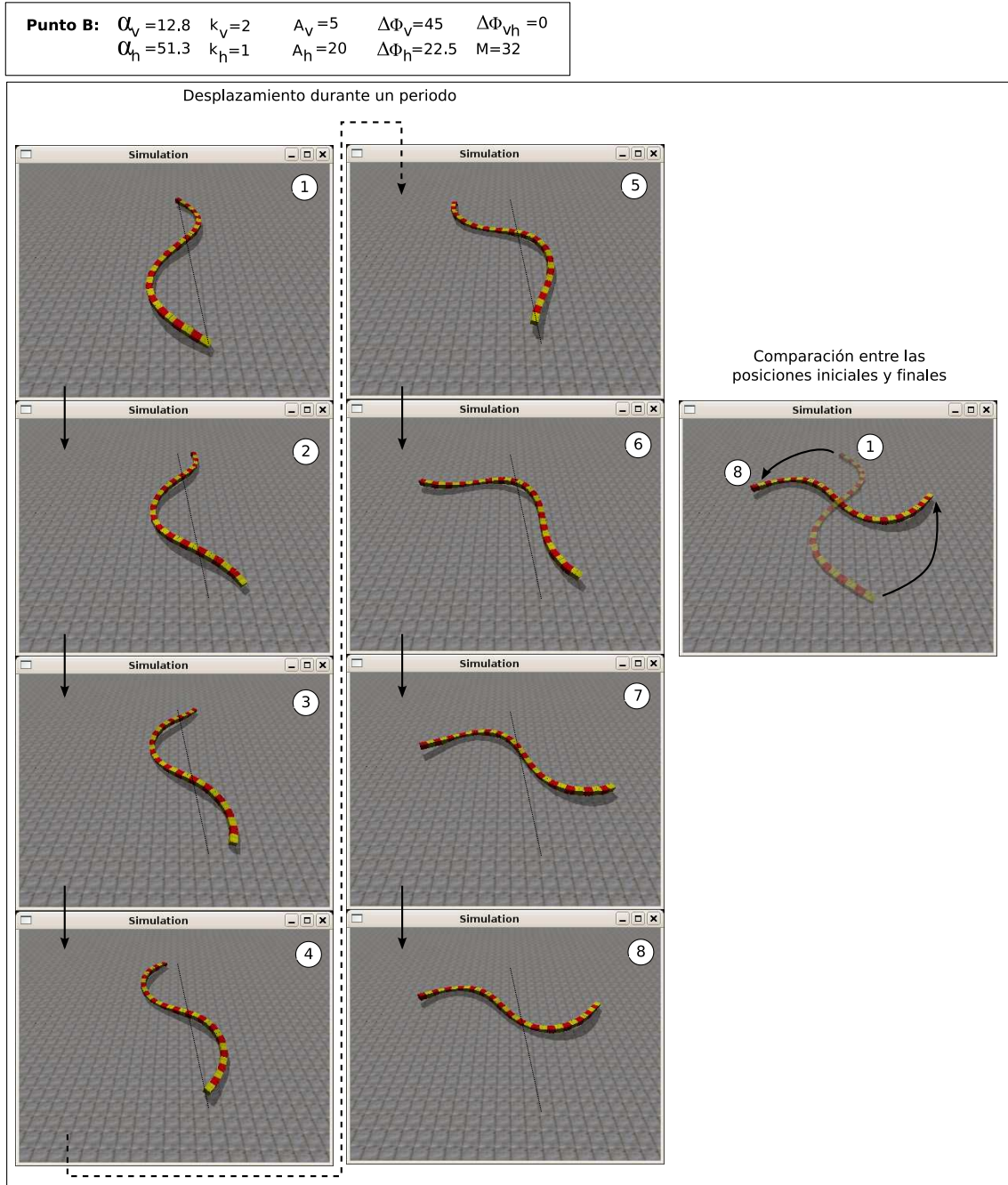


Figura 7.45: Experimento 24: Instantáneas de la simulación de la rotación de un robot ápedo de 32 módulos en el punto B



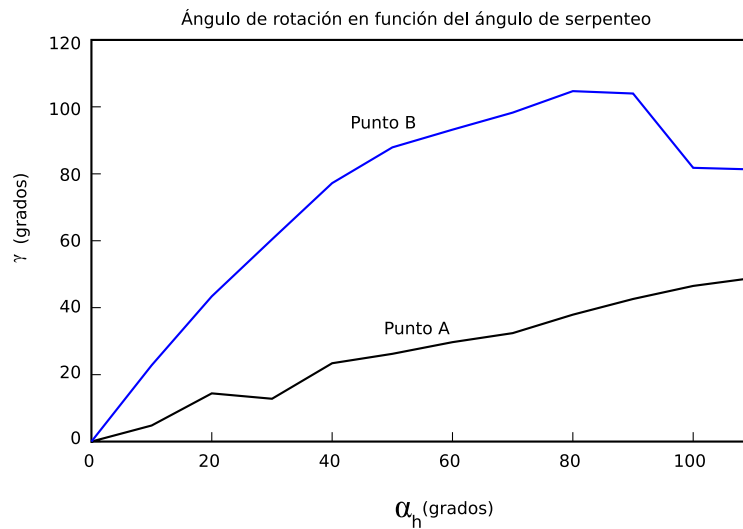


Figura 7.46: Experimento 25: Variación del ángulo de rotación con  $\alpha$

#### 7.4.4.4. Experimento 26: Simulación de Hypercube

La simulación del desplazamiento lateral de un robot ápedo de 8 módulos en los puntos de trabajo C y D se muestra en las figuras 7.47 y 7.48 respectivamente.

#### 7.4.4.5. Experimento 27: Rotación de Hypercube

La rotación del robot Hypercube en los puntos C y D se muestra en las figuras 7.49 y 7.50 respectivamente.

#### 7.4.4.6. Experimento 28: Comparación entre la simulación y movimiento real de Hypercube

En la figura 7.51 se muestra la comparación de los resultados obtenidos de la simulación y el movimiento real de Hypercube en los puntos de trabajo C y D respectivamente. En ambos la tendencia es a aumentar el paso angular al aumentar el ángulo de serpiente.

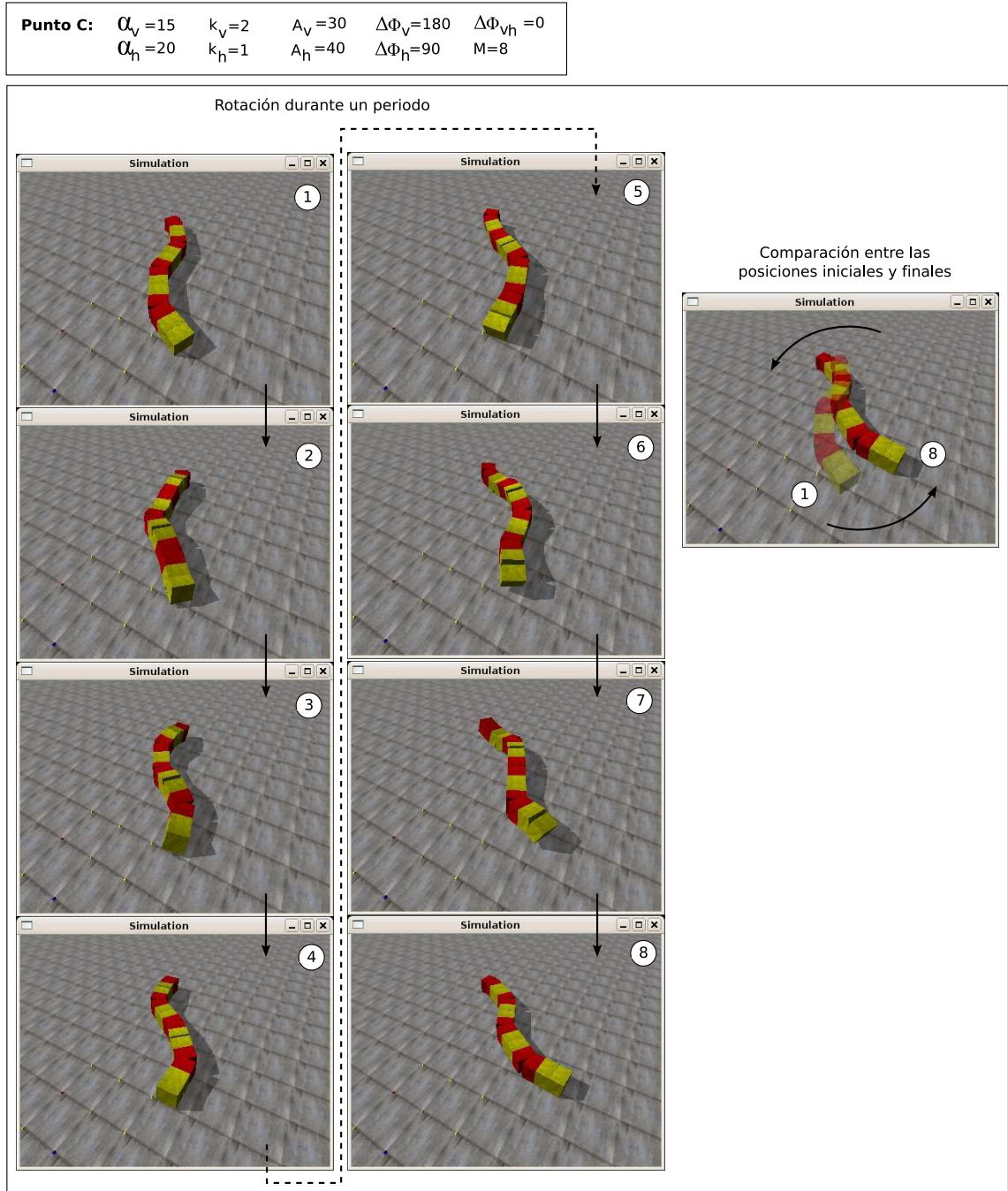


Figura 7.47: Experimento 26: Instantáneas de la simulación de la rotación de Hypercube en el punto de trabajo C

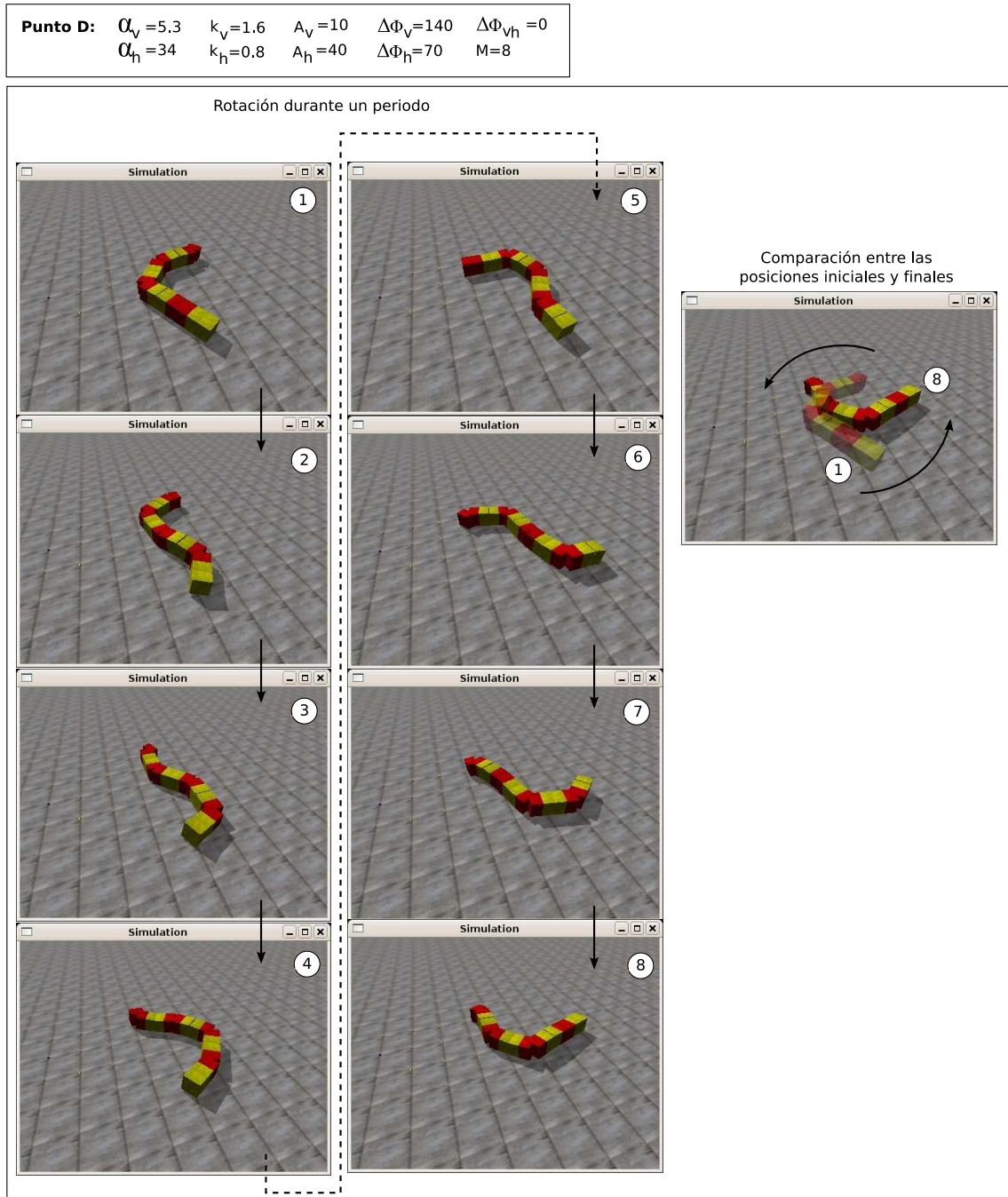


Figura 7.48: Experimento 26: Instantáneas de la simulación de la rotación de Hypercube en el punto de trabajo D

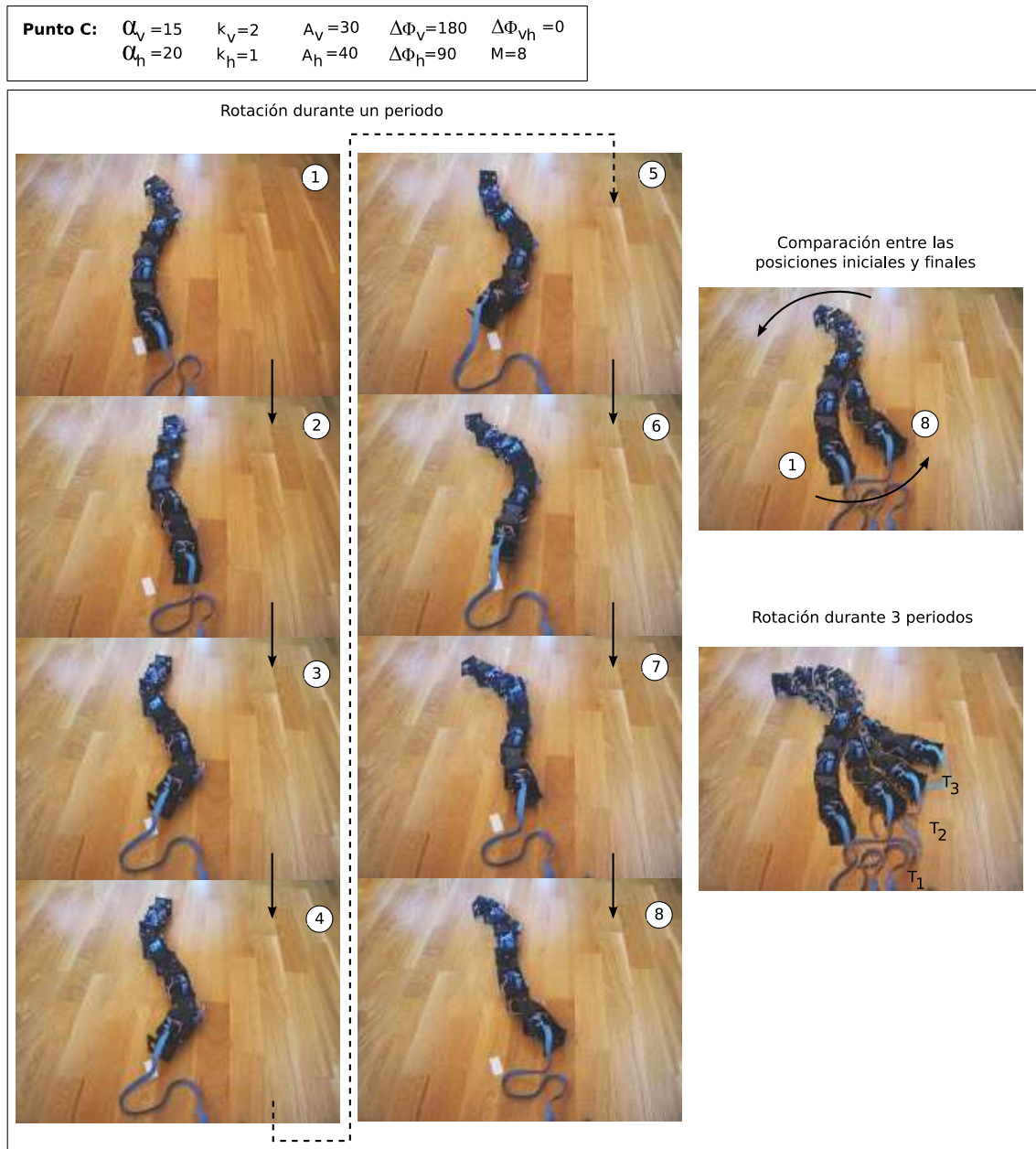


Figura 7.49: Experimento 27: Rotación de Hypercube en el punto C



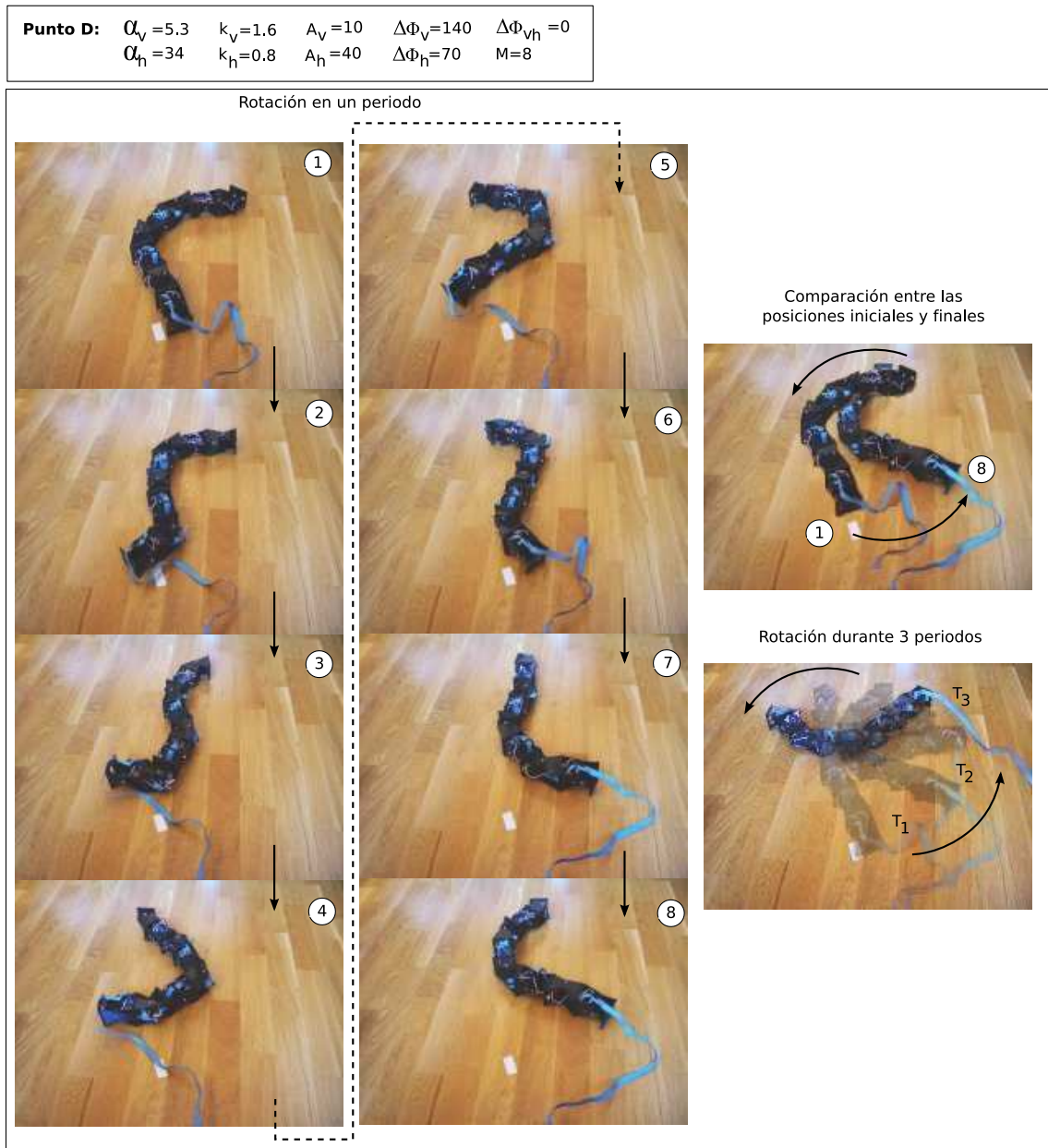


Figura 7.50: Experimento 27: Rotación de Hypercube en el punto D

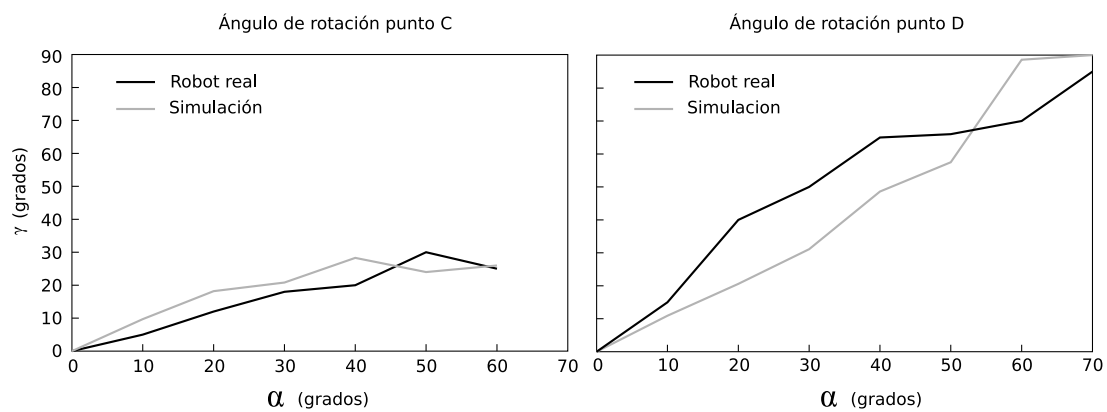


Figura 7.51: Experimento 28: Comparación entre el movimiento simulado y real

Puntos de trabajo	$M$	$\alpha$	$A$	$\Delta\phi_v$	$\Delta\phi_h$	$\Delta\phi_{vh}$
<b>Punto A</b>	20	40	4	0	0	90
<b>Punto B</b>	20	180	18	0	0	90
<b>Punto C</b>	20	270	27	0	0	90
<b>Punto D</b>	20	360	36	0	0	90
<b>Punto E</b>	8	120	30	0	0	90
<b>Punto F</b>	8	240	60	0	0	90

Cuadro 7.8: Puntos de trabajo empleados en los experimentos del movimiento de rodar

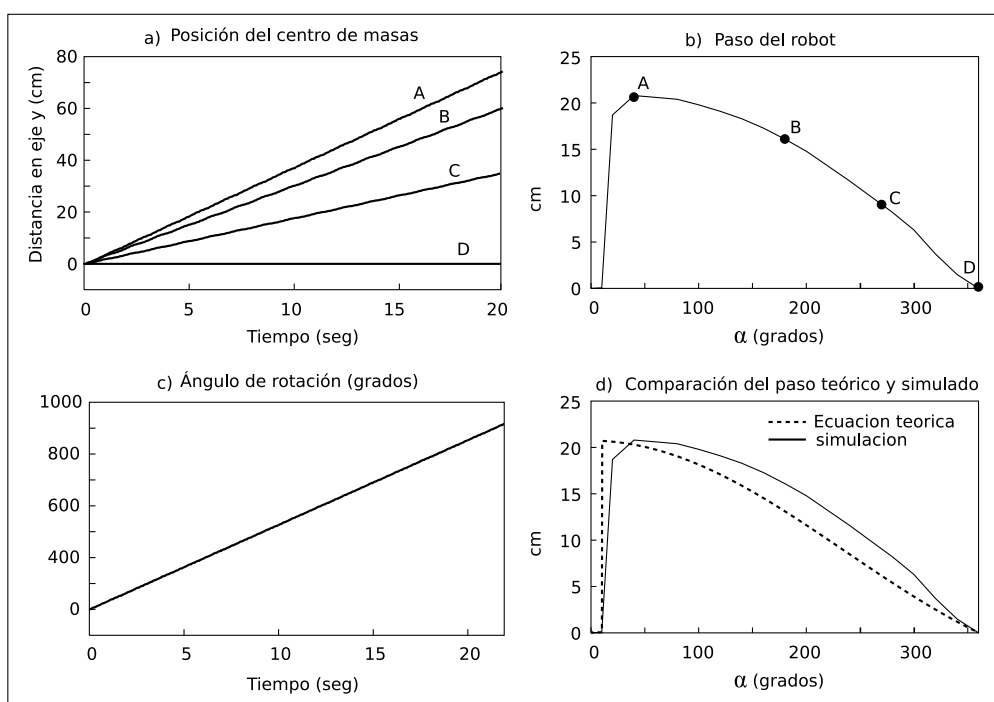


Figura 7.52: Experimento 28: resultados obtenidos de la simulación de un robot ápedo de 20 módulos que rueda en los puntos de trabajo A,B,C y D

## 7.4.5. Movimiento de rodar

### 7.4.5.1. Puntos de trabajo

Los puntos de trabajo empleados en los experimentos del movimiento de rodar se muestran en la tabla 7.8. Los cuatro primeros son para la simulación de un robot ápedo de 20 módulos y el E y el F para el movimiento y simulación de Hypercube, de 8 módulos.

#### 7.4.5.2. Experimento 29: cinemática del movimiento

En este experimento se ha simulado el movimiento de rodar de un robot de 20 módulos en los puntos de trabajo A,B,C y D. Los resultados obtenidos se muestran en las cuatro gráficas de la figura 7.52.

En la gráfica *a*) se puede ver la distancia recorrida a lo largo del eje y por el centro de masas del robot en función del tiempo. Se aprecia que se trata de un movimiento rectilíneo uniforme, como se había obtenido en el apartado 5.6.5.3. Además, la velocidad del desplazamiento varía con el parámetro  $\alpha$ . El punto A es el que tiene un  $\alpha$  menor y es el que se mueve con mayor velocidad. Por el contrario, en el Punto D,  $\alpha$  tiene el valor máximo de 360 y no hay desplazamiento.

El robot rueda con una velocidad angular constante. Dado que el periodo en todos los puntos de trabajo es el mismo, la velocidad angular de giro es la misma para todos. El ángulo que rota alrededor de su eje corporal en función del tiempo se muestra en la gráfica *c*). Es la misma para todos los puntos de trabajo. En el punto D, el robot rueda, pero no se desplaza.

La variación del paso del robot con  $\alpha$  se muestra en *b*). En la curva se han representado los pasos dados en los puntos de trabajo seleccionados. En el gráfico inferior (*d*) se comparan estos valores experimentales con los obtenidos por la ecuación del paso (ec. 5.16).

Dado que el robot simulado tiene una sección cuadrada, el movimiento sólo se realiza cuando  $\alpha$  sea mayor que  $\alpha_{min}$ , donde este valor mínimo está dado por la ecuación 5.21. Para el robot del experimento, de 20 módulos, sección cuadrada de lado  $H = 5,2cm$  y longitud del módulo  $L = 7,2cm$ , el  $\alpha_{min}$  tiene un valor de 12.3 grados. Los experimentos confirman que en valores inferiores el robot no rueda.

En las figuras 7.53 y 7.54 se muestran las capturas de pantalla del movimiento en los diferentes puntos de trabajo.

#### 7.4.5.3. Experimento 30: Simulación y movimiento de Hypercube

En las figuras 7.55 y 7.56 se muestran a Hypercube en diferentes instantes durante el movimiento de rodar, para los puntos E y F respectivamente. Se han realizado tanto las simulaciones como el movimiento del robot real.

#### 7.4.5.4. Experimento 31: Comparación entre el movimiento real y la simulación de Hypercube

En la figura 7.57 se muestra la comparación del paso del robot en función de  $\alpha$  con la simulación y la ecuación teórica. Lo primero que se aprecia es que el valor del  $\alpha_{min}$  de la simulación y de la teoría



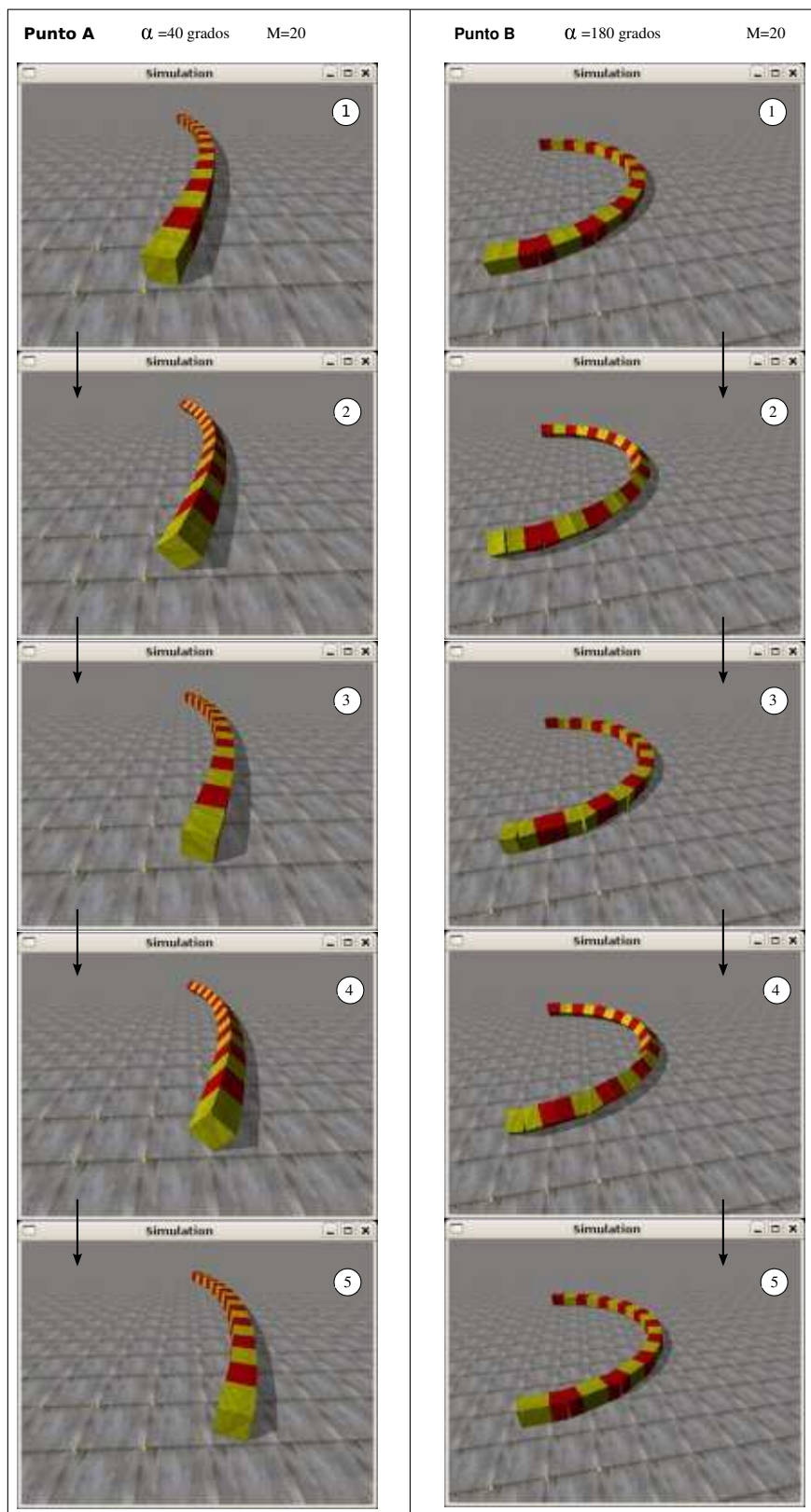


Figura 7.53: Experimento 28: Simulación del movimiento de rodar de un robot ápedo de 20 módulos en los puntos A y B

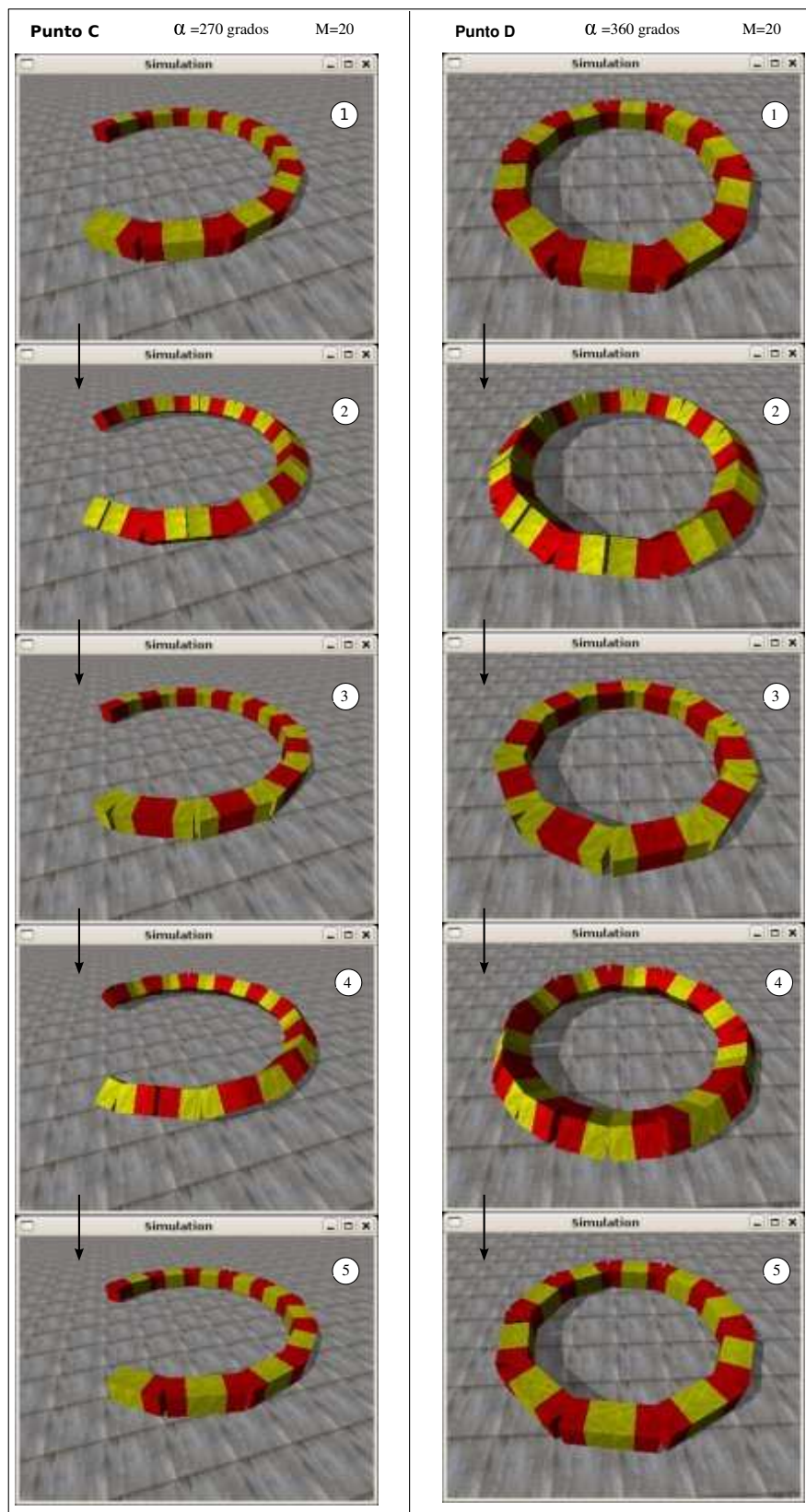


Figura 7.54: Experimento 28: Simulación del movimiento de rodar de un robot ápodico de 20 módulos en los puntos C y D

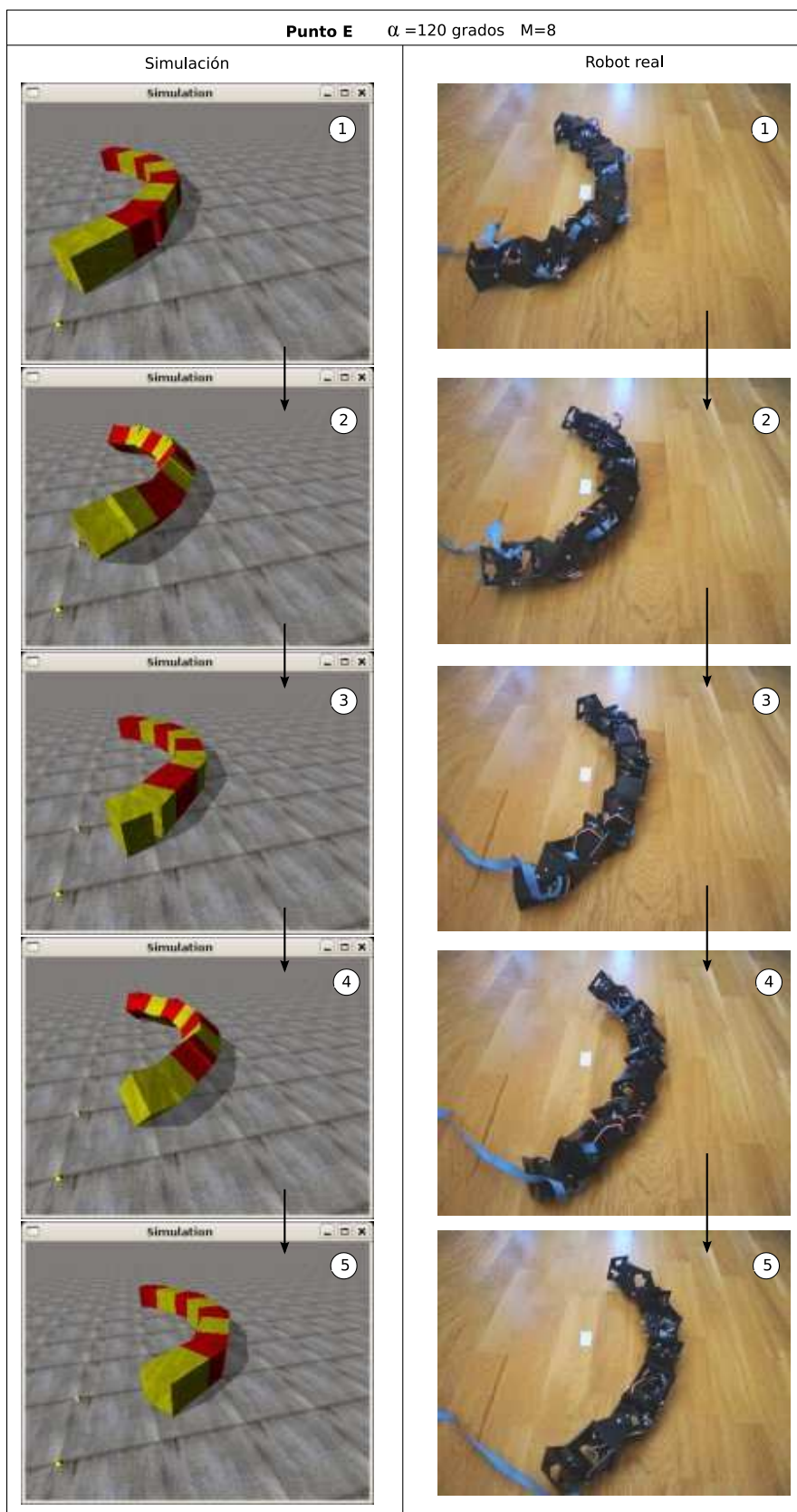


Figura 7.55: Experimento 30: Movimiento de rodar y su simulación para Hypercube, en el punto E



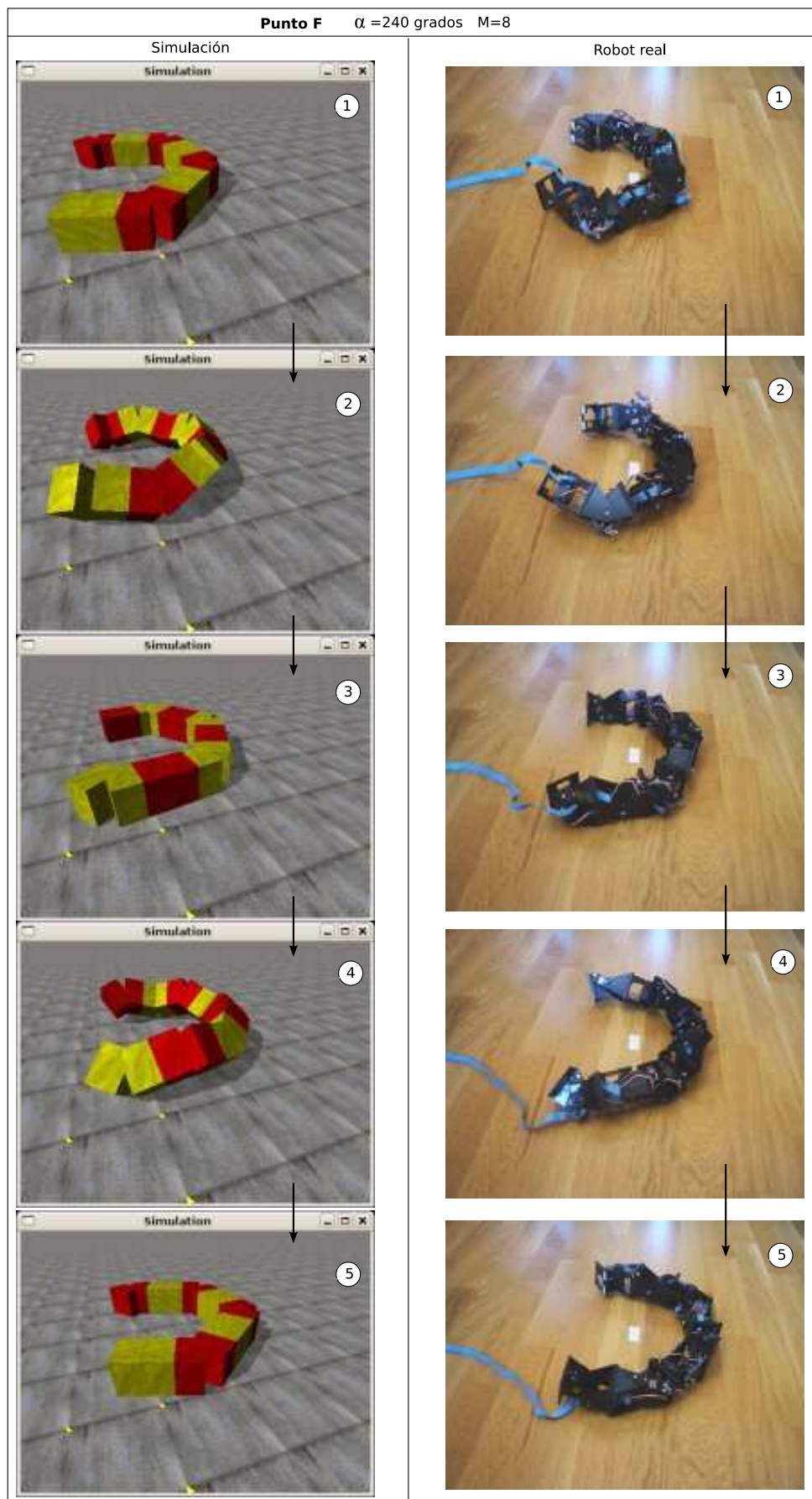


Figura 7.56: Experimento 30: Movimiento de rodar y su simulación para Hypercube, en el punto F

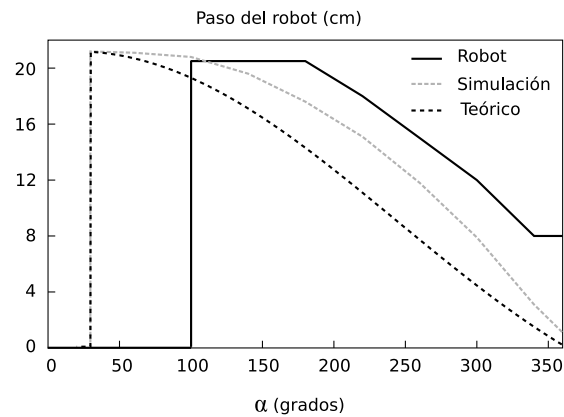


Figura 7.57: Experimento 31: Comparación entre el paso dado por el robot Hypercube y su simulación con los valores teóricos

coinciden, sin embargo en el caso del robot real este valor es mayor. Hay que aplicar amplitudes mayores para que el robot comience a rodar.

Lo segundo es que tanto la simulación como el robot real están por encima de la curva teórica. Esto es debido a que no se han tenido en cuenta la dinámica del sistema. Una vez que el robot empieza a rodar, adquiere una inercia que hace que el paso sea mayor que en el caso teórico, en el que sólo se ha tenido en cuenta la geometría para su cálculo.

Se aprecia que la pendiente de variación del paso en función de  $\alpha$  es similar en los tres casos.

Puntos	M	$\alpha_v$	$\alpha_h$	$k_v$	$A_v$	$A_h$	$\Delta\phi_v$
$S_1$	18	40	90	1.5	40	10	60
$S_2$	18	40	90	2	51	10	80
$S_3$	18	40	90	2.5	61	10	100
$S_4$	18	40	90	3	70	10	120
<b>A</b>	18	40	90	3	70	10	120
<b>B</b>	18	40	180	3	70	10	120
<b>C</b>	18	40	360	3	70	10	120
<b>D</b>	8	12	90	1.3	20	22	120
<b>E</b>	8	12	180	1.3	20	44	120
<b>F</b>	8	12	360	1.3	20	90	120

Cuadro 7.9: Puntos de trabajo seleccionados para los experimentos de desplazamiento en trayectoria circular

## 7.4.6. Trayectoria circular

### 7.4.6.1. Puntos de trabajo

Los puntos de trabajo empleados en los experimentos del desplazamiento en trayectoria circular se muestran en la tabla 7.8. Los cuatro primeros,  $S_1 - S_4$  se emplean para comprobar la estabilidad de un robot de 18 módulos, los tres siguientes, A, B y C, son para la simulación del giro de un robot ápedo de 18 módulos y los tres últimos D, E y F para el movimiento y simulación del robot Hypercube, de 8 módulos.

### 7.4.6.2. Experimento 32: Estabilidad durante el giro

El objetivo de este experimento es comprobar el criterio de estabilidad enunciado en el apartado 5.5.4.1, según el cual el desplazamiento en trayectoria circular de un robot es estable siempre que el parámetro  $k$  sea mayor o igual a 3 (válido para el modelo alámbrico). Se simula un robot ápedo de 18 módulos cuando se desplaza utilizando los puntos  $S_1 - S_4$ . Todos ellos son iguales, sólo cambia el valor de  $k$ . Para comprobar la estabilidad medimos la evolución del ángulo de inclinación (*roll*) del robot con el tiempo. Los resultados se muestran en la figura 7.58. En el punto  $S_1$  ( $k = 1,5$ ) el robot vuelca. El ángulo de inclinación decrece hasta que alcanza un punto de no retorno. En el punto  $S_2$  no vuelca pero sí hay una fuerte oscilación, que hace que el movimiento sea muy brusco. En  $S_3$  la oscilación persiste pero más atenuada. Finalmente en  $S_4$ , la inclinación aunque todavía existente no afecta al movimiento, siendo bastante uniforme. Valores mayores de  $k$  harán que la oscilación disminuya más.

En la figura 7.59 se muestra la posición del robot para tres fases diferentes, en todos los puntos de trabajo  $S_1 - S_4$ .

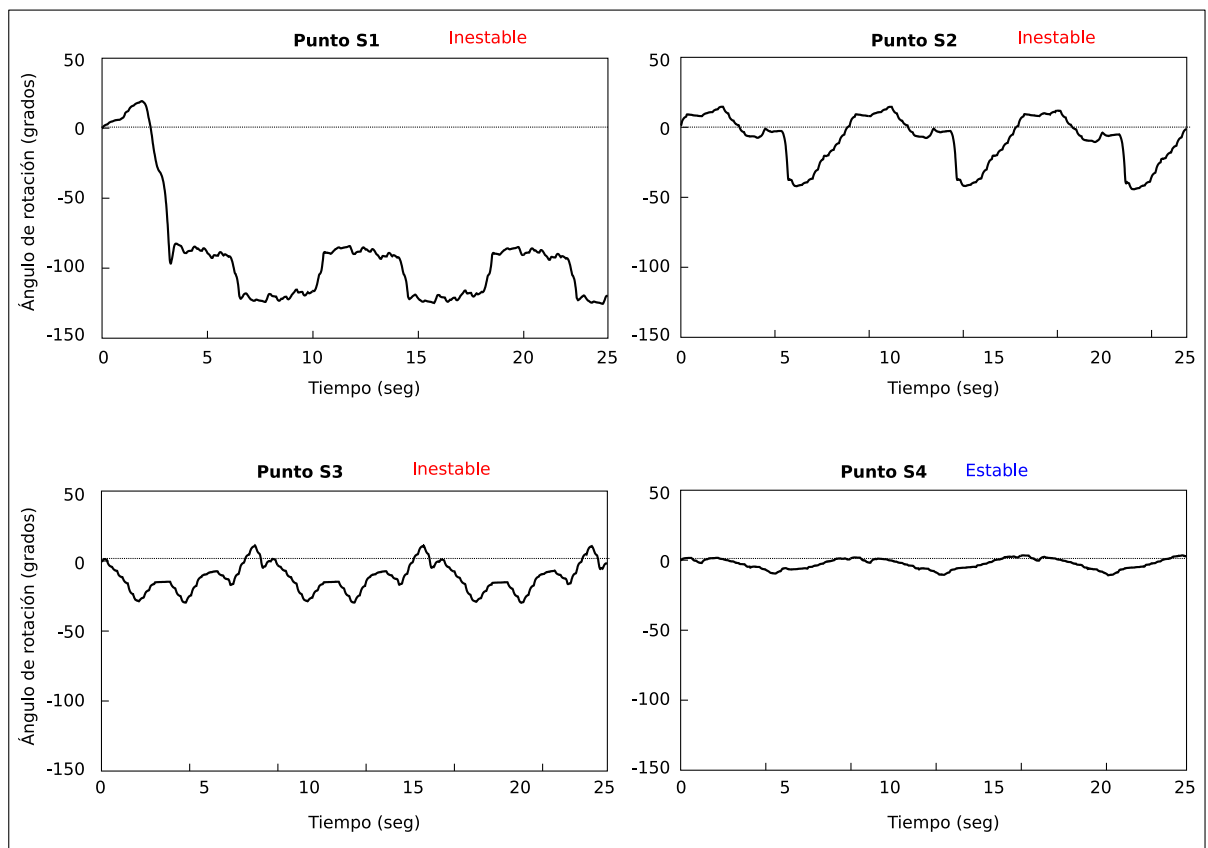


Figura 7.58: Experimento 32: Resultados de las pruebas de estabilidad. Ángulo de inclinación del robot en función del tiempo

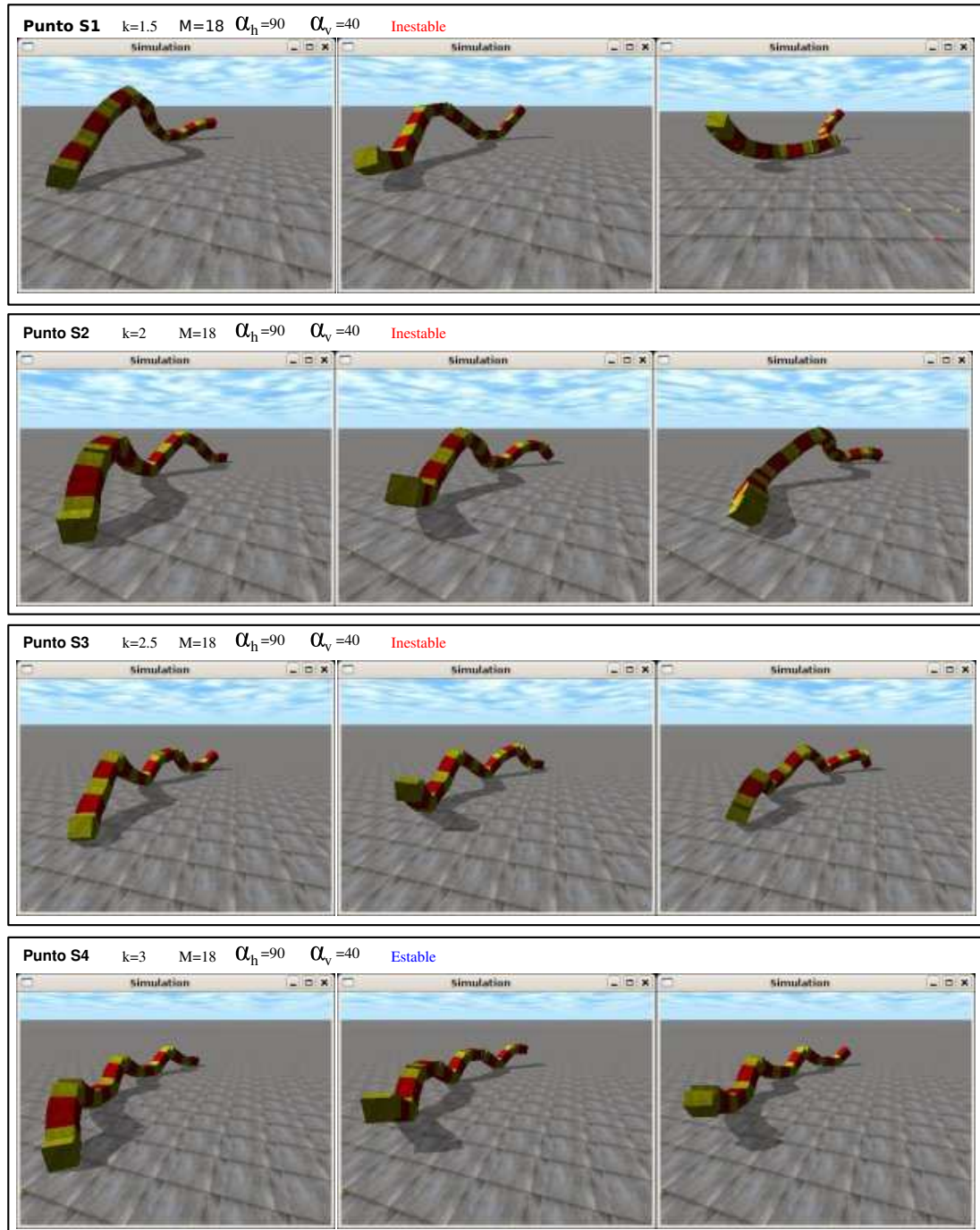


Figura 7.59: Experimento 32: Estabilidad del movimiento en arco de un robot ápedo de 18 valores para diferentes valores de  $k$



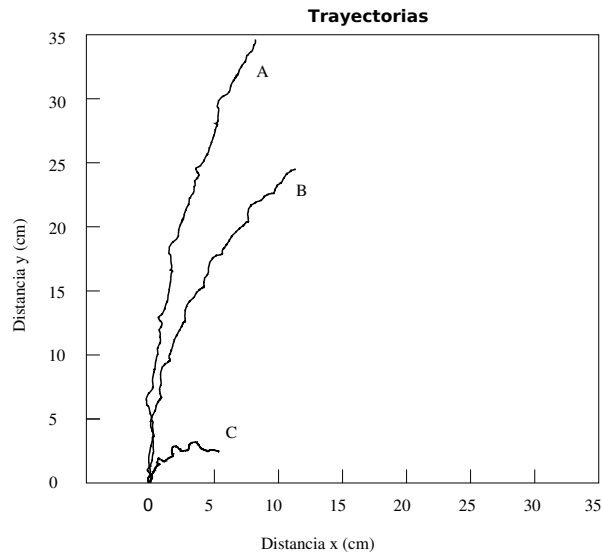


Figura 7.60: Experimento 33: Trayectoria del punto medio de un robot ápodo de 18 módulos para los puntos de trabajo A,B y C

#### 7.4.6.3. Experimento 33: Trayectorias

En la figura 7.60 se muestran las posiciones del punto medio de un robot de 18 módulos en función del tiempo, para los puntos de trabajo A, B y C. Se aprecia cómo el radio de giro es diferente según el punto.

En la figura 7.61 se muestran las capturas de pantalla correspondientes a cinco instantes de tiempo durante el desplazamiento en un ciclo del robot para los tres puntos de trabajo. Para apreciar mejor el desplazamiento del robot, en la figura 7.62 se muestran las posiciones del robot en cuatro ciclos, todos ellos correspondientes a la misma fase.

#### 7.4.6.4. Experimento 34: Movimiento y simulación de Hypercube

El movimiento de Hypercube en una trayectoria circular así como su simulación en los puntos de trabajo D,E y F se muestra en las figuras 7.64 y 7.63 respectivamente.

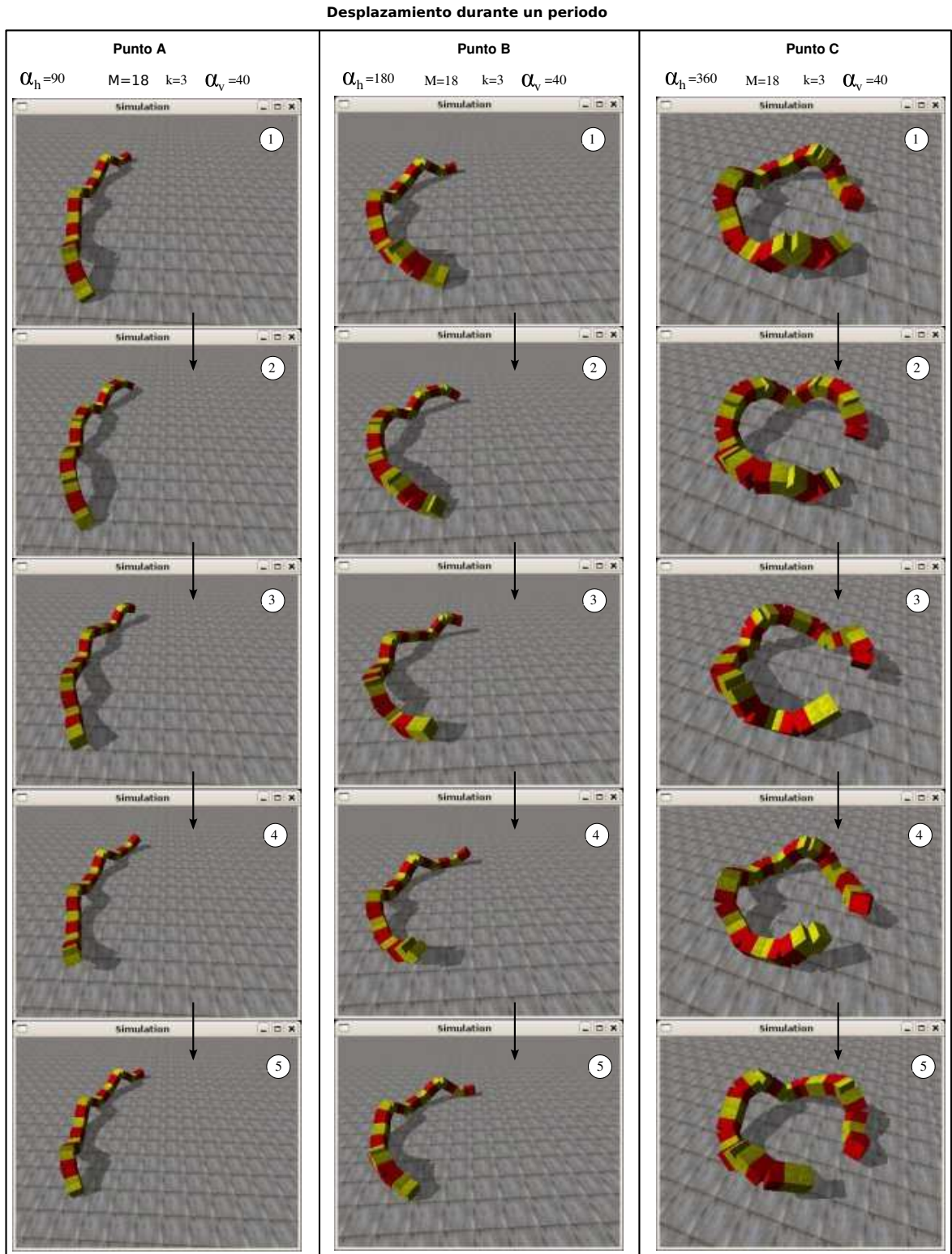


Figura 7.61: Experimento 33: Instantáneas de la simulación del desplazamiento en trayectoria circular de un robot ápodo de 18 módulos en los puntos A,B y C, durante un periodo

## Desplazamiento durante 4 periodos

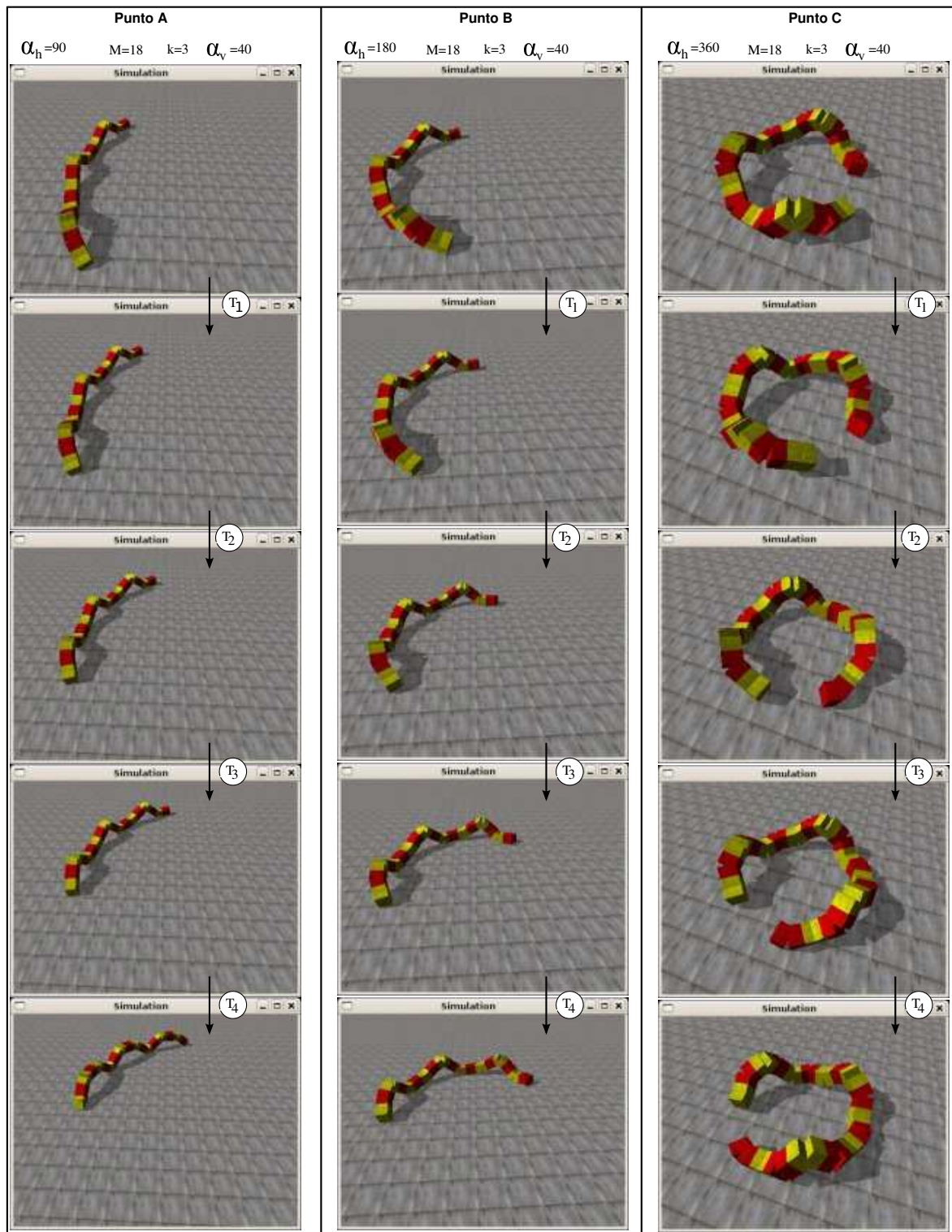


Figura 7.62: Experimento 33: Instantáneas de la simulación del desplazamiento en trayectoria circular de un robot ápodico de 18 módulos en los puntos A,B y C, durante cuatro periodos



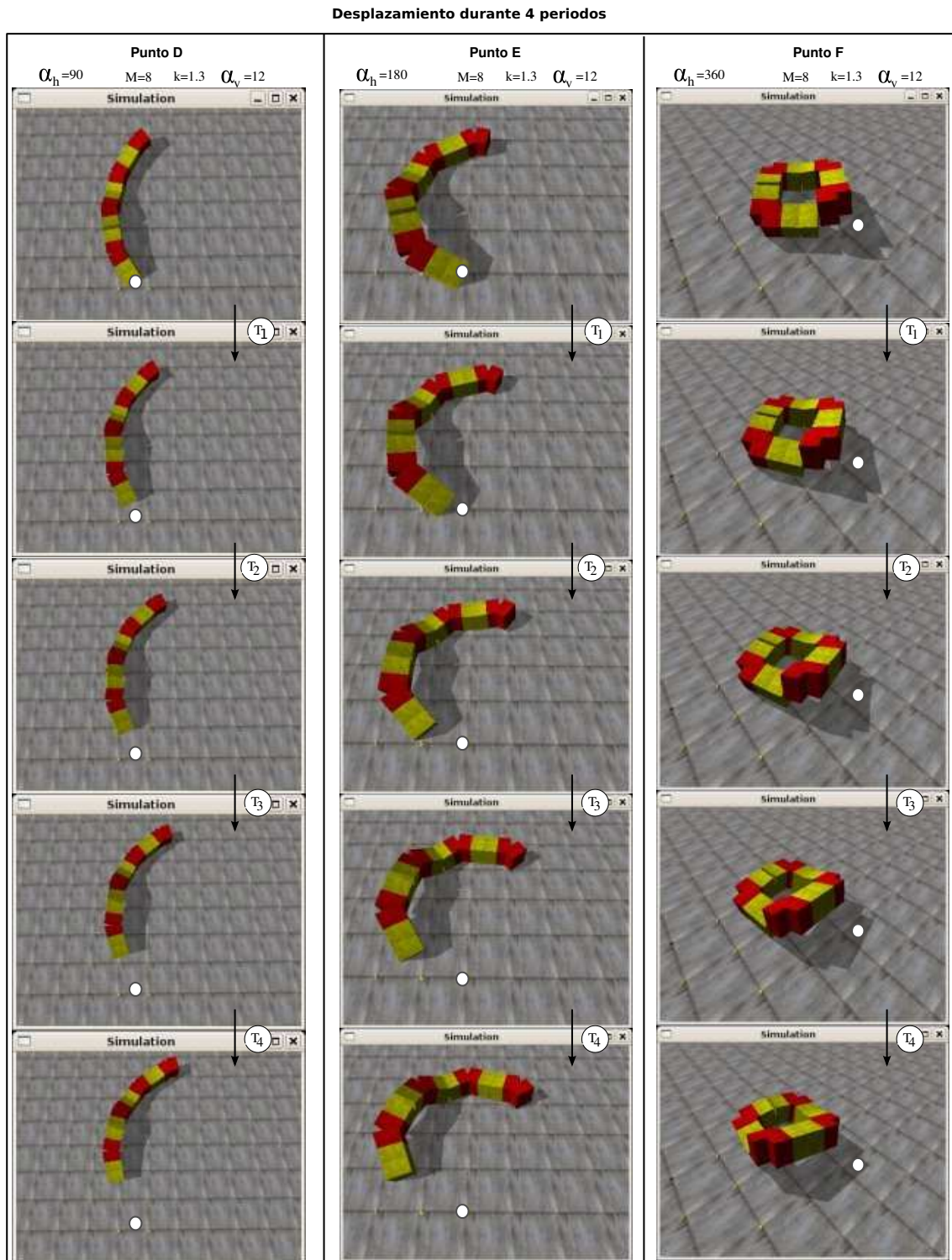


Figura 7.63: Experimento 34: Simulación del giro de Hypercube en los puntos D,E y F

Desplazamiento durante 4 periodos



Figura 7.64: Experimento 34: Desplazamiento en trayectoria circular de Hypercube, en los puntos D,E y F

## 7.5. Experimentos de locomoción de las configuraciones mínimas

### 7.5.1. Locomoción en línea recta

#### 7.5.1.1. Experimento 35: Forma del robot

En este experimento se compara la forma del modelo alámbrico de la configuración  $PP$  dada por las ecuaciones teóricas con la que tienen el robot real y simulado. Los vectores de posición de los cuatro puntos principales de la configuración  $PP$ ,  $\vec{r}_0$ ,  $\vec{r}_1$ ,  $\vec{r}_2$  y  $\vec{r}_3$  se calculan en el apartado 6.4.3.1). A partir de la fase  $\phi$ , se deduce la etapa en la que se encuentra el robot (apartado 6.6.2.5) y para cada etapa se calcula el valor del ángulo de orientación  $\phi_0$  (apartado 6.6.2.4). A partir de esos datos se dibuja el modelo alámbrico y se superpone con las capturas de pantalla de la simulación (figura 7.65) tomadas en las mismas fases y con las fotos del robot Minicube-I (figura 7.66) también en esas mismas fases. El modelo alámbrico se ha escalado para que la longitud  $L$  de sus módulos sea igual a la de los que se quiere comparar.

Se comprueba que las ecuaciones teóricas obtenidas representan fielmente el modelo alámbrico, tanto en simulación como para robots reales.

#### 7.5.1.2. Experimento 36: Desplazamiento y simulación de Minicube-I

Experimento para comprobar que efectivamente el robot Minicube-I (configuración  $PP$ ) se desplaza en línea recta. Se ha seleccionado el punto de trabajo donde la coordinación es la mejor ( $\Delta\phi = 109$ ), y como amplitud se ha tomado la mitad del rango ( $A = 45$ ). En la figura 7.67 se muestran los pantallazos de la simulación y en la 7.68 las fotos del desplazamiento del robot real.

#### 7.5.1.3. Experimento 37: Paso del modelo alámbrico

En este experimento se comparará la simulación del paso del modelo alámbrico de la configuración  $PP$  con la ecuación teórica (ec. 6.17). En la figura 7.69 se muestran los resultados. La simulación se ha realizado con el modelo “plano” en el que la altura de los módulos es despreciable en comparación con su anchura y longitud. En la gráfica de la izquierda se muestra la variación del paso con la fase. Para  $\Delta\phi \geq 90$  ambos modelos se comportan de manera similar, con un error relativo menor del 6%. En la zona  $\Delta\phi < 90$  la distancia entre los puntos de apoyo durante la etapa 2 se va incrementando por lo que el desplazamiento no depende de la coordinación sino del rozamiento entre los puntos de apoyo y el suelo. Esta zona no es de interés por no cumplir el criterio de coordinación (apartado 6.6.3.2). La ecuación teórica del paso, por tanto, sólo es válida para  $\Delta\phi \geq 90$ .

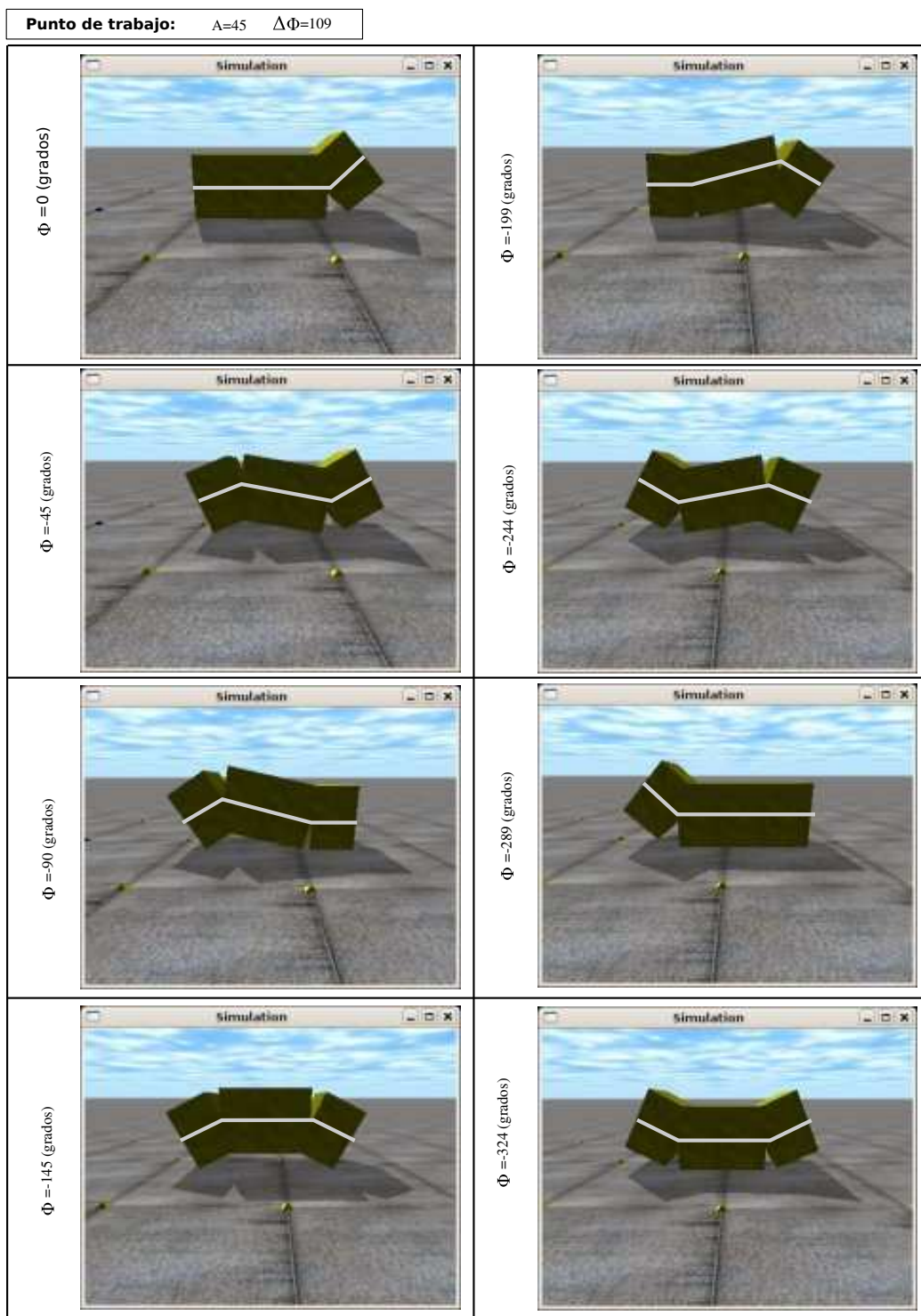


Figura 7.65: Experimento 35: Comparación entre la forma de la configuración  $PP$  en simulación y la obtenida mediante las ecuaciones teóricas



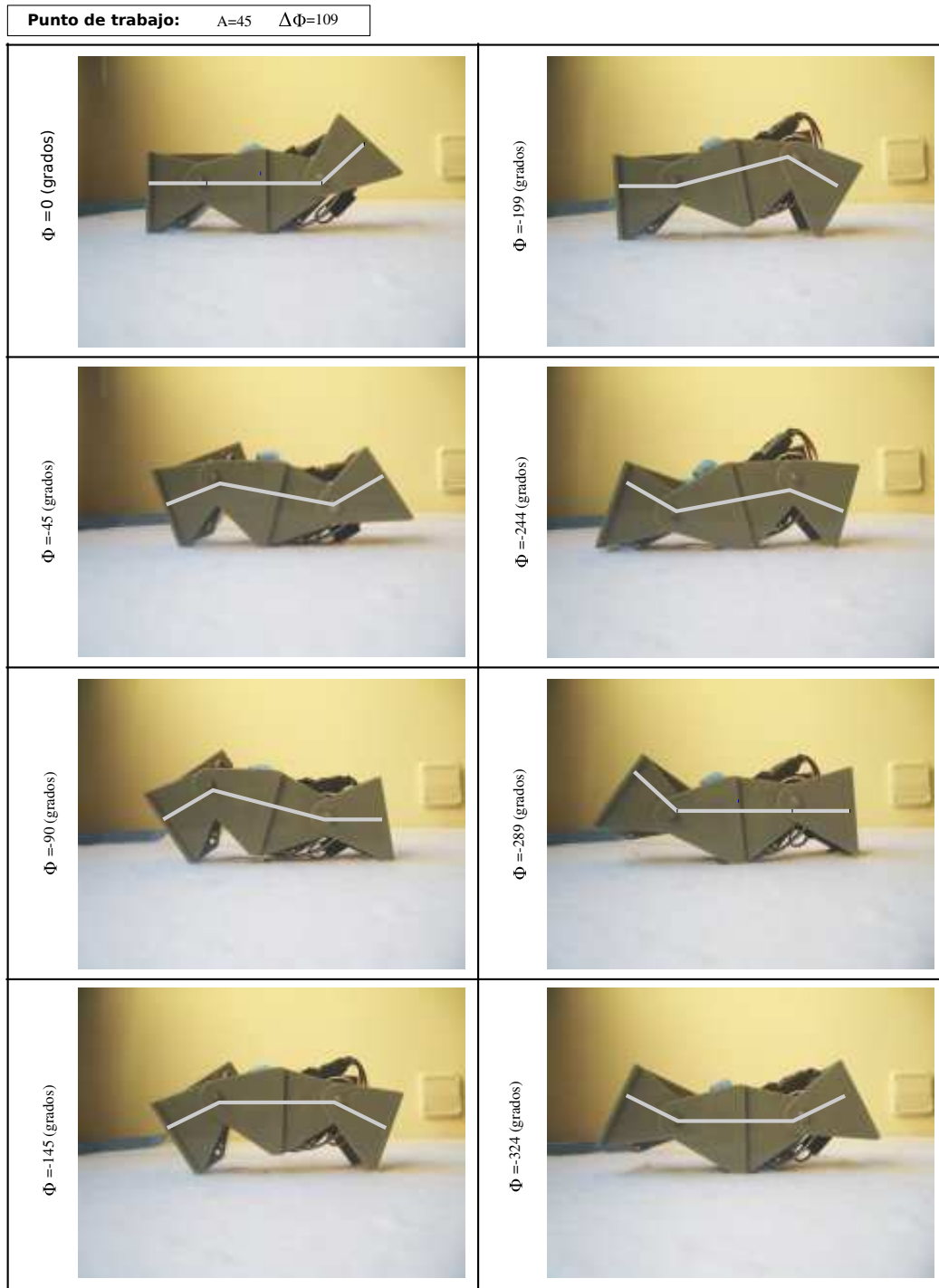


Figura 7.66: Experimento 35: Comparación entre la forma del robot Minicube-I y la obtenida mediante las ecuaciones teóricas



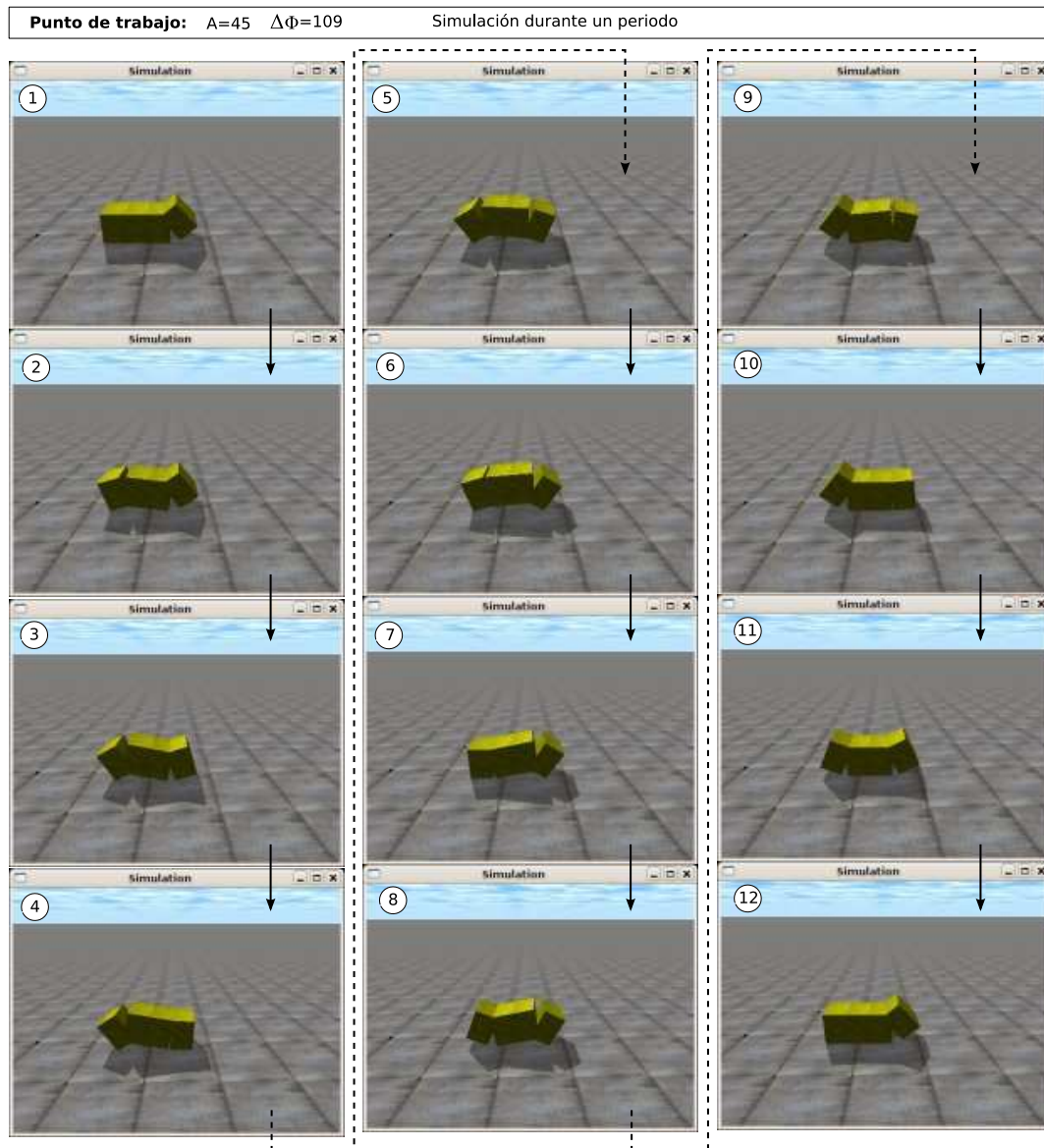


Figura 7.67: Experimento 36: Simulación del desplazamiento en línea recta de Minicube-I

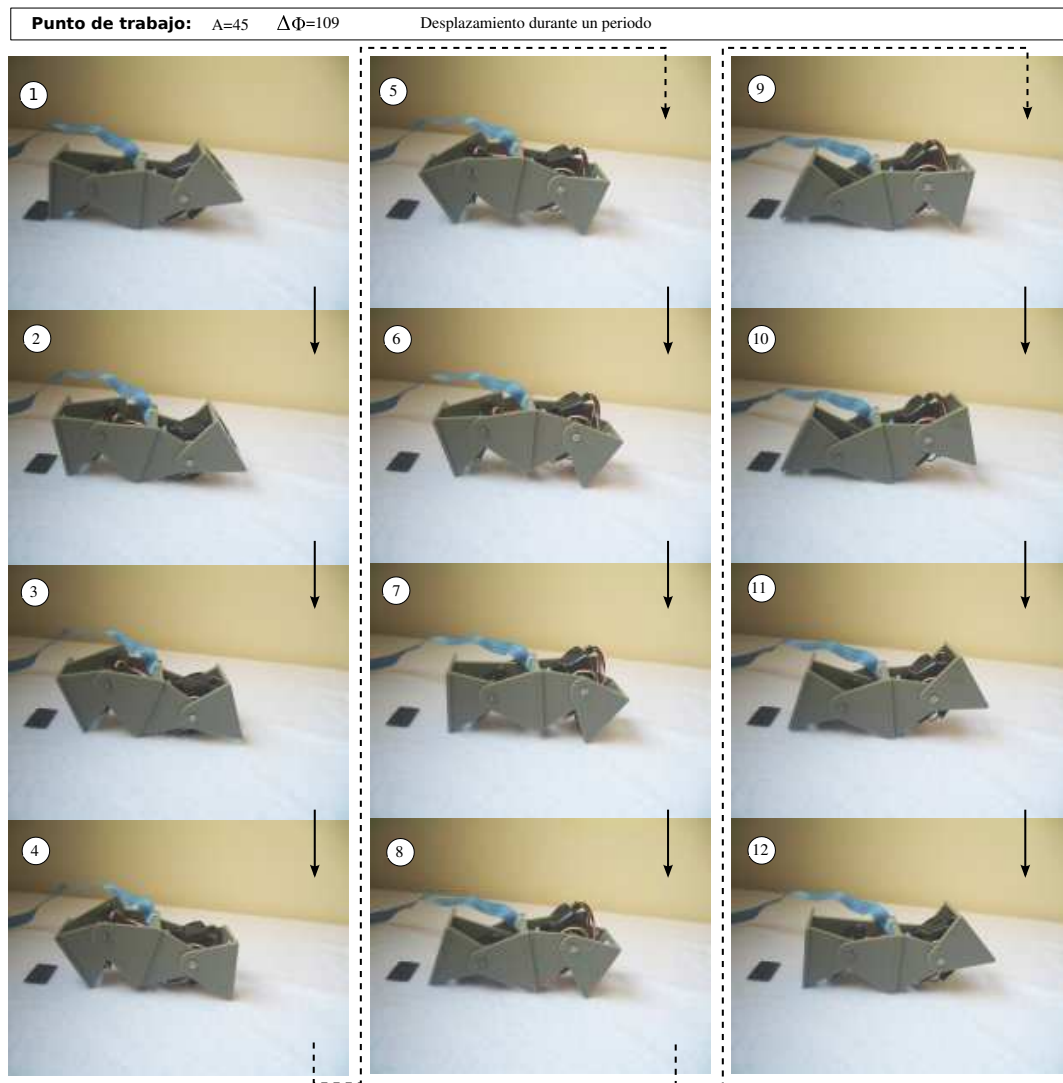


Figura 7.68: Experimento 36: Desplazamiento en línea recta de Minicube-I, durante un periodo

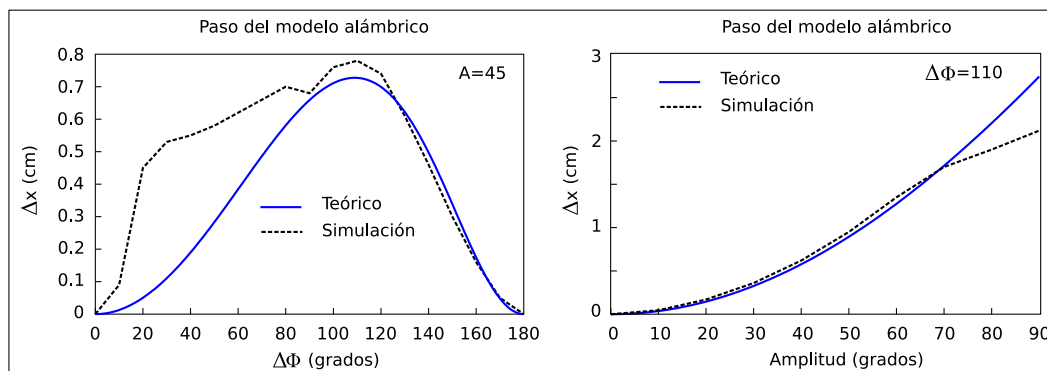


Figura 7.69: Experimento 37: Comparación del paso del modelo alámbrico de la configuración *PP* con la ecuación teórica

En la gráfica de la derecha se compara la variación del paso con la amplitud, para la fase de  $\Delta\phi = 110$ , donde la coordinación es la mejor. Las gráficas son similar para  $A < 70$ . A partir de esa amplitud el paso en la simulación sigue creciendo con  $A$ , pero a un ritmo más lento que lo indicado por la ecuación teórica.

#### 7.5.1.4. Experimento 38: Paso del modelo hexaédrico

En este experimento se obtiene el paso del modelo hexaédrico a partir de la simulación y se compara con el del modelo alámbrico y el del robot real. Los resultados se muestran en las gráficas de la figura 7.70.

En las gráficas superiores se compara el modelo alambico con el hexaédrico. Lo primero que se observa es que el paso dado por el modelo hexaédrico es mayor que en el caso del alámbrico. Esto es debido a que los puntos de apoyo de los extremos. En el modelo hexaédrico los segmentos que unen las articulaciones con los puntos de apoyo tienen una longitud mayor a  $L$  y por tanto el paso es mayor. La gráfica del paso en función de  $\Delta\phi$  muestra un desplazamiento a la derecha. El máximo que existe en  $\Delta\phi = 110$  en el caso alámbrico, se ha trasladado al punto  $\Delta\phi = 150$  en el hexaédrico. En la gráfica superior derecha se muestra la variación del paso con la amplitud en los dos modelos. Se comportan de manera similar. Al aumentar  $A$  aumenta el paso.

En la parte inferior se compara el modelo hexaédrico con los resultados obtenidos del movimiento del robot real. El comportamiento en la zona  $\Delta\phi > 110$  es cualitativamente similar. El paso aumenta hasta alcanzar un máximo y luego decae bruscamente. Cuantitativamente el paso dado por el robot real es mayor en la misma zona  $\Delta\phi > 110$ . Esto es debido a que la geometría del robot real no es hexaédrica. Las diferencias se aprecian en las instantáneas tomadas en el experimento 36.

En la gráfica inferior derecha se muestra la variación del paso con la amplitud cuando la diferencia de fase es de 110 grados. Se observa que la variación es similar: el aumento en la amplitud hace que el paso sea mayor.

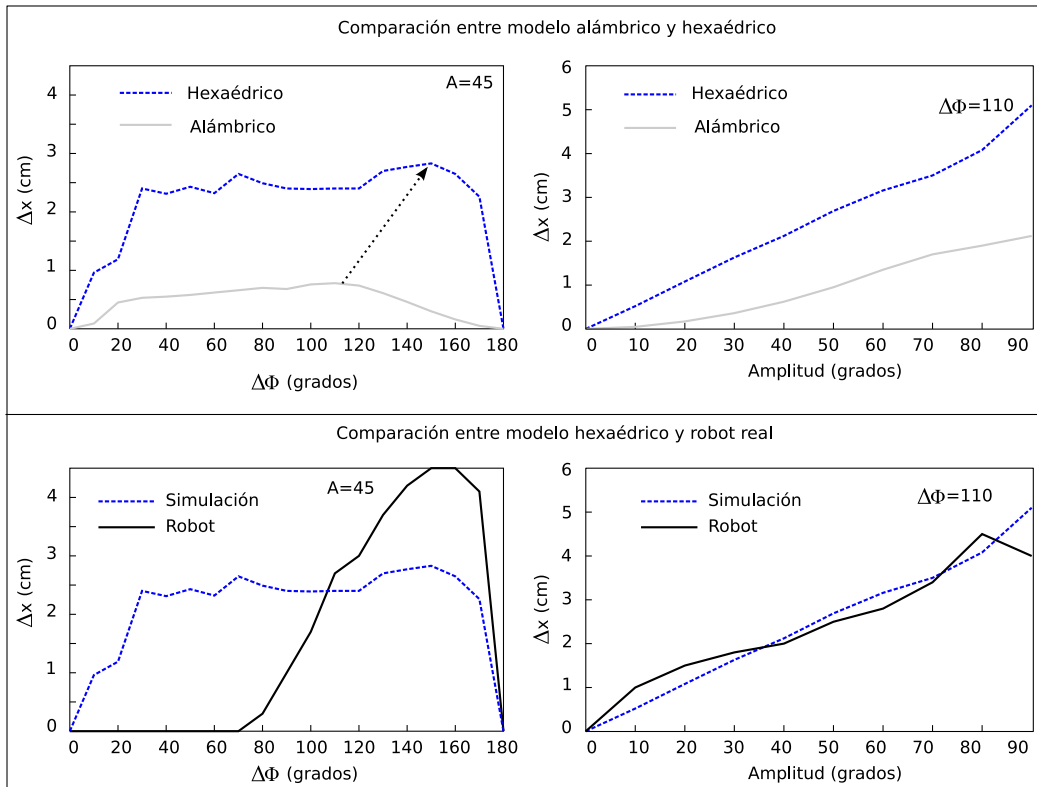
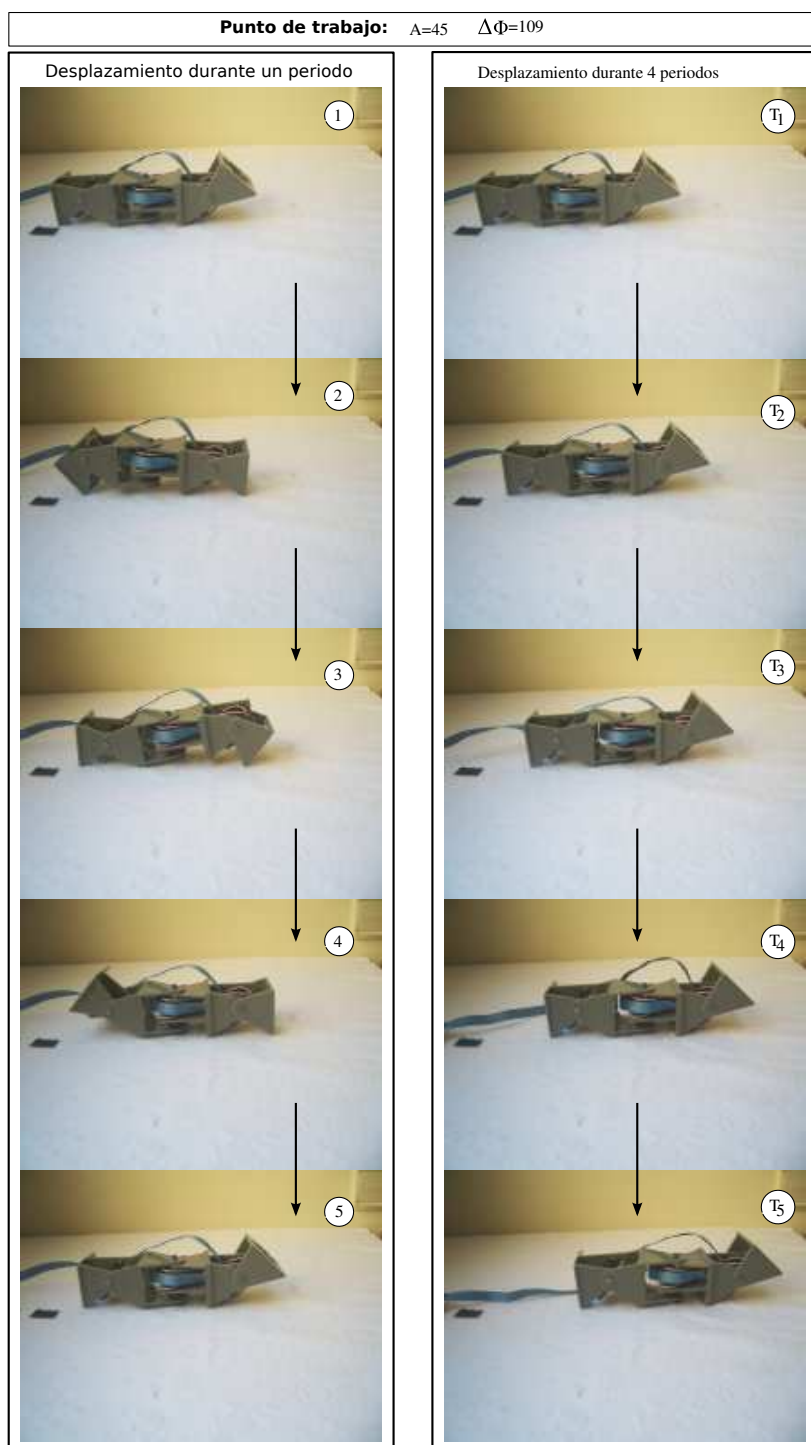


Figura 7.70: Experimento 38: Comparación del paso del modelo alámbrico, hexaédrico y robot real

Independientemente del modelo alámbrico o hexaédrico y de la geometría del robot real, existe un punto donde la coordinación es la mejor y el paso se maximiza. En todos los casos el paso aumenta con la amplitud  $A$ .

#### **7.5.1.5. Experimento 39: Desplazamiento de la configuración *PYP***

En este experimento se verifica que el robot Minicube-II (configuración *PYP*) se desplaza en línea recta al aplicar la misma coordinación que en el caso de la configuración *PP*. En la figura 7.71 se muestran las forma del robot en diferentes instantes. En la columna de la izquierda se ve el movimiento durante un periodo y en la derecha las posiciones que alcanza al comienzo de cada ciclo, durante una simulación de 4 ciclos.

Figura 7.71: Experimento 39: Desplazamiento de Minicube-II (configuración *PYP*) en línea recta

Puntos de trabajo	$A_v$	$A_h$	$\Delta\phi_v$	$\Delta\phi_{vh}$
Punto A	30	40	180	90
Punto B	30	80	180	90

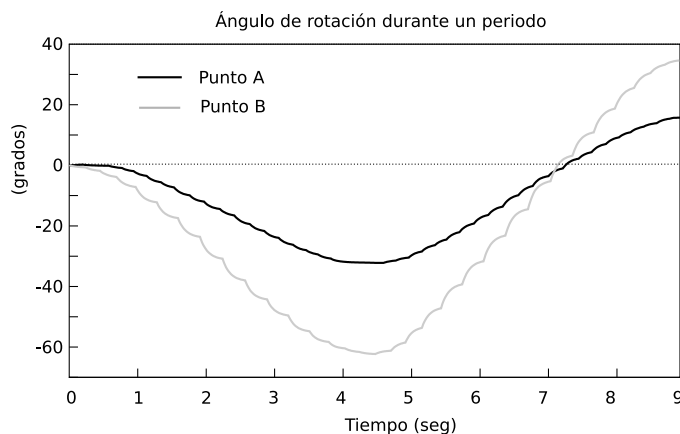
Cuadro 7.10: Puntos de trabajo del movimiento de rotación de la configuración *PYP*

Figura 7.72: Experimento 40: Variación del ángulo de rotación con el tiempo

## 7.5.2. Rotación

### 7.5.2.1. Puntos de trabajo

Los puntos de trabajo para los experimentos de rotación de la configuración *PYP* se muestran en la tabla 7.10. La única diferencia es la amplitud del módulo central.

### 7.5.2.2. Experimento 40: Variación del ángulo de rotación

En la figura 7.72 se muestra la variación de la orientación del módulo central del robot con el tiempo, durante un ciclo. En el estado inicial se toma como referencia el ángulo, de cero grados. El módulo central oscila hacia ambos lados, pero al cabo de un ciclo el resultado neto es que su orientación ha variado una cantidad igual al paso angular. Se observa también que la rotación en el punto A es menor que en el B, por lo que depende del parámetro  $A_h$ . Al incrementarlo aumenta el paso angular.

### 7.5.2.3. Experimento 41: Trayectoria del centro de masas

La trayectoria del centro de masas se muestra en la figura 7.73 para los dos puntos de trabajo A y B, durante un ciclo. En la parte izquierda se muestra con más detalle y en la derecha referida a la longitud total del robot, que es de 22cm aproximadamente. Se observa que para el punto B el desplazamiento del módulo central es mayor y que al cabo de un ciclo no se sitúa en la posición inicial sino que se ha desplazado una distancia. Para el punto B este desplazamiento representa un 9 % de su longitud total.

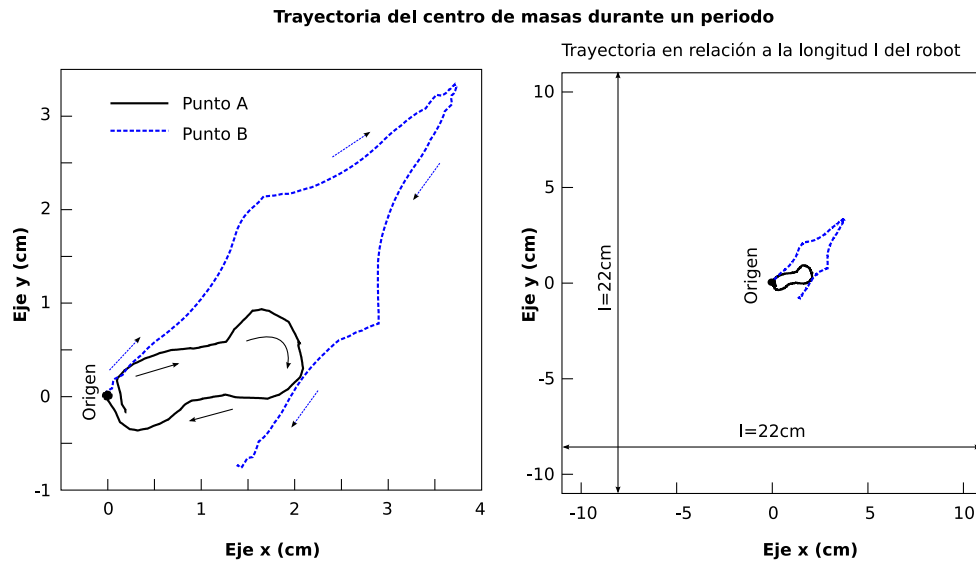


Figura 7.73: Experimento 41: Trayectoria del centro de masas durante la rotación

#### 7.5.2.4. Experimento 42: Rotación de Minicube-II y su simulación

La rotación de Minicube-II y su simulación en los puntos de trabajo A y B se muestran en las figuras 7.74 y 7.75 respectivamente. En la parte de la izquierda se puede ver la forma del robot en 5 instantes del mismo ciclo, tanto del robot real como del simulado. En la derecha se muestra la variación de la posición del robot durante 4 ciclos para apreciar cómo va rotando.

#### 7.5.2.5. Experimento 43: Comparación el paso angular teórico, simulado y real

En este experimento se representa el paso angular del robot en función del parámetro  $A_h$  para el robot real, simulado y la ecuación teórica (ec. 6.37) cuando están en el punto de trabajo A. Se observa que en todos los casos el paso angular aumenta con la amplitud horizontal de manera muy similar.



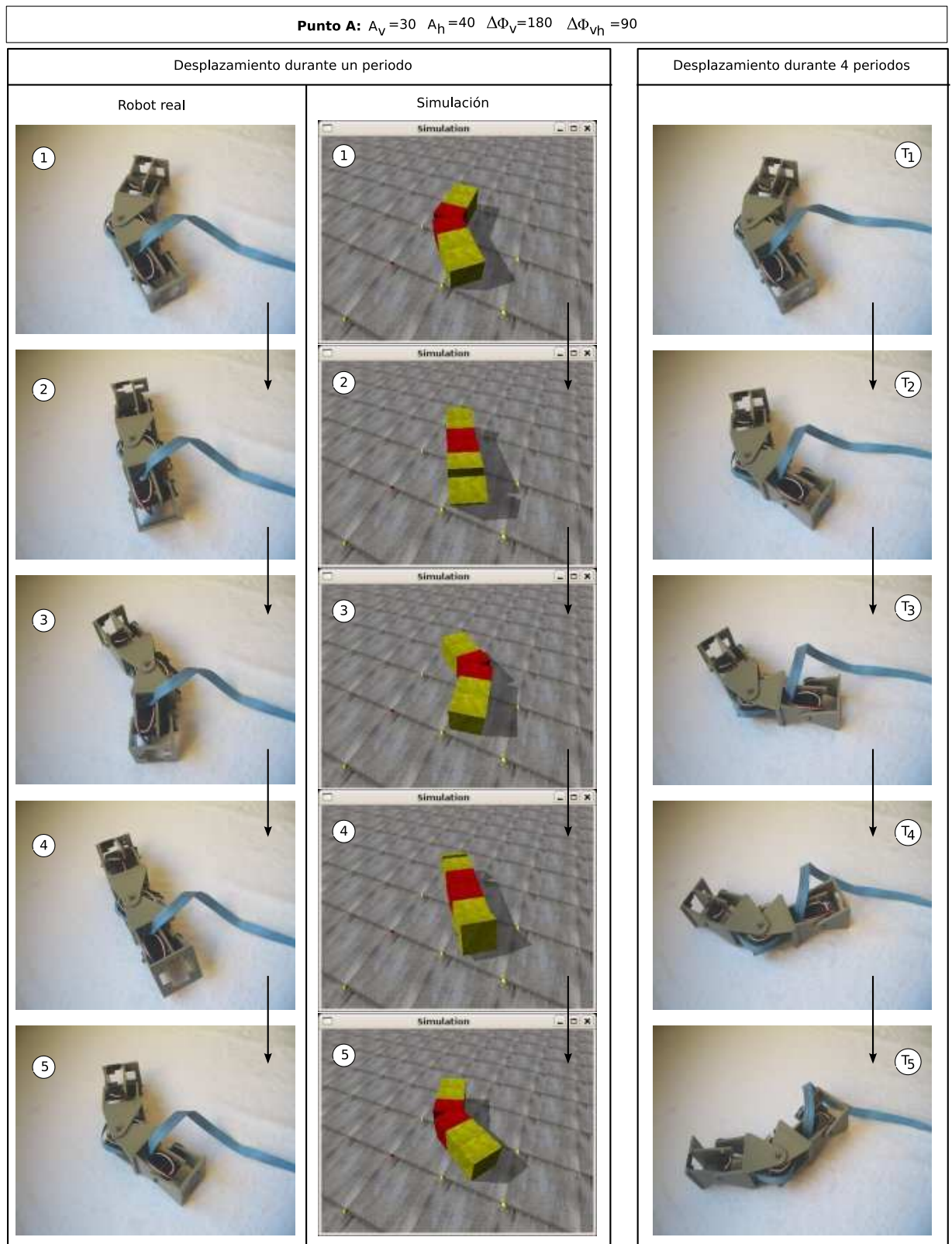


Figura 7.74: Experimento 42: Rotación de Minicube-II y su simulación en el punto de trabajo A

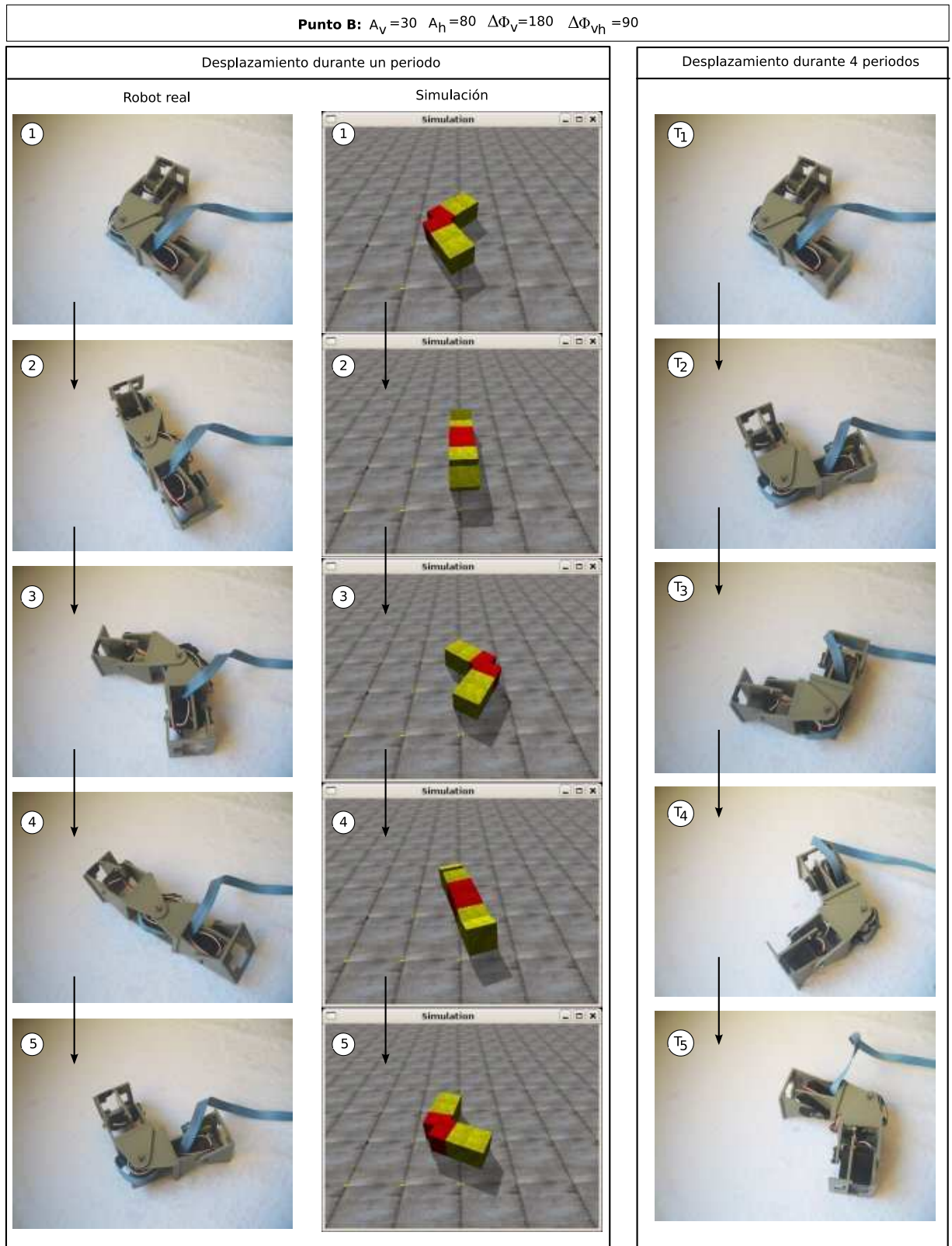


Figura 7.75: Experimento 42: Rotación de Minicube-II y su simulación en el punto de trabajo B

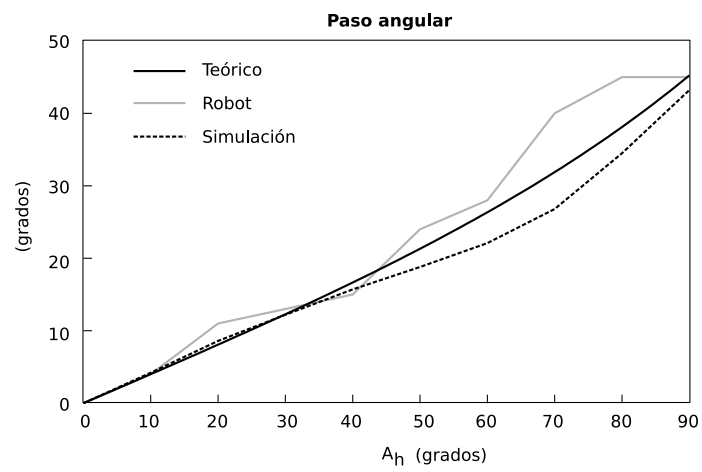


Figura 7.76: Experimento 43: Comparación entre el paso angular realizado por el robot simulado, el real y lo predicho por la ecuación teórica, en el punto A

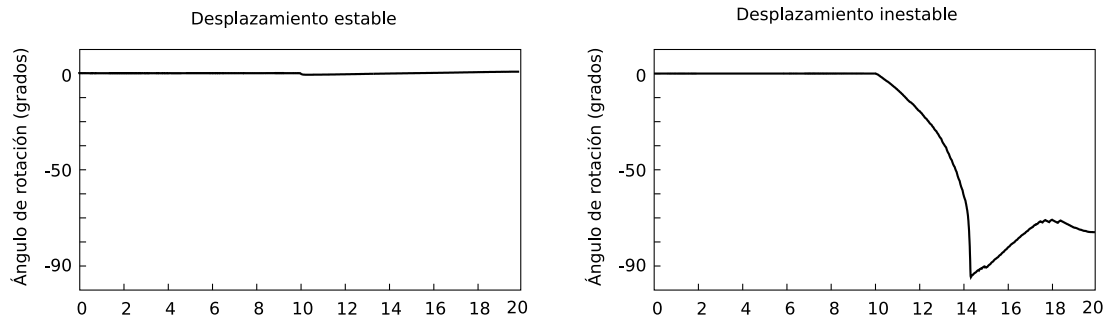


Figura 7.77: Experimento 44: Estabilidad del desplazamiento lateral de Minicube-II

### 7.5.3. Desplazamiento lateral

#### 7.5.3.1. Experimento 44: Estabilidad

El desplazamiento lateral se realiza aplicando la misma coordinación que en el caso del movimiento de rodar. La diferencia está en el valor del parámetro  $A_h$ , que según el criterio del apartado 6.8.2, si es menor que  $A_{hL}$  se producirá el desplazamiento o de lo contrario rodará. El valor de  $A_{hL}$  para el modelo hexaédrico de la configuración *PYP* es de 51.4 grados (Tabla 6.2).

En este experimento se comprueba lo que ocurre para dos puntos de trabajo con  $A_h = 60$  y 30. Con el primero el robot rodará, por lo que lo consideramos inestable para el desplazamiento lateral. Con el segundo sí se realiza el movimiento. En la figura 7.77 se ha representado el ángulo de rotación (*roll*) del módulo central. Se puede ver que cuando el movimiento es estable, este ángulo siempre permanece a cero. Sin embargo, en el caso inestable el ángulo varía, alcanzando los -90 grados (ha volcado).

En la figura 7.78 se muestra el robot Minicube-II y su simulación durante la realización del desplazamiento lateral en estos dos puntos de trabajo.

#### 7.5.3.2. Experimento 45: Desplazamiento lateral de Minicube-II y su simulación

En la figura 7.79 se muestra el desplazamiento lateral del robot Minicube-II y su simulación. En la izquierda se pueden ver los robots en 5 instantes durante un ciclo. En la derecha está el robot en 5 instantes correspondientes al comienzo de cada periodo, de un total de 4 ciclos.

#### 7.5.3.3. Experimento 46: Paso y trayectoria

En la figura 7.80 se muestra la posición del centro de masas del robot a lo largo del tiempo, para cuatro ciclos. Se observa que al cambiar el signo del parámetro  $\Delta\phi_{vh}$  el robot se desplaza en sentido contrario, pero de la misma manera.

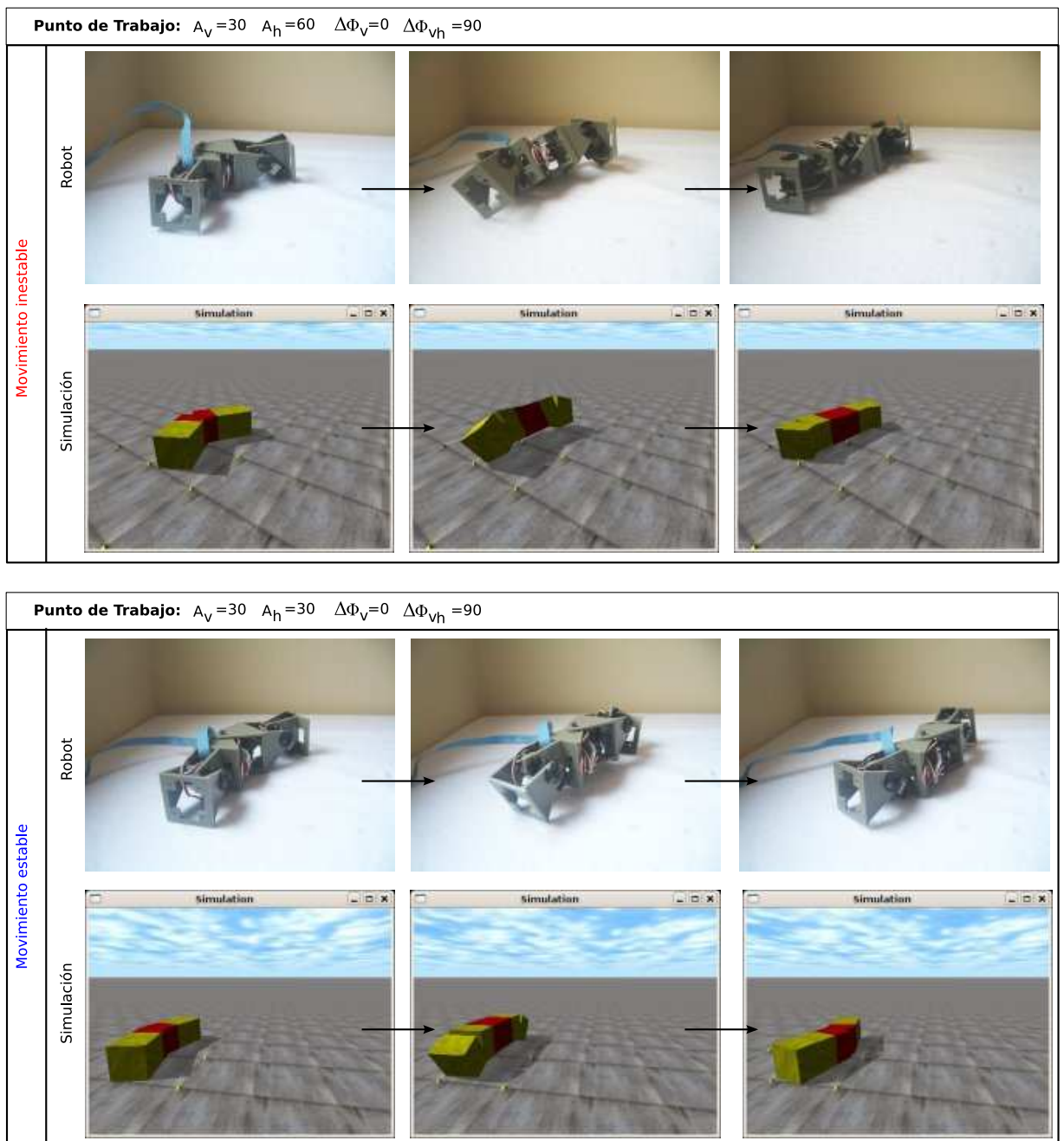


Figura 7.78: Experimento 44: Estabilidad del desplazamiento lateral de Minicube-II



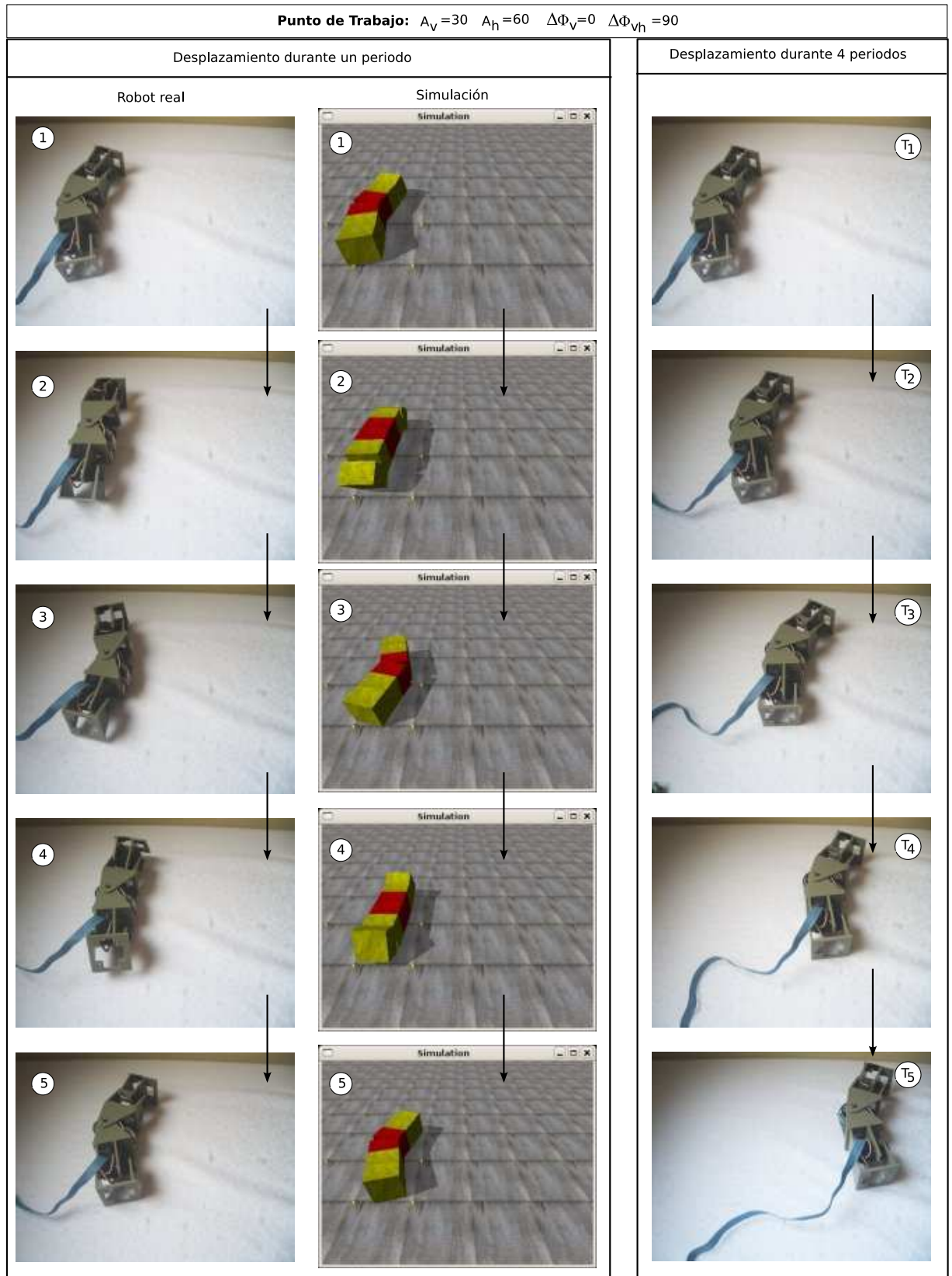


Figura 7.79: Experimento 45: Desplazamiento lateral de Minicube-II y su simulación

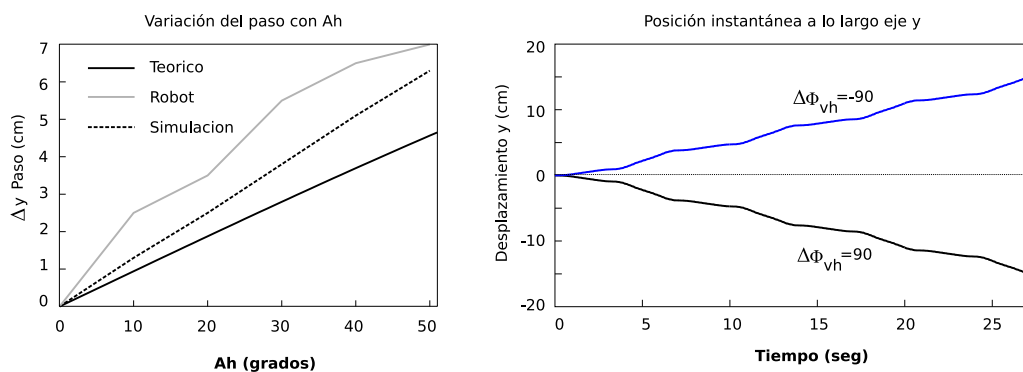


Figura 7.80: Experimento 46: Paso y trayectoria del desplazamiento lateral del robot Minicube-II

En la gráfica de la derecha se compara la gráfica del paso dado en función de  $A_h$  para el robot real, el simulado y la ecuación teórica (ec. 6.35). En todos los casos el paso aumenta con  $A_h$ . Tanto la simulación como el robot real tiene un paso por encima del teórico. Esto es debido a que la ecuación se ha calculado para el modelo alámbrico y no se han tenido en cuenta la dinámica de los puntos de apoyo.

#### 7.5.4. Movimiento de rodar

##### 7.5.4.1. Experimento 47: Movimiento de rodar de Minicube-II y su simulación

El movimiento de rodar de Minicube-II y su simulación se muestran en las figuras 7.82 y 7.81 respectivamente, durante un periodo. Se utiliza una amplitud  $A$  de 60 grados. El paso dado por ambos robots difiere en un 3%. Sus valores están por debajo del máximo 20.8 que se obtendría si el robot pudiese rodar en posición extendida.

##### 7.5.4.2. Experimento 48: Trayectoria y ángulo de rotación

El ángulo de rotación en función del tiempo se muestra en la gráfica derecha de figura 7.83. Al cambiar el signo del parámetro  $\Delta\phi_{vh}$  cambia el sentido de rotación.

Esta rotación, provoca que el robot se mueva a lo largo del eje  $y$ , variando la posición de su centro de masas como se indica en la figura de la izquierda. Se comprueba, también, que el movimiento es simétrico con respecto al signo de  $\Delta\phi_{vh}$ . El movimiento tiene a ser rectilíneo uniforme, pero con oscilaciones superpuestas de pequeña amplitud.

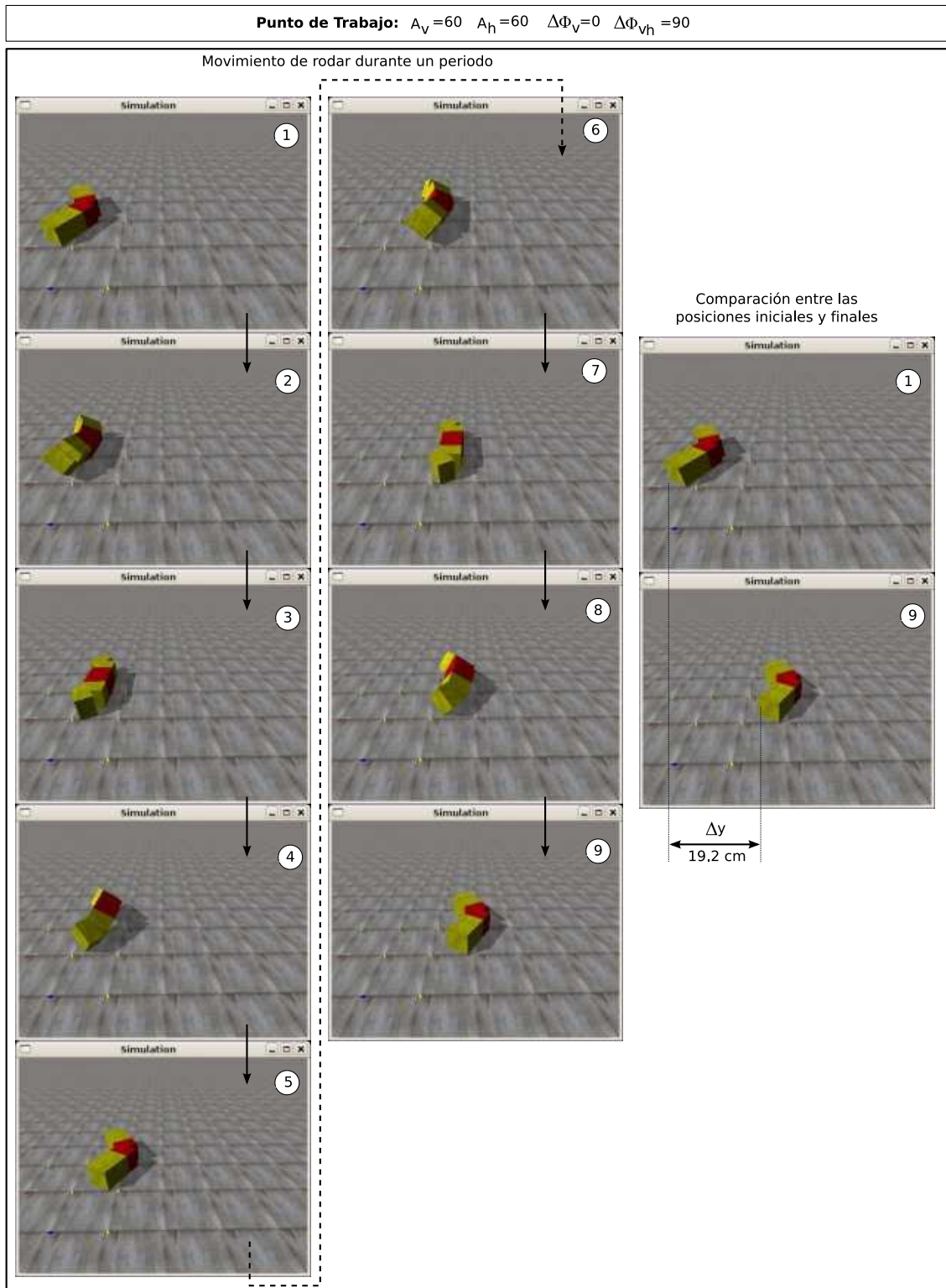


Figura 7.81: Experimento 47: Simulación del movimiento de rodar de Minicube-II, durante un periodo



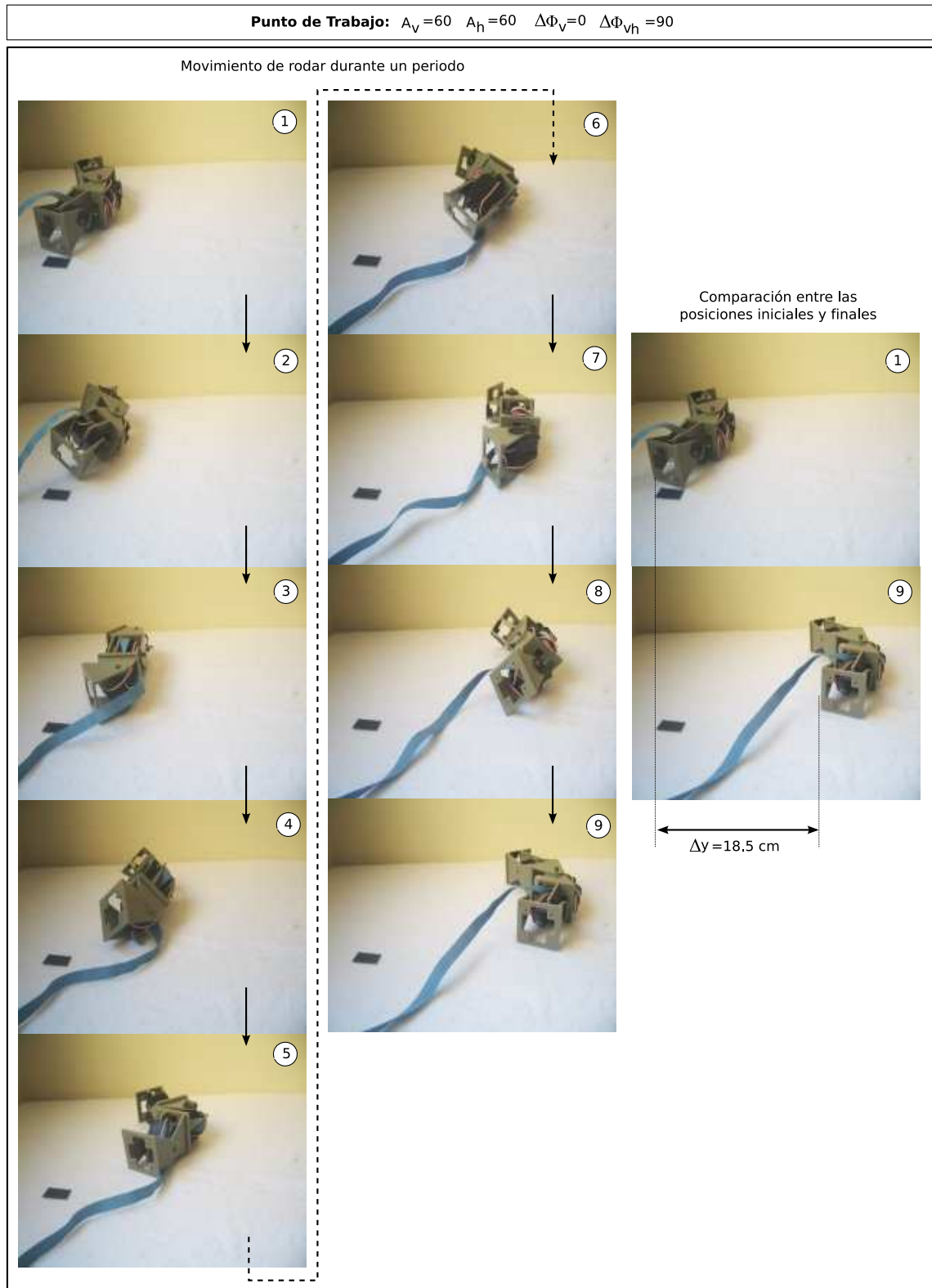


Figura 7.82: Experimento 47: Movimiento de rodar de Minicube-II, durante un periodo

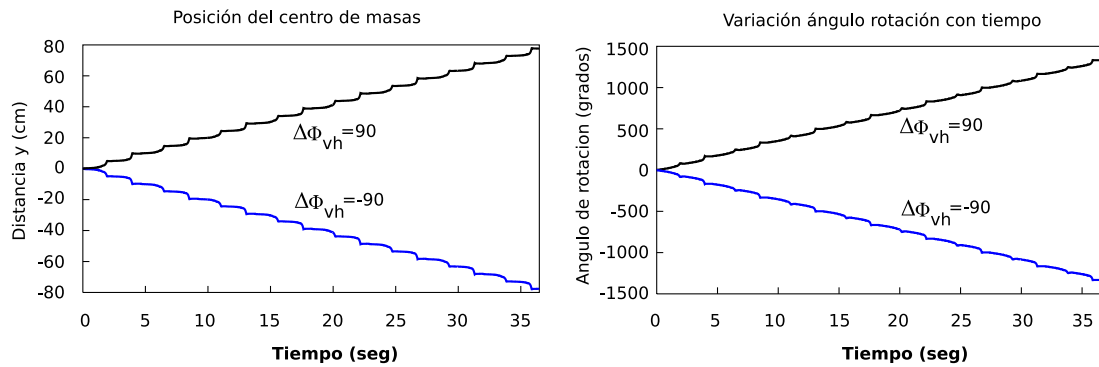


Figura 7.83: Experimento 47: Trayectoria y ángulo de rotación

### 7.5.5. Trayectoria circular

#### 7.5.5.1. Experimento 49: Movimiento de Minicube-II en trayectoria circular

En la figura 7.84 se muestra el desplazamiento del robot siguiendo una trayectoria circular durante 4 ciclos.

## 7.6. Conclusiones

Hemos desarrollado **un simulador para confirmar la validez de las soluciones propuestas** al problema de la coordinación de los robots ápodos de  $M$  módulos del grupo cabeceo-cabeceo y cabeceo-viraje. Esta herramienta nos permite simular el desplazamiento de los robots ápodos de cualquier longitud, con los siguientes fines:

1. Confirmar cualitativamente la viabilidad de una solución, mediante la visualización del desplazamiento del robot virtual.
2. Obtener datos cuantitativos empíricos sobre la cinemática del movimiento: paso, trayectoria del centro de masas, velocidad, etc.
3. Implementación de funciones de evaluación para la realización de búsquedas mediante algoritmos genéticos.

La **obtención de soluciones mediante simulación tiene limitaciones**. Por una lado, se emplean modelos simplificados. En nuestro casos se han usado módulos hexaédricos. Por otro lado, aparecen soluciones que funcionan muy bien en simulación pero que no son viables en robots reales.

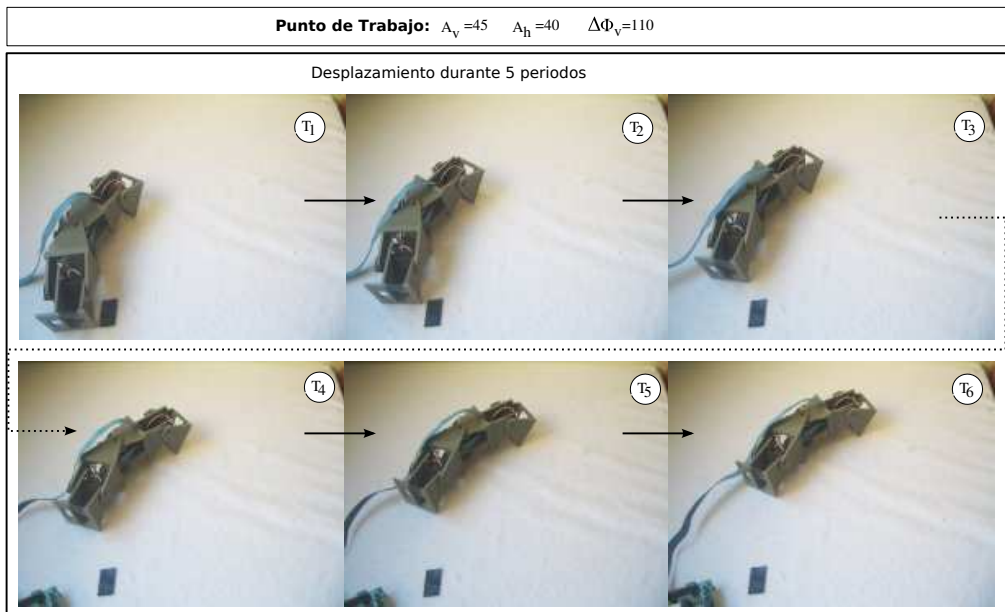


Figura 7.84: Experimento 49: Desplazamiento de Minicube-II siguiendo una trayectoria circular

Uno de los objetivos de la tesis es **encontrar soluciones válidas que sean implementables en robots reales**. Por ellos hemos **diseñado nuestros propios módulos**, denominados Módulos Y1 y hemos **construido cuatro prototipos de robots ápodos**. Dos de ellos pertenecen al grupo cabeceo-cabeceo y son el robot *Cube Revolutions* de 8 módulos y *Minicube-I*, de dos módulos, que es la configuración mínima. Los otros dos pertenecen al grupo cabeceo-viraje. Son *Hypercube*, de 8 módulos y *Minicube-II*, la configuración mínima de 3 módulos.

Los experimentos se ha agrupado en tres grupos: locomoción de los robots del grupo cabeceo-cabeceo, del grupo cabeceo-viraje y de las configuraciones mínimas. Para todos ellos se ha comprobado la viabilidad de las soluciones tanto en simulación como en los robots reales.

La principal conclusión es la **demonstración cualitativa de la viabilidad del modelo de control basado en generadores sinusoidales** para el desplazamiento de los robots ápodos de los grupos cabeceo-cabeceo y cabeceo-viraje. Hemos confirmado que este método es válido para el desplazamiento de robots reales. Además, se han mostrado las relaciones experimentales entre los parámetros de los generadores y el paso dado por el robot y se han comparado con las fórmulas teóricas propuestas.

Finalmente, para permitir a otros investigadores continuar este trabajo o repetir ellos mismos estos experimentos, **hemos empleado sólo tecnologías libres** dentro de lo posible: todo el software utilizado y el desarrollado por nosotros, el hardware diseñado y los módulos creados son libres. Cualquiera tiene las libertades de poder estudiar nuestros robots, construirlos, modificarlos y redistribuirlos.



## Capítulo 8

# Conclusiones/Conclusions

”Es la pregunta la que nos da fuerza. Es la duda la que te ha traído aquí.”

– Trinity, en la película “Matrix”

---

This chapter has been translated into English. It can be found in page 417

---

Este último capítulo se ha dividido en tres apartados. Comenzamos presentando las principales aportaciones de esta tesis junto a una breve discusión de sus implicaciones. A continuación resumimos las conclusiones particulares de cada capítulo. Finalmente indicamos algunas de las posibles líneas de investigación futuras que dan continuidad a este trabajo.

### 8.1. Principales aportaciones

Tras plantear las preguntas iniciales, desarrollar los modelos matemáticos, obtener los resultados y comprobarlos tanto en simulación como en robots reales, concluimos lo siguiente:

1. *Comprobada la viabilidad de los generadores sinusoidales como controladores para la locomoción en una y dos dimensiones de los robots ápodos modulares de los grupos cabeceo-cabeceo y cabeceo-viraje, en régimen permanente y sobre superficies planas, homogéneas y sin obstáculos.*

Este controlador es válido para robots con un número de módulos mayor o igual a dos o tres, según que el tipo de conexión sea cabeceo-cabeceo o cabeceo-viraje respectivamente. Respondiendo a la pregunta formulada en los objetivos, “¿Se consigue que el robot se desplace?”,

la respuesta es sí. Además, los movimientos logrados son muy suaves y naturales, dando la sensación de que el robot está vivo.

El controlador basado en generadores sinusoidales tiene tres ventajas principales. Una es la escalabilidad. Para realizar la locomoción de un robot ápodo de  $M$  módulos no hay más que añadir el mismo número de generadores. Otra es la economía de recursos. Se requieren muy pocos cálculos lo que permite implementarlos en los microcontroladores de gama baja. La tercera ventaja es su realización en diferentes tecnologías: *software*, circuitos electrónicos digitales o incluso circuitos analógicos.

Mediante la utilización de FPGAs se pueden diseñar circuitos específicos que permiten que el robot se mueva “por *hardware*” de la misma manera que los rabos de las lagartijas se mueven cuando son seccionados.

2. *Se ha demostrado que los robots ápodos del grupo cabeceo-viraje, con un número de módulos mayor o igual a tres, pueden al menos desplazarse utilizando cinco modos de caminar diferentes: línea recta, trayectoria circular, desplazamiento lateral, rodar y rotar.* Al aumentar el número de módulos aparecen nuevos movimientos como son el desplazamiento lateral en S, lateral inclinado y la rotación en S.

El modelo de generadores sinusoidales planteado como hipótesis no sólo es viable sino que permite una variedad de movimientos mayor de lo esperada, dada la sencillez del controlador. El autor de esta tesis no deja de asombrarse al observar el robot moverse con esa variedad de movimientos sabiendo que los servos simplemente están oscilando.

Con los modos de caminar obtenidos todo robot ápodo del grupo cabeceo-viraje con más de dos módulos puede alcanzar cualquier punto  $(x,y)$  del plano, con cualquier orientación. Además, gracias al movimiento de rodar, puede recuperar su posición original en caso de volcar.

3. *La dimensión mínima del espacio de control para la locomoción de los robots ápodos del grupo cabeceo-viraje con más de dos módulos sobre una superficie es de cinco.* Es decir, que sólo son necesarios cinco parámetros para que cualquier robot con conexión cabeceo-viraje de más de dos módulos se pueda desplazar empleando al menos los cinco modos de caminar encontrados. Los parámetros son las amplitudes de los generadores asociados a los módulos verticales y horizontales, sus diferencias de fase y la diferencia de fase entre los verticales y horizontales.

Para el desplazamiento en línea recta la dimensión es de dos. Sólo se necesitan dos parámetros para mover cualquier robot del grupo cabeceo-cabeceo de más de un módulo. Son la amplitud y la diferencia de fase.

Para el movimiento de un robot ápodo concreto de  $M$  módulos, se pueden emplear más parámetros de control, como por ejemplo la utilización de amplitudes diferentes para los distintos módulos. En ese caso la solución ya no es general, sino particular a ese robot. En estos espacios de mayor dimensión pueden existir más soluciones a la locomoción. En este tesis nos hemos centrado en buscar el espacio de dimensión mínima que permita la locomoción con independencia del número de módulos.

4. *Se han encontrado tres modos de caminar novedosos, que no habían sido previamente estudiados por otros investigadores ni realizados en ningún robot ápodo, a nuestro leal saber. Son el desplazamiento lateral inclinado y la rotación en S y en U.* Los movimientos de rotación son especialmente importantes ya que permiten que los robots ápodos puedan cambiar su orientación para apuntar hacia cualquier dirección. Solamente empleando la locomoción en línea recta y la rotación se consigue que el robot alcance cualquier punto del plano y que se oriente en la dirección deseada.

La rotación en U la puede realizar cualquier robot del grupo cabeceo-viraje con más de dos módulos. La rotación en S con una ondulación la pueden realizar todos aquellos robots con un número mayor o igual a 8 módulos.

5. *Se ha planteado el problema de las configuraciones mínimas para las topologías de una dimensión y se ha resuelto. Se han encontrado las dos configuraciones mínimas, de dos y tres módulos que son capaces de moverse en una y dos dimensiones respectivamente.* Se puede, por tanto, responder a la pregunta planteada en los objetivos: “¿Cuales son los robots con el menor número de módulos que tienen la capacidad de desplazarse?”. La respuesta son estas configuraciones mínimas. Para moverse en línea recta son necesarios dos módulos. Para hacerlo en un plano tres.

Este problema es novedoso y no había sido anteriormente planteado. Se propuso en el 2005 en [43]. El artículo fue seleccionado como uno de los siete mejores del congreso y recibió el “*Industrial Robot Highly Commended Award*”. Las dos configuraciones mínimas con topología de una dimensión encontradas son la constituida por dos módulos con conexión de cabeceo-cabeceo (configuración *PP*) y la compuesta por tres, el central de viraje y los de los extremos de cabeceo (configuración *PYP*).

Estas configuraciones son importantes por los siguientes motivos. 1) Constituyen las unidades atómicas de movimiento (*UAM*), que son capaces de desplazarse por un plano, alcanzando cualquier punto  $(x,y)$  de su superficie y con cualquier orientación. 2) Maximizan el número de subrobots en los que puede dividirse un robot modular auto-configurable. 3) Son las más eficientes en cuanto a la energía que necesitan para desplazarse. 4) Permiten estudiar la locomoción de otros robots mediante la identificación de su estructura en ellos, encontrar nuevos modos de caminar y deducir la viabilidad del movimiento de ciertas configuraciones que a priori no se sabía si pueden desplazarse.

6. *Se han obtenido las relaciones entre los parámetros de los generadores y los parámetros cinemáticos de los robots de los grupos de estudio.* Para algunos modos de caminar se han propuesto las ecuaciones teóricas y para otros se muestran las relaciones empíricamente.

Estas relaciones permiten conocer cómo afecta cada generador a la locomoción. De una manera general, las amplitudes se relacionan con el tamaño del paso del robot (lineal o angular) durante un periodo y las diferencias de fases con la coordinación y el tipo de modo de caminar. Su conocimiento es importante para que los controladores de los niveles superiores puedan reaccionar ante los estímulos externos modificando la cinemática del robot, como por ejemplo

reducir las amplitudes para pasar por debajo de un obstáculo o atravesar un tubo. Al hacerlo, gracias a estas relaciones, sabemos que el paso del robot disminuirá, pero si no se modifican las diferencias de fases, el modo de caminar será el mismo.

7. *Se ha resumido el conocimiento sobre la locomoción de los robots ápodos de los grupos de estudio en 27 principios fundamentales, 11 para la locomoción en una dimensión, otros 11 para el desplazamiento en un plano y 5 para las configuraciones mínimas.*

Con estos principios se pretende que otros investigadores o ingenieros de aplicaciones puedan mover cualquier robot modular con topología de una dimensión de los grupos mencionados, tanto en simulación como en la realidad, de una manera fácil y rápida. Además, estos principios se pueden aplicar al desplazamiento de los robots ápodos autopropulsados, que aunque utilizan ruedas u orugas como medio principal de locomoción, también podrán hacerlo mediante movimientos corporales.

8. *Se ha demostrado que las soluciones encontradas al problema de la coordinación para lograr la locomoción de los robots ápodos son válidas para su utilización en robots reales.* Han sido probadas en cuatro prototipos de robots ápodos construidos a partir de la unión de los Módulos Y1, diseñados específicamente para esta tesis. La verificación para robots con diferente número de módulos se ha realizado utilizando el simulador desarrollado.

## 8.2. Otras aportaciones

### 8.2.1. Sobre metodologías

El estudio de la locomoción de los robots modulares en general es una tarea titánica debido a que existen infinitas posibles configuraciones. Además, el número de ellas crece exponencialmente con la cantidad de módulos empleados.

Para abordar el problema se ha propuesto una clasificación de los robots modulares de tipo cadena en tres grandes familias, según las dimensiones de su topología. El grupo de los robots con topología de una dimensión (robots ápodos) se propone subdividirlo, a su vez, en otros tres grupos, según el tipo de conexión entre los módulos. Aparecen así los grupos con conexión viraje-viraje, cabeceo-cabeceo y cabeceo-viraje. En esta tesis se ha abordado el estudio detallado de estos dos últimos grupos.

Para el estudio de cada uno de estos grupos se propone una metodología basada en encontrar las ondas corporales continuas que definen la forma de todos los miembros del grupo. Estas ondas se parametrizan y se describen mediante puntos en un espacio de formas.

Se propone un método para resolver los problemas de la cinemática directa en inversa estableciendo relaciones entre los espacios de control y de formas, para cada uno de los modos de caminar encontrados. La búsqueda de estos modos de caminar se hace mediante algoritmos genéticos sobre el espacio de control.



Se ha formulado el problema de las configuraciones mínimas y se describe la metodología empleada para su solución, basada en iterar sobre el número de módulos y realizar búsquedas con algoritmos genéticos.

Se ha propuesto una técnica de análisis y síntesis de movimientos basado en identificar las configuraciones mínimas en el modelo alámbrico de otros robots. Esto permite encontrar nuevos modos de caminar así como deducir la viabilidad del movimiento de ciertas configuraciones que a priori no se sabría si pueden desplazarse.

### 8.2.2. Sobre la locomoción en una dimensión

El estudio de la locomoción en una dimensión se ha realizado para los robots del grupo cabeceo-cabeceo, aunque es generalizable al grupo cabeceo-viraje gracias a la idea propuesta de bloques. Las ecuaciones se han calculado usando bloques genéricos de parámetros  $d$  y  $d_0$ . Cada grupo de estudio tiene diferentes valores de estos parámetros que al sustituirlos en las ecuaciones genéricas permite obtener las expresiones particulares para ellos.

Se ha mostrado que sólo son necesarios los dos parámetros  $\alpha$  y  $k$  para describir la forma de los robots ápodos de este grupo de cualquier longitud y determinar sus propiedades de locomoción. Tanto la estabilidad como el paso sólo dependen de ellas. La dimensión del espacio de control es de 2. Mediante las relaciones establecidas se obtienen la amplitud de los generadores ( $A$ ) y la diferencia de fase ( $\Delta\phi$ ) en el espacio de control.

Se ha propuesto una ecuación para el cálculo del paso del robot y un criterio para determinar la estabilidad. Ambos se pueden expresar bien usando los parámetros del espacio de formas ( $\alpha$ ,  $k$ ) o bien en el espacio de control ( $A, \Delta\phi$ ).

El mecanismo que hace posible el movimiento en línea recta es la aparición de una onda corporal que recorre el cuerpo del robot. Esta onda es de tipo serpentinoide. Los parámetros  $\alpha$ ,  $k$  describen esta onda global. El espacio de formas es de gran utilidad para especificar las restricciones en las dimensiones del robot, como por ejemplo limitar su altura para que pueda avanzar por el interior de un tubo.

### 8.2.3. Sobre la locomoción en un plano

El estudio de la locomoción en un plano se ha realizado para los robots del grupo cabeceo-viraje. Sólo son necesarios cinco parámetros para caracterizar la locomoción de al menos los ochos de modos de caminar encontrados. Expresados en el espacio de formas son:  $\alpha_v$ ,  $\alpha_h$ ,  $k_v$ ,  $k_h$ ,  $\Delta\phi_{vh}$ , y en el de control:  $A_v$ ,  $A_h$ ,  $\Delta\phi_v$ ,  $\Delta\phi_h$  y  $\Delta\phi_{vh}$ .

El mecanismo que permite la locomoción del robot es debido a la aparición de una onda corporal tridimensional que es la resultante de la superposición de las ondas bidimensionales que se aplican a las articulaciones verticales y horizontales. El estudio de las ondas corporales permite conocer las dimensiones del robot durante el movimiento, los puntos de apoyo con el suelo para conocer su estabilidad y deducir las ecuaciones de los parámetros cinemáticos.

Se ha propuesto una clasificación de los tipos de ondas tridimensionales en diferentes familias, según cómo se realiza la propagación y la forma que adoptan. Cada modo de caminar está asociado a una onda de una familia diferente.

Los modos de caminar encontrados se han estudiado detalladamente a partir de la forma de la onda tridimensional. Tienen entre 1 y 3 grados de libertad. Para todos ellos se han propuesto bien ecuaciones teóricas para calcular los parámetros cinemáticos o bien se han deducido empíricamente en los experimentos.

El movimiento en trayectoria circular se obtiene mediante la superposición de una onda serpentina en las articulaciones verticales y una curva circular en las horizontales. Tiene tres grados de libertad, el ángulo del arco de la trayectoria y los parámetros  $\alpha$  y  $k$  de la serpentina vertical.

El movimiento de rodar se caracteriza por la superposición de dos ondas circulares iguales y un desfase entre ellas de 90 grados. Tiene un único grado de libertad,  $\alpha$ , para especificar el ángulo del arco del cuerpo. Del análisis del modelo alámbrico se ha comprobado que la rotación se realiza para cualquier valor de  $\alpha$ . Sin embargo, si la sección del robot es cuadrada, lo que ocurre en los robots reales, se ha calculado el valor umbral  $\alpha_{min}$  que determina si el movimiento será de rodar o un desplazamiento lateral de tipo remero.

El desplazamiento lateral está caracterizado por la superposición de dos ondas serpentinoides con el mismo número de ondulaciones. La onda tridimensional es del tipo isomorfa. Tiene dos grados de libertad  $\alpha$  y  $k$  que se corresponden con los de la onda horizontal. Este movimiento se puede realizar en su versión inclinada en la que aparece un nuevo parámetro  $\beta$  para especificar esta inclinación.

El movimiento de rotación permite al robot cambiar la orientación de su eje longitudinal. Existen dos variantes, la rotación en S y en U. En la primera se caracteriza por la superposición de dos ondas serpentinoides (resultado una onda tridimensional no isomorfa) y la segunda por una serpentina y otra circular. Ambas tienen dos grados de libertad.

#### 8.2.4. Sobre configuraciones mínimas

Se han encontrado las dos configuraciones mínimas que se mueven en una y dos dimensiones. La configuración *PP* está constituida por dos módulos de cabeceo y la *PYP* por tres, dos de cabeceo y el central de viraje. La primera se mueve en línea recta, hacia adelante o atrás y la segunda puede

realizar cinco modos de caminar diferentes: línea recta, trayectoria circular, desplazamiento lateral, rodar y rotar.

Todos los modos de caminar de la configuración *PYP* quedan caracterizados por las ecuaciones de sus subespacios de control que establecen relaciones entre los cuatro parámetros  $A_v$ ,  $A_h$ ,  $\Delta\phi_v$  y  $\Delta\phi_{vh}$ . Los parámetros libres son los grados de libertad del movimiento. Se ha estudiado la cinemática de todos los movimientos y se han propuesto las ecuaciones para calcular el paso en función de sus parámetros de control.

El movimiento en línea recta tiene dos grados de libertad,  $A$  y  $\Delta\phi$ . Se ha propuesto un criterio para establecer el punto de trabajo donde la coordinación es la mejor. Se ha demostrado que para el modelo alámbrico, la mejor coordinación se consigue en el rango de  $\Delta\phi$  entre 108 y 110.

El movimiento de rodar se ha estudiado en detalle y se ha deducido el valor de la amplitud mínima que se tiene que aplicar para que se pueda realizar, en función de las dimensiones del módulos. Tiene un único grado de libertad,  $A$ , que determina la forma que adopta el robot durante el movimiento. Para realizarlo las dos articulaciones verticales están en fase y la horizontal desfasada 90 grados.

El desplazamiento lateral permite que el robot se mueva hacia los lados manteniendo la misma orientación de su cuerpo. La coordinación es exactamente la misma que para el caso de rodar. Según la amplitud escogida se realizará un movimiento u otro.

El movimiento de rotar permite al robot cambiar la orientación de su cuerpo. Tiene un grados de libertad,  $A$ , que determina el paso angular a rotar. Las dos articulaciones verticales están en oposición de fase, y la horizontal desfasada 90 grados.

### 8.2.5. Sobre la plataforma robótica creada

Como se indicó en la introducción de la tesis, se ha desarrollado una plataforma constituida por mecánica, *hardware* y *software* para comprobar la validez de las soluciones propuestas.

Los módulos *YI* diseñados para la construcción de los prototipos de robots ápodos, a diferencia de los módulos desarrollados en otros centros de investigación, son muy baratos y fáciles de construir. Constan de seis piezas de plástico que se obtienen mediante corte manual (prototipos) o láser (para tiradas mayores). Están pensados para ser usados con los servos Futaba 3003 o compatibles, uno de los modelos más baratos y extendidos. Además, son módulos libres. Los planos para su fabricación están disponibles.

La electrónica empleada para el posicionamiento de los servos es también *hardware* libre. Todos los esquemas, placa de circuito impreso (*PCB*) y ficheros de fabricación (*GERBER*) están disponibles. Entre otras cosas, esto permite que otros investigadores o ingenieros puedan modificar esta electrónica para incorporarla dentro de los módulos, con la idea de hacer robots autónomos o bien añadir sensores.

El entorno *software* desarrollado permite la simulación de cualquier robot ápedo con topología de una dimensión. También es *software* libre por lo que otros investigadores pueden reproducir los experimentos descritos en esta tesis o crear los suyos propios.

### 8.3. Líneas futuras

Como es habitual en la ciencia, los trabajos de investigación plantean más preguntas que las que resuelven. Es el caso de esta tesis. El autor la ha terminado con un cierto sentimiento de que no está finalizada. Y en verdad es así. Es tanto lo que queda por investigar que las aportaciones de este trabajo resultan insignificantes. El profesor Juan Pablo Rozas de la Universidad de Castilla la Mancha me comentó una vez: “*Has de saber que las tesis nunca terminan, sino que se matan. Mata la tuya ya*”.

Algunas de las líneas de investigación que dan continuidad a esta tesis son:

- *Estudio dinámico/energético de las topologías de una dimensión.* En esta tesis se ha representado la locomoción de los robots ápedos mediante puntos de trabajo en el espacio de formas y de control que determinan la forma del robot durante el movimiento así como su paso (lineal o angular). Sin embargo, no se ha realizado ningún estudio energético. Se propone encontrar la ecuación del consumo y eficiencia energética en función del punto de trabajo. De esta manera se podrán seleccionar los movimientos donde el consumo sea menor o la eficiencia mayor. Es un problema muy importante para la materialización de la locomoción de robots autónomos.
- *Materialización de los controladores en hardware, usando FPGA.* Los controladores basados en generadores sinusoidales tienen la ventaja de que pueden ser realizados en diferentes tecnologías, entre ellas los circuitos digitales. El empleo de FPGA permite la materialización de estos controladores “por *hardware*”. Este enfoque de locomoción “mediante *hardware*” es más parecido a los sistemas biológicos donde todas las neuronas y músculos funcionan en paralelo y se sincronizan mediante conexiones entre ellas.
- *Desarrollo de nuevos controladores con realimentación.* Se ha resuelto el problema de la coordinación, de manera que se conocen cómo tienen que ser las oscilaciones de los módulos para la realización de diferentes movimientos. El siguiente problema a resolver es cómo mantener esta coordinación constante aunque cambie el medio por el que se desplace el robot. Para mantener un ritmo constante, será necesario incluir realimentación. Se proponen dos alternativas para abordar el diseño del controlador.

Una es el estudio de los controladores bioinspirados, de tipo CPG, que tengan en cuenta esta realimentación a la hora de generar las oscilaciones de salida. Esto está siendo estudiado actualmente por el grupo de Neurociencia computacional de la UAM, a cargo del profesor Pablo



Figura 8.1: La nueva generación de módulos GZ-I

Varona. En un trabajo preliminar, Herrero et al.[50] han probado la viabilidad de diferentes arquitecturas de CPG para la locomoción en línea recta de los robots del grupo cabeceo-cabeceo. Recientemente están añadiendo realimentación de la posición de los servos. Para llevar a cabo los experimentos han construido un prototipo de 8 articulaciones a partir de los Módulos Y1 creados en esta tesis y están añadiendo la electrónica necesaria para la lectura de las posiciones de los servos.

Por otro lado, siguiendo las ideas desarrolladas por Matellán et al.[93], se propone el desarrollo de un controlador para la obtención de comportamientos reactivos. La idea no es el diseño de este controlador, sino su generación automática mediante lógica borrosa y algoritmos genéticos.

- *Diseño de nuevos módulos.* Los módulos Y1 creados para la construcción de los prototipos de robots ápodos de esta tesis son sólo la primera generación. Para la investigación sobre la locomoción de nuevas configuraciones se necesitan unos módulos más robustos, que incorporen servos de mayor par, así como la electrónica y la baterías para la creación de robots autónomos. Ese es el objetivo de la nueva generación: los módulos GZ-I<sup>1</sup> que se están desarrollando en

<sup>1</sup>Más información: [http://tams-www.informatik.uni-hamburg.de/people/hzhang/projects/index.php?content=Modular %20robot](http://tams-www.informatik.uni-hamburg.de/people/hzhang/projects/index.php?content=Modular%20robot)



Figura 8.2: Robot trepador *Skycleaner* (izquierda). Prototipo de la oruga trepadora que usa ventosas pasivas para agarrarse (centro). Experimentos de trepar realizados con *Hypercube* (derecha)

colaboración con el grupo TAMS de la universidad de Hamburgo[180]. Los prototipos están hechos de aluminio (figura 8.1).

- *Estudio de la locomoción de las configuraciones con otras topologías.* En este trabajo se ha abordado el estudio de la locomoción de los robots modulares, comenzando por las topologías de una dimensión. Queda pendiente el estudio de las topologías de dos y tres dimensiones. Hay que establecer nuevas clasificaciones, investigar sus propiedades de locomoción y encontrar las configuraciones mínimas de los nuevos grupos. En artículos previos[43] se encontró una configuración mínima de tres módulos con topología de dos dimensiones capaz de desplazarse en tres direcciones posibles del plano así como rotar, cambiando su orientación. En [180] se han realizado experimentos con una topología en estrella de 6 módulos, compuesta por los módulos *GZ*.

La herramienta de simulación diseñada en este tesis es sólo para topologías de 1D, sin embargo, Rafael Treviño[149], en su proyecto final de carrera, ha creado el *software MRSuite* que permite también simular topologías en 2D.

- *Desarrollo de orugas trepadoras.* Una de las áreas de robótica con aplicaciones industriales es la de los robots trepadores, donde se investigan y desarrollan robots capaces de moverse por superficies verticales para realizar inspecciones, encontrar escapes o realizar tareas de limpieza. Un grupo todavía no explorado son los robots trepadores de tipo oruga. Tienen la ventaja de que su cuerpo se puede flexionar para introducirse por tubos o cambiar entre dos superficies con diferentes inclinaciones. El estudio de la locomoción de las topologías de 1D se puede aplicar a la creación de este tipo de robots. En colaboración con el grupo *TAMS* de la Universidad de Hamburgo estamos trabajando en un prototipo que utiliza ventosas pasivas para el agarre en las superficies verticales[179]. En la figura 8.2 se muestra el robot limpiador *Skycleaner*, diseñado por Houxiang Zhang. En la parte central se puede ver un dibujo del prototipo de oruga trepadora y en la derecha una foto de los experimentos preliminares realizados con el robot *Hypercube*, creado en esta tesis.

- *Desarrollo y materialización de comportamientos.* Con las aportaciones de esta tesis se puede convertir un robot ápodo de  $M$  módulos en un sistema móvil capaz de desplazarse a cualquier punto  $(x,y)$  del suelo y con cualquier orientación. El siguiente paso es dotarlo de sensores e implementar comportamientos para que sea autónomo. Una línea de trabajo irá encaminada en la utilización de una arquitectura basada en jerarquías dinámicas de esquemas[7], desarrollada por Jose María Cañas en su tesis doctoral[6] y materializada en una plataforma *software* para el desarrollo de aplicaciones con robots móviles<sup>2</sup>, que además es libre. Para ello se propone añadir a este entorno los componentes necesarios para que soporte los robots modulares.

---

<sup>2</sup>Más información: [http://jde.gsync.es/index.php/Main\\_Page](http://jde.gsync.es/index.php/Main_Page)





# Conclusions

This last chapter has been divided into three sections. First the main contributions of this thesis are summarized along with a brief discussion of its implications. Then the conclusions for every chapter are presented and finally the future work is outlined.

## 8.4. Main contributions

After raising the initial questions, developing the mathematical models and evaluating the solutions both in simulation and in real robots, it is concluded that:

1. *The controlling model based on sinusoidal generators is viable for the locomotion of the pitch-pitch and pitch-yaw connecting modular robots in one and two dimension on homogeneous flat surfaces.*

This controller is valid for the locomotion of modular robots with more than one module. Responding to the question raised in the introduction chapter "*Can the robot move?*", the answer is definitely yes. In addition, when this controller is used the movements are very smooth and natural, thus giving the impressive feeling that the robot is alive.

This controlling approach has three main advantages. One is scalability. For the locomotion of an  $M$  modular snake robot the same number of generators should be used. There is not any theoretical limitation. Second is the resource savings. This controller requires very few calculations, therefore it can be implemented in low-cost microcontrollers. The third advantage is that the implementation can be realized on different technologies: software and digital or analog circuits.

By means of FPGA specific designs can be done to perform the robot locomotion by hardware. They will be able to move even when there is not any brain controlling it, in the same way as the tails of lizards move when they are severed.

2. *It has been shown that the pitch-yaw connecting modular robots with three or more modules can perform at least five different gaits: moving forward, circular turning, lateral shifting, rolling*

and rotating. By increasing the number of modules more locomotion gaits are possible such as the sidewinding, leaning sidewinding and s-shaped rotation.

The sinusoidal generators are not only viable for the snake robot locomotion but allows a variety of movements greater than expectation. The author of this thesis is amazed by observing the robot moves with these gaits since that the modules are just oscillating themselves.

The gaits performed enables any snake robot with more than two modules to reach any point (x,y) in the plane, with any orientation. Moreover, due to the rolling gait, it can recover itself in case of overturning.

3. *The minimum dimension of the control space for the locomotion of the pitch-yaw connecting modular robots of any length on a surface is five.* This means that only five parameters are enough for actuating these robots to move. They are the amplitudes and phase differences of the vertical and horizontal generators and the phase difference between the vertical and the horizontal modules. The period of the oscillations determines the velocity of the movements, but is not related to the coordination.

If the locomotion is constrained to a straight line (forward and backward) the control space dimension is two. Only two parameters are enough for the locomotion of the pitch-pitch connecting modular robots: the amplitude ( $A$ ) and the phase difference ( $\Delta\Phi$ ).

There can be used more control parameters for the locomotion of an specific M-modular robot. For example, different amplitudes can be chosen for the generators. In that case, the solution is no longer general but particular for that robot. In these larger spaces there may exist more solutions. In this thesis we have focused on finding the minimum control space that allows the snake locomotion regardless of the number of modules.

4. *Three novel locomotion gaits have been found, which had not previously been studied by other researchers nor performed by any previous snake robots, to the best of our knowledge. They are the leaning side-winding and the S-shape and U-shape rotations.* The rotation movements are especially important because they allow the snake robots to change their orientation. The locomotion in a straight line and the rotation gait are enough for the robot to reach every point (x,y) on the ground with any desired orientation.

The U-shaped rotation can be performed by any pitch-pitch connecting robot with more than two modules in length. The S-shape rotation with one undulation can be realized by the snake robots longer than 7 modules.

5. *The problem of the 1D topology minimal configuration locomotion has been raised. Two solutions have been found: the pitch-pitch (PP) and pitch-yaw-pitch (PYP) configurations, that consist of two and three modules respectively.* The former can only move forward and backward and the latter on a surface. Therefore, the initial question “Which are the robots with the lowest number of modules that have the ability to move?” is answered.

This problem is novel and had not been previously stated. It was proposed in 2005[43]. The paper was selected as one of the seven best in the Clawar conference and received the “*Industrial*

*Robot Highly Commended Award”.*

These minimal modular robots are important for the following reasons. 1) They are the atomic movement units which are capable of travelling on a plane and reaching any point (x, y) of its surface with any orientation. 2) The number of sub-robots in which a modular self-reconfigurable robot can be divided is maximized when using minimal configurations. 3) They are the most efficient in terms of the energy needed to move. 4) The study of the locomotion of other robots can be done by identifying the minimal configurations in their structures. Therefore, new gaits can be achieved and the viability of the movement of certain configurations can be deduced.

6. *The relationships between the generator’s parameters and the kinematical variables have been found.* Some relationships are stated as mathematical equations and others are given as empirical graphical representations.

These relationships show how the locomotion is affected by the generators. In general, the amplitudes are related to the step (linear or angular) the robot perform in one cycle and the phase differences are involved in the coordination of the locomotion gait. They are important for the higher level controllers to react to external stimuli by changing the step or the robot shape, such as reducing the amplitudes to go below an obstacle or pass through a tube.

7. *The knowledge about the locomotion of 1D topology pitch-pitch and pitch-yaw connecting modular robots has been summarized in 27 key principles, 11 for locomotion in one dimension, another 11 for movement in a plane and 5 for the minimal configurations.*

These locomotion principles allow other researchers or application engineers to easily understand how to move their snake robots both in simulation or in reality. In addition, they can be applied to the locomotion of serpentine robots. Although these robots are propelled by means of wheels or tracks, they can also be moved by body motions.

8. *It has been shown that the solutions proposed to achieve the locomotion are valid for real mobile robots.* They have been tested in four robot prototypes composed of Y1 modules, which have been specifically design for this thesis. The verification for robots with different number of modules has been carried out by the simulation software developed.

## **8.5. Summary of the conclusions**

### **8.5.1. Methodologies**

The study of locomotion of modular robots is a big challenge because there are infinite possible configurations. In addition, the amount of them grow exponentially with the number of modules used.

To address this problem a general classification of modular robot has been proposed. The chain robots have been divided into three main groups, according to their topologies: 1D, 2D and 3D topology modular robot groups. The 1D topology group is composed of three sub-groups, depending on the connection between its modules: pitch-pitch, pitch-yaw and yaw-yaw connecting modular robots. This thesis has focused on the first two configurations.

For the study of each group a methodology based on finding the body waves that determine the shape of the robot is proposed. Those waves are parametrised and considered as points in a shape space.

The inverse and direct kinematics has been solved by establishing relationships between the shape and control spaces for every gait. The different locomotion gaits have been found by means of genetic algorithm that searches the control space.

The minimal configuration problem has been stated and a methodology for its solutions is given, based on the iteration on the number of modules and searching the control space by means of genetic algorithms.

A new technique for the analysis and synthesis of gaits is proposed. It is based on identifying the minimal configurations in the robot structure. This makes it possible to find new locomotion gaits and to deduce the viability of the movement of certain configurations.

### 8.5.2. Locomotion in 1D

The study of the locomotion of the pitch-pitch and pitch-yaw connecting modular robot in 1D has been carried out. The proposed equations are valid for both groups. Each robot is modelled as a serial connection of generic blocks, which are described by two geometrical parameters ( $d$  and  $d_0$ ). The results are presented for the pitch-pitch group. But due to this generic approach, they can be easily calculated for the pitch-yaw groups.

It has been shown that only two parameters ( $\alpha$  and  $k$ ) are enough to determine both its shape and the locomotion properties for all the snake robots of any length. Both the stability and the step depend on these two parameters. Therefore, the control space's dimension is two. The relationships between these parameters and the amplitude ( $A$ ) and phase difference ( $\Delta\phi$ ) of the generators are given.

An equation for calculating the step as well as an stability criterion are proposed. They both can be expressed by means of the parameters of the shape ( $\alpha, k$ ) or control spaces ( $A, \Delta\phi$ ).

The mechanism that makes it possible to move the robot forward or backward is the travelling wave through the snake. This is a serpenoid curve described by the shape space pair ( $\alpha, k$ ). The shape space is used to easily specify the constraints in the size of the robot, such as limiting its height so that it can go inside a tube.

### 8.5.3. Locomotion in 2D

The study of the locomotion of the pitch-yaw connecting modular robots on a flat surface has been carried out. Only five parameters are enough for the achievement of at least eight locomotion gaits. The shape space parameters are:  $\alpha_v$ ,  $\alpha_h$ ,  $k_v$ ,  $k_h$ ,  $\Delta\phi_{vh}$  and the control space is shown following:  $A_v$ ,  $A_h$ ,  $\Delta\phi_v$ ,  $\Delta\phi_h$  and  $\Delta\phi_{vh}$ .

The mechanism that makes it possible for the robot to perform the locomotion gaits is a 3D travelling body wave that is the superposition of two bidimensional waves in the vertical and horizontal joints. All the following aspects, the robot size, the supporting points, the stability and the kinematic equations, are obtained from the study of these waves.

A classification of the three-dimensional waves has been established, depending on their shape during the propagation. Each gait is performed by a wave of different groups.

The eight locomotion gaits found have been studied in detail by analyzing their propagation waves. They have a degree of freedom between 1 and 3. The relationships between the kinematics parameters and the generators have been investigated for all the gaits, by means of mathematical equations or deduced empirically from the experiments conducted.

The circular turning gait is given by the superposition of a serpenoid and circular waves on the vertical and horizontal joints respectively. The movement has three degrees of freedom: the arc's angle and the  $\alpha$  and  $k$  parameters of the serpentine curve.

The rolling gait is characterized by two circular waves with the same parameters and a phase difference between the vertical and horizontal of 90 degrees. It has only one degree of freedom,  $\alpha$ , that specifies the body's curvature during the movement. An analysis of the wired model shows that the rotation is performed for all the values of the  $\alpha$  parameters. However, if the robot has a square section, there appears a threshold value for  $\alpha$  which determines if the gait performed is rolling or lateral shifting. An equation has been proposed for this  $\alpha_{min}$  parameter.

The lateral shifting is performed when two serpentine waves are superposes, with the same number of undulations (the same  $k$  parameter). It has two degrees of freedom  $\alpha$  and  $k$  that correspond with those of the horizontal wave. when the gait is a leaning side-winding there appear a new parameter  $\beta$  to specify its inclination.

The rotating gaits allow the robot to change its orientation. There are two sub-gaits, the S-shape and U-shape rotations. The former is characterized by the superposition of two serpenoid waves with different undulation and the latter by a serpenoid an a circular wave.

#### 8.5.4. Locomotion of minimal configurations

The two minimal configurations that are able to move in one and two dimensions have been found. The PP configuration consists of two pitching modules and the PYP configuration is with two pitching and one yawing module in the middle. The former is able to move in a straight line, both forward and backward and the latter can perform five different gaits: rectilinear, circular turning, lateral shifting, rolling and rotating.

All the locomotion gaits of the PYP configuration are characterized by the equations of its control subspaces that established relations between the  $A_v$ ,  $A_h$ ,  $\Delta\phi_v$  y  $\Delta\phi_{vh}$  parameters. The kinematics of every gaits has been studied and the equation to calculate the step as a function of the control parameters are given.

The movement in a straight line has two degrees of freedom,  $A$  and  $\Delta\phi$ . A criterion for the characterization of the best coordination has been stated. When applied, the value of the phase differences should be in the range between 108 and 110 degrees.

The rolling gait has been studied in detail and the expression of the minimum amplitude for its realization has been deduced. This movement has only one degree of freedom,  $A$ , which determines the robot shape when rolling. For its realization, the two pitching modules are in phase and the yawing one is 90 degrees out of phase.

The lateral shifting gait allows the robot to move sideways while maintaining the same orientation of his body. Coordination is exactly the same as in the case of the rolling gait. Depending on the value of the amplitude  $A$ , one movement or another will be performed.

The rotating gait allows the robot to change its orientation. It has one degree of freedom,  $A$ , which determines the angular step. The differences of two neighbouring pitching modules are 180 degrees out of phase while the horizontal one is 90.

#### 8.5.5. The robotic platform developed

As noted in the introduction of the thesis, a robotic platform consisting of mechanical, hardware and software has been developed to verify the validity of the proposed solutions.

A very cheap and easy to build module, called Y1, has been built. It consists of six laser-cut plastic pieces glue together. It only has one degree of freedom actuated by the popular Futaba 3003 or compatible servo. In addition, everything related to Y1 modules is open. All the mechanical design for its manufacture is available to anyone.

The electronic board used for commanding the servos, the Skypic, is based on the PIC16f876A Microchip microcontroller. It is open hardware so that all the schematics, printed circuit board and

manufacturing files are available. This allow other researchers or engineer around the world to modify the circuit for their own purposes, such as reducing the size to include it inside the modules or adding sensors for building autonomous modular robots.

The developed software environment allows the simulation of any 1D topology modular robot. It is also open source software so that other researchers can reproduce the experiments described in this thesis, or make new ones easily.

## 8.6. Future work

As usual in science, researching works raise more questions than solved. The author has finished it, but he has a certain and strong feeling that the uncovered problems are still huge. Once Professor Juan Pablo Rozas from the University of Castilla la Mancha told me: "You have to know that the thesis never end, but are killed. Kill yours now."

Some of the research lines that give continuity to this work are outlined below.

- *Dynamic/energy research of the 1D topology configurations.* In this thesis the locomotion of the snake robots is represented as working points in the shape and control spaces. Therefore the regions of these spaces where the movement is possible are known. However, it has not been analyzed in which points the energy consumption and the efficiency are the best. The relations between the working points and the power consumption should be established. This will allow the selection of the most efficient movements. It is a very important problem for the locomotion of autonomous robots.
- *Hardware implementation controllers using FPGA technology.* The controllers based on sinusoidal generators have the advantage that can be implemented using different technologies, including digital circuits. By means of FPGA they can be realized easily in hardware. This approach to locomotion by hardware is similar to the biological systems where all the neurons and muscles operate in parallel and are synchronized through connections between them.
- *Development of new controllers with sensory feedback.* The coordination problem has been solved. Therefore the values of the generator's parameters to perform the different gaits are known. The next problem to solve is how to maintain constant the coordination for different surfaces. A new controller that include feedback it is needed. Two approaches are proposed:

One is the study of bio-inspired CPG controllers that uses the sensors as inputs to generate the oscillations. This is currently being done by Professor Pablo Varona from the Computational Neuroscience group of the UAM. In preliminary work, Herrero et al.[50] have proved the feasibility of different CPG architectures for the locomotion of the 1D topology pitch-pitch connecting modular robots. They are adding the servos output angle as feedback. To carry out

the experiments they have built an 8 module prototype composed of Y1 modules. The electronic necessary for reading the servos output angle is added.

Another different approach is the development of a controller for the achievement of reactive behaviours, following the ideas proposed by Matellán et al.[93]. This controller is based on fuzzy logic and automatically generated by means of genetic algorithms.

- *Design of new modules.* The Y1 modules created for the construction of the robot prototypes of this thesis are only the first generation. For the research of the locomotion of new 2D configurations a more robust and higher torque module is needed. In order to make the robot being autonomous the electronics and power supply should be onboard. That is the goal of the next generation: The GZ-I modules- $I^3$ , that are being developed in collaboration with the TAMS group from the University of Hamburg in Germany and the Robotics Center at the Shenzhen Institute of Advanced Technology in China[180]. Prototypes are made of aluminium. They are shown in figure: 8.1 (in page 413).
- *Study of the locomotion of 2D and 3D topology configurations.* In this work the locomotion of modular robots has been addressed, beginning with the study of 1D topology configurations. Another research line is the analysis of locomotion of 2D and 3D topology modular robots. New classifications should be established, their properties studied and the minimal configurations found. In previous works[43] one 2D topology minimal configuration was found, which is capable of moving in three different directions as well as rotating. It consists of three modules connected forming a star. In [180] some experiments have been carried out with a six modules star configuration using GZ-I modules.

The simulation tool designed in this thesis is only for the locomotion of 1D topologies modular robots. However, Rafael Treviño[149] programmed the MRSuite framework for the simulation of 1D and 2D topologies configuration.

- *Development of climbing caterpillars.* One very important research area with many industrial applications is that of climbing robots. The robot with the ability to move on vertical surfaces are being designed. Some applications includes conducting inspection, finding leaks or performing cleaning tasks. The climbing caterpillar is a new group not previously explored. These robots have the advantage that their body can be changed to go through a tube or move between the two vertical surfaces of a corner. The study of the locomotion of 1D topologies can be applied to the creation of such robots. In collaboration with the TAMS group from University of Hamburg a new climbing caterpillar prototype is being developed, that uses passive suckers to grip on vertical surfaces [179]. In figure 8.2, the Skycleaner robots is shown, designed by Houxiang Zhang. In the middle there is a drawing of the climbing caterpillar prototype and on the right side there is a picture where some preliminary experiments are being carried out with the Hypercube Robot, built for this thesis.
- *Development and realization of behaviours.* Using the contributions of this work, a snake modular robot of any length can be moved to any (x,y) point on the surface with any orientation.

---

<sup>3</sup>More information: [http://tams-www.informatik.uni-hamburg.de/people/hzhang/projects/index.php?content=Modular %20robot](http://tams-www.informatik.uni-hamburg.de/people/hzhang/projects/index.php?content=Modular%20robot)



The next step is to equip and deploy sensors for behaviour implementation to make the robot being autonomous. A proposed research line is the use of an architecture based on Dynamic schema hierarchies[7], developed by Jose Maria Canas in his doctoral thesis[6] and implemented as an open-source software platform<sup>4</sup>. The addition of the necessary software components for the controlling of modular roots is proposed.

---

<sup>4</sup>More information: [http://jde.gsync.es/index.php/Main\\_Page](http://jde.gsync.es/index.php/Main_Page)



## Apéndice A

# Demostraciones y desarrollos

### A.1. Centro de masas de un robot ápedo

Partiendo de la ecuación 3.5 y sustituyendo en ella el valor de los vectores de posición por los calculados en 3.1 se llega a:

$$\vec{r} = \frac{1}{4M} \sum_{i=1}^M (\vec{I}_i + 2\vec{r}_i + \vec{D}_i)$$

Esta expresión hay que dejarla sólo en función de los vectores de posición  $\vec{r}_i$  ( $i$  entre 0 y  $M + 1$ ).

La conexión entre los módulos es tal que la parte derecha del módulo  $i$  se conecta con la parte izquierda del módulo siguiente  $i + 1$ . Por tanto, (en el modelo alámbrico)  $\vec{D}_i = \vec{I}_{i+1}$  para  $i$  entre 1 y  $M - 1$ . Si de la ecuación anterior se saca del sumatorio el sumando  $M$ :

$$\vec{r} = \frac{1}{4M} \left( \sum_{i=1}^{M-1} (\vec{I}_i + 2\vec{r}_i + \vec{D}_i) + \vec{I}_M + 2\vec{r}_M + \vec{D}_M \right)$$

Sustituyendo  $\vec{D}_i$  por  $\vec{I}_{i+1}$  y usando la definición de  $\vec{D}_M = \vec{r}_{M+1}$  queda:

$$\vec{r} = \frac{1}{4M} \left( \sum_{i=1}^{M-1} (\vec{I}_i + 2\vec{r}_i + \vec{I}_{i+1}) + \vec{I}_M + 2\vec{r}_M + \vec{r}_{M+1} \right)$$

Sacando los términos  $\vec{I}_1$ ,  $2\vec{r}_1$  e  $\vec{I}_m$  del sumatorio, la expresión se puede reordenar así:

$$\vec{r} = \frac{1}{4M} \left( \vec{I}_1 + 2\vec{r}_1 + \sum_{i \geq 2}^{M-1} (2\vec{I}_i + 2\vec{r}_i) + \vec{I}_M + \vec{I}_M + 2\vec{r}_M + \vec{r}_{M+1} \right)$$

Operando y aplicando la definición  $\vec{I}_1 = \vec{r}_0$ :

$$\vec{r}_{cm_i} = \frac{1}{4M} \left( \vec{r}_0 + 2\vec{r}_1 + \sum_{i \geq 2}^{M-1} (2\vec{I}_i + 2\vec{r}_i) + 2\vec{I}_M + 2\vec{r}_M + \vec{r}_{M+1} \right)$$

El valor del vector de posición del extremo izquierdo  $\vec{I}_i$  se puede poner en función de los vectores de posición del módulo  $i-1$  e  $i$ :

$$\vec{I}_i = \frac{\vec{r}_{i-1} + \vec{r}_i}{2}, i \in [2, M]$$

Sustituyendo en la ecuación anterior:

$$\vec{r} = \frac{1}{4M} \left( \vec{r}_0 + 2\vec{r}_1 + \sum_{i \geq 2}^{M-1} (\vec{r}_{i-1} + 3\vec{r}_i) + \vec{r}_{M-1} + 3\vec{r}_M + \vec{r}_{M+1} \right)$$

Sacando del sumatorio el término  $\vec{r}_1$  e introduciendo  $\vec{r}_{M-1}$  se llega a la expresión final:

$$\vec{r} = \frac{1}{4M} \left( \vec{r}_0 + 3\vec{r}_1 + 4 \sum_{i \geq 2}^{M-1} \vec{r}_i + 3\vec{r}_M + \vec{r}_{M+1} \right)$$

c.q.d.

## A.2. Segmentos de apoyo de la configuración PP

### A.2.1. Segmento de apoyo 1

Partimos de la expresión:

$$Sa_1 = z_0 + z_1 = Le^{j\varphi_0} \left( \frac{1}{2} + e^{j\varphi_1} \right)$$

Cálculo del módulo:

$$\|Sa_1\| = L \left\| \frac{1}{2} + e^{j\varphi_1} \right\|$$

Utilizando la propiedad de que  $\|z\|^2 = z \cdot \bar{z}$ , tenemos que:

$$\left\| \frac{1}{2} + e^{j\varphi_1} \right\|^2 = \left( \frac{1}{2} + e^{j\varphi_1} \right) \left( \frac{1}{2} + e^{-j\varphi_1} \right) = \frac{1}{4} + \frac{e^{-j\varphi_1}}{2} + \frac{e^{j\varphi_1}}{2} + 1 = \frac{5}{4} + \cos(\varphi_1)$$

La expresión final es:

$$\|Sa_1\| = L \sqrt{\frac{5}{4} + \cos(\varphi_1)}$$

Cálculo del argumento:

$$\text{Arg}(Sa_1) = \varphi_0 + \text{Arg}\left(\frac{1}{2} + e^{j\varphi_1}\right)$$

y sabiendo que el argumento es el arcotangente de la parte imaginaria entre la real:

$$\text{Arg}\left(\frac{1}{2} + e^{j\varphi_1}\right) = \arctan\left(\frac{\sin(\varphi_1)}{\frac{1}{2} + \cos(\varphi_1)}\right)$$

Queda que:

$$\text{Arg}(Sa_1) = \varphi_0 + \arctan\left(\frac{\sin(\varphi_1)}{\frac{1}{2} + \cos(\varphi_1)}\right)$$

### A.2.2. Cálculo del segmento de apoyo 2

$$Sa_2 = z_0 + z_1 + z_2 = Le^{j\varphi_0} \left( \frac{1}{2} + e^{j\varphi_1} + \frac{1}{2} e^{j(\varphi_1 + \varphi_2)} \right)$$

El módulo se calcula así:

$$\|Sa_2\| = L \left\| \left( \frac{1}{2} + e^{j\varphi_1} + \frac{1}{2} e^{j(\varphi_1 + \varphi_2)} \right) \right\|$$

y desarrollando el módulo de la parte derecha utilizando la propiedad :  $\|z\|^2 = z \cdot \bar{z}$ ,

$$\begin{aligned} &= \left( \frac{1}{2} + e^{j\varphi_1} + \frac{1}{2} e^{j(\varphi_1 + \varphi_2)} \right) \overline{\left( \frac{1}{2} + e^{j\varphi_1} + \frac{1}{2} e^{j(\varphi_1 + \varphi_2)} \right)} = \\ &= \left( \frac{1}{2} + e^{j\varphi_1} + \frac{1}{2} e^{j(\varphi_1 + \varphi_2)} \right) \left( \frac{1}{2} + e^{-j\varphi_1} + \frac{1}{2} e^{-j(\varphi_1 + \varphi_2)} \right) = \\ &= \frac{1}{4} + \frac{1}{2} e^{-j\varphi_1} + \frac{1}{4} e^{-j(\varphi_1 + \varphi_2)} + \frac{1}{2} e^{j\varphi_1} + 1 + \frac{1}{2} e^{-j\varphi_2} + \frac{1}{4} e^{j(\varphi_1 + \varphi_2)} + \frac{1}{2} e^{j\varphi_2} + \frac{1}{4} = \\ &= \frac{3}{2} + \cos(\varphi_1) + \cos(\varphi_2) + \frac{1}{2} \cos(\varphi_1 + \varphi_2) \end{aligned}$$

Por tanto, la expresión final es:

$$\|Sa_2\| = L \sqrt{\frac{3}{2} + \cos(\varphi_1) + \cos(\varphi_2) + \frac{1}{2} \cos(\varphi_1 + \varphi_2)}$$

Para el cálculo del argumento:

$$\text{Arg}(Sa_2) = \varphi_0 + \text{Arg} \left( \frac{1}{2} + e^{j\varphi_1} + \frac{1}{2} e^{j(\varphi_1 + \varphi_2)} \right)$$

Y calculando el valor del segundo término como el arcotangente de la parte imaginaria entre la real queda:

$$\text{Arg}(Sa_2) = \varphi_0 + \arctan \left( \frac{\sin \varphi_1 + \frac{1}{2} \sin(\varphi_1 + \varphi_2)}{\frac{1}{2} + \cos \varphi_1 + \frac{1}{2} \cos(\varphi_1 + \varphi_2)} \right)$$

### A.3. Fase de transición $\phi_{12}$ de la configuración PP

Partimos de la ecuación:

$$\varphi_0^1 + \varphi_1 + \varphi_2 = 0$$

Sustituyendo en la ecuación los valores de los ángulos de doblaje para  $\phi = \phi_{12}$  queda:

$$\varphi_0^1(\phi_{12}) + A \sin \phi_{12} + A \sin(\phi_{12} + \Delta\Phi) = 0 \quad (\text{A.1})$$

Si se sustituye en la expresión anterior  $\varphi_0^1(\phi_{12})$  por su expresión dada en 6.15 no es trivial despejar  $\phi_{12}$ . Por ello adoptamos un enfoque diferente. Si  $\varphi_0^1(\phi_{12})$  se desarrolla en serie de Fourier y se aproxima por el primer armónico se obtiene que:

$$\varphi_0^1(\phi_{12}) = -A_0 \sin \phi_{12}$$

donde el coeficiente  $A_0$  viene dado por:

$$A_0 = \arctan \left( \frac{\sin A}{\frac{1}{2} + \cos A} \right)$$

La ecuación A.1 queda:

$$-A_0 \sin \phi_{12} + A \sin \phi_{12} + A \sin(\phi_{12} + \Delta\Phi) = 0$$

Agrupando términos:

$$(A - \alpha) \sin \phi_{12} + A \sin(\phi_{12} + \Delta\Phi) = 0$$

Esta expresión se puede poner de la forma:

$$B \sin(\phi_{12} + C) = 0 \quad (\text{A.2})$$

donde las constantes B y C tienen los valores:

$$B = \sqrt{(A - A_0)^2 + A^2 + 2(A - A_0)A \cos \Delta\Phi}$$

$$C = \arctan \left( \frac{\sin \Delta\Phi}{\left(1 - \frac{A_0}{A}\right) + \cos \Delta\Phi} \right)$$

Para que se cumpla la ecuación A.2, el término  $\Phi_{12} + C$  tiene que ser cero lo que nos permite obtener el valor final para  $\Phi_{12}$ :

$$\Phi_{12} = -\arctan \left( \frac{\sin \Delta\Phi}{\left(1 - \frac{A_0}{A}\right) + \cos \Delta\Phi} \right)$$

## A.4. Ángulo de rotación de la configuración PYP

### A.4.1. Etapa 1

Calcularemos el ángulo de rotación  $\theta_1$  de la etapa 1 del movimiento de rodar de la configuración PYP.

Partimos de la definición de las siguientes transformaciones homogéneas.

$$H_0^1 = \begin{pmatrix} \cos \theta_1 & 0 & \sin \theta_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \theta_1 & 0 & \cos \theta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, H_1^2 = \begin{pmatrix} \cos \theta_2 & -\sin \theta_2 & 0 & 0 \\ \sin \theta_2 & \cos \theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, H_2^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_3 & -\sin \theta_3 & L \\ 0 & \sin \theta_3 & \cos \theta_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Obtenemos la matriz  $H_1^3$ :

$$H_1^3 = H_1^2 H_2^3 = \begin{pmatrix} \cos \theta_2 & -\sin \theta_2 \cos \theta_3 & \sin \theta_2 \sin \theta_3 & -L \sin \theta_2 \\ \sin \theta_2 & \cos \theta_2 \cos \theta_3 & -\cos \theta_2 \sin \theta_3 & L \cos \theta_2 \\ 0 & \sin \theta_3 & \cos \theta_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

El vector de posición del extremo derecho es  $\vec{r}_3^4 = \frac{L}{2} \hat{y}_3$ .



Referido al sistema R0 es:

$$\vec{r}_4 = H_0^1 H_1^2 H_2^3 \vec{r}_3^4 = H_0^1 H_1^3 \vec{r}_3^4$$

Para simplificar los cálculos lo haremos por partes. Primero calculamos:

$$\vec{r}_1^4 = H_1^3 \vec{r}_3^4 = H_1^3 \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{L}{2} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{L}{2} \sin \theta_2 \cos \theta_3 - L \sin \theta_2 \\ \frac{L}{2} \cos \theta_2 \cos \theta_3 + L \cos \theta_2 \\ \frac{L}{2} \sin \theta_3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix}$$

Las componentes de  $\vec{r}_1^4$  las denotamos por a,b,c y d. Por otro lado calculamos  $\vec{r}_4$ :

$$\vec{r}_4 = H_0^1 \vec{r}_1^4 = \begin{pmatrix} a \cos \theta_1 - c \sin \theta_1 \\ b \\ -a \sin \theta_1 + c \cos \theta_1 \\ d \end{pmatrix}$$

Imponemos la restricción  $\vec{r}_4 \cdot \hat{z}_0 = 0$ , lo que nos da la expresión:

$$-a \sin \theta_1 + c \cos \theta_1 = 0$$

Despejando  $\theta_1$  tenemos:

$$\tan \theta_1 = \frac{c}{a}$$

Sustituyendo los valores de c y a por sus correspondientes valores previamente calculados:

$$\tan \theta_1 = \frac{\frac{L}{2} \sin \theta_3}{-\frac{L}{2} \sin \theta_2 \cos \theta_3 - L \sin \theta_2} = -\frac{\sin \theta_3}{(2 + \cos \theta_3) \sin \theta_2}$$

Obtenemos la expresión para  $\theta_1$  en función de  $\theta_2$  y  $\theta_3$ .

### A.4.2. Etapa 2

El procedimiento es similar al del apartado A.4.1, pero al tratarse de la etapa 2 hay que añadir la matriz  $H_{-90}$ :

$$H_{-90} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

El segmento derecho, referido al sistema de coordenadas R3 es:  $\vec{d}_3^4 = \frac{L}{2}\hat{y}_3$ .

Su expresión referida a R0 es:

$$\vec{d}_4 = H_{-90}H_0^1H_1^2H_2^3\vec{d}_3^4 = H_{-90}H_0^1H_1^3\vec{d}_3^4$$

Para simplificar los cálculos lo haremos por partes. Primero calculamos:

$$\vec{d}_1^4 = H_1^3\vec{d}_3^4 = H_1^3 \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{L}{2} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{L}{2} \sin \theta_2 \cos \theta_3 \\ \frac{L}{2} \cos \theta_2 \cos \theta_3 \\ \frac{L}{2} \sin \theta_3 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ 0 \end{pmatrix}$$

Las componentes de  $\vec{d}_1^4$  las denotamos por a,b y c. Por otro lado calculamos  $\vec{d}_4$ :

$$\vec{d}_4 = H_{-90}H_0^1\vec{d}_1^4 = \begin{pmatrix} a \sin \theta_1 - c \cos \theta_1 \\ b \\ a \cos \theta_1 + c \sin \theta_1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Imponemos la restricción  $\vec{d}_4 \cdot \hat{z}_0 = 0$ , lo que nos da la expresión:

$$a \cos \theta_1 + c \sin \theta_1 = 0$$

Despejando  $\theta_1$  tenemos:

$$\tan \theta_1 = -\frac{a}{c}$$

Sustituyendo los valores de  $c$  y  $a$  por sus correspondientes valores previamente calculados:

$$\tan \theta_1 = -\frac{\frac{L}{2} \sin \theta_2 \cos \theta_3}{\frac{L}{2} \sin \theta_3} = -\frac{\sin \theta_2}{\tan \theta_3}$$

Obtenemos la expresión para  $\theta_1$  en función de  $\theta_2$  y  $\theta_3$ .



## Apéndice B

# Algoritmos genéticos

### B.1. Descripción

Para las búsquedas de soluciones mediante algoritmos genéticos se ha empleado el paquete de software PGAPack<sup>1</sup>, con las opciones por defecto. En la tabla B.1 se resumen los parámetros empleados.

Los individuos se representan mediante cadenas de números enteros, ordenados de la forma:  $A_v, A_h, \Delta\Phi_v, \Delta\Phi_h$  y  $\Delta\Phi_{vh}$ , con las restricciones:  $A_v, A_h \in [0, 90]$  y  $\Delta\Phi_v, \Delta\Phi_h, \Delta\Phi_{vh} \in [-180, 180]$ .

Las funciones de evaluación utilizadas son el paso a lo largo del eje x ( $\Delta x$ ), del eje y ( $\Delta y$ ), ángulo de rotación alrededor del eje z (*yaw*) y ángulo de inclinación (*roll*). Para su implementación se ha usado el simulador físico ODE (Open Dynamics Engine). Se esperan dos ciclos para que el robot alcance el régimen estacionario y se calcula el paso (lineal o angular) en el siguiente ciclo. La solución buscada es aquella que maximice el paso.

<sup>1</sup>[http://www-fp.mcs.anl.gov/CCST/research/reports\\_pre1998/comp\\_bio/stalk/pgapack.html](http://www-fp.mcs.anl.gov/CCST/research/reports_pre1998/comp_bio/stalk/pgapack.html)

Tamaño población	100
Número de generaciones	100
Tipos de datos:	Cadenas de enteros (PGA_DATATYPE_INTEGER)
Selección:	Por torneo. Probabilidad: 0.6
Cruzamiento:	de dos puntos
Reemplazo población:	SSGA. Se reemplaza el 10 % de individuos
Mutación:	Probabilidad: 0.001

Cuadro B.1: Parámetros empleados en los algoritmos genéticos

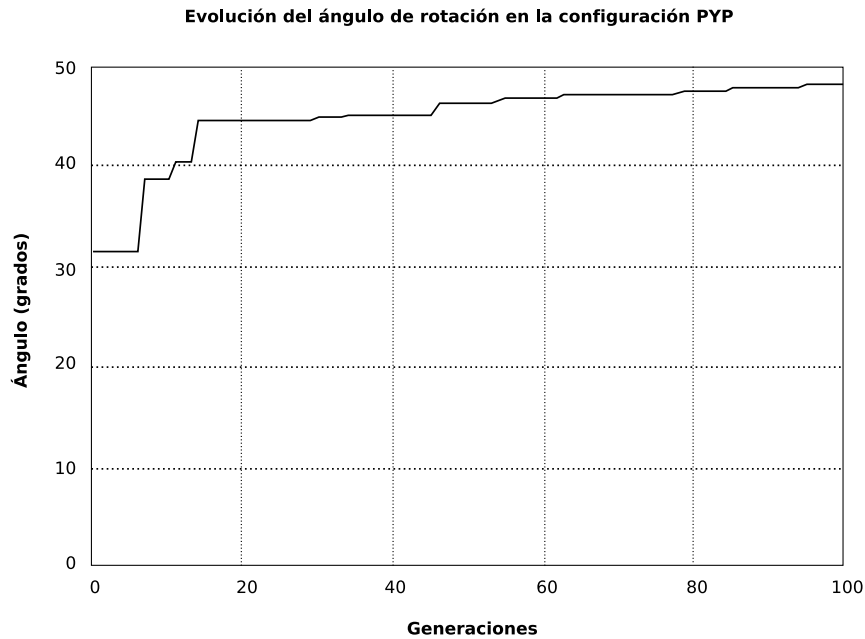


Figura B.1: Evolución del ángulo de rotación de la configuración mínima PYP

## B.2. Ejemplo

El funcionamiento de la aplicación desarrollada se ilustra con un ejemplo. Se quieren obtener las soluciones para que la configuración mínima PYP realiza una rotación del mayor ángulo posible por ciclo. Para ello se ejecuta:

```
./GA_PYn 2 1 YAW 3 100 100
```

En la máquina donde se han realizado las pruebas, un portátil Dell Latitude D810, con 512MB de RAM y procesador Intel Pentium a 1.73GHz, tarda aproximadamente 13 minutos en finalizar.

Los resultados se devuelven en dos ficheros. Uno de texto que contiene todos los individuos de todas las generaciones. El otro es un *script* en Octave que dibuja la evolución del paso con las generaciones. El gráfico correspondiente a este ejemplo se muestra en la figura B.1. En la población inicial, generada aleatoriamente ha aparecido al menos un individuo que rota unos 30 grados. Esto no significa que realice un buen movimiento, sino que al cabo de un ciclo su orientación ha variado en 30 grados, pero puede tratarse de un movimiento caótico o que además de esta rotación se realicen desplazamientos. Según avanzan las generaciones aparecen individuos que cada vez rotan más y con un movimiento mejor coordinado.

# Apéndice C

## Módulos Y1

### C.1. Planos

Los planos aquí mostrados no están a escala 1:1, se han reducido un 20 % para su correcta integración en este apéndice<sup>1</sup>. Los planos incluidos son los siguientes:

1. Servomecanismos Futaba 3003
2. Pieza F
3. Pieza E
4. Piezas B1 y B2
5. Pieza FE
6. Módulo montado (I)
7. Módulo montado (II)
8. 4 Módulos Y1 en conexión cabeceo-cabeceo.
9. Tornillos empleados.

---

<sup>1</sup>Toda la información está disponible en: <http://www.learobotics.com/personal/juan/doctorado/Modulos-Y1/modulos-y1.html>

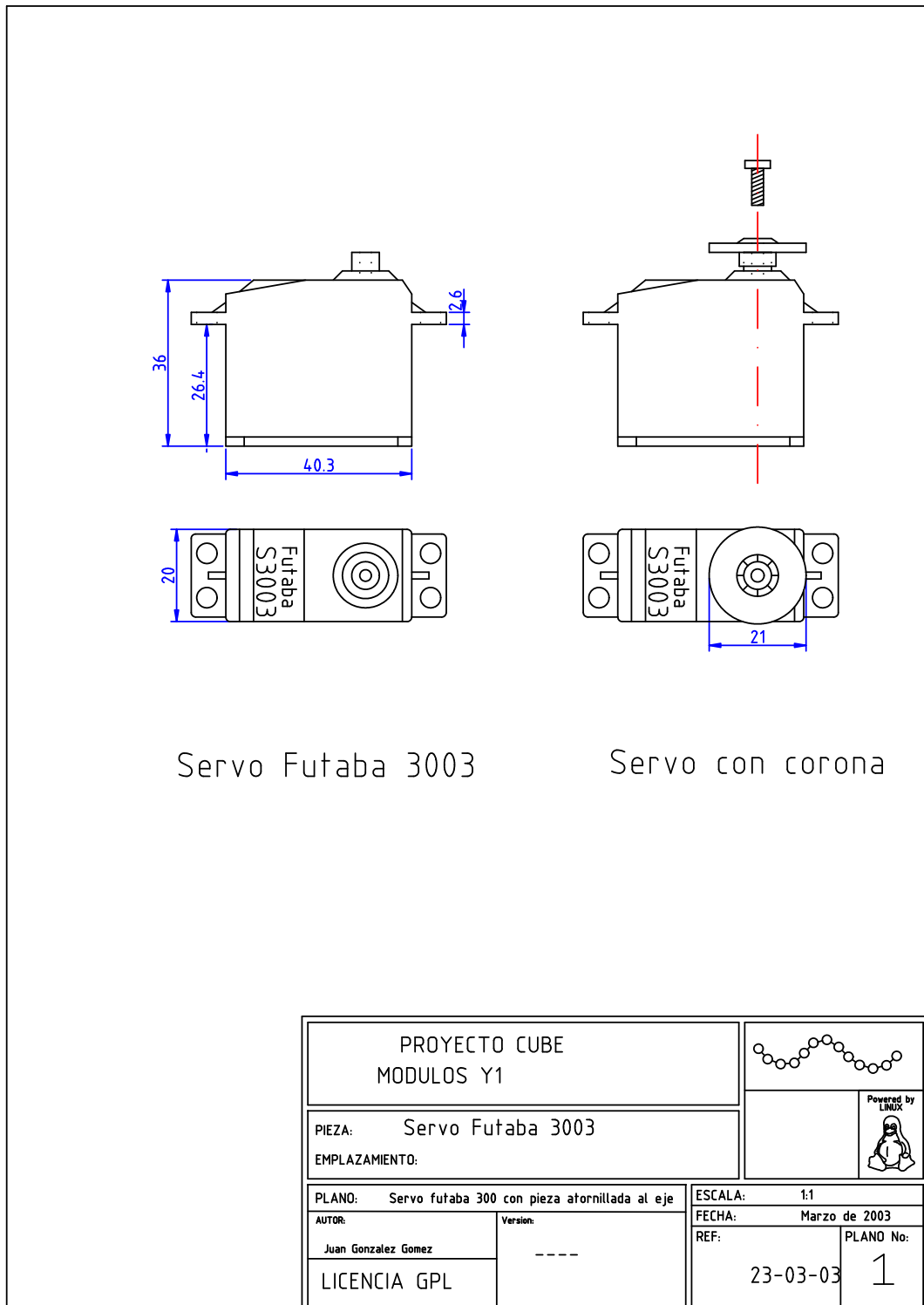


Figura C.1: Plano 1: Servomecanismo Futaba 3003



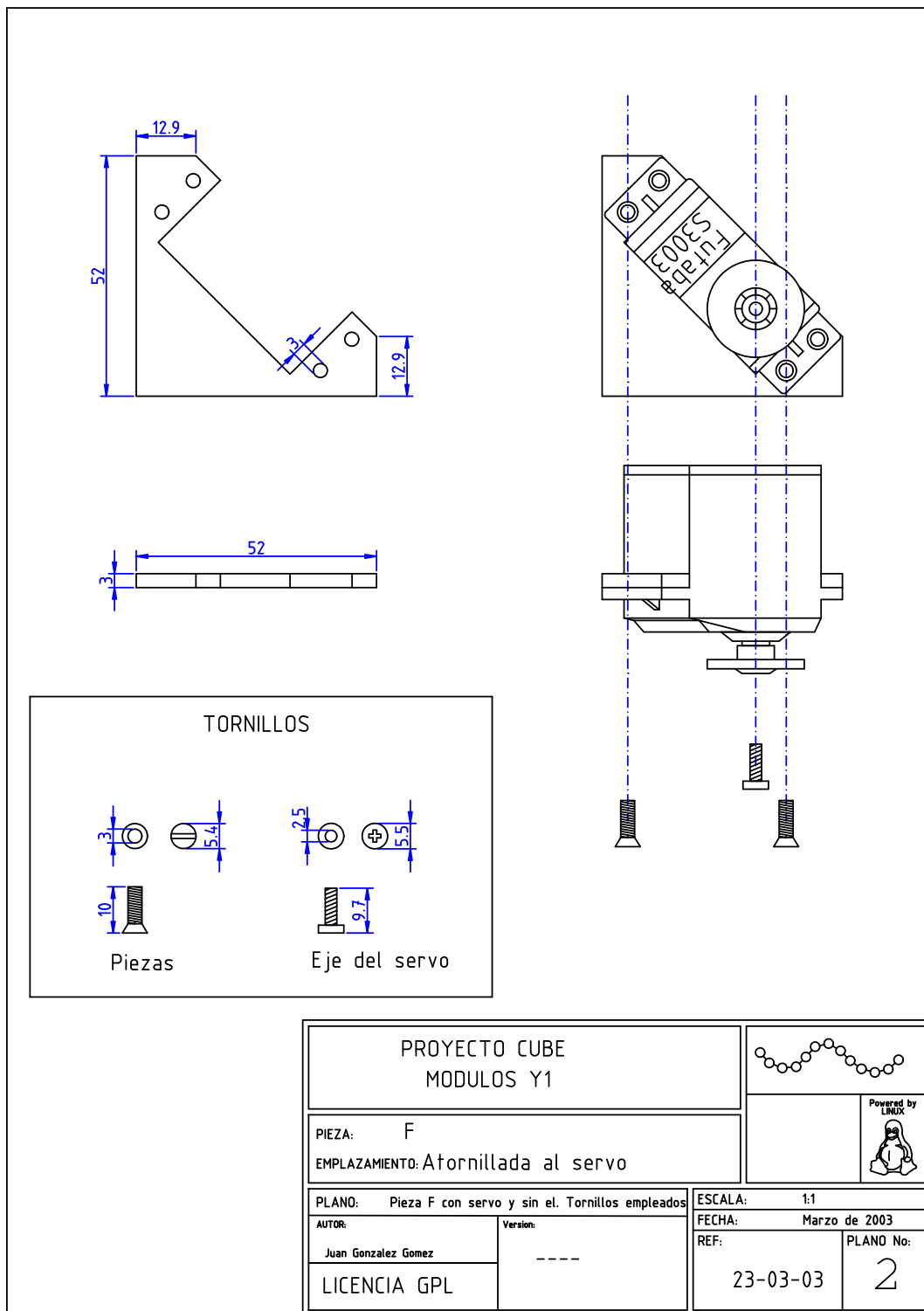


Figura C.2: Plano 2: Pieza F

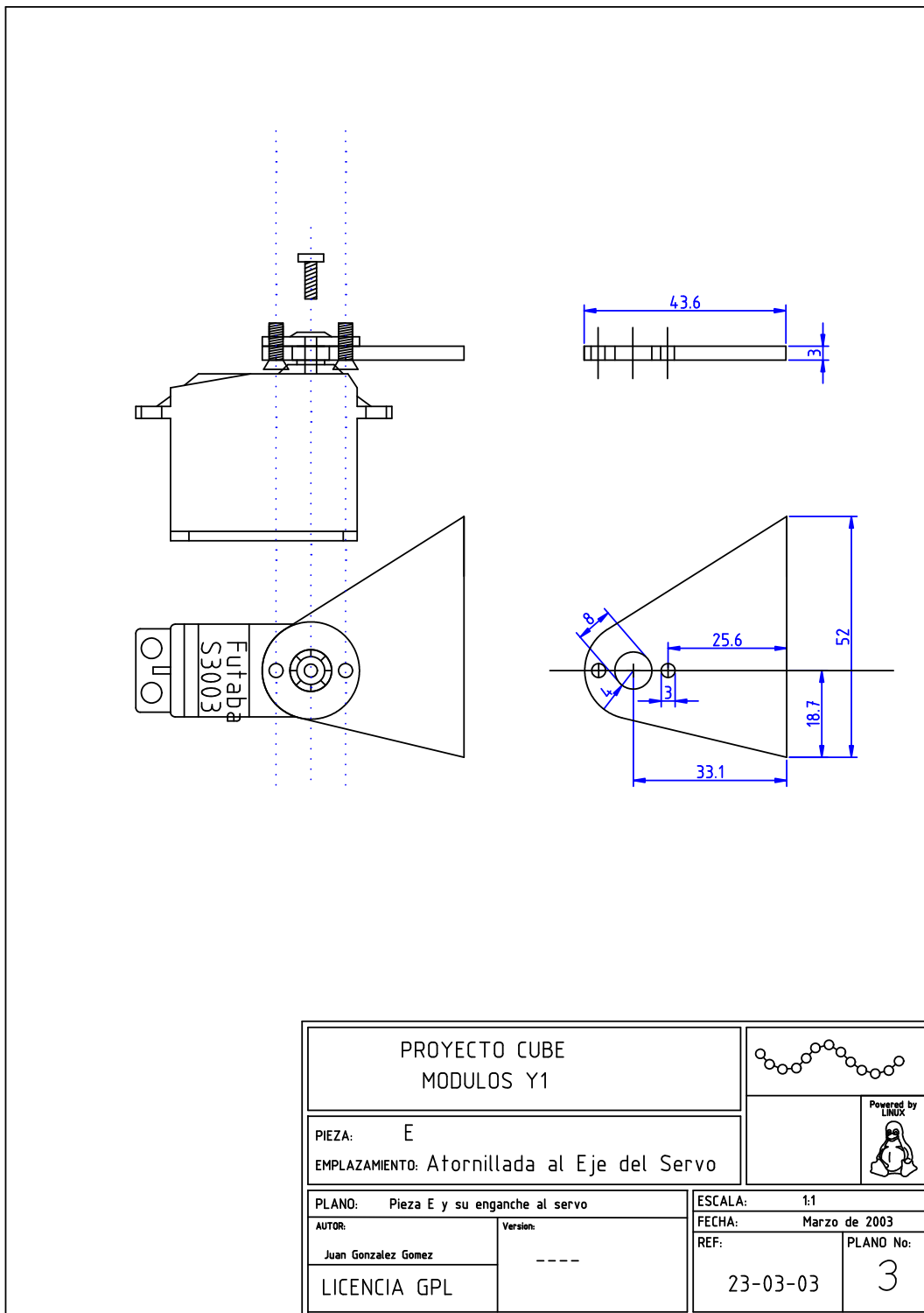


Figura C.3: Plano 3: Pieza E

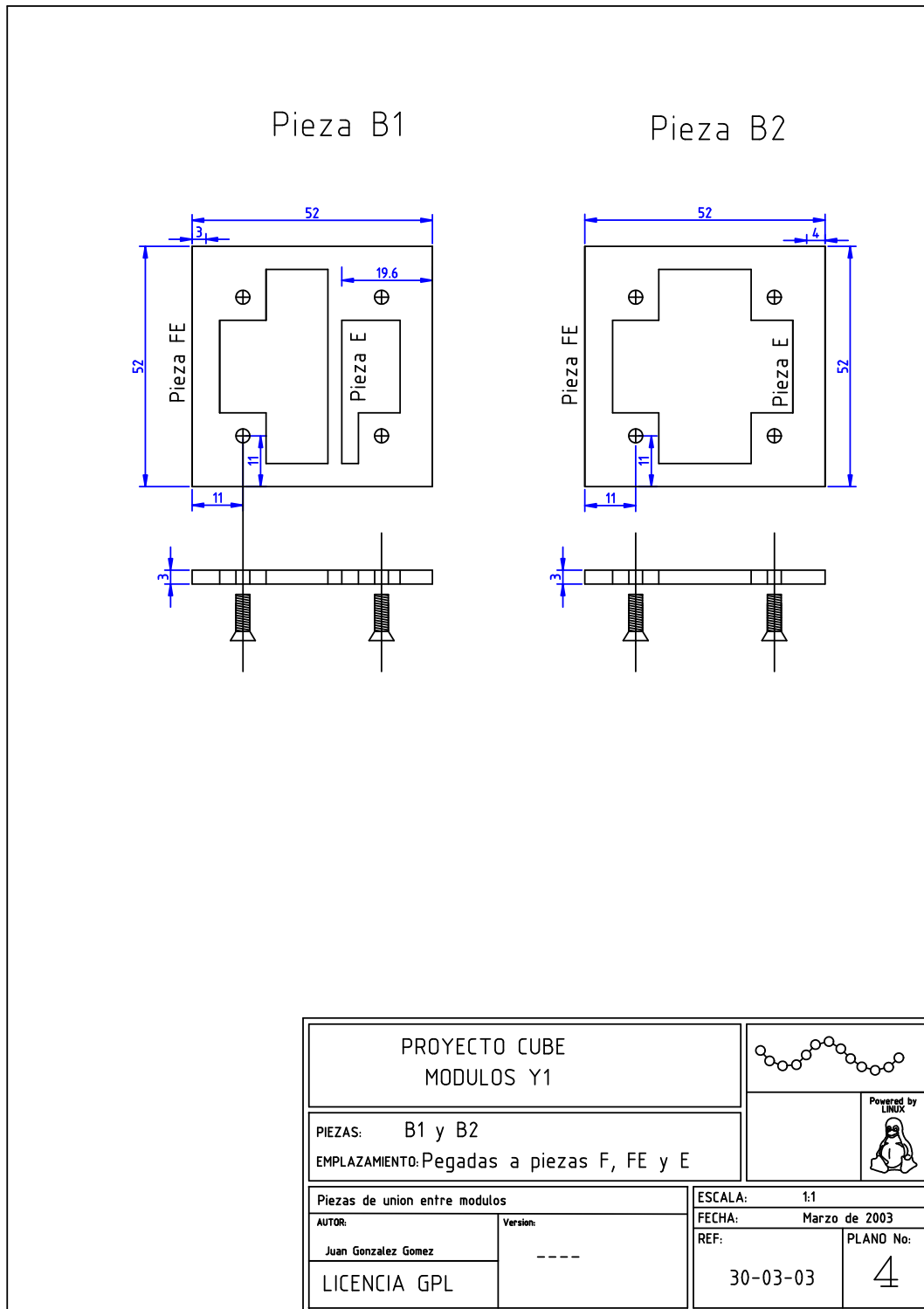


Figura C.4: Plano 4: Piezas B1 y B2

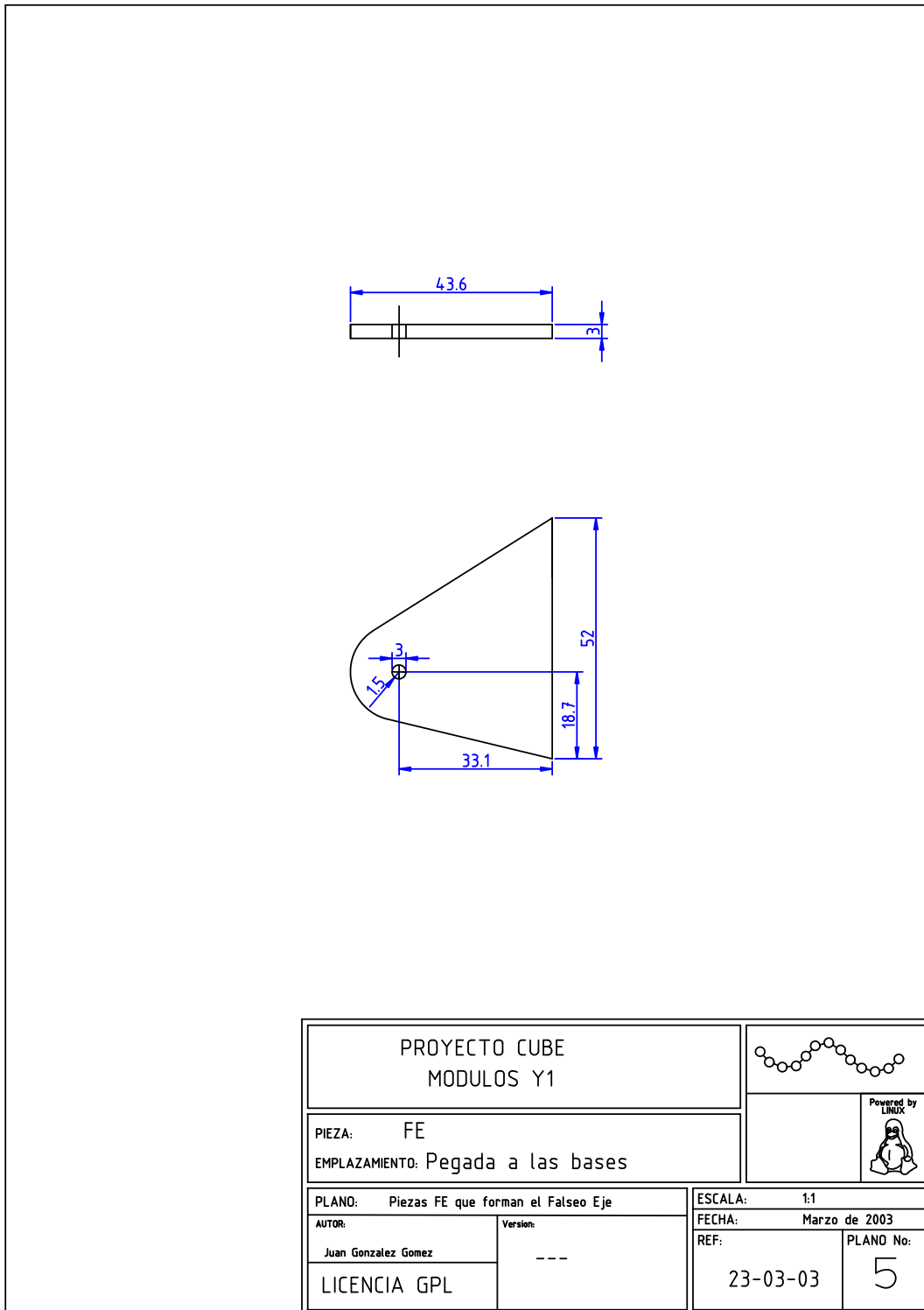


Figura C.5: Plano 5: Pieza FE

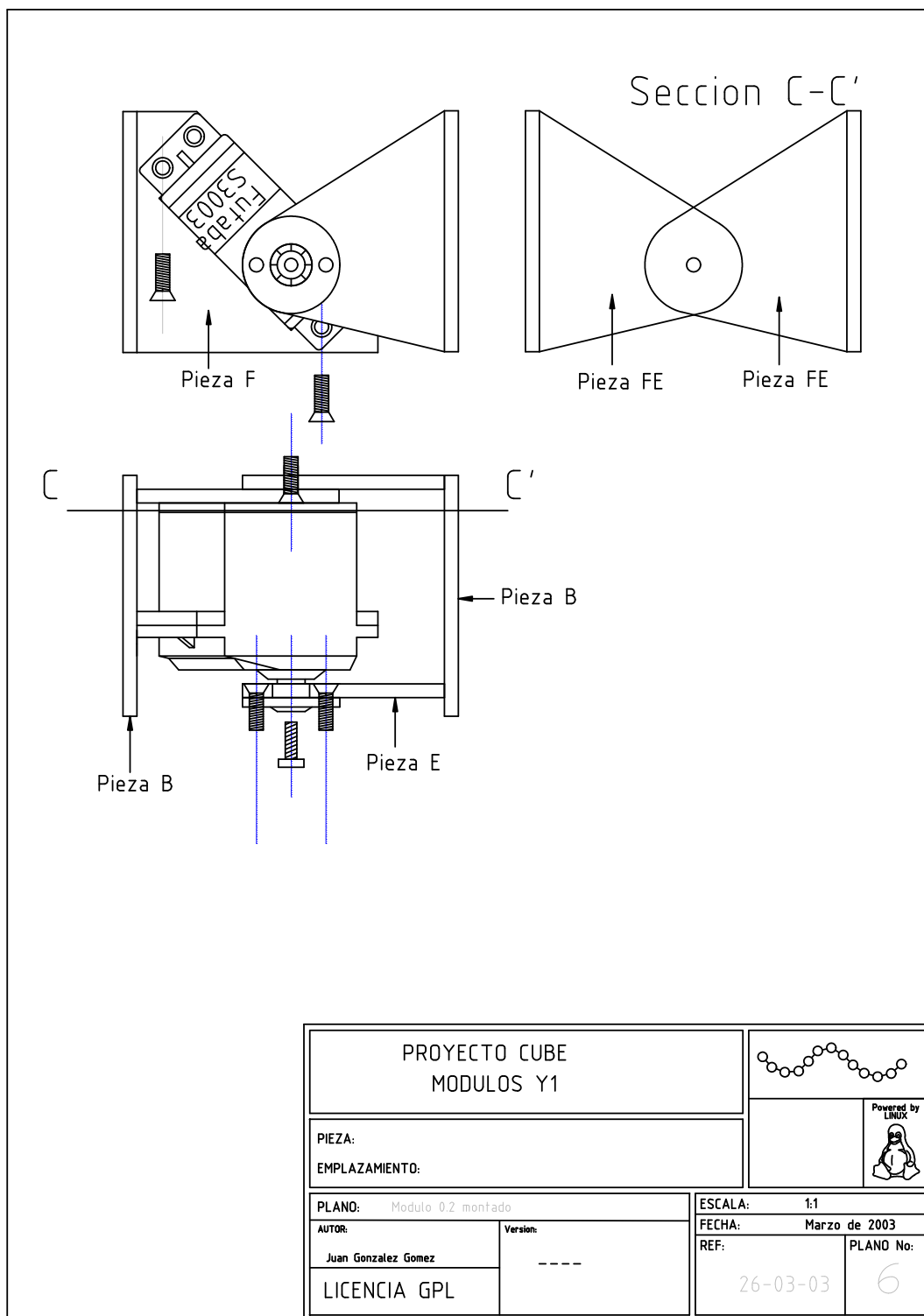


Figura C.6: Plano 6: Módulo montado (I)

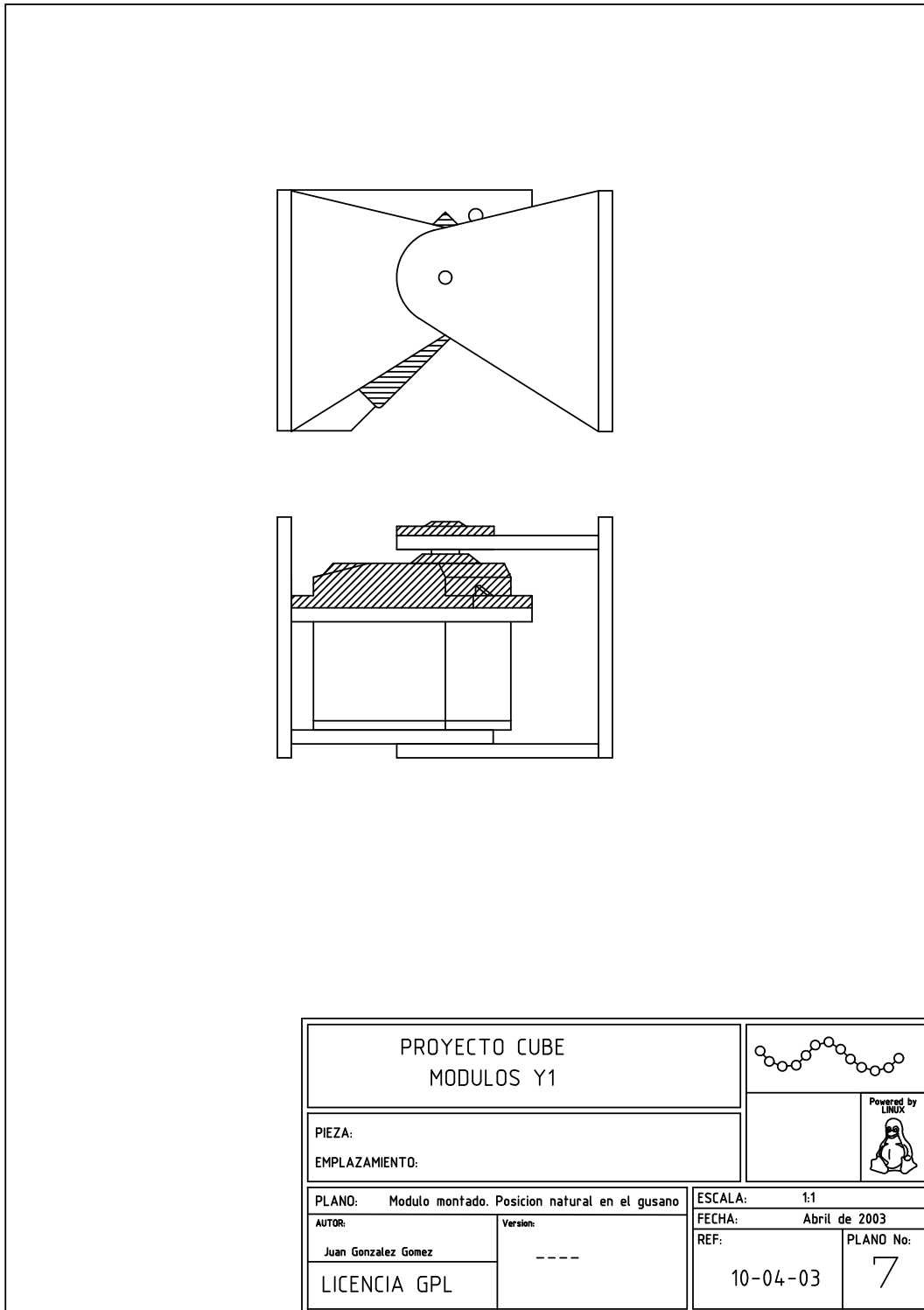


Figura C.7: Plano 7: Módulo montado (II)

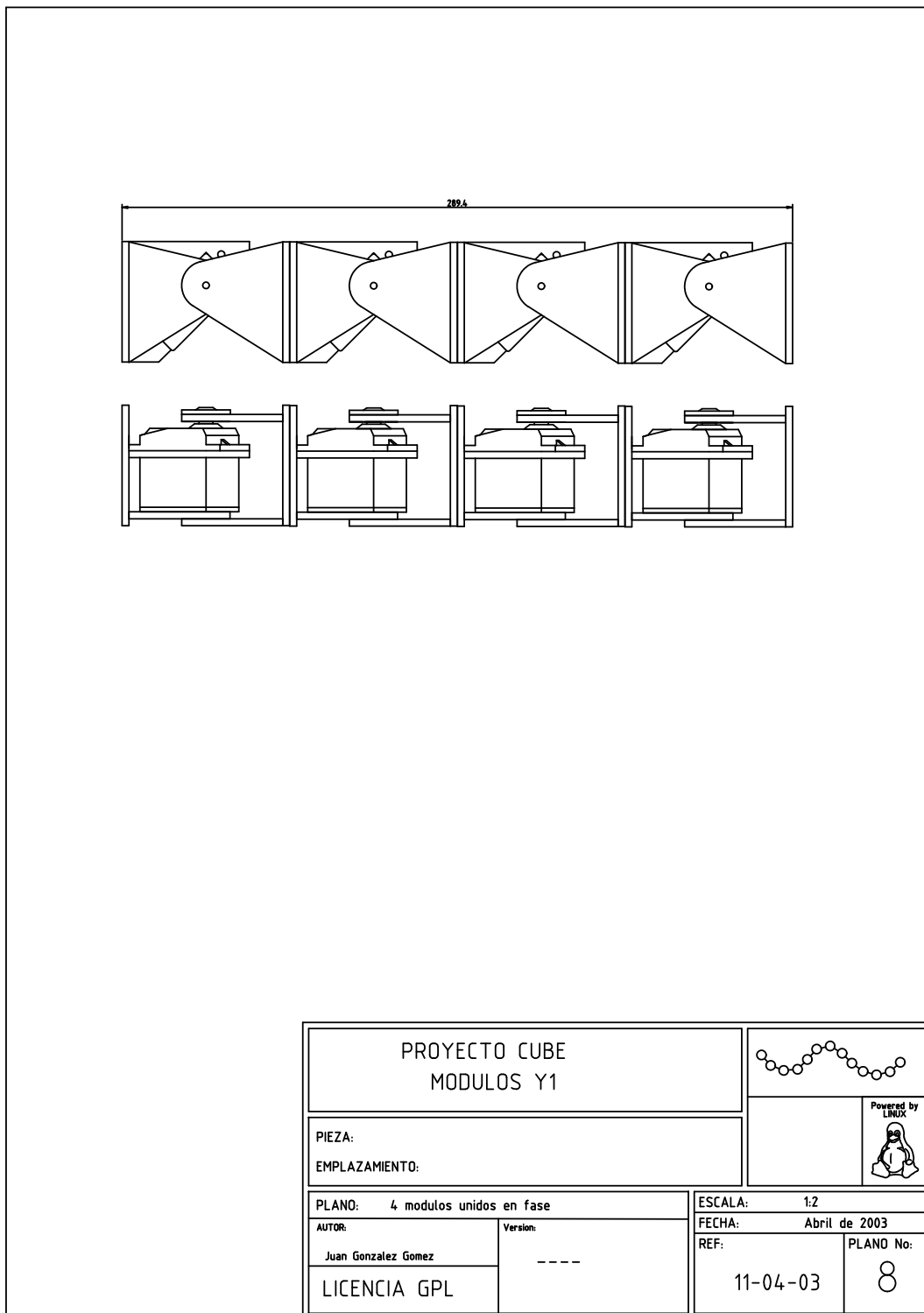


Figura C.8: Plano 8: 4 Módulos Y1 en conexión cabeceo-cabeceo.

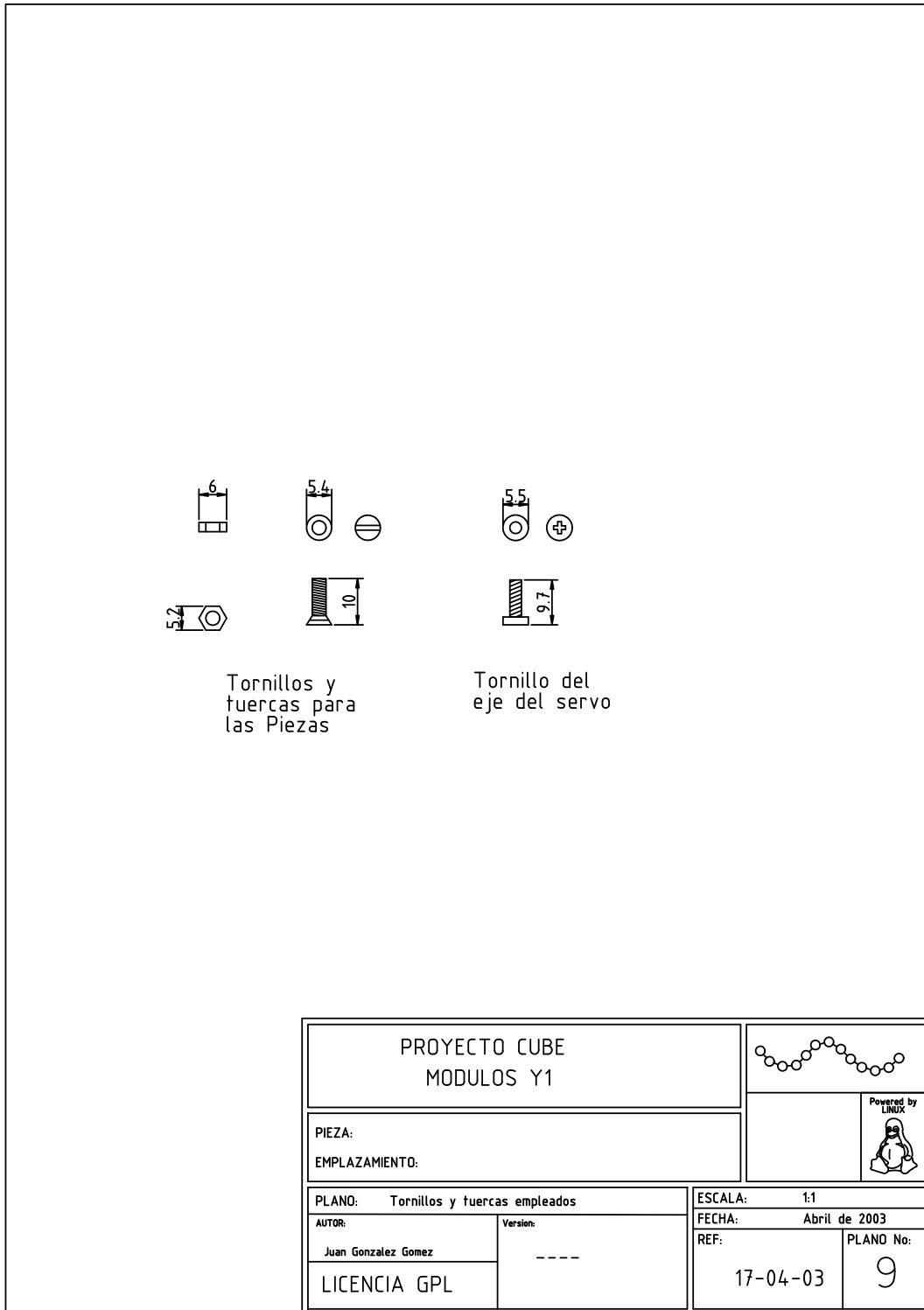


Figura C.9: Plano 9: Tornillos empleados.



## C.2. Montaje

En este apéndice se describe cómo montar los módulos Y1 a partir de las piezas básicas. Las piezas se pueden obtener de las siguientes maneras:

- Construírselas uno mismo. Para ello lo mejor es imprimir la plantilla de las piezas sobre un papel A4 transparente tipo pegatina. Pegarlo sobre una lámina del material empleado para su construcción (PVC expandido, metacrilato, etc). Cortar las piezas y hacer los taladros. Para los primeros prototipos hemos utilizado una segueta de las usadas para cortar madera.
- Dar la plantilla a una tienda en la que realicen corte de las piezas. Esta solución es la mejor para construir muchos módulos.

Una vez que se dispone de todas las piezas, se puede comenzar con el montaje, resumido en los siguientes pasos (ver figura C.10):

1. Material necesario. Dos piezas FE, una E, una F, una B1 y una B2. En total 6. Un servomecanismo del tipo Futaba 3003 con una corona de  $\Phi 21\text{mm}$  y su tornillo (Incluidos con el servo). Además son necesarios 5 tornillos de  $\Phi 3\text{mm}$  y 10mm de largo y 6 tuercas para esos tornillos.
2. Las piezas B1 y F se pegan usando un pegamento especial para plásticos.
3. Una de las piezas FE se pega también a la base B1. Obsérvese que no está justo en el extremo, sino unos milímetros hacia el interior.
4. La pieza E se pega a la B2, pero no junto al extremo, sino alineada con la cara interior.
5. La otra pieza FE se pega también a la B2, pero esta sí está alineada con la cara exterior. Un tornillo se sitúa en la otra pieza FE, que hará de falso eje.
6. La corona del servo se atornilla a la pieza E.
7. El servo se atornilla a la pieza F. Con esto se obtiene una de las dos partes móviles del módulo. Esta parte se denomina cuerpo del módulo. La otra parte, que se atornilla al eje del servo y al falso eje, se denomina Cabeza del módulo.
8. Finalmente se unen el cuerpo y la cabeza para obtener el módulo definitivo. Las dos tuercas se ponen en el falso eje. Antes de realizar la unión es preciso calibrar el servo. Tiene que estar en su posición central (0 grados), de manera que al terminarlo, la cabeza pueda girar 90 grados en ambos sentidos.

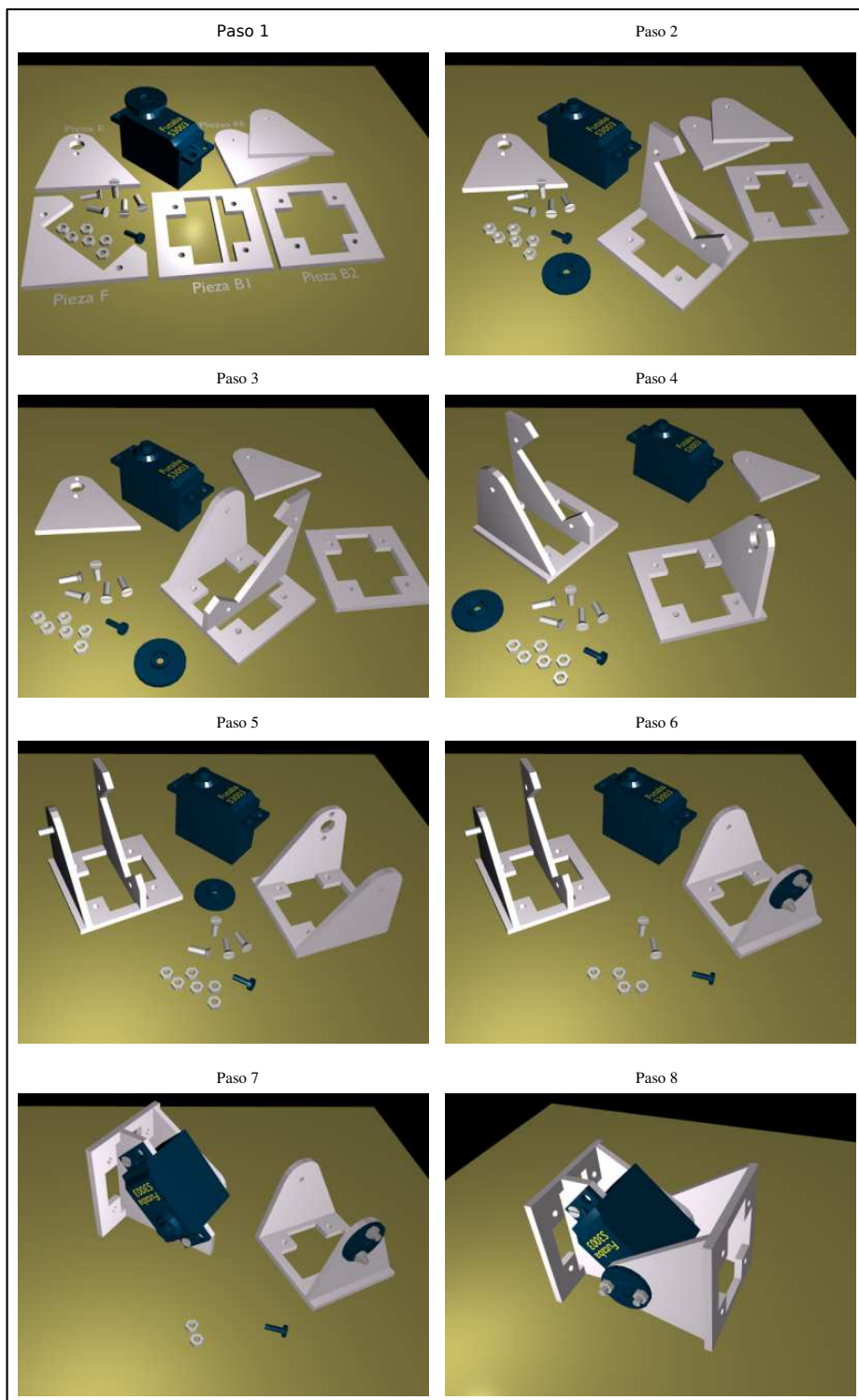


Figura C.10: Pasos para el montaje de un módulo Y1

# Apéndice D

## Simulación

### D.1. Parámetros del ODE

Para las simulaciones se ha empleado el motor físico ODE<sup>1</sup> (Open Dynamics Engine). Es una librería que realiza todos los cálculos físicos a partir de la definición de los cuerpos de estudio. En cada paso de simulación se calculan los parámetros cinemáticos y dinámicos de todos los elementos.

Los valores empleados para los parámetros del ODE se muestran en la tabla D.1.

### D.2. Simulación de los módulos Y1

Para la simulación de los servos se han seguido las recomendaciones indicadas en el manual del *ODE*. Se ha empleado un controlador de tipo proporcional, dado por la ecuación D.1, donde  $w(t)$  es la velocidad angular,  $\varphi(t)$  el ángulo de doblaje,  $p$  la posición de referencia y  $K_p$  la ganancia.

---

<sup>1</sup><http://www.ode.org/>

Gravedad	-9.81
CFM	$10^{-5}$
ERP	0.2
MaxCorrectingVel	0.1
SurfaceLayer	0.0001
Mu	0.2
Paso de simulación	0.01 seg
AutodisableFlag	1

Cuadro D.1: Valores de los parámetros de ODE empleados para las simulaciones

Parámetro	Valor	Unidades	Descripción
$E_{min}$	5	grados	Error mínimo ( $\frac{\pi}{36}$ Rad)
$L$	72	mm	Longitud del módulo
Grosor	52	mm	Anchura del módulo
Altura	52	mm	Altura del módulo
$M$	50	gr	Masa total
$P_{max}$	0.314	N.m	Par máximo del servo
$K_p$	8.6	—	Ganancia del servo (controlador P)
$W_{max}$	$\frac{13}{9}\pi$	Rad/seg	Velocidad máxima (260 grad/seg)

Cuadro D.2: Parámetros del módulo y del servo empleados en la simulación

$$w(t) = K_p[\varphi(t) - p] \quad (D.1)$$

Los parámetros usados para la simulación de los módulos Y1 se muestran en la tabla D.2. La constante  $K_p$  se ha ajustado empíricamente para que el tiempo de establecimiento se aproxime al de los servos modelo Futaba 3003.

El parámetro  $E_{min}$  es el error mínimo permitido entre la posición deseada  $p$  y el ángulo de doblaje  $\varphi(t)$ . Cuando se cumpla la condición D.2

$$|p - E_{min}| < |\varphi(t)| < |p + E_{min}| \quad (D.2)$$

se considera que el servo ha alcanzado la posición de referencia y por tanto se puede enviar una nueva posición. Si  $E_{min}$  es cercano a 0, el servo alcanza la posición de referencia con una velocidad pequeña. El efecto que esto tiene al reproducir una secuencia de movimiento constituida por una lista de posiciones de referencia, es que el movimiento se realiza a “saltos”. Para aumentar la fluidez se precisa de un valor de  $E_{min}$  mayor.

En la figura D.1 se ha representado la respuesta al escalón. En la parte superior se muestra la posición de referencia  $p$ , que es 0 hasta que en un cierto instante cambia a 90 grados (el escalón), junto al ángulo de salida  $\varphi(t)$ . En la parte inferior se muestra la velocidad angular. Nunca puede ser superior a la máxima permitida por el servo ( $W_{max}$ ).

Para implementar la oscilación de los servos se envían secuencias de posiciones de referencias obtenidas a partir del muestreo de una función seno. En ángulo de doblaje no describe una senoide perfecta sino como la mostrada en la figura D.2, donde se están usando 8 muestras.

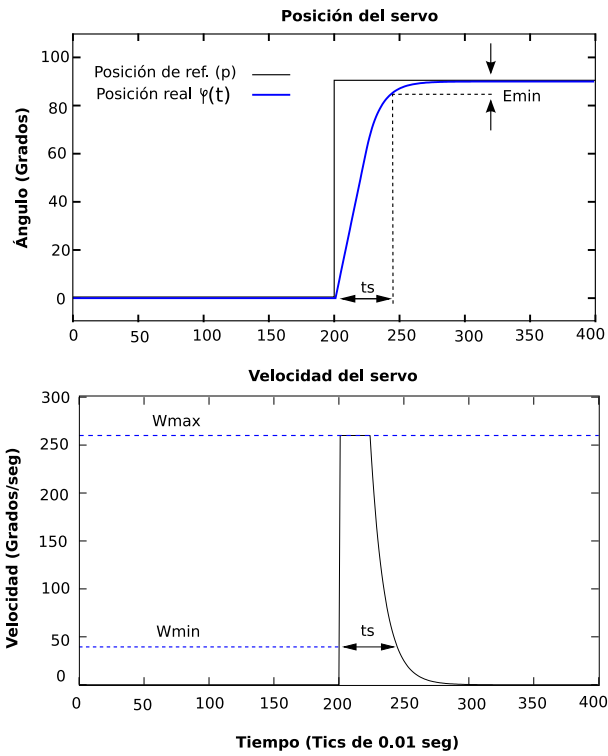


Figura D.1: Respuesta al escalón en la simulación del servo

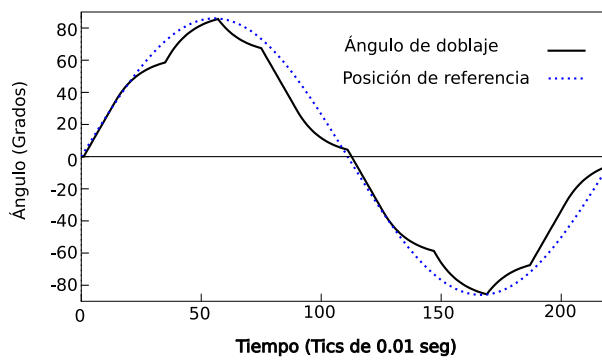


Figura D.2: Comparación entre el ángulo de doblaje real y la función sinusoidal de referencia, cuando se utilizan 8 muestras por periodo

Movimiento	Comando
<b>Grupo cabeceo-cabeceo</b>	
Línea recta. 32 Módulos.	./View './Pn 32 12 32 23 0'
Línea recta. Cube Revolution.	./View './Pn 8 85 32 90 0'
Línea recta. Minicube-I	./View './Pn 2 60 32 110 0'
<b>Grupo cabeceo-viraje</b>	
Línea recta. 32 Módulos	./View './PYn 32 32 20 0 0 0 45 0 0'
Línea recta. Hypercube	./View './PYn 8 32 45 0 0 0 135 0 0'
Línea recta. Minicube-II	./View './PYn 3 32 60 0 0 0 110 0 0'
Giro. 18 Módulos	./View './PYn 18 32 70 0 0 10 120 0 0'
Giro. Hypercube	./View './PYn 8 32 20 0 0 22 120 0 0'
Rodar. 20 Módulos	./View './PYn 20 32 10 10 0 0 0 90'
Rodar. Hypercube	./View './PYn 8 32 30 30 0 0 0 90'
Rodar. Minicube-II	./View './PYn 3 32 60 60 0 0 0 90'
Rotación. 32 Módulos	./View './PYn 32 32 10 40 0 0 90 45 0'
Rotación. Hypercube	./View './PYn 8 32 20 40 0 0 180 90 -45'
Rotación. Minicube-II	./View './PYn 3 32 30 40 0 0 180 0 90'
Rotación en U. 16 Módulos	./View './PYn 16 32 10 20 0 0 90 0 90'
Rotación en U. 8 Módulos	./View './PYn 8 32 10 40 0 0 180 0 90'
Desplazamiento lateral. 32 Módulos	./View './PYn 32 20 5 40 0 0 -45 -45 112'
Desplazamiento lateral. Hypercube	./View './PYn 8 32 10 40 0 0 90 90 45'
Lateral inclinado. 32 Módulos	./View './PYn 32 32 20 20 0 0 -22 -22 0'
Lateral inclinado. Hypercube	./View './PYn 8 24 40 40 0 0 -90 -90 60'
Remero. 16 Módulos	./View './PYn 16 32 2 2 0 0 0 90'
Remero. Hypercube	./View './PYn 8 32 7 7 0 0 0 90'
Remero. Minicube-II	./View './PYn 3 100 30 30 0 0 0 90'

Cuadro D.3: Ejemplos de utilización del simulador para la visualización del movimiento de los diferentes robots creados

### D.3. Ejemplos de utilización

El simulador desarrollado para analizar la locomoción de los robots ápodos lo forman un conjunto de utilidades invocadas desde la línea de comandos. Una de ellas es *View*, que permite la visualización del movimiento en un escenario en tres dimensiones. En la tabla D.3 se han recopilado algunos de los movimientos que pueden realizar los robots creados para los experimentos de la tesis: Cube Revolutions, Hypercube, Minicube-I y Minicube-II.

El programa *View* es genérico y permite simular cualquier robot ápodo de tipo cabeceo-cabeceo o cabeceo-viraje con cualquier número de módulos y cualquier valor para sus parámetros de los generadores. Se le pasan tres bloques de parámetros. Primero el número de módulos del robot, a continuación los valores de los parámetros Amplitud, Número de muestras, Fase y Offset para cada módulos y finalmente el tipo módulo, utilizando una P si es cabeceo y una Y si es de Viraje.

En esta tesis se han estudiado las soluciones en los espacios  $H_1$  y  $H_2$  donde todos los generadores son iguales. Para simplificar la invocación se usan los scripts *Pn* y *PYn*, para simular los robots del grupo

cabeceo-cabeceo y cabeceo-viraje respectivamente.

Por ello, para visualizar las simulaciones el comando empleado es de la forma:

```
./View './PYn M N Av Ah Ov Oh DFv DFh DFvh'
```

para configuraciones cabeceo-viraje o:

```
./View './Pn M A N F 0'
```

Para las de cabeceo-cabeceo.





# Bibliografía

- [1] A. Alonso-Puig. Application of Waves Displacement Algorithms for the Generation of Gaits in an All terrain Hexapod. In *Climbing and Walking Robots*, pages 343–348, September 2005.
- [2] R. Arredondo. Design and simulation of locomotion of self-organising modular robots for adaptive furniture. Master’s thesis, Swiss Federal Institute of Technology Lausanne, Biologically Inspired Robotics Group, July 2006.
- [3] J. Bares and D. Wettergreen. Dante ii: Technical description, results and lessons learned. *International Journal of Robotics Research*, 18(7):621–649, July 1999.
- [4] J. Borenstein, M. Hansen, and H. Nguyen. The OmniTread OT-4 Serpentine Robot for Emergencies and Hazardous Environments. In *Proceeding of the International Joint Topical Meeting: Sharing Solutions for Emergencies and Hazardous Environments*, 12 February 2006.
- [5] Y. Bourkin. Self-Organization of Locomotion in Modular Robots. Master’s thesis, University of Sussex, Brighton, United Kingdom, 2004.
- [6] J. M. Cañas. *Jerarquía dinámica de esquemas para la generación de comportamiento autónomo*. PhD thesis, Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Telecomunicación, 2003.
- [7] J. M. Cañas and V. Matellán. From bio-inspired vs. psycho-inspired to etho-inspired robots. *Robotics and Autonomous Systems*, 55:841–850, 2007.
- [8] A. Castano, A. Behar, and P. Will. The Conro modules for reconfigurable robots. *IEEE/ASME Trans. Mechatronics*, 7(4):403–409, December 2002.
- [9] A. Castano, R. Chokkalingam, and P. Will. Autonomous and self-sufficient CONRO modules for reconfigurable robots. In *Proc. 5th Int’l Symp. Distributed Autonomous Robotic Systems*, pages 155–164, Knoxville, TN, 2000. Springer-Verlag.
- [10] A. Castano, W. Shen, and P. Will. CONRO: Towards deployable robots with inter-robots metamorphic capabilities. *Autonomous Robots*, 8(3):309–324, June 2000.
- [11] A. Castano and P. Will. Representing and discovering the configuration of CONRO robots. In *Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pages 3503–3509, 2001.

- [12] L. Chen, Y. Wang, B. Li, S. Ma, and D Duan. Study on Locomotion of a Crawling Robot for Adaptation to the Environment. In Maki K. Habib, editor, *Bioinspiration and Robotics: Walking and Climbing Robots*, chapter 18, pages 301–316. I-Tech Education and Publishing, September 2007.
- [13] L. Chen, Y. Wang, and S. Ma. Studies on lateral rolling locomotion of a snake robot. In *Robotics and Automation, 2004. Proceedings. ICRA '04. 2004 IEEE International Conference on*, volume 5, pages 5070–5074, April 2004.
- [14] G. S. Chirikjian. Metamorphic Hyper-redundant Manipulators. In *Proceedings of the 1993 JSME International Conference on Advanced Mechatronics*, pages 467–472, August 1993.
- [15] G.S. Chirikjian. Kinematics of a metamorphic robotic system. In *Proceedings of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, volume 1, pages 449–455, May 1994.
- [16] G.S Chirjkjian and J.W Burdick. Kinematically optimal hyperredundant manipulator configurations. *IEEE transactions on Robotics and Automation*, 11:794–806, 1995.
- [17] H. Choset. Coverage for robotics - a survey of recent results. *Annals of Mathematics and Artificial Intelligence*, 31:113 – 126, 2001.
- [18] H. Choset and W. Henning. A follow-the-leader approach to serpentine robot motion planning. In *ASCE Journal of Aerospace Engineering*, 1999.
- [19] D.J Christensen and K. Stoy. Selecting a Meta-Module to Shape-Change the ATRON Self-Reconfigurable Robot. In *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automations*, pages 2532–2538, May 2006.
- [20] A. H. Cohen and P.J Holmes. The Nature of the Couplings Between Segmental Oscillators of the Lamprey Spinal Generator for Locomotion: A Mathematical Model. *Journal of Mathematical Biology*, 13:345–369, 1982.
- [21] J. Conradt and P. Varshavskaya. Distributed central pattern generator control for a serpentine robot. In *Proceedings of the International Conference on Artificial Neural Networks and Neural Information Processing*, 2003.
- [22] A. Crespi, A. Badertscher, and A. Guignard. Swimming and crawling with an amphibious snake robot. In *Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 3035–3039, 2005.
- [23] A. Crespi, A. Badertscher, A. Guignard, and A. J. Ijspeert. An amphibious robot capable of snake and lamprey-like locomotion. In *Proceedings of the 35th international symposium on robotics*, 2004.
- [24] A. Crespi, A. Badertscher, A. Guignard, and A. J. Ijspeert. AmphiBot I : an amphibious snake-like robot. *Robotics and Autonomous Systems*, 50(4):163–175, 2005.

- [25] A. Crespi and A. J. Ijspeert. Amphibot II: an amphibious snake robot that crawls and swims using a central pattern generator. In *Proceedings of the 9th International Conference on Climbing and Walking Robots*, pages 19–27, 2006.
- [26] A. Degani, A. Shapiro, H. Choset, and M. Mason. A dynamic single actuator vertical climbing robot. In *Intelligent Robots and Systems, 2007. IROS 2007. IEEE/RSJ International Conference on*, pages 2901–2906, November 2007.
- [27] F. Delcomyn. Neural basis of rhythmic behavior in animals. *Science*, 210:492–498, 1980.
- [28] S. Dirk and F. Kirchner. The Bio-Inspired SCORPION Robot: Design, Control and Lessons Learned. In Houxiang Zhang, editor, *Climbing and Walking Robots, Towards New Applications*, pages 197–218, Vienna, Austria, October 2007. I-tech Education and Publishing.
- [29] K. Dowling. *Limbless Locomotion: Learning to Crawl with a Snake Robot*. PhD thesis, Robotics Institute, Carnegie Mellon University, Pittsburgh, PA, December 1997.
- [30] G. Endo and J. Nakanishi. Experimental studies of a neural oscillator for biped locomotion with QRIO. In *Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 596–602, April 2005.
- [31] G. Endo, K. Togawa, and S. Hirose. Study on self-contained and Terrain Adaptive Active Cord Mechanism. In *Proc. of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and System*, pages 1399–1405, 1999.
- [32] G. Figliolini and P. Rea. Mechanics and Simulation of Six-Legged Walking Robots. In Houxiang Zhang, editor, *Climbing and Walking Robots, Towards New Applications*, chapter 1, pages 1–22. I-Tech Education and Publishing, October 2007.
- [33] S. Fukuda, T. Nakagawa. Dynamically reconfigurable robotic system. In *Proc. of the 1988 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation (ICRA)*, pages 1581–1586, April 1988.
- [34] T. Fukuda, S. Nakagawa, and Y. Kawauchi. Self organizing robots based on cell structures—CEBOT. In *Proc. of the IEEE/RSJ int. Conf. Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pages 145–150, 1988.
- [35] Y. Fukuoka and H. Kimura. Adaptive dynamic walking of a quadruped robot on irregular terrain based on biological concepts. *The International Journal of Robotics Research*, 22(3-4):187–202, 2003.
- [36] K. Gilpin, K. Kotay, D. Rus, and I. Vasilescu. Miche: Modular shape formation by self-disassembly. *The International Journal of Robotics Research*, 27(3-4):345–372, 2008.
- [37] S. C. Goldstein and T. C. Mowry. Claytronics: A scalable basis for future robots. In *RoboSphere 2004*, Moffett Field, CA, November 2004.
- [38] M.P. Golombek and et al. Selection of the Mars Exploration Rover landing sites. *Journal of Geophysical Research*, 108(E3):ROV13.1–ROV13.48, October 2003.

- [39] A. Golovinsky, M. Yim, Z. Ying, and C. Eldershaw. PolyBot and PolyKinetic System: a modular robotic platform for education. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, volume 2, pages 1381–1386, 2004.
- [40] I. González, J. González-Gómez, and F. Gómez-Arribas. Hardware libre: clasificación y desarrollo de hardware reconfigurable en entornos GNU/Linux. In *Actas del VI Congreso de Hispalinux*, September 2003.
- [41] J. González-Gómez. Diseño de Robots Ápodos. Master's thesis, Escuela Politécnica Superiore. Universidad Autónoma de Madrid, July 2003. Disponible en línea en <http://www.iearobotics.com/personal/juan/doctorado/tea/tea.html> [Última consulta 14-Mayo-2008].
- [42] J. Gonzalez-Gomez, Aguayo E., and E. Boemo. Locomotion of a Modular Worm-like Robot Using a FPGA-based Embedded MicroBlaze Soft-processor. In M. Armada and P. Gonzalez, editor, *Climbing and Walking Robots. Proceedings of the 7th International Conference CLAWAR 2004*, number ISBN 978-3-540-22992-6, pages 869–878. Springer Berlin Heidelberg, 2004.
- [43] J. Gonzalez-Gomez and E. Boemo. Motion of Minimal Configurations of a Modular Robot: Sinusoidal, Lateral Rolling and Lateral shift. In *Proc. of the Int. Conf. on Climbing and Walking Robots*, pages 667–674, September 2005.
- [44] J. Gonzalez-Gomez, I Gonzalez, F. Gomez-Arribas, and E. Boemo. Evaluation of a Locomotion Algorithm for Worm-Like Robots on FPGA-Embedded Processors. In *Lecture Notes in Computer Science*, volume 3985, pages 24–29. Springer Berlin / Heidelberg, March 2006.
- [45] J. González-Gómez and A. Prieto-Moreno. Hardware libre: la Tarjeta Skypic, una Entrenadora para Microcontroladores PIC. In *Actas del I Congreso de Tecnologías del Software Libre*, pages 57–66, 7 July 2005.
- [46] J. Gonzalez-Gomez, H. Zhang, E. Boemo, and J. Zhang. Locomotion capabilities of a Modular Robot with Eighth Pitch-Yaw-Connecting Modules. In *Proc. of the Int. Conf. on Climbing and Walking machines*, pages 150–157, September 2006.
- [47] G. Granosik, M. G. Hansen, and J. Borenstein. The Omnitread Serpentine Robot for Industrial Inspection and Surveillance. *Industrial Robot*, 32(2):139–148, 2005.
- [48] R. Groß, M. Bonani, F. Mondada, and M. Dorigo. Autonomous self-assembly in a swarm-bot. In K. Murase, K. Sekiyama, N. Kubota, T. Naniwa, and J. Sitte, editors, *Proc. of the 3rd Int. Symp. on Autonomous Minirobots for Research and Edutainment (AMiRE 2005)*, pages 314–322. Springer, Berlin, Germany, 2006.
- [49] G.J. Hamlin and A.C. Sanderson. TETROBOT modular robotics: prototype and experiments. In *Proc. of the IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, volume 2, pages 390 – 395, November 1996.

- [50] F. Herrero Carrón. Study and application of central patten generators to the control of a modular robot. Master's thesis, Escuela Politécnica Superior, Universidad Autónoma de Madrid, 30 August 2007.
- [51] S. Hirose. *Biologically Inspired Robots (Snake-like Locomotor and Manipulator)*. Oxford Science Press, 1993.
- [52] S. Hirose and G. Endo. Development of Autonomous Snake-Like Robot ACM R-1. In *Proc. Annual Conf. Robotics and Mechatronics*, page 1997, 1997. (in Japanese).
- [53] S. Hirose and E.F. Fukushima. Snakes and Strings: New Robotic Components for Rescue Operations. *The International Journal of Robotics Research*, 23(4-5):341–349, 2004.
- [54] S. Hirose, Imazato M., Kudo Y., and Umetani Y. Internally-balanced magnet unit. *Advanced robotics*, 1(3):225–242, 1986.
- [55] S. Hirose and A. Morishima. Articulated Body Mobile Robot. In *Proc. 7th RoManSy Symp*, pages 1–8, 1988.
- [56] S. Hirose and A. Morishima. Design and control of a mobile robot with an articulated body. *The International Journal of Robotics Research*, 9(2):99–113, 1990.
- [57] S. Hirose, A. Morishima, and S. Tukagosi. Design of Practical Snake Vehicle: Articulated Body Mobile Robot KR-II. In *Proc. 5th Int. Conf. Advanced Robotics*, volume 1, pages 833–838, 1991.
- [58] K. Hosokawa, T. Tsujimori, and T. Fujii. Self-organizing collective robots with morphogenesis in a verticalplane. In *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, volume 4, pages 2858–2863, 1998.
- [59] A. J. Ijspeert. *Design of artificial neural oscillatory circuits for the control of lamprey- and salamander-like locomotion using evolutionary algorithms*. PhD thesis, University of Edimburg, 1998.
- [60] A.J. Ijspeert and J.M. Cabelguen. Gait transition from swimming to walking: investigation of salamander locomotion control using non-linear oscillators. In *Adaptive Motion of Animals and Machines*, pages 177–188. Springer Tokyo, July 2006.
- [61] A.J. Ijspeert and A. Crespi. Simulation and robotics studies of salamander locomotion. Applying neurobiological principles to the control of locomotion in robots. *Neuroinformatics*, 3(3):171–196, 2005.
- [62] A.J. Ijspeert and A. Crespi. Online trajectory generation in an amphibious snake robot using a lamprey-like central pattern generator model. In *Proceedings of the 2007 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 262–268, 2007.
- [63] A.J. Ijspeert and J. Kodjacobachian. Evolution and development of a central pattern generator for the swimming of a lamprey. *Artificial Life*, 5(3):247–269, 1999.

- [64] M.W. Jorgensen, E.H. Ostergaard, and H.H. Lund. Modular ATRON: modules for a self-reconfigurable robot. In *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, volume 2, pages 2068–2073, 2004.
- [65] T. Kamegawa, T. Yamasaki, H. Igarashi, and F. Matsuno. Development of the snake-like rescue robot. In *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, volume 5, pages 5081–5086, April 2004.
- [66] A. Kamimura, H. Kurokawa, E. Toshida, K. Tomita, S. Murata, and S. Kokaji. Automatic locomotion pattern generation for modular robots. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, volume 1, pages 714–720, September 2003.
- [67] A. Kamimura, H. Kurokawa, and E. Yoshida. Automatic locomotion design and experiments for a modular robotic system. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 10(3):314–325, June 2005.
- [68] A. Kamimura, H. Kurokawa, and T. Yoshida. Distributed adaptive locomotion by a modular robotic system, M-TRAN II. In *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2004. (IROS 2004).*, volume 3, pages 2370–2377, September 2004.
- [69] A. Kamimura, S. Murata, and E. Yoshida. Self-reconfigurable modular robot. Experiments on reconfiguration and locomotion. In *Proceedings of 2001 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pages 606–612, 2001.
- [70] A. Kamimura, S. Murata, E. Yoshida, H. Kurokawa, K. Tomita, and S. Kokaji. Self-reconfigurable modular robot - experiments on reconfiguration and locomotion. In *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on intelligent Robots and Systems*, volume 1, pages 606–612, 2001.
- [71] H. Kimura and S. Hirose. Development of Genbu : Active wheel passive joint articulated mobile robot. In *Proc. of the IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and System*, volume 1, pages 823–828, 2002.
- [72] B. Kirby, J. D. Campbell, B. Aksak, P. Pillai, J. F. Hoberg, T. C. Mowry, and S. Goldstein. Catoms: Moving robots without moving parts. In *AAAI (Robot Exhibition)*, pages 1730–1, Pittsburgh, PA, July 2005.
- [73] B. Klaassen and K.L. Paap. GMD-SNAKE2: a snake-like robot driven by wheels and a method for motion control. In *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 3014–3019, 1999.
- [74] K. Kotay. *Self-Reconfiguring Robots: Designs, Algorithms, and Applications*. PhD thesis, Dartmouth College, Computer Science Department, 2003.
- [75] K. Kotay and D. Rus. Efficient Locomotion for a Self-Reconfiguring Robot. In *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pages 2963–2969, 2005.

- [76] K. Kotay, D. Rus, and M. Vona. The Self-reconfiguring Robotic Molecule. In *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pages 424–431, 1998.
- [77] E. Krotkov, R. Simmons, and W. Whittaker. Ambler: Performance of a six-legged planetary rover. *Acta Astronautica*, 35(1):75–81, 1995.
- [78] H. Kurokawa, A. Kamimura, and T. Yoshida. M-TRAN II: metamorphosis from a four-legged walker to a caterpillar. In *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, volume 3, pages 2454–2459, September 2003.
- [79] H. Kurokawa, K. Tomita, and A. Kamimura. Distributed Metamorphosis Control of a Modular Robotic System M-TRAN. In *Distributed Autonomous Robotic Systems 7*, pages 115–124. Springer Japan, 2006.
- [80] H. Kurokawa, K. Tomita, and T. Yoshida. Motion simulation of a modular robotic system. In *IProceedings of the 26th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, volume 4, pages 2473–2478, 2000.
- [81] H. Kurokawa, E. Yoshida, and K. Tomita. Self-reconfigurable M-TRAN structures and walker generation. *Robotics and Autonomous Systems*, 54(2):142–149, February 2006.
- [82] S. J. Lawrence, G. J. Taylor, R. C. F. Lentz, L. M. Martel, W. Shen, M. Will, M. H. Sims, S. Colombano, D. Kortenkamp, B. Damer, and W. Chun. SuperBots on the lunar surface: A habitat operations and maintenance system (HOMS). In *Lunar Exploration Analysis Group (LEAG)*, 2005.
- [83] C. Leger. *Darwin 2k: An Evolutionary Approach to Automated Design for Robotics*. Kluwer Academic Publishers, Norwell, MA, USA, 2000.
- [84] R. C. F. Lentz, G. J. Taylor, S. J. Lawrence, L. M. Martel, Wei-Min Shen, Peter M. Will, M. H. Sims, S. Colombano, D. Kortenkamp, B. Damer, and W. Chun. SuperBots on the lunar surface: A robotic multi-use lunar explorer (MULE). In *Lunar Exploration Analysis Group (LEAG)*, 2005.
- [85] R.A. Lindemann and C.J. Voorhees. Mars Exploration Rover mobility assembly design, test and performance. In *IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, volume 1, pages 450–455, October 2005.
- [86] K. Lipkin, I. Brown, A. Peck, H. Choset, J. Rembisz, P. Gianfortoni, and A. Naaktgeboren. Differentiable and piecewise differentiable gaits for snake robots. In *Proc. of the IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, pages 1864–1869, October 2007.
- [87] S. Ma, H. Araya, and L. Li. Development of a creeping snake-robot. In *Proceedings of the IEEE International Symposium on Computational Intelligence in Robotics and Automation*, pages 77–82, 2001.

- [88] S. Ma, W.J. Li, and Y. Wang. A simulator to analyze creeping locomotion of a snake-like robot. In *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation*, volume 4, pages 3656–3661, 2001.
- [89] S. Ma and Y. Ohmameuda. Control of a 3-dimensional snake-like robot. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, volume 2, pages 2067–2072, September 2003.
- [90] S. Ma and N. Tadokoro. Analysis of Creeping Locomotion of a Snake-like Robot on a Slope. *Autonomous Robots*, 20(1):15–23, January 2006.
- [91] D. Marbach. Evolution and Online Optimization of Central Pattern Generators for Modular Robot Locomotion. Master's thesis, School of Computer and Communication Sciences, Swiss Federal Institute of Technology Lausanne., 7 January 2005.
- [92] D. Marbach and A.J. Ijspeert. Online Optimization of Modular Robot Locomotion. In *In Proceedings of the IEEE International Conference on Mechatronics & Automation*, pages 248–253, June 2005.
- [93] V. Matellán, C. Fernández, and J. M. Molina. Genetic Learning of Fuzzy Reactive Controllers. *Robotics and Autonomous Systems*, 25(1-2):33–41, October 1998.
- [94] K. Matsuoka. Mechanisms of frequency and pattern control in the neural rhythm generators. *Biological Cybernetics*, 56(5-6):345–353, 1987.
- [95] J. Maye. Control of Locomotion in Modular Robotics. Master's thesis, School of Computer and Communication Science. Swiss Federal Institute of Technology Lausanne, 23 February 2007.
- [96] P.G Miller. Snake Robots for Search and Rescue. In *Neurotechnology for Biomimetic Robots*, pages 271–284. MIT Press, 2002.
- [97] R. Moeckel, C. Jaquier, K. Drapel, E. Dittrich, A. Upegui, and A.J. Ijspeert. Exploring adaptive locomotion with YaMoR, a novel autonomous modular robot with Bluetooth interface. *Industrial Robot*, 33(4):285–290, 2006.
- [98] R. Moeckel, C. Jaquier, K. Drapel, A. Upegui, and A. Ijspeert. YaMoR and bluemove – an autonomous modular robot with bluetooth interface for exploring adaptive locomotion. In *Proceedings CLAWAR 2005*, pages 685–692, 2005.
- [99] F. Mondada, G. C. Pettinaro, A. Guignard, I. Kwee, D. Floreano, J.-L. Deneubourg, S. Nolfi, L.M. Gambardella, and M. Dorigo. Swarm-bot: a new distributed robotic concept. *Autonomous Robots*, 17(2–3):193–221, 2004.
- [100] F. Mondada, G. C. Pettinaro, I. Kwee, A. Guignard, L. Gambardella, D. Floreano, S. Nolfi, J.-L. Deneubourg, and M. Dorigo. SWARM-BOT: A swarm of autonomous mobile robots with self-assembling capabilities. In C.K. Hemelrijk and E. Bonabeau, editors, *Proceedings*



- of the International Workshop on Self-organisation and Evolution of Social Behaviour*, pages 307–312, Monte Verità, Ascona, Switzerland, September 8-13, 2002. University of Zurich.
- [101] M. Mori and S. Hirose. Development of Active Cord Mechanism ACM-R3 with Agile 3D mobility. In *Proc. of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and System*, pages 1552–1557, 2001.
- [102] M. Mori and S. Hirose. Three-dimensional serpentine motion and lateral rolling by Active Cord Mechanism ACM-R3. In *Proc. of IEEE/RSJ Int. Conf. on intelligent Robots and Systems*, pages 829–834, 2002.
- [103] J.M. Morrey, B. Lambrecht, A.D. Horchler, R.E. Ritzmann, and R.D. Quinn. Highly mobile and robust small quadruped robots. In *Proceedings. 2003 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2003. (IROS 2003)*, volume 1, pages 82–87, October 2003.
- [104] S. Murata, K. Kakomura, and H. Kurokawa. Docking Experiments of a Modular Robot by Visual Feedback. In *Proceeding of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pages 625–630, October 2006.
- [105] S. Murata and H. Kurokawa. Self-Reconfigurable Robot. *IEEE Robotics and Automation Magazine*, 14(1):71–78, March 2007.
- [106] S. Murata, H. Kurokawa, and S. Kokaji. Self-assembling machine. In *Proc. of Int. Conf. on Robotics and Automation*, volume 1, pages 441–448, 1994.
- [107] S. Murata, H. Kurokawa, E. Yoshida, K. Tomita, and S. Kokaji. A 3-D self-reconfigurable structure. In *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, volume 1, pages 432–439, May 1998.
- [108] S. Murata, E. Yoshida, A. Kamimura, H. Kurokawa, K. Tomita, and S. Kokaji. M-TRAN: self-reconfigurable modular robotic system. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 7(4):431–441, December 2002.
- [109] S. Murata, E. Yoshida, and H. Kurokawa. Self-Repairing Mechanical Systems. *Autonomous Robots*, 10(1):7–21, January 2001.
- [110] S. Murata, E. Yoshida, K. Tomita, H. Kurokawa, A. Kamimura, and S. Kokaji. Hardware design of modular robotic system. In *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, volume 3, pages 2210–2217, November 2000.
- [111] Paap K.L., T. Christaller, and F. Kirchner. A robot snake to inspect broken buildings. In *Proceeding of the 2000 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pages 2079–2082, 2000.
- [112] A. Pamecha, C. Chiang, D. Stein, and G. Chirikjian. Design and implementation of metamorphic robots. In *Proceedings of the 1996 ASME Design Engineering Technical Conference and Computers in Engineering Conference*, August 1996.

- [113] M. Park, S. Chitta, A. Teichman, and M. Yim. Automatic Configuration Recognition Methods in Modular Robots. *The International Journal of Robotics Research*, 27(3-4):403–421, 2008.
- [114] A. Prieto-Moreno. Diseño, construcción y control de un robot articulado mediante una red de microcontroladores. Proyecto fin de carrera, UPM, February 2001.
- [115] A. Prieto-Moreno. Estudio de la locomoción de un robot cuadrúpedo mediante la generación de patrones biológicos. Master's thesis, Escuela Politécnica superior. Universidad Autónoma de Madrid, October 2007.
- [116] R.D. Quinn, J.T. Offi, D.A. Kingsley, and R.E. Ritzmann. Improved mobility through abstracted biological principles. In *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and System, 2002.*, volume 3, pages 2652–2657, 2002.
- [117] E. Rome, J. Hertzberg, F. Kirchner, U. Licht, and T. Christaller. Towards autonomous sewer robots: the MAKRO project. *Urban Water*, 1(1):57–70, 1999.
- [118] K. Roufas, Y. Zhang, D. Duff, and M. Yim. Six Degree of Freedom Sensing For Docking Using IR LED Emitters. In *Experimental Robotics VII*, volume 271, pages 91–100. Springer Berlin / Heidelberg, 2001.
- [119] C. M Rovainen. Neurobiology of lampreys. *Physiological Reviews*, 59(4):1007–1077, 1 October 1979.
- [120] M. Rubenstein, K. Payne, P. Will, and W. Shen. Docking among independent and autonomous CONRO self-reconfigurable robots. In *Proc. of the IEEE Int. conf. on Robotics and Automation*, pages 2877–2882, New Orleans, USA, April/May 2004.
- [121] N. F Rulkov. Modeling of spiking-bursting neural behavior using two-dimensional map. *Physical Review E*, 65(4):041922, April 2002.
- [122] D. Rus and M. Vona. Self-reconfiguration planning with compressible unit modules. In *Proceedings of the IEEE Intl. Conference on Robotics and Automation*, volume 4, pages 2513–2520, Detroit, MI, USA, 1999.
- [123] D. Rus and M. Vona. Crystalline robots: Self-reconfiguration with compressible unit modules. *Autonomous Robots*, 10(1):107–124, 2001.
- [124] B. Salemi, M. Moll, and W. Shen. SUPERBOT: A deployable, multi-functional, and modular self-reconfigurable robotic system. In *Proc. of the IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, Beijing, China, October 2006. To appear.
- [125] B. Salemi, W. Shen, and P. Will. Hormone-controlled metamorphic robots. In *Proc. of the Int. Conf. on Robotics and Automation*, volume 4, pages 4194–419, 2001.
- [126] B. Salemi, P. Will, and W. Shen. Autonomous discovery and functional response to topology change in self-reconfigurable robots. In Dan Braha, Ali A. Minai, and Yaneer Bar-Yam, editors, *Complex Engineering Systems: Science Meets Technology*, pages 364–384. Springer, 2006.

- [127] J. Sastra, S. Chitta, and M. Yim. Dynamic Rolling for a Modular Loop Robot. In *Experimental Robotics*, volume 39 of *Springer Tracts in Advanced Robotics*, pages 421–430. Springer Berlin / Heidelberg, 2008.
- [128] J. Sastra, W. Giovanni, B Heredia, and J. Clark. A biologically-inspired dynamic legged locomotion with a modular reconfigurable robot. In *Proceedings of ASME Dynamic Systems and Control Conference*, October 2008.
- [129] E. Shammass, A. Wolf, and H. Choset. Three degrees-of-freedom joint for spatial hyper-redundant robots. *Journal of Mechanism and Machine Theory*, pages 170 – 190, April 2005.
- [130] W. Shen, J. Bogdanowicz, W. Chun, M. Yim, Peter M. Will, M. Sims, S. Colombano, D. Kortenkamp, S. Vanderzyl, E. Baumgartner, and J. Taylor. SuperBots: Modular, multifunctional, reconfigurable robotic system for space exploration. In *Lunar Exploration Analysis Group (LEAG)*, 2005.
- [131] W. Shen, M. Krivokon, H. Chiu, J. Everist, M. Rubenstein, and J. Venkatesh. Multimode locomotion for reconfigurable robots. *Autonomous Robots*, 20(2):165–177, 2006.
- [132] W. Shen, B. Salemi, and P. Will. Hormone-inspired adaptive communication and distributed control for CONRO self-reconfigurable robots. *Trans. on Robotics and Automation*, 18(5):700–712, October 2002.
- [133] M. L. Shik and Severin. Control of walking and running by means of electrical stimulation of the mid-brain. *Biophysics*, 11:756–765, 1966.
- [134] B. Shirmohammadi, M. Yim, and J. Sastra. Using Smart Cameras to Localize Self-Assembling Modular Robots. In *DFirst ACM/IEEE International Conference on istributed Smart Cameras*, pages 76–80, September 2007.
- [135] K.A . Sigvardt and T.L. Williams. Effects of local oscillator frequency on intersegmental coordination in the Lamprey locomotor Cpg: theory and experiments. *Journal of Neurophysiology*, 76(6):4094–4103, December 1996.
- [136] D. Spenneberg, M. Albrecht, T. Backhaus, J. Hilljegerdes, F. Kirchner, and H. Zschenker. ARAMIES: A Four-legged Climbing and Walking Robot. In '*i-SAIRAS 2005*' - *The 8th International Symposium on Artificial Intelligence, Robotics and Automation in Space*, volume 603 of *ESA Special Publication*, August 2005.
- [137] D. Spenneberg, F. Kirchner, and J. de Gea. Ambulating robots for exploration in rough terrain on future extraterrestrial missions, 2004.
- [138] B. Spranklin. *Design, Analysis, and Fabrication of a Snake-Inspired Robot with a Rectilinear Gait*. PhD thesis, University of Maryland, June 2006.
- [139] A. Sproewitz, R. Moeckel, J. Maye, M. Asadpour, and A.J. Ijspeert. Adaptive locomotion control in modular robotics. In *Workshop on Self-Reconfigurable Robots/Systems and Applications IROS07*, pages 81–84, November 2007.

- [140] A. Sproewitz, R. Moeckel, J. Maye, and A. Ijspeert. Learning to move in modular robots using central pattern generators and online optimization. *Int. J. Rob. Res.*, 27(3-4):423–443, 2008.
- [141] H. Streich and O. Adria. Software approach for the autonomous inspection robot MAKRO. In *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, volume 4, pages 3411– 3416, 2004.
- [142] Y. Sugiyama, A. Shiotsu, and M. Yamanaka. Circular/spherical robots for crawling and jumping. In *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pages 3595– 3600, 2005.
- [143] J.W. Suh, S.B. Homans, and M. Yim. Telecubes: mechanical design of a module for self-reconfigurable robotics. In *Proceedings of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, volume 4, pages 4095– 4101, 2002.
- [144] T. Takayama and S. Hirose. Development of Souryu-I connected crawler vehicle for inspection of narrow and winding space. In *Proceeding of the 26th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, volume 1, pages 143–148, 2000.
- [145] T. Takayama and S. Hirose. Amphibious 3D Active Cord Mechanism "HELIX" with Helical Swimming Motion. In *Proc. of IEEE/RSJ Int. Conf. on intelligent Robots and Systems*, volume 1, pages 775– 780, 2002.
- [146] T. Takayama and S. Hirose. Development of "Souryu I and IICConnected Crawler Vehicle for Inspection of Narrow and Winding Space. *Robotics and Mechatronics*, 15(1):61–69, 2003.
- [147] G. J. Taylor, R. C. F. Lentz, S. J. Lawrence, L. M. Martel, Wei-Min Shen, Peter M. Will, M. H. Sims, S. Colombano, D. Kortenkamp, B. Damer, and W. Chun. SuperBots on the lunar surface: Mini-mobile investigation system (Mini-MIS). In *Lunar Exploration Analysis Group (LEAG)*, 2005.
- [148] K. Togawa, M. Mori, and S. Hirose. Study on Three-dimensional Active Cord Mechanism: Development of ACM-R2. In *Proc. of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and System*, pages 2242–2247, 2000.
- [149] R. Treviño. Entorno de simulación para el estudio de la locomoción de robots modulares. Proyecto fin de carrera. Escuela Superior de Informática. Universidad Politécnica de Madrid, 15 October 2007.
- [150] Y. Umetani and S. Hirose. Biomechanical Study of Serpentine Locomotion. In *Proc. of the 1st RoManSySymp*, pages 171–184, 1974.
- [151] C. Unsal. I-Cubes, A Modular Self-Reconfigurable Bipartite System. *Robotics and Machine Perception*, 9(1), March 2000.
- [152] J. Ute and K. Ono. Fast and efficient locomotion of a snake robot based on self-excitation principle. In *Proc. 7th International Workshop on Advanced Motion Control*, pages 532– 539, 2002.

- [153] W. Wang and G. Zong. Analysis on The Mechanics Stability for a New Kind of Robot. *Journal of Robot*, 21(7):642–648, 99.
- [154] T.L. Williams and K.A. Sigvardt. Intersegmental phase lags in the lamprey spinal cord: experimental confirmation of the existence of a boundary region. *Journal of Computational Neuroscience*, 1:61–67, 1994.
- [155] T.L. Williams and K.A. Sigvardt. Spinal cord of Lamprey: generation of locomotor patterns. In *The handbook of brain theory and neural networks*, pages 918–921. MIT Press, 1995.
- [156] D. M. Wilson. The central nervous control of flight in a locust. *Journal of Experimental Biology*, 38:471–490, 1961.
- [157] A. Wolf, H. Brown, R. Casciola, A. Costa, M. Schwerin, E. Shamas, and H. Choset. A mobile hyper redundant mechanism for search and rescue tasks. In *Proceedings of the 2003 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, volume 3, pages 2889 – 2895, October 2003.
- [158] C. Wright, A. Johnson, A. Peck, Z. McCord, A. Naaktgeboren, P. Gianfortoni, M. Gonzalez-Rivero, R. Hatton, and H. Choset. Design of a modular snake robot. In *Proc. of the IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, pages 2609–2614, October 2007.
- [159] H. Yamada, S. Chigisaki, and M. Mori. Development of Amphibious Snake-like Robot ACM-R5. In *The Proc. of 36th Int. Symposium on Robotics*, 2005.
- [160] H. Yamada and S. Hirose. Development of Practical 3-Dimensional Active Cord Mechanism ACM-R4. *Journal of Robotics and Mechatronics*, 18(3), 2006.
- [161] M. Yamakita, M. Hashimoto, and T. Yamada. Control of locomotion and Head Configuration of a 3D Snake Robot. In *ICRA '03. Proc of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, volume 2, pages 2055– 2060, September 2003.
- [162] M. Yerly. YaMoR Lifelong Learning. Master’s thesis, Computer Science Department, University of Fribourg, 2007.
- [163] M. Yim. *Locomotion with a unit-modular reconfigurable robot*. PhD thesis, Stanford University, December 1995. Disponible on-line en <http://www-db.stanford.edu/TR/CS-TR-95-1536.html> [Última consulta 10-Mayo-2008].
- [164] M. Yim, D. Duff, and K. Roufas. Modular Reconfigurable Robots, An Approach to Urban Search and Rescue. In *Proc. of 1st Intl. Workshop on Human-friendly welfare Robotic Systems*, pages 69–76, January 2000.
- [165] M. Yim, D.G. Duff, and K. D. Roufas. PolyBot: a modular reconfigurable robot. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, volume 1, pages 514–520, April 2000. Disponible en línea en <http://www2.parc.com/spl/projects/modrobots/publications/pdf/icra00.pdf> [Última consulta: 14-Mayo-2008].

- [166] M. Yim, D.G. Duff, and Roufas K.D. Walk on the wild side. *IEEE robotics and automation magazine*, 9(4):49–53, 2002.
- [167] M. Yim, D. Goldberg, and A. Casal. Connectivity planning for closed-chain reconfiguration. In G. T. McKee and P. S. Schenker, editors, *Proc. SPIE Vol. 4196, p. 402-412, Sensor Fusion and Decentralized Control in Robotic Systems III, Gerard T. McKee; Paul S. Schenker; Eds.*, volume 4196 of *Presented at the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference*, pages 402–412, October 2000.
- [168] M. Yim, R. Hinden, C. Conley, C.K. Wang, K. Roufas, and C. Eldershaw. Open Loop Climbing with Modular Robots. In *Video Proceeding of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2006.
- [169] M. Yim, S. Homans, and K. Roufas. Climbing with Snake-like Robots. In *Proc. of the IFAC Workshop on Mobile Robot Technology*, 21 May 2001.
- [170] M. Yim, K. Roufas, and D. Duff. Modular Reconfigurable Robots in Space Applications. *Autonomous Robots*, 14(2-3):225–237, March 2003.
- [171] M. Yim, W. M. Shen, and B. Salemi. Modular self-reconfigurable robot systems. *IEEE Robotics and automation Magazine*, 14(1):43–52, 2007.
- [172] M. Yim, B. Shirmohammadi, and J. Sastra. Robustness and self-repair in modular robots. In *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pages 2553–2554, October 2007.
- [173] M. Yim, B. Shirmohammadi, and J. Sastra. Towards robotic self-reassembly after explosion. In *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pages 2767–2772, October 2007.
- [174] M. Yim, Y. Zhang, and D. Duff. Modular robots. *IEEE Spectrum*, 39(2):30–34, February 2002.
- [175] M. Yim, Y. Zhang, K. Roufas, D. Duff, and C. Eldershaw. Connecting and disconnecting for chain self-reconfiguration with PolyBot. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 7(4):442–451, December 2002.
- [176] E. Yoshida, A. Kamimura, and K. Tomita. A Self-Reconfigurable Modular Robot: Reconfiguration Planning and Experiments. *The International Journal of Robotics Research*, 21(10-11):903–915, 2002.
- [177] E. Yoshida, S. Murata, A. Kamimura, K. Tomita, H. Kurokawa, and S. Kokaji. A motion planning method for a self-reconfigurable modular robot. In *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, volume 1, pages 590–597, 2001.
- [178] H. Zhang, Z. Deng, and W. Wang. Novel Reconfigurable Robot with 3 DOF Active Joints for Rugged Terrain. In *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pages 5588 – 5593, October 2006.

- [179] H. Zhang, J. Gonzalez-Gomez, S. Chen, W. Wang, R. Lin, D Li, and J. Zhang. A Novel Modular Climbing Caterpillar Using Low-Frequency Vibrating Passive Suckers. In *Proc. of the IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*, 4 September 2007.
- [180] H. Zhang, J. Gonzalez-Gomez, Z. Xie, S. Cheng, and J. Zhang. Development of a Low-cost Flexible Modular Robot GZ-I. In *Proc. of the IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*, pages 223–228, 4 June 2008.
- [181] H. Zhang, W. Wang, and Z. Deng. A Novel Reconfigurable Robot for Urban Search and Rescue. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 3(4):359–366, 2006.
- [182] Y. Zhang, A. Golovinsky, C. Eldershaw, and M. Yim. An XML-based scripting language for chain-type modular robotic systems. In *Proc of 8th Conference on Intelligent Autonomous Systems*, 2004.
- [183] Y. Zhang, K.D. Roufas, and M. Yim. Software architecture for modular self-reconfigurable robots. In *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, volume 4, pages 2355–2360, 2001.
- [184] Y. Zhang, M. Yim, C. Eldershaw, D. Duff, and K. Roufas. Phase automata: a programming model of locomotion gaits for scalable chain-type modular robots. In *IProceedings. of the IEEE/RSJ International Conference on intelligent Robots and Systems*, volume 3, pages 2442–2447, 2003.
- [185] G. Zong, Z. Deng, and W. Wang. Realization of a Modular Reconfigurable Robot for Rough Terrain. In *Proceedings of the 2006 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation*, pages 289–294, 2006.
- [186] V. Zykov, A. Chan, and H. Lipson. Molecubes: An Open-Source Modular Robotics Kit. In *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Intelligents Robots and systems*, 2007.
- [187] V. Zykov, E. Mytilinaios, B. Adams, and H. Lipson. Self-reproducing machines. *Nature*, 435(7039):163–164, 2005.