Cuadernos de Economía. Vol. 14. 201-222. 1986.

Automatización en la valoración de la capacidad predictiva en los modelos de series temporales.

Jordi Arcarons

Departamento de Estadística y Econometría
Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales
Universidad de Barcelona
Avda. Diagonal, 690 – 08034 Barcelona.

Automatización en la Valoración de la Capacidad Predictiva en los Modelos de Series Temporales.

RESUMEN

El presente artículo tiene como objetivo el análisis y descripción de los instrumentos básicos, habitualmente utilizados para valorar la cantidad del ajuste predictivo que proporciona un modelo univariante de series temporales. En él, se pone de manifiesto que siendo la predicción la finalidad básica de la modelización univariante, dicho extremo está poco automatizado informáticamente, en comparación con las etapas previas de identificación, estimación y comprobación que concurren en dichos análisis. Se presenta, como solución a dicho problema, un procedimiento que puede ser utilizado por cualquiera de los paquetes informáticos que facilitan la modelización de series temporales. Por último, se incluye un ejemplo de ilustración relativo a la serie del Indice de Precios de Consumo.

On the Automatization the Predictive Capability Evaluation in Time-Series Models.

ABSTRACT

The objective of this article is as follows; the analysis and description of the basic instruments that are usually used to evaluate the accuracy of forecasting adjustment, that an univariant Time-Series model supplies. The first fact explained is that the forecast is the basic finality of the univariant modelization, nevertheless this is implemented very little in the most important statistical packages, in comparison with the previous stages of identification, is presented that can checking. As a solution to this problem a procedure is presented that can be used for any statistical package that shows the capabilities of the Time-Series models. Lastly, the procedure refered to earlier is described by means of the analysis of the Consumer Price Index.

Automatización en la valoración de la capacidad predictiva en los modelos de series temporales.

I. Introducción

Es bien conocido que una de las aplicaciones más interesantes y más utilizadas del análisis moderno de series temporales es la predicción. Esta técnica estadística ha sido ampliamente estudiada y utilizada en multitud de trabajos de investigación, aplicados tanto en el ámbito de la empresa como en el de la economía más general, realizados por organismos oficiales, servicios de estudios, centros de investigación aplicada, etc. Los resultados obtenidos pueden considerarse, en general, muy positivos y de ahí, que hoy en día, sea dificil encontrar algún investigador capaz de pronunciarse en contra del uso de los modernos modelos de series temporales para analizar el comportamiento futuro de determinadas variables económicas[1] .

Paralelamente, también se ha podido apreciar, en los últimos años, un importante y considerable desarrollo de la informática y de sus aplicaciones al análisis de series temporales. De tal manera que puede afirmarse, sin ningún género de dudas, que los avances teóricos estadísticos de éste se han visto acompañados de un soporte informático sin el cual, con toda seguridad, la utilización y familiarización de dichos modelos hubiera sido mucho más lenta y dificultosa[2] .

1. Una referencia interesante sobre la utilización de los modelos de series temporales aplicados a la Economía por diferentes organismos públicos y empresas privadas puede hallarse en PULIDO (1983) pp. 626-631 y 658-672.

2. Existen hoy en día diferentes autores que han incluido, en forma de anexos a sus manuales, los programas informáticos para facilitar el aparato de cálculo. Entre los más conocidos, podemos citar por ejemplo: BOX y JENKINS (1976), NELSON (1973) y ANDERSON (1976).

En ese sentido pueden citarse distintos paquetes estadísticos-informáticos que en la actualidad ofrecen la solución al tratamiento de la problemática relativa a la identificación, estimación y predicción con modelos de series temporales, tales como PACK (1977), AUTOBJ (1978), BMDP (1983), SPSS-X (1984) y SCA (1985).

Por razón de su modernidad y debido al tipo de aplicación que aquí nos ocupa, destacaremos algunas de las características del último entre los anteriormente citados. Habrá que advertir, sin embargo, que los paquetes estadísticos BMDP y SPSS-X[3], ambos de filosofía muy similar, abarcan un campo de aplicación estadística y/o econométrica mucho más amplio, siendo el análisis de series temporales una más de sus subrutinas internas y que, por lo tanto, no ofrecen un tratamiento tan exhaustivo de la metodología propuesta por Box y Jenkins como en el caso del paquete estadístico-informático SCA.

Así pues, puede decirse que el paquete SCA es un programa informático destinado al tratamiento univariante y multivariante de series temporales que incorpora, además, algunas otras subrutinas relacionadas con técnicas estadísticas habituales en los trabajos de economía aplicada (análisis de la regresión, análisis de la varianza, estadística descriptiva, etc.) y con el tratamiento, transformación y cálculo matemático. Igualmente puede ser utilizado en la especificación, estimación y contraste de modelos dinámicos, tales como los de ajuste parcial, retardos distribuidos, modelos AD y modelos ARMAX. Dicho programa proporciona al usuario las últimas innovaciones teóricas de aplicación al estudio de las series temporales tales como: las funciones de autocorrelación inversa y extendida, la estimación de modelos ARIMA por el método de la máxima verosimilitud, el estadístico LBQ, elementos todos ellos indispensables en aras a facilitar una adecuada automatización en las conocidas etapas de identificación, estimación y comprobación que concurren en la metodología Box-Jenkins para series temporales univariantes. Igualmente, dicho programa resulta innovador en la vertiente bivariante y multivariante, puesto que también proporciona una adecuada utilización en relación al tratamiento de los modelos de Función de Transferencia –fundamentalmente por incorporar el novedoso método "corner" de identificación en modelos bivariantes con múltiples "inputs"–, Análisis de Intervención y Modelos Vectoriales de Series Temporales.

Tal como puede verse, a partir de esta breve introducción, la informática ha jugado y está jugando un papel ciertamente importante en el estudio y aplicación del análisis de series temporales. Se ha renovado de

3. Una referencia más extensa de PACK (1977) y AUTOBJ (1978), así como de otros programas no tan conocidos, puede encontrarse en PULIDO (1983).

forma notable en las tres etapas a las que anteriormente hemos hecho referencia mediante la incorporación de los últimos avances teóricos, pudiéndose afirmar, que en la actualidad existe una adecuada automatización en su tratamiento. Sin embargo, sigue existiendo una falta de automatización en lo que concierne a la etapa de predicción, en la que ninguno de los programas anteriormente citados proporciona el mínimo soporte informático que, a nuestro entender sería deseable.

En ese sentido, el objetivo que perseguimos a lo largo de las páginas que siguen es el de solventar, en la medida de lo posible, el problema relativo a cómo valorar el ajuste predictivo de aquellos modelos de series temporales univariantes que hayan superado convenientemente las habituales pruebas a que son sometidos con tal finalidad.

Introducimos, en primer lugar, los conceptos teóricos básicos que permiten valorar la calidad del ajuste predictivo. En segundo lugar, presentamos el funcionamiento de un programa informático que permite utilizar los resultados relativos a la estimación del modelo –sea cual fuere el paquete informático utilizado en ese caso, aunque con preferencia por las razones apuntadas anteriormente, por el paquete SCA– para analizar su adecuado o no comportamiento predictivo. Finalmente, presentamos una ilustración relativa a una variable económica utilizada habitualmente como indicador de la evolución de la inflación: el Indice de Precios al Consumo.

II. Valoración de la capacidad predictiva

Por valoración de la capacidad predictiva de un modelo de series temporales ha de entenderse el hecho de medir el grado de aproximación o similitud de las predicciones, obtenidas mediante el modelo que intenta reproducir el comportamiento de sus observaciones muestrales, con los valores de las variables en cuestión en períodos futuros y, por tanto, desconocidos del tiempo.

El gráfico de la página siguiente ilustra el método a seguir en cuanto a realizar esa valoración. Se dispone de un período de comportamiento conocido de la serie temporal analizada –el que transcurre de T_1 a T–. En una primera etapa se utiliza únicamente el subperiodo que va de T_1 a T_i, es decir el período muestral no es todo el horizonte temporal conocido de la serie, sino una parte del mismo. Esta primera etapa sirve, de un lado, para identificar, estimar y verificar el modelo (simulación) y, en segundo lado, para realizar predicciones *ex-post* (cuando son conocidos los valores reales a los que se refieren las predicciones) con origen T_i, y para el período conocido que va de T_{i+1} a T. Estas predicciones *ex-post* sirven para valorar la capacidad predictiva del modelo propuesto, a partir de unos criterios que más adelante se definirán.

La segunda etapa consiste en utilizar todo el período de comportamiento conocido de la serie analizada $-T_1$ a $T-$ y obtener las predicciones *ex-ante* (cuando no son conocidos los valores reales a que se refieren las predicciones) con origen T hasta el período T_h.

GRAFICO-1

```
---------------------------------------------------------------------------------------------
:          :                                                               :   II ETAPA     :
: T   A    :                                                               : (PREDICCION    :
: I   N    :                 II ETAPA (SIMULACION)                         :  EX-ANTE)      :
: P   A    : ------------------------------^------------------------------ : ------^------  :
: O   L  < :                                           :  I ETAPA          :                :
:     I    :                                           : (PREDICCION       :                :
:     S    :        I ETAPA  (SIMULACION)              :  EX-POST)         :                :
: D   I    : ------------------^---------------------  : ------^------     :                :
: E   S    :                                           :                   :                :
---------------------------------------------------------------------------------------------
:          :T1                                       Ti:Ti+1              T:              Th:
---------------------------------------------------------------------------------------------
:          :                                                               :                :
: P   M    : ------------------------------^------------------------------ :                :
: E   U    :     II ETAPA (PERIODO INCLUIDO EN LA MUESTRA)                 :                :
: R   E    :                                                               :                :
: I   S  < : ------------------^---------------------  : ------^------     :                :
: O   T    :  I ETAPA (PERIODO INCLUIDO EN LA MUESTRA  :  I ETAPA          :                :
: D   R    :                                           : (PERIODO NO       :                :
: O   A    :                                           :  INCLUIDO)        :                :
:          : ------------------------------^------------------------------ : ------^------  :
:          :         PERIODO DE COMPORTAMIENTO CONOCIDO                    :   PERIODO      :
:                                                                          :  NO CONOCIDO   :
---------------------------------------------------------------------------------------------
```

a) *Predicciones no adaptadas y predicciones adaptadas*

En primer lugar, y como paso previo a la descripción de los criterios, que permitirán realizar la valoración de la capacidad predictiva de los modelos de series temporales, es necesario definir sobre qué tipos de predicciones es conveniente basarse. Como es sabido, la metodología propuesta por Box y Jenkins permite obtener, a partir de los modelos *ARIMA*, predicciones para períodos sucesivos del tiempo, operando debidamente en la expresión[4]:

$$\phi_p(B)\,\Phi_p(B)\,\Delta^d\,\Delta_x^D\,\underline{X}_{T_i+N} = \theta_q(B)\,\Theta_Q(B)\underline{\epsilon}_{T_i+N} \qquad (1)$$

4. Ver GRANGER y NEWBOLD (1977) pp. 150-162.

$$\text{donde } \underline{X}_{T_i+N} = < \begin{cases} \hat{X}_{T_i}(N) \text{ si } N>0 \\ X_{T_i+N} \text{ si } N\leqslant 0 \end{cases} \quad \text{y}$$

$$\underline{\epsilon}_{T_i+N} = < \begin{cases} 0 & \text{si } N>0 \\ \epsilon_{T_i+N} & \text{si } N\leqslant 0 \end{cases}$$

Llamaremos vector de predicciones *no adaptadas* a X_{T_i} (N), en el sentido de que representa aquellas predicciones que únicamente utilizan la información contenida en el modelo. Pueden obtenerse, uno o más vectores de predicciones *adaptadas*, mediante la incorporación de información extra-muestral no considerada en el modelo, cuando esta es conocida, a partir de la siguiente expresión[5]:

$$\hat{X}_{T_i+j}(h) = \hat{X}_{T_i+j-1}(h+1) + \psi_h \, e_{T_i+j-1}(1) \qquad (2)$$

$$\begin{aligned} \text{con } j &= 0 \quad \text{si } h = 1,2, \ldots\ldots\ldots\ldots, N \\ j &= 1 \quad \text{si } h = 1,2, \ldots\ldots\ldots\ldots, N-1 \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ j &= N-1 \text{ si } h = 1 \end{aligned}$$

donde ψ_h representa el vector de ponderaciones *psi* del modelo estimado tal que:

$$X_t = \sum_{h=0}^{\infty} \psi_h \, \epsilon_{t-h}$$

y donde $e_{T_i+j-1}(1)$ es el error de predicción definido como:

5. Idem.

$$e_{T_i+j-1}(1) = X_{T_i+j} - \hat{X}_{T_i+j-1}(1)$$

Volviendo al Gráfico-1 diremos que puede obtenerse, en la primera etapa, un vector de predicciones *ex-post* –con origen T_i y para el período que va de T_{i+1} a T– como resultado de la aplicación directa de la expresión (1). Estas predicciones son a su vez predicciones *no adaptadas* tal como han sido definidas anteriormente. Utilizando la información conocida –que va de T_{i+1} a T– y que no ha sido incluida en la muestra, puede modificarse o corregirse el vector de predicciones inicialmente obtenido, tratándose en este caso de predicciones *adaptadas*. La modificación consiste en ponderar los errores de predicción en los que se ha incurrido inicialmente, tal como se explicita en la expresión (2). El proceso que se ha descrito hasta el momento permite construir una matriz, cuyos elementos no son más que los dos tipos de predicciones a que hemos hecho referencia (*adaptadas y no adaptadas*) con la siguiente estructura:

$$\left|\begin{array}{cccccc}
\hat{X}_{T_i}(1) & & & & & \\
\hat{X}_{T_i}(2) & \hat{X}_{T_i+1}(1) & & & & \\
\vdots & \vdots & \ddots & & & \\
 & & & \hat{X}_{T_i+N-p}(1) & & \\
 & & & & \ddots & \\
\hat{X}_{T_i}(N-1) & \hat{X}_{T_i+1}(N-2) & \cdots & \cdots & \hat{X}_{T_i+N-2}(1) & \\
\hat{X}_{T_i}(N) & \hat{X}_{T_i+1}(N-1) & \cdots & \cdots & \hat{X}_{T_i+N-2}(2) & \hat{X}_{T_i+N-1}(1)
\end{array}\right|$$

De dicha matriz nos interesan obtener dos tipos de vectores. El primero de ellos, compuesto por los elementos de su primera columna (predicciones *no adaptadas* y *ex-post* con origen T_i). El segundo, compuesto por los elementos de su diagonal principal (predicciones *adaptadas* un período en adelante respecto al origen de predicción T_i). Esto es, formalmente:

$\hat{X}_{T_i}$ (j) con j = 1,2, ..., N (predicciones *no adaptadas*)

$\hat{X}_{T_i+j_a}$ (1) con j_a = 0,1, ..., N–1 (predicciones *adaptadas*) la comparación de estos dos vectores con el correspondiente vector de valores reales u observados, formalmente:

$$\hat{\underset{\sim}{X}}_{T_i+j} \qquad \text{con } j = 1,2, \ldots\ldots\ldots\ldots, N$$

proporcionará dos vectores de errores de predicción como:

$$\underset{\sim}{e}_{T_i}(j) = \underset{\sim}{X}_{T_i+j} - \hat{\underset{\sim}{X}}_{T_i}(j) \quad \text{y} \quad \underset{\sim}{e}_{T_i+j_a}(1) = \underset{\sim}{X}_{T_i+j} - \hat{\underset{\sim}{X}}_{T_i+j_a}(1)$$

$$\text{con } j = 1,2, \ldots\ldots\ldots\ldots, N$$
$$\text{con } j_a = 0,1, \ldots\ldots\ldots\ldots, N-1$$

La valoración de la capacidad predictiva del modelo analizado podrá realizarse a partir del análisis del comportamiento de los mencionados vectores de predicción.

b) ***Criterios de valoración***[6]

1. Criterio del Error Cuadrático medio y su raíz.

$$\text{E.C.M.} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} e_t^2 \qquad e_t \rightarrow \text{error de predicción}$$

$$\text{R.E.C.M.} = \sqrt{\text{E.C.M.}}$$

Este criterio, el más simple de los utilizados, da una aproximación acerca del ajuste de las predicciones, en función de cuales son los errores de predicción cometidos. De ahí, un modelo será preferible a otro, caso de proporcionar un menor E.C.M.

6. Una descripción más detallada que la que aquí se expone, en relación a dichos criterios de valoración puede verse en ARCARONS (1982).

2. Coeficiente de Desigualdad de Theil.

El Coeficiente de Desigualdad de Theil, propuesto y revisado por este autor en THEIL (1975), se expresa según:

$$U^2 = \frac{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} e_t^2}{\left(\left(\frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} X_t^2\right)^{1/2} + \left(\frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} P_t^2\right)^{1/2} \right)^2}$$

e_t –> error de predicción
X_t –> valor real u observado
P_t –> predicciones

Por propia construcción $1 \leqslant U^2 \leqslant 0$ considerándose más acertadas aquellas predicciones que proporcionan un Coeficiente de Desigualdad cercano a cero. El interés de su cálculo viene determinado por el hecho de permitir una descomposición en tres fuentes de error diferenciadas: error sistemático (diferencia de medias), error asistemático (diferencia de varianzas) y error de correlación (coeficiente de correlación), cada una de las cuales es informativa de distintas causas del desajuste de las predicciones[7]. Así:

$$1)\ U^M = \frac{(\bar{X}-\bar{P})^2}{D} \qquad 2)\ U^V = \frac{(S_x - S_p)^2}{D}$$

$$3)\ U^C = \frac{2(1-R^2)\, S_x\, S_p}{D}$$

donde

$\bar{X}$ y $\bar{P}$ son las respectivas medias
S_x y S_p son las respectivas desviaciones estandart
R^2 es el coeficiente de correlación
y D es el mismo denominador que en la expresión inicial

7. Para una idea en profundidad ver THEIL (1975). Una referencia en castellano muy ilustrativa de este criterio de valoración puede encontrarse en PULIDO (1983) pp. 192-199.

Sin embargo, debe advertirse que este criterio de valoración ha estado sometido a diferentes críticas, puesto que bajo determinadas circunstancias presenta sesgo hacia el valor cero[8].

3. Criterio de Mincer-Zarnowitz

El criterio que proponen MINCER y ZARNOWITZ (1969) consiste en realizar una regresión entre los valores observados y las predicciones:

$$X_t = \alpha + \beta P_t + \epsilon_t \qquad \begin{array}{l} X_t \;-> \text{valores observados} \\ P_t \;-> \text{predicciones} \end{array}$$

Este criterio mide la calidad del ajuste predictivo en función de los valores estimados de α y β. Considerándose ajustadas aquellas predicciones que proporcionen una estimación cercana a cero para $\hat{\alpha}$ y cercana a la unidad para $\hat{\beta}$. La principal ventaja que aducen sus autores, frente a los anteriores criterios de valoración, es que permite obtener información adicional acerca del comportamiento de las predicciones, dado que la regresión viene acompañada de un contraste de significación de los parámetros estimados, del valor del coeficiente de determinación, etc.

4. Criterio P.M.

El criterio P.M. propuesto por GRANGER y NEWBOLD (1977) surge de la descomposición en diferentes partes del comportamiento de la varianza del error de predicción. Siguiendo a estos autores:

$$E(X_t - P_t)^2 = (\mu_x - \mu_p)^2 + (\sigma_x - \rho\sigma_p)^2 + (1-\rho^2)$$

La minimización de esta expresión estará condicionada a:

8. Una exposición detallada de las causas del sesgo del Coeficiente de Desigualdad de Theil se halla en GRANGER y NEWBOLD (1977) pp. 281-282.

$$(1-\rho^2) = 0$$

De ahí:

$$PM = (1-\rho^2)$$

y por construcción:

$$0 \leqslant PM \leqslant 1$$

Considerándose más ajustadas aquellas predicciones para las cuales PM es más cercano a cero.

III. Soporte informático

En este apartado describiremos un procedimiento que permite automatizar la etapa de predicción, en la especificación de los modelos univariantes de series temporales. Dicho procedimiento está basado en la utilización de un lenguaje informático aplicable al sistema operativo del ordenador utilizable por la Universidad de Barcelona[9]. Para su funcionamiento se requieren tres tipos de información diferenciada:

1) Tipo de paquete estadístico que va a ser utilizado (BMDP, SPSS-X o SCA).

2) Características de la variable –serie temporal– que se pretende analizar (transformaciones, tipo de modelo ARIMA, etc.).

3) Características de las predicciones que se pretenden obtener (período muestral no incluido, predicciones ex-ante o ex-post, predicciones adaptadas o no adaptadas, etc.).

El cuadro que aparece en la parte inferior de esta misma página ilustra como se obtiene dicha información[10]. En nuestro supuesto, se ha escogido el paquete SCA; en relación a las características de la serie analizada, puede verse que se utiliza la transformación logarítmica, siendo el modelo ARIMA propuesto:

$$(1-\phi_1 B-\phi_2 B^2-\phi_3 B^3)\, \Delta^2 \Delta_6 LX_t = (1-\theta_6 B^6)\, \epsilon_t$$

9. Nos estamos refiriendo a los lenguajes de comandos EXEC. Para una descripción en detalle ver IBM (1979) y IBM (1983).

10. En esta primera etapa se hace igualmente uso del editor de pantalla o "panel". Ver IBM (1979).

En cuanto al análisis de las predicciones, se disponen de 120 observaciones, de las cuales 12 se reservan para valorar las predicciones ex-post, utilizando a su vez, los dos tipos de predicciones a que hemos hecho referencia: adaptadas y no adaptadas.

```
---------------------------------------------------------------------
!                                                                   !
!                         ! BMDP     =  1                           !
! 1) PROGRAMA A UTILIZAR <  SCA      =  2          2                !
!                         ! SPSS-X   =  3                           !
!                                                                   !
!                                                                   !
!                       ! NUM. DIF. REGULARES       = 1,1           !
! 2) CARACTERISTICAS    ! NUM. Y ORDEN DIF. EST. = 1,6              !
!    DE LA SERIE       <  DESV. RESP. A LA MEDIA = NO               !
!    ANALIZADA          ! TRANS. PARA HETEROSC.    = 1              !
!                       ! (0=NO 1=LOG. 2=INV. 3=RAIZ)               !
!                                                                   !
!                                                                   !
!  TIPO DE MODELO ==>  ARIMA(3,2,0) (0,1,1)     EST.= 6             !
!                                                                   !
!                                                                   !
! 3)   NUM. OBSERV.                   NUM. OBSERV.                  !
!      DISPONIBLES =   120     UTILIZABLES =     108                !
!                                                                   !
!                                                                   !
!      TIPO DE PREDICCIONES  ! NO ADAPTADAS  =  1                   !
!              A            <   ADAPTADAS    =  2        3          !
!          OBTENER           !   AMBAS       =  3                   !
!                                                                   !
---------------------------------------------------------------------
```

IV. Una aplicación a la serie del índice de precios de consumo

Presentamos a continuación una ilustración real relativa al Indice de Precios de Consumo (IPC). Dicha serie económica constituye el instrumento idóneo, utilizado frecuentemente en estudios de coyuntura económica, para el análisis de la evolución de la inflación. De ahí que sea conveniente un exhaustivo análisis, que permita disponer de un modelo univariante de series temporales que proporcione ajustadas predicciones a corto plazo.

En ese sentido, y siguiendo el esquema anteriormente propuesto para realizar la valoración de la capacidad predictiva del modelo, debe justificarse, en primer lugar, un modelo univariante, que haya superado satisfactoriamente las habituales etapas de identificación, estimación y comprobación, a partir del cual, en segundo lugar, pueda plantearse un detallado estudio de las predicciones a corto plazo, que a partir de él se obtienen.

Para esa primera fase, se ha contado con la serie mensual homogénea que publica el Instituto Nacional de Estadística (base 1976=100), concerniente al período enero-76 a noviembre-85, que cubre un horizonte temporal de 119 observaciones. Sin embargo, para efectuar la valoración de la capacidad predictiva han sido utilizadas únicamente las 107 primeras observaciones, reservando las 12 restantes (noviembre-84 a noviembre-85) para comparar los resultados ex-post del modelo.

En aras a efectuar la especificación y estimación de dicho modelo univariante, se ha partido de la transformación relevante de la serie original, esto es, $\Delta\ \Delta_{12}$ $LIPC_t$ –la serie IPC_t original no es estacionaria ni en media ni en varianza– cuyo comportamiento en términos de las funciones de autocorrelación simple y parcial se recoge en la siguiente página. A partir de aquí, puede proponerse la estimación del modelo ARIMA $(1,1,0) \times (0,1,1)_{12}$, plenamente justificado a la vista de los mencionados correlogramas.

Los resultados relativos a la estimación del modelo por máxima verosimilitud (utilizando las facilidades del paquete estadístico SCA) se recogen en la página 17.

En los términos de las habituales pruebas estadísticas, dicha estimación resulta acertada. En efecto, la significación de los parámetros (autorregresivo y media móvil estacional) es plenamente satisfactoria (t^1_{93} = 4.08 y t^2_{93} = 11.65 respectivamente). Asimismo, la correspondiente matriz de correlación de los parámetros estimados no presenta elementos significativos, que pudieran afectar dicha estimación. El ajuste del modelo, en términos de la suma de cuadrados original (15.196) y de la residual (0.00312) es también plenamente aceptable, siendo igualmente reducido el error estandard residual (0.00579).

Por otra parte, es también interesante analizar el comportamiento de los residuos estimados. En ese sentido, las funciones de autocorrelación simple y parcial, que se recogen en la página 18, no muestran evidencia en contra del supuesto de que dichos residuos se comporten según el esquema de ruido blanco esperado (no existen retardos significativos ni se aprecia ninguna estructura). A su vez, el estadístico Q, utilizado en el contraste de correlación serial, tampoco resulta significativo en los retardos 12, 24 y 36 (9.1, 24.8 y 30.7 respectivamente).

Finalmente, la representación temporal de los residuos estimados, que se recoge en la página anterior, permite observar que tan solo los correspondientes a los órdenes 18, 20 y 91 sobresalen de las bandas de confianza, establecidas a partir de ±2E.S., siendo éste, un argumento más en favor del modelo especificado.

```
DIFFERENCE ORDERS. . . . . . . . . . . . (1-B^1) (1-B^12)
STANDARD DEVIATION OF THE SERIES . . .          0.0078
MEAN OF THE (DIFFERENCED) SERIES . . .         -0.0009
STANDARD DEVIATION OF THE MEAN . . . .          0.0008

            AUTOCORRELATIONS                                                 PARTIAL AUTOCORRELATIONS

 1- 9    .26  .07 -.12  .09  .06 -.06 -.12  .06  .10              1- 9    .26 -.00 -.14  .17  .01 -.13 -.04  .14  .02
ST.E.    .10  .11  .11  .11  .11  .11  .11  .11  .11              ST.E.   .10  .10  .10  .10  .10  .10  .10  .10  .10

10-18   -.00 -.15 -.39 -.09 -.04 -.05 -.12  .01  .03              10-18  -.08 -.09 -.37  .09 -.01 -.14  .02  .08 -.11
ST.E.    .12  .12  .12  .13  .13  .13  .13  .13  .13              ST.E.   .10  .10  .10  .10  .10  .10  .10  .10  .10

19-27   -.06 -.09  .03 -.01  .01 -.11  .09 -.01  .04              19-27  -.16  .14  .09 -.21  .03 -.22  .13 -.10 -.05
ST.E.    .13  .13  .13  .13  .13  .13  .14  .14  .14              ST.E.   .10  .10  .10  .10  .10  .10  .10  .10  .10

28-36    .00  .02  .09  .10 -.06 -.13  .05  .04  .08              28-36   .07 -.01  .06 -.11 -.04 -.04  .06 -.09 -.08
ST.E.    .14  .14  .14  .14  .14  .14  .14  .14  .14              ST.E.   .10  .10  .10  .10  .10  .10  .10  .10  .10

-1.0 -0.8 -0.6 -0.4 -0.2  0.0  0.2  0.4  0.6  0.8  1.0            -1.0 -0.8 -0.6 -0.4 -0.2  0.0  0.2  0.4  0.6  0.8  1.0
 +----+----+----+----+----+----+----+----+----+----+               +----+----+----+----+----+----+----+----+----+----+
                     +    IXXXX+XX                      1                            +    IXXXX+XX
                     +    IXX  +                        2                            +    I    +
                     +  XXXI   +                        3                            +XXXXI    +
                     +    IXX  +                        4                            +    IXXXX+
                    +     IXX   +                       5                            +    I    +
                    +    XI     +                       6                            + XXXI    +
                    +  XXXI     +                       7                            +   XI    +
                    +     IXX   +                       8                            +    IXXX +
                    +     IXX   +                       9                            +    I    +
                    +     I     +                      10                            +  XXI    +
                    + XXXXI     +                      11                            +  XXI    +
                XXXX+XXXXXI     +                      12                        XXXX+XXXXI    +
                    +   XXI     +                      13                            +    IXX  +
                    +    XI     +                      14                            +    I    +
                    +    XI     +                      15                            + XXXI    +
                    +  XXXI     +                      16                            +    I    +
                   +      I      +                     17                            +    IXX  +
                   +      IX     +                     18                            + XXXI    +
                   +    XXI      +                     19                            +XXXXI    +
                   +    XXI      +                     20                            +    IXXX +
                   +      IX     +                     21                            +    IXX  +
                   +      I      +                     22                            XXXXXI    +
                   +      I      +                     23                            +    IX   +
                   +   XXXI      +                     24                            XXXXXI    +
                   +      IXX    +                     25                            +    IXXX +
                   +      I      +                     26                            + XXXI    +
                   +      IX     +                     27                            +   XI    +
                   +      I      +                     28                            +    IXX  +
                   +      IX     +                     29                            +    I    +
                   +      IXX    +                     30                            +    IX   +
                   +      IXX    +                     31                            + XXXI    +
                   +     XI      +                     32                            +   XI    +
                   +   XXXI      +                     33                            +   XI    +
                   +      IX     +                     34                            +    IXX  +
                   +      IX     +                     35                            +  XXI    +
                   +      IXX    +                     36                            +  XXI    +
```

```
MAXIMUM NUMBER OF ITERATIONS  10 REACHED

TOTAL NUMBER OF ITERATIONS . . . . . . . . . . . . .             14
RELATIVE CHANGE IN (OBJECTIVE FUNCTION)**0.5 . . . 0.3715D-05
MAXIMUM RELATIVE CHANGE IN THE ESTIMATES . . . . . 0.1208D-02
RELATIVE CHANGE IN THE STANDARD ERROR. . . . . . . 0.2439D-03

     REDUCED CORRELATION MATRIX OF PARAMETER ESTIMATES

              1       2
         1   1.00
         2    .      1.00

     SUMMARY FOR UNIVARIATE TIME SERIES MODEL --   MIPC
```

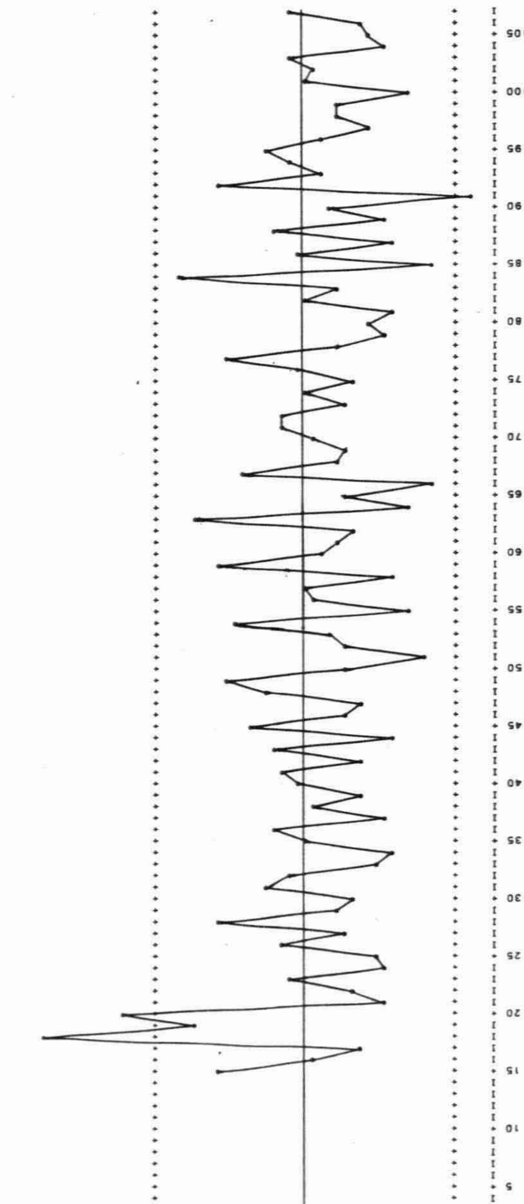
VARIABLE	TYPE OF VARIABLE	ORIGINAL OR CENTERED	DIFFERENCING
LIPC	RANDOM	ORIGINAL	$(1-B^{1})(1-B^{12})$

PARAMETER LABEL	VARIABLE NAME	NUM./ DENOM.	FACTOR	ORDER	CONS- TRAINT	VALUE	STD ERROR	T VALUE
1 T112	LIPC	MA	1	12	NONE	.8000	.0686	11.65
2 P11	LIPC	AR	1	1	NONE	.3923	.0961	4.08

```
TOTAL SUM OF SQUARES . . . . . . . . .   0.151962D+02
TOTAL NUMBER OF OBSERVATIONS . . . .              107
RESIDUAL SUM OF SQUARES. . . . . . .    0.312089D-02
R-SQUARE . . . . . . . . . . . . . .            1.000
EFFECTIVE NUMBER OF OBSERVATIONS . .               93
RESIDUAL VARIANCE ESTIMATE . . . . .    0.335579D-04
RESIDUAL STANDARD ERROR. . . . . . .    0.579292D-02

          13 FORECASTS, BEGINNING AT  107
```

TIME	FORECAST	STD. ERROR	ACTUAL
108	5.8305	0.0058	5.8225
109	5.8512	0.0099	5.8406
110	5.8593	0.0134	5.8476
111	5.8710	0.0163	5.8542
112	5.8832	0.0188	5.8648
113	5.8923	0.0211	5.8679
114	5.9002	0.0231	5.8662
115	5.9143	0.0250	5.8718
116	5.9247	0.0268	5.8738
117	5.9328	0.0284	5.8847
118	5.9461	0.0300	5.8897
119	5.9533	0.0315	5.8977

```
                    STANDARD DEVIATION OF THE SERIES . . .        0.0052
                    MEAN OF THE (DIFFERENCED) SERIES . . .       -0.0010
                    STANDARD DEVIATION OF THE MEAN . . . .        0.0005

            AUTOCORRELATIONS                                             PARTIAL AUTOCORRELATIONS

 1- 9   -.10  .10 -.15  .12 -.02 -.04 -.12  .10  .04          1- 9   -.10  .09 -.13  .09  .02 -.08 -.10  .08  .06
ST.E.    .10  .10  .11  .11  .11  .11  .11  .11  .11          ST.E.   .10  .10  .10  .10  .10  .10  .10  .10  .10
  Q      1.0  1.9  4.2  5.6  5.6  5.7  7.2  8.1  8.3

10-18    .04  .03 -.07  .11  .01 -.02 -.12  .08  .05          10-18   .01  .07 -.08  .08  .05 -.04 -.09  .08  .07
ST.E.    .11  .11  .11  .11  .11  .11  .11  .12  .12          ST.E.   .10  .10  .10  .10  .10  .10  .10  .10  .10
  Q      8.5  8.6  9.1 10.5 10.5 10.6 12.2 13.0 13.3

19-27   -.07 -.08  .08 -.04  .10 -.13  .16 -.11  .07          19-27  -.12 -.04  .09 -.10  .08 -.05  .12 -.10  .01
ST.E.    .12  .12  .12  .12  .12  .12  .12  .12  .12          ST.E.   .10  .10  .10  .10  .10  .10  .10  .10  .10
  Q     13.9 14.7 15.4 15.6 16.9 19.1 22.4 24.1 24.8

28-36   -.05  .04  .03  .07 -.07 -.11  .06  .01  .09          28-36   .03  .01  .10  .01 -.06 -.12  .08  .01  .05
ST.E.    .12  .12  .12  .12  .13  .13  .13  .13  .13          ST.E.   .10  .10  .10  .10  .10  .10  .10  .10  .10
  Q     25.1 25.4 25.5 26.2 26.9 28.7 29.3 29.3 30.7

-1.0 -0.8 -0.6 -0.4 -0.2  0.0  0.2  0.4  0.6  0.8  1.0         -1.0 -0.8 -0.6 -0.4 -0.2  0.0  0.2  0.4  0.6  0.8  1.0
  +----+----+----+----+----+----+----+----+----+----+             +----+----+----+----+----+----+----+----+----+----+
                      + XXXI    +                       1                             + XXXI    +
                      +    IXX  +                       2                             +    IXX  +
                      +XXXXI    +                       3                             + XXXI    +
                      +    IXXX +                       4                             +    IXX  +
                      +    I    +                       5                             +    IX   +
                      +   XI    +                       6                             +  XXI    +
                      + XXXI    +                       7                             + XXXI    +
                      +    IXX  +                       8                             +    IXX  +
                      +    IX   +                       9                             +    IXX  +
                      +    IX   +                      10                             +    I    +
                      +    IX   +                      11                             +    IXX  +
                      +  XXI    +                      12                             +  XXI    +
                     +     IXXX  +                     13                             +    IXX  +
                     +     I     +                     14                             +    IX   +
                     +    XI     +                     15                             +   XI    +
                     +  XXXI     +                     16                             +  XXI    +
                     +     IXX   +                     17                             +    IXX  +
                     +     IX    +                     18                             +    IXX  +
                     +   XXI     +                     19                             + XXXI    +
                     +   XXI     +                     20                             +   XI    +
                     +     IXX   +                     21                             +    IXX  +
                     +    XI     +                     22                             + XXXI    +
                     +     IXX   +                     23                             +    IXX  +
                     +  XXXI     +                     24                             +   XI    +
                     +     IXXXX +                     25                             +    IXXX +
                     +  XXXI     +                     26                             + XXXI    +
                     +     IXX   +                     27                             +    I    +
                     +    XI     +                     28                             +    IX   +
                     +     IX    +                     29                             +    I    +
                     +     IX    +                     30                             +    IXX  +
                     +     IXX   +                     31                             +    I    +
                     +   XXI     +                     32                             +   XI    +
                     +  XXXI     +                     33                             + XXXI    +
                     +     IXX   +                     34                             +    IXX  +
                     +     I     +                     35                             +    I    +
                     +     IXX   +                     36                             +    IX   +
```



Una vez obtenido y justificado el modelo univariante, puede pasarse a la obtención y análisis de sus predicciones. A tal efecto, se han calculado 12 predicciones con origen noviembre-84 (última observación contenida en la muestra efectivamente estimada), que pueden ser comparadas con los respectivos valores reales u observados, no incluidos en la estimación. Dichas predicciones constituyen predicciones ex-post y no adaptadas, en los términos definidos con anterioridad. Paralelamente, también han sido calculadas las correspondientes predicciones ex-post y adaptadas.

Ambos tipos de predicciones aparecen recogidas en la página siguiente, junto a los cálculos relativos a los criterios de valoración para el ajuste predictivo que han sido descritos en apartados anteriores.

En cuanto al vector de predicciones ex-post y no adaptadas, destaca la excelente bondad de su ajuste, tanto en términos de los mínimos porcentajes de error obtenidos como, a su vez, por los bajos valores que se observan para cualquiera de los criterios de valoración contemplados. Así se tiene que, para los doce períodos de predicción analizados, el porcentaje de error se sitúa por debajo del 1% . Pudiéndose apreciar, igualmente, el crecimiento que experimentan los errores de predicción a medida que estos se alejan de su origen, efecto esperado y plenamente acorde con las propiedades teóricas de dichos errores. En cuanto a los criterios de valoración, cabe destacar el reducido valor que se obtiene en relación al E.C.M. (0.0013) y al Coeficiente de Desigualdad de Theil. Sin embargo, para este último, conviene matizar, que en términos de su descomposición se observa un valor sensiblemente elevado para el error sistemático (diferencia de medias) que contribuye en más de tres cuartas partes (0.76) a dicha descomposición; siendo, también, sensiblemente reducido el valor obtenido en cuanto a error de correlación (0.023), que se aleja del valor óptimo unitario. Por otro lado, el criterio PM se sitúa en un valor muy aceptable (0.039), mientras que, en relación al criterio que proponen Mincer y Zarnowitz, cabe señalar que las hipótesis de partida $\alpha = 0$ y $\beta = 1$ se rechazan al 0.05 y 0.01 de significación.

Por otra parte, del análisis relativo al vector de predicciones ex-post y adaptadas un período en adelante, es conveniente señalar, que se consiguen los objetivos previstos con el cálculo de este tipo de predicciones, esto es, analizar la capacidad de adaptación del modelo en base a ponderar las predicciones erróneas. En ese sentido puede observarse, la sensible disminución en relación a los porcentajes de error, que para ninguno de los doce períodos analizados supera ahora el 0.2% . De la misma forma, también es interesante observar los cambios que experimentan los distintos criterios de valoración. Así se tiene, en relación al E.C.M. (0.00003) una sensible reducción, bien parecida a la observada

	VALOR REAL	PREDICCIO	ERROR	PERC. D'ERROR
1	5.8225	5.8305	-0.0080	0.14%
2	5.8406	5.8512	-0.0106	0.18%
3	5.8476	5.8593	-0.0117	0.20%
4	5.8542	5.8710	-0.0168	0.29%
5	5.8648	5.8832	-0.0184	0.31%
6	5.8679	5.8923	-0.0244	0.42%
7	5.8662	5.9002	-0.0340	0.58%
8	5.8718	5.9143	-0.0425	0.72%
9	5.8738	5.9247	-0.0509	0.87%
10	5.8847	5.9328	-0.0481	0.82%
11	5.8897	5.9461	-0.0564	0.96%
12	5.8977	5.9533	-0.0556	0.94%

	VALOR REAL	PREDICCIO ADAPTADA	ERROR ADAPTAT	PERCENTATGE D'ERROR
1	5.8225	5.8305	-0.0080	0.14%
2	5.8406	5.8401	0.0005	0.01%
3	5.8476	5.8477	-0.0001	0.00%
4	5.8542	5.8589	-0.0047	0.08%
5	5.8648	5.8644	0.0004	0.01%
6	5.8679	5.8733	-0.0054	0.09%
7	5.8662	5.8734	-0.0072	0.12%
8	5.8718	5.8765	-0.0047	0.08%
9	5.8738	5.8789	-0.0051	0.09%
10	5.8847	5.8786	0.0061	0.10%
11	5.8897	5.8991	-0.0094	0.16%
12	5.8977	5.8936	0.0041	0.07%

PESOS 'PSI' DEL MODEL ESTIMAT					
1.3922	1.5462	1.6066	1.6305	1.6394	1.6434
1.6444	1.6455	1.6455	1.6456	1.6455	1.8455

CRITERI ERROR QUADRATIC MITJA	
E.Q.M. =	0.001306
A.Q.E.Q.M. =	0.036134

CRITERI ERROR QUADRATIC MITJA	
E.Q.M. =	0.000030
A.Q.E.Q.M. =	0.005459

COEFICIENT DE DESIGUALTAT DE THEIL	
U(TOTAL) =	0.00307
U(BIAIX) =	0.75753
U(DISPE) =	0.21932
U(CORRE) =	0.02316

COEFICIENT DE DESIGUALTAT DE THEIL	
U(TOTAL) =	0.00047
U(BIAIX) =	0.26107
U(DISPE) =	0.01669
U(CORRE) =	0.72224

CRITERI 'PM'
'P.M.' = .03915

CRITERI 'PM'
'P.M.' = .05256

```
CRITERI DE MINCER-ZARNOWITZ
VALORS REALS =     2.702  +  0.536  (PREDICCIONS)
     E.S.   ==> ( 0.202)   ( 0.034)
     T(10)  ==> ( 13.38)   ( 15.67)
     COEF. DETERMINACIO = .9609
     SUMA DE QUADRATS   =     0.000
```

```
CRITERI DE MINCER-ZARNOWITZ
VALORS REALS =    -0.050  +  1.008  (PREDICCIONS)
     E.S.   ==> ( 0.441)   ( 0.075)
     T(10)  ==> ( -0.11)   ( 13.43)
     COEF. DETERMINACIO = .9474
     SUMA DE QUADRATS   =     0.000
```

en términos del Coeficiente de Desigualdad de Theil (0.00047). No obstante, para este último, es más destacable el análisis en cuanto a su descomposición, puesto que se invierten los valores de su contribución; así, el error sistemático (0.26) es ahora notoriamente menor al anterior caso, mientras que el error de correlación (0.72) se sitúa más cercano a su valor representativo. Por su parte, el criterio PM (0.05) también es demostrativo del acierto de tales predicciones adaptadas. Y, finalmente, cabe destacar la mejora que experimenta la regresión entre valores observados y predicciones adaptadas, puesto que ahora sí son aceptadas las hipótesis $\alpha = 0$ y $\beta = 1$ a cualquiera de los niveles de significación habituales.

Por último, puesto que el modelo especificado para reproducir el comportamiento de la serie del Indice de Precios de Consumo, ha superado convenientemente la etapa de simulación y predicción ex-post, y ha demostrado, igualmente, una eficiente capacidad adaptativa, pueden avanzarse los resultados de sus predicciones ex-ante (origen XI-85), reestimando el modelo con la inclusión de las 12 observaciones reservadas. Dichos resultados han sido los siguientes:

PERIODO	LIM. INF.	PREDICCION	LIM. SUP.
XII–85	365.1	369.3	373.6
I–86	369.4	376.8	384.3
II–86	369.6	379.6	389.9
III–86	371.3	383.5	396.2
IV–86	373.7	387.9	402.8
V–86	374.8	390.8	407.6

En relación a estos últimos resultados, que tienen un cierto interés en cuanto a analizar la previsible evolución en los cinco primeros meses del año 1986, del Indice de Precios de Consumo, cabe señalar dos cuestiones importantes. En primer lugar, el hecho de que no existen diferencias significativas entre esos resultados previstos y los que se observan para igual período en el anterior año, puesto que las tasas de crecimiento mes a mes permanecen sensiblemente constantes. Así, para el año 1985 éstas fueron (3.3, 0.7, 0.7, 1.1, y 0.3), por su parte, a partir de las predicciones efectuadas éstas se sitúan en (2.03, 0.7, 1.03, 1.1 y 0.75 respectivamente). En segundo lugar, cabe señalar que el resultado aludido sería altamente positivo, en el sentido de que el modelo propuesto reproduce un comportamiento estable para dicha serie, no obstante, debe tenerse en cuenta un elemento relevante –por otra parte no previsto en el propio modelo– como es la entrada en vigor en nuestro país del

I.V.A., que sin lugar a dudas tendrá efectos distorsionadores en el comportamiento de la serie analizada. Por ello, dichas predicciones deben ser interpretadas, en este caso, como indicadores no condicionados a los posibles efectos alcistas, que como mínimo son esperados para los meses de enero y febrero del presente año.

BIBLIOGRAFÍA

ANDERSON, O.D. (1976): *Time Series Analysis and Forecasting. The Box-Jenkins approach*. Butterworths. London.

ARCARONS, J. (1982): *Valoració de la capacitat predictiva en els models de series temporals: una aplicació al cas espanyol.* Tesina de Licenciatura. Universitat de Barcelona.

AUTOBJ (1978): *AUTOBJ Reference Manual.* Infonet.

BMDP (1983): *BMDP Statistical Software, User's Manual.* Revised Printing. University of California Press. Los Angeles.

BOX, G.E.P. y G.M. JENKINS (1976): *Time Series Analysis: Forecasting and Control.* Revised Edition. Holden Day. San Francisco.

GRANGER, C.W.J. y P. NEWBOLD (1977): *Forecasting Economic Time Series.* Academic Press. New York.

IBM (1979): *Virtual Machine facility/370: CMS User's guide.* International Bussines Machines Corporations. New York. Second Edition.

IBM (1983): *System Product Interpreter User's Guide: Release 3.* International Bussines Machines Corporations. New York.

MINCER, J. y V. ZARNOWITZ (1969): *The evaluation of economic forecasts,* en la obra de J. Mincer: *Economic Forecasts and Expetations*. National Bureau of Economic Research. New York.

NELSON, C.R. (1973): *Applied Time Series for Management Forecasting.* Holden Day. San Francisco.

PACK, D.J. (1977): *A Computer Program for The Analysis of Time Series Models using the Box-Jenkins philosophy.* Automatic Forecasting Systems. Matboro.

PULIDO, A. (1983): Modelos Economét

PULIDO, A. (1983): *Modelos Econométricos.* Editorial Pirámide. Madrid.

SCA (1985): *The SCA System for Univariate-Multivariate Time Series and general Statistical Analysis.* Scientific Computing Associates. Dekalb.

SPSS-X (1984): *Statistical Package of Social Sciences. User's Manual.* Mc Graw-Hill. New York.

THEIL, H. (1975): *Economic, Forecasting and Policy.* North-Holland. Amsterdam.