EFECTOS DE RED, ECONOMÍA Y BIOLOGÍA MATEMÁTICA

José Luis Arroyo Barrigüete
Ingeniero Industrial y Licenciado en Estadística

José Ignacio López Sánchez
Doctor en Ciencias Económicas y Empresariales

Concepción Sánchez-Seco Fernández
Ingeniero Químico

INTRODUCCIÓN

A principios de los setenta, Ludwig Von Bertalanffy afirmaba en la prestigiosa revista *Academy of Management Journal* que "La naturaleza interdisciplinar de los conceptos, modelos y principios aplicados a sistemas proporciona una posible aproximación hacia la unificación de la ciencia" (Bertalanffy, 1972). Además del innegable interés del artículo, es también sumamente relevante el hecho de que un reputado biólogo apareciese en una de las más importantes publicaciones del área de la Dirección de Empresas. Sin duda todo un ejemplo a seguir.

De hecho en el ámbito de la Dirección de Empresas, algunos problemas especialmente complejos parecen adecuados para ser abordados desde una óptica multidisciplinar, tal y como trataremos de exponer a lo largo de este trabajo. En concreto veremos cómo ciertos modelos planteados en el ámbito de la Biología Matemática pueden ser aplicados al estudio de las externalidades (o efectos) de red, en unas ocasiones reinterpretando las ecuaciones y en otras efectuando ligeras modificaciones a las mismas.

El tema es demasiado amplio para ser abordado en detalle en un único artículo, por lo que nos limitaremos a dar algunas pinceladas que pongan de manifiesto el considerable potencial de un enfoque integrador en el estudio de los efectos de red.

EFECTOS DE RED: UNA INTRODUCCIÓN

En términos generales, el consumo de un determinado producto reporta cierto valor. En el caso de los productos sujetos a efectos de red, dicho valor se disocia en dos. Por una parte, un valor intrínseco que proviene del consumo del bien en sí mismo y por otra parte, un valor de sincronización que dependerá del número de usuarios que consumen dicho producto. El concepto es muy simple: un teléfono resulta más útil cuanto mayor sea el número de usuarios conectados a la red telefónica, ya que de este modo se podrá establecer comunicación con un mayor número de individuos. Algo similar ocurre con un procesador de textos como Word: resulta más valioso cuanto más extendido esté su uso, ya que de esta forma se incrementan las posibilidades de intercambio electrónico de documentos sin que existan problemas de incompatibilidad. Por tanto tenemos un valor intrínseco, que depende de las características del producto en sí mismo, y un valor de sincronización, que depende de cuántos individuos usen el mismo producto. Este segundo componente es precisamente la clave de los efectos de red, y como acabamos de ver puede darse en una red física como la telefónica, o en una red virtual como la formada por los usuarios de un determinado procesador de texto.

Si bien los efectos de red no son un fenómeno nuevo en Economía, su extraordinaria presencia en el contexto de la Economía Digital ha suscitado un renovado interés entre la comunidad académica. Y es que como afirman Carl Shapiro y Hal R. Varian, dos de los mayores especialistas en mercados electrónicos, "hay una diferencia fundamental entre la nueva y la antigua economía: la vieja economía industrial estaba impulsada por las economías de escala; la nueva economía de la información está impulsada por la economía de las redes" (Shapiro y Varian, 1999: 165).

Los efectos de red se pueden manifestar de tres formas diferentes. El efecto de red directo se experimenta cuando el valor de un bien aumenta con el número de nodos con los que es posible establecer comunicación, tal y como ocurre en el caso el teléfono o el procesador de textos que se acaban de comentar. Pero también puede darse un efecto de red indirecto: al incrementarse el número de usuarios de una red se producirá una bajada de precios (debido a las economías de escala), al tiempo que se incrementará la variedad de productos complementarios y su facilidad de compra, con lo que los potenciales clientes se verán beneficiados. En el caso de una videoconsola, los usuarios de aquella que sea más popular podrán disfrutar de un mayor número de juegos compatibles. Por último es posible hablar de efectos de red de aprendizaje: al aumentar la base de usuarios, se incrementará el número de individuos con conocimientos específicos sobre la tecnología asociada. Estos "expertos", poniendo a disposición de otros consumidores sus conocimientos, favorecen la expansión de la red, de modo que un nuevo usuario logrará un mejor servicio post venta además del consejo de otros usuarios experimentados. Es principalmente este último tipo de efecto de red el que ha provocado que el estándar QWERTY de los teclados no haya sido desplazado por otros teóricamente superiores desde el punto de vista de la usabilidad (como el DVORAK, por ejemplo).

Los efectos de red inducen en los mercados un proceso de realimentación positiva: a mayor número de usuarios, mayor valor de la red, lo que a su vez la hace más atractiva para los potenciales clientes, incrementando así su tamaño. Lógicamente lo contrario ocurre con las redes más pequeñas. Este es el motivo por el que en mercados de redes, las batallas de estándares suelen terminar con la adopción de un único estándar, quedando el resto prácticamente eliminados. Precisamente esta realimentación positiva es la que hizo desaparecer el estándar Betamax, la que hará desaparecer en breve el estándar VHS y la responsable de que Windows ostente una cuota superior al 90% en el mercado los sistemas operativos para PCs.

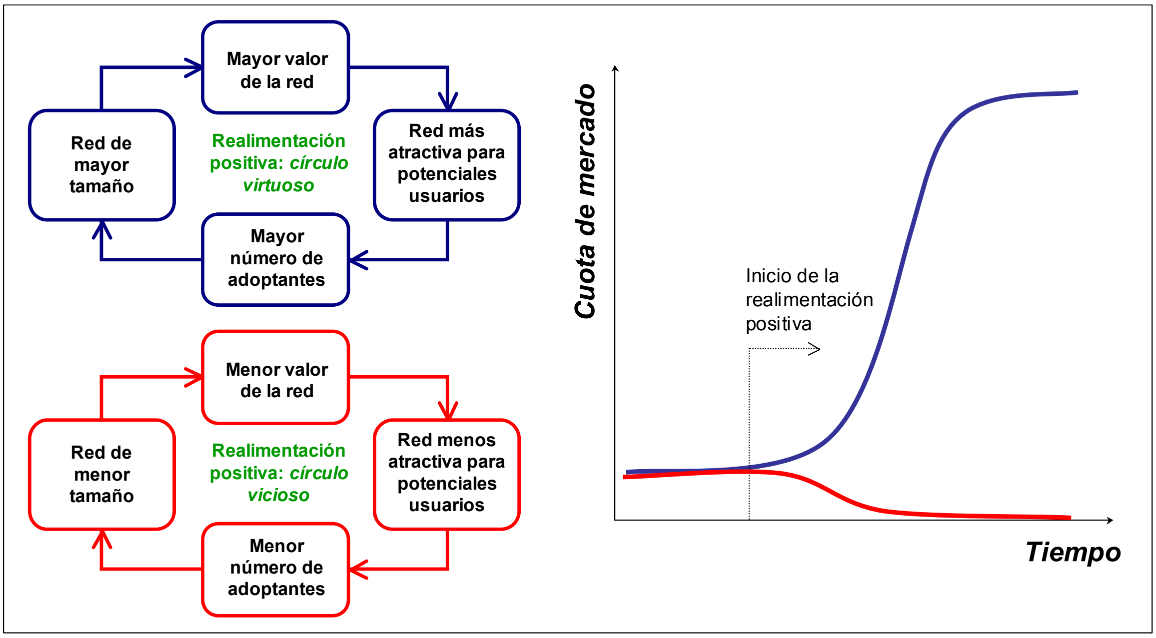

Figura 1
El proceso de realimentación positiva en los mercados de redes (Elaboración propia)

En este sentido hay varias características que aparecen de forma recurrente en mercados sujetos a efectos de red:

- Como se acaba de indicar, existe una fuerte tendencia a la adopción de un único estándar (Pardolesi y Renda, 2004; Economides, 2003; McGee y Sammut, 2002). En presencia de efectos de red, y especialmente si existe incompatibilidad entre los estándares en competencia, la situación natural es la existencia de cuotas de mercado muy distintas.

- La evolución temporal del número de usuarios del estándar vencedor es de tipo sigmoidal (Economides, 2003; Shapiro y Varian, 1999: 170; Loch y Huberman, 1999). Existe una primera etapa de crecimiento lento, debido a que los potenciales usuarios tenderán a esperar hasta que la utilidad crezca lo suficiente antes de adoptar un determinado estándar. En el momento en que se alcanza la denominada masa crítica (Oren *et al.*, 1982) se inicia el proceso de realimentación positiva, generándose un rápido aumento del número de usuarios. La velocidad de crecimiento empieza después a disminuir a medida que se alcanza el tamaño máximo del mercado. Este comportamiento recuerda al de determinados procesos de infección estudiados en Biología.

- Aparece una considerable sensibilidad a las condiciones iniciales (Schilling, 2002 y 1998; Wade, 1995; Arthur, 1989 y 1990), es decir, pequeñas diferencias en las cuotas de mercado durante la etapa inicial pueden suponer una gran diferencia en la evolución del mismo. Esto provoca que un determinado estándar pueda hacerse con la totalidad del mercado eliminando a otros tecnológicamente superiores. Y precisamente la sensibilidad a las condiciones iniciales es la característica esencial de los sistemas caóticos [1].

Veamos a continuación cómo la modelización de procesos de difusión y competencia en mercados de redes lleva a adentrarse en el campo de la Biología Matemática.

EFECTOS DE RED Y BIOLOGÍA MATEMÁTICA

Diversos autores han estudiado la aplicación de modelos biológicos a diferentes problemas económicos y organizativos, como por ejemplo Castiaux (2004), Sprott (2004), Hivner *et al*. (2003), Morris y Pratt (2003), Watanabe *et al.* (2003), López y Sanjuan (2001), Andersen (2002), Zangwill y Kantor (2000), Modis (1997), Pristorius y Utterback (1997), Baum y Korn (1996), etc. Y es que, como señalan distintos investigadores (por ejemplo Bhargava y Mukherjee, 1994: 54; Marcheti, 1983), este tipo de modelos presenta un enorme potencial para representar determinados fenómenos económicos y sociales.

Por tanto no es algo novedoso plantear este enfoque para abordar un problema de tipo económico. Sin embargo, en el estudio de los efectos de red, apenas existen trabajos que opten por este planteamiento. Y como veremos a continuación, no puede decirse que sea por la ausencia de elementos comunes entre los mercados de redes y determinados procesos biológicos.

Difusión tecnológica en mercados de redes

La difusión de una tecnología puede definirse como el crecimiento a lo largo del tiempo del número de usuarios. En productos de red ya se ha indicado que esta evolución es de tipo sigmoidal, por lo que con frecuencia se emplean modelos como el logístico o el Gompertz [2] que presentan este comportamiento. Lo interesante aparece cuando, al profundizar en determinados modelos biológicos, se identifican propuestas con unas características sorprendentemente adecuadas para el estudio de los mercados de redes pero que resultan prácticamente desconocidas en la literatura económica. Quizá uno

[1] De forma algo más rigurosa muchos autores (ver por ejemplo Fernández Díaz, 2000: 88-90; Devaney, 1986: 49-50) caracterizan los sistemas caóticos por tres propiedades: sensibilidad a las condiciones iniciales, transitividad topológica y puntos periódicos densos.

[2] La literatura económica recoge una cantidad ingente de modelos de difusión alternativos. Como referencia, el estudio de López Sánchez y Arroyo Barrigüete (2005) identifica 37 modelos diferentes, aunque el número total es todavía mayor.

de los ejemplos más interesantes lo encontramos en el modelo de Nicholson que trataremos a continuación.

Este modelo surge en el ámbito de la Biología Matemática para explicar la evolución de poblaciones de la *Lucila Cuprina*, un tipo de moscardo (ver por ejemplo Ruan, 2004), y permite una evolución sigmoidal para ciertos valores de sus parámetros. Su formulación es la siguiente:

$$\frac{dx(t)}{dt} = P \cdot x(t-\tau) \cdot \exp\left[-\frac{x(t-\tau)}{x_0}\right] - \delta \cdot x(t)$$

No se entrará a describir la interpretación de este modelo en términos biológicos, pero se indicará a continuación cuál podría ser su interpretación en términos de difusión tecnológica, considerando *x(t)* como el número de usuarios en el instante *t*. Para ello se distinguirá entre los dos componentes de la ecuación.

La primera parte: $P \cdot x(t-\tau) \cdot \exp\left[-\frac{x(t-\tau)}{x_0}\right]$ resulta la más compleja de interpretar:

- En primer lugar aparecen retardos, lo que implica que existen desfases en el proceso. Esto puede interpretarse del siguiente modo: desde que un usuario potencial toma conocimiento de la tecnología y decide adquirirla, transcurre un cierto tiempo antes de que lleve a cabo la compra, motivo por el que la velocidad de adopción depende del número de usuarios en un instante anterior.

- Por otra parte este elemento de la ecuación puede interpretarse en términos de comunicación boca-a-oído: cada usuario actual "convence" a otros potenciales consumidores de que adquieran la tecnología. Este modelo en cuestión asume que el número promedio de individuos a los que un usuario convence decae exponencialmente con el número de usuarios. Es decir, cuando hay pocos usuarios cada uno de ellos convence a un gran número de individuos, pero cuando hay un gran número de usuarios cada uno convence a un número mucho menor. Multiplicando el número de usuarios en el instante $t-\tau$ por el número de individuos a los que convence en promedio cada uno de ellos, se obtiene el incremento en el número de usuarios.

- Respecto a las dos constantes su interpretación sería la siguiente: x_0 representa el número de usuarios para el que la tasa de crecimiento es máxima y *P* una constante que permite ajustar la exponencial (la eficacia del proceso de comunicación boca-a-oído).

La segunda parte de la ecuación, $\delta \cdot x(t)$, puede interpretarse como la tasa de clientes que abandonan la tecnología, es decir, es un término que regula las deserciones.

Lo interesante en este caso es la sencillez con que se representa el proceso de comunicación boca-a-oído, que en mercados de redes tiene una considerable importancia por su impacto en las expectativas de éxito de la tecnología. Existen otras alternativas, pero resultan más complejas [3], lo que dificulta su aplicación cuando se considera de forma simultánea el proceso de comunicación boca-a-oído junto con el resto de factores relevantes en la difusión de un producto de red.

Por otra parte, el proceso de difusión de una tecnología presenta claras analogías con la propagación de una epidemia, y una revisión de la diferentes propuestas recogidas en la literatura sobre

[3] Por ejemplo, en el área de la física social se han desarrollado modelos para representar la creación de corrientes de opinión (ver López, 2002) que podrían ser convenientemente adaptados.

este tema permite identificar algunos modelos especialmente interesantes. Como ya se ha comentado, las ventas de un producto de red presentan un crecimiento exponencial a partir del momento en el que alcanza la masa crítica, que es el punto en el que la realimentación positiva empieza a manifestarse con su máxima intensidad. En caso de no superarse dicha masa crítica, el producto de red no logra asentarse en el mercado y acaba desapareciendo. Curiosamente algunos modelos de infección presentan un comportamiento muy similar, tal y como veremos a continuación.

Por ejemplo, el modelo SIR presenta el siguiente mecanismo: los individuos susceptibles de ser contagiados (*S*), pueden ser infectados por otros que ya lo están (*I*), y de forma análoga los individuos infectados pueden recuperarse quedando de este modo inmunizados (*R*). Esquemáticamente esto queda representado por el proceso $S \rightarrow I \rightarrow R$, siendo $S(t)$, $I(t)$ y $R(t)$ el número de individuos susceptibles, infectados y recuperados respectivamente en el instante *t*. El modelo queda formulado del siguiente modo (Murray, 2002: 320):

$$\frac{dS}{dt} = - r \cdot S \cdot I \; ; \qquad \frac{dI}{dt} = r \cdot S \cdot I - a \cdot I \; ; \qquad \frac{dR}{dt} = a \cdot I$$

$$S(0) = S_0 > 0 \; ; \qquad I(0) = I_0 > 0 \; ; \qquad R(0) = 0$$

Obviamente $S(t) + I(t) + R(t) = N$, siendo *N* el tamaño total de la población. En este caso *r* es el ratio de infección y *a* el ratio de recuperación (siendo ambas constantes positivas). Este último parámetro se interpreta como el inverso del tiempo promedio que dura la infección.

Si el número inicial de individuos susceptibles a la infección, S_0, es superior al ratio $\rho = a/r$, entonces se produce una epidemia (el número de infectados supera en algún momento al número inicial de infectados). Es decir:

$$Si \quad S_0 < \frac{a}{r} \;\Rightarrow\; I_0 > I(t) \xrightarrow[t \to \infty]{} 0 \quad \Rightarrow No \;\; se \;\; produce \;\; epidemia$$

$$Si \quad S_0 > \frac{a}{r} \;\Rightarrow\; I(t) > I_0 \;\; Para \;\; algún \;\; t \quad \Rightarrow Se \;\; produce \;\; epidemia$$

Por tanto en este modelo, al igual que ocurre en los mercados de redes, aparece un umbral que determina la propagación de la infección, esto es, una masa crítica.

Es posible introducir supuestos más realistas en el modelo de infección, como por ejemplo la idea de una población estructurada por edades en la que los efectos son diferentes en función de la edad de los individuos. De este modo la variación del número de individuos susceptibles de ser contagiados queda expresada por la siguiente ecuación (Murray, 2002: 361-365):

$$\frac{dS}{dt} = -\left[\int_0^{\tau} r(e') \cdot I(e',t) \cdot de'\right] \cdot S$$
$$S(0) = S_0$$

Por otra parte el número de individuos infectados puede expresarse del siguiente modo:

$$\frac{\partial I}{\partial t} + \frac{\partial I}{\partial e} = -\lambda(e) \cdot I \; ; \quad I(e,0) = I_0(e) \; ; \; I(0,t) = -\frac{dS}{dt}, \qquad t > 0$$

Al margen de los aspectos más técnicos del modelo, el elemento más relevante es la forma en que se considera la posibilidad de que la población no sea homogénea en cuanto a su susceptibilidad al contagio. Expresado en términos de difusión tecnológica, diríamos que la edad determina la mayor o menor propensión a adquirir una determinada tecnología.

Profundizando más en esta idea, es posible sustituir la edad por otra función continua, como por ejemplo la distribución de Rogers de la propensión a adquirir una determinada tecnología (Rogers, 1962: 168-171) u otras funciones similares, como la de Peterson (1973). Es decir, combinando el modelo SIR dependiente de la edad con las funciones de propensión a la adquisición de una innovación que se emplean habitualmente en la literatura económica, es posible desarrollar modelos de difusión bastante realistas.

Competencia tecnológica en mercados de redes

Quizá el modelo más popular de competencia interespecífica en el campo de la Biología Matemática sea el de Lotka-Volterra, que puede formularse del siguiente modo:

$$\frac{dx_i}{dt} = r_i \cdot x_i \cdot (1 - x_i) - x_i \cdot \sum_{j \neq i} a_{ij} \cdot x_j$$

$$i = 1,2,..., N \ ; \quad a_{ij} > 0$$

El caso más conocido es aquel en el que se estudia la interacción entre dos especies, por lo que el modelo queda reducido a un sistema de ecuaciones de dimensión dos:

$$\frac{dx_1}{dt} = r_1 \cdot x_1 \cdot (1 - x_1) - a_{12} \cdot x_1 \cdot x_2$$
$$\frac{dx_2}{dt} = r_2 \cdot x_2 \cdot (1 - x_2) - a_{21} \cdot x_1 \cdot x_2$$

En realidad este modelo, como todos los demás de tipo Lotka-Volterra, son en realidad casos particulares del modelo general de Lotka-Volterra, que puede formularse del siguiente modo (Davis, 1962: 109):

$$\frac{dx}{dt} = F + C \cdot x + D \cdot y + G \cdot x^2 + H \cdot x \cdot y + +K \cdot y^2$$
$$\frac{dy}{dt} = E + A \cdot x + B \cdot y + L \cdot x^2 + M \cdot x \cdot y + +N \cdot y^2$$

Además de su aplicación en el campo de la biología, los modelos tipo Lotka-Volterra han sido también empleados en el ámbito de la economía para estudiar temas tan diversos como los mercados financieros (Sprott, 2004) o la competencia entre portales de Internet (López *et al.*, 2003; López y Sanjuan, 2001). Y es que como señala Castiaux (2004), estas ecuaciones (tanto en su versión competitiva como simbiótica) están adquiriendo un creciente interés entre la comunidad académica para representar fenómenos de sustitución tecnológica, el cambio organizativo o el aprendizaje organizativo.

Volviendo a los efectos de red, Arroyo Barrigüete y López Sánchez (2004) propusieron una interpretación de este modelo en dimensión dos, basada en la teoría de recursos y capacidades, en la que $x_i(t)$ representa la cuota de mercado en tanto por uno del estándar i-ésimo. Imponiendo condiciones de competencia intensa ($a_{12} > r_1 \ \ y \ \ a_{21} > r_2$), lo que equivale a considerar fuertes efectos de red, el comportamiento del modelo coincide en gran medida con lo que se observa en los mercados de redes:

- Tendencia a la adopción de un único estándar y evolución sigmoidal de aquel que resulta vencedor.
- Evolución determinada por las características de los estándares y por su cuota de mercado inicial, lo que permite la adopción ineficiente de un estándar técnicamente inferior (como ocurre en ocasiones en este tipo de mercados).

Por tanto, aunque el modelo fue planteado inicialmente para estudiar la interacción entre especies animales que compiten entre sí, puede interpretarse en términos de efectos de red y sus características coinciden en gran medida con el comportamiento de los mercados reales.

Permitiendo que los coeficientes a_{ij} tomen valores negativos, tendríamos interacciones simbióticas. Esto nos permitiría recoger las relaciones existentes entre los estándares en competencia y sus respectivos productos complementarios, que como señalan numerosos autores (ver por ejemplo Gupta *et al.*, 1999; Shapiro y Varian, 1999: 259), juegan un papel fundamental en los mercados de redes.

Lógicamente, es posible plantear modificaciones que permitan ajustar de forma más precisa el comportamiento del modelo, introduciendo por ejemplo retardos que representen desfases informativos en el mercado. Por último, y a modo de curiosidad, merece la pena destacar que modelos con una filosofía similar también han sido empleados para representar el impacto del software pirata en las ventas legales del producto (Givon *et al.*, 1995).

CONCLUSIONES

La importancia de los efectos de red en el contexto económico actual hace necesario que se desarrollen modelos capaces de explicar el funcionamiento de los mercados de redes. Se trata de una tarea compleja debido a las características de este tipo de mercados, pero quienes investigamos este campo podemos encontrar en la Biología Matemática una importante fuente de inspiración. El esfuerzo que supone introducirse en una disciplina aparentemente alejada de la Economía, se ve sobradamente compensado por los resultados que pueden obtenerse.

Por último debemos indicar que, aunque en este artículo hemos dado algunas pinceladas sobre los vínculos entre los efectos de red y la Biología Matemática, otras disciplinas como la Física de los Sistemas Complejos o la Sociología también tienen mucho que aportar en este campo.

REFERENCIAS

ANDERSEN, E. S. (2002). "Railroadization as Schumpeter's Standard Case: An Evolutionary-Ecological Account". Industry and Innovation, Vol. 9, nº 1/2. pp. 41-78.

ARROYO BARRIGÜETE, J. L., LÓPEZ SÁNCHEZ, J. I. (2004). "Externalidades de Red en la Economía Digital". XIV Congreso Anual de ACEDE.

ARTHUR, B. W. (1990). "Positive Feedbacks in the Economy". Scientific American. Vol. 262. pp. 92-99.

ARTHUR, B. W. (1989). "Competing Technologies, Increasing Returns and Lock-in by Historical Events". The Economic Journal. Vol. 99. pp. 116-131.

BAUM, J. A. C., KORN, H. J. (1996). "Competitive Dynamics of Interfirm Rivalry". Academy of Management Journal. Vol. 39, nº 2. pp. 255-291.

BERTALANFFY, L. V. (1972). "The History and Status of General System Theory". Academy of Management Journal. Vol. 15, nº 4. pp. 407-426.

BHARGAVA, S. C., MUKHERJEE, A. (1994). "Evolution of Technological Growth in a Model Based on Stochastic Cellular Automata". En LEYDESDORFF, L., VAN DEN BESSELAAR, P.

(Eds.). "Evolutionary Economics and Chaos Theory. New Directions in Technology Studies". pp. 54-62.
CASTIAUX, A. (2004). "Inter-Organizational Learning Lotka-Volterra Modeling of Different Types of Relationships". International System Dynamics Conference. (Disponible en http://www.systemdynamics.org/conf2004/indexpapers.htm)
DAVIS, H. T. (1962). "Introduction to Nonlinear Differential and Integral Equations". New York: Dover Publications, Inc.
DEVANEY, R. L. (1986). "An Introduction to Chaotic Dynamical Systems". California: The Benjamin/Cummings Publishing Company, Inc.
ECONOMIDES, N. (2003). "Competition Policy in Network Industries: An Introduction". In JANSEN, D. (ed.) "The New Economy: Just How New Is It". University of Chicago Press.
FERNÁNDEZ DÍAZ, A. (2000). "Dinámica Caótica en Economía" Segunda Edición. Madrid: McGraw-Hill / Interamericana de España, S. A. U.
GIVON, M., MAHAJAN, V., MULLER, E. (1995). "Software Piracy: Estimation of Lost Sales and the Impact on Software Diffusion". Journal of Marketing. Vol. 59, nº 1. pp. 29-37.
GUPTA, A., JAIN, D. C., SAWHENY, M. S. (1999). "Modelling the Evolution of Markets with Indirect Network Externalities: An Application to Digital Television". Marketing Science. Vol. 18, nº 3. pp. 396-416.
HIVNER, W., HOPKINS, S., HOPKINS, W. (2003). "Facilitating, Accelerating and Sustaining the Innovation Diffusion Process: An Epidemic Modelling Approach". European Journal of Innovation Management. Vol. 6, nº 2. pp. 80-89.
LOCH, C. H., HUBERMAN, B. A. (1999). "A Punctuated-Equilibrium Model of Technology Diffusion". Management Science. Vol. 45, nº 2. pp. 160-177.
LÓPEZ, J. M. (2002). "Dinámica de la Opinión Pública en redes Sociales de Influencia". Revista Española de Física. Vol.16, nº 5. pp.59-62.
LÓPEZ, L., ALMENDRAL, J. A., SANJUÁN, M. A. F., (2003). "Complex Networks and the WWW Market". Physica A. Vol. 324. pp. 754-758.
LÓPEZ, L., SANJUÁN, M. A. F., (2001). "Defining Strategies to Win in the Internet Market". Physica A. Vol. 301. pp. 512-534.
LÓPEZ SÁNCHEZ, J. I., ARROYO Barrigüete, j. L. (2005). "Modelos de Difusión Tecnológica en Presencia de Efectos de Red". XV Congreso Anual de ACEDE.
MARCHETTI, C. (1983). "On the Role of Science in the Post Industrial Society: The Logos – The Empire Builders". Technological Forecasting and Social Change. Vol. 24. pp. 197-206.
MCGEE, J., SAMMUT, T. A. (2002). "Network Industries in the New Economy". European Business Journal. Vol. 14, nº 3. pp. 116-132.
MODIS, T. (1997). "Genetic Re-Engineering of Corporations". Technological Forecasting and Social Change. Vol. 56. pp. 107-118.
MORRIS, S. A., PRATT, D. (2003). "Analysis of the Lotka-Volterra Competition equation as a Technological Substitution Model". Technological Forecasting and Social Change. Vol. 70, nº 2. pp. 103-133.
MURRAY, J. D. (2002). "Mathematical Biology". Third Edition. USA: Springer.
OREN, S., SMITH, S., WILSON, R. (1982). "Nonlinear Pricing in Markets with Interdependent Demand". Marketing Science. Vol. 1, nº 3. pp. 287-313.
PARDOLESI, R., RENDA, A. (2004). "The European Commission's Case Against Microsoft: Fool Monti Kills Bill?". LE LAB Working Paper AT-08-04.
PETERSON, R. A. (1973). "A Note on Optimal Adopter Category Determination". Journal of Marketing Research. Vol. 10, nº 3. pp. 325-329.
PRISTORIUS, C. W. I., UTTERBACK, J. M. (1997). "Multi-mode Interaction among Technologies". Research Policy. Vol. 26. pp. 67-84.
ROGERS, E. M. (1962). "Diffusion of Innovations". New York: The Free Press.
RUAN, S. (2004). "Delay Differential Equations in Single Species Dynamics". In DADS, E. A., ARINO, O., HBID, M. "Delay Differential Equations with Applications". NATO Advanced Study Institute.

SCHILLING, M. A. (2002). "Technology Success and Failure in Winner-Take-All Markets: the Impact of Learning Orientation, Timing and Network Externalities". Academy of Management Journal. Vol. 45, nº 2, pp. 387-398.
SCHILLING, M. A. (1998). "Technological Lockout: An Integrative Model of the Economic and Strategic Factors Driving Technology Success and Failure". Academy of Management Review. Vol. 23, nº 2, pp. 267-284.
SHAPIRO, C., VARIAN, H. R. (1999). "El Dominio de la Información. Una Guía Estratégica para la Economía de la Red". Barcelona: Antoni Bosch.
SPROTT, J. C. (2004). "Competition with Evolution in Ecology and Finance" Physics Letters A. Vol. 325. pp. 329-333.
WADE, J. (1995). "Dynamics of Organizational Communities and Technological Bandwagons: An Empirical Investigation of Community Evolution in the Microprocessor Market". Strategic Management Journal. Special Issue. Vol. 16. pp. 111-133.
WATANABE, C., KONDO, R., NAGAMATSU, A. (2003). "Policy Options P for the Diffusion Orbit of Competitive Innovations - An Application of Lotka-Volterra Equations to Japan's Transition from Analog to Digital TV broadcasting". Technovation. Vol. 23, nº 5. pp. 437-445.
ZANGWILL, W. I., KANTOR, P. B. (2000). "The Learning Curve: A New Perspective". International Transactions in Operational Research. Vol. 7. pp. 595-607.

Nota: Este trabajo es fruto de un proyecto de investigación financiado por la Fundación Rafael del Pino