

C. HERNANDEZ IGLESIAS*

**Modelos dinámicos inter-sectoriales.
Reflexiones críticas desde la Teoría del Control**

RESUMEN

Los modelos dinámicos intersectoriales propuestos en la literatura económica, presentan serias inconsistencias y no se pueden utilizar para el estudio de estrategias normativas. Estas indeseables propiedades resultan aparentes cuando aquellos modelos se reformulan desde la representación de estados, la habitual en Teoría del Control. En este trabajo proponemos modelos intersectoriales dinámicos con buenas propiedades estructurales: estabilidad, controlabilidad y observabilidad. Su característica fundamental es que se formulan como “mecanismos de ajuste” (tracking) de exceso de demanda. Con ellos podemos realizar los habituales experimentos de Control, tales como: Agregación y Desacoplamiento, Sensibilidad, Previsión etc. Nuestro modelo hace explícita la necesidad de especificar hipótesis auxiliares sobre las expectativas de demanda, para completar el modelo de oferta, o utilizar el modelo dinámico intersectorial.

Claves de identificación: Espacio de Estados y Modelos Económicos. Modelos Dinámicos de Leontief.

* Cátedra de Estadística. Universidad de Oviedo. Versión revisada del trabajo interno Est. En. 1. 81.

“La verdadera riqueza son los métodos”.

F. Nietzsche.

INTRODUCCION

Es hoy ampliamente aceptada la profunda y relevante contribución de los métodos estadísticos de la Teoría del Control (series temporales) al modelado de relaciones económicas. La precisión de las predicciones desde métodos de series temporales, incluso univariantes, ha superado con frecuencia la suministrada por complejos modelos econométricos, Cooper (1972) y Nelson (1972), indicando la existencia de serios errores de especificación en los modelos econométricos encorsetados en el modelo estructural a la Cowles. Menos directamente, Norman (1973) ha reforzado esta evidencia de inconsistencia, utilizando técnicas de Control para establecer la compatibilidad de las soluciones de dichos modelos con conocidas hipótesis económicas, en principio recogidas en los mismos.

Ello ha inducido, beneficiosamente, a numerosos economistas y económetras, a buscar modelos de pocas ecuaciones que incorporan “expectativas”. Y el resultado ha sido altamente estimulante. Ahora podemos afirmar que el origen de la diferencia entre keynesianos y no keynesianos radica fundamentalmente en el modo en que suponemos los agentes forman sus expectativas, Sargent (1976) y nosotros mismos hemos dedicado trabajos a ilustrar cómo los supuestos de formación de estas expectativas afectan las relaciones de causalidad y la equivalencia observacional de diferentes formulaciones monetarias, Hernández (1979). La relación consumo-renta de la hipótesis de Friedman, depende y es sólo identificable, cuando se especifica el proceso estocástico que gobierna la renta (expectativas de renta), como señaláramos en Hernández (1975 pág. 288 y 289) y ha ilustrado brillantemente Sargent (1977). Y en fin, el reciente libro de Sargent (1979) es un buen ejemplo de hasta qué punto los aludidos métodos estadísticos se han revelado necesario el seguir con tal tipo de aplicaciones, en tanto no logremos

Con todo, la mayor parte del esfuerzo en las aplicaciones económicas de la Teoría del Control, se ha dirigido en la pasada década a ejercicios de Control sobre modelos previamente especificados, tanto a nivel micro como macroeconómico. Tal vez sea útil y ciertamente necesario el seguir con tal tipo de aplicaciones, en tanto no logremos entender más definitivamente la naturaleza de las relaciones macroeconómicas fundamentales. Pero con toda seguridad, del mismo modo que en los estudios de demanda, aludidos más arriba, resulta crucial la especificación de la “realimentación”, mecanismo de oferta, es hora de que

los modelos econométricos presten atención al lado de la oferta, como Klein (1978) ha propuesto. La descripción completa del sistema económico, deberá combinar modelos econométricos de determinación de renta y demanda final, con modelos explicativos de oferta, entre los que destacan los modelos intersectoriales de Leontief, para los que la representación de estados es como veremos particularmente adecuada.

Además los modelos de entrada salida ($i - o$) son de interés en análisis regional, estudios espacio temporales de migraciones y movilidad, polución, evolución de la recesión económica y el desempleo por áreas de análisis regional descentralizado.

Los intentos de dinamizar el modelo estático de Leontief, concebido como un modelo en equilibrio, han tropezado con dificultades, que resultan evidentes cuando se reescriben dichos modelos en el formato del espacio de estados, amén de su formulación irrealista como modelo en equilibrio (la oferta siempre iguala, periodo a periodo la demanda).

La habilidad del análisis y el éxito de un modelo radican en acomodarlos a la naturaleza del problema. En nuestro caso, nos gustaría que el modelo propuesto fuese planteado como un modelo realista, por tanto en desequilibrio dinámico; con buenas propiedades estructurales; que demande información muestral disponible o adaptable de la disponible y que dependa para su solución concreta del otro lado de la economía; es decir de las expectativas de demanda, que no pueden ser explicadas desde la oferta misma, ni por ende desde el modelo dinámico propuesto. Tal es como veremos el modelo propuesto, que obviamente puede ser retocado para acomodar supuestos diversos, pero siempre manteniendo su naturaleza de "mecanismo de ajuste" (tracking) a la expectativa de demanda, sus propiedades estructurales deseables y su coincidencia, en situación estacionaria con el modelo estático.

El modelo (o modelos) propuesto no incluye el factor trabajo, pero ello no supone pérdida de generalidad. Está basado, en el que propusiéramos en Hernandez (1975) y aquí ampliaremos algunas de las consideraciones hechas entonces.

Una vez formulado el modelo como un mecanismo de ajuste, este puede ser utilizado para realizar el tipo de investigaciones habituales en la ingeniería de sistemas lineales: análisis de sensibilidad (multiplicadores dinámicos en la terminología económica), agregación y desagregación, control descentralizado, previsión y filtrado (estimación) etc.

Naturalmente hemos de suponer al lector familiarizado con la representación de estados y sus propiedades básicas así como con los problemas de regulación y "tracking" (ajuste), en particular con el filtro Kalman y su extensión. Kwakernaak (1972) es una referencia completa de la literatura básica en el contexto de la ingeniería. Chow (1975) y Aoki (1976) son referencias clásicas en el análisis económico lineal

desde la Teoría del Control. En castellano Hernandez (1975) y Hernández (1975) pueden ser de interés.

Hemos organizado el trabajo así. La sección primera repasa las deficiencias de los modelos dinámicos *i* - o propuestos en la literatura económica, después de escribir éstos en la representación de estados. La sección segunda está dedicada a exponer el modelo fundamental, de desequilibrio de ajuste en la demanda insatisfecha. También dedicamos algún espacio al posible modelo de expectativas de demanda, variables exógenas del modelo *i* - o. En la sección tercera ilustramos cómo retocar el modelo anterior para utilizarlo con propósitos normativos e intervencionalistas de política económica. En la última sección, nos referimos a las posibles aplicaciones, ilustrando brevemente dos de éstas: estudios de agregación y desagregación y análisis de sensibilidad. Concluimos el trabajo afirmando la utilidad del modelo propuesto como método para el análisis de la oferta.

I. MODELOS DINAMICOS DE LEONTIEF: DESVENTAJAS Y PROBLEMAS

La vaguedad en términos dinámicos de las nociones de igualdades "ex-ante" y "ex-post" y de "equilibrio dinámico", Sargan (1958) conducen en los intentos de dinamizar el modelo estático de Leontief, a modelos inaceptables, por sus propiedades estructurales.

Este es típicamente el caso de las propuestas de Sargan referidas antes y de Chakravarty (1969). Al no permitir exceso de demanda, $s(t) = d(t)$ para todo t , "equilibrio dinámico", el modelo [1] resultante es inestable; más aún es absolutamente y exponencialmente inestable. El valor absoluto de la oferta, crece exponencialmente, constituyendo así un esquema reproductivo, que deja pequeño al paradigma religioso de la multiplicación de los panes y de los peces.

En efecto, sean,

$x(t)$ el vector producto total

$y(t)$ la demanda final para consumo

A la matriz de coeficientes de producción

B la matriz de coeficientes de acumulación de capital,

de acuerdo con la terminología habitual del modelo de Leontief. El modelo que comentamos, quedaría [1]:

$$\left\{ \begin{array}{l} x(t) = B^{-1} (I - A) x(t) - B^{-1} s(t) \\ \text{sujeto a la condición de "equilibrio dinámico"} \\ s(t) = d(t) = y(t). \end{array} \right. \quad [1]$$

Si existe B^{-1} y A es una matriz "viable" (en la terminología del modelo estático), es decir con todos sus autovalores positivos, el modelo resulta exponencialmente inestable. Par el ingeniero (y para cualquiera que vaya a hacer uso de tal modelo) esta propuesta es inaceptable.

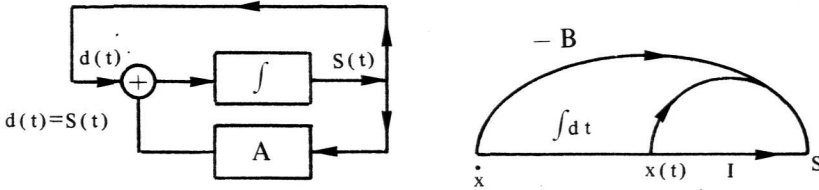


Diagrama de flujos del modelo de Sargan.

Las propuestas de Leontief y Brody.

La aplicación de una versión continua del principio de Pontryagin a modelos dinámicos de Leontief, fué presentada por Smirnov (1970) y una versión discreta por Brody (1970) elaborando sobre la propuesta de modelo dinámico inicial de Leontief (1953). Como en el caso anterior Leontief, supone régimen de "equilibrio dinámico", y dos versiones del modelo: Versión "hacia delante" (forward) [2] Leontief (1953) y hacia atrás (backwards) Leontief (1968) según [3]:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A x(t) + B [x(t+1) - x(t)] + y(t) \\ d(t) = s(t) = y(t) \end{cases} \quad [2]$$

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = (I - A + B)^{-1} [B x(t+1) - y(t)] \\ d(t) = s(t) = y(t) \end{cases} \quad [3]$$

Veamos algunos de los problemas del modelo [2]. Si resolvemos [2] para poner el modelo en forma causal, obtendremos:

$$x(t+1) = B^{-1} [(I - A + B) x(t) - y(t)] ; \quad x_i(t) \geq 0,$$

Para cada uno de los $i = 1, 2, \dots, n$ sectores.

Vemos, en primer lugar, que típicamente B es singular pues hay sectores como la Agricultura que no producen bienes de capital. Por tanto hemos de agregar previamente, o excluir sectores del modelo estático si queremos utilizar el modelo [2] o su equivalente [4]. Esta es la propuesta Aoki (2976) , Keridrick (1972) y otros, como veremos más adelante.

En cuanto al modelo [3], ciertamente es muy posible que $(I-A+B)$ sea no singular, pero en tal representación debemos conocer toda la trayectoria de demandas futuras, antes de resolver cualquier período de la trayectoria del producto, $x(t)$!. El modelo puede ser utilizado para simular el comportamiento de los sectores, a distintas trayectorias de demanda, pero no para efectuar Control o Predicción¹.

Los modelos de Titner y Sengupta (1979) pág. 168-69 son difícilmente una solución aceptable. Elaborando sobre la versión dinámica de O. Lange (1960) concluyen con un modelo que exige admitir como variables de control, los propios coeficientes estructurales. Ciertamente se puede influir sobre ellos a largo plazo, pero nunca directamente. Ver si se desea, detalles en Hernández (1975) pág. 162 o en la referencia citada.

Las modificaciones de Kendrick, Aoki y otros

Todas estas propuestas suponen la partición del modelo y agregación hasta conseguir una inversa de Leontief no singular.

Supongamos que en efecto renumeramos los elementos de la matriz B en la forma

$$B = \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

donde B_{11} es ahora no singular, de dimensiones $n_1 \times n_1$; $n_1 < n$. Fraccionando en forma compatible el resto de los componentes de [4] y supuesto que $R = I-A+B$ es no singular, el sistema puede reducirse, con simples manipulaciones algebraicas a:

$$[B-T_2(I-A)]x(t+1) = [B+T_1(I-A)]x(t) - T_1y(t) - T_2y(t+1) \quad [5]$$

con,

$$T_1 = \begin{pmatrix} I_{n_1} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad y \quad T_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & I_{n_2} \end{pmatrix}; \quad n_2 = n - n_1$$

que puede escribirse finalmente en la forma de estados

$$z(t+1) = Fz(t) + Gy(t) \quad [6]$$

1. En particular permitiría simular efectos de medidas antipolución, sobre los distintos sectores, Miernyck (1972).

con

$$G = -T_1 - [B+T_1(I-A)] [B-T_2(I-A)]^{-1} T_2$$

$$F = [B+T_1(I-A)] [B-T_2(I-A)]^{-1}$$

Inmediatamente verificamos que F y G son de la forma

$$F = \begin{pmatrix} F_{11} & F_{12} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad G = \begin{pmatrix} I & G_{12} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Es decir las n_2 componentes estan desacopladas de las n_1 y el modelo no es controlable.

Solamente podemos controlar el subsistema

$$s(t+1) = F_{11} s(t) + (G_{11} \ G_{12}) y(t); \quad [8]$$

mediante la correspondiente agregación sectorial

$$s(t) = \begin{pmatrix} I_{n_1} & 0 \end{pmatrix} z(t)$$

de $z(t)$ en $s(t)$ sectores.

Esta solución es correcta. Conduce a un sistema controlable y fué usada en las primeras aplicaciones de Control a modelos de *i - o*. Sería deseable sin embargo disponer de un modelo que relajase la condición irrealista de "equilibrio dinámico" y permitiese excesos de demanda, que pueden ser interpretados como "perturbaciones" aleatorias, si tanto el modelo de oferta (*i - o*), como el de predicción de demanda, fueran "correctos".

Tal modelo presentaría entre otras las siguientes ventajas:

- Sería un modelo que reconocería la existencia de desajustes, exceso de demanda.
- Al incluir exceso de demanda como vector realmente "exógeno" al modelo de oferta (*i - o*), podemos reproducir un comportamiento cíclico realista. Ello en contraste con modelos precedentes, en que la producción de bienes de capital aumenta cuando el consumo final decrece.
- Si introducimos el factor trabajo, el modelo debe reflejar necesidades variables de empleo, mientras que en los modelos de Leontief, suponen pleno empleo.
- Si no suponemos intervención sobre el sistema, el modelo debe ser tal, que la "regulación" (feedback) para ajustar el exceso de demanda

debe ser decidida por las propias empresas (en definitiva deben ser sus incrementos o decrementos de producción), matriz K , en los modelos que siguen.

II. MODELO DINAMICO INTERSECTORIAL COMO UN MECANISMO DE AJUSTE DEL EXCESO DE DEMANDA

El modelo que proponemos supone que el gobierno no practica intervenciones directas sobre la oferta de productos. Esta condición será revisada en el modelo alternativo de la sección próxima. Nuestra intención ahora es sólo mostrar cómo funcionaría un modelo realista dinámico intersectorial.

El vector de consumos finales del modelo de Leontief se redefine como la *oferta* de productos disponibles para satisfacer la demanda final. La *demanda* final es un vector completamente exógeno al modelo i - o y sobre su determinación diremos algo más adelante. La cantidad de producto es ajustada por el sistema (por las empresas en definitiva) por medio de una matriz K de realimentación en función del exceso de demanda observado en el período anterior. Naturalmente si tal exceso fuese cero el modelo coincidirá con el modelo de Leontief de "equilibrio dinámico".

El modelo es como sigue:

$$x(t+1) = x(t) + K e(t); \quad \text{ecuación dinámica} \quad [10]$$

$$s(t) = (I-A) x(t) - B K e(t) \quad \text{ecuación de balance} \quad [11]$$

$$e(t) = d(t) - s(t) \quad \begin{array}{l} \text{exceso de demanda} \\ \text{(error de ajuste, "tracking")}[12] \end{array}$$

con,

$s(t)$ oferta disponible para consumo externo

$d(t)$ demanda externa, exógena

K matriz de ajuste (de realimentación)

A matriz de coeficientes técnicos

B matriz de coeficientes de stock de capital

El conjunto del sistema puede escribirse:

$$x(t+1) = [I - K(I - B K)^{-1} (I - A)] x(t) + K(I - B K)^{-1} d(t) \quad [13]$$

$$s(t) = (I - B K)^{-1} (I - A) x(t) - (I - B K)^{-1} B K d(t) \quad [14]$$

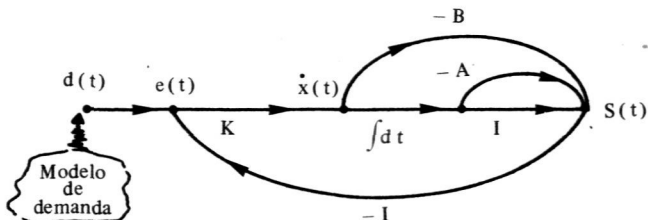
Las ecuaciones anteriores están parametrizadas en la representación de estados.

$$x(t+1) = F x(t) + G u(t) \quad [15]$$

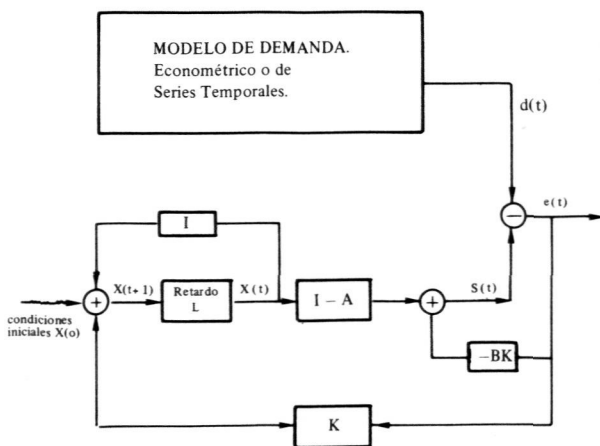
$$y(t) = H x(t) + D u(t) \quad [16]$$

donde [15] es la ecuación de planta (responsable de la dinámica) y [16] la de salida. Las dimensiones del vector de salida pueden ser o no las mismas que las *del estado* $x(t)$ según estemos o no interesados en estudiar el comportamiento de todos los sectores o agregaciones de los mismos. El vector $u(t)$ *controles*, son en nuestro modelo completamente exógenos (exceso de demanda) e incluyen perturbaciones aleatorias, si fuese el caso, redefiniendo la matriz G y D . Como la predicción de demanda tiene al menos una parte aleatoria, el modelo es realmente estocástico.

El diagrama de flujos sería el que sigue.



El diagrama de bloques, exhibe el modelo como un mecanismo de ajuste (tracking):



Como habíamos dicho, el vector que excita el sistema es el exceso de demanda. El gobierno se supone que sólo puede actuar sobre la oferta, con la creación de su propia demanda, o actuando sobre la demanda.

Los elementos del bloque de realimentación K , revelarán al ser estimados, la respuesta de los sectores a cambios en el exceso de demanda. El modelo es puramente no intervencionista.

Si deseamos imponer restricciones sobre el stock de capital u otros factores, puede hacerse suponiendo una función explícita de coste, tal vez cuadrática, en el exceso de demanda, etc.

Nótese que a pesar de ser B , casi seguramente, singular, el sistema está bien definido pues las inversas, que en él aparecen, existen.

Finalmente, en situación de equilibrio dinámico, $s(t) = d(t)$, las ecuaciones se reducen al modelo estático;

$$e(t) = 0 \Rightarrow x(t + 1) = x(t) \Rightarrow d(t) = s(t) = (I - A) x(t)$$

El funcionamiento del modelo depende de las expectativas de demanda. Y aquí son particularmente relevantes los comentarios que hiciéramos en la introducción. Las expectativas de demanda, pueden estimarse desde modelos econométricos. Sin embargo, al nivel de desagregación que exige el modelo sectorial de oferta, lo más provechoso sería el disponer de los modelos estocásticos dinámicos univariantes de las demandas sectoriales. En algunos casos, los productos serán claramente sustitutivos, por lo que las expectativas exigirían modelos en realimentación, aunque los modelos univariantes, en general, darían ya predicciones muy fáciles de obtener y precisas. Modelos de demanda correctos exigen en el mejor de los casos modelos de tipo econométrico combinados con modelos de series temporales. Para modelos de demanda, la identificación desde series temporales es casi obligada, pues la estructura de los retardos (elasticidades dinámicas) difícilmente se pueden proponer de otro modo. Más aún, la estructura del error, es en estos modelos, particularmente importante, puesto que típicamente representa los efectos de otras demandas relacionadas y naturalmente al análisis de series temporales resulta aquí inevitable.

III. MODELO DINAMICO CON INTERVENCION

La característica fundamental del modelo anterior es su planteamiento como un mecanismo de ajuste de exceso de demanda. Por supuesto que el mismo modelo y la misma idea conducen a variantes, según nuestras hipótesis sobre los mecanismos institucionales de cada país.

Supongamos que ahora permitimos intervención del gobierno. Además de ajustarse al exceso de demanda, la realimentación puede incluir otros controles institucionales. Por ejemplo, el sector agrícola no contribuye a la formación de capital, por lo que el único control directo posible es control de la producción.

Sea pues el modelo,

$$x(t) = A x(t) + B[x(t+1) - x(t)] + s(t) \quad [17]$$

$$e(t) = s(t) - d(t) \quad [18]$$

y supongamos que decidimos actuar directamente sobre la tasa de cambio del stock de capital $B [x(t+1) - x(t)]$ y la tasa de cambio en la producción, cuando esto sea posible, $x(t+1) - x(t)$;

Si partimos la matriz B de acuerdo con los subvectores $x_1(t)$ y $x_2(t)$, correspondientes a los controles $u_1(t)$ y $u_2(t)$ aludidos, tendremos,

$$\begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} x_1(t-1) \\ x_2(t-1) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \right\} \quad [19]$$

donde se supone que el vector u_1 es de dimensión r .

Y para el segundo control u_2 , tendremos

$$u_2(t) = x_2(t+1) - x_2(t) \quad [20]$$

Las ecuaciones [19] y [20] dan, en conjunto, la ecuación de planta,

$$x(t+1) = x(t) + \begin{bmatrix} B_{11}^{-1} & -B_{11}^{-1} B_{12} \\ 0 & I \end{bmatrix} u(t) = x(t) + G u(t) \quad [21]$$

que junto con las ecuaciones [22] y [23] dan el modelo con intervención:

$$s(t) = (I-A) x(t) + \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} u(t) \quad [22]$$

$$e(t) = d(t) - s(t) \quad [23]$$

La acumulación de capital puede restringirse, tal vez en la forma $-u_0 \leq u_1(t) \leq u_s$, donde u_0 sería un vector de depreciación máxima

permisible al capital y u_s un vector de acumulación máxima de capital. Por otra parte los criterios de diseño de B pueden ser decididos desde una función de coste $\propto [e(t)]$ del exceso de demanda etc.

El sistema es claramente controlable desde el estado $x(t)$ puesto que la matriz, G, en la ecuación [21] es de rango completo.

Como el modelo anterior, la representación es la normalizada en Control y por tanto podemos aplicar las técnicas desarrolladas en ese área.

Siendo un mecanismo de ajuste, la solución será cíclica, tal como se observa empíricamente. Naturalmente podemos suponer que el gobierno lo es de una economía mixta y reformular el modelo, para acomodar parte del control (feedback) a través de las empresas (K) y parte a través del gobierno (G), obteniendo así otra versión similar del modelo que no repetimos por no cansar al lector

IV. APLICACIONES

Naturalmente, una vez que tenemos el modelo dinámico intersectorial, parametrizado en la representación de estados [15] y [16], podemos realizar un buen número de experimentos con el mismo, aplicando el arsenal de técnicas de Control: simulación y control, agregación y desacoplamiento, estimación de la realimentación revelada K, análisis de los multiplicadores dinámicos (sensibilidad en la terminología de Control), predicción etc.

Sería absolutamente impropio pasar revista a todas estas aplicaciones, por otra parte inmediatas si se está familiarizado con los métodos de Control.

Veremos a título ilustrativo y en forma muy breve dos de éstas, análisis estructural (sensibilidad) y agregación.

Multiplicadores de impacto

Supongamos que se produce un "escalón" en la demanda observada, lo que supone ese mismo escalón en el exceso de demanda.

Supongamos por otra parte que trabajamos con una función de costes cuadrática de matriz de pesos Q,

$$\text{Coste} = \int_0^t e(t)' Q e(t) dt$$

típicamente simétrica y positiva definida. Y sean las condiciones iniciales

$$e(o) = d(o^+) - s(o)$$

En este caso V puede obtenerse como

$$V = e'(o) R e(o)$$

donde R es la solución de la ecuación matricial,

$$B' R + R B = -Q$$

con $B = (A-I)K$. La sensibilidad de V con respecto a cambios en B será,

$$\Delta V = e'(o) \Delta R e(o)$$

donde ΔR se determina resolviendo la ecuación matricial

$$(B + \Delta B)' (R + \Delta R) + (R + \Delta R)(B + \Delta B) = -Q$$

permitiendo así calcular el incremento del coste debido a un ajuste unitario de la demanda.

Agregación y Filtro Kalman

Supongamos que no disponemos de predicciones de demanda más que para, tal vez, p de los n sectores; o que simplemente queremos agregar el modelo para dar resultados de las relaciones de los principales sectores, por razones de fiabilidad. Supongamos que el criterio de agregación se ha hecho con matriz de pesos C, basadas en criterios como la contribución de su producto al total de la clase sectorial en que se agrega etc. Con ello el modelo [13] y [14] quedaría modificado en su ecuación [14] que ahora debemos premultiplicar por dicha matriz C,

$$y(t) = Cs(t) - Wu(t) \quad [14']$$

con y(t) vector de los p sectores resultantes de la agregación. Si el modelo es puramente no intervencionista (sin pérdida de generalidad) u(t) serán las desviaciones en tasas sobre la demanda esperada y W una combinación de la covarianza estimada de dichas perturbaciones u(t) y de la matriz D de [16], en cualquier caso conocida.

El problema ahora es, con base en las observaciones de esas ofertas agregadas y(t) determinar la probabilidad condicional $P_r [x(t), t] / y(o) \dots y(t)]$ y de ella la evolución de los momentos apropiados, por ejemplo la esperanza condicional, estimación del "estado" x(t) sea

$\hat{x}(t)$, así como la precisión de dicha estimación tal como se refleja en su covarianza condicional,

$$P(t) = E[(x(t) - \hat{x}(t))' [x(t) - \hat{x}(t)] / y(0)...y(t)]'$$

Y este es un problema bien conocido de "filtrado" que resuelve eficientemente el filtro Kalman (ver por ejemplo Hernández 1975). Los productos o las ofertas finales de los sectores al nivel más desagregado, pueden estimularse utilizando pues el algoritmo del filtro de Kalman.

Este es, de otro modo, un problema difícil, que con la formulación en el espacio de estados resulta sin embargo conceptualmente trivial.

CONCLUSIONES

Modelos de oferta, entre los que los modelos intersectoriales, son de particular importancia, son necesarios para completar los modelos de demanda. Aparte de su interés per sé en otras áreas.

En este trabajo hemos propuesto alternativas de dinamización del modelo estático de Leontief, que presentan notables ventajas conceptuales y operativas sobre los intentos análogos del mismo Leontief y otros economistas.

Al reconocer que el vector de exceso de demanda es el principal activador del sistema, formulamos el modelo como un mecanismo de ajuste, con buenas propiedades de estabilidad y capaz de explicar los ciclos en la producción.

De este modo también hacemos énfasis, en que al igual que en el caso de modelos de demanda necesitamos expectativas sobre variables, de otro modo exógenas, también para hacer operativo el modelo de oferta necesitamos expectativas de demanda. Y en la formulación de dichas expectativas, necesitamos los modelos estocásticos que las gobiernan, series temporales, para acomodarlos al modelo intersectorial.

El modelo se formula en la representación de estados, con lo que podemos verificar sus propiedades estructurales y realizar los habituales experimentos de Control de indudable interés.

Finalmente, nuestra formulación es "en desequilibrio" con lo que la distinción usual entre modelos descriptivos y normativos de crecimiento resulta ahora innecesaria, con lo que podemos dar uniformidad pedagógica al tema, desde el formato común del problema tipo de Control.

REFERENCIAS

- AOKI, M. – Optimal Control and System Theory in Dynamic Economic Analysis. North Holland P. Co. 1976.
- BRODY, A. – Contributions to Input-Output Analysis. en Carter y Brody. North Holland 1970.
- CHAKRAVARTY, S. – Capital and Development Planning, MIT Press, 1969.
- CHOW, G. – Analysis and Control of Dynamic Economic Systems. Nueva York. John Wiley. 1975.
- COOPER, R. – The predictive performance of quarterly econometric models of the United States. En Econometric Models of Cyclical Behaviour, vol. 2 Edit. Hickman, Nueva York. Columbia U.P. pág. 813-926. (1972).
- HERNANDEZ, C. – Métodos Cuantitativos para la Decisión Económica. Tesis Doctoral . U.P. Barcelona, 1975.
- HERNANDEZ, C y HERNANDEZ, F. – Causality and the Independence Phenomenon. The case of the demand for money. Journal of Econometrics 1981, Vol. 15.
- KENDRICK, D. – On the Leontief dynamic inverse. Q.J. of Economics, 136, 1972.
- KLEIN, L. – The Supply Side. The A.E. Review, vol. 168 nº 1, 1978.
- KWAKERNAAK, H, y SIVAN, R. – Linear Optimal Control Systems. Wiley-Interscience. Nueva York. 1972.
- LANGE, O. – Output-investment ratio and input-output analysis, Econometrica 28 1960.
- LEONTIEF, W. – Studies in the Structure of the American Economy. Oxford U.P. Londres, 1953.
- LEONTIEF, W. – The dynamic inverse. En Contributions to Input-Output Analysis, Editado por Carter y Brody. North Holland. 1968.
- MIERNYCK, W. – A Regional Input-Output Pollution Model. I.E.E.E. Conf. Dec. and Control. New Orleans 1972.
- NELSON, C. – The predictive performance of the FRB-MIT Penn model of the U.S. economy. A. Ec. Review, 62. 1972.
- NORMAN A y NORMAN, M. – Behavioural Consistency Test of Econometric Models. IEEE Trans. A. Control, vol. AC-18, nº 5, Octubre 1973.
- SARGAN, J. – The Instability of the Leontief Dynamic Model Econometrica, 26. 1958.
- SARGENT, Th. The Observational Equivalence of the Natural and Unnatural Bate Theories. J.P. Economy 84, nº 3, Junio 1976.
- SARGENT, Th. – Observations on improper methods of simulating and teaching Friedman's time series consumption model. Int.Ec. Review. vol 18 nº2. Junio 1977.

- SARGENT, Th. – Macroeconomic Theory. Academic Press. Nueva York 1979.
- SMIRNOV, A. – Contributions to Input-Output Analysis, Edita Carter y Brody. North Holland. 1970.
- TINTNER, G. y SENGUPTA, J. – Stochastic Economics. Academic Press, Nueva York. 1972.