ANTONI ZABALZA

Conjuntos de oportunidad no convexos y decisiones de oferta de trabajo

1. Introduccion

Los problemas de endogeneidad y especificación que surgen cuando las restricciones presupuestarias son a tramos lineales han recibido recientemente considerable atención por parte de los economistas dedicados a la economía laboral (cf. Burtless y Hausman, 1978 y Wales y Woodland, 1979). En estos estudios los conjuntos de oportunidades considerados han sido siempre convexos. En muchos casos, sin embargo, las mismas razones que dan lugar a restricciones presupuestarias quebradas son también la causa de no convexidades en el conjunto de oportunidades. Si superponemos a un sistema de impuestos progresivos sobre la renta el efecto de un programa de transferencias, o el de un sistema de seguridad social, las tasas impositivas marginales dejarán de crecer monotónicamente con respecto al ingreso ganado. Las cláusulas de suspensión que normalmente se asocian a tales programas, significarán que las tasas impositivas con las que se enfrenta el individuo pueden en algunos casos decrecer a medida que éste se desplaza a lo largo de su restricción presupuestaria. Esto crea no convexidades cuyas consecuencias con respecto a la formulación y estimación de modelos de decisiones de oferta de trabajo no han recibido todavía la atención que merecen. Un ejemplo del tipo de no convexidades creadas por el sistema de seguridad social es considerado en Zabalza y cols. (1980). Allí el problema se resuelve reduciendo la restricción presupuestaria a sólo tres puntos, y formulando el modelo de decisiones de oferta de trabajo bajo un supuesto de convexidad respecto a la configuración relativa de estos tres puntos[1]. Ese trabajo proporciona una solución simple a un problema complicado, pero es algo restrictivo en tanto que el posible ajuste de horas a lo largo de la restricción presupuestaria es en buena medida ignorado.

Los programas de transferencias y los sistemas de seguridad social no son los únicos casos en que pueden aparecer no convexidades. La existencia de costes fijos en la participación laboral suministra otro ejemplo de restricciones presupuestarias no convexas, que puede ser empíricamente muy importante dada su incidencia en las decisiones de oferta de trabajo de mujeres casadas[2]. Hausman (1980) considera este problema en el contexto de un modelo de participación para mujeres casadas sujeto a un programa de transferencias. Cogan (1980 a y b) extiende el análisis considerando el problema de los costes fijos en un modelo de participación y horas. Hausman estudia las decisiones de participación especificando el modelo estructural entero, mientras que el modelo de Cogan se limita a una comparación entre salarios de reserva y salarios efectivos.

Cuando se presentan no convexidades la metodología de los salarios de reserva, inicialmente propuesta por Heckman (1974), no es adecuada desde un punto de vista teórico y puede dar resultados empíricos muy diferentes de los obtenidos utilizando un modelo estructural[3]. En este trabajo desarrollamos un marco analítico para el estudio de las decisiones de participación y horas en presencia, a la vez, de un sistema de impuestos progresivos sobre la renta y de costes fijos en la participación. El modelo propuesto se basa en la maximización de un índice explícito de utilidad respecto a una restricción presupuestaria dada, y las decisiones de horas se formulan determinando la probabilidad de trabajar en un segmento dado de la restricción presupuestaria. Esto es más limitado que tener en cuenta el pleno ajuste de horas, pero amplía significativamente el enfoque propuesto en Zabalza y cols. (1980), en el que el ajuste estaba restringido a sólo tres puntos. Además, el conjunto de decisiones reconocido por el modelo –si trabajar o no y, si se decide trabajar, si pagar impuestos o no– recoge las elecciones de oferta de trabajo más relevantes, y aquellas en que los datos dan probablemente la información más permanente y fidedigna. Mientras que las horas observadas pueden diferir (por multitud de motivos transitorios) de las horas desea-

1. En particular se requiere que el punto medio quede por encima de la cuerda que une los dos puntos extremos del conjunto de oportunidades.

2. Otro caso de no convexidades es el planteado por la existencia de primas a las horas extraordinarias.

3. Por ejemplo, Blinder y Gordon (1980), empleando el enfoque de los salarios de reserva para analizar el efecto de la seguridad social en los EE.UU., y Zabalza y cols. (1980), utilizando un enfoque estructural para analizar el mismo problema en el Reino Unido, obtienen resultados que son demasiado divergentes para ser tan solo atribuibles a los diferentes conjuntos de datos.

das, es menos probable que el régimen de trabajo/impuestos en el que se observa a un individuo difiera del que escogería dadas sus alternativas y preferencias.

La segunda sección del trabajo discute la manera en que los costes fijos alteran el conjunto de oportunidades. En la tercera sección, el enfoque basado en los salarios de reserva es examinado críticamente. La cuarta sección desarrolla un modelo estructural para la estimación de las decisiones de participación y horas en presencia de impuestos progresivos y costes fijos. Finalmente, la quinta sección expone algunas sugerencias para la verificación empírica del modelo.

2. La restriccion presupuestaria en presencia de costes fijos

Para concretar supongamos la restricción presupuestaria de una mujer casada con una exención fiscal sobre sus propios ingresos (es decir, independiente del nivel de los demás ingresos familiares) igual a A. En ausencia de cualquier tipo de costes fijos de participación la restricción presupuestaria, para un individuo dado i, viene representada por la siguiente expresión:

$$w_i(1-t)h_i + At + y_{0i} = x_i \tag{1}$$

donde w_i es su tasa salarial, h_i es el nûmero de horas dedicadas al mercado, t es la tasa impositiva, y_{oi} representa los demás ingresos familiares (en términos netos) y x_i es el ingreso total familiar neto. Representamos esta restricción en la figura 1 mediante la línea Ty_oCB, donde T es el nivel máximo posible (fijo) de ocio. Si el individuo gana menos que la exención fiscal A, entonces $t = 0$, y (1) es representada por el segmento y_0C, determinado por una línea de pendiente igual a (menos) la tasa salarial bruta, que intersecta las cero horas de trabajo en el punto y_{oi}. Si el individuo gana más que A, entonces $t > 0$, y (1) es representada por el segmento CB, determinada por una línea con pendiente igual a (menos) la tasa salarial neta, que intersecta las cero horas de trabajo al nivel $y_{0i} + A_t$. Evidentemente el máximo número de horas que el individuo puede trabajar antes de pagar los impuestos es $h_i = A/w_i$, y el ingreso familiar máximo antes de pagar los impuestos es $x_i = y_{0i} + A$.

El anterior argumento incorpora dos supuestos implícitos. Primero, que no hay costes monetarios asociados al acto de trabajar y, segundo, que todo el tiempo dedicado al mercado es empleado en actividades remuneradas. Claramente esto no ocurre en muchas situaciones reales.

La entrada en el mercado de trabajo está normalmente asociada a costes fijos monetarios y de tiempo que en muchas circunstancias pueden ser considerables. Además de los costes de transporte, una mujer casada puede incurrir en otros gastos (guarderías, ayuda doméstica, etc.) para poder trabajar. Aunque un empleo sea pagado por ocho horas al día, también es posible que requiera dos horas extra para ir y volver del lugar de trabajo. Estos son costes reales que pueden modificar sustancialmente las decisiones de oferta de trabajo de (particularmente) los trabajadores secundarios, y que deben ser tenidos en cuenta.

¿Cómo alterarán, estos costes, la restricción presupuestaria antes descrita? Sea ϕ_i el coste monetario fijo por individuo, y τ_i el coste de tiempo fijo del individuo. La ecuación (1) sería ahora:

$$w_i(1 - t)(h_i - \tau_i) + At + y_{0i} - \phi_i = x_i \tag{2}$$

Si el individuo no participa ($h = 0$), no pagará impuestos ($t = 0$) y no incurrirá en ningún coste de participación ($\phi_i = \tau_i = 0$). Su ingreso disponible será entonces y_{0i}, que indica el primer punto factible de su conjunto de oportunidades. Si trabaja y gana menos de A, su restricción presupuestaria vendrá dada por el segmento EF, que tiene la misma pendiente que el segmento CY_o, pero una intersección más baja igual a $y_{0i} - \phi_i - \tau_i \omega_i$. Si trabaja ganando más de A, la parte relevante de la restricción presupuestaria es DE, con la misma pendiente que BC, pero con la intersección igual a $y_{0i} + A_t - \phi_i - \tau_i \omega_i (1 - t)$. Dado que los costes monetarios fijos no son deducibles de los impuestos, el ángulo de la restricción presupuestaria se desplazará a la izquierda sólo por la magnitud de los costes de tiempo (τ_i) y el ingreso familiar máximo antes de pagar los impuestos será ahora $x_i^* - \phi_i$. Así, en la figura 1, la nueva restricción presupuestaria, que viene representada por la línea DEF y el punto y_{0i}, es claramente no convexa. Volvemos ahora a las consecuencias de esta no convexidad para la formulación y estimación de modelos sobre las decisiones de oferta de trabajo.

3. El enfoque del salario de reserva

Este enfoque, primeramente propuesto por Heckman (1974), estima a la vez las decisiones de participación y de horas por medio de una comparación entre los salarios efectivos y los salarios de reserva al nivel de cero horas de trabajo. El procedimiento puede ser resumido de modo simple en términos de la figura 2. Si, como en la gráfica (a), el salario de reserva w_{ri} (la tasa marginal de sustitución del individuo a cero horas de trabajo) es mayor que su salario de mercado w_i (también a cero horas trabajo), entonces la persona no participará ya que, dados los supuestos usuales de convexidad de las preferencias, no hay otro punto en la restricción presupuestaria donde la utilidad pueda ser mayor que en el punto A. Por otro lado, si como en la gráfica (b) $w_{ri} < w_i$ a $h = 0$, entonces la persona participará puesto que pueden ser obtenidos mayores niveles de utilidad a lo largo de la restricción presupuestaria (punto B).

El modelo es también empleado, dada una especificación particular del salario efectivo y de reserva, para determinar el número de horas trabajadas por los participantes. Esta extensión requiere, sin embargo, que el salario real sea constante a lo largo de la restricción presupuestaria. Si debido a un impuesto sobre la renta, por ejemplo, el salario marginal decrece a medida que el ingreso aumenta, la decisión de participación estará aún determinada por la comparación entre w_{ri} y la tasa salarial marginal a cero horas de trabajo, pero para determinar el número de horas trabajadas uno necesita más información acerca de la estructura del conjunto de oportunidades. Tal como se muestra en el gráfico (c) de la figura 2, la comparación entre w_{ri} y w_{li} aún representa un criterio de participación adecuado. Sin embargo, si tan sólo se toma en cuenta w_{li}, la posición final de equilibrio estaría en el punto B (h_t horas de trabajo), mientras que para la restricción presupuestaria supuesta, la posición real de equilibrio se situaría en el punto C (h_c horas de trabajo).

Para este enfoque las cosas empeoran todavía más cuando se introducen no convexidades en el conjunto de oportunidades. Entonces ni tan siquiera las decisiones de participación pueden ser analizadas en términos de una comparación entre salarios efectivos y salarios de reserva. Por ejemplo, si consideramos costes fijos de participación, tal como se han discutido en la sección 2, la restricción presupuestaria con un salario de mercado constante estaría representada en la figura 3 por la línea BC y el punto A. Evidentemente el criterio $w_{ri} < w_i$ no es suficiente para determinar las decisiones de participación del individuo; en el ejemplo presentado en la figura 3, el salario de reserva es menor que el salario de mercado y no obstante el nivel máximo de utilidad (u_{oi}) se obtiene no participando.

Cogan (1980) propone una modificación del enfoque del salario de reserva destinado a tratar de resolver las dificultades planteadas por la presencia de no convexidades. La modificación consiste en redefinr el salario de reserva como el mínimo salario que induciría a la participación, más que como la tasa marginal de sustitución a cero horas de trabajo. En la figura 3, este salario w_{rri} viene dado por la pendiente de la línea que pasa por el punto C y es tangente a la curva de indiferencia en el punto A. Si, como en la figura 3, $w_{rri} > w_i$ entonces el individuo no participará. Si, por el contrario, $w_{rri} < w_i$ el individuo participará. Dado que w_{rri} puede ser identificado fácilmente en términos de la función de gasto, Cogan construye un modelo basado en la comparación entre w_{rri} y w_i que permite estimar las respuestas de oferta de trabajo en presencia de costes fijos de participación.

Todo ello es correcto en el supuesto que la tasa marginal salarial de mercado sea constante para todos los niveles de ingreso. Sin embargo, cuando el salario marginal varía, el procedimiento falla. Esto se aplica no sólo a la formulación del modelo y a la estimación de los efectos sobre las horas (como ocurría cuando los costes fijos no eran considerados) sino también a la formulación del modelo y estimación de las decisiones de participación, incluso cuando los salarios marginales decrecen monotónicamente con respecto al ingreso ganado. La figura 4 ilustra esta cuestión. En la situación representada $w_{rri} < w_i$ y aún así el individuo maximiza su nivel de utilidad no participando. La razón de por qué esto sucede es obvia. La comparación entre w_{rr} y w no suministra una descripción completa de las oportunidades que se ofrecen al individuo, ni de la relación entre ellas y su posición inicial. Para que así sea son necesarias consideraciones tipo global.

4. Un modelo estructural de decisiones de oferta de trabajo en presencia de costes fijos y impuestos progresivos

La conclusión de la anterior sección es que cuando se consideran conjuntamente impuestos progresivos y costes fijos, el enfoque de los salarios de reserva, incluso en su versión modificada, no es adecuado para analizar las decisiones de oferta de trabajo. En estas circunstancias la única alternativa que se nos abre es la especificación explícita de un índice de preferencias y la formulación de modelos de elección de oferta de trabajo en términos de comparaciones globales. El propósito de esta sección es desarrollar este marco analítico.

En la medida en que son necesarias comparaciones globales de los niveles de utilidad alcanzados en distintas posiciones de la restricción presupuestaria, nos hace falta una especificación explícita del índice de utilidad. Una forma flexible que podríamos emplear, que ha tenido un cierto éxito en la literatura del consumo, es la función de utilidad Stone-Gery[4]. En este modelo tomamos la decisión de la esposa, para unos in-

4. Otro candidato obvio es la CES. Esta es empleada en Zabalza y cols. (1980) en un modelo que también se sirve de comparaciones globales. En este caso, sin embargo, las comparaciones eran entre puntos discretos, y resulta que comparaciones entre formas directas de la fun-

.../...

gresos dados del marido, como el comportamiento relevante objeto de estudio[5]. Por tanto especificamos como sigue la función de utilidad:

$$U = (\ell_i - \delta)^{\alpha} \ (x_i - \beta)^{1-\alpha} \tag{3}$$

donde ℓ_i es el ocio del individuo, x_i es el ingreso total neto de la familia y α, β, y δ son parámetros. δ y β se pueden interpretar como los requerimientos mínimos de ocio e ingreso y puede considerarse que dependen de las características de la familia. Para que U sea positiva en cualquier punto $\ell_i - \delta > 0$ y $x_i - \beta > 0$. También imponemos la restricción de que $0 \leqslant \alpha \leqslant 1$.

Si T es la cantidad máxima de ocio disponible, h_i es el número de horas trabajadas, w_i es la tasa individual de salario y y_{0i} es ingreso familiar neto restante (es decir, ingresos familiares "no ganados", más los ingresos netos del esposo), tenemos que ℓ_i y x_i se definen por:

$$\ell_i = T - h_i \tag{4}$$

y

$$x_i = w_i h_i + y_{0i} \tag{5}$$

De la maximización de (3) condicionada a (4) y (5), resulta la función de oferta de horas de trabajo:

$$h_i = (1-\alpha)(T-\delta) + \alpha\beta(1/w_i) - \alpha(y_i/w_i) \tag{6}$$

Si la restricción presupuestaria es convexa pero de tramos lineales, esta función será únicamente válida como representación de las solucio-

.../...

ción CES pueden ser reducidas a expresiones bastante simples. En nuestro caso, en cambio, necesitamos formas indirectas de la función de utilidad, ya que se permite el ajuste de horas en los segmentos de la restricción presupuestaria. Para estos tipos de comparaciones, la forma Stone-Geary es mucho más flexible y tiene la ventaja adicional de resultar en una función de oferta de horas lineal en (1/w), y (y/w) y en el vector de características personales. Otra posible forma es la propuesta por Hausman (1980), que también resulta en una función de oferta de horas lineal. Debería observarse que las consideraciones teóricas de esta sección son válidas para todo tipo de funciones de utilidad de buen comportamiento. La elección entre ellas es estrictamente una cuestión de ventaja computacional.

5. Dado que los costes fijos de participación tienden a afectar con mayor incidencia a las decisiones de oferta de trabajo de las esposas, es razonable concentrarse sólo en ellas, y tomar las decisiones de los maridos como dadas. Las pequeñísimas elasticidades encontradas para los maridos son otra justificación para esta simplificación.

nes interiores en cada segmento del conjunto de oportunidades, pero no como una representación de las soluciones esquina –esto es, de los ángulos, o del punto de participación. Si, por ejemplo, la restricción presupuestaria fuera BCy_0T en la figura 1, cada uno de los dos segmentos puede ser identificado por una tasa salarial y por una intersección. Al sustituirlas en (6) obtenemos la solución para el número de horas deseado bajo cada configuración, de las que la factible nos proporciona la situación de equilibrio. Pero no ocurre así en los puntos C y y_0, donde ni los salarios ni las intersecciones están definidos. En estos casos hay una amplia gama de salarios e intersecciones que dan lugar al mismo número de horas y por tanto la expresión (6) no puede ser una representación apropiada de este tipo de equilibrio, ya que asigna un único h a cada (w, y).

Cuando la restricción presupuestaria es no convexa, entonces (6) ni tan siquiera es una representación válida de las soluciones interiores. Si, por ejemplo, la restricción presupuestaria fuese DEF y el punto y_0 en la figura 1, entonces la solución factible de (6) en uno de los dos segmentos no ofrece ningún tipo de seguridad de que se haya encontrado la posición de equilibrio. Esto se ilustra en la figura 5. Para una función de utilidad dada, h_2 sería el número de horas (factible) obtenido de sustituir w_2 y y_2 en (6). El correspondiente punto Q, sin embargo, no sería la posición de equilibrio, ya que se puede obtener un mayor nivel de utilidad si no se participa[6].

Las razones hasta ahora expuestas para rechazar (6) son de naturaleza teórica. Hay ulteriores razones de tipo econométrico que hacen que (6) sea poco satisfactoria. Dado que w y y varían con la cantidad de horas trabajadas, estas variables no pueden ser consideradas exógenas y por tanto invalidan cualquier intento de estimar (6) por métodos convencionales de regresión. Para superar todas estas objeciones teóricas y econométricas, debemos hacer uso directo de la función de utilidad y modelar las decisiones de oferta de trabajo comparando su nivel en todos los puntos factibles de la restricción presupuestaria. En el resto del presente trabajo mostramos cómo puede formularse este problema. Primero consideraremos solamente las decisiones de participación, y luego extenderemos el análisis permitiendo ajustes de horas en regímenes fiscales diversos.

6. Este problema surgiría incluso si el conjunto de oportunidades (no convexo) no tuviera ningún ángulo debido a los impuestos.

4.1. *La decisión de participación*

El valor (absoluto) de la tasa marginal de sustitución del individuo, usando (3), es:

$$\mathrm{MRS}_i = \frac{\alpha}{1-\alpha} \; \frac{x_i - \beta}{(T-\delta) - h_i}$$

En cualquier punto dado del espacio renta-ocio, la RMS_i (la pendiente de la correspondiente curva de indiferencia en ese punto) variará con cualquiera de los parámetros α, β, ó δ. En particular, dado que $(x_i - \beta) > 0$ y $(\ell_i - \delta) > 0$, la RMS_i decrecerá (la curva de indiferencia girará hacia la izquierda) a medida que α disminuya. Así para cualquier valor dado de los otros parámetros, las variaciones en las respuestas observadas de oferta de trabajo, pueden ser seguidas por medio de las variaciones de α. Esto nos sugiere que α pudiera ser redefinido como un parámetro específico para cada individuo, más que como un parámetro común a toda la población, y que la variación estocástica del modelo podría ser introducida a través de este parámetro. Así, definimos α_i como:

$$\alpha_i = \frac{1}{1 + \exp(\gamma + \epsilon_i)} \tag{7}$$

donde ϵ es una variable aleatoria distribuída entre la población según alguna función de distribución de probabilidad (con media cero y desviación típica σ), y γ es un parámetro común a toda la población. Entonces:

$$\mathrm{MRS}_i = \exp\left[-(\gamma + \epsilon_i)\right] \frac{x_i - \beta}{(T-\delta) - h_i}$$

La variable aleatoria ϵ_i puede ser interpretada como un indicador de la actitud individual hacia el trabajo. Cuanto mayor sea ϵ más plano será el mapa de indiferencia y más probable será que el individuo participe.

Consideremos ahora la restricción presupuestaria discutida en la sección 2, que se reproduce en la figura 6, y llamemos al salario correspondiente al segmento EF, w_1, y su intersección asociada y_1. De la sección 1 recordamos que w_1 es el salario bruto y $y_1 = y_0 - \phi - \tau w$, donde ϕ y τ son, respectivamente, los costes fijos monetarios y de tiempo del individuo, y donde el subíndice i queda desde ahora suprimido para evitar confusiones. También llamemos al salario correspondiente al segmento DE, w_2, y su intersección asociada y_2. w_2 es ahora el salario neto ($w_2 = w_1 (1 - t)$) y $y_2 = y_0 + At - \phi - \tau w(1 - t)$. La tasa marginal de sustitución en el punto y_0 es:

$$\text{MRS}\,(h = 0) = \exp[-(\gamma + \epsilon)]\,\frac{y_0 - \beta}{T - \delta} \tag{8}$$

y nos da el valor absoluto de la pendiente de la curva de indiferencia que pasa por y_0. A medida que ϵ aumenta, la curva de indiferencia rota hacia la izquierda sobre el punto y_0, y para un ϵ^* dado la curva de indiferencia tocará a algún punto de la restricción presupuestaria. La probabilidad de que el individuo participe es igual a la propabilidad de que $\epsilon \geqslant \epsilon^*$. Todo el problema reside en encontrar un medio de determinar ϵ^*.

Para cualquier segmento dado de la restricción presupuestaria, por ejemplo el determinado por el salario w_j y punto de intersección y_j (j (j = 1, 2), existe un valor de ϵ (llamémosle ϵ'), para el cual el máximo nivel de utilidad alcanzable cuando $w = w_j$ y $y = y_j$ es igual al nivel de utilidad en el punto y_0. Empleando la función indirecta de utilidad de (3), el máximo nivel de utilidad que puede obtenerse con w_j y y_j es:

$$V(w_j, y_j) = (1 - \alpha)^{(1-\alpha)}\alpha^{\alpha}[(T - \delta)w_j - \beta + y_j]^{(1-\alpha)} \tag{9}$$

$$[(T - \delta) - \beta(1/w_j) + (y_j/w_j)]^{\alpha} \qquad (j = 1,2)$$

Y el nivel de utilidad en el punto y_0 es

$$U(0, y_0) = (T - \delta)^{\alpha}(y_0 - \beta)^{1-\alpha} \tag{10}$$

donde α viene dado por (7). Igualando (9) y (10), ϵ' está determinado implícitamente por la siguiente expresión:

$$A(y_0, y_j, w_j, \epsilon) = B(y_j, w_j, \epsilon) \qquad (j = 1;2) \tag{11}$$

donde

$$A(y_0, y_j, w_j, \epsilon) = \left[\frac{\exp(\gamma + \epsilon)\left[(T - \delta) w_j - \beta + y_j\right]}{y_0 - \beta}\right]^{\exp(\gamma+\epsilon)}$$

y

$$B(y_j, w_j, \epsilon) = \frac{(T - \delta)\left[1 + \exp(\gamma + \epsilon)\right]^{1 + \exp(\gamma + \epsilon)}}{(T - \delta) - \beta(1/w_j) + (y_j/w_j)} \qquad (j = 1,2)$$

Aunque no es posible obtener una solución explícita para (11), es relativamente fácil resolverlo por métodos numéricos. Nótese que para una configuración de la restricción presupuestaria como la representada en la figura 6, habrá dos soluciones para cada una de las dos ecuaciones (11). Para una tangencia se obtendrá a la derecha de T, y para la otra a la izquierda de T. Naturalmente sólo nos interesa la segunda y es fácil eliminar los valores de ϵ que pueden producir tangencia a la derecha de T. Para cada segmento considerado, haciendo $h = 0$ en (6), obtenemos:

$$\epsilon_j\,(\min) = ln\left[\frac{y_j - \beta}{(T-\delta) w_j}\right] - \gamma$$

si $\epsilon = \epsilon_j$ (min), $h_j = 0$. Por tanto la solución de (11) será para $j = 1,2$, el primer $\epsilon > \epsilon_j$ (min) que soluciona (11).

Otras posibilidades pueden ser eliminadas considerando que en muchos casos (11) no tendrá solución para $j = 2$. Si $y_2 > y_0$, como ocurre frecuentemente a menos que los costes fijos sean muy grandes, la prolongación del segmento DE pasará por encima del punto y_0 y en este caso no existirá solución para la ecuación (11).

Para pasar de los valores ϵ_j' $(j = 1,2)$ obtenidos, al valor crítico ϵ^* observamos que, cuando ϵ_1' y ϵ_2' existen, al menos uno de ellos será factible (en el sentido de generar un punto de tangencia en el segmento de línea que pertenece a la restricción presupuestaria)[7], y éste será necesariamente el mayor. Entonces el valor de ϵ^* viene dado por el ϵ factible. Los gráficos (a) y (b) de la figura 7 ilustran respectivamente los casos en que ϵ'_2 y ϵ'_1 son factibles; claramente, en ambos casos, el ϵ' factible es también el mayor.

Evidentemente, puede ocurrir que ninguno de los dos valores de ϵ' sea factible, tal como lo muestra el gráfico (c) de la figura 7. Entonces el ϵ mínimo que induciría a la participación es aquél en que el nivel de utilidad en el ángulo (E) es igual al nivel de utilidad en el punto correspondiente a cero horas (y_0). Encontraremos este valor resolviendo para ϵ la ecuación:

$$(T - \delta - h^*)^{\alpha} \ (x^* - \beta)^{1-\alpha} = (T - \delta)^{\alpha} \ (y_0 - \beta)^{1-\alpha}$$

Este valor , al que llamaremos ϵ_k, viene dado por la siguiente expresión:

$$\epsilon_k = ln \left[\frac{ln\,[\,(T-\delta)\,/\,(T-\delta-h^*)\,]}{ln\,[\,(x^*-\beta)\,/\,(y_0-\beta)\,]} \right] - \gamma \qquad (12)$$

donde, tal como se trató en la sección 1, $h^* = (A \,/\, w_1) + \tau$ y $x = y_0 + A - \phi$. En esta circunstancia, pues, el valor de ϵ^* vendrá dado por ϵ_k.

Recapitulando, el valor mínimo de ϵ que inducirá a la participación, será o bien el único valor factible (j = 1,2) o, si este valor factible no existe, ϵ_k. Esto determina ϵ^*. Entonces para cualquier individuo, la probabilidad de participación P (P) viene dada por:

$$P\,(P) = P\,(\epsilon > \epsilon^*),$$

7. Determinaremos si ϵ'_j es factible de la siguiente manera: utilizando (6) definimos:

$$h_j = \frac{1}{1 + \exp\,(\gamma + \epsilon'_j)} \left[\exp\,(\gamma + \epsilon'_j) \ (T - \delta) + \beta\,(1\,/\,w_j) - (y_j\,/\,w_j) \right] \quad (j = 1{,}2)$$

Si $h_1 < (A/w_1) + \tau$, ϵ'_1 es factible,

Si $h_2 > (A/w) + \tau$, ϵ'_2 es factible.

la probabilidad de no participación está dada por:

$$P(NP) = P(\epsilon \leqslant \epsilon^*)$$

y la correspondiente función de verosimilitud para la muestra entera es:

$$L = \prod_{m=1}^{M} F(\epsilon^* / \sigma) \prod_{n=1}^{N} [1 - F(\epsilon^* / \sigma)] \qquad (13)$$

donde M personas son no participantes, N personas son participantes y F (•) es la función acumulada de la distribución normal. Los parámetros estimados se obtienen maximizando (13) con respecto a γ, $(T - \delta)$, β y ∂[8].

4.2. *Decisiones sobre participación y horas*

Aunque en la deducción de (13) se ha utilizado plenamente la información sobre la restricción presupuestaria del individuo, y sobre las no convexidades que pudiera presentar, tan sólo se ha hecho uso parcial de la información que tenemos de su status de trabajador. La única información que interesa para determinar la contribución de una observación individual a la función de verosimilitud (13) es si el individuo en cuestión participa o no. Sin embargo también conocemos su posición real en la restricción presupuestaria, y podríamos mejorar las estimaciones de los parámetros de nuestro modelo si esta información fuera utilizada. Obsérvese que, en principio, el modelo entero puede ser estimado como en la sección 4.1, utilizando solamente información sobre el estatus de participación. En el presente marco teórico una vez hemos estimado los parámetros de la función de utilidad (y, si es necesario, de los costes fijos que alteran la restricción presupuestaria), tenemos un conjunto completo de resultados concernientes tanto a las decisiones de participación como a las de horas. Sin embargo, dado que únicamente se utiliza información sobre participación, estos resultados tenderán a ser más fiables para predecir cambios en participación que para predecir

8. Si los costes fijos ϕ y T no son conocidos, se pueden expresar como una función de las características familiares y pueden estimarse a partir de los datos. Las cuestiones concernientes a la especificación empírica del modelo son discutidas más adelante en la sección 5.

cambios en las horas trabajadas. Una manera de mejorar la fiabilidad de este último tipo de predicciones es hacer también uso de la información sobre horas que tenemos a nuestra disposición. Este es el propósito de esta sección.

Antes de desarrollar el marco analítico es importante clarificar qué queremos decir exactamente por "hacer uso de la información sobre horas". Una posibilidad sería utilizar la cantidad observada de horas que una mujer trabaja. Creemos que la información sobre el número exacto de horas trabajadas está probablemente más sujeta a fenómenos transitorios que la información en torno a la sección de la restricción presupuestaria en que el individuo se encuentra, y que tomarlo en cuenta requeriría una estructura estocástica más compleja que la postulada hasta ahora. Por tanto emplearemos la información sobre las horas trabajadas solamente para situar al individuo en uno de los dos segmentos de la restricción presupuestaria (esto es, para determinar si paga impuestos o no) o en el ángulo, siendo la hipótesis de trabajo que variaciones entre estos regímenes de trabajo responden más a variaciones en los gustos (que es lo que nuestra estructura de errores trata de aprehender) que a circunstancias transitorias.

Tal como se discutió en la sección 4.1, cuando ϵ aumenta, la curva de indiferencia en el punto y_0 gira hacia la izquierda, y la primera ϵ para la cual esta curva toca la restricción presupuestaria, que hemos denotado por ϵ^*, indica el mínimo nivel de ϵ que induciría a la participaci-on. Hay tres posibles ϵ' dependiendo de si el primer contacto con la restricción presupuestaria se efectúa a lo largo del segmento EF, en el ángulo F, o en el segmento DE. En consecuencia cada una de estas tres situaciones generará distintas probabilidades de trabajar en cada uno de los tres regímenes. Si el primer contacto se da a lo largo del segmento EF, aumentos adicionales de ϵ situarán el punto óptimo en el ángulo (punto E), y aumentos ulteriores de ϵ situarán el punto óptimo a lo largo del segmento DE[9]. Si el primer contacto se realiza en el ángulo (pun-

9. A medida que ϵ aumenta, el número de horas deseadas nunca decrecerá. Obviamente, en el ángulo las horas deseadas permanecerán constantes. A lo largo de cualquiera de los segmentos de la restricción crecerán monotónicamente. Esto puede probarse fácilmente. Recuérdese que para el conjunto de valores de ϵ que estamos considerando, la RMS en $h = 0$ debe tener siempre pendiente descendente. Esto requiere que:

$$\frac{\alpha}{1-\alpha}\left[\frac{y_j-\beta}{T-\delta}\right] > 0 \qquad (j = 1,2)$$

Ya que $1 > \alpha > 0$, y $T - \delta > 0$, debe ser cierto que $y_j - \beta > 0$. Entonces, de (6) tenemos que:

.../...

to E), incrementos adicionales de ϵ pueden tan sólo ubicar el óptimo en el segmento DE. Finalmente, si el primer contacto se efectúa a lo largo del segmento DE, las únicas dos posibilidades óptimas para el individuo son o no participar, o trabajar y pagar impuestos (es decir, se situará en el segmento DE).

Consideremos ahora la determinación de las distintas probabilidades en la primera situación; es decir cuando el primer contacto se realiza en el segmento EF. Si ϵ_1' es factible, la probabilidad de no participación es:

$$P(NP) = P(\epsilon \leqslant \epsilon_1') \tag{14}$$

La probabilidad de trabajar en el segmento EF, P ((1)), será entonces igual a la probabilidad de que $\epsilon > \epsilon_1'$ y de que las horas deseadas sean menores que h^* cuando $w = w_1$ y $y_z = y_1$. Es decir:

$$P[(1)] = P[(\epsilon > \epsilon_1') \cap (h < h^* \mid w_1, y_1)] \tag{15}$$

Pero, utilizando (6),

$$\begin{aligned} P(h < h^* \mid w_1, y_1) &= P[(1-\alpha)(T-\delta) + \alpha\beta(1/w_1) \\ - \alpha(y_1/w_1) < h^*] &= P(\epsilon < \epsilon_1) \end{aligned} \tag{16}$$

.../...

$$\frac{\partial h}{\partial \alpha} = -(T-\delta) - \left[\frac{y_j - \beta}{w_j}\right] < 0$$

Ya que $w_j > 0$. Y de (7):

$$\frac{d\alpha}{d\epsilon} = - \frac{\exp(\gamma + \epsilon)}{[1 + \exp(\gamma + \epsilon)]^2} < 0$$

Por consiguiente:

$$\frac{\partial h}{\partial \epsilon} = \frac{\partial h}{\partial \alpha}\frac{d\alpha}{d\epsilon} = (-)(-) > 0,$$

Q.E.D.

donde

$$\epsilon_1 = ln \left[\frac{h^*}{(T-\delta) - h^*} + \frac{y_1 - \beta}{[(T-\delta) - h^*] w_1} \right] - \gamma \tag{17}$$

Por consiguiente, la probabilidad de trabajar en el segmento EF es:

$$P[(1)] = P[(\epsilon > \epsilon_1') \cap (\epsilon < \epsilon_1)] \tag{18}$$

La probabilidad de trabajar en el ángulo P (K) es igual a la probabilidad de que las horas deseadas con w_1 y y_1 sean mayores que h* y de que las horas deseadas con w_2 y y_2 sean menores que h*. Es decir:

$$P(K) = P[(h > h^* \mid w_1, y_1) \cap (h < h^* \mid w_2, y_2)]$$

Usando (16), la primera probabilidad es:

$$P[(h > h^* \mid w_1, y_1)] = P(\epsilon > \epsilon_1)$$

Y empleando (6), la segunda probabilidad resulta ser:

$$P[(h < h^* \mid w_2, y_2)] = P(\epsilon < \epsilon_2) \tag{19}$$

donde

$$\epsilon_2 = ln \left[\frac{h^*}{(T-\delta) - h^*} + \frac{y_2 - \beta}{[(T-\delta) - h^*] w_2} \right] - \gamma \tag{20}$$

Así pues, la probabilidad de trabajar en el ángulo es:

$$P(K) = P[(\epsilon > \epsilon_1) \cap (\epsilon < \epsilon_2)] \tag{21}$$

Finalmente, la probabilidad de trabajar en el segmento DE, P ((2)), es igual a la probabilidad de que las horas deseadas con w_2 y y_2 sean mayores que h*, la cual, utilizando (19) es igual a:

$$P[(2)] = P[(h > h^* \mid w_2, y_2)] = P(\epsilon > \epsilon_2) \qquad (22)$$

Si ni ϵ_1' ni ϵ_2' son factibles, las probabilidades relevantes (que se hallan aplicando un procedimiento similar al del caso anterior) son:

$$P(NP) = P(\epsilon \leqslant \epsilon_k)$$

$$P(K) = P[(\epsilon > \epsilon_k) \cap (\epsilon < \epsilon_2)]$$

$$P[(2)] = P(\epsilon \geqslant \epsilon_2)$$

Y, si ϵ_2' es factible

$$P(NP) = P(\epsilon \leqslant \epsilon_2')$$

$$P[(2)] = P(\epsilon > \epsilon_2')$$

Adicionalmente sabemos que las probabilidades que determinan los primeros puntos de contacto con la restricción son:

$$P(\epsilon^* = \epsilon_2') = P(\epsilon \leqslant \epsilon_1)$$

$$P(\epsilon^* = \epsilon_k) = P[(\epsilon > \epsilon_2)]$$

$$P(\epsilon^* = \epsilon_2') = P(\epsilon \geqslant \epsilon_2)$$

Por consiguiente, la probabilidad total de observar al individuo que no participa es:

$$P(NP) = P(\epsilon \leqslant \epsilon_1' \mid \epsilon^* = \epsilon_1')\, P(\epsilon^* = \epsilon_1') +$$

$$P(\epsilon \leqslant \epsilon_k \mid \epsilon^* = \epsilon_k)\, P(\epsilon^* = \epsilon_k)$$

$$+ \; P(\epsilon \leqslant \epsilon_2' \mid \epsilon^* = \epsilon_2')\, P(\epsilon^* = \epsilon_2')$$

Pero aplicando la fórmula de las probabilidades condicionales, la anterior expresión se reduce a:

$$\begin{aligned} P\,(NP) \; = \; & P\,[\,(\epsilon \leqslant \epsilon_1')\,\cap\,(\epsilon \leqslant \epsilon_1)\,] \; + \\ & P\,[\,(\epsilon \leqslant \epsilon_k)\,\cap\,[\,(\epsilon > \epsilon_1)\,\cap\,(\epsilon < \epsilon_2)\,]\,] \\ & + \; P\,[\,(\epsilon \leqslant \epsilon_2')\,\cap\,(\epsilon \geqslant \epsilon_2)\,] \end{aligned} \tag{23}$$

Aplicando el mismo procedimiento a P ((1)), P (K) y P ((2)), obtenemos:

$$P\,[\,(1)\,] \; = \; P\,[\,(\epsilon > \epsilon_1')\,\cap\,(\epsilon \leqslant \epsilon_1)\,| \tag{24}$$

$$P\,(\,K\,) \; = \; P\,[\,(\epsilon > \epsilon_k)\,\cap\,[\,(\epsilon > \epsilon_1)\,\cap\,(\epsilon < \epsilon_2)\,]\,] \tag{25}$$

$$P\,[\,(2)\,] \; = \; P\,[\,(\epsilon > \epsilon_2')\,\cap\,(\epsilon > \epsilon_2)\,] \tag{26}$$

Donde se ha hecho uso del hecho de que en todas las posibles configuraciones de los puntos de contacto, $\epsilon_1 < \epsilon_2$. Entonces la función de verosimilitud es simplemente la multiplicación para toda la muestra de las expresiones (23) a (26).

5. Especificacion empirica

Si estamos interesados solamente en obtener respuestas de la oferta, la especificación dada por (3) es suficiente. Las características personales y familiares se pueden introducir mediante la especificación:

$$\delta \; = \; \underset{\sim}{\delta}\,\underset{\sim}{X}_1 \tag{27}$$

donde δ es un vector de parámetros y $\underset{\sim}{X}_1$ es un vector de características personales y familiares, incluyendo una constante. Alternativamente, estas características pueden introducirse a través del parámetro γ, definiendo:

$$\gamma \; = \; \underset{\sim}{\gamma}\,\underset{\sim}{X}_1 \tag{28}$$

La diferencia entre las dos especificaciones es que utilizando (27), el vector de características $\underset{\sim}{X}_1$ entrará linealmente en la función de oferta de trabajo (6), mientras que si empleamos (28) entrará, a través de α, de manera no lineal. Como que en la mayoría de los estudios convencionales de oferta de trabajo el efecto de $\underset{\sim}{X}_1$ es introducido linealmente más que interactivamente con las variables salario e ingreso, parece aconsejable, para mantener (6) en forma comparable, emplear la especificación (27).

En la mayoría de las muestras de datos (indudablemente en aquellos normalmente disponibles) no hay información acerca de costes fijos de tiempo o monetarios. Así ϕ y τ tendrán que ser estimados conjuntamente con el resto de los parámetros del modelo. Para este propósito podemos definir otros dos vectores de características personales y familiares, $\underset{\sim}{X}_2$ y $\underset{\sim}{X}_3$, que se supone están relacionados con la incidencia y cuantía de esos costes. Por lo tanto, definimos:

$$\phi = \underset{\sim}{\phi}\, \underset{\sim}{X}_2$$

y

$$\tau = \underset{\sim}{\tau}\, \underset{\sim}{X}_3$$

Si la muestra de datos es suficientemente rica, puede ser posible diferenciar entre características que afectan a los gustos, a los costes monetarios y a los costes de tiempo. Si no, los tres vectores $\underset{\sim}{X}$ pueden tener algunos elementos en común. En principio podrían ser idénticos, pero esto puede crear problemas de multicolinealidad. Cuando los datos son pobres, la única alternativa sería mantener $\underset{\sim}{X}_1$ y $\underset{\sim}{X}_2$ diferenciados por al menos un elemento, y restringir $\underset{\sim}{\tau} = 0$. Entonces el parámetro $\underset{\sim}{\phi}$ estimaría el efecto compuesto, en términos monetarios, de los costes fijos de tiempo y dinero, pero en la medida en que los costes de tiempo fueran importantes, el modelo estaría mal especificado ya que no daría cabida al desplazamiento a la izquierda del ángulo (ver la figura 1).

Si además de medir respuestas de oferta, estamos también interesados en comparaciones de bienestar entre familias (en medir, por ejemplo, los efectos distributivos de cambios de política fiscal), necesitaremos una manera de comparar utilidades entre familias con distintas características. Estas características van probablemente a afectar no solamente al valor "real per capita" del ocio, tal como hemos supuesto hasta aquí tomando δ como una función de las características familiares, sino también al del ingreso. Es decir, la introducción de las características de la familia a través de δ equivale a suponer una escala de equivalencias para el ocio de la mujer, pero también necesitamos una escala de equivalencia general para el ingreso familiar. Una manera de hacer esto es tomar el parámetro β también como una función de las características familiares; otra utilizar algunas escalas de equivalencia previamente estimadas en estudios sobre el gasto.

En general si denominamos a la escala de equivalencia para el ingreso s, a la del ocio m, y tomamos β y δ como parámetros, una posible especificación de la función de utilidad sería:

$$U = (\ell - \sigma m)^{\alpha} \ (x - \beta s)^{1-\alpha} \qquad (29)$$

La ventaja de esta especificación es que δ y β no necesitan ser identificados para construir escalas de equivalencia, y que el comportamiento de la oferta que genera es exactamente el de la especificación (3).

La función de gasto asociada a (29) en términos del ingreso pleno ($\bar{x} = Tw + y$) es:

$$\bar{x}\ (U^*, m, s, w) = \frac{U^*}{(1-\alpha)^{1-\alpha}\ (\alpha/w)^{\alpha}} + \delta m w + \beta s \qquad (30)$$

que indica el nivel de ingreso, evaluado en $\ell = 0$, que sería necesario para obtener el nivel de utilidad U^* cuando los salarios son w. Como queda claro en (30) tanto δm como βs entran juntos, y por tanto no hace falta separarlos en el estadio de estimación. Así, para obtener la escala de equivalencia entre una familia dada de características m_f y una familia de referencia r, simplemente calcularíamos:

$$\frac{\bar{x}\ (U^*, m_f, s_r, w_r)}{\bar{x}\ (U^*, m_r, s_r, w_r)}$$

donde el numerador es (30) evaluado para las características reales de la familia, pero al mismo nivel de utilidad, escala general de ingreso y salario que la familia de referncia.

Sin embargo, si δ y β pueden ser identificados, una versión mas satisfactoria de (29), para comparaciones de bienestar, sería:

$$U = \left[\frac{\ell}{m} - \delta\right]^{\alpha} \left[\frac{x}{s} - \beta\right]^{1-\alpha} \qquad (31)$$

De nuevo, el comportamiento de la oferta de trabajo derivado de (31) es el mismo que el deducido de (3), pero ahora necesitamos mostrar separadamente m y s para obtener las escalas de equivalencia, ya que:

$$\tilde{x}\,(U^*, m, s, w) = \frac{U^*\, s^{1-\alpha}\, (mw)^{\alpha}}{(1-\alpha)^{1-\alpha}\, \alpha^{\alpha}} + \delta mv + \beta s$$

Estas distintas alternativas dependen en buena medida de la adecuación empírica del modelo. Esperamos dar cuenta de estos resultados empíricos en un próximo futuro.

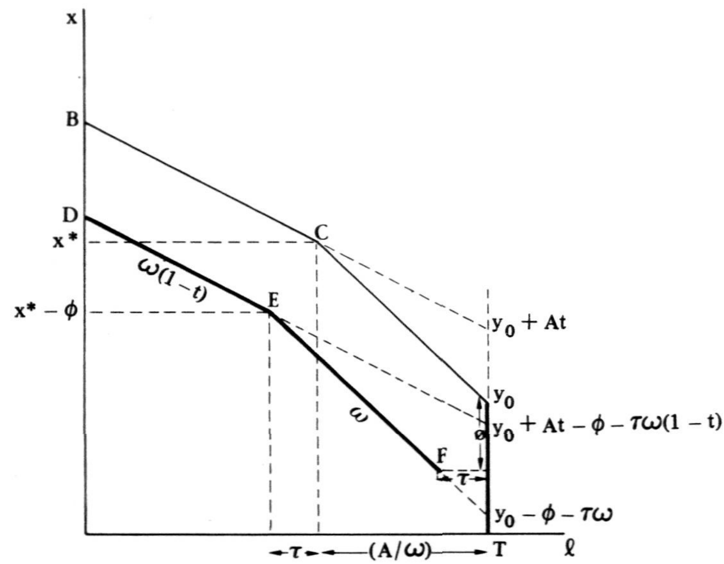

Figura 1

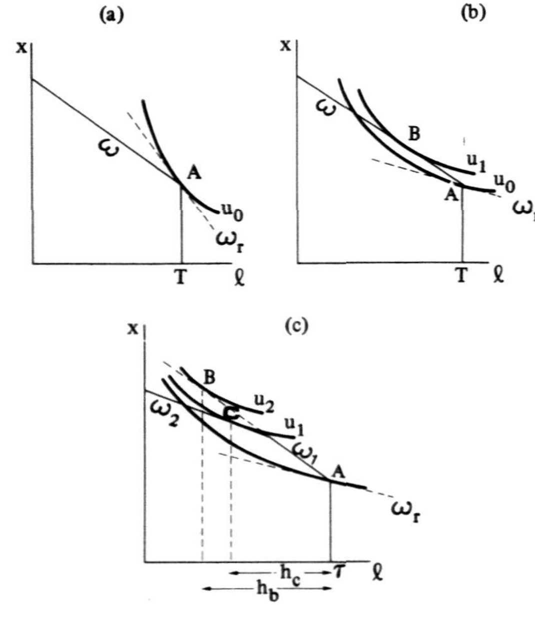

Figura 2

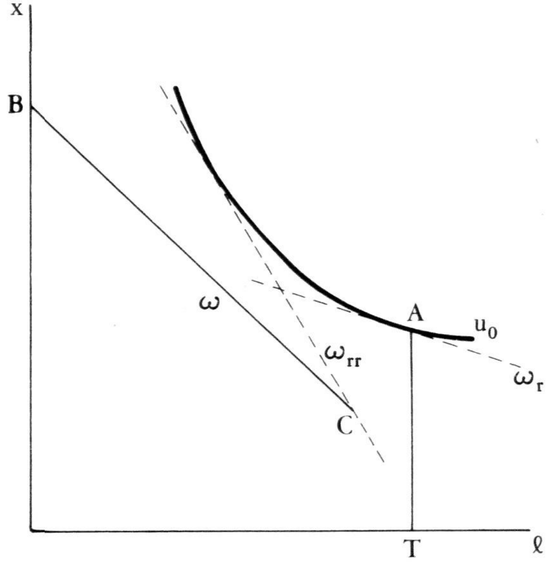

Figura 3

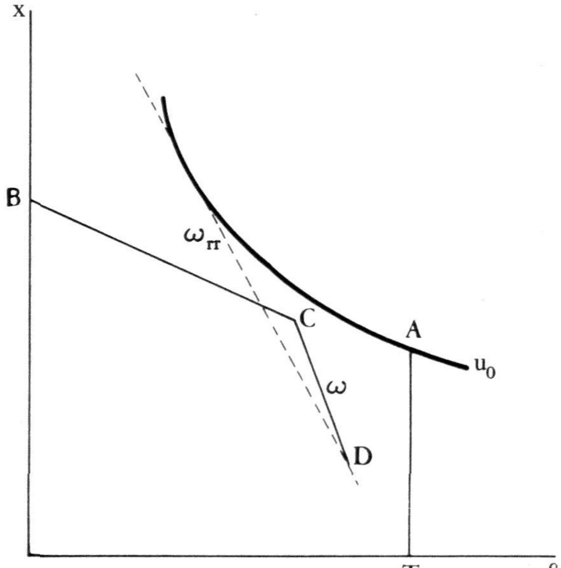

Figura 4

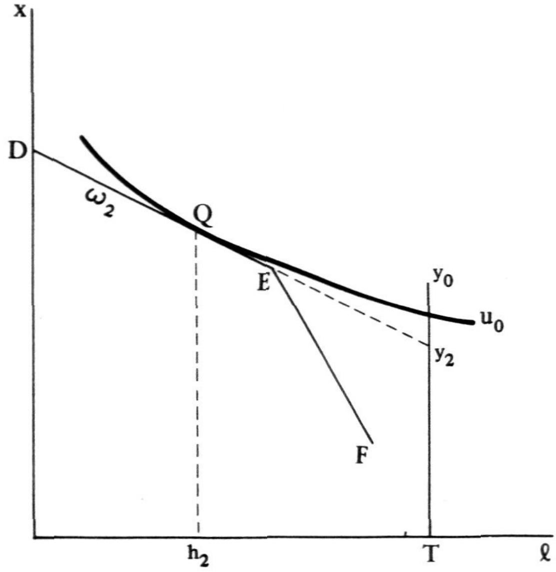

Figura 5

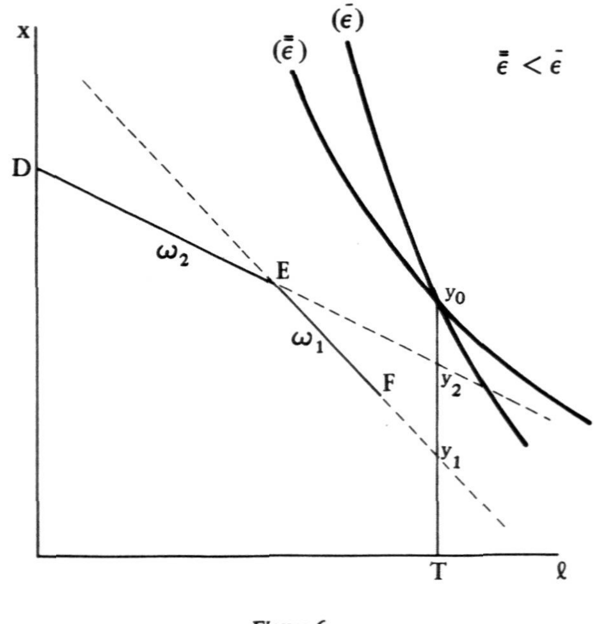

Figura 6

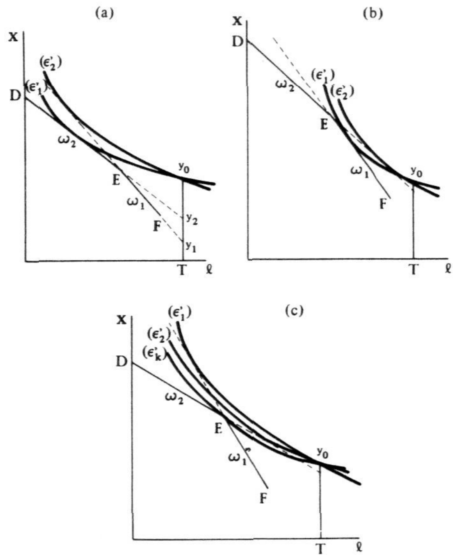

Figura 7

Referencias

BLINDER, A.S. y GORDON, R.H. (1980): "Market Wages, Reservation Wages and Retirement Decisions", *Journal of Public Economics, 14,* pp. 277-308.

BARTLESS, F. y HAUSMAN, J.A. (1978): "The Effect of Taxation on Labour Supply: Evaluating the Gary Negative Income Tax Experiment", *Journal of Political Economy, 86,* pp. 1.103-1.130.

COGAN, J. (1980a): "Labour Supply with Costs of Labor Market Entry", en *Female Labour Supply: Theory and Estimation,* J.P. Smith (editor), Princeton University Press, Princeton, N.J.

COGAN, J. (1980b): "Fixed Costs and Labor Supply", NBER, mimeo.

HAUSMAN, J.A. (1980): "The Effect of Wages, Taxes and Fixed Costs on Women's Labour Force Participation", *Journal of Public Economics, 14,* pp. 161-194.

HECKMAN, J.J. (1974): "Shadow Prices, Market Wages and Labor Supply", *Econometrica, 42,* pp. 679-694.

WALES, T.J. y WOODLAND, A.D. (1979): "Labour Supply and Progressive Taxes", *Review of Economic Studies, 46,* pp. 83-95.

ZABALZA, A., PISSARIDES, C. y BARTON, M. (1980): "Social Security and the Choice between Full-time Work, Part-time Work and Retirement", *Journal of Public Economics, 14,* pp. 245-276.