

## *Función agregada de producción y cambio tecnológico\**

Durante la década de los años cincuenta vieron la luz varios intentos de medición del crecimiento del producto *per capita* y de la relativa importancia de los inputs trabajo y capital, llegándose a la conclusión de que cierta parte del crecimiento del output no se puede explicar a partir de las aportaciones de dichos inputs. La parte no explicada —el residuo— se atribuye al avance tecnológico.<sup>1</sup> Estos resultados no fueron alterados de manera significativa por los trabajos posteriores.<sup>2</sup> Se nota, sin embargo, la tendencia a utilizar, de manera gratuita, un concepto: el de la función agregada de producción. Entre el trabajo de Abramovitz (1956) y los de Jorgenson y Griliches (1967 y 1972), la metodología básica no cambia. En ambos casos se estiman unas series temporales, pero los segundos intentan inferir de dichas series una función de producción. Es razonable suponer que el output agregado se obtiene a partir de una serie de inputs —capital, trabajo y residuo—, pero se tiene que demostrar que existe una relación funcional a nivel agregado formalmente similar a la función de producción microeconómica. Caso de probarse la existencia de dicho concepto a nivel agregado, se necesitaría integrarlo dentro de un esquema teórico que lo hiciera operativo.

El plan de este artículo es el siguiente: Primero, se lleva a cabo una breve exposición de lo que es el «residuo» o índice de productividad total de los factores. A continuación se precisa cuál es el significado y cometido de la función de producción dentro del análisis microeconómico, analizándose seguidamente la posibilidad de encontrar un equivalente macroeconómico a la misma. En un tercer apartado se desarrolla la diferencia fundamental entre los es-

\* Este artículo se basa en un trabajo que presenté en el Seminario de Economía de la Educación de la London School of Economics and Political Science en mayo de 1973. Debo agradecer las sugerencias y comentarios que me ofrecieron los profesores M. Blaug, G. Psacharopoulos, R. Layard y R. Perlman, así como los comentarios de A. Espasa.

1. El concepto de cambio tecnológico, en este artículo, hace referencia a cambios en la técnica utilizada en el proceso productivo.

2. En la literatura española merecen mención, entre otros, dos artículos de José MOLINS CODINA: «Fundamentos teóricos de la estimación del ritmo de progreso técnico. Una aplicación a España de la función de progreso técnico de Kaldor», *Boletín de Documentación del Fondo para la investigación Económica y Social*, vol. IV, fascículo 4.º, octubre-diciembre de 1972, pp. 655-663 y «Progreso tecnológico, progreso técnico y desarrollo. Una aplicación al caso español», *Cuadernos de Economía*, vol. 1, núm. 1, enero-junio de 1973, pp. 76-111. En ambos artículos se pueden encontrar múltiples referencias a la literatura española sobre el tema.

tudios empíricos citados: mientras unos ponen el énfasis en el residuo, otros consideran que una mejora en la estimación de los factores trabajo y capital tiende a reducir la importancia y significado del residuo. Finalmente, se aludirá brevemente a las concepciones de progreso técnico «incorporado» (*embodied*) y «no incorporado» (*disembodied*), en cuanto plantean una disyuntiva similar a la de las dos tendencias de la interpretación del residuo.

### I. RESIDUO O ÍNDICE DE PRODUCTIVIDAD TOTAL

El análisis microeconómico indica que un incremento de output exige un aumento en la cantidad de uno o más inputs y/o una mejora en la tecnología. La concepción microeconómica de la función de producción relaciona funcionalmente los inputs con el output, manteniendo constantes la oferta de factores productivos y la tecnología. Para conocer cuál es la contribución al nivel de output de un incremento de input se utiliza el concepto de productividad marginal, es decir, el aumento del producto resultado de la utilización de una unidad más de dicho input en el proceso de producción, permaneciendo inalteradas las cantidades de los demás inputs.

En un análisis temporal, como es la estimación de los factores que explican el crecimiento económico, este enfoque no sirve, ya que ninguno de los factores productivos puede tomarse como un dato; todos varían. Ante esta dificultad, aparece el concepto de productividad total de los factores que ya no trata de descubrir la participación del trabajo o del capital en el proceso de crecimiento, sino que es un índice que cuantifica la parte que no es debida a ninguno de los dos factores citados. El nombre del residuo proviene de la forma en que se obtiene dicho índice de productividad total de los factores. Abramovitz (1956) lo califica «medida de nuestra ignorancia», por cuanto, a pesar de que se supone que la mayor parte de este residuo se explica en términos de la tasa de avance tecnológico (mejoras en los métodos de producción), la interpretación técnica es totalmente ambigua.<sup>3</sup> Antes de seguir adelante, será de utilidad diferenciar los dos conceptos utilizando un poco de álgebra. La función de Cobb-Douglas servirá para este cometido:

$$Q = PL^{\alpha}K^{\beta}$$

donde:

Q = output  
 P = parámetro  
 L = trabajo  
 K = capital

3. Denison (1969) ofrece un comentario muy ilustrativo al respecto, sección VII, pp. 18-22.

siendo la productividad marginal («parcial») de  $L$ :

$$\left( \frac{\partial Q}{\partial L} \right) = \left( \frac{Q}{L} \right)^\alpha \quad 0 < \alpha + \beta < \infty$$

Tomando logaritmos de las variables y diferenciando con respecto al tiempo

$$\frac{\overset{*}{P}}{P} = \frac{\overset{*}{Q}}{Q} - \alpha \frac{\overset{*}{L}}{L} - \beta \frac{\overset{*}{K}}{K}$$

\* denota la derivada con respecto al tiempo.

$\frac{\overset{*}{P}}{P}$  es la tasa de cambio o índice de la productividad total de los factores. Es igual a la diferencia entre la tasa de cambio del output y la suma de las tasas ponderadas de los inputs. Considerando, por ejemplo, el output por unidad de factor trabajo como variable dependiente, el progreso técnico es igual a la parte del crecimiento del output por unidad de factor trabajo que no se puede imputar al cambio en el capital empleado por unidad de trabajo ponderado por la participación del capital en el volumen de output (Kennedy y Thirlwall, 1972).

## II. LA FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN

La función microeconómica de producción engloba aquellas combinaciones de inputs que dan lugar a un output de manera técnicamente eficiente; todas las combinaciones no eficientes quedan descartadas. La gama de posibilidades se ve reducida al suponer que la tecnología y la oferta de inputs se toman como datos. Dado que los precios no entran en esta relación funcional, el concepto carece de valor como instrumento para el estudio de la teoría de la producción y, en general, para el análisis de la asignación de recursos; en realidad, parte del problema de la asignación de recursos queda fuera del marco potencial de la función de producción, pues ésta supone *a priori* que la elección entre combinaciones de inputs técnicamente eficientes y no eficientes ya está resuelta. Además, dado que la tecnología se toma como dato, se elimina la posibilidad de analizar las situaciones que implican cambios en las técnicas de producción.

Se observa, pues, que la función de producción sólo sirve como instrumento de análisis económico cuando se introduce la variable precio. Esto es lógico si se tiene en cuenta que, para un cálculo económico racional, eficiencia significa minimización no del volumen físico de inputs, sino del valor de los empleados para conseguir un nivel dado de output.

Los problemas de asignación de recursos no son estrictamente técnicos; los precios de los inputs son variables decisivas. Cuando la función de producción (una relación «técnica») se combina con una teoría sobre oferta y de-

manda de factores —lo que equivale a introducir los precios de los inputs como variables— los problemas de asignación de recursos pueden ser objeto del análisis económico. Dentro del modelo neoclásico existe una teoría sobre la oferta y la demanda de los factores. La parte de la demanda viene definida por la llamada teoría de la productividad marginal. La oferta de los factores productivos se considera fija. Mediante estos supuestos, ya se pueden determinar los precios de los factores productivos. Conocidos dichos precios, la función de producción puede ser utilizada para predecir qué ocurrirá en la esfera de la producción si alguna de las variables cambia.

Las estimaciones cuantitativas de la contribución de los diversos factores productivos al proceso de crecimiento económico, cuando se usa el concepto de función agregada de producción, suponen que ésta es el equivalente de la función microeconómica a nivel de agregado, es decir, una expresión formalizada de la sustituibilidad técnica entre trabajo y capital a nivel de toda la economía. De hecho, ninguna de estas estimaciones toma la función agregada de producción como marco; los resultados que se obtienen no son más que estimaciones de los factores que se cree explican el crecimiento económico. Es completamente arbitrario afirmar, como lo hacen, por ejemplo, Jorgenson y Griliches (1967), que sus estimaciones del índice de productividad total de los factores, fueron efectuadas de acuerdo con la teoría económica de la producción. No obstante, los supuestos acerca de las economías de escala, competencia perfecta, teoría de la productividad marginal,<sup>4</sup> etc., son esenciales para interpretar el significado económico del residuo o índice de productividad total de los factores.<sup>5</sup> Pero todos estos supuestos no bastan para ofrecer un esquema teórico que englobe las interacciones entre el nivel tecnológico, su cambio, el posible sesgo ahorrador de trabajo (*factor saving bias*) y los precios de los inputs.

Existe un grave problema de identificación cuando se intenta estudiar el cambio tecnológico. Históricamente el stock de capital ha crecido a un ritmo superior al del stock de trabajo. ¿En qué medida se explica esto en términos de sustitución de factores, o en términos de un sesgo secular del cambio tecnológico de carácter ahorrador de trabajo? ¿Será acaso un fenómeno consecuencia de ambos? Los estudios sobre el crecimiento económico no aportan luz sobre este problema.<sup>6</sup>

El índice de productividad de los factores se toma como una medida aproxi-

4. La validez de la teoría de la productividad marginal es, en el mejor de los casos, muy difícil de sostener. Puede encontrarse una exposición concisa pero muy ilustrativa de este punto en Martin O'DONOGHUE: *Economic Dimensions in Education*, cap. 5, sección III, pp. 109-110; editado por Aldine, 1971.

5. Estos supuestos posibilitan la utilización como ponderaciones de las participaciones de los factores en el año base. M. BLAUG: *An introduction to economics of education*, cap. III, p. 93, Allen Lane, The Penguin Press, 1970.

6. Basta esta consideración para comprender que cuando Jorgenson y Griliches (1967) indican que las tasas marginales de sustitución se identifican con las relaciones de precios correspondientes (ver p. 249) poco partido se puede sacar a tal supuesto si no se pueden separar los fenómenos de sustitución de factores y de sesgo en el cambio tecnológico.

mada del ritmo de cambio tecnológico, algo esencialmente dinámico y que se intenta encuadrar dentro de un concepto —la función de producción— que sólo sirve para el análisis de situaciones de equilibrio. Quizá sea prudente recordar que este concepto microeconómico toma el nivel técnico como un dato. Resulta difícil soslayar esta inconsistencia. Un instrumento diseñado para una economía «estática» es aplicado a la medición de un fenómeno esencialmente dinámico.

Las dudas sobre la función agregada de producción se refieren tanto a su existencia como a su naturaleza. La magnitud y estabilidad de sus parámetros todavía están llenas de ambigüedades. Si se toma como referencia la información que se brinda en los trabajos aquí citados, la especificación de la forma de la función agregada tiene una significación muy limitada y, sobre todo, hay que destacar que mejora muy poco las explicaciones existentes sobre el residuo. Este comentario no debe tomarse como una confirmación de la validez del planteamiento del problema en términos de la función agregada de producción y de que las estimaciones son razonablemente buenas. «De hecho, la función agregada de producción carece de entidad propia: *aparece como consecuencia de los procesos de crecimiento a diversos niveles microeconómicos y no es un determinante causal del ritmo de crecimiento de la economía*» (Nadiri, 1970). En síntesis, estos trabajos ofrecen estimaciones de factores que se cree contribuyen al desarrollo. El por qué no queda explicado en absoluto, y menos dentro de una hipotética teoría económica de la producción a nivel agregado. Tampoco se brinda una explicación acerca del continuo cambio cualitativo que se evidencia en los inputs. El progreso tecnológico no es un bien libre (*free good*), pero nada se dice acerca de las razones que explican tal fenómeno.

Tampoco será correcto concluir que estos trabajos carecen de significado. Por el contrario, en ellos se puede apreciar lo poco que se conoce estos problemas;<sup>7</sup> además, ofrecen también importantes avances en cuanto a técnicas de estimación de los precios de los factores, identificación de atributos de los mismos, etc. Quizá sería útil intentar desarrollar modelos que profundizaran en la comprensión de cómo y por qué los inputs sufren los cambios cualitativos y cuantitativos que se señalan en estos trabajos.

Hasta aquí, el énfasis se ha centrado en los problemas de identificación de los cambios que sufren los inputs. También se ha hecho referencia a la falta de contenido teórico de la función agregada de producción. Por ello, antes de seguir adelante, será prudente hacer una breve alusión a uno de los debates teóricos más sobresalientes, y que está muy vinculado a los problemas que aquí se plantean. ¿Es posible definir una unidad que sirva simultáneamente para medir: 1) los bienes de capital físicos, en cuanto contribuyen a la producción del output de la economía, y 2) el *valor* de la *propiedad* del capital en poder de los capitalistas? La discusión no se centra, en realidad, en ver si es o no

7. Kennedy y Thirlwall (1972) ofrecen un «survey» muy completo sobre el tema.

posible definir tal unidad. La cuestión es más compleja. La polémica tiene una tradición larga y extensa y su presentación merece un trabajo aparte. Aquí sólo se señalará que, según los «neo-keynesianos», esta unidad no puede ser concebida, por cuanto no podrá ser independiente de la distribución y de los precios relativos. Los «neo-neoclásicos» argumentan que el bando contrario plantea el problema incorrectamente; en una situación en la que los valores de equilibrio se determinan mutua y simultáneamente, la búsqueda de un nexo causal está fuera de perspectiva por cuanto la determinación de los precios en el ámbito de la distribución no se diferencia del resto de la microeconomía moderna, es decir, que lo importante son las fuerzas de la oferta y de la demanda. Esta breve referencia a los problemas de la teoría del capital y su conexión con la realidad de los precios relativos pretende sacar a colación un nuevo aspecto oscuro de la fundamentación teórica de la función agregada de producción.

### III. RESIDUO *vs.* TRABAJO Y CAPITAL

#### a) *Primer planteamiento de las alternativas*

Solow (1957) estudia la importancia cuantitativa del cambio tecnológico dentro del crecimiento de la economía americana, utilizando datos del período 1909-1949, y llegando a la conclusión de que «el output bruto por persona-hora se duplicó durante dicho período, atribuyendo un 87,5 por ciento del incremento al cambio tecnológico y el 12,5 por ciento restante a un mayor uso del factor capital». Estos resultados subrayan la importancia del cambio tecnológico —residuo— y reducen la importancia del crecimiento que los inputs experimentaron durante este período.

Griliches (1963) concentró sus esfuerzos sobre la agricultura norteamericana durante los años 1940-1960, argumentando que la función agregada de producción es un concepto no demasiado útil «... no es una función *estable* y existen desplazamientos importantes de la misma sin explicación. Además, no mejora nuestra comprensión del crecimiento el llamar «cambio tecnológico» a aquellos cambios residuales del nivel de output para los que no se tiene una explicación. Tampoco es decisiva una mejor medición de estos cambios, si se desconoce lo que significan». Griliches propone la siguiente alternativa: «... los cambios en el nivel del output se deben a cambios cuantitativos y *cualitativos* de los inputs y a economías de escala, más que al «cambio tecnológico», a la vez que la función de producción permanece constante (al menos durante un período de tiempo considerable). Las mediciones convencionales del residuo se interpretan, no como medición del cambio tecnológico, sino como resultado de los errores en los procedimientos de medición». Griliches, siguiendo su enfoque, encuentra que si las mediciones incluyen ajustes por razón de mejoras cualitativas en los inputs, movimientos tendentes a eliminar desequilibrios en los precios y cambios en las dimensiones de las unidades productivas, el re-

siduo prácticamente desaparece. Este estudio representa un avance en el camino de la identificación de las fuentes de crecimiento económico. También es cierto, sin embargo, que cuando afirma que ha proporcionado «una explicación sobre lo que antes era un crecimiento en el output agrícola carente de explicación» está avanzando una conclusión no probada en su trabajo. No es lo mismo clasificar y cuantificar las fuentes del crecimiento económico que ofrecer una explicación teórica que posibilite la comprensión de la interacción entre cambio tecnológico, inputs, outputs y precios. De lo primero no se sigue necesariamente lo segundo. Griliches consigue buenos resultados en la primera cuestión, pero la segunda no la ataca de frente, sino que, mediante una serie de supuestos, ofrece una interpretación *ex-post* de lo ocurrido y proyecta hacia adelante sus resultados.

En otras palabras, el análisis de Griliches se puede exponer sin hacer mención de la función de producción. La esencia del mensaje que se puede extraer de estas aportaciones gira en torno a la importancia relativa —medición de los diferentes factores que se cree promueven el crecimiento—. Estas contribuciones no ofrecen ningún avance hacia una posible fundamentación teórica de la función agregada de producción, ya que son incapaces de sugerir un entramado teórico que permita analizar las interrelaciones arriba mencionadas, que son, en definitiva, la esencia de la función de producción tal y como se entiende microeconómicamente y como de hecho parecen suponer los autores aquí mencionados que utilizan dicha etiqueta de la función agregada de producción. Si por función agregada de producción se quiere entender un concepto que reúne los factores que determinan el crecimiento y nada más, entonces la etiqueta, aun cuando puede ser mal entendida, tiene su razón de ser. Caso de que sea la segunda interpretación la correcta, es oportuno añadir dos consideraciones. En primer lugar, no parece que sea ésta la interpretación que priva en los trabajos que aquí se citan y, en segundo lugar, si ésta fuera la definición adoptada, ¿cuál es el significado de intentos muy explícitos, tales como el de Jorgenson y Griliches (1967) de definir la función agregada de producción como un instrumento analítico, que sería parte de una teoría agregada de la producción? Porque dicho artículo trata de demostrar, sin éxito, que la función agregada de producción tiene operatividad analítica y que es posible identificar, por ejemplo, desplazamientos de la curva —índice de productividad total de los factores— y movimientos a lo largo de ella. Este enfoque, que es el que abre el artículo, en ningún momento queda fundamentado, sobre todo si se tiene en cuenta que posteriormente predicen la conveniencia de mejorar las estimaciones de los inputs a fin de reducir al máximo el papel del residuo. Dicha disminución representa una pérdida de importancia relativa de los desplazamientos de la curva —cambio tecnológico— y esto contradice la experiencia diaria. Si a esto se añade que dichos autores siguen sin aportar luz al problema de distinguir entre el papel que juega la sustitución de factores y el de la posible existencia de un sesgo en el cambio tecnológico tendente a favorecer el ahorro de trabajo, no puede resultar demasiado sorprendente el que

todavía existan economistas que miren con escepticismo las elucubraciones en torno a una pretendida función agregada de producción.

### b) *Contabilidad nacional y medición de inputs*

La U. S. Office of Business Economics, dentro de su programa para la elaboración de unas medidas de los factores productivos que complementarán las series existentes sobre el nivel de output agregado y su composición —producto nacional bruto—, promovió la publicación de una serie de artículos de Jorgenson y Griliches (1967 y 1972) y Denison (1969 y 1972). En estos trabajos se discuten fórmulas para mejorar la medición de los inputs, la productividad y su fundamentación teórica. Los datos son los de la economía norteamericana posterior a la segunda guerra mundial, y aunque los períodos y las definiciones del output agregado no coinciden con exactitud, existe en estos trabajos una traducción de los resultados de cada uno de los participantes en los términos del otro, permitiendo con ello establecer comparaciones en torno a los problemas investigados. En cualquier caso, las discrepancias originadas por estas divergencias en los datos, ponderaciones y periodificación, no alteran de modo significativo las conclusiones finales a las que llegan ambos grupos. Tomando como resultado de este debate los datos para el período 1950-62, la tasa media anual del crecimiento del producto en términos reales fue de 3,47 por ciento. Por tanto: 1) En base a los datos de Jorgenson y Griliches y aceptando los supuestos de Solow, el índice de productividad de los factores creció un 1,96 por ciento, mientras que los inputs crecieron un 1,56 por ciento, en términos reales; 2) Jorgenson y Griliches estimaron un crecimiento del índice de productividad total de los factores del 1,14 por ciento y del 2,42 por ciento el de los inputs en términos reales; 3) Denison obtiene un índice de productividad total de los factores igual a 1,44 por ciento y un crecimiento de los inputs del 2,03 por ciento en términos reales.

A pesar de que los resultados no presentan diferencias realmente decisivas, ambos bandos ofrecen dos interpretaciones claramente diferentes. Jorgenson y Griliches concluyen que sus estimaciones muestran cómo el crecimiento de los inputs en términos reales es *el* principal contribuyente al crecimiento económico, y que progresivas mejoras en las técnicas de estimación resaltarían aún más este componente, en detrimento, naturalmente, del residuo. Según ellos, no pretenden negar la existencia e importancia del cambio tecnológico; lo que están haciendo, una vez más en su opinión, es transferir el nebuloso residuo a categorías que son económicamente más significativas: los inputs trabajo y capital. Si por «económicamente más significativo» se entiende el que pasa de una etiqueta sin definir a unas etiquetas con una definición precisa, la justificación está completamente fundamentada. Si se supone que este cambio mejora la pretendida solidez teórica de la función agregada de producción, la afirmación es insostenible. No es esto último, sin embargo, lo que defienden Jorgenson y Griliches.



Denison, por su parte, sostiene que, si bien es cierto que la expresión del residuo —cambio tecnológico— en términos de mejoras cualitativas de los inputs no mejora el poder explicativo de los resultados en la medida en que no va complementado con un desarrollo teórico que explique cómo y por qué tuvieron lugar tales transformaciones, sí se elimina, en cambio, la posibilidad de establecer la participación relativa en la explicación del crecimiento económico del crecimiento cuantitativo de los inputs, de su crecimiento cualitativo, información que puede ser útil en la esfera de la política económica. También demuestra cómo la mejora de los métodos de estimación no implica la desaparición del residuo. A menos que se eliminen *a priori* el cambio tecnológico y las economías de escala, no existe razón alguna para suponer que el perfeccionamiento de las técnicas de estimación de los inputs eliminará el residuo; la teoría económica no proporciona ningún argumento que implique tal desaparición y la experiencia tiende a dar fe de lo contrario.

Este debate ha dado lugar a la clarificación de una serie de supuestos en torno a la medición de los inputs, a la vez que ha perfeccionado las técnicas de estimación de los mismos. Ningún progreso se ha logrado en la explicación de los cambios cuantitativos y cualitativos que estas mediciones reflejan. Cambio tecnológico y sustitución de factores están todavía sin integrar dentro de un marco teórico, lo que equivale a decir que la función agregada de producción sigue sin tener entidad propia.

#### IV. PROGRESO TECNOLÓGICO INCORPORADO *vs.* PROGRESO TECNOLÓGICO NO INCORPORADO

La hipótesis del progreso tecnológico no incorporado, en su versión pura, trata a todas las generaciones (*vintages*) de capital como idénticas, esto es, todas participan del cambio tecnológico en el mismo grado. La hipótesis del progreso tecnológico incorporado, por su parte, supone que las técnicas nuevas sólo pueden ser incorporadas a los bienes de capital nuevos y, por tanto, las adiciones más recientes al stock de capital deben ser ponderadas más fuertemente que las adiciones antiguas, lo cual, a su vez, hace que el crecimiento económico sea más sensible a las variaciones en el stock de capital. La hipótesis del cambio tecnológico incorporado aparece descriptivamente más realista, pero cuando se intenta aplicar a la medición del capital aparecen problemas de orden práctico muy difíciles de superar. Además, este avance en realismo tiene una desventaja: si se aplica con éxito, elimina la distinción entre cambios cualitativos y cuantitativos, dicotomía que tiene su importancia y utilidad en la esfera de la política económica. El núcleo de la cuestión reside en el reconocimiento de que la eliminación del residuo no mejora la teoría, tan sólo aumenta el valor numérico de otras magnitudes —los inputs— en detrimento de algo indefinido, comúnmente denominado residuo. La conservación del residuo como entidad independiente evita caer en la impresión equivocada de que el creci-

miento del output se debe exclusivamente a variaciones cuantitativas del nivel de los inputs, algo contrario al sentido común. No se necesita una dosis muy grande de perspicacia para observar que el cambio tecnológico juega un papel primordial en el crecimiento económico.

Los artículos recientes de Denison y de Jorgenson y Griliches, brindan unos resultados que parecen sugerir que ni el cambio tecnológico ni el crecimiento cuantitativo de los inputs pueden tomarse separadamente. No existe un único elemento fundamental en la explicación del crecimiento económico; dado que ambos elementos son muy importantes. Nuevamente llegamos al mismo punto: el residuo no es el eslabón débil, lo que realmente no funciona demasiado bien es el marco teórico y, en especial, la función agregada de producción, que etiqueta una realidad vacía de todo contenido teórico que la haga analíticamente operativa. Una cosa es afirmar que el output tiene que ser el producto de todos los elementos que entran en el proceso productivo, y otra es que alguien sea capaz de articular esta realidad expresándola funcionalmente y haciendo de ella un instrumento teórico útil.

## V. CONCLUSIÓN

Este artículo no ha pretendido cubrir todas las aportaciones que se han hecho sobre el tema. La selección de artículos está en función de la exposición. Las conclusiones a las que se llega, a partir del presente análisis y utilizando como referencias principales los trabajos de Solow (1957), Griliches (1963), Denison (1969 y 1972) y Jorgenson y Griliches (1967 y 1972) son las siguientes:

1) La función agregada de producción no tiene un contenido teórico definido.

2) Para utilizar la función agregada de producción como un instrumento analíticamente relevante, hace falta disponer de una teoría sobre la oferta y demanda de factores a nivel agregado y de una teoría del cambio tecnológico.

3) Se puede estimar el ritmo de cambio tecnológico —residuo o índice de productividad total de los factores— sin tener que recurrir al empleo del concepto de función de producción, pero no se puede prescindir de los supuestos restrictivos sobre economías de escala y cambio tecnológico.

Resumiendo estas conclusiones en un solo punto: los intentos de identificar las fuentes del crecimiento económico han conseguido mejorar las estimaciones de los diversos factores participantes, pero no han logrado descubrir una explicación «causal» que permita presentar a los inputs y al output en una forma funcional explícita y económicamente significativa.

BIBLIOGRAFÍA

- ABRAMOVITZ, M.: «Resource and Output Trends in the United States since 1890», *American Economic Review (Papers and Proceedings)*, mayo 1956, pp. 5-23.
- DENISON, E. F.: «Some Major Issues in Productivity Analysis: An Examination of Estimates by Jorgenson and Griliches», *Survey of Current Business*, mayo 1969, parte II, pp. 1-27.
- «Final Comments», *Survey of Current Business*, mayo 1972, pp. 95-110.
- GRILICHES, Z.: «The Sources of Measured Productivity Growth: United States Agriculture, 1940-1960», *Journal of Political Economy*, agosto 1963, pp. 331-346.
- HARCOURT, G. C., y LAING, N. F.: «Introduction», *Capital and Growth*, Penguin Modern Economics Readings, pp. 9-44, Inglaterra, 1971.
- JORGENSEN, D. W., y GRILICHES, Z.: «The Explanation of Productivity Change», *The Review of Economic Studies*, julio 1967, pp. 249-282.
- «Issues in Accounting Growth: A Reply to Edward F. Denison», *Survey of Current Business*, mayo (1972), pp. 65-94.
- «Final Reply», *Survey of Current Business*, mayo (1972), p. 111.
- KENNEDY, C., y THIRLWALL, A. P.: «Surveys in Applied Economics: Technical Progress», *Economic Journal*, marzo 1972, pp. 11-72.
- NADIRI, I.: «Some Approaches to the Theory and Measurement of Total Factor Productivity: A Survey», *Journal of Economic Literature*, diciembre 1970, pp. 1.137-1.177.
- SÖLÖW, R.: «Technical Change and the Aggregate Production Function», *Review of Economics and Statistics*, agosto 1957, pp. 312-320.