APROXIMACIÓN A LA DIMENSIÓN NORMATIVA EN DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS DESDE UN ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO

Godino, Juan D.[1]; Font, Vicenç[2]; Wilhelmi, Miguel R. [3] y de Castro, Carlos[4]
[1] Universidad de Granada.
[2] Universidad de Barcelona.
[3] Universidad Pública de Navarra.
[4] Universidad Complutense de Madrid.
jgodino@ugr.es
vfont@ub.edu
miguelr.wilhelmi@unavarra.es
carlos.decastro@edu.ucm.es

Resumen. Las nociones de contrato didáctico, norma social y sociomatemática son claves en distintas teorías didácticas, siendo diversa su conceptualización y ámbito de aplicación. En este trabajo teórico, después de hacer una síntesis de los variados modos de entender el contrato didáctico y las normas en didáctica de las matemáticas, presentamos una perspectiva que integra estas nociones como parte de una «dimensión normativa de los procesos de estudio». La consideración de esta perspectiva, desde un enfoque ontosemiótico, da lugar a una categorización de las normas según la faceta de los procesos de estudio a la que se refieren las normas: epistémica, cognitiva, interaccional, mediacional, afectiva y ecológica. Finalmente, mostramos cómo la aplicación de los criterios de idoneidad didáctica de un proceso de estudio se integran junto a las normas matemáticas, sociales y sociomatemáticas en la dimensión normativa, incorporando una racionalidad axiológica en el análisis didáctico.

Palabras clave. Contrato didáctico, normas sociomatemáticas, idoneidad didáctica, principios didácticos.

An onto-semiotic approach to the normative dimension in mathematics education.

Summary. The concepts of didactical contract, social norms and socio-mathematical norms are very relevant in mathematics education, where they are conceptualized and applied in different ways and settings. In this article, we present a synthesis of various perspectives of norms and didactical contract as well as an onto-semiotic approach to these notions in order to include them as part of the «normative dimension» of teaching and learning processes. Using this approach we categorize the norms according the facet the norm refer to: epistemic, cognitive, interactional, meditational, affective and ecological. Finally, we apply the didactical suitability criteria to provide an axiological rationality to the didactical analysis.

Keywords. Didactical contract, socio-mathematical norms, didactical suitability, didactical principles.

1. INTRODUCCIÓN

La educación, como cualquier actividad social, es una actividad regulada, en algunos aspectos de manera explícita y en otros implícitamente. Desde el nivel más general de las directrices curriculares, fijadas con frecuencia con decretos oficiales, incluso mediante leyes orgánicas, hasta los comportamientos de cortesía y respeto mutuo entre profesor y alumnos, los procesos de enseñanza y aprendizaje están regulados por normas, convenciones, hábitos, costumbres, tradiciones… Todos estos elementos reguladores conforman lo que en este trabajo denominamos «dimensión normativa de los procesos de estudio», que influye poderosamente en dichos procesos, muchas veces desde una posición de semiocultación e incluso, en ocasiones, de total invisibilidad. Esta posición de influencia «desde la sombra» hace que las normas (reglas, hábitos, costumbres, convenciones) rara vez se cuestionen, lo que condiciona seriamente las iniciativas orientadas a la mejora de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: sin cambiar las reglas, no es posible modificar los procesos gobernados por dichas reglas. En consecuencia, una empresa prioritaria debe ser el estudio de esta «dimensión normativa» para, por un lado, poder describir con mayor precisión el funcionamiento de los procesos cognitivos e instruccionales normados y, por otro, incidir en aspectos de la dimensión normativa (modificándolos si fuera necesario) para facilitar la mejora de dichos procesos de estudio de las matemáticas.

El tema de las normas ha sido objeto de investigación en Didáctica de las Matemáticas, principalmente por los autores que basan sus trabajos en el interaccionismo simbólico (Blumer, 1969), introduciendo nociones como patrones de interacción, normas sociales y sociomatemáticas (Cobb y Bauersfeld, 1995; Yackel y Cobb, 1996). La noción de contrato didáctico ha sido desarrollada por G. Brousseau en diversos trabajos constituyendo una pieza clave en la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD) (Brousseau, 1988, 1997). En ambos casos, se trata de tener en cuenta las normas, hábitos y convenciones generalmente implícitas que regulan el funcionamiento de la clase de matemáticas, concebida como «microsociedad», que condicionan en mayor o menor medida los conocimientos que construyen y comunican los estudiantes. El foco de atención, en estas aproximaciones, ha sido principalmente las interacciones entre profesor y estudiantes cuando abordan el estudio de temas matemáticos específicos.

Pensamos que tanto el «contrato interaccionista», como el «situacionista», constituyen modelos del complejo sistema de normas sobre las cuales se apoyan –y al mismo tiempo condicionan– la educación en general y los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, en particular. Nos parece necesario abordar el estudio sistemático y global de estas nociones teóricas, tratando de identificar sus conexiones mutuas y complementariedades, así como el reconocimiento de nuevos tipos de normas que faciliten el análisis de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

En este trabajo, vamos a iniciar este estudio global sobre las reglas de funcionamiento y control de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas desde la perspectiva unificada del conocimiento y la instrucción matemática que proporciona el llamado Enfoque Ontosemiótico (EOS), desarrollado en diversos trabajos (Godino y Batanero, 1998; Godino, Batanero y Font, 2007; Godino, Contreras y Font, 2006).

Iniciamos el estudio indicando los criterios y supuestos sobre los cuales vamos a basar nuestra perspectiva acerca de las normas que soportan y condicionan los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. A continuación, presentamos una breve síntesis de la literatura acerca del contrato didáctico y las normas sociomatemáticas. En la siguiente sección, desarrollamos nuestra propuesta sobre la dimensión normativa de los procesos de estudio y sus diversas facetas. La aplicación de los criterios de idoneidad didáctica de un proceso de instrucción matemática (Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi, 2006) permite, asimismo, abordar el tema de la valoración de la idoneidad de las normas, cuestión que esbozamos en las dos últimas secciones del trabajo. Concluimos con unas reflexiones finales e implicaciones para la práctica de la enseñanza de las matemáticas.

2. PRESUPUESTOS DE PARTIDA

La perspectiva sobre la *dimensión normativa* de los procesos de estudio de las matemáticas en Didáctica de las Matemáticas, que desarrollamos en este trabajo, se basa en los siguientes supuestos:

1) No es posible describir un proceso de instrucción sin comprender, dicho en términos de Wittgenstein (1953), las reglas del juego de lenguaje en el que se desarrolla. Es decir, el sistema de normas que regulan el funcionamiento de los procesos de enseñanza y aprendizaje de un contenido matemático específico en un contexto institucional determinado. Estas normas, explícitas o implícitas, pueden ser establecidas por agentes externos al ámbito escolar, por la propia institución escolar o bien por el profesor, y afectan a las diversas dimensiones del proceso de estudio.

Este primer supuesto nos lleva a considerar que para realizar un análisis de procesos de instrucción que permita su descripción y explicación es necesario identificar y describir las normas que regulan su desarrollo. El conocimiento de dichas normas será un aspecto fundamental para contestar a la pregunta «¿Qué ha ocurrido aquí y por qué?».

2) La Didáctica de las Matemáticas no debería limitarse a la mera descripción que lo deja todo como estaba, debería aspirar a la mejora del funcionamiento de los sistemas didácticos; necesita, pues, criterios de «idoneidad» o adecuación que permitan valorar los procesos de instrucción efectivamente realizados y «guiar» su mejora. Se trata de realizar una meta-acción (la valoración) que recae sobre acciones (las acciones realizadas en los procesos de instrucción). En consecuencia, ha de considerarse la incorporación de una racionalidad axiológica en la educación matemática que permita el análisis, la crítica, la justificación de la elección de los medios y de los fines, la justificación del cambio, etc.

Este segundo supuesto nos lleva a considerar que son necesarios criterios de idoneidad que permitan contestar a la pregunta genérica: «¿Sobre qué aspectos se puede incidir para la mejora de los procesos de instrucción y cognición matemáticas?».

3) El tercer supuesto del que partimos es que por criterio de idoneidad se debe entender una regla de corrección que establece cómo debería realizarse un proceso de instrucción. Ahora bien, estos criterios deben ser entendidos como reglas de corrección emanadas del discurso argumentativo de la comunidad científica, cuando éste está orientado a conseguir un consenso sobre «lo que se puede considerar como mejor». Es decir, han de ser entendidos como horizonte de todos los criterios que la

comunidad científica pueda ir formulando y consensuando sobre la mejora de los procesos de instrucción; como un ideal al que tienden los diferentes consensos fácticos que se pueden producir en un momento dado en la comunidad científica. Se trata de una noción inspirada en la idea de la teoría consensual de la verdad de Peirce y de sus desarrollos y adaptaciones posteriores realizadas por autores como Apel (1997) y Habermas (1997).

La aplicación concreta de estas reglas de corrección es «situada». Es decir, la aplicación, priorización, relegación, etc., de dichas reglas depende del contexto institucional en el que se desarrolla el proceso de instrucción y del criterio pedagógico y didáctico del profesor que las debe tener en cuenta. Se trata de una guía de orientación para la mejora de los procesos de instrucción, no de un criterio que produzca la frustración del profesor «normal» al no poderlo alcanzar.

Los criterios de idoneidad son reglas de corrección útiles en dos momentos de los procesos de estudio matemáticos. *A priori*, los criterios de idoneidad son principios que orientan «cómo se deben hacer las cosas». *A posteriori*, los criterios sirven para valorar el proceso de estudio efectivamente implementado.

3. CONTRATOS EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

La sociedad organiza la escuela con el fin, entre otros, de formar o educar a sus miembros (ciudadanos) para hacer de ellos miembros activos, responsables, competentes en la solución de los problemas actuales o futuros que se presenten a la sociedad. Hay, pues, una primera y básica regla del contrato educativo: la escuela debe educar para la ciudadanía y el desempeño profesional. Pero la escuela es un ente abstracto que se personaliza en los sujetos (profesores, estudiantes, directores, administradores, etc.). La obligación de educar se concreta en la obligación de enseñar por parte de los profesores y de aprender para los estudiantes; asimismo, la sociedad en su conjunto tiene la obligación de proporcionar los medios necesarios y los padres la obligación de contribuir en algunas esferas específicas.

La noción genérica de «contrato», heredada del mundo jurídico, busca especificar esas reglas. En las relaciones pedagógicas y didácticas que se establecen en las instituciones escolares, intervienen diversos agentes y facetas. Esto hace que no todas las reglas, que determinan dichas relaciones, sean de la misma naturaleza. Por ello se habla de contratos: *social, educativo, institucional, pedagógico* o *didáctico*, según sea su ámbito de aplicación (y agentes intervinientes): la sociedad, el conjunto de personas y de grupos interesados en la creación y comunicación de saberes de un cierto campo, la institución, la clase, o la clase de matemáticas.

Las reglas en la clase de matemáticas no son únicamente las del contrato didáctico, sino todas las que constituyen los cinco contratos mencionados. Creemos conveniente hacer un esfuerzo por integrar en una sola noción teórica los aspectos relativos a los diferentes contratos, que representarán aspectos o dimensiones de una misma realidad.

A continuación describiremos someramente la noción de contrato didáctico según la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD) y la distinción entre normas matemáticas, sociomatemáticas y sociales introducidas por diversos autores (Voigt, 1994; 1995; Yackel y Cobb, 1996). Con ello pretendemos resaltar la importancia que la noción de norma o regla tiene en las teorías de Didáctica de las Matemáticas y motivar la necesidad de avanzar en la conceptualización de la dimensión normativa (tarea que abordaremos en las secciones siguientes).

3.1. El contrato didáctico en la Teoría de Situaciones Didácticas

Como describe Sarrazy (1995), la noción de contrato didáctico ha tenido una evolución desde su introducción por G. Brousseau en sus primeros trabajos (Brousseau, 1980). «La idea se reveló rápidamente fructífera y vino definitivamente sancionada por las investigaciones de los primeros años 80» (D'Amore, 2005, pp. 39-40).

El contrato didáctico aparece como el producto de un modo específico de comunicación didáctica que instaura una relación singular del alumno con el saber matemático y con la situación didáctica. El contrato se elabora sobre la base de la repetición de hábitos específicos del maestro y permite, a su vez, al alumno «decodificar la actividad didáctica». Esta interpretación deja pensar que existen «buenos contratos» o «contratos mejores» que permitirían a los alumnos, especialmente a los más débiles, modificar su relación con el saber.

A partir de 1984 se inicia una nueva manera de considerar el contrato didáctico (Brousseau, 1988; 1997), que deja atrás la clasificación (buenos-malos) y la jerarquía (mejores-peores) de los contratos. El contrato didáctico no se considera ya como el resultado de una negociación *a priori* de las relaciones con la situación didáctica que fijan un sistema de obligaciones recíprocas. El contrato didáctico en la TSD es por definición caduco y cambiante. La ruptura de reglas y normas del contrato didáctico es condición necesaria para el aprendizaje. El niño está en disposición de aprender cuando acepta la responsabilidad en la resolución de un problema matemático, esto es, en la búsqueda de la estrategia óptima –más eficaz y económica– para el control de un juego formal (*situación didáctica*). La aceptación de la responsabilidad (en el plano matemático, no de la culpabilidad) lleva consigo la desvinculación de la intención didáctica original y, por lo tanto, de la relación escolar con el profesor y con el saber. Son las restricciones y necesidades del medio (incluidas las intervenciones del profesor en la *devolución* de la tarea a los alumnos) las que determinan respuestas que exigen al alumno la adaptación de sus conocimientos.

Esta concepción rompe radicalmente con la idea de «*buenos* o *malos*» contratos. El contrato didáctico, o más precisamente «el proceso de búsqueda de un contrato hipotético», constituye un concepto al servicio de la Didáctica de las Matemáticas para analizar los fenómenos de negociación, emergencia, disfuncionamiento del sentido en las situaciones didácticas.

«La intervención del profesor modifica las condiciones de funcionamiento del saber, condiciones que también forman parte de lo que el alumno debe aprender. El objeto final del aprendizaje es que el alumno pueda hacer funcionar el saber en situaciones en las que el profesor no está presente»… «El contrato es específico de los conocimientos puestos en juego y por tanto necesariamente perecedero: los conocimientos e incluso los saberes evolucionan y se transforman mientras que el contrato pedagógico tiene tendencia a ser estable[1]» (Brousseau, 1988, p. 322).

El contrato según la TSD está estrechamente ligado a supuestos de tipo constructivista sobre el aprendizaje de las matemáticas en el seno de los sistemas didácticos. Los fenómenos didácticos que trata de explicar son consecuencia de las paradojas que surgen al asumir el siguiente postulado: «Aprender matemáticas es resolver problemas. Pero ¿cómo resolverlos, si no se han aprendido previamente las matemáticas?» (Sarrazy, 1995, p. 23).

Desarrollos posteriores han ampliado la noción de contrato didáctico (Perrin-Glorian y Hersant, 2003) distinguiendo entre contratos fuerte o débilmente didácticos, tomando como criterio principal para hacer esta distinción la división de la responsabilidad en la construcción del saber matemático entre el profesor y los estudiantes. Perrin-Glorian y Hersant (2003) consideran otras dimensiones sobre las que el profesor y los alumnos pueden eventualmente actuar. Distinguen cuatro dimensiones interdependientes: el dominio matemático, el estatus didáctico del saber, la naturaleza y características de la situación didáctica en curso, la distribución entre profesor y alumnos de las responsabilidades relativas al saber. Por otra parte, distinguen tres niveles de estructuración del contrato que corresponde a diferentes escalas de duración de los compromisos didácticos: el *macrocontrato* (a escala de un objetivo de enseñanza), el *mesocontrato* (a escala de la realización de una actividad, por ejemplo, la resolución de un ejercicio), y el *microcontrato* (a escala de un episodio que corresponde a la unidad de contenido matemático, por ejemplo, una cuestión precisa de un ejercicio, y a una unidad de actividad del profesor y los alumnos, por ejemplo, trabajo individual o colectivo) (p. 240).

Asimismo, las nociones de *metacontrato* (Chevallard, 1988) y de *costumbre* (Balacheff, 1988) tratan de ampliar el foco de atención del contrato formulado en la TSD.

3.2. Normas matemáticas, sociomatemáticas y sociales

Las interacciones entre profesor y alumnos están con frecuencia regidas por «obligaciones» o normas no explícitas: normas sociales y sociomatemáticas. El siguiente episodio es un ejemplo de estas normas implícitas en el aula. En este fragmento extraído de una clase de introducción a la probabilidad, un estudiante no cumple las expectativas del profesor, esto es, viola una obligación desde el punto de vista de un observador. El profesor procura mantener el sentido de normalidad y la imagen de una clase orientada al ideal popular del aprendizaje por descubrimiento (Voigt, 1994, p. 182):

Profesor: Es suficiente por el momento. No podemos escribir todos los resultados, ¿verdad? ¿Alguien ha observado algo?
Estudiante: ¿Qué se supone que debo observar?
Profesor: ¿Qué se supone que debes observar? Algo que debes saber por ti mismo. Berta, ¿has observado algo?

Las actividades del profesor también están sujetas a obligaciones. Por ejemplo, en las clases tradicionales los estudiantes esperan a menudo que el profesor presente un algoritmo oficial para resolver los problemas paso a paso sin necesidad de tener que reflexionar (¿qué hacer a continuación?). «Así, que los estudiantes no son sólo las «víctimas» de esta cultura escolar sino también los «culpables» (Voigt, 1994; p. 182-3).

Las *normas sociales* en el seno de la clase son convenciones que describen cómo: 1) colaborar unos con otros, 2) reaccionar socialmente ante un error o una indicación y 3) asumir la responsabilidad que la acción cooperativa conlleva (y que, en particular, supone cumplir las expectativas recíprocas entre los agentes). Algunas de estas normas sociales son generales y se pueden aplicar en cualquier aula independientemente de la disciplina. Regulan el funcionamiento de las actividades docentes y discentes. Por ejemplo, se supone que en la clase los alumnos deberían adoptar una actitud crítica hacia las afirmaciones que se hacen, tanto por uno mismo como por los demás, independientemente de si se trata de una clase de matemáticas, como de ciencias o de literatura. Se espera (norma social) que los estudiantes apoyen su discurso en conocimientos aprendidos. Son normas sociales caracterizadas por explicar, justificar y argumentar, ya que se supone que en situaciones ideales los estudiantes deberían desafiar las explicaciones y justificaciones de sus compañeros, así como justificar sus propios argumentos.

Existen aspectos normativos de la discusión matemática que son específicos de la actividad matemática de los estudiantes. Por ejemplo, la comprensión de lo que en el aula se puede considerar «matemáticamente diferente», «sofisticado», «eficiente» o «elegante», así como lo que se puede considerar como una explicación matemáticamente aceptable. Voigt (1995) identifica, además, como normas sociomatemáticas: las normas de clase que implican la valoración de una solución a un problema como inteligente o inventiva y las explicaciones y argumentaciones consideradas como matemáticamente correctas.

Se habla de normas «sociomatemáticas» y no únicamente «matemáticas» puesto que la determinación, descripción y valoración de una norma sólo es posible dentro de un contexto social (clase, nivel, institución, etc.). Así, por ejemplo, un procedimiento no puede ser valorado como «elegante» en sí mismo, sino con relación a unas prácticas operativas y discursivas en el seno de una comunidad o contexto social que sirven de referencia.

Es decir, las normas sociomatemáticas regulan los aspectos específicos de las discusiones matemáticas de los estudiantes e influyen en las oportunidades de aprendizaje.

Desde esta perspectiva, por tanto, las normas sociomatemáticas son, en la perspectiva social, el correlato de las creencias y valores identificados en la perspectiva psicológica al intentar dar cuenta de cómo los estudiantes llegan a ser intelectualmente autónomos en matemáticas (una cuestión vinculada al dominio de las creencias y actitudes). En este sentido, lo que llega a ser matemáticamente normativo en un aula viene condicionado por los objetivos reales, las creencias, las suposiciones e hipótesis de los participantes en el aula, al mismo tiempo que estos objetivos y la comprensión están influenciados por lo que es legitimado como actividad matemática aceptable (Yackel y Cobb, 1996).

Las normas sociomatemáticas son diferentes de las normas sociales generales que rigen el comportamiento en las aulas en el sentido de que son específicas de los aspectos matemáticos de la actividad de los estudiantes. En este contexto, se da mucha importancia a las normas sociomatemáticas debido a que el desarrollo del razonamiento y los procesos de dotar de sentido por los estudiantes no puede ser separado de su participación en la constitución interactiva del significado matemático.

Sin embargo, Yackel y Cobb (1996) indican que la distinción entre las normas sociales y las normas sociomatemáticas en las aulas son sutiles, indicando como una manera de diferenciarlas lo siguiente: «la comprensión que se le supone a los estudiantes para explicar sus soluciones y sus formas de pensar es una norma social, mientras que la comprensión de lo que se considera como una explicación matemáticamente aceptable es una norma sociomatemática» (p. 461). Es decir, existen unas normas sociales que rigen una discusión y un intercambio de argumentos independientemente de lo que se está diciendo (una norma social, por ejemplo, es la necesidad de presentar argumentos diferentes de los que se han presentado hasta ese momento), junto con el reconocimiento de lo que es matemáticamente aceptable, teniendo en cuenta sobre lo que se está hablando (una norma sociomatemática, por ejemplo, es la necesidad de argumentar mediante objetos matemáticamente diferentes). Metodológicamente, tanto las normas sociales generales como las normas sociomatemáticas se infieren al identificar regularidades en los patrones de interacción social.

Muchas de las dificultades que se observan en los procesos de instrucción tienen que ver con la complejidad de las normas del aula y la diversidad de interpretaciones y valoraciones de estas normas. Diversas investigaciones (Civil y Planas, 2004; Cobb y Hodge, 2002; Cobb y Yackel, 1998; Yackel y Cobb, 1996) han permitido comprender cómo los profesores y los alumnos comprenden, usan y valoran dichas normas.

4. FACETAS DE LA DIMENSIÓN NORMATIVA DE LOS PROCESOS DE ESTUDIO MATEMÁTICO

En diversos trabajos realizados en el marco del enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática (D'Amore, Font y Godino, 2007; Font y Contreras, 2008; Font y Godino, 2006; Font, Godino y Contreras, 2008; Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi, 2006; Godino, Contreras y Font, 2006; Godino, Font y Wilhelmi, 2006) se han propuesto cinco niveles para el análisis didáctico de procesos de estudio:

1) Análisis de los tipos de problemas y sistemas de prácticas.

2) Elaboración de las configuraciones de objetos y procesos matemáticos.

3) Análisis de las trayectorias e interacciones didácticas.

4) Identificación del sistema de normas y metanormas.

5) Valoración de la idoneidad didáctica del proceso de estudio.

Estos niveles son el resultado de un trabajo de síntesis teórica de diferentes análisis parciales consolidados en el Área de Didáctica de la Matemática. En particular, el nivel 4 se propone para integrar (Font y Planas, 2008) aspectos de análisis de normas sociomatemáticas desarrollados por enfoques socioculturales en educación matemática (Civil y Planas, 2004; Cobb y McClain, 2006; Stephan, Cobb y Gravemeijer, 2003; Yackel y Cobb, 1996).

El primer nivel de análisis pretende estudiar las prácticas matemáticas realizadas en un proceso de estudio matemático. La realización de una práctica es algo complejo que moviliza un *agente* que realiza la práctica y un *contexto* en el que dicha práctica se realiza (en este contexto puede haber otros agentes, objetos, etc.). Puesto que el agente realiza una secuencia de acciones orientadas a la resolución de un tipo de situaciones problema, es necesario considerar también, entre otros aspectos, fines, intenciones, valores, objetos y procesos matemáticos.

El segundo nivel de análisis se centra en los objetos y procesos que intervienen en la realización de las prácticas, así como los que emergen de ellas. La finalidad de este segundo nivel de análisis es describir la complejidad ontosemiótica de las prácticas matemáticas como factor explicativo de los conflictos semióticos anecdóticos o consustanciales a su realización.

Dado que el estudio de las matemáticas tiene lugar usualmente bajo la dirección de un profesor y en interacción con otros estudiantes, el análisis didáctico debería progresar desde la situación problema y las prácticas matemáticas necesarias para su resolución (análisis 1), a las configuraciones de objetos (epistémicas/cognitivas) y procesos matemáticos que posibilitan dichas prácticas (análisis 2), que a su vez debería progresar hacia el estudio de las configuraciones didácticas y su articulación en trayectorias didácticas (análisis 3). Este tercer nivel de análisis didáctico está orientado, sobre todo, a la descripción de los patrones de interacción y relación con los aprendizajes de los estudiantes (*trayectorias cognitivas*).

Las configuraciones didácticas y su articulación en trayectorias didácticas están condicionadas y soportadas por una compleja trama de normas y metanormas, que no sólo regulan la dimensión epistémica de los procesos de estudio (niveles 1 y 2 de análisis), sino que también regulan otras dimensiones de los procesos de estudio (cognitiva, afectiva, etc.).

El cuarto nivel de análisis considerado pretende estudiar esta compleja trama de normas y metanormas que soportan y condicionan los procesos de estudio. Este nivel de análisis es el resultado de tener en cuenta los fenómenos de interacción social que acontecen en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Los cuatro niveles de análisis descritos anteriormente son herramientas para una didáctica descriptiva-explicativa, es decir, sirven para comprender y responder a la pregunta «¿qué está ocurriendo aquí y por qué?». El quinto nivel de análisis se centra en la valoración de su *idoneidad didáctica*. Dicho análisis se basa en los cuatro análisis previos y constituye una síntesis final orientada a la identificación de potenciales mejoras del proceso de estudio en nuevas implementaciones.

El objetivo de este artículo es profundizar en el cuarto nivel de análisis, esto es, desarrollar herramientas para el estudio de las normas y metanormas que condicionan y soportan los procesos de estudio matemático. Estamos interesados en la identificación y descripción de normas como aspectos determinantes de los procesos de estudio matemático. Sin embargo, no abordaremos la distinción entre normas y metanormas; para ello remitimos al lector al artículo D'Amore, Font y Godino (2007).

Para el EOS resulta especialmente relevante la adaptación sociológica de la noción de «juego de lenguaje» (Wittgenstein, 1953) desarrollada, entre otros, por Apel (1985) y Habermas (1987), en la cual la comprensión individual es el resultado de la participación en un juego de lenguaje cuyas reglas son públicas. «Comprender» consiste en «saber orientarse» mediante el reconocimiento de las reglas correspondientes. De acuerdo con este punto de vista, consideramos que no es posible analizar un proceso de instrucción sin comprender el sistema de normas que lo regulan.

Consideramos que nociones como «contrato didáctico», «normas sociales y sociomatemáticas», se usan para referirse, en cierta manera, al conjunto de reglas del «juego de lenguaje» en el que participan profesores y alumnos cuando intervienen en un proceso de cognición e instrucción. Dichas nociones son útiles, pero precisan de una reconstrucción en el marco del EOS que contemple las dimensiones para la descripción de los procesos de estudio en dicho enfoque. En el EOS, después de hacer una síntesis de los variados modos de entender el contrato didáctico y las normas sociales y sociomatemáticas en Didáctica de las Matemáticas, se adopta una perspectiva que integra estas nociones como parte de una «dimensión normativa de los procesos de estudio».

En Godino, Contreras y Font (2006) se propone tener en cuenta las siguientes facetas para analizar los procesos de instrucción matemática:

1. *Epistémica*: Distribución a lo largo del tiempo de enseñanza de los componentes del significado institucional implementado (problemas, lenguajes, procedimientos, definiciones, propiedades, argumentos).

2. *Cognitiva*: Desarrollo de los significados personales (aprendizajes).

3. *Mediacional*: Distribución de los recursos tecnológicos utilizados y asignación del tiempo a las distintas acciones y procesos.

4. *Interaccional*: Secuencia de interacciones entre el profesor y los estudiantes orientadas a la fijación y negociación de significados.

5. *Afectiva*: Distribución temporal de los estados afectivos (actitudes, emociones, afectos, motivaciones) de cada alumno con relación a los objetos matemáticos y al proceso de estudio seguido.

6. *Ecológica*: Sistema de relaciones con el entorno social, político, económico… que soporta y condiciona el proceso de estudio.

Siguiendo esta clasificación proponemos considerar las normas según la faceta del proceso de estudio a que se refiere la norma: epistémica, cognitiva, interaccional, mediacional, afectiva y ecológica. Esto permite fijar la atención en las normas que regulan:

– Las matemáticas susceptibles de ser enseñadas y aprendidas en una institución.

– La manera en que los alumnos construyen y comunican las nociones, procesos y significados matemáticos.

– Las interacciones docente-discente y discente-discente.

– El uso de los recursos humanos, materiales y temporales.

– La afectividad de las personas que intervienen en el proceso de estudio.

– La relación con el entorno (sociocultural, político, laboral…) en el que se desarrolla el proceso de instrucción.

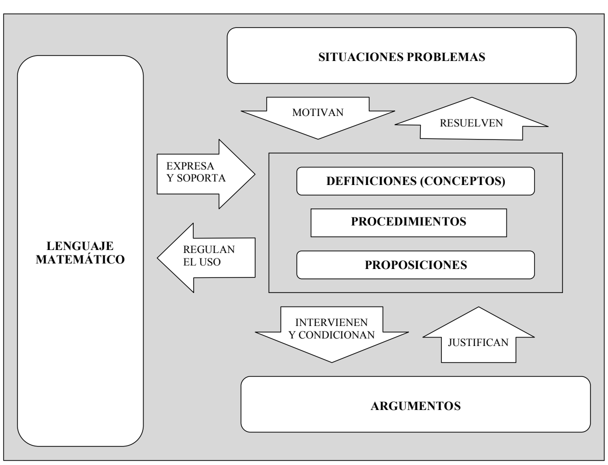
Las normas que regulan los procesos de estudio matemáticos se pueden categorizar desde otros puntos de vista complementarios del que aquí proponemos (las facetas de los procesos de estudio introducidos por el EOS). En particular, se pueden clasificar según los *momentos* o fases de desarrollo de dichos procesos (diseño curricular, planificación, implementación y evaluación), el *grado de coerción/rigidez* de las normas (aquellas que se presentan como verdades necesarias, p. e., «2 + 2 = 4»; convenciones de cumplimiento obligatorio, p. e., la prioridad de operaciones; convenios basados en hábitos culturales, p. e., los que rigen algunas interacciones en el aula; etc.), el *origen* de las normas (la administración educativa, la sociedad, la escuela, el aula, la disciplina). El análisis de estas tipologías de normas deberá ser abordado en otros trabajos.

4.1. Normas epistémicas

En la clase de matemáticas se establece un compromiso básico: enseñar y aprender matemáticas. Llamaremos *faceta epistémica de la dimensión normativa* (o *normas epistémicas*, para abreviar) al conjunto de normas que determinan la actividad matemática que es posible desarrollar en una determinada institución. Las normas epistémicas regulan los contenidos matemáticos, el tipo de situaciones adecuadas para su aprendizaje y las representaciones que se utilizan para los distintos contenidos. Dicho en la terminología del EOS, las normas epistémicas determinan las configuraciones epistémicas y las prácticas matemáticas que dichas configuraciones posibilitan.

En el EOS se considera que, para describir la actividad matemática, es necesario contemplar una ontología formada por los siguientes elementos: 1) lenguajes; 2) situaciones-problema; 3) conceptos; 4) procedimientos, técnicas…; 5) proposiciones, propiedades, teoremas, etc. y 6) argumentos. Estos seis tipos de objetos se articulan formando configuraciones epistémicas (Fig. 1). Las configuraciones informan de las «condiciones epistémicas para dicha actividad» (*configuración previa*) o de los «indicadores del producto o resultado de dicha actividad» (*configuración emergente*). Si además de la «estructura» interesa analizar su génesis y «funcionamiento», son necesarias otras herramientas, en especial los procesos asociados (Font y Contreras, 2008; Font, Rubio y Contreras, 2008).

Figura 1
Componentes y relaciones en una configuración epistémica.



La herramienta *configuración epistémica* nos permite ver la estructura de los objetos que posibilitan la práctica matemática.

Las normas epistémicas son componentes de las configuraciones epistémicas (definiciones, proposiciones, procedimientos) que regulan la práctica matemática en un marco institucional específico. Por otra parte, cada uno de los componentes de la configuración epistémica está relacionado con normas metaepistémicas (usualmente consideradas como normas sociomatemáticas, aunque hay algunas investigaciones en las que se las considera como normas matemáticas). Si nos fijamos, por ejemplo, en las situaciones problema, es necesario que el alumno pueda responder a preguntas del tipo, ¿qué es un problema? ¿cuándo se ha resuelto un problema? ¿qué reglas conviene seguir para resolver un problema?, etc. Las respuestas a estas preguntas no son absolutas, sino relativas a la institución. De manera similar, con relación al componente «argumento», el alumno necesita saber qué es y cuándo se considera válido un argumento en la clase de matemáticas. En general, las configuraciones epistémicas llevan asociadas un sistema de normas, que pueden ser compartidas (*configuración metaepistémica*) o personales de los estudiantes involucrados en los procesos de aprendizaje correspondientes.

Las configuraciones metaepistémicas se generan y, sobre todo, se mantienen durante un largo periodo de tiempo (por ejemplo, un curso o una etapa educativa) y coexisten con muchas configuraciones epistémicas que se van sucediendo a lo largo del tiempo. En general, tienen un carácter implícito, hecho que explica la ruptura entre diferentes niveles educativos (primaria-secundaria, secundaria-universidad). Por ejemplo, las configuraciones metaepistémicas relacionadas con la «demostración en matemáticas» son fuente para la explicación del fracaso escolar en el cambio de nivel educativo de los estudiantes.

Puesto que las configuraciones metaepistémicas son utilizadas para valorar la práctica matemática que se realiza, se puede considerar que las configuraciones metaepistémicas juegan, en cierta manera, un papel axiológico en la actividad matemática institucional.

En el marco de las investigaciones socioculturales existe una controversia sobre el papel de las normas matemáticas. En algunas investigaciones, por ejemplo Planas y Gorgorió (2001), se habla explícitamente de «normas matemáticas» siendo, según nuestra clasificación, la norma considerada una norma metaepistémica. Por otra parte, hay autores que defienden eliminar la categoría de normas sociomatemáticas y limitarse a hablar de normas matemáticas puesto que consideran que todas las normas matemáticas son el resultado de una actividad sociocultural (Sekiguchi, 2005). En nuestra opinión, la propuesta de considerar configuraciones epistémicas y configuraciones metaepistémicas puede representar un fundamento teórico para avanzar en la superación de dicha controversia.

4.2. Normas cognitivas

En el EOS se considera que la enseñanza implica la participación del estudiante en la comunidad de prácticas que soporta los significados institucionales, y el aprendizaje, en última instancia, supone la apropiación por el estudiante de dichos significados.

Para que esta apropiación sea posible, el referente ya no son las normas epistémicas que nos dicen «qué matemáticas se deben aprender» sino las ciencias que nos dicen «cómo aprenden los sujetos y cómo se les debe enseñar». Nos referimos a las ciencias como la Psicología, la Pedagogía y, en especial, a la Didáctica de las Matemáticas, como disciplina específica para la descripción de los procesos de construcción y comunicación de nociones, procesos y significados matemáticos y de la intervención en los sistemas didácticos. Estas ciencias han generado un cuerpo de conocimientos del cual se derivan normas, que en este trabajo llamaremos cognitivas, cuyo seguimiento permite conseguir que los sujetos aprendan lo que se les enseña. Dichas normas desarrollan el principio de que el alumno debe aprender y que la institución escolar debe hacer lo posible para que ello sea posible. Entre este tipo de normas tenemos las que establecen que la institución debe asegurarse: 1) que el alumno tiene los conocimientos previos necesarios; 2) que lo que se le va a enseñar está dentro de la zona de desarrollo próximo del alumno y 3) que la institución se adaptará a la diversidad del alumnado.

Por ejemplo, en la enseñanza tradicional era muy común que en primer curso de Educación Primaria se prohibiera explícitamente el uso de los dedos para hacer sumas mediante conteo. El objetivo de esta prohibición era, probablemente, obligar a los pequeños a realizar un conteo sin recitado oral ni gestos visibles de señalado de objetos físicos. Este procedimiento podría constituir un paso previo a la automatización del cálculo mediante memorización de los hechos numéricos. Cuando un niño no es capaz de cumplir esta cláusula, el contrato debe renegociarse: puede relajarse el grado de exigencia, eliminando la cláusula «abusiva» o «someter» al niño a actividades de refuerzo.

Como resultado del aprendizaje los alumnos pueden generar sus propias interpretaciones de las reglas matemáticas, cuyo campo de validez será necesario explicitar y discutir en la clase a fin de superar posibles conflictos cognitivos. Así, por ejemplo, algunos alumnos resuelven tareas aritméticas aplicando las siguientes reglas de su propia invención:

– No se puede dividir *a* por *b* a menos que *a* sea mayor que *b*.

– No se puede restar *a* de *b* a menos que *a* sea menor que *b*.

– Cuando se multiplican dos números, el resultado es mayor que ambos números.

– Cuando se suman dos números el resultado es mayor que cada uno de los sumandos.

Incluso hay autores que sostienen que los alumnos basan sus respuestas en reglas intuitivas de carácter general. Stavy, Tirosh y Tsamir, entre otros, han desarrollado la teoría de las «reglas intuitivas», la cual permite analizar las respuestas inapropiadas de los estudiantes a una gran variedad de tareas matemáticas y de ciencias. Estas investigadoras han hallado que los estudiantes tienden a reaccionar a una amplia variedad de tareas científicamente no relacionadas, aplicando tres reglas intuitivas: «más A – más B», «misma A – misma B», y «todo puede ser dividido inacabablemente» (Tirosh y Stavy, 1999; Tsamir, 2007). Las nociones de concepto y teorema «en acto» de la teoría de los campos conceptuales (Vergnaud, 1982) comparten un fundamento cognitivo similar (con las necesarias adaptaciones de la actividad específicamente matemática) a esta perspectiva.

Un alumno, para la realización y evaluación de su actividad de resolución de una determinada situación problema (p. e., resolución de un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas) tendrá que utilizar un determinado lenguaje verbal (p. e., solución, ecuación) y simbólico (p. e., x, y, =). Este lenguaje es la parte ostensiva de una serie de conceptos (p. e., ecuación, solución), proposiciones (p. e., si se suma el mismo término a los dos miembros de la ecuación se obtiene una ecuación equivalente) y procedimientos (p. e., resolución por sustitución, igualación o reducción) que se utilizarán en la elaboración de argumentos para decidir si la actividad matemática es satisfactoria. Cuando un alumno realiza y evalúa su práctica matemática es necesario que active un conglomerado formado por algunos de los elementos citados anteriormente (o todos): situaciones problema, lenguajes, conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentos. Estos tipos de objetos se articulan formando su configuración cognitiva, los cuales pueden o no ser concordantes con los objetos institucionales correspondientes.

La herramienta *configuración cognitiva* nos permite describir la estructura de los objetos que han posibilitado la práctica matemática realizada por el alumno. En nuestra opinión, el par <configuración cognitiva, prácticas realizadas (o que posibilita)> es una herramienta útil para determinar el significado personal declarado en las pruebas de evaluación propuestas. La configuración cognitiva indica el grado de apropiación por el alumno de la configuración epistémica correspondiente al significado institucional implementado. De hecho, la evaluación sumativa puede definirse como el proceso educativo por el cual se valora el grado de adecuación entre las configuraciones cognitivas logradas y las configuraciones epistémicas implementadas.

Algunos de los constituyentes de las configuraciones cognitivas de los alumnos se pueden considerar como normas que regulan el comportamiento matemático de los alumnos; dichas normas personales (o cognitivas) pueden concordar o no con las normas epistémicas correspondientes.

4.3. Normas interactivas

Los modos de interacción entre docente y discentes, para el logro de los objetivos de enseñanza y aprendizaje, están sujetos a reglas, hábitos, tradiciones, compromisos y convenios. Las normas interactivas regulan los modos de interacción entre las personas que intervienen en los procesos de estudio matemático.

Las secuencias de interacciones por una parte están sujetas a reglas y, por otra parte, generan pautas de actuación. De la misma manera que la realización de una pauta no tiene sentido si no es con referencia a otras pautas anteriores y posteriores en el tiempo, las interacciones en el aula tampoco se hallan aisladas de otros procesos del mismo tipo que se desarrollan fuera de ella (la familia, el grupo de amigos, cursos anteriores, etc.). Muchas de las interacciones que se producen en el aula han sido gestadas en las acciones e interacciones producidas en otros contextos. Un buen ejemplo de cómo los formatos o patrones de interacción en el aula están con frecuencia condicionados (normados) por agentes externos al propio sistema didáctico son los dispositivos «clase de teoría», «clase de prácticas», «sesiones de tutoría», etc. Ahora bien, a pesar de que el macrocontexto proyecta expectativas de comportamiento en alumnos y profesores, los comportamientos se (re)construyen por medio de procesos sociales del aula y deben interpretarse, en primer lugar, desde el microcontexto del aula (Civil y Planas, 2004).

El objetivo central de las interacciones didácticas es conseguir el aprendizaje de los alumnos de la manera más autónoma posible, aprendizaje que en nuestro caso concebimos en términos de apropiación de significados, por medio de la participación en una comunidad de prácticas que permite identificar los conflictos semióticos[2] y pone los medios adecuados para resolverlos. Los formatos de interacción de tipo dialógico y de trabajo cooperativo tendrán potencialmente mayor idoneidad interaccional que las de tipo magistral y de trabajo individual, puesto que los estudiantes muestran su relación con los objetos matemáticos y, por lo tanto, el profesor tiene indicadores explícitos de dicha relación. Estos indicadores pueden permitir al profesor valorar la relación de los estudiantes con los objetos matemáticos y, eventualmente, determinar la intervención más adecuada (según las restricciones matemático-didácticas asociadas a la situación).

La realización efectiva de un proceso de estudio puede implicar cambios en las interacciones respecto a las modalidades inicialmente previstas, las cuales a su vez dependen del «paradigma educativo» asumido. Así, en un modelo constructivista social el profesor tiene como papel clave la búsqueda de buenas situaciones y crear un medio en el que el alumno construya el conocimiento trabajando cooperativamente con sus compañeros. En un modelo de enseñanza expositivo, el profesor asume el papel de presentar los contenidos, y los estudiantes, de retenerlos.

Las normas interactivas tienen importancia en todo proceso de estudio matemático, incluso en las etapas iniciales cuando el principio de globalización rige las interacciones en el aula. De Castro y Escorial (2007) muestran un taller de resolución de problemas con un grupo de alumnos de 5 y 6 años. Uno de los objetivos principales del taller era introducir modificaciones en el contrato didáctico a fin de mejorar los procesos de estudio de las matemáticas. En Educación Infantil, la situación más habitual de interacción verbal entre los alumnos se produce en la «asamblea». Los pequeños se reúnen, se sientan formando un círculo y van hablando por turnos de cosas que les han sucedido. Generalmente, en estas asambleas, cada niño hace su aportación sin que sea necesario mantener un gran nivel de atención a lo que dicen los compañeros. Algunos niños esperan a que llegue su turno sin mostrar gran atención y sin responder a los compañeros. Por el contrario, en el taller, la necesidad de elegir una única solución del problema para todo el grupo, obliga a los alumnos a permanecer muy atentos. Existe una necesidad de comprender los procedimientos, para poder participar en la elección del más adecuado. Aunque la disposición de los niños en la puesta en común es muy parecida a la de una asamblea, los dos tipos de interacciones parecen gobernadas por reglas distintas. Surge una nueva regla implícita que parece decir: «En la conversación, se debe poner mucha atención a las intervenciones de los demás y preguntar si se tienen dudas».

Las normas interactivas determinan el tipo de interacción y, en muchos casos, de la interacción desarrollada según dichas normas emergen nuevas normas epistémicas y metaepistémicas. Por ejemplo, en Contreras, Font, Luque y Ordóñez (2005) se muestra cómo las normas que regulan el uso de elementos genéricos en el aula de matemáticas emergen de la interacción entre profesor y alumnos. A continuación sigue un diálogo, extraído del artículo citado, en el que el profesor explica a sus alumnos las reglas que rigen el uso del ejemplo genérico.

Después de que el profesor hubiera introducido en clases anteriores la derivada en un punto como

$$f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

y justo después de haber introducido la función derivada como

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

se produjo el siguiente diálogo:

Alumna (Laura): ¿Qué diferencia hay entre la definición de función derivada y la definición de derivada en un punto?

Profesor: La derivada en un punto es $f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$, en esta expresión la a es fija, no varía, lo que varía es la h. En cambio, en el caso de la función derivada $f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$, primero has de suponer que la x no varía y que sólo varía la h para obtener $f'(x)$, y después has de suponer que la x varía. Por tanto, cuando calculas la derivada en un punto el resultado es un número, mientras que cuando calculas la función derivada, el resultado es una fórmula de una función.

4.4. Normas mediacionales

La enseñanza y el aprendizaje se apoya en el uso de medios técnicos (libros, ordenadores…) y se distribuye en el tiempo, que es también un recurso. El uso de ambos tipos de medios o recursos está gobernado por reglas que condicionan los procesos de estudio. Este sistema de reglas relativas al uso de medios técnicos y temporales es lo que designamos como normas mediacionales.

En la escuela debe haber aulas, espacios físicos donde se reúnen grupos de alumnos con un profesor; todavía hoy debe haber pizarra, tiza, borrador en cada aula, y cada vez más retroproyector, ordenador, pantalla de proyección, pizarra interactiva; en algunos niveles el profesor debe tener disponibles determinados materiales manipulativos y programas informáticos; los alumnos deben con frecuencia tener un libro de estudio. El uso apropiado de todos estos recursos está sujeto a reglas técnicas específicas que el profesor debe conocer.

En la mayoría de los casos el uso de los artefactos (manipulativos concretos o virtuales, programas de cálculo o graficación) requiere la apropiación por los estudiantes de configuraciones epistémicas (normas matemáticas) específicas de los tipos de problemas abordables con los mismos. Esta apropiación requiere la implementación de procesos de instrumentación (Artigue, 2002) que conviertan tales artefactos en instrumentos de la actividad matemática.

El tiempo es un bien escaso; su gestión es básicamente responsabilidad del profesor, aunque una parte del tiempo de estudio está bajo la responsabilidad de los estudiantes. La duración de las clases está regulada casi de manera rígida por normas oficiales, como también el tiempo asignado al desarrollo total del programa de estudio en cada curso.

En la Educación Primaria y primer ciclo de secundaria, la calculadora es un instrumento que se utiliza para la resolución de ciertos tipos de ejercicios «de cálculo pesado», pero todavía constituye un medio «marginal» en los procesos de instrucción matemática (prueba de ello es que en muchas evaluaciones se prohíbe su uso). En la universidad, los programas informáticos están presentes, sobre todo, en las clases prácticas.

Muchos medios, como la calculadora, tienen un uso muy restringido en el aula debido al contrato mediacional. Los apuntes y los libros de texto no pueden utilizarse en situaciones de evaluación. Los dedos, como hemos dicho antes, no suelen ser material permitido una vez abandonada la Educación Infantil. Los materiales manipulativos están frecuentemente «prohibidos» en las etapas educativas superiores. Todas éstas son normas mediacionales que condicionan los procesos de estudio.

Lo mismo puede decirse del uso de los distintos espacios de un centro educativo, considerados también como medios. Ciertos conceptos geométricos y métricos pueden requerir para su desarrollo adecuado de un macroespacio, como el patio del colegio. Si el uso de ciertos espacios está restringido en el centro por las normas mediacionales, esto puede suponer una limitación para el aprendizaje matemático. Aún más, existe una regla mediacional según la cual «el alumno sólo puede emplear los medios que el profesor haya puesto antes a su disposición, sólo para el tipo de tareas en las que ha sido utilizado con anterioridad, y sólo del modo enseñado por el profesor».

4.5. Normas afectivas

Otra de las dimensiones a tener en cuenta en los procesos de estudio matemático se refiere a la afectividad, la motivación, las emociones. «Se supone que el problema más importante para la investigación sobre la afectividad hacia las matemáticas es la comprensión de las relaciones entre afecto y cognición» (Zan et al., 2006, 117). Se dice que el alumno debe estar motivado, tener una actitud positiva, no tener fobia a las matemáticas, lo cual parece obvio. La mirada se dirige con frecuencia de manera preferente hacia el profesor, de quien se dice «debe» motivar a los estudiantes, elegir unos contenidos «atractivos» y crear un «clima» afectivo en la clase propicio para el aprendizaje. Éstas serían cláusulas genéricas de la faceta afectiva de la dimensión normativa, que no indican el tipo de acciones específicas que pueden estar al alcance del profesor en el caso de las matemáticas.

La principal motivación intrínseca hacia el estudio de las matemáticas parece estar en la elección de los tipos de situaciones problema matemáticas, las tareas, actividades concretas que propone a los alumnos, las cuales deben reunir unas características específicas. Además, el «modelo instruccional» que implementa en la clase –tipos de configuraciones y trayectorias didácticas que organiza y gestiona– condiciona las oportunidades de aprendizaje autónomo de los alumnos, y por tanto su autoestima y compromiso con el estudio.

Una regla afectiva será, pues, que el profesor debe buscar o inventar situaciones matemáticas ricas, que pertenezcan al campo de intereses a corto y medio plazo de los estudiantes. Como la experiencia personal de resolver un problema es un factor importante que favorece la autoestima del resolutor, además de capacitarle para afrontar nuevos problemas no rutinarios, otra cláusula afectiva se refiere a la creación de las condiciones para que el alumno acepte la responsabilidad de resolver los problemas. Este proceso se describe en la TSD como la *devolución* del problema al alumno (Brousseau, 1997) y está en la base de los modelos instruccionales de tipo socioconstructivista. Chevallard, Bosch y Gascón (1997) explican la «falta de motivación» en los siguientes términos: la enseñanza actual no legitima la actividad de los estudiantes y, por lo tanto, éstos no se sienten responsables de las respuestas que dan a los problemas que el profesor les plantea. Las respuestas no «afectan» a los estudiantes, puesto que no son partícipes ni de la construcción ni de la comunicación de los significados y, por lo tanto, en el mejor de los casos, una vez producida una respuesta, se desvinculan de ella esperando el mensaje de éxito o de fracaso del profesor.

El cumplimiento de estas cláusulas afectivas no deja de tener gran dificultad. Si el profesor no se abstiene en ciertos momentos clave de dar la solución del problema, o de aportar una información específica, el frágil proceso de indagación personal iniciado por un alumno puede verse radicalmente perturbado, con lo que se le puede privar de la autoestima de la propia invención.

El logro de dar sentido a los aprendizajes depende de la influencia de los distintos agentes que participan en el proyecto educativo. El profesor y los estudiantes son sin duda los principales agentes, pero no los únicos, ya que la escuela, la familia, la administración educativa y la sociedad en su conjunto son factores condicionantes del estudio en las instituciones escolares, en sus distintas facetas, incluyendo la afectiva-emocional. Los padres son responsables de crear un ambiente agradable y propicio al estudio en la casa, de valorar positivamente las materias y tareas que proponen los profesores, etc. A nivel del centro educativo, un reglamento de régimen interno excesivamente rígido, o bien otro excesivamente laxo que no pone coto a los desmanes de algunos alumnos, puede desmotivar a otros alumnos. La escuela debe crear un ambiente material y un clima social agradable en la medida de sus posibilidades. Finalmente, la administración educativa y la sociedad en su conjunto también tienen una parte de las obligaciones del contrato afectivo (medios materiales, espacios, etc.). Por ejemplo, la falta de perspectivas de empleo en algunas carreras universitarias es, sin duda, un factor desmotivador para muchos estudiantes.

Estamos viendo la variedad de factores que intervienen en la faceta afectiva de la dimensión normativa, y por tanto, la complejidad del logro de una alta idoneidad en esta dimensión de los procesos de estudio. Un pequeño cambio, una mera palabra (¡«tonto»!, ¡«ánimo»!, etc.), pronunciada por el profesor, los compañeros de clase, los padres, en ciertos momentos críticos puede ocasionar un gran efecto en la motivación, afectividad o el sentimiento de un alumno hacia el estudio de las matemáticas.

De nuestra presentación se puede derivar la visión de que los factores afectivos, la educación emocional, es algo que siempre viene de fuera del individuo, que el alumno tiene que ser «mimado», protegido, estimulado por el profesor, los compañeros, la escuela, la sociedad. No parece que ésta sea una postura acertada ya que el propio alumno debe aceptar y asumir su propia responsabilidad y compromiso ético con el estudio. «Al dar el paso del sentimiento a la ética, encontramos una irreprochable autoestima, que no nos encierra en el narcisismo, sino que nos solidariza con los demás, y que no favorece la indolencia, sino que nos impone un comportamiento noble.» (Marina, 2005, 41).

4.6. Normas ecológicas

En la perspectiva global que hemos adoptado en este trabajo sobre las normas que regulan los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, no podemos prescindir de aquellas que relacionan la escuela con la sociedad a cuyo servicio se constituye. Tener en cuenta la faceta ecológica de la dimensión normativa implica buscar información sobre el entorno social, político y económico donde se ubica la escuela, ya que éste influye sobre el tipo de prácticas matemáticas que se van a realizar en el aula.

Las normas ecológicas tienen como principal objetivo conseguir dos tipos de competencias en los alumnos. Por una parte, la sociedad encarga a la escuela que eduque a sus ciudadanos y los comprometa con su comunidad, es decir, se trata de educar a ciudadanos garantizando la asunción de los valores de una sociedad democrática, garantizando los derechos de todos y fomentando los deberes cívicos. Por otra parte, el objetivo de la institución educativa es conseguir una formación inicial de profesionales competentes para su futuro ejercicio profesional. Por tanto, en el momento de tomar decisiones sobre las metas del proceso educativo se han de tener presentes los amplios sectores sociales no relacionados directamente con esta situación educativa pero sí afectados por ella: la sociedad en su conjunto que será atendida por los nuevos profesionales.

Las normas ecológicas tienen que ver con los contenidos que se van a enseñar, ya que los significados pretendi dos que se especifican en las directrices curriculares tratan de contribuir a la formación socioprofesional de los estudiantes. El cumplimiento de los programas (pauta institucional establecida) es otro requisito que condiciona el trabajo del profesor, ya que los aprendizajes logrados por sus estudiantes constituyen el punto de partida de los estudios en cursos posteriores. La obligación de asegurar un determinado nivel de conocimientos y la obligación de informar de él a la sociedad está en el origen de la obligación que tiene el profesor de matemáticas de hacer evaluaciones sumativas que informen a los padres y a la sociedad en general del nivel de logro matemático alcanzado por los estudiantes.

Si bien la obligación de realizar una evaluación sumativa puede considerarse una norma de índole ecológica, el tipo de evaluación elegido por el profesor implica cláusulas de las otras facetas. Por ejemplo, si en Educación Infantil un maestro sigue un método de fichas, una de las cláusulas dice que «al final del trimestre, se deben entregar a los padres las fichas realizadas por sus hijos». Sin embargo, si el maestro trabaja por proyectos, la cláusula correspondiente podría quedar así: «al final del trimestre, se deben entregar a los padres los portafolios de los alumnos». Éstas son claramente cláusulas de la dimensión normativa, en su componente ecológica. Ahora bien, en los dos casos, la faceta epistémica e interaccional, por ejemplo, son muy diferentes. En el primer caso, la actividad estará más centrada en los productos (las fichas), mientras que en el segundo, estará más orientada al proceso.

Otro caso similar lo tenemos con la incorporación de las nuevas tecnologías. Dicha incorporación es el resultado de la necesidad que tiene la sociedad de que sus ciudadanos sean profesionales competentes para su futuro ejercicio profesional. Si bien la obligación de incorporar las TIC puede considerarse una cláusula normativa-ecológica, el tipo de tecnología de la información, el momento de su uso, etc., implica cláusulas de las otras facetas.

Otro aspecto muy relacionado con la faceta ecológica de la dimensión normativa son las propuestas de cambio en el proceso de instrucción que están asociadas a proyectos de innovación más globales, ya que en la mayoría de los casos dichas reformas se justifican por la necesidad de adaptarse a los cambios sociales y profesionales que se han producido en la sociedad.

Uno de los programas de investigación en Educación Matemática que más ha puesto el acento en la faceta ecológica de las normas –de acuerdo con la clasificación que se propone en este trabajo– es la llamada «Educación Matemática Crítica» (Skovsmose, 1999). Este enfoque propone una agenda de investigación para el estudio de la relación entre educación matemática y democracia. Los aspectos que preocupan a la teoría crítica son, entre otros: 1) preparar a los estudiantes para ser ciudadanos; 2) introducir las matemáticas como una herramienta para analizar de manera crítica los hechos socialmente relevantes; 3) tener en cuenta los intereses de los estudiantes; 4) considerar los conflictos culturales en los que se desarrolla el proceso de instrucción; 5) contemplar los aspectos anteriores sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas para que el conocimiento matemático se convierta en una herramienta crítica y 6) dar importancia a la comunicación en el aula, entendida como el conjunto de relaciones interpersonales que son la base de la vida democrática. Otro de los aspectos que más preocupa a la educación matemática crítica son las relaciones entre las matemáticas y la tecnología, la cual, al mismo tiempo que soluciona problemas, genera otros nuevos.

Por último, queremos destacar también las evaluaciones internacionales sobre la competencia de los alumnos para aplicar las matemáticas a situaciones de la vida cotidiana, como el informe Pisa 2003 (OCDE, 2004). En la actualidad, la prensa se hace eco de este tipo de informes y extrae valoraciones sobre los sistemas educativos instando a las instituciones competentes «a tomar medidas ante una situación insostenible».

5. CRITERIOS DE IDONEIDAD DIDÁCTICA

La introducción en el marco teórico del EOS de la noción de significado de referencia[3] y la adopción de postulados socioconstructivistas para el aprendizaje[4], permiten formular criterios de idoneidad para las distintas facetas implicadas en un proceso de estudio matemático. Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi (2006) proponen los siguientes criterios:

– *Idoneidad epistémica*. Se refiere al grado de representatividad de los significados institucionales implementados (o previstos), respecto de un significado de referencia.

– *Idoneidad cognitiva*. Expresa el grado en que los significados pretendidos/implementados estén en la zona de desarrollo potencial de los alumnos, así como la proximidad de los significados personales logrados a los significados pretendidos/implementados.

– *Idoneidad interaccional*. Grado en que los modos de interacción permiten identificar y resolver conflictos de significado y favorecen la autonomía en el aprendizaje.

– *Idoneidad mediacional*. Grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales necesarios para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje.

– *Idoneidad emocional*. Grado de implicación (interés, motivación) del alumnado en el proceso de estudio.

– *Idoneidad ecológica*. Grado de adaptación del proceso de estudio al proyecto educativo del centro, las directrices curriculares, las condiciones del entorno social, etc.

Estas idoneidades deben ser integradas teniendo en cuenta las interacciones entre las mismas, lo cual requiere hablar de la *idoneidad didáctica* como criterio sistémico de pertinencia (adecuación al proyecto de enseñanza) de un proceso de instrucción; el principal indicador empírico de esta idoneidad puede ser la adaptación entre los significados personales logrados por los estudiantes y los significados institucionales pretendidos/implementados. Debemos resaltar que estos criterios orientan o «guían» la práctica educativa, pero no *aseguran* el logro de su idoneidad. A su vez, dichos criterios se pueden usar para valorar la idoneidad de procesos de estudio efectivamente implementados. Dicha valoración es el quinto de los niveles de análisis didáctico propuestos en el EOS (ver apartado 4); se basa en los cuatro análisis previos y constituye una síntesis final orientada a la identificación de potenciales mejoras del proceso de estudio en nuevas implementaciones.

Los cinco niveles de análisis didáctico (ver apartado 4) propuestos por el enfoque ontosemiótico están pensados para el desarrollo de un análisis didáctico completo que permita describir, explicar y valorar procesos de estudio. Este análisis plantea al menos dos cuestiones metodológicas que es necesario abordar:

1) *Tipo de episodio e información disponible*. ¿Es posible analizar y valorar cualquier proceso de estudio? El esquema propuesto presupone el acceso a una información «global» del proceso de estudio que quiere ser descrito, explicado y valorado. Sin embargo, esto no será siempre posible, lo cual no excluye la realización de una valoración parcial de la idoneidad de un proceso de estudio. Por ejemplo, para un episodio breve de aula, se puede evaluar la idoneidad interaccional y consecuentemente las normas interaccionales que han regulado el proceso, siempre y cuando se mantenga una vigilancia sobre las conclusiones extraídas[5].

2) *Observación de los procesos de estudio*. La operatividad de los criterios de idoneidad reside en la posibilidad de definir un conjunto de indicadores observables que permitan valorar el grado de idoneidad de cada una de las facetas.

Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi (2007) aportan un sistema de componentes e indicadores empíricos que sirve de «guía de análisis y valoración de la idoneidad didáctica». Los criterios de idoneidad, junto con esta guía que los desarrolla, son herramientas útiles para orientar el diseño y la implementación de procesos de estudio y realizar su valoración. En concreto, son útiles para valorar las normas epistémicas, cognitivas, interaccionales, mediacionales, afectivas y ecológicas que han regulado los procesos de estudio efectivamente implementados, y por tanto orientar su mejora. A continuación presentamos un breve resumen de estos indicadores:

Idoneidad epistémica
Se puede aumentar su grado presentando a los alumnos una muestra representativa y articulada de problemas de diversos tipos (contextualizados, con diferentes niveles de dificultad, etc.); procurando el uso de diferentes modos de expresión (verbal, gráfico, simbólico...), y traducciones y conversiones entre los mismos; procurando que el nivel del lenguaje matemático utilizado sea adecuado y que las definiciones y procedimientos estén clara y correctamente enunciados y adaptados al nivel educativo a que se dirigen; asegurando que se presentan los enunciados y procedimientos básicos del tema y adecuando asimismo las explicaciones, comprobaciones, demostraciones al nivel educativo a que se dirigen; estableciendo relaciones y conexiones significativas entre las definiciones, propiedades, problemas del tema estudiado, etc.

Idoneidad cognitiva
Se puede aumentar su grado asegurándonos, por una parte, que los alumnos tienen los conocimientos previos necesarios para el estudio del tema y, por otra parte, que los contenidos que se pretenden enseñar se pueden alcanzar (tienen una dificultad manejable); procurando incluir actividades de ampliación y de refuerzo; realizando una evaluación formativa durante el proceso de enseñanza-aprendizaje que nos asegure que los alumnos se han apropiado de los contenidos enseñados.

Idoneidad interaccional
Se puede aumentar su grado asegurándonos que el profesor hace una presentación adecuada del tema (presentación clara y bien organizada, ¿se le entiende cuando habla?, haciendo un uso correcto de la pizarra, poniendo suficiente énfasis en los conceptos clave del tema, etc.); procurando reconocer y resolver los conflictos de significado de los alumnos (interpretando correctamente los silencios de los alumnos, sus expresiones faciales, sus preguntas, etc.); utilizando diversos recursos retóricos argumentativos para captar, implicar, etc., a los alumnos; procurando facilitar la inclusión de los alumnos en la dinámica de la clase y no la exclusión; favoreciendo el diálogo y comunicación entre los estudiantes; contemplando momentos en los que los estudiantes asumen la responsabilidad del estudio (exploración, formulación y validación) etc.

Idoneidad mediacional
Se puede aumentar su grado usando materiales manipulativos e informáticos; procurando que las definiciones y propiedades sean contextualizadas y motivadas usando situaciones y modelos concretos y visualizaciones; procurando invertir el tiempo en los contenidos más importantes o nucleares del tema e invirtiendo el tiempo en los contenidos que presentan más dificultad de comprensión.

Idoneidad emocional
Se puede aumentar su grado seleccionando tareas de interés para los alumnos, promoviendo la valoración de la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana y profesional; promoviendo la implicación en las actividades, la perseverancia, responsabilidad, etc.; favoreciendo la argumentación en situaciones de igualdad de manera que el argumento se valore en sí mismo y no por quien lo dice; promoviendo la autoestima evitando el rechazo, fobia o miedo a las matemáticas, etc.

Idoneidad ecológica
Se puede aumentar su grado asegurando que los contenidos enseñados se corresponden con las directrices curriculares; asegurando que dichos contenidos contribuyen a la formación socioprofesional de los estudiantes; procurando que los contenidos que se enseñan se relacionan con otros contenidos matemáticos y de otras disciplinas.

6. VALORACIÓN DE LAS NORMAS

Los criterios de idoneidad, y el sistema de indicadores que los desarrolla, se pueden utilizar de manera explícita para valorar un proceso de estudio (por ejemplo, en Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi, 2006; De Castro, 2007), pero también pueden estar presentes de manera implícita en la valoración. Ramos y Font (2008) muestran que los profesores en sus reuniones de trabajo, en sus conversaciones informales, cuando valoran los procesos de instrucción que realizan, cuando valoran una innovación, etc., de manera explícita o implícita, utilizan algunos de estos «criterios de idoneidad».

Un proceso de enseñanza y aprendizaje se hace posible porque hay un sistema de normas que regula que se haga de una cierta manera. En consecuencia un juicio de idoneidad didáctica sobre el proceso de estudio (parcial o global) se puede aplicar correlativamente al sistema de normas que lo regulan. Puesto que las normas condicionan los procesos de estudio, para mejorar éstos, debemos cambiar aquéllas. El cambio de las normas lo podemos hacer a través de las tareas que se proponen y de la manera como se gestionan, pues de ello emergerán las nuevas normas.

El siguiente ejemplo resulta muy ilustrativo de cómo la aplicación de ciertos criterios de idoneidad produce un cambio de normas. Shulman y Eston (1999) trabajan con niños de 5 y 6 años con problemas verbales de descomposición aditiva. Los problemas se plantean siempre en el formato siguiente: «Noemi y Ruth tienen 6 huevos. Algunos están pintados y otros no. ¿Cuántos puede haber de cada? ¿Cuántos pintados? ¿Cuántos sin pintar?» Las autoras del trabajo parten de sus propios «criterios de idoneidad». Para ellas, un problema matemático es «valioso» cuando implica el uso de contenidos matemáticos relevantes (como en este caso, la relación parte-todo o la descomposición aditiva); capta el interés de los niños; les permitir compartir interpretaciones de significados dentro del grupo; permite varias soluciones; que los niños inventen diversas técnicas de representación; el problema es fácil de representar con materiales y mediante el dibujo; y puede adaptarse a gran variedad de contextos (Shulman y Eston, 1999, p. 200). Podemos encontrar en estas características un paralelismo con casi todos los criterios de idoneidad propuestos en el presente trabajo. Las autoras son conscientes de que, para que los alumnos desarrollen el proceso de estudio con este tipo de problemas «valiosos», deben modificar determinados aspectos que pertenecen a lo que hemos denominado «dimensión normativa». Para empezar, deben establecer un criterio para determinar cuándo dos soluciones son iguales. Dado que los niños utilizan sistemas de representación muy diferentes, no es evidente descubrir cuándo dos de ellos han dado la misma solución. Así, establecen durante el curso, a través de la repetición de este tipo de problemas, una norma matemática.

Por otra parte, los alumnos deben modificar la creencia (que también tiene su aspecto normativo) de que los problemas en matemáticas sólo pueden tener una solución. También es importante que los pequeños modifiquen un aspecto regulador de su afectividad ligado a la resolución de problemas. Cuando los niños encuentran una solución, se dan por «satisfechos» y cambian inmediatamente de actividad. A través del trabajo con estos problemas y de la puesta en común con sus compañeros y la confrontación y el conflicto que supone la aparición de soluciones diferentes, los niños pasarán a sentirse «satisfechos» únicamente al encontrar todas las soluciones del problema.

En el ámbito de la interacción, los niños deben cambiar, desde la explicación y justificación de la propia respuesta, al intento por determinar la validez de las respuestas de los compañeros distintas de la propia. Por último, debe mantenerse en el proceso de estudio la valiosa norma mediacional que supone que los niños pueden utilizar cualquier material y cualquier tipo de representación para buscar la solución de los problemas.

7. REFLEXIONES FINALES

En este trabajo hemos iniciado el análisis de la dimensión normativa de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas desde la perspectiva global que proporciona el «enfoque ontosemiótico» (EOS) del conocimiento y la instrucción matemática (Godino, Batanero y Font, 2007). Hemos tenido en cuenta como antecedentes de nuestro estudio las dos principales aproximaciones teóricas desarrolladas para abordar el tema: el contrato didáctico en la TSD (Brousseau, 1997) y el «contrato interaccionista» (Coob y Bauersfeld, 1995). Asimismo, hemos tenido en cuenta el «contrato pedagógico» y las normas sociales que intervienen en los procesos educativos en general. La aplicación de algunas nociones teóricas del EOS nos ha ayudado a identificar y categorizar la malla invisible (y visible) de normas (sociales, sociomatemáticas y matemáticas) que soportan y restringen los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

La principal implicación de este trabajo es la toma de conciencia, por parte de investigadores y docentes, de la naturaleza normativa de los objetos matemáticos y didácticos y del conglomerado de normas que condicionan y soportan la actividad de estudio de las matemáticas.

El profesor de matemáticas tiene que tomar decisiones en su quehacer diario y para ello necesita pautas de actuación, algunas de las cuales vienen dadas desde instancias oficiales, académicas, o son generadas en su propia práctica. Estas pautas se refieren a la planificación global de su trabajo, al desarrollo de unidades didácticas, o a los modos de interacción con los alumnos, el saber matemático y los recursos didácticos. Esta perspectiva global es la que hemos querido enfatizar para la noción de dimensión normativa que hemos descrito en este trabajo.

La identificación de las diferentes facetas de la dimensión normativa (epistémica, cognitiva, interaccional, mediacional, afectiva y ecológica) permite:

1. Valorar la pertinencia de las intervenciones de profesores y alumnos teniendo en cuenta el conjunto de normas, y su tipología, que condicionan la enseñanza y los aprendizajes.

2. Sugerir cambios en los tipos de normas que ayuden a mejorar el funcionamiento y control de los sistemas didácticos, con vistas a una evolución de los significados personales hacia los significados institucionales pretendidos.

Las normas a veces se imponen explícitamente y otras veces son emergentes de las prácticas escolares. El profesor debe ser consciente de que tiene en sus manos estas dos vías de actuación sobre las normas e, indirectamente, sobre el aprendizaje de sus alumnos. La toma de conciencia de las normas revela al mismo tiempo los *grados de libertad* que tiene el profesor, lo que hace tan complejo, creativo y apasionante su trabajo.

La búsqueda de la idoneidad va a exigir a los profesores una cuidada selección de las tareas que conforman el proceso de estudio, establecer nuevas normas, mantener normas que han demostrado su valor, y modificar algunas otras que se han revelado ineficaces para el control o funcionamiento de los procesos de estudio y que, por lo tanto, no puede decirse de ellas que sean idóneas.

Los profesores, en sus reuniones de trabajo, en sus conversaciones informales, etc., cuando valoran los procesos de instrucción que realizan o bien, por ejemplo, cuando valoran sus posibles cambios, utilizan, de manera explícita o implícita, algunos de los criterios de idoneidad descritos en este trabajo. El hecho de explicitar de manera sistemática estos criterios puede servir de ayuda para apoyar la reflexión de los profesores sobre su práctica profesional[6].

NOTAS

1. La diferencia radical entre los tipos de contratos (social, educativo, institucional, pedagógico y didáctico) no se restringe a la naturaleza de las reglas (y al ámbito al que éstas hacen referencia), sino a su funcionamiento y vigencia.
2. Un conflicto semiótico es cualquier disparidad o discordancia entre los significados atribuidos a una expresión por dos sujetos (personas o instituciones). Si la disparidad se produce entre significados institucionales hablamos de conflictos semióticos de tipo epistémico, mientras

que si la disparidad se produce entre prácticas que forman el significado personal de un mismo sujeto los designamos como conflictos semióticos de tipo cognitivo. Cuando la disparidad se produce entre las prácticas (discursivas y operativas) de dos sujetos diferentes en interacción comunicativa (por ejemplo, alumno-alumno o alumno-profesor) hablaremos de conflictos (semióticos) interaccionales.

3. Al significado de referencia le atribuimos un carácter relativo a un contexto institucional y a unas finalidades educativas previamente establecidas, no uno absoluto del tipo «saber sabio».

4. El aprendizaje como apropiación de significados, participación en comunidades de prácticas y acoplamiento mutuo entre los significados institucionales y personales.

5. En el caso de un episodio breve, la identificación de normas no deja de ser cuestionable por no tener información de su recurrencia en el tiempo; a pesar de ello, se puede hacer una inferencia plausible (y una valoración posterior) teniendo en cuenta datos obtenidos al aplicar los niveles 1, 2 y 3 y asumiendo, a su vez, el carácter local de estos datos (como se hace, por ejemplo, en Font y Planas, 2008; Rubio, Font y Planas, 2008).

6. Por ejemplo, los criterios de idoneidad y los indicadores que los hacen operativos (Godino et. al., 2007) han sido utilizados por el Departament d'Ensenyament de la Generalitat de Catalunya en su Programa de formación sobre la «Práctica reflexiva» (Subdirecció General de Formació Permanent i Recursos Pedagògics, 2007).

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

APEL, K.O. (1985). *Transformación de la filosofía,* vols. I y II. Madrid: Taurus.

APEL, K.O. (1997). ¿Husserl, Tarski o Peirce? Por una teoría semiótico-trascendental de la verdad como consenso. En J. A. Nicolás y M. J. Frápoli (Eds.), *Teorías de la verdad en el siglo XX* (pp. 597-616). Madrid: Tecnos.

ARTIGUE, M. (2002). Learning mathematics in a CAS environment: The genesis of a reflection about instrumentation and the dialectic between technical and conceptual work. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*.

BALACHEFF, N. (1988). Le contrat et la coutume: deux registres des interactions didactiques. En C. Laborde (ed.), *Actes du premier colloque franco-allemand de didactique des mathématiques et de l'informatique* (pp.15-26). La Pensée Sauvage. Francia.

BLUMER, H. (1969). El interaccionismo simbólico: Perspectiva y método. Barcelona: Hora, 1982.

BROUSSEAU, G. (1980). L'échec et le contrat. *Recherches*, n.º 41, pp. 177-182.

BROUSSEAU, G. (1988). Le contrat didactique: le milieu. *Recherches en Didactique des Mathématiques,* 9 (3), pp. 309-336.

BROUSSEAU, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics: Didactique des mathématiques*. Dordrecht: Kluwer.

CHEVALLARD, Y. (1988). *Sur l'analyse didactique*. *Deux études sur les notions de contrat et de situation*. Marseille: IREM d'Aix-Marseille

CHEVALLARD, Y., BOSCH, M. y GASCÓN, J. (1997). *Estudiar matemáticas; el eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje*. Barcelona: ICE Universidad Autónoma/ Horsori.

CIVIL, M. y PLANAS, N. (2004). Participation in the mathematics classroom: Does every student have a voice? *For the Learning of Mathematics*, 24(1), pp. 7-12.

COBB, P. y BAUERSFELD, H. (Eds.) (1995). *The emergence of mathematical meaning: Interaction in class-room cultures*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

COBB, P. y HODGE, L.L. (2002). A relational perspective on issues of the cultural diversity and equity as they play out in the mathematics classroom. *Mathematical Thinking and Learning*, 4 (2/3), pp. 249-284.

COBB, P., y MCCLAIN, K. (2006). The collective mediation of a high stakes accountability program: Communities and networks of practice. *Mind, Culture, and Activity,* 13, pp. 80-100.

COBB, P. y YACKEL, E. (1998). A constructivist perspective on the culture of the mathematics classroom. En F. Seeger, Y. Voigt y U. Waschescio (Eds.), *The culture of the mathematics classroom* (pp. 158-190). Cambridge, UK: Cambridge University Press.

CONTRERAS A., FONT, V., LUQUE, L. y ORDÓÑEZ, L. (2005). Algunas aplicaciones de la teoría de las funciones semióticas a la didáctica del análisis. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 25 (2), pp. 151-186.

D'AMORE, B. (2005). *Bases filosóficas, pedagógicas, epistemológicas y conceptuales de la Didáctica de la Matemática*. México: Reverté y CLAME.

D'AMORE, B., FONT, V. y GODINO, J. D. (2007). La dimensión metadidáctica en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática. *Paradigma, 28*(2), pp. 49-77.

DE CASTRO, C. (2007). La evaluación de métodos para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la Educación Infantil. *UNIÓN. Revista Iberoamericana de Educación matemática*, 11: 59-77.

DE CASTRO, C. y ESCORIAL, B. (2007). Resolución de problemas aritméticos verbales en la Educación Infantil: Una experiencia de enfoque investigativo. Indivisa, *Boletín de Estudios e Investigación*, Monografía IX, pp. 23-47.

FONT, V. y CONTRERAS, A. (2008). The problem of the particular and its relation to the general in mathematics education. *Educational Studies in Mathematic,* 69, 33-52.

FONT, V., GODINO, J. D. y CONTRERAS, A. (2008). From representations to onto-semiotic configurations in analysing the mathematics teaching and learning processes, en Radford, L., Schubring, G. y Seeger, F. (eds.), *Semiotics in Mathematics Education: Epistemology, Historicity, Clasroom and Culture*, pp. 157-173. Rotterdam: Sense Publishers.

FONT, V. y GODINO, J. D. (2006). La noción de configuración epistémica como herramienta de análisis de textos matemáticos: su uso en la formación de profesores. *Educaçao Matemática Pesquisa*, *8*(1), pp. 67-98.

FONT, V. y PLANAS, N. (2008). Mathematical practices, semiotic conflicts, and sociomathematical norms, en Figueras, O., Cortina, J. L., Alatorre, S., Rojano, T. y Sepúlveda, A. (eds.), *Proceedings of the Joint Conference PME32-PMENA XXX* (Vol 3, pp. 17-23). CINVESTAV: México.

FONT, V., RUBIO, N y CONTRERAS, A. (2008). Procesos en matemáticas. Una perspectiva ontosemiótica. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 21 (en prensa).

GODINO, J. D. y BATANERO, C. (1998). Clarifying the meaning of mathematical objects as a priority area of research in mathematics education. En, A. Sierpinska y J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity* (pp. 177-195). Dordrecht: Kluwer, A. P.

GODINO, J. D. BATANERO, C. y FONT, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39 (1-2): pp. 127-135. [Versión ampliada en español: Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática, disponible en: http://www.ugr.es/local/jgodino/indice_eos.htm]

GODINO J. D., BENCOMO D., FONT V. y WILHELMI M. R. (2006). Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. *Paradigma,* XXVII (2), pp. 221–252.

GODINO, J. D., BENCOMO, D., FONT, V. Y WILHELMI, M. R. (2007). Pauta de análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Disponible en internet: <http://www.ugr.es/~jgodino/indice_eos.htm>.

GODINO, J. D., CONTRERAS, A. y FONT, V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, 26 (1), pp. 39-88.

GODINO, J. D., FONT, V. y WILHELMI, M. R. (2006), Análisis ontosemiótico de una lección sobre la suma y la resta. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa,* (Special Issue on Semiotics, Culture and Mathematical Thinking), pp. 131-155.

HABERMAS, J. (1987). *Teoría de la Acción Comunicativa I. Racionalidad de acción y racionalización social*. Madrid: Taurus.

HABERMAS, J. (1997). Teorías de la verdad. En J. A. Nicolás y M. J. Frápoli (Eds.), *Teorías de la verdad en el siglo xx*, pp. 543-596. Madrid: Tecnos.

MARINA, J. A. (2005). Precisiones sobre la educación emocional. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 19(3), pp. 27-43.

OCDE (2004). *Learning for Tomorrow's World – First Results from PISA 2003*. Paris, OCDE.

PLANAS, N. y GORGORIÓ, N. (2001). Estudio de la diversidad de interpretaciones de la norma matemática en un aula multicultural. *Enseñanza de las Ciencias*, 19 (1), pp. 135-150.

PERRIN-GLORIAN, M. J. y HERSANT, M. (2003). Milieu et contrat didactique, outils pour l'analyse de sequences ordinaries. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, 23 (2), pp. 217-276.

RAMOS, A. B. y FONT, V. (2008). Criterios de idoneidad y valoración de cambios en el proceso de instrucción matemática. *Revista Latinoamericana de Educación Matemática Educativa*, 11 (2), pp. 233-265.

RUBIO, N., FONT, V. y PLANAS, N. (2008). Análisis didáctico, una mirada desde el enfoque ontosemiótico, en C. Gaita (ed.) *Actas del III Coloquio Internacional sobre Enseñanza de las Matemáticas,* pp. 159-181. Lima: PUCP.

SARRAZY, B. (1995). Le contrat didactique. *Revue Française de Pédagogie*, 112, pp. 85-118.

SEKIGUCHI, Y. (2005). Development of mathematical norms in an eighth-grade Japanese classroom, en Chick, H. L. y Vincent, J. L. (eds.). *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 4, pp. 153-160). Melbourne: PME.

SKOVSMOSE, O. (1999). *Hacia una filosofía de la Educación Matemática crítica*. Bogotá: Una empresa docente y Universidad de los Andes.

STEPHAN, M., COBB, P. y GRAVEMEIJER, K. (2003). Coordinating social and psychological analyses: learning as participation in mathematical practices. *Journal for Research in Mathematics Education Monograph, 12* (pp. 67-102). Reston, VA: NCTM.

TIROSH, D. y STAVY, R. (1999). Intuitive rules: A way to explain and predict students' reasoning. *Educational studies in Mathematics,* 38, pp. 51-66.

TSAMIR, P. (2007). When intuition beats logic: prospective teachers' awareness of their same sides – same angles solutions. *Educational studies in Mathematics*, 65, pp. 255-279.

VERGNAUD G. (1982). Cognitive and developmental psychology and research in mathematics education: some theoretical and methodological issues. *For the Learning of Mathematics* 3 (2), pp. 31-41.

VOIGT, J. (1994). Negotiation of mathematical meaning and learning mathematics. *Educational Studies in Mathematics,* 26, pp. 275-298.

VOIGT, J. (1995). Thematic patterns of interaction and sociomathematical norms, en Cobb, P. y Bauersfeld, H. (eds.), *The emergence of mathematical meaning: Interaction in class-room cultures,* pp. 163-199. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates, Pub.

YACKEL, E. Y COBB, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(4), pp. 458-477.

WITTGENSTEIN, L. (1953). *Philosophical investigations*. N. York, Macmillan.

ZAN, R., BROWN, L. EVANS, J. y HANNULA, M. S. (2006). Affect in mathematics education: An introduction. *Educational Studies in Mathematics* (2006) 63, pp.113-121.

[Artículo recibido en junio de 2008 y aceptado en septiembre de 2008]

An Onto-Semiotic Approach to the Normative Dimension in Mathematics Education

Godino, Juan D.[1]; **Font, Vicenç** [2]; **Wilhelmi, Miguel R.** [3] **y de Castro, Carlos**[4]
[1] Universidad de Granada.
[2] Universidad de Barcelona.
[3] Universidad Pública de Navarra.
[4] Universidad Complutense de Madrid.
jgodino@ugr.es
vfont@ub.edu
miguelr.wilhelmi@unavarra.es
carlos.decastro@edu.ucm.es

Abstract

The concepts of didactical contract, social norms and socio-mathematical norms are very relevant in mathematics education, where they are conceptualized and applied in different ways and settings. In this article, we present a synthesis of various perspectives for norms and didactical contract as well as an onto-semiotic approach to these notions in order to include them as part of the «normative dimension» of teaching and learning processes. In the *Onto-Semiotic Approach* (Godino, Batanero and Font, 2007) the *normative dimension* is constituted by the system of norms that regulate the functioning of the teaching and learning processes of mathematical contents in a specific institutional context. These explicit or implicit norms, can be set by external agents or by the teacher, and affect various dimensions of the learning process.

The Onto-Semiotic Approach takes into account the following components in the normative dimension:

1. Epistemic norms: the set of rules that determines the mathematical activity that can be developed into an institution. They regulate the mathematical contents, for example, the type of situations appropriate for its learning and the representations used. The epistemic norms determine the epistemic configurations and mathematical practices derived from these configurations.

2. Cognitive norms: regulate the personal or individual activity in the process of studying mathematics. These norms establish, among other things, the themes that students should learn. The institution should ensure that, (1) the student has the background needed, (2) the teaching contents are inside the student's zone of proximal development, and (3) the institution will adapt itself to the students' diversity.

3. Interactive norms: regulate the interactions between people involved in processes of mathematical study. The classroom interactions are subject to rules and also generate new activity patterns that are often conditioned by external agents, such as, for example «theory classes», «practical classes», «tutoring sessions», etc.

4. Mediational norms: system of rules concerning the use of technical resources and time. Some resources, such as the calculator, have a restricted use in the classroom because of the mediational contract. Notes and textbooks cannot be used in assessment situations. Manipulatives are usually banned from higher educational courses. These are all mediational norms that condition the processes of study.

5. Affective norms: regulate affects and emotions in the teaching and learning of mathematics. The teacher should motivate the students and create an affective climate avoiding the appearance of phobias towards mathematics. He must also choose «attractive» contents and tasks taking into account the students' interests, and encouraging students' self-esteem. In turn, students should assume their responsibility and an ethical commitment with the study.

6. Ecological norms: influence the social, political and economic milieu where the school is located, which in turn determine the type of mathematical practices that will be performed in the classroom. These norms promote the students' commitment with society, transmit democratic values and ensure civil rights. They also provide an initial training that assures students' competence in a future job.

The main goal of the above analysis is making researchers and teachers aware of the normative nature of mathematical and didactical activity and of the conglomerate of norms that determine and support mathematics teaching and learning.

In order to make accurate decisions in their daily work, mathematics teachers need guidelines, which may be given by official authorities (supervisors, government, et.), or generated in their own practice. These guidelines refer to their work, global planning, the development of teaching units, the modes of interaction with students, mathematical knowledge and teaching resources.

The identification of different facets of the normative dimension will allow:

– Assessing the adequacy of teachers' and students' activity as regards the set of norms affecting teaching and learning.

– Suggesting new norms that help improve the functioning and control of didactic systems.

Keywords: *Didactical contract; socio-mathematical norms; didactical suitability; didactical analysis; types of norms.*

Reference:
Godino, J. D. Batanero, C., & Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, *39*(1-2), 127-135.