

Evaluación del cambio estructural en los indicadores cíclicos

José Luis Cendejas Bueno

Universidad Francisco de Vitoria. Madrid

Sonia de Lucas Santos

Universidad Autónoma de Madrid

M^a Jesús Delgado Rodríguez

Universidad Rey Juan Carlos. Madrid

Resumen

En este trabajo se propone un procedimiento para la evaluación estructural de los índices sintéticos de actividad obtenidos a partir de modelos de factores comunes dinámicos. Mediante la adaptación del contraste de Andrews (1993) a modelos factoriales, se ofrece la posibilidad de detectar rupturas en la relación entre el índice sintético -factor común- y los indicadores de actividad observados a partir de los cuales se elabora dicho índice. Aplicamos el procedimiento propuesto al índice sintético de actividad de la economía española, elaborado en su día por el Instituto Nacional de Estadística, para el periodo 1980 a 2011. Comprobamos también la estabilidad de la relación entre el índice sintético estimado y el crecimiento del PIB.

Palabras clave: cambio estructural, indicadores sintéticos de actividad, factor cíclico común

Clasificación AMS: 62H20, 91G70

An assessment of structural change in cyclical indicators

Abstract

This paper aims to advance in the structural assessment of activity synthetic indexes obtained by means of dynamic factor models. By adapting Andrews' test (1993) to dynamic factor models, a procedure to detect breaks in the relation between the synthetic index -common factor- and the observed indicators (from which the index is obtained) is presented. The proposed procedure is applied to the synthetic activity index, elaborated in the past by the Spanish Statistical Office,

along the period 1980 to 2011. The stability of the relation between the index and GDP growth is also verified.

Keywords: structural change, economic synthetic indicators, common cyclical factor

AMS Classification: 62H20, 91G70

1. Introducción

El interés por anticipar el comportamiento cíclico de la economía con el fin, por ejemplo, de aplicar las medidas más adecuadas según la coyuntura prevista, ha proporcionado un importante impulso a la investigación sobre el ciclo económico en los últimos años. Una buena parte de la investigación empírica sobre el ciclo económico se ha llevado a cabo mediante la estimación de modelos de factores comunes. Cabe interpretar dichos factores como índices sintéticos de actividad dado que permiten extraer una señal cíclica, no directamente observable, compartida por un conjunto de indicadores de actividad observados. Se permite, de ese modo, resumir información a partir de una gran cantidad de series facilitando el análisis coyuntural y la obtención de conclusiones sobre el momento cíclico.

Esta línea de investigación tiene su antecedente en Geweke (1977) aunque las referencias más conocidas son los trabajos de Stock y Watson (1989, 1991, 2002). En la medida en que los índices sintéticos permiten confirmar (indicadores retrasados), localizar (coincidentes) o anticipar (adelantados) la dirección de la actividad económica constituyen una herramienta valiosa, no sólo para mejorar la actuación del sector público, sino también para optimizar las decisiones de inversión y de negocios por parte de empresas y familias. Sin pretensión de ser exhaustivos, mencionemos los trabajos recientes de Aruoba *et al.* (2009), Camacho y Pérez-Quirós (2010), Cuevas y Quilis (2011) y Camacho y Doménech (2011), entre un número creciente que utilizan los modelos de factores comunes dinámicos con este fin¹.

Es de destacar la solvencia teórica de las técnicas empleadas, aunque se echa en falta en estos trabajos un ejercicio complementario de validación de las series utilizadas, especialmente cuando se dispone de un número amplio. Este podría contribuir a delimitar adecuadamente el contenido informativo de los índices sintéticos elaborados, permitiendo, eventualmente, eliminar aquellas series que no tuviesen finalmente ningún interés para los objetivos del análisis y que podrían introducir ruido en el modelo. En este sentido, es importante la cuestión relativa a la inestabilidad de la correlación –cargas factoriales– entre las series de indicadores observados respecto al factor o factores comunes a lo largo del periodo muestral (Stock y Watson, 2008; Banerjee *et al.*, 2008) lo que, de nuevo, podría llevar a reconsiderar su presencia en la composición del índice sintético dados sus efectos sobre la habilidad explicativa y predictiva del modelo. Recientemente (Cendejas *et al.*, 2011; Lee, 2012; Breitung y Eickmeier, 2010 y

¹ Pueden consultarse los artículos de revisión de Bai y Ng (2008) y Stock y Watson (2010).

Chen, Dolado, y Gonzalo, 2012) se ha procedido a considerar la posibilidad de cargas factoriales cambiantes en el contexto del ciclo económico internacional.

Este trabajo propone validar los índices sintéticos de actividad, obtenidos mediante la estimación de factores comunes dinámicos, contrastando la estabilidad de las cargas factoriales que relacionan éstos con los indicadores observados. Exponemos el procedimiento propuesto tomando, a efectos ilustrativos, el índice sintético de actividad que elaboró el Instituto Nacional de Estadística en el contexto de su Sistema de Indicadores Cíclicos (1994, 2001) y manteniendo las series con las que éste se elaboraba. Si bien, desde 2001, ya no se elabora dicho índice, los indicadores de referencia utilizados entonces siguen constituyendo la fuente de información primordial para la estimación del PIB trimestral (INE, 1993). Además, una conclusión obtenida en este trabajo es que la composición del índice resultaba adecuada a pesar de incluir un número reducido de series.

Para ello procedemos, en primer lugar, a la estimación de un factor cíclico común obtenido a partir de indicadores observados de actividad disponibles para el periodo 1980 a 2011 con el fin de comprobar la estabilidad de la relación a lo largo de un amplio horizonte temporal. Dicho factor común se estima suponiendo que cada uno de los indicadores de actividad sigue un modelo de componentes no observables, siendo el factor cíclico común uno de dichos componentes. Para su obtención se utiliza la representación del modelo propuesto en el espacio de los estados y se estiman sus parámetros mediante el filtro de Kalman.

En segundo lugar, una vez se dispone de dicho factor cíclico común, que legítimamente puede interpretarse como índice sintético pues resume la dinámica cíclica común presente en los indicadores de partida, se procede a analizar la estabilidad de la relación entre éste y los indicadores. Se trata de localizar cambios, bien progresivos, o bien rupturas, en las cargas factoriales que son, precisamente, las encargadas de recoger la correlación entre factor común e indicadores observados. Para ello procedemos a adaptar el contraste asintótico de cambio paramétrico de Andrews (1993) al problema planteado teniendo en cuenta lo limitado del número de observaciones y la presencia de autocorrelación residual.

En tercer lugar, realizada la estimación del factor cíclico común y comprobada la estabilidad de las cargas factoriales, se considera también como parte del proceso de validación, el análisis de su capacidad explicativa sobre el crecimiento del PIB trimestral como indicador coyuntural de referencia comúnmente aceptado. La existencia de coherencia cíclica y la estabilidad de la relación nos permitirían aceptar el factor común así obtenido como índice sintético válido.

Este esquema se desarrolla en las siguientes secciones. En la sección 2 se expone la metodología utilizada, tanto para la obtención del factor, como para la contrastación de la estabilidad entre factor e indicadores. En la sección 3 se lleva a cabo el análisis empírico propuesto, y en la sección 4 se presentan las conclusiones.

2. Metodología

2.1 Modelo para el factor cíclico común

En esta sección se expone el modelo de factores comunes dinámicos a partir del cual se obtiene el factor cíclico o índice de actividad sobre el cual se aplicará posteriormente el contraste de cambio estructural. Comenzamos por suponer que cada una de las series o indicadores observados consta de dos componentes, tendencial y estacional, admitiéndose también la existencia de ruido de observación de modo que originalmente²

$Y_t = \exp(T_t + S_t + e_t)$ con $e_t \sim iid N(0, \sigma_e^2)$. En lo sucesivo supondremos que se adopta la transformada logarítmica de la serie observada corregida de estacionalidad $y_t = \ln Y_t - S_t$ de modo que la serie de referencia pasa a ser

$$y_t = T_t + e_t \quad [1a]$$

La tendencia –no estacionaria en general- incorpora la variación de tipo cíclico (modelo de Tendencia Cíclica, Cendejas *et al.* 2006), además de un término de deriva que recoge el crecimiento medio de la serie observada Y_t de modo que

$$T_t = \mu + T_{t-1} + C_{t-1} \quad [1b]$$

donde μ es el parámetro de deriva y C_t el componente cíclico. Éste admite una representación autorregresiva estacionaria

$$\phi(L)C_t = \varepsilon_t \quad [1c]$$

con $\varepsilon_t \sim iid N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ y $E(e_t, \varepsilon_s) = 0$ para todo par (t, s) , donde el polinomio autorregresivo de orden p , $\phi(L) = 1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2 - \dots - \phi_p L^p$, cuenta con raíces estacionarias. La representación del modelo (1) en el espacio de los estados permite, utilizando el filtro de Kalman, la estimación máximo verosímil de los parámetros (los parámetros autorregresivos, la deriva y las varianzas³) así como la obtención de los componentes filtrados tendencial y cíclico, $T_{t|t}$ y $C_{t|t}$ que se obtienen con la información muestral disponible hasta el momento t (Harvey, 1989).

² La transformada logarítmica, además de estar justificada en casos de varianza no estacionaria, se utiliza en economía al considerar habitualmente tasas de variación. En nuestro artículo esta es la razón por la que partimos de un modelo multiplicativo. Si $Y_t = \exp(T_t + S_t + e_t)$, tenemos que $\Delta \ln Y_t = \Delta T_t + \Delta S_t + \Delta e_t$ con lo que la tasa de variación en tiempo continuo de Y_t se descompone en la suma de las tasas de variación de los componentes no observables y ΔT_t puede interpretarse, en el contexto del modelo de tendencia cíclica, como el ciclo económico. Si, por el contrario, partimos de una descomposición aditiva $Y_t = T_t + S_t + e_t$, la tasa de variación $\Delta \ln Y_t$ ya no es la suma de las tasas de variación de los componentes.

³ Otra posibilidad, que es la seguida en este trabajo, es estimar la ratio de varianza ruido $nvr = \sigma_\varepsilon^2 / \sigma_e^2$ (Young, 1994).

En consecuencia, el modelo propuesto parte de la hipótesis de que las fluctuaciones de tipo transitorio afectan al crecimiento de la serie, no a su nivel tendencial. Este último resulta entonces de la acumulación, tanto del crecimiento tendencial de largo plazo (deriva) como de la variación de tipo cíclico. Este modelo, de Tendencia Cíclica, modifica sustancialmente la descomposición más habitual utilizada en macroeconomía de Tendencia más Ciclo (Harvey, 1985; Watson, 1986; Clark, 1987; Nelson 1988). En la descomposición de Tendencia más Ciclo se supone que y_t es el resultado de sumar los niveles tendencial y cíclico de modo que $y_t = T_t + C_t$. El ciclo consiste, entonces, en una desviación transitoria de la serie y_t alrededor de su nivel tendencial. Un modo de obtener la descomposición en tendencia más ciclo es aplicando procedimientos de filtrado en el ámbito de la frecuencia o mediante algoritmos de suavizado (p. ej. de Lucas *et al.*, 2009). No obstante, el uso de filtros *ad hoc* es ampliamente cuestionado por la posibilidad de introducir información no presente originalmente en los datos (Harvey y Jaeger, 1993; Cogley y Nason, 1995; Murray, 2003).

Como el objetivo de este trabajo es obtener un factor cíclico común a varias series de indicadores, integramos la descomposición anterior $y_t = T_t + e_t$ en un modelo multivariante que denominamos de Tendencia Cíclica con factor cíclico común. En él se supone la existencia de, al menos, un factor cíclico compartido por todas las series C_t , junto a la presencia de componentes cíclicos específicos $C_{i,t}$ y términos de deriva μ_i . Partimos del modelo multivariante de factor cíclico común de Stock y Watson (1989, 1991) que hemos modificado convenientemente para dar cabida a series no estacionarias en media. Stock y Watson (1991) plantean la estimación de un indicador de actividad coincidente construido a partir de series mensuales análogo al elaborado por el Departamento de Comercio de los EE.UU. Suponen para ello que el componente cíclico es de naturaleza no observable y común, de tal forma que cada una de las series es el resultado de la suma de este componente común y de otro específico. Tanto el factor común como los específicos se modelizan por medio de una estructura autorregresiva. Las series utilizadas por estos autores son las transformadas estacionarias (diferencias logarítmicas) que se suponen, en general, no cointegradas. A diferencia de Stock y Watson (1991), aquí partimos de la representación general no estacionaria (1).

Suponemos, por tanto, que las series en niveles son no estacionarias y que siguen individualmente el modelo de Tendencia Cíclica (1)

$$y_{i,t} = T_{i,t} + e_{i,t} \quad [2a]$$

donde el subíndice $i=1, \dots, n$ indica la serie i -ésima, $e_{i,t} : iid N(0, \sigma_{e,i}^2)$ y $E(e_{i,t} \cdot e_{j,s}) = 0$ para $i \neq j$ y todo par (t,s) . Cada una de las tendencias cíclicas $T_{i,t}$ sigue el modelo

$$T_{i,t} = \mu_i + T_{i,t-1} + \gamma_i C_{i,t-1} + C_{i,t-1} \quad [2b]$$

donde γ_i es la carga factorial. Cada tendencia cuenta con su propio término de deriva. μ_i . El componente cíclico común C_t sigue un proceso autorregresivo estacionario con varianza normalizada (para permitir la identificación del modelo)

$$\phi(L)C_t = \varepsilon_t \tag{2c}$$

con $\varepsilon_t \sim iid N(0,1)$ y $E(e_{i,t} \cdot \varepsilon_s) = 0$ para todo i y todo par (t,s) . El polinomio autorregresivo de orden p , $\phi(L) = 1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2 - \dots - \phi_p L^p$ se supone con raíces estacionarias. El componente cíclico específico $C_{i,t}$ se caracteriza mediante

$$\psi_i(L)C_{i,t} = \varepsilon_{i,t} \tag{2d}$$

con $\varepsilon_{i,t} \sim iid N(0, \sigma_{\varepsilon_i}^2)$ y $E(\varepsilon_{i,t} \cdot \varepsilon_{j,s}) = 0$ para $i \neq j$ y todo par (t,s) ; $E(e_{i,t} \cdot \varepsilon_{j,s}) = 0$ y $E(\varepsilon_t \cdot \varepsilon_{i,s}) = 0$ para todo par (i,j) y (t,s) . El polinomio autorregresivo de orden p_i $\psi_i(L) = 1 - \psi_{i,1}L - \psi_{i,2}L^2 - \dots - \psi_{i,p_i}L^{p_i}$ también se supone estacionario.

A efectos ilustrativos, la representación en el espacio de los estados (ecuaciones de observación y de transición) de la descomposición multivariante de Tendencia Cíclica con factor cíclico común para dos series i y j , suponiendo los órdenes 2, 1 y 1 en los componentes cíclicos común y en los dos específicos, respectivamente, queda

$$\begin{bmatrix} y_{i,t} \\ y_{j,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{i,t} \\ T_{j,t} \\ C_t \\ C_{t-1} \\ C_{i,t} \\ C_{j,t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{i,t} \\ \varepsilon_{j,t} \end{bmatrix} \tag{3a}$$

$$\begin{bmatrix} T_{i,t} \\ T_{j,t} \\ C_t \\ C_{t-1} \\ C_{i,t} \\ C_{j,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_i \\ \mu_j \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & \gamma_i & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & \gamma_j & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \phi_1 & \phi_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \psi_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \psi_j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{i,t-1} \\ T_{j,t-1} \\ C_{t-1} \\ C_{t-2} \\ C_{i,t-1} \\ C_{j,t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \varepsilon_t \\ 0 \\ \varepsilon_{i,t} \\ \varepsilon_{j,t} \end{bmatrix} \tag{3b}$$

Cuando el número de series resulta muy elevado, la estimación en el espacio de los estados implica una excesiva carga computacional, pudiendo estimarse los factores cíclicos no observados mediante componentes principales (Stock y Watson, 2002; de Lucas *et. al.*, 2011).

Con la finalidad de obtener una expresión en forma de ecuación de regresión para la aplicación posterior del contraste de estabilidad de Andrews (1993), expresamos el modelo anterior en términos de las transformadas estacionarias y estandarizadas $x_{i,t}$.

Diferenciando [2a] tenemos que $\Delta y_{i,t} = \Delta T_{i,t} + \Delta e_{i,t} = \mu_i + \gamma_i C_{t-1} + C_{i,t-1} + \Delta e_{i,t}$.

Definimos la serie $x_{i,t}$ como la tasa de variación estandarizada de la serie original Y_t (corregida de estacionalidad si la hubiera), que puede escribirse en términos del modelo de componentes no observables como

$$x_{i,t} = \frac{1}{\sigma_{\Delta y_i}} (\Delta y_{i,t} - \mu_i) = \frac{\gamma_i}{\sigma_{\Delta y_i}} C_{t-1} + \frac{1}{\sigma_{\Delta y_i}} (C_{i,t-1} + \Delta e_{i,t}) = \frac{\gamma_i}{\sigma_{\Delta y_i}} \sigma_C \tilde{C}_{t-1} + \frac{1}{\sigma_{\Delta y_i}} (C_{i,t-1} + \Delta e_{i,t}) \quad [4]$$

quedando

$$x_{i,t} = \lambda_i \tilde{C}_{t-1} + v_{i,t} \quad [5]$$

donde $\lambda_i = \frac{\gamma_i}{\sigma_{\Delta y_i}} \sigma_C$ es la carga factorial que recoge la correlación existente entre la

serie $x_{i,t}$ y el factor cíclico común \tilde{C}_{t-1} , que está estandarizado⁴. El término

$v_{i,t} = \frac{1}{\sigma_{\Delta y_i}} (C_{i,t-1} + \Delta e_{i,t})$ recoge la variación específica de $x_{i,t}$. Agrupando en el vector

$X_t = (x_{1,t}, x_{2,t}, \dots, x_{n,t})'$ las n series $x_{i,t}$, tenemos

$$X_t = A \tilde{C}_{t-1} + v_t \quad [6]$$

con $A = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)'$ el vector de cargas (correlaciones) y $v_t = (v_{1,t}, v_{2,t}, \dots, v_{n,t})'$ el vector de variaciones específicas cuyos componentes están en general autocorrelacionados, aunque no entre sí dadas las hipótesis previas del modelo de Tendencia Cíclica con factor cíclico común.

⁴ El hecho de que el factor cíclico común aparezca retardado en (5) se debe a la representación inicial en el espacio de los estados de la que hemos partido.

2.2 Contraste de cambio estructural robusto a heterocedasticidad y autocorrelación

En la ecuación (5) se trata de localizar la presencia de rupturas en las cargas factoriales en una fecha desconocida a priori, para lo cual se aplica el contraste recursivo de Andrews (1993) a modelos de factores comunes dinámicos (Cendejas *et al.*, 2011). Generalizamos (5) admitiendo la existencia de $j=1,2,\dots,m$ factores cíclicos comunes presentes en cada una de las series $X_{i,t}$, de modo que

$$x_{i,t} = \lambda_{i,1}\tilde{C}_{1,t-1} + \lambda_{i,2}\tilde{C}_{2,t-1} + \dots + \lambda_{i,m}\tilde{C}_{m,t-1} + v_{i,t} \quad [7]$$

Si las cargas cambian a lo largo del periodo muestral

$$x_{i,t} = \lambda_{i,1}(\tau)\tilde{C}_{1,t-1} + \lambda_{i,2}(\tau)\tilde{C}_{2,t-1} + \dots + \lambda_{i,m}(\tau)\tilde{C}_{m,t-1} + v_{i,t}(\tau) \quad [8]$$

donde τ es una posible fecha de ruptura que recorre un segmento central del periodo muestral, siendo $\tau = \tau_0, \tau_0 + 1, \dots, \tau_1$, donde $\tau_0 = \pi T$ y $\tau_1 = T(1 - \pi)$ (ambos las partes enteras), y π es un porcentaje de muestra mínimo excluido tanto al principio como al final de la muestra (*trimming* o recorte) por lo que $t = 1, 2, \dots, \tau$. La estabilidad paramétrica se evalúa por tanto en una porción central de la muestra. La hipótesis lineal general de ausencia de cambio estructural es

$$H_0 : R\lambda_i(\tau) = \lambda_i \quad [9]$$

con $\lambda_i(\tau) = (\lambda_{i,1}(\tau), \lambda_{i,2}(\tau), \dots, \lambda_{i,m}(\tau))'$ los parámetros recursivos, $\lambda_i = (\lambda_{i,1}, \lambda_{i,2}, \dots, \lambda_{i,m})'$ son los parámetros en toda la muestra y R la matriz de restricciones lineales contrastadas de rango completo q .

Una vez se han estimado los factores cíclicos, se obtienen las estimaciones recursivas $\hat{\lambda}_i(\tau)$ de la ecuación (8) y el estadístico de tipo F

$$F_{SupWald} = \max[F(\tau_0), F(\tau_0 + 1), \dots, F(\tau_1)] \quad [10]$$

donde cada uno de los $F(\tau)$ se define como:

$$F(\tau) = \frac{1}{q} [R\hat{\lambda}_i(\tau) - \lambda_i]' (R\hat{\Sigma}(\tau)R')^{-1} [R\hat{\lambda}_i(\tau) - \lambda_i] \quad [11]$$

La matriz $\hat{\Sigma}(\tau)$ es la matriz de varianzas y covarianzas del vector $\hat{\lambda}_i(\tau)$ que debe ser robusta a autocorrelación (y eventualmente, si fuera preciso, a heterocedasticidad) debido a su presencia en el componente de variación específica $v_{i,t}(\tau)$. Esta matriz

puede estimarse empleando el procedimiento⁵ de Newey-West (1987), habitual en la literatura. La distribución asintótica del estadístico $F_{SupWald}$ no es estándar debido a que la ruptura aparece sólo bajo la hipótesis alternativa. Para tratar este problema, Andrews (1993) obtiene los valores críticos asintóticos que dependen del número de restricciones contrastadas y de la proporción muestral limitada por τ_0 y τ_1 . Sin embargo, cuando no se dispone de tamaños muestrales casi asintóticos y los residuos son heterocedásticos y están autocorrelacionados, los valores críticos son diferentes a los de Andrews. En esos casos, es preciso calcularlos mediante simulación de Montecarlo de acuerdo a las características de los datos realmente existentes, esto es, suponiendo perturbaciones autocorrelacionadas y/o heterocedásticas y para el mismo tamaño muestral presente en la práctica. Los detalles del procedimiento de simulación se exponen en la siguiente sección.

3. Resultados del análisis empírico

3.1 Obtención del factor cíclico común

El factor cíclico común –índice sintético– se va a obtener a partir de siete indicadores de actividad. En concreto, se consideran tres indicadores de actividad industrial, a saber, el Índice de Producción de Bienes de Consumo (IPIBC), el Índice de Producción de Bienes de Equipo (IPIBE) y el Índice de Producción de Bienes Intermedios (IPIBI). A estos unimos la Matriculación de vehículos de turismo (MATUR), el Consumo de energía eléctrica (ELECT), el Consumo de Gasoil (GASOIL) y el Consumo Aparente de Cemento (CEMENT). Todos estos indicadores formaron parte del Sistema de Indicadores Cíclicos del INE⁶. La elección de dichos indicadores, frente a una lista más completa, se ha basado en su extensión temporal (es posible disponer de estas series desde 1980, frente a otros indicadores utilizados recientemente pero sólo disponibles desde los años noventa) y las posibilidades de actualización de las series, que se publican con sólo dos meses de retraso. Los datos originales son de periodicidad mensual y en nuestro trabajo abarcan el periodo 1980.01 a 2011.09. Estas series se han trimestralizado y desestacionalizado⁷ lo que hará posible evaluar la conformidad cíclica del factor cíclico resultante, que podemos considerar como un indicador coincidente de actividad, con el PIB trimestral a lo largo de un horizonte temporal relativamente amplio.

Los resultados de la estimación del modelo de Tendencia Cíclica con factor cíclico común (2) se presentan en la Tabla 1. Se ha estimado el modelo estandarizando las series de indicadores de modo que las cargas estimadas son las correlaciones entre el factor cíclico común y la tasa de variación del indicador. Tanto para el factor cíclico común como para los factores específicos se han estimado modelos autorregresivos de

⁵ Una descripción de otros procedimientos para estimar la matriz de covarianzas en presencia de heterocedasticidad y autocorrelación se encuentra en Den Haan y Levin (1997).

⁶ A excepción del IPIBE que se consideraba un indicador retrasado, pero que en nuestro análisis muestra un comportamiento acorde con los indicadores coincidentes.

⁷ Mediante el programa TRAMO-SEATS, véase Gómez y Maravall (1996).

orden 1 habiendo comprobado la no significatividad de estimaciones de polinomios autorregresivos de orden superior. Todas las correlaciones –cargas factoriales- han resultado significativas y cada uno de los indicadores individuales muestra conformidad cíclica con el factor cíclico común, como además se observa en la Figura 1 a partir de los componentes cíclicos $\gamma_i C_{i,t-1} + C_{i,t-1}$. Las dudas sobre la significatividad de la carga factorial del IPI de bienes de consumo vienen producidas por una correlación cíclica cambiante entre éste y el factor cíclico común hasta 1990 según se observa en su gráfico: como la relación se estabiliza posteriormente optamos por mantener esta serie en la obtención del indicador. Asimismo es evidente el paralelismo entre el factor cíclico común (indicador coincidente de actividad) y la serie de crecimiento intertrimestral del PIB que, recordemos, no interviene en la estimación del modelo.

Tabla 1

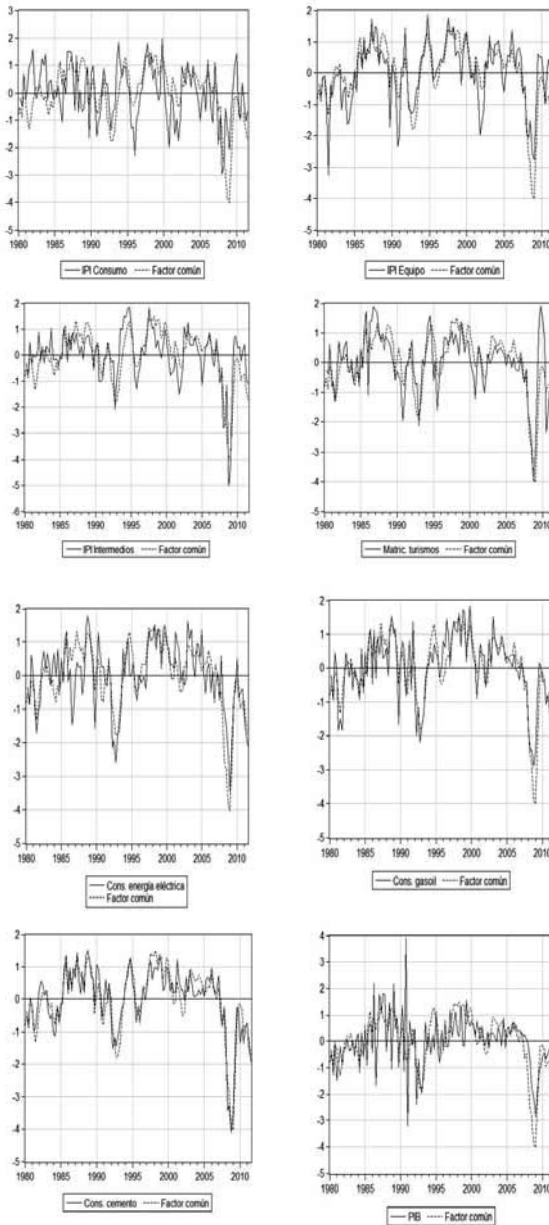
Resultados de la estimación del modelo (2). Periodo muestral 1980.I-2011.III

<i>Indicadores</i>	<i>Cargas factoriales</i>	<i>Parámetros autorregresivos</i>	<i>Ratios varianza ruido</i>	<i>Términos de deriva $\mu_i / \sigma_{\Delta y_i}$</i>
	$\lambda_i = \frac{\gamma_i}{\sigma_{\Delta y_i}} \sigma_C$	<i>Del ciclo común:</i> 0.8347*** (0.0717) <i>De los ciclos específicos:</i>	$nvr_i = (\sigma_{\varepsilon,i}^2 \sigma_{\Delta y_i}^2) / \sigma_{\varepsilon}^2$	
IPIBC	0.1668** (0.0728)	0.6035** (0.2112)	0.0476 (0.0400)	0.0900 (0.0705)
IPIBE	0.4392*** (0.1237)	0.8587*** (0.2019)	0.0148 (0.0243)	-0.0920 (0.1521)
IPIBI	0.4185*** (0.1041)	0.7192*** (0.1970)	0.0362 (0.0372)	0.0457 (0.1400)
MATUR	0.3726*** (0.0851)	0.5125* (0.2878)	0.0601 (0.0632)	0.0207 (0.1210)
ELECT	0.4110*** (0.0933)	0.6444** (0.2293)	0.0451 (0.0430)	0.5539*** (0.1348)
GASOIL	0.3547*** (0.0757)	0.6625* (0.3575)	0.0092 (0.0161)	0.2457** (0.1100)
CEMENT	0.7148*** (0.1436)	0.7878*** (0.1373)	0.0268 (0.0213)	-0.0204 (0.2257)

Nota: entre paréntesis está el error estándar de la estimación. *El parámetro es significativo al 90%, ** significativo al 95% y *** significativo al 99%.

Figura 1

Conformidad cíclica de cada serie con el Factor cíclico común



Nota: en todos los casos la escala está normalizada

3.2 Aplicación del contraste de cambio estructural al modelo de factor cíclico común

Los resultados anteriores muestran la significatividad de un factor cíclico común que puede interpretarse como un índice sintético de actividad de la economía española para el período 1980.I a 2011.III. En este apartado se contrasta la estabilidad de la relación de cada uno de los componentes del factor con el factor, algo que se suele dar por descontado en otros trabajos. Esta tarea es fundamental ya que un indicador observado, al que se atribuye cierto peso como integrante de un índice sintético de actividad, puede perder éste progresivamente o incluso totalmente a partir de un determinado momento de la muestra, o viceversa. En el análisis factorial este hecho se evalúa directamente a través de la carga factorial estimada para el conjunto de la muestra. No obstante, el análisis de la estabilidad de la relación entre indicadores observados y sintéticos puede resultar de ayuda a la hora de evaluar la representatividad a lo largo del tiempo del indicador sintético, así como para ajustar la tabla de pesos, cuando dichos índices se construyen mediante este segundo procedimiento. El contraste de cambio estructural puede ser especialmente recomendable cuando el periodo muestral tiene la suficiente amplitud, o bien cuando tienen lugar cambios destacados en la estructura sectorial de la economía.

Para la generación de los valores críticos del estadístico $F_{SupWald}$ de la Tabla 2, se ha llevado a cabo el siguiente proceso de simulación por Montecarlo:⁸

1. Estimados los factores cíclicos comunes, mediante el filtro de Kalman o bien mediante componentes principales, se estima el modelo de la ecuación (7) por MCO para cada una de las series de indicadores. Los residuos se obtienen desde

$$\hat{v}_{i,t} = x_{i,t} - \hat{\lambda}_{i,1}\hat{C}_{1,t-1} - \hat{\lambda}_{i,2}\hat{C}_{2,t-1} - \dots - \hat{\lambda}_{i,m}\hat{C}_{m,t-1} \quad [12]$$

La estructura autorregresiva de los residuos se estima ajustando un modelo autorregresivo cuyo orden puede obtenerse automáticamente utilizando algún criterio de información.

2. Se generan mediante simulación un número elevado de series $\hat{v}_{i,t}^b$ que siguen el modelo autorregresivo cuyo orden es el encontrado previamente. Con estas perturbaciones simuladas $\hat{v}_{i,t}^b$, se generan “nuevas” series $\hat{x}_{i,t}^b$ para cada uno de los indicadores individuales mediante

$$\hat{x}_{i,t}^b = \hat{\lambda}_{i,1}\hat{C}_{1,t-1} + \hat{\lambda}_{i,2}\hat{C}_{2,t-1} + \dots + \hat{\lambda}_{i,m}\hat{C}_{m,t-1} + \hat{v}_{i,t}^b \quad [13]$$

⁸ Puede consultarse también Del Hoyo y Cendejas (2007).

donde se emplean los factores cíclicos estimados $\hat{C}_{j,t-1}$ y las estimaciones de las cargas $\hat{\lambda}_{i,j}$ obtenidas para toda la muestra. De este modo, la ecuación (13) proporciona variación en las series observadas $x_{i,t}$ aceptando la hipótesis nula de cargas $\lambda_{i,j}$ constantes.

3. Con las series simuladas $\hat{x}_{i,t}^b$, se calculan los estadísticos F_{SupWald} de acuerdo a la ecuación (10). El recorte se puede fijar en $\tau_0 = 0.10$ y $\tau_1 = 0.90$ aunque depende del tamaño muestral.
4. Una vez se dispone de la distribución empírica del estadístico, F_{SupWald} ésta se tabula seleccionando los cuantiles 90, 95 y 99. Los niveles críticos correspondientes se muestran en la Tabla 2.

Los resultados del contraste muestran que no puede afirmarse la existencia de rupturas en los parámetros de las cargas factoriales, ya que las dos que se han detectado se sitúan al comienzo de la muestra y cuentan con un nivel de confianza del 90%. Podría afirmarse, entonces, que no existe un cambio estructural en las correlaciones que aconsejaran prescindir de alguno de los indicadores, validándose así su utilidad como componentes del índice de actividad obtenido para todo el periodo muestral.

Tabla 2

Resultados del contraste recursivo de cambio estructural

Series	valor crítico al 10%	valor crítico al 5%	valor crítico al 1%	F_{SupWald}	Fecha F_{SupWald}
IPIBC	10.79	14.84	24.79	12.08	1986.I*
IPIBE	10.06	12.77	22.44	2.83	1992.III
IPIBI	9.43	12.77	21.80	7.79	1992.III
MATUR	12.27	16.47	32.29	1.63	1993.I
ELECT	9.35	12.44	23.44	9.69	1983.III*
GASOIL	9.55	12.70	23.96	4.41	1992.IV
CEMENT	10.46	13.91	25.48	4.66	2008.I

Se realiza el contraste para un factor por lo que habría una sola restricción. El recorte al principio y al final de la muestra es del 10%. *La fecha de ruptura es significativa al 90%, ** significativa al 95% y *** significativa al 99%. Para la obtención de los valores críticos se han realizado 1000 simulaciones.

Aunque no se detecten cambios estructurales, las estimaciones recursivas de los parámetros de la Ecuación (8) y el estadístico recursivo $F(\tau)$ para cada serie ofrecen información adicional sobre cambios paramétricos que, sin suponer una ruptura, orientan sobre eventuales variaciones en las correlaciones entre indicadores y factor común. Por ejemplo, respecto a las cargas factoriales, en la Figura 2 se observa que mantienen en todos los casos valores finales elevados (antes de completarse su cálculo para toda la muestra, pueden superar en algún caso el valor de 1 debido a que la normalización de las cargas es efectiva para todo el periodo muestral). Destaca el caso de las series de IPIBC y de IPIBI donde se ha ido evolucionando desde una carga

negativa hacia una carga positiva de valor progresivamente mayor, lo que reflejaría el predominio, al comienzo del periodo muestral, de variación específica sobre la común recogida en el factor estimado. Como esta última es la que termina por imponerse, se optaría por mantener dichos indicadores en la estimación del factor común o índice sintético.

Los valores recursivos del estadístico $F(\tau)$ (Figura 3) pueden ayudar a tomar una decisión en los casos en los que la interpretación del contraste resulte dudosa. Lo comentado anteriormente en torno a no dar por concluyentes las rupturas en los indicadores IPIBC y ELECT se confirma al observar, además de su localización al comienzo del periodo muestral, la rápida reducción del valor del estadístico. Los valores del estadístico o se reducen (IPIBC, IPIBI, MATUR, ELECT) o permanecen estables en torno a valores reducidos (IPIBE, GASOIL). El valor del estadístico para CEMENT sigue un comportamiento opuesto, pero el contraste claramente rechaza la hipótesis de ruptura. En definitiva, puede afirmarse la validez de los siete indicadores como integrantes del factor cíclico común.

Figura 2

Parámetros recursivos asociados al factor cíclico común con un recorte al principio y al final de la muestra del 10%

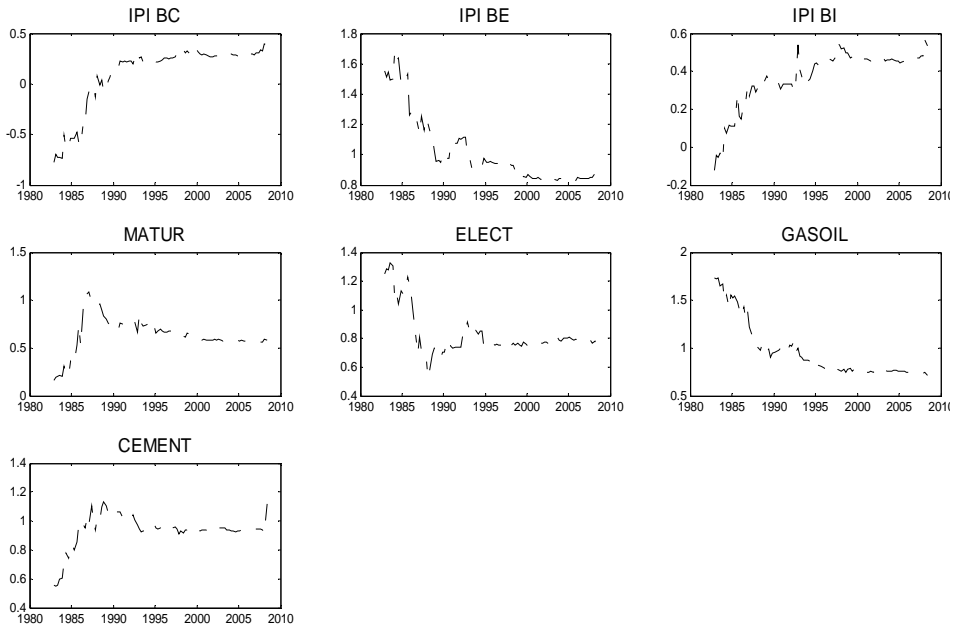
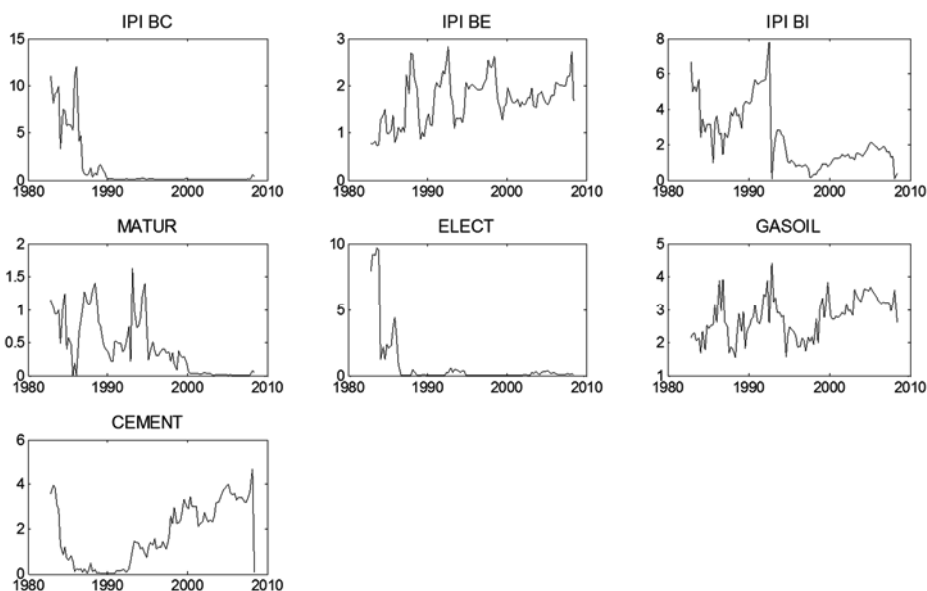


Figura 3

Valores de los $F(\tau)$ recursivos asociados al factor cíclico común**3.3 Relación del factor cíclico común con el PIB trimestral**

Evaluada la estabilidad de los indicadores respecto al factor cíclico común pasamos a comprobar también la estabilidad de éste con respecto al PIB. En última instancia se trata de utilizar dicho factor cíclico común como indicador coincidente, por lo que, al disponer de información sobre los indicadores antes que sobre el PIB, podría utilizarse el factor estimado para predecir la evolución del PIB.

La estimación de la ecuación dinámica que recoge la relación entre ambas series para el periodo 1980.I a 2011.III es la siguiente:

$$(1 + \underset{(0.0820)}{0.2508L} - \underset{(0.0719)}{0.0913L^2} - \underset{(0.0701)}{0.2845L^3})\Delta \log(\text{PIB}_t) = \underset{(0.0008)}{0.0053} + \underset{(0.0009)}{0.0070C_{t-1}} + a_t \quad [14]$$

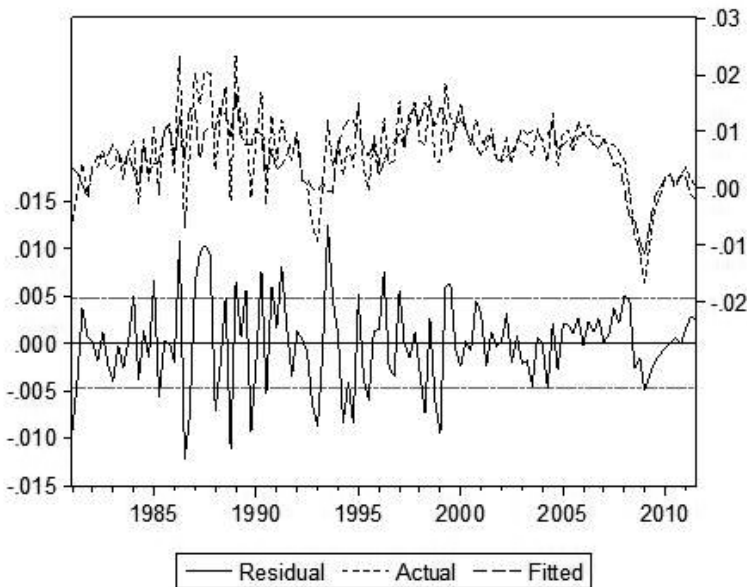
donde la tasa de variación del PIB está intervenida por atípicos (1990.IV y 1992.II).

Entre paréntesis está el error estándar de la estimación. La correlación entre el factor cíclico común y el crecimiento del PIB es del 67%, que puede considerarse elevada. El coeficiente de determinación del modelo es del 54%). Si prescindimos del índice sintético (factor común) para considerar solamente la capacidad explicativa del modelo autorregresivo del PIB, se reduce al 28%. El gráfico de los residuos (Figura 4) y el

análisis de la correlación residual⁹ confirman la adecuación de (14), aunque es evidente el cambio metodológico en la elaboración de la serie de PIB trimestral (hemos utilizado la Base 1995 hasta 1999.IV, y la Base 2008 desde 2000.I) que se manifiesta en una mayor varianza residual hasta el año 2000. No obstante, se mantiene la coherencia cíclica entre el PIB trimestral y nuestro factor cíclico común como se observaba en la Figura 1, y se deduce del análisis de estabilidad que comentamos a continuación.

Figura 4

Gráfico de los residuos de la ecuación [14]



La Tabla 3 presenta el valor del estadístico $F_{SupWald}$ que permite aceptar la hipótesis nula de constancia del parámetro que relaciona el crecimiento del PIB con el factor cíclico común en la ecuación (14). La estimación recursiva (Figuras 5 y 6) confirma la estabilidad de la relación durante el periodo muestral (de 31 años). Se pueden aceptar, en consecuencia, la representatividad y estabilidad de los indicadores seleccionados en el factor cíclico común, como del factor cíclico común sobre el PIB.

⁹ Los estadísticos Q de Ljung-Box permiten aceptar la hipótesis de ausencia de autocorrelación residual con p valores para Q(1), Q(2), Q(4) y Q(8) de 0.899, 0.497, 0.314 y 0.368 respectivamente.

Tabla 3

Resultados del contraste recursivo de cambio estructural entre $\Delta \log(PIB_t)$ y el factor cíclico común C_{t-1} de la ecuación (14)

Serie	valor crítico al 10%	valor crítico al 5%	valor crítico al 1%	$F_{SupWald}$	Fecha $F_{SupWald}$
$\Delta \log(PIB_t)$	14.08	20.49	44.44	7.00	1994.1

Se realiza el contraste para un factor por lo que habría una restricción. El recorte al principio y al final de la muestra es del 10%. *La fecha de ruptura es significativa al 90%, ** significativa al 95% y *** significativa al 99%. Para la obtención de los valores críticos se han realizado 1000 simulaciones.

Figura 5

Parámetro recursivo asociado al factor cíclico común

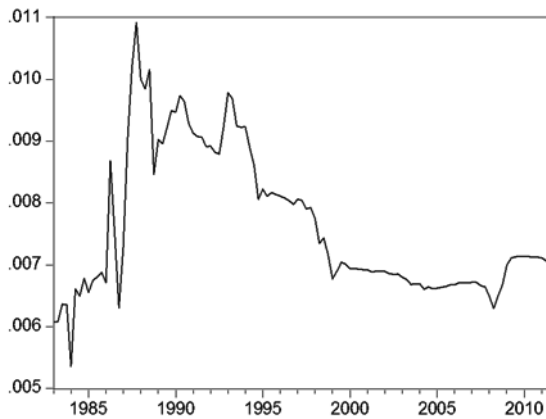
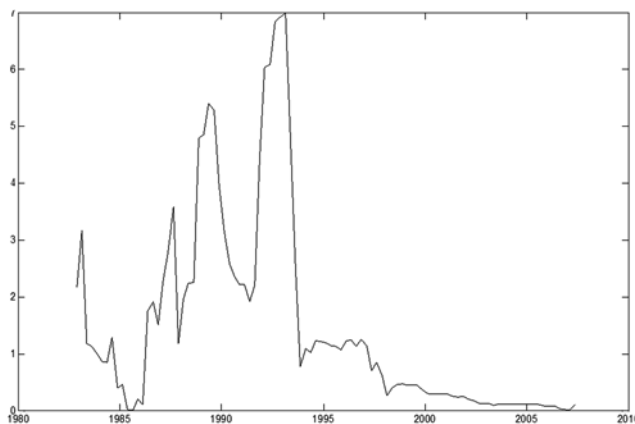


Figura 6

Valores de los $F(\tau)$ recursivos asociados al factor cíclico común



4. Consideraciones finales

La mayoría de los trabajos sobre índices sintéticos se ha centrado en las posibilidades que las técnicas multivariantes ofrecen para realizar predicciones. Sin embargo, tal y como se ha presentado en este trabajo, estas técnicas pueden suministrar información adicional de gran utilidad para la validación de los indicadores utilizados, algo que no se suele tener en cuenta. El procedimiento de contrastación de la estabilidad entre indicadores de actividad observados e índices sintéticos, a través de las cargas factoriales, permite evaluar la existencia de cambios estructurales, bien rupturas o bien cambios progresivos. La propuesta de evaluación se ha aplicado al antiguo Sistema de Indicadores Cíclicos del INE, obteniendo un factor cíclico común que podría interpretarse correctamente como índice sintético coincidente. Se ha confirmado la estabilidad estructural de sus distintos componentes para el periodo 1980.I a 2011.III, así como del factor cíclico común con respecto al crecimiento del PIB trimestral. La existencia de una importante coherencia cíclica entre el PIB trimestral y el factor cíclico común y la estabilidad de dicha relación, respaldaría la estimación de índices sintéticos mensuales con el fin de explotar la información mensual disponible y proceder a la obtención del crecimiento del PIB mensual y, eventualmente, del resto de agregados de la Contabilidad Nacional.

ANEXO: Series utilizadas

Todas las series se han extraído de la Base del Ministerio de Economía (BDSICE) (<http://serviciosweb.meh.es/apps/dgpe/default.aspx>)

- 1- IPI Bienes de consumo, código 229500, Índice 2005=100. Fuente: INE.
- 2- IPI Bienes intermedios, código 229700, Índice 2005=100. Fuente: INE.
- 3- IPI Bienes de equipo, código 229600, Índice 2005=100. Fuente: INE.
- 4- Matriculaciones de turismos, total, código 271200. Fuente: DGT.
- 5- Consumo de energía eléctrica, código 255100. Fuente: REE.
- 6- Consumo total de gasoil, código 256200. Fuente: Mº Economía.
- 7- Consumo aparente de cemento, código 236000. Fuente: OFICEMEN.
- 8- Producto Interior Bruto pm, volumen, Base 2008. Datos corregidos de efectos estacionales y de calendario, código 940000d. Fuente: INE.
- 9- Producto Interior Bruto pm, precios constantes 1995. Datos corregidos de efectos estacionales y de calendario, código 9300000T.D. Fuente: INE.

Referencias

- ANDREWS, W. K. (1993), "Tests for parameter instability and structural change with unknown change point", *Econometrica*, vol. 61, pp. 821-856.
- ARUOBA, S. B., DIEBOLD, F. X. Y SCOTTI, C. (2009), "Real-time measurement of business conditions", *Journal of Business and Economic Statistics*, vol. 2(4), pp. 417-427.
- BAI, J. Y NG, S. (2008), "Large dimensional factor analysis", *Foundations and Trends in Econometrics*, vol. 3(2), pp. 89-163.
- BANERJEE, A., MARCELLINO, M. Y MASTEN, I. (2008), "Forecasting macroeconomic variables using diffusion indexes in short samples with structural change", *Working Paper no. 2008-17, European University Institute*, Florence.
- BREITUNG, J. Y EICKMEIER, S. (2010), "Testing for structural breaks in dynamic factor Models", *Journal of Econometrics*, 163: 71-84.
- CAMACHO, M. Y PÉREZ-QUIRÓS, G. (2010), "Introducing the Euro-Sting: Short-term indicator of euro area growth", *Journal of Applied Econometrics*, vol. 25(4), pp. 663-694.
- CAMACHO, M. Y DOMÉNECH, R. (2011), "MICA-BBVA: A Factor Model of Economic and Financial Indicators for Short-term GDP Forecasting", *Journal of the Spanish Economic Association*, August, 2011.
- CENDEJAS, J. L., DEL HOYO, J., LLORENTE, G., MONJAS, M. Y RIVERO, C. (2006), "Ciclo económico y convergencia real en la Unión Europea. Análisis de los PIB per cápita en la UE-15", *DT 10/06, Fundación BBVA*.
- CENDEJAS, J. L., DE LUCAS, S., DELGADO, M. J. Y ÁLVAREZ, I. (2011), "Testing for structural breaks in factor loadings: An application to international business cycles", *Economic Modelling*, vol. 28(1-2), pp. 259-263.
- CHEN, L., DOLADO, J., Y GONZALO, J., (2012). *Detecting Big Structural Breaks in Large Factor Models*, Documento de Trabajo MPRA, No. 31344.
- CLARK, P. K. (1987), "The cyclical component of U.S. Economic Activity", *The Quarterly Journal of Economics*, vol. 102, pp. 797-814.
- COGLEY, T. Y NASON, J. M. (1995), "Effects of the Hodrick-Prescott filter on trend and difference stationary time series. Implications for business cycle research", *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol. 19, pp. 253-278.
- CUEVAS, A. Y QUILIS, E. M. (2011), "A Factor Analysis for the Spanish Economy", *Journal of the Spanish Economic Association*, April, 2011.
- DEL HOYO, J. Y CENDEJAS, J. L. (2007), "Stability analysis in ARMA and unobserved component models", en G.L. Mazzi y G. Savio (eds.), *Growth and cycle in the Eurozone*. Palgrave Macmillan, pp. 291-302.

- DE LUCAS, S., ÁLVAREZ, I. Y DELGADO, M. J. (2009), “Análisis de las relaciones entre los ciclos económicos internacionales”, *Cuadernos de Economía*, vol. 32(88), pp. 91-112.
- DE LUCAS, S., DELGADO, M. J. Y ALVAREZ, I. (2011), “Application of factor models for the identification of countries sharing international reference-cycles”, *Economic Modelling*, vol. 28, pp. 2424-2431.
- GEWEKE, J. (1977), “The Dynamic Factor Analysis of Economic Time Series”, en D. J. Aigner y A. S. Goldberger (eds.), *Latent Variables in Socio-Economic Models*. Amsterdam, North-Holland.
- GÓMEZ, V. Y MARAVALL, A. (1996), “Programs TRAMO and SEATS: Instructions for the User”, *DT del Banco de España*, n. 9628, Madrid.
- HAAN, W. J. Y LEVIN, A. (1997), “A practitioner's guide to robust covariance matrix estimation”, en C. R. Rao y G. S. Maddala (eds.), *Handbook of Statistics*, vol. 15. North Holland, pp. 291-341.
- HARVEY, A. C. (1985), “Trend and Cycles in Macroeconomic Time Series”, *Journal of Business & Economic Statistics*, vol. 3, pp. 216-227.
- HARVEY, A. C. (1989), *Forecasting Structural Time Series Models and the Kalman Filter*, Cambridge University Press, Cambridge.
- HARVEY, A. C. Y JAEGER, A. (1993), “Detrending and the Business Cycle”, *Journal of Applied Econometrics*, vol. 8, pp. 231-247.
- INE (1993), “Contabilidad Nacional Trimestral de España. Metodología y Serie Trimestral 1970-1992”, *Instituto Nacional de Estadística*, Madrid.
- INE (1994), “Sistema de indicadores cíclicos de la economía española. Metodología e índices sintéticos de adelanto, coincidencia y retraso”, *Instituto Nacional de Estadística*, Madrid.
- INE (2001), “Revisión del sistema de indicadores cíclicos”, Subdirección General de Cuentas Nacionales, *Instituto Nacional de Estadística*, Madrid.
- LEE, J. (2012), “Measurement Business Cycle Comovements in Europe: Evidence from a Dynamic Factor Model with Time-Varying Parameters”, *Economics Letters*, vol. 115, pp. 438-440.
- MURRAY, C. J. (2003), “Cyclical properties of Baxter-King filtered time series”, *The Review of Economics and Statistics*, vol. 85, pp. 472-476.
- NELSON, C. R. (1988), “Spurious trend and cycle in the state space decomposition of a time series with a unit root”, *Journal of Economic Dynamic and Control*, vol. 12, pp. 475-488.
- NEWBY, W. K. Y WEST, K. D. (1987), “A simple positive semi-definite, heteroskedasticity and autocorrelation consistent covariance matrix”, *Econometrica*, vol. 55, pp. 703-708.

- STOCK, J. H. Y WATSON, M. W. (1989), “New Indexes of Coincident and Leading Economic Indicators”, *NBER Macroeconomics Annual*, MIT Press, Cambridge, pp. 351-394.
- STOCK, J. H. Y WATSON, M. W. (1991), “A probability model of the coincident economic indicators”, en K. Lahiri y G.H. Moore (eds.), *Leading economic indicators. New approaches and forecasting records*, Cambridge University Press, Cambridge.
- STOCK, J. H. Y WATSON, M. W. (2002), “Forecasting using principal components from a large number of predictors”, *Journal of the American Statistical Association*, vol. 97, pp. 1167–1179.
- STOCK, J. H. Y WATSON, M. W. (2008), “Forecasting in dynamic factor models subject to structural instability”, en J. Castle y N. Shephard (eds.), *The Methodology and Practice of Econometrics, A Festschrift in Honour of Professor David F. Hendry*, Oxford University Press, pp. 173–205.
- STOCK, J. H. Y WATSON, M. W. (2010), “Dynamic factor models”, en P. Clements y D.F. Hendry (eds): *Oxford Handbook of Economic Forecasting*, Oxford University Press, Oxford.
- WATSON, M. W. (1986), “Univariate detrending methods with stochastic trends”, *Journal of Monetary Economics*, vol. 18, pp. 49-75.
- YOUNG, P. C. (1994), “Time-variable parameter and trend estimation in nonstationary economic time series”, *Journal of Forecasting*, vol. 13, pp. 179-210.