
archivos analíticos de políticas educativas

Revista académica evaluada por pares, independiente,
de acceso abierto y multilingüe



Universidad de San Andrés y Arizona State University

Volumen 24 Número 67

20 de junio 2016

ISSN 1068-2341

Los Recursos Didácticos de Matemáticas en las Aulas de Educación Primaria en América Latina: Disponibilidad e Incidencia en el Aprendizaje de los Estudiantes

F. Javier Murillo

Universidad Autónoma de Madrid

España



Marcela Román

Universidad Alberto Hurtado

Chile



Santiago Atrio

Universidad Autónoma de Madrid

España

Citación: Murillo, F. J., Román, M., & Atrio, S. (2016). Los recursos didácticos de matemáticas en las aulas de educación primaria en América Latina: Disponibilidad e incidencia en el aprendizaje de los estudiantes. *Archivos Analíticos de Políticas Educativas*, 24(67).

<http://dx.doi.org/10.14507/epaa.24.2354>

Resumen: En este artículo se busca describir la disponibilidad de diferentes recursos didácticos de matemáticas en las aulas de primaria de América Latina, y determinar si la misma incide en el desempeño de los estudiantes en matemáticas. Para ello se usan los datos del SERCE, desarrollado por la UNESCO, utilizando modelos multinivel de 4 niveles. La muestra está conformada por más

Página web: <http://epaa.asu.edu/ojs/>

Facebook: /EPAAA

Twitter: @epaa_aape

Artículo recibido: 23-11-2015

Revisiones recibidas: 11-4-2016

Aceptado: 17-4-2016

de 8.000 aulas de 3° y 6° de primaria de unas 3.000 escuelas de 16 países de América Latina y los 180.000 estudiantes que allí estudian. Los resultados evidencian, por una parte, las importantes carencias y diferencias en el acceso a recursos didácticos específicos con que cuentan los estudiantes latinoamericanos en las aulas de primaria. Por otra, se demuestra que en las aulas donde se dispone de diferentes recursos los estudiantes de primaria obtienen mejores resultados.

Palabras clave: recursos didácticos; matemáticas; América Latina; desempeño escolar; educación primaria

Math teaching resources in Latin American primary classrooms: Availability and impact on student learning

Abstract: This article describes the availability of different mathematics teaching resources in primary classrooms in Latin America to determine whether it affects student performance. A study was developed exploiting the data collected by SERCE (UNESCO) assessment, using 4-level multilevel models. The sample includes more than 8,000 classrooms in third and sixth grade within 3,000 schools and 16 Latin-American countries, with a total amount of 180,000 students. On one hand, the results show there are significant gaps and differences in availability to specific learning resources for Latin American students in elementary classrooms. The analysis provides evidence that within classes where different resources are handy, students achieve higher performance.

Key words: teaching resources; mathematics; Latin America; student performance; primary education

Recursos da matemática nas salas de aula da educação primária na América Latina: Disponibilidade e impacto no aprendizado do aluno

Resumo: Este artigo procura descrever a disponibilidade de diferentes recursos de aprendizagem da matemática nas salas de aula primárias da América Latina e determinar se eles afetam o desempenho dos alunos na matemática. Para isso, foram utilizados os dados SERCE, desenvolvidos pela UNESCO, usando modelos multiníveis 4 níveis. A amostra é composta por mais de 8.000 classes da 3ª e 6ª série de cerca de 3.000 escolas de 16 países da América Latina e 180.000 alunos que estudam lá. Os resultados mostram, por um lado, as lacunas e diferenças significativas no acesso aos recursos didáticos específicos para os estudantes latino-americanos nas salas de aula dos níveis elementares. Por outro lado, mostra-se que nas salas de aula onde diferentes recursos didáticos estão disponíveis os estudantes apresentam um melhor desempenho escolar.

Palavras-chave: recursos de ensino; matemática; América Latina; desempenho escolar; ensino primário

Introducción

Existe un encendido debate científico en la actualidad acerca la incidencia o no de la disponibilidad de recursos didácticos en el aprendizaje de los estudiantes. Así, de un lado, tenemos los trabajos liderados por Hanushek (1997) que niegan la incidencia de los recursos en el aprendizaje; desde la otra vereda, múltiples investigaciones que confirman que los recursos, así como la infraestructura, sí importan (Greenwald & Laine, 1996; Murillo & Román, 2011), y aún más en países y contextos con menor desarrollo e importantes desigualdades y deficiencias.

Dicho debate no es una mera entelequia intelectual, ya que asumir una u otra opción tiene repercusiones muy claras y directas sobre el sistema educativo y su planificación: si los recursos no importan, no es necesario invertir en educación. Pero si ellos importan y no invertimos en su dotación y renovación, estaremos dejando a millones de niños/niñas que no han nacido en “el lugar

adecuado” sin la posibilidad de obtener las ventajas que el uso de tales recursos significa para su desarrollo y aprendizajes. Si así fuera, si importan, hay que invertir en recursos materiales y en formación para que dichos materiales sean utilizados en el aula y se conviertan en metodologías innovadoras que hagan que los estudiantes aprendan más y mejor.

La investigación que se presenta aporta con importante evidencia a la discusión señalada. Y lo hace profundizando en la disponibilidad de recursos didácticos para la enseñanza y el aprendizaje de matemáticas en las aulas de primaria de América Latina, al tiempo que estima la incidencia de la disponibilidad de esos recursos en el aula para el aprendizaje de contenidos y conceptos propios de dicha disciplina.

Revisión de la Literatura

La totalidad de las reformas educativas y propuestas curriculares actuales en América Latina sustentan la enseñanza y el aprendizaje en la perspectiva constructivista. Desde este enfoque, el conocimiento se construye gracias a la interacción entre los alumnos, el profesor y el contenido, siendo el estudiante actor irremplazable en su propio proceso de aprender. La adhesión al constructivismo ha supuesto una redefinición del rol de los docentes, así como de sus saberes y prácticas, para proveer a sus alumnos de ambientes motivadores y adecuados y de actividades significativas que les permitan desarrollar habilidades necesarias para construir y reconstruir capacidades, a fin de lograr los aprendizajes que se espera alcancen. Es precisamente en este contexto y desafío donde los materiales educativos muestran su real importancia. Estos recursos se constituyen en estímulo, apoyo y mediación entre la enseñanza y el proceso de aprender, facilitando, entre otros aspectos, el desarrollo del pensamiento y del lenguaje, la apropiación de saberes y estrategias necesarias para analizar, interpretar, adaptar y transferir el conocimiento (Araujo-Oliveira, Lisée, Lenoir & Lemire, 2006; Davis & Krajcik, 2005; Román, Cardemil & Carrasco, 2010; Román, Cardemil, Álvarez, & Zuleta, 2002; Van den Akker, 2007).

Recursos Educativos y Rendimiento Escolar

La investigación sobre eficacia escolar desarrollada en Estados Unidos, Europa o Australia ha encontrado que los recursos educativos no tienen un efecto estadísticamente significativo sobre el desempeño de los estudiantes; es decir, entre los factores asociados al logro escolar, no aparecen los referidos a recursos didácticos (Cotton, 1995; Levine & Lezotte, 1990; Purkey & Smith, 1990; Sammons, Hillman & Mortimore, 1995; Scheerens & Bosker, 1997). Tales conclusiones se han visto reforzadas por los numerosos estudios y revisiones de Eric Hanushek, uno de los investigadores más influyente en este campo. En ellos, y de manera general, se concluye que disponer de estos recursos no siempre mejora los desempeños escolares (Hanushek, 1986, 1989, 1995, 1997; Hanushek & Luque, 2003; Hanushek, Rivkin & Taylor, 1996). En estudios más recientes se señala que la evidencia, ya sea de resultados escolares agregados, investigaciones econométricas o desde enfoque cuasi-experimentales, sugiere que las políticas de recursos educativos que no actúan sobre los incentivos, resultan no ser eficaces y que tales resultados se comportan de manera similar en países desarrollados y en desarrollo (Hanushek, 2006).

Tales aseveraciones son discutidas en distintas investigaciones y revisiones, que sí encuentran asociación entre disponibilidad de recursos didácticos y aprendizaje de los estudiantes (Hedges & Greenwald, 1996; Hedges, Laine & Greenwald, 1994a, 1994b; Vergestegen & King, 1998). En ese sentido resultan interesantes los hallazgos del estudio de Betts, Rueben & Danenberg (2000). En el mismo se analiza la relación entre recursos educativos y resultados escolares en educación pre-escolar, primaria y secundaria de escuelas públicas de California, USA. Los investigadores

encuentran que las escuelas que atienden una mayor proporción de alumnos en desventaja, cuentan con menos recursos y que, aislando el efecto de la situación socioeconómica, dichos estudiantes obtienen una menor puntuación en la prueba que aquellos que estudian en escuelas con mayor disponibilidad de recursos.

Así las cosas, la discusión respecto de la relación entre recursos escolares y desempeños requiere de una primera distinción y contextualización según el nivel de desarrollo del país en cuestión, pero también de la metodología y tipo de recurso en cuestión. De manera general e indistintamente para el área del rendimiento que se analice, los resultados obtenidos en países desarrollados tienden a mostrar una baja relación entre recursos y desempeño (Dearden, Ferri & Meghir, 2001; Dustmann, Rajah & van Soest, 2003; Feinstein & Symons, 1999; Gamoran & Long, 2006; Heinesen & Graverseny, 2005; Levačić, 2007; Levačić & Vignoles, 2002; Steele, Vignoles & Jenkins, 2007; Vignoles, Levačić, Machin, Reynolds & Walker, 2000), mientras que los estudios realizados en países más pobres apuntan a una relación más clara y fuerte, como veremos más adelante.

Sin embargo, la evidencia más reciente apunta a que la disparidad de resultados se debe principalmente a la metodología que se utilice (Behrman, 2010; Todd & Wolpin, 2003), como se muestra el meta-análisis de Greenwald y Laine (1996) para estudios desarrollados en Estados Unidos. Estos investigadores, usando análisis de función de producción, encuentran que una amplia gama de recursos están positivamente relacionados con los resultados académicos de los estudiantes, con tamaños de efecto lo suficientemente grandes como para sugerir que el aumento moderado del gasto en recursos puede estar asociado con aumentos significativos en el logro. En la misma línea se ubica el reciente estudio de Flaherty (2013), que encuentra que los distritos de Pennsylvania (USA) que experimentaron un mayor crecimiento en los recursos de instrucción por alumno, obtuvieron mayores cambios en la proporción de alumnos con buenos resultados en pruebas estandarizadas. Concretamente un aumento del 10% en la tasa de crecimiento de los recursos incrementa en 3% el número estudiantes con buenas puntuaciones en lenguaje y de 3,5 en matemáticas en enseñanza básica. Estos resultados son inferiores para estudiantes de enseñanza media y muy superiores entre los estudiantes de primaria de menor nivel socio económico. Lo mismo ocurre en el estudio de Dee (2005) en 47 distritos de Estados Unidos, en donde se constata que es el mayor gasto en recursos de aprendizaje (materiales didácticos entre ellos) lo que impacta en el desempeño de los alumnos.

Por su parte, los trabajos desarrollados en América Latina son coincidentes al considerar los recursos educativos como factores asociados al desempeño de los estudiantes. Así se aprecia tanto en revisiones más clásicas (LLECE, 2000; Vélez, Schiefelbein & Valenzuela, 1994), como en otras más recientes (Murillo, 2007a; Murillo & Román, 2011). En efecto, Vélez, Schiefelbein y Valenzuela (1994) encontraron que acceder a materiales educativos como pizarrón, globo terráqueo y mapas, afectaba positivamente el rendimiento en el 41% de los 34 estudios que abordaron este tema. La mirada entre recursos y rendimiento estuvo también presente en los análisis del Primer Estudio Internacional Comparativo y Explicativo, desarrollado por la UNESCO (LLECE, 1998). Específicamente, se estudió la relación de la disponibilidad de materiales básicos para la instrucción (pizarrón, calculadoras, mapas y otros) con el rendimiento alcanzado en 3° y 4° de primaria en lengua y matemáticas. Tales análisis muestran que el aumentar un ítem en el número de los materiales señalados se asocia con un incremento de casi dos puntos en la prueba de lenguaje en los 13 países implicados, siendo menor respecto del rendimiento en matemáticas (Willms & Somers, 2001).

La Investigación Iberoamericana sobre Eficacia Escolar (Murillo, 2007b), analizando los factores asociados al desempeño en 100 escuelas de nueve países de América Latina y España, encontró que la calidad y adecuación de los recursos TIC estaban relacionados con el rendimiento en lengua en alumnos de 3° de primaria. Por último, la reciente investigación de Murillo & Román

(2011), constata que los estudiantes latinoamericanos que asisten a escuelas que cuentan con un número suficiente de recursos educativos, obtienen mejores rendimientos que quienes lo hacen en centros que carecen de ellos o los tienen en menor proporción. Lo anterior ocurre de manera independiente del nivel socioeconómico y cultural de las familias de los alumnos, el tamaño de la escuela, del contexto donde se ella se ubica y del país en cuestión.

Los Materiales Educativos en el Aprendizaje de las Matemáticas

Es diversa y abundante la literatura que aborda la contribución del uso de materiales educativos en el aula para la enseñanza y el aprendizaje en matemáticas. Las formas de uso, la valoración de tales recursos, así como los efectos en los aprendizajes y rendimientos, son parte sustantiva de lo estudiado y analizado. Parte importante de los estudios más recientes concentran su atención en la incorporación y uso de materiales educativos virtuales en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas (Cox et al., 2004; Lin et al., 2011). Entre los efectos reportados se constata mejora del aprendizaje de contenidos y conceptos matemáticos, así como el desarrollo de habilidades implicadas en dicho aprendizaje (Reimer & Moyer, 2005; Román, Ruffinelli, Lastra & Guerrero, 2006; Steen, Brooks & Lyon, 2006).

Otra línea de investigación compara los efectos en el aprendizaje y el desempeño en matemáticas entre quienes usan materiales concretos (manipulables físicamente) y quienes usan software específicos. No hay claros consensos al respecto, encontrándose, por ejemplo, que no hay mayor diferencia al usar un tipo de recursos u otros y que tales efectos dependen del tipo de concepto o habilidad implicada, experiencia de uso y recursos específicos utilizados (Burns & Hamm, 2011; Mendiburo & Hasselbring, 2011). Para otros, en cambio, es el uso combinado de ambos tipos de recursos (físicos y virtuales) lo que potencia y fortalece el aprendizaje (Obara & Jiang, 2011; Ozgun-Koca & Edwards, 2011; Rosen & Hoffman, 2009).

Sin embargo, la literatura encuentra evidencias de la importancia del uso de material educativo específico y tradicional en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. A finales de los ochenta, Sowell (1989), a partir de un meta-análisis de 60 investigaciones desarrolladas en las décadas anteriores, mostró que el rendimiento en matemáticas se incrementa con el uso a largo plazo de materiales educativos manipulables por los estudiantes. A similares conclusiones llegan décadas más tarde Ojose y Sexton (2009), al estudiar el efecto del uso de materiales concretos en el logro de estudiantes de primer grado de primaria. Ellos encuentran que los estudiantes alcanzan puntuaciones significativamente más altas en el examen final (post test) que en el pre test, después de haber incorporado material concreto en la enseñanza de esta disciplina.

De acuerdo con la mayoría de estos estudios, la experiencia directa de manipular objetos didácticos permite en los niños/as una mayor comprensión de conceptos que se convierten en la base del conocimiento matemático conceptual y abstracto posterior. Se mencionan, por ejemplo, importantes aportes al desarrollo del pensamiento lógico en los niños/as de pre escolar y primaria, así como en la exploración de relaciones espaciales, forma y medida, dominio de conceptos específicos como fracciones y decimales, entre otros conceptos matemáticos (Cramer & Henry, 2002; McGuire, Kinzie & Berch, 2012; Mendiburo & Hasselbring, 2011; Piccolo & Test, 2010; Young-Loveridge & Mills, 2011). En la geometría destacan los aportes del uso de material concreto para la comprensión de la relación entre perímetro y área (Reiter, Holshouser & Vennebush, 2012), y de los conceptos de simetría y volumen (Burns & Hamm, 2011; Wares, 2011).

Por último, y desde la enseñanza, la línea de investigación más importante y prolifera aborda el uso que hacen los docentes de estos recursos y materiales en la enseñanza de las matemáticas (Perry & Howard, 1997; Swan & Marshall, 2010). Al respecto, existe amplio consenso en señalar que

es un uso integrado y pedagógico del material el que favorece y afianza el aprendizaje y, con ello, se mejora el rendimiento escolar.

En esta investigación se analiza la relación entre el rendimiento escolar en matemáticas y el acceso a recursos didácticos específicos para la enseñanza y el aprendizaje de esta disciplina en las aulas de primaria de América Latina. De manera concreta, se da respuesta a dos objetivos específicos:

1. Describir la disponibilidad de recursos didácticos de matemáticas en las aulas de educación primaria de los distintos países de América Latina.
2. Determinar la relación entre la disponibilidad de recursos didácticos en las aulas de matemáticas y el logro escolar en dicha disciplina, en 3° y 6° grado de educación primaria.

Metodología

Para conseguir estos objetivos se utiliza la base de datos del Segundo Estudio Comparativo y Explicativo, SERCE, de la UNESCO. El propósito del mismo era conocer qué y cuánto aprenden los estudiantes latinoamericanos de 3° y 6° de primaria en matemáticas y lectura, para lo cual se aplicaron pruebas de rendimiento estandarizadas a cerca de 180.000 alumnos de 16 países, junto con cuestionarios de contexto para estudiar los factores intra y extra escuela asociados a tales desempeños.

Para los objetivos de este estudio se trabaja sólo con datos de matemáticas analizándolos bajo el enfoque de Modelos Multinivel de cuatro niveles de análisis: alumno, aula, escuela y país. Este enfoque permita trabajar con datos de diferentes niveles, respetando su articulación anidada y posibilitando una aproximación más precisa a la influencia de los recursos educativos sobre el rendimiento (Murillo, 2004, 2008).

Las variables utilizadas son de tres tipos: de producto, de ajuste e independientes o explicativas.

- Variables de producto: Rendimiento en Matemáticas de los estudiantes de tercero y sexto grado de primaria. Variable estimada mediante Teoría de Respuesta al Ítem y escaladas con una media de 500 y una desviación típica de 50.
- Variables de ajuste:
 - Nivel socio-económico de la familia del estudiante, variable tipificada y obtenida a partir de la profesión de los padres y de las posesiones familiares.
 - Nivel cultural de la familia del estudiante, obtenida como promedio de la escolaridad máxima conseguida por ambos padres, tipificada.
 - Género, variable dummy.
 - Lengua materna (español/portugués u otra), variable dummy.
 - Años de preescolarización del estudiante, número de años que asistió a algún centro educativo o asistencial antes de la educación obligatoria.
- Variables independientes o explicativas:
 - Disponibilidad de diferentes recursos didácticos de matemáticas en el aula: libros de texto escolar, cuaderno de trabajo, ábaco, bloques lógicos, regletas de cuisenaire, material multibase, tangram, calculadora, geoplano, y materiales manipulativos del medio ambiente. Todas ellas variables dummy.

Dado el enfoque multinivel de estudio se consideraron cuatro unidades de análisis: país, escuela, aula y estudiante. Concretamente se obtuvieron datos de 16 países, 2.969 escuelas, 4.271 aulas de tercero, 3.903 aulas de sexto, 95.053 alumnos de tercero y 91.223 estudiantes de sexto grado de primaria (cuadro 1). Esta muestra fue seleccionada en cada país mediante muestreo aleatorio estratificado de conglomerados. Los criterios para la estratificación fueron el tipo de gestión y área geográfica (urbano público, urbano privado y rural), el tamaño de la escuela (pequeña: escuela con una sola sección en el grado, mediana: con dos o tres secciones en el grado, y grande: con cuatro o más secciones en el grado) y la relación entre la matrícula de 6° y la matrícula de 3° ($R_{6/3} \geq 0,8$; $0 < R_{6/3} < 0,8$; $R_{6/3} = 0$; y matrícula de 3° = 0). En cada estrato se selecciona una muestra de escuelas, en una sola etapa de selección con probabilidades iguales para todas las escuelas del estrato. La muestra de alumnos en cada estrato se conformó con todos los alumnos de tercer grado y de sexto grado de las escuelas seleccionadas.

Es importante destacar que México no aplicó el cuestionario para las familias, con lo que no se obtuvieron datos del nivel cultural y la situación socio-demográfica de los estudiantes, por lo que fue excluido de los análisis de carácter explicativo.

Cuadro 1.

Muestra del estudio: Número de escuelas, aulas y estudiantes

País	Escuelas	Aulas		Estudiantes	
		3°	6°	3°	6°
Argentina	167	312	353	6.663	6.696
Brasil	157	252	245	5.711	5.456
Colombia	203	300	207	5.902	6.035
Costa Rica	171	180	150	5.233	4.766
Cuba	206	370	383	5.293	5.910
Chile	165	281	263	6.136	7.025
Ecuador	192	224	215	5.349	5.427
El Salvador	182	256	235	7.474	6.346
Guatemala	231	313	267	7.095	5.560
México	160	219	220	4.753	4.861
Nicaragua	205	289	250	6.885	6.789
Panamá	155	294	247	6.476	5.655
Paraguay	209	234	208	5.506	4.839
Perú	165	238	243	4.814	4.701
R. Dominicana	183	167	114	4.554	4.646
Uruguay	218	342	303	7.209	6.511
<i>Total</i>	2.969	4.271	3.903	95.053	91.223

Instrumentos

Las variables de fueron recogidas mediante cuatro tipos de instrumentos. La variable de producto (Rendimiento en Matemáticas) fue recogida mediante un test estandarizado validado para todos los países. Esta prueba considera dos dimensiones: los elementos curriculares comunes en la región y el enfoque de habilidades para la vida. Los ítems que conforman las pruebas se orientan a evaluar el uso comprensivo de los distintos códigos y reglas que constituyen los campos conceptuales de cada disciplina evaluada, colocando énfasis en la capacidad de inferir significados y de resolver problemas de la vida cotidiana del alumno.

La información de las variables de ajuste fueron obtenidas mediante cuestionarios dirigidos a estudiantes (género y lengua materna), sus familias (nivel cultural y situación socio-económica de la familia y años de preescolarización del estudiante) y dirección escolar (nivel socio-educativo de la escuela). Por último, los datos de las variables de recursos se obtuvieron de un cuestionario dirigido al docente de matemáticas.

Como estrategia de análisis datos se utilizaron Modelos Multinivel de cuatro niveles de análisis (estudiante, aula, escuela y país). Su uso se justifica por trabajar con datos de diferentes niveles de análisis: mientras que la variable dependiente y las variables de ajuste son de estudiante, las variables explicativas son de nivel aula. El proceso de modelado multinivel para cada una de las variables producto fue: a) Estimar el modelo nulo (Modelo 1), sólo con la variable producto; b) Calcular el modelo con las variables de ajuste (Modelo 2); y c) Incluir en el modelo ajustado las variables referidas a la disponibilidad de recursos didácticos de matemáticas (Modelo 3, final).

De esta forma, el modelo multinivel estimado es el siguiente:

$$\begin{aligned} \text{RendMat}_{ijkl} &= \beta_{0,jkl} + \beta_{1,jkl} \text{NSE}_{ijkl} + \beta_{2,jkl} \text{NCult}_{ijkl} + \beta_{3,jkl} \text{Preesc}_{ijkl} + \beta_{4,jkl} \text{Genero}_{ijkl} + \\ &+ \beta_{5,jkl} \text{LM}_{ijkl} + \beta_{6,kl} \text{Disp}_{1,jkl} + \dots + \beta_{15,kl} \text{Disp}_{10,jkl} + \varepsilon_{ijkl} \\ \beta_{0,jkl} &= \beta_0 + \varphi_{0l} + \nu_{0kl} + \mu_{0,jkl} \\ \beta_{1,jkl} &= \beta_1 + \varphi_{1l} + \nu_{1kl} + \mu_{1,jkl} \dots \beta_{5,jkl} = \beta_5 + \varphi_{5l} + \nu_{5kl} + \mu_{5,jkl} \\ \beta_{6,kl} &= \beta_6 + \varphi_{6l} + \nu_{6kl} \dots \beta_{15,kl} = \beta_{15} + \varphi_{15l} + \nu_{15kl} \end{aligned}$$

Con:

$$\begin{aligned} [\varepsilon_{0ijkl}] &\sim N(0, \Omega_\varepsilon) : \Omega_\varepsilon = [\sigma_{\varepsilon_0}^2] \\ [\mu_{0,jkl}] &\sim N(0, \Omega_\mu) : \Omega_\mu = [\sigma_{\mu_0}^2] \\ [\nu_{0kl}] &\sim N(0, \Omega_\nu) : \Omega_\nu = [\sigma_{\nu_0}^2] \\ [\varphi_{0l}] &\sim N(0, \Omega_\varphi) : \Omega_\varphi = [\sigma_{\varphi_0}^2] \end{aligned}$$

Donde, para cada i=estudiante, j= aula, K= escuela y l= país:

RendMat_{ijkl}, es el Rendimiento en Matemáticas del estudiante,
 NSE_{ijkl}, Nivel socio-económico de la familia del estudiante,
 NCult_{ijkl}, nivel cultural de la familia del estudiante,
 Preesc_{ijkl}, años de preescolarización del estudiante,
 Genero_{ijkl}, si el estudiante es niño o niña,
 LM_{ijkl}, lengua materna del estudiante: español/portugués u otra, y
 Disp_{1,jkl} a Disp_{10,jkl}, si están a disposición cada uno de los recursos didácticos estudiados: libros de texto escolar, cuaderno de trabajo, ábaco, bloques lógicos, regletas de cuisenaire, material multibase, tangram, calculadora, geoplano, y materiales manipulativos del medio ambiente.

Se utilizó para la estimación el programa MLWin (Martinez-Garrido & Murillo, 2014).

Resultados

Disponibilidad de Recursos

Casi el 90% de las aulas de 3° y 6° de educación primaria en América Latina cuentan con libros de texto de matemáticas. Estas cifras también son altas respecto a la disponibilidad de cuadernos de trabajo de matemáticas, donde 7 de cada 10 docentes en ambos grados señalan que sus estudiantes cuentan con ellos para su trabajo en aula (Gráfico 1). En el otro extremo, son muy pocas las aulas de primaria que cuentan con materiales específicos para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, tales como geoplanos y regletas de cuisenaire. Las cifras varían entre un 20,4% y un 31,8%, dependiendo del grado y recurso. Esta escasa disponibilidad de recursos pertinentes no es un tema secundario, dichos materiales resultan claves para el aprendizaje de las operaciones básicas, las fracciones, el área, el volumen o la resolución de ecuaciones simples, entre otros.

Llama la atención que, salvo la calculadora, hay mayor disponibilidad de materiales manipulables en las aulas de 3er grado que de 6°, mostrando quizás una mayor inclinación de los docentes por el uso de estos recursos concretos con los estudiantes más pequeños. Aun así, en este grado, los mayores porcentajes superan apenas el 50% (tangram y material multibase), mientras que para los estudiantes de 6°, la mayor disponibilidad es del 44% (tangram).

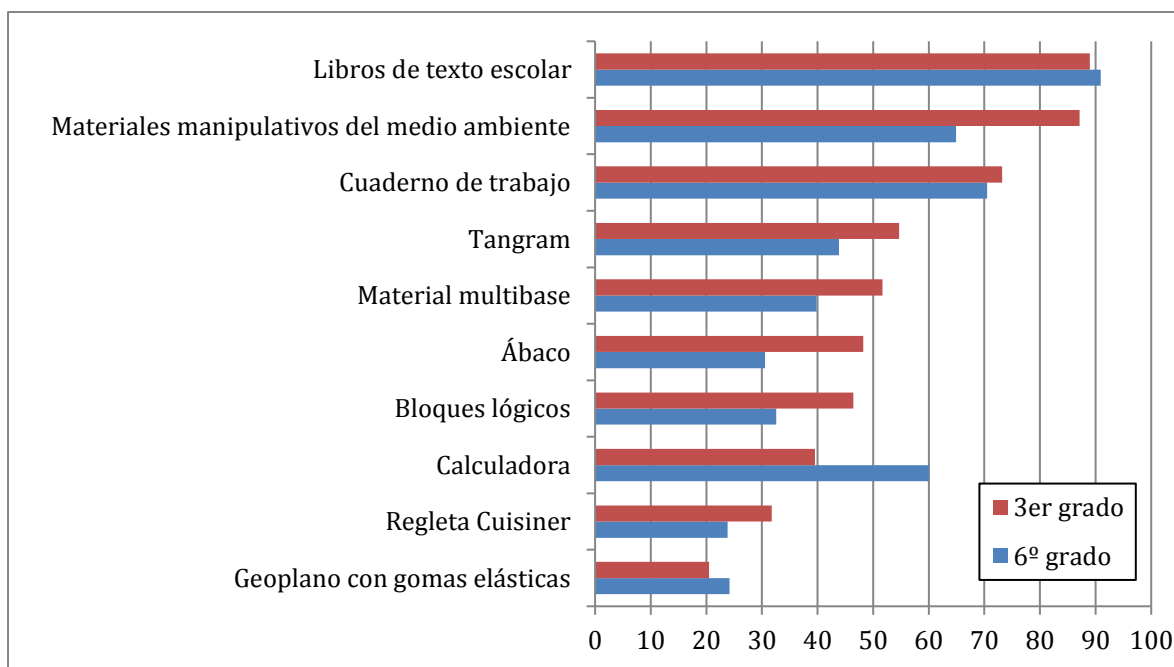


Gráfico 1. Porcentaje de aulas de 3er y 6º grado de educación primaria en América Latina con diferentes recursos didácticos de matemáticas

Fuente: Elaboración propia.

El análisis por países ofrece importantes diferencias entre ellos. Así, si hacemos un promedio de disponibilidad de los diez recursos considerados en los dos grados analizados, es posible organizar a los países en tres grandes grupos (Cuadros 2, 3 y 4).

En primer lugar, aquellos países con una disponibilidad global de recursos claramente por debajo del promedio: Paraguay, Panamá, Guatemala, El Salvador, Nicaragua. En todos ellos, la disponibilidad promedio está por debajo del 40% de las escuelas. Eso no implica que en algún caso

particular no haya excepciones. Por ejemplo, Nicaragua es el país con mayor disponibilidad de regletas de cuisenaire de toda la región.

En segundo lugar se encuentran los países con una disponibilidad global de recursos cercana al promedio de la región, es decir, entre el 40 y el 50% de disponibilidad global. En este grupo están: Argentina, Cuba, Costa Rica, República Dominicana y Colombia.

El último grupo de países está conformado por Brasil, Chile, México y Uruguay, con un promedio de disponibilidad superior al 50% y que llega al 88,1% en Uruguay.

De este primer análisis se pueden extraer dos interesantes ideas:

1. Aunque existe una alta relación entre riqueza de un país y disponibilidad de recursos de matemáticas en las aulas, se encuentran grandes excepciones, posiblemente ligadas a la política de dotación de recursos en cada país. Por ejemplo, Costa Rica, Argentina o incluso Panamá, en donde, y a pesar de su situación económicamente aventajada respecto a la región, la disponibilidad de recursos en las aulas es muy baja.
2. A pesar de la clara relación que se observa entre rendimiento global de un país y disponibilidad de recursos (en gran medida debido al nivel socio económico y cultural de los países), de nuevo nos encontramos con excepciones: Cuba y Costa Rica son países con buenos resultados pero con poca disponibilidad de recursos.

Cuadro 2.

Porcentaje de aulas de 3° y 6° de educación primaria de América Latina que cuentan con diferentes recursos didácticos de matemáticas, por país (I)

	Libros de texto		Cuaderno de trabajo		Ábaco		Bloques lógicos	
	3°	6°	3°	6°	3°	6°	3°	6°
Argentina	74,26	70,41	58,71	53,06	32,82	24,49	20,00	18,88
Brasil	89,34	96,02	51,68	59,20	56,84	31,84	61,57	34,33
Colombia	81,10	72,00	95,53	84,57	72,24	23,43	43,46	25,14
Costa Rica	74,80	90,28	74,59	66,67	36,36	23,61	23,21	23,61
Cuba	100,00	99,32	100,00	7,88	32,97	18,84	43,49	33,56
Chile	99,42	94,93	92,26	90,58	44,38	22,46	43,42	29,71
Ecuador	91,79	93,79	93,96	88,70	47,10	18,08	42,95	26,55
El Salvador	82,46	81,02	75,66	66,20	42,21	28,70	14,51	14,81
Guatemala	75,09	68,20	92,22	87,56	22,57	17,05	19,58	14,75
México	99,50	98,62	96,46	88,28	38,92	28,28	41,18	37,24
Nicaragua	89,43	86,70	36,40	10,55	39,47	23,85	22,55	12,84
Panamá	87,31	94,97	76,26	70,35	20,49	14,07	13,69	8,04
Paraguay	53,74	72,81	74,89	56,58	50,68	33,33	23,67	14,91
Perú	91,48	92,13	76,56	69,66	47,80	28,65	59,42	42,70
R. Dominicana	92,41	93,89	55,92	45,04	69,86	50,38	48,92	26,72
Uruguay	90,80	73,68	60,95	66,17	74,14	60,90	70,87	66,17
<i>Promedio Países</i>	85,81	86,17	75,75	63,19	45,55	28,00	37,03	26,87
<i>Total AL*</i>	88,99	90,92	73,21	70,51	48,20	30,55	46,45	32,55

Fuente: Elaboración propia.

El análisis detallado para cada recurso ofrece diversos matices. Por ejemplo, respecto a la

disponibilidad de textos escolares, se distinguen tres grandes grupos de países. El primero está conformado por aquellos con una cobertura superior al 90% (Cuba, Chile, Ecuador, México, Perú, República Dominicana y Uruguay); un segundo grupo con porcentajes mayor al 70% y menor al 90% (Argentina, Brasil, Colombia, Costa Rica, El Salvador, Guatemala, Nicaragua y Panamá); y, por último, un tercer grupo que queda integrado sólo por Paraguay, con algo más de un 50% de aulas de 3° con acceso al texto escolar de matemáticas para sus estudiantes.

Para este mismo grado, y considerando los posibles problemas de contextualización al identificar un material específico, es posible reconocer países con mejores cobertura de materiales didácticos específicos (ábaco, bloques lógicos, regletas de cuisenaire, material multibase, tangram, calculadora y geoplano); entre ellos se encuentran Uruguay, Chile, y México. Por el contrario, se observa una muy baja cobertura en este tipo de materiales en Argentina, Costa Rica, El Salvador, Guatemala, Paraguay, Panamá o República Dominicana. El resto de los países, muestran coberturas distintas según el material.

Cuadro 3.

Porcentaje de aulas de 3° y 6° de educación primaria de América Latina que cuentan con diferentes recursos didácticos de matemáticas, por país (II)

	Regletas de cuisenaire		Material multibase		Tangram	
	3°	6°	3°	6°	3°	6°
Argentina	9,43	10,71	33,47	25,51	38,89	34,69
Brasil	42,53	21,39	71,43	46,77	59,03	48,26
Colombia	20,60	9,71	30,04	21,14	47,48	44,00
Costa Rica	11,86	12,50	29,31	26,39	39,13	33,33
Cuba	22,75	18,15	47,51	38,01	30,37	26,37
Chile	17,48	11,59	34,56	22,46	72,78	65,94
Ecuador	41,96	20,34	47,52	29,38	45,14	37,85
El Salvador	12,45	11,11	19,84	22,22	11,42	15,28
Guatemala	7,44	7,37	32,38	27,65	14,29	14,75
México	35,67	31,03	50,60	44,14	80,42	65,52
Nicaragua	43,91	48,62	40,60	38,07	28,50	23,39
Panamá	7,63	7,54	25,54	14,57	7,69	8,04
Paraguay	11,11	14,04	19,81	14,91	16,75	14,47
Perú	30,73	21,91	56,25	45,51	44,50	38,20
Rep. Dominicana	28,46	34,35	34,85	35,88	8,53	8,40
Uruguay	83,96	73,31	35,74	37,22	56,39	63,16
<i>Promedio Países</i>	26,75	22,11	38,09	30,61	37,58	33,85
<i>Total AL*</i>	31,76	23,81	51,67	39,82	54,69	43,87

Fuente: Elaboración propia.

Esta desigual distribución de los recursos didácticos de matemáticas en las aulas de América Latina no solo se da entre países, sino también en el interior de ellos. Así, por ejemplo, encontramos que, salvo alguna excepción, en las escuelas privadas hay mayor disponibilidad de recursos que en las escuelas públicas, tanto urbanas como rurales.

Efectivamente, salvo en el caso del ábaco (recurso muy usado en zonas indígenas y rurales) y de los materiales manipulativos del medio ambiente, en donde no se observan diferencias significativas, la disponibilidad de recursos es mayor en las aulas de escuelas urbanas de gestión privada, en ambos grados. En tercero destacan muy especialmente las diferencias en la

disponibilidad de calculadora, que están en el 51,4% de las aulas de escuelas privadas, mientras que solo en el 36% de las públicas. En sexto grado, las diferencias son mayores aun: diferencias de 20 puntos en la existencia de tangram (61,2% en las escuelas privadas y 41,2% en las públicas), y en la disponibilidad de cuadernos de trabajo (88,7% escuelas privadas frente a un 68,1% de las aulas públicas).

Conviene destacar el uso de materiales manipulativos del medio ambiente que abre la puerta a posibles estudios de los mismos, así como de la metodología empleada para la enseñanza de las matemáticas.

Cuadro 4.

Porcentaje de aulas de 3° y 6° de educación primaria de América Latina que cuentan con diferentes recursos didácticos de matemáticas, por país (y III)

	Calculadora		Geoplano		Materiales manipulativos del medio ambiente	
	3°	6°	3°	6°	3°	6°
Argentina	39,38	50,51	27,42	33,67	83,85	62,24
Brasil	34,63	50,25	8,80	18,91	94,07	59,20
Colombia	26,86	62,29	16,10	15,43	87,55	72,00
Costa Rica	31,93	44,44	37,07	36,11	79,17	62,50
Cuba	9,71	7,19	15,06	10,62	87,89	85,27
Chile	62,03	75,36	69,43	42,03	81,94	67,39
Ecuador	15,17	48,59	28,57	18,64	95,58	81,36
El Salvador	29,69	35,65	33,85	20,83	79,23	64,35
Guatemala	22,13	41,94	6,36	6,45	80,47	67,28
México	63,83	88,97	36,67	43,45	83,70	64,14
Nicaragua	19,35	25,69	21,96	17,89	88,05	75,69
Panamá	19,67	48,24	18,49	14,07	87,90	75,88
Paraguay	27,57	36,40	12,68	7,02	80,48	72,81
Perú	27,49	61,80	9,50	16,29	87,50	75,28
Rep. Dominicana	39,72	58,78	9,92	16,79	95,10	82,44
Uruguay	51,49	79,32	83,17	69,17	93,20	72,56
<i>Promedio Países</i>	32,54	50,96	27,19	24,21	86,60	71,27
<i>Total AL*</i>	39,54	60,05	20,49	24,19	87,11	64,93

Fuente: Elaboración propia.

La comparación entre escuelas públicas urbanas y rurales muestra también grandes diferencias entre tercer curso y sexto. Así, se puede afirmar que mientras que existen grandes diferencias en la disponibilidad de recursos didácticos de matemáticas en tercero, casi siempre beneficiando a los centros urbanos, en sexto las diferencias son mucho menores, y para la mayoría de los recursos hay mayor disponibilidad en los centros rurales (Cuadro 5).

Cuadro 5.

Porcentaje de aulas de 3° de educación primaria que cuentan con diferentes recursos didácticos de matemáticas, según tipo de escuela

	Público urbano	Privado urbano	Público Rural	Chi-cuadrado (Sig)
3er grado				
Libros de texto escolar de matemáticas	87,07	94,95	89,71	0,017
Cuaderno de trabajo de matemáticas	66,65	88,07	77,65	0,000
Ábaco*	49,85	46,99	46,06	0,493
Bloques lógicos	50,36	54,14	37,07	0,000
Regletas de cuisenaire	33,76	37,84	26,31	0,000
Material multibase	56,28	59,53	40,91	0,000
Tangram	59,19	65,11	43,77	0,000
Calculadora	39,96	51,45	34,24	0,000
Geoplano	17,66	29,24	21,50	0,000
Mat. manipulativos del medio ambiente*	87,37	88,97	85,98	0,619
6° grado				
Libros de texto escolar de matemáticas*	92,45	91,68	88,59	0,242
Cuaderno de trabajo de matemáticas	67,89	88,68	68,31	0,000
Ábaco	30,42	23,08	33,10	0,000
Bloques lógicos*	30,29	43,27	32,22	0,056
Regletas de cuisenaire*	18,63	26,00	30,19	0,349
Material multibase	39,95	46,45	37,53	0,001
Tangram	43,69	61,18	38,62	0,000
Calculadora	58,97	72,65	57,54	0,000
Geoplano	20,60	33,51	26,12	0,001
Materiales manipulativos del medio ambiente*	61,89	77,90	64,96	0,465

Datos ponderados.

(*) Diferencias no significativas a un $\alpha=0,05$.

Fuente: Elaboración propia.

Incidencia de la Disponibilidad de los Recursos en el Aprendizaje

El segundo de los objetivos planteados busca responder si los estudiantes en cuyas aulas no se dispone de estos recursos didácticos de matemáticas aprenden menos que los que están en las aulas con recursos, a igualdad de condiciones socio-económicas y culturales. Para ello se realizaron dos procesos de Modelado Multinivel de cuatro niveles de análisis (estudiante, aula, escuela y país), uno para cada grado. Los resultados se muestran en los cuadros 6 y 7.

De los modelos ajustados (en los que sólo aparecen las variables de carácter socio-económico) se observa que las cinco variables utilizadas realizan una aportación significativa, por lo que cumplen perfectamente su función de control. Resulta interesante verificar la fuerte incidencia del nivel cultural de las familias y de la lengua materna del estudiante en el rendimiento alcanzado en ambos grados, así como también el peso de los años de preescolarización, el género y el nivel socio-económico de la familia, en dicho desempeño. Se presentan así, los diferentes modelos en los que se ha incorporado individualmente cada una de las variables explicativas en el modelo ajustado.

Los resultados para tercero muestran que realizan una aportación significativa al modelo

tener los siguientes recursos en el aula: texto escolar, material multibase, tangram, calculadora, geoplano y materiales manipulativos del medio ambiente (cuadro 6). Poseer alguno de esos recursos en el aula hace que el rendimiento de todos los niños que allí estudian aumente en 5,43 puntos si en el aula disponen de texto escolar de matemáticas (para una media de 500 y una desviación típica de 40); 3,56 puntos si se dispone de material multibase, 6,59 si se cuenta en el aula con tangram; 3,35, si se dispone de calculadora; 5,40 si es geoplano; y 6,53 si se dispone de materiales manipulativos del medio ambiente. Es decir, cifras importantes si se tiene en cuenta que no se aborda si se usan o no, ni cómo se usan (objetivos que se escapan a este artículo), y más teniendo en cuenta que se controla el nivel socio-económico y cultural de las familias y con ello de las aulas y las escuelas. El modelo multinivel final se construye introduciendo de forma simultánea todas las variables cuyos coeficientes han hecho una aportación significativa en los modelos anteriores (cuadro 6).

Cuadro 6.

Resultados de proceso de modelamiento multinivel de cuatro niveles para Rendimiento en Matemáticas en 3º grado

	Modelo ajustado		Modelos con las v. individuales		Modelo Final	
	B	(EE)	B	(EE)	B	(EE)
Parte fija						
Intercepto	515,47	(11,65)			509,17	(11,66)
NSE familia	1,11	(0,39)			1,10	(0,39)
Nivel cultural familia	13,24	(0,46)			13,22	(0,46)
Género (varón/mujer)	-5,97	(0,60)			-6,00	(0,60)
Lengua materna (esp o port/otra)	-15,70	(1,21)			-15,69	(1,21)
Años de preescolarización	0,93	(0,22)			0,93	(0,22)
Disponibilidad de:						
Libros de texto escolar			5,43	(2,21)		
Cuaderno de trabajo			2,35*	(1,90)	-	
Ábaco			2,97*	(1,68)	-	
Bloques lógicos			3,13*	(1,82)	-	
Regletas de cuisenaire			2,33*	(2,10)	-	
Material multibase			3,56	(1,74)		
Tangram			6,59	(1,86)	5,73	(1,88)
Calculadora			3,45	(1,83)		
Geoplano			5,40	(2,07)		
Materiales manipulativos del medio ambiente			6,53	(1,87)	5,64	(1,90)
Parte aleatoria						
Entre países	2138,97				2101,64	
Entre escuelas	1835,78				1798,31	
Entre aulas	524,80				522,58	
Entre alumnos	5377,20				5377,20	

(*) No significativo a un $\alpha=0,05$.

Fuente: Elaboración propia.

Los resultados indican que de los seis recursos que habían mostrado una relación significativa en los modelos con las variables introducidas individualmente, solo permanecen dos de ellos en el modelo final: el material multibase y los materiales manipulativos del medio ambiente.

Teniendo en cuenta la relación entre la disponibilidad de los recursos (lo habitual no es que las escuelas tengan un recurso u otro, sino que tengan o no recursos), no es de extrañar que permanezcan aquellos que tienen un efecto más fuerte sobre el aprendizaje (en este caso, dos de ellos).

Los resultados para 6° grado coinciden en mostrar la relación entre la existencia de diferentes recursos en el aula y el rendimiento de los estudiantes, de tal forma que en las aulas con más recursos, sus alumnos tienen mejores resultados (cuadro 7). Sin embargo, son diferentes los recursos que muestran una aportación significativa según estos datos. Efectivamente, el proceso de modelado multinivel indica que tienen una incidencia en el desempeño de los estudiantes, la disponibilidad en el aula de los siguientes recursos: cuaderno de trabajo, bloques lógicos, regletas de cuisenaire, tangram, geoplano, calculadora o materiales manipulativos del medio ambiente.

Por último, el modelo multinivel final con todas las variables a la vez (cuadro 7) muestra que los dos recursos con la influencia más fuerte sobre el aprendizaje de las matemáticas son, para sexto grado, el cuaderno de trabajo y el tangram.

Cuadro 7.

Resultados de proceso de modelamiento multinivel de cuatro niveles para Rendimiento en Matemáticas en 6° grado

	Modelo ajustado		Modelos con las v. individuales		Modelo Final	
	B	(EE)	B	(EE)	B	(EE)
Parte fija						
Intercepto	530,61	(12,68)			523,29	(12,84)
NSE familia	2,33	(0,47)			2,31	(0,47)
Nivel cultural familia	9,15	(0,46)			9,14	(0,46)
Género (varón/mujer)	-7,12	(0,73)			-7,13	(0,73)
Lengua materna (esp o port/otra)	-13,91	(1,82)			-13,95	(1,82)
Años de preescolarización	1,92	(0,26)			1,91	(0,26)
Disponibilidad de:						
Libros de texto escolar			3,49*	(2,98)	-	
Cuaderno de trabajo			6,78	(2,28)	6,06	(2,29)
Ábaco			-1,71*	(2,31)	-	
Bloques lógicos			4,61	(2,30)		
Regletas de cuisenaire			5,15	(2,56)		
Material multibase			3,50*	(2,18)	-	
Tangram			6,40	(2,29)	6,06	(2,29)
Calculadora			3,04*	(2,11)	-	
Geoplano			5,31	(2,50)		
Materiales manipulativos del medio ambiente			3,60*	(2,12)	-	
Parte aleatoria						
Entre países	2313,84				2324,81	
Entre escuelas	2136,56				2095,26	
Entre aulas	588,32				593,75	
Entre alumnos	6332,66				6332,82	

(*) No significativo a un $\alpha=0,05$.

Fuente: Elaboración propia.

Discusión y Conclusiones

Esta investigación buscaba conseguir dos objetivos: de un lado describir la disponibilidad de recursos didácticos de matemáticas en las aulas de educación primaria de los distintos países de América Latina; y, de otro, determinar la incidencia de la disponibilidad de esos recursos en logro escolar.

Respecto al primero, y como panorámica general, los resultados han permitido tener una imagen global y detallada del porcentaje de aulas que disponen de los diez recursos didácticos de matemáticas analizados. Y, con ello, se ha visibilizado la existencia de grandes deficiencias en la existencia de recursos en una gran parte de las aulas de América Latina. Así, también se ha visto que la carencia o falta de disponibilidad de tales recursos no se reparte por igual en todos los países, como tampoco dentro de cada país ni en todos los contextos: en Centroamérica, Paraguay, República Dominicana o Argentina la situación es más grave; así como en las zonas rurales.

El estudio no aporta referencias sobre el uso metodológico del material de producción propia ni del uso de otro tipo de materiales estilo Montessori, Waldorf Steiner, Pestalozzi o Fröbel. Del mismo modo, se desconoce el número de los recursos disponibles en las aulas o la calidad de los mismos. Una caja de regletas en un aula, por ejemplo, no tendrá la misma incidencia en la metodología docente que la presencia de un número significativo de ellas para que los estudiantes las puedan manipular.

Con el segundo objetivo se han aportado datos concluyentes, en primer lugar, acerca de la clara incidencia de la disponibilidad de contar con recursos en las aulas para que los estudiantes aprendan, pero también se identifican qué recursos parecen ser más eficaces para el aprendizaje en matemáticas. Concretamente se ha visto que, para tercero, los recursos cuyo acceso aparece afectando en mayor medida el desempeño en el área de las matemáticas, son el tangram y los materiales manipulativos del medio ambiente, pero también el material multibase, la calculadora y el geoplano. Para sexto grado, los datos indican que los recursos cuya disponibilidad en el aula mejora el aprendizaje de las matemáticas de los niños/ niñas son principalmente el cuaderno de trabajo y el tangram, así como bloques lógicos, regletas de cuisenaire y geoplano (cuadro 8).

Cuadro 8.

Resumen de los Modelos Multinivel. Recursos de matemáticas cuya disponibilidad en el aula tiene incidencia en el aprendizaje de los estudiantes de 3er y 6º grado

	3 ^{er} grado	6 ^o grado
Libros de texto escolar	S	
Cuaderno de trabajo		SS
Ábaco		
Bloques lógicos		S
Regletas de Cuisenaire		S
Material multibase	S	
Tangram	SS	SS
Calculadora	S	
Geoplano	S	S
Materiales manipulativos del medio ambiente	SS	

S: aportación significativa en los modelos individuales.

SS: aportación significativa en los modelos finales.

Fuente: Elaboración propia.

Entre los resultados del estudio, importa también destacar las mayores dificultades que -en estos escenarios ya precarios- tienen los estudiantes de zonas rurales, escuelas públicas y de algunos países, para contar en sus aulas con diversos recursos para aprender.

Estos resultados, de entrada, contradicen los estudios de Hanushek (Hanushek, 1986, 1989, 1995, 1997; Hanushek & Luque, 2003; Hanushek, Rivkin & Taylor, 1996), que muchas veces se han usado como excusa para no invertir y mejorar las condiciones de las escuelas y sistemas educativos de los países en vía de desarrollo, así como en otros contextos menos carentes en momentos de crisis. Son del todo coincidentes, sin embargo, con otros estudios también desarrollados en Estados Unidos (Dee, 2005), pero sobre todo con los de Vélez, Schiefelbein y Valenzuela (1994), de la UNESCO (LLECE, 2000), de Murillo (2007a, 2007b) y de Murillo y Román (2011), situados en América Latina.

Las aplicaciones prácticas derivadas de este trabajo parecen inmediatas. Si se quiere que todos los niños y niñas aprendan y afiancen sus saberes en matemáticas, hay que invertir para que en cada aula de primaria (y seguro que se puede extender a otros niveles) tengan acceso a recursos didácticos suficientes y adecuados. La investigación muestra las virtudes que supone el disponer de materiales didácticos específicos para que ocurra el aprendizaje de las matemáticas en el aula, tales como el tangram, los geoplanos o las regletas de cuisenaire. Todos ellos con un valor o monto ínfimo, en comparación con las ventajas que su sola existencia reporta.

Esta investigación se ha centrado en la disponibilidad de recursos, y para ello utiliza informaciones que dan los propios docentes de cerca de 7.000 aulas de tercero y sexto grado de primaria. Quienes, además, han sido seleccionados mediante un muestreo aleatorio estratificado de conglomerados que garantiza la fiabilidad y validez de los datos. El siguiente paso debiera llevarnos más allá de la existencia y disponibilidad de tales recursos, para indagar respecto de cuánto y cómo son usados tales recursos por los docentes, en matemáticas u otra área disciplinar. Nos atrevemos a suponer que una amplia cobertura de recursos con un uso pedagógico de ellos, sin duda debiera incidir en aún mejores logros y desempeños escolares.

Por último, el estudio da una respuesta clara y sólida a la pregunta base del debate con que iniciamos este recorrido: los recursos sí importan. Si un aula no dispone de recursos didácticos en cantidad, calidad y adecuación, estamos limitando o restringiendo la oportunidad de que los niños/niñas de esa aula reciban los beneficios que su uso implica. Negar este hecho, sobre todo en regiones y países de fuertes brechas y desigualdades, solo contribuye a postergar la posibilidad de una educación más equitativa y de mayor calidad.

Referencias

- Araújo-Oliveira, A., Lisée, V., Lenoir, Y., & Lemire, J. (2006). Connaissance et utilisation des manuels scolaires québécois: ce qu'en disent des futures enseignantes du primaire. En M. Lebrun (ed.), *Le manuel scolaire, un outil à multiples facettes* (pp. 301-308). Québec: PUQ.
- Behrman, J. (2010). Investment in Education-Inputs and Incentives. *Handbook of Development Economics*, 5, 4883-4975. <http://dx.doi.org/10.1016/B978-0-444-52944-2.00011-2>
- Betts, J., Rueben, K., & Danenberg, A. (2000). *Equal Resources, Equal Outcomes? The Distribution of School Resources and Student Achievement in California*. San Francisco, CA: Public Policy Institute of California.
- Burns, B., & Hamm, E. (2011). A Comparison of Concrete and Virtual Manipulative Use in Third- and Fourth-Grade Mathematics. *School Science and Mathematics*, 111(6), 256-261.
- Cotton, K. (1995). *Effective schooling practices: A research synthesis. 1995 updated*. Portland, OR: Northwest Regional Educational Laboratory. <http://dx.doi.org/10.1111/j.1949-8594.2011.00086.x>

- Cox, M., Abbott, Y., Web, M., Blakely, B., Beauchamp, T., & Rhodes, V. (2004). *A review of the research literature relating to ICT and attainment*. London: BECTA.
- Cramer, K., & Henry, A. (2002). Using Manipulative Models to Build Number Sense for Addition of Fractions. In B. Litwiller & G. Bright (Eds.), *National Council of Teachers of Mathematics 2002 Yearbook: Making Sense of Fractions, Ratios, and Proportions* (pp. 41-48). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Davis, E. A., & Krajcik, J. S. (2005). Designing educative curriculum materials to promote teacher learning. *Educational Researcher*, 34(3), 3-14. <http://dx.doi.org/10.3102/0013189X034003003>
- Dearden, L., Ferri, J., & Meghir, C. (2001). The effects of school quality on educational attainment and wages. *Review of Economics and Statistics*, 84(1), 1-20. <http://dx.doi.org/10.1162/003465302317331883>
- Dee, T. (2005). Expense preference and student achievement in school districts. *Eastern Economic Journal*, 31(1), 23-44.
- Dustmann, C., Rajah, N., & Van Soest, A. (2003). Class size, education and wages. *The Economic Journal*, 113(485), 99-120. <http://dx.doi.org/10.1111/1468-0297.00101>
- Feinstein, L., & Symons, J. (1999). Attainment in secondary school. *Oxford Economic Papers*, 51, 300-321. <http://dx.doi.org/10.1093/oeq/51.2.300>
- Flaherty, S. (2013). Does money matter in Pennsylvania? School district spending and student proficiency since No Child Left Behind. *Eastern Economic Journal*, 39, 145-171. <http://dx.doi.org/10.1057/eej.2012.7>
- Gamoran, A., & Long, D. (agosto 2006). School effects in comparative perspective: New evidence from a threshold model. Comunicación presentada en el *Annual Meeting of the American Sociological Association*, Montreal, Québec, Canada.
- Greenwald, R., & Laine, R. (1996). The effect of school resources on student achievement. *Review of Educational Research*, 66(3), 361-396. <http://dx.doi.org/10.3102/00346543066003361>
- Hanushek, E. (1986). The economics of schooling: Production and efficiency in public schools. *Journal of Economic Literature*, 24(3), 1141-77.
- Hanushek, E. (1989). The impact of differential expenditures on school performance. *Educational Researcher*, 18(4), 45-51. <http://dx.doi.org/10.3102/0013189X018004045>
- Hanushek, E. (1995). Interpreting recent research on schooling in developing countries. *World Bank Research Observer*, 10(2), 227-46. <http://dx.doi.org/10.1093/wbro/10.2.227>
- Hanushek, E. (1997). Assessing the effects of school resources on student performance: an update. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 19(2), 141-164. <http://dx.doi.org/10.3102/01623737019002141>
- Hanushek, E. (2006). School resources. En E. A. Hanushek & F. Welch (Eds.), *Handbook of the Economics of Education* (Vol. 2) (pp. 865-908). Amsterdam: Elsevier.
- Hanushek, E., & Luque, J. (2003). Efficiency and equity in schools around the World. *Economics of Education Review*, 22, 481-502. [http://dx.doi.org/10.1016/S0272-7757\(03\)00038-4](http://dx.doi.org/10.1016/S0272-7757(03)00038-4)
- Hanushek, E., Rivkin, S., & Taylor, L. (1996). Aggregation and the estimated effects of school resources. *The Review of Economics and Statistics*, 78, 611-627. <http://dx.doi.org/10.2307/2109949>
- Hedges, L., & Greenwald, R. (1996). Have times changed? The relationship between school resources and student performance. En G. Burtless (Ed.), *Does money matter? The effect of school resources on student achievement and adult success* (pp. 74-92). Washington, DC: Brookings Institution Press.
- Hedges, L., Laine, R., & Greenwald, R. (1994a). Does money matter? A meta-analysis of studies of the effects of differential school inputs on student achievement. *Educational Researcher*, 23, 5-14. <http://dx.doi.org/10.3102/0013189X023003005>

- Hedges, L., Laine, R., & Greenwald, R. (1994b). Money does matter somewhere: a reply to Hanushek. *Educational Researcher*, 23, 9-10. <http://dx.doi.org/10.3102/0013189X023004009>
- Heinesen, E., & Graverseny, B. K. (2005). The effect of school resources on educational attainment: Evidence from Denmark. *Bulletin of Economic Research*, 57(2), 109-143. <http://dx.doi.org/10.1111/j.0307-3378.2005.00217.x>
- Levačić, R. (2007). The relationship between student attainment and school resources. En T. Townsend (ed.), *International Handbook of School Effectiveness and Improvement* (pp. 395–410). Nueva York: Springer. http://dx.doi.org/10.1007/978-1-4020-5747-2_22
- Levačić, R., & Vignoles, A. (2002). Researching the links between school resources and student outcomes in the UK: a review of issues and evidence. *Education Economics*, 10, 313-331. <http://dx.doi.org/10.1080/09645290210127534>
- Levine, D. & Lezotte, L. (1990). *Unusually effective schools: a review and analysis of research and practice*. Madison: National Center for Effective Schools Research and Development.
- Lin, C., Shao, Y., Wong, L., Li, Y., & Niramitranon, J. (2011). The impact of using Synchronous Collaborative Virtual Tangram in children's geometric. *Turkish Online Journal of Educational Technology - TOJET*, 10(2), 250-258.
- LLECE. (2000). *Primer estudio internacional comparativo sobre lenguaje, matemática y factores asociados, para alumnos del tercer y cuarto grado de la educación básica. Segundo Informe*. Santiago de Chile: OREALC/UNESCO.
- Martínez-Garrido, C., & Murillo, F. J. (2014). Programas para la realización de Modelos Multinivel. Un análisis comparativo entre MLwiN, HLM, SPSS y Stata. *REMA. Revista Electrónica de Metodología Aplicada*, 9(2), 1-24.
- McGuire, P., Kinzie, M., & Berch, D. (2012). Developing number sense in pre-K with five-frames. *Early Childhood Education Journal*, 40(4), 213-222. <http://dx.doi.org/10.1007/s10643-011-0479-4>
- Mendiburo, M., & Hasselbring, T. (2011). *Technology's impact on fraction learning: An experimental comparison of virtual and physical manipulatives*. Washington, DC: Society for Research on Educational Effectiveness.
- Murillo, F. J. (2004). Los modelos multinivel: avances metodológicos en la investigación sobre organización escolar *Organización y Gestión Educativa*, 1, 23-27.
- Murillo, F. J. (2007a). School effectiveness research in Latin America. En T. Townsend (Ed.), *International Handbook of School Effectiveness and Improvement* (pp. 75–92). New York: Springer. http://dx.doi.org/10.1007/978-1-4020-5747-2_5
- Murillo, F. J. (Coord.). (2007b). *Investigación Iberoamericana sobre Eficacia Escolar*. Bogotá: Convenio Andrés Bello.
- Murillo, F. J. (2008). Los Modelos Multinivel como herramienta para la investigación educativa. *Magis. Revista Internacional de Investigación Educativa*, 1(1), 17-34.
- Murillo, F. J., & Román, M. (2011). School infrastructure and resources do matter: analysis of the incidence of school resources on the performance of Latin American students. *School Effectiveness and School Improvement*, 22(1), 29-50. <http://dx.doi.org/10.1080/09243453.2010.543538>
- Obara, S., & Jiang, Z. (2011). What's inside the Cube? Students' investigation with models and technology. *Mathematics Teacher*, 105(2), 102-110. <http://dx.doi.org/10.5951/mathteacher.105.2.0102>
- Ojose, B., & Sexton, L. (2009). The effect of manipulative materials on mathematics achievement of first grade students. *The Mathematics Educator*, 12(1), 3-14.

- Ozgun-Koca, S., & Edwards, T. (2011). Hands-on, minds-on or both? A discussion of the development of a mathematics activity by using virtual and physical manipulatives. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 30(4), 389-402.
- Perry, B., & Howard, P. (1997). Manipulatives in primary mathematics: Implications for teaching and learning. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 2(2), 25-30.
- Piccolo, D., & Test, J. (2010). Preschoolers 'thinking during block play. *Teaching Children Mathematics*, 17(5), 310-316.
- Purkey, S., & Smith, M. (1990). Effective schools: a review. *Elementary School Journal*, 4, 427-452.
- Reimer, K., & Moyer, P. (2005). Third-graders learn about fractions using virtual manipulatives: a classroom study. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 24(1), 5-26.
- Reiter, H., Holshouser, A., & Vennebush, P. (2012). Don't Fence Me in! *Mathematics Teacher*, 105(8), 594-599. <http://dx.doi.org/10.5951/mathteacher.105.8.0594>
- Román, M., Cardemil, C., Álvarez, F., & Zuleta, J. (2002). *Acceso y uso de recursos educativos para estudiantes y docentes de las escuelas rurales chilenas*. Santiago de Chile: CIDE-MINEDUC.
- Román, M., Cardemil, C., & Carrasco, A. (2011). Enfoque y metodología para evaluar la calidad del proceso pedagógico que incorpora TIC en el Aula. *Revista Iberoamericana de Evaluación Educativa*, 4(2), 8-35.
- Román, M., Ruffinelli, A., Lastra, S., & Guerrero, A. (2006). Fortaleciendo la enseñanza de la geometría en NB2 mediante el uso de TIC. En *Segundo Seminario Nacional de Proyectos de Innovación en Informática Educativa* (pp. 93-102). Santiago de Chile: ENLACES-MINEDUC.
- Rosen, D., & Hoffman, J. (2009). Integrating concrete and virtual manipulatives in early childhood mathematics. *Young Children*, 64(3), 26-33
- Sammons, P., Hillman, J., & Mortimore, P. (1995). *Key characteristics of effective schools: a review of school effectiveness research*. London: OFSTED.
- Scheerens, J., & Bosker, R.J. (1997). *The foundations of educational effectiveness*. Oxford: Pergamon.
- Sowell, E. (1989). Effects of manipulative materials in mathematics instruction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(5), 498-505. <http://dx.doi.org/10.2307/749423>
- Steele, F., Vignoles, A., & Jenkins, A. (2007). The effect of school resources on pupil attainment: a multilevel simultaneous equation modelling approach. *Journal of Royal Statistical Society - Series A*, 170(3), 801-824. <http://dx.doi.org/10.1111/j.1467-985X.2007.00476.x>
- Steen, K., Brooks, D., & Lyon, T. (2006). The impact of virtual manipulatives on first grade geometry instruction and learning. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 25(4), 373-391.
- Swan, P., & Marshall, L. (2010). Revisiting mathematics manipulative materials. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 15(2), 13-19
- Todd, P., & Wolpin, K. (2003). On the specification and estimation of the production function for cognitive achievement. *Economic Journal*, 113(485), 3-33. <http://dx.doi.org/10.1111/1468-0297.00097>
- Van Den Akker, J. (2007). Materiales pedagógicos ejemplares como catalizadores en el currículum y desarrollo docente. *Actas del seminario internacional de textos escolares* (pp. 134-140). Santiago de Chile: MINEDUC.
- Vélez, E., Schiefelbein, E., & Valenzuela, J. (1994). Factores que afectan el rendimiento académico en la educación primaria. Revisión de la literatura de América Latina y el Caribe. *Revista Latinoamericana de Innovaciones Educativas*, 17, 29-53.
- Verstegen, D., & King, R. (1998). The relationship between school spending and student achievement: a review and analysis of 35 years of production function research. *Journal of Education Finance*, 24, 243-262.

- Vignoles, A., Levačić, R., Machin, S., Reynolds, D., & Walker, J. (2000). *The Relationship between Resource Allocation and Pupil Attainment: A Review* (Research report 228). Nottingham: DfEE.
- Wares, A. (2011). Using Origami Boxes to Explore Concepts of Geometry and Calculus. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 42(2), 264-272.
<http://dx.doi.org/10.1080/0020739X.2010.519797>
- Young-Loveridge, J., & Mills, J. (2011). Deciwire: An Inexpensive Alternative for Constructing Linear Representations of Decimals. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 16(2), 8-13.