

# **Factores determinantes en la cotización y valoración de préstamos con garantía real**

Doctorado en Economía y Finanzas  
Universidad Autónoma, Madrid

Autor: Roberto Knop Muszynski  
Director: Ángel Berges Lobera

2018

Copyright © 2018 por Roberto Knop.

### **Dedicatoria**

Por estar siempre ahí, a Sonia, a los tres campeones de la familia y a mis padres.

## **Agradecimientos**

Mi primer agradecimiento es para mi Director de Tesis Don Angel Berges Lobera cuyas siempre certeras y brillantes directrices le han dado forma y fondo a este trabajo. El privilegio de tener un Director así sólo es comparable con el de mantener una estrecha relación profesional con él y la que fue mi primera casa en el ámbito laboral. Empezaba mi carrera en Analistas Financieros Internacionales hace más de 25 años. Poco tiempo antes, en la Universidad, conocí a su actual Presidente, Don Emilio Ontiveros Baeza. Dicen que los comienzos marcan la historia: muchas gracias!

Una tesis doctoral a estas alturas de mi carrera profesional sin duda es fruto en gran medida de todo lo aprendido de mis colegas. En ese sentido, un agradecimiento enorme a aquellos con los que tuve el privilegio de trabajar en AFI, Banco Santander, Barclays, Banesto, SAREB, en concreto a mi equipo de riesgos del “Banco Malo” y como no podría ser de otro modo a mis compañeros de grandes batallas con los que abandonamos aquel barco para abordar el retador proyecto en Jones Lang Lasalle en la actualidad.

Finalmente, un agradecimiento muy especial a todos mis amigos y mi familia que han “sufrido el robo de tiempo” que esta tesis ha supuesto y me han dado su constante apoyo. Mil gracias Sonia, Roberto, Carlos, Jacobo y a mis padres; él desde allí arriba.

**Abstract**

El objetivo de esta tesis es proponer metodologías que permitan abordar la valoración de préstamos con garantía real en el ámbito de la financiación empresarial. Son varios los factores que afectan a las garantías en operaciones de financiación. En el caso de financiación hipotecaria, los reguladores debaten en la actualidad el concepto del valor sostenible en el tiempo que permita ser aplicado a los colaterales que constituyen garantías de operaciones hipotecarias. Casi de forma independiente de su naturaleza la valoración de los préstamos con garantías reales presenta aun ciertas lagunas que los modelos usados son susceptibles de mejora.

El presente trabajo pretende revisar los criterios metodológicos para la medición del riesgo de crédito para de este modo construir una propuesta metodológica de valoración de activos financieros con garantías reales coherente. Se trata pues de combinar la medición del riesgo crediticio de los prestatarios, el impacto de la aportación de garantía en la financiación y la estimación del comportamiento de las mismas en el tiempo como factor determinante en el valor del préstamo y por tanto en el precio del mismo tanto en origen como durante su vida.

Finalmente se proponen usos alternativos de los propios modelos para la discriminación positiva de préstamos que podría ser uno de los pilares de la banca en el futuro en la que la desintermediación bancaria pasa de ser una amenaza a una realidad. En la actualidad hay ciertos factores que han cobrado gran protagonismo en la concesión de financiación. La información disponible sobre los hábitos de consumo gana terreno a gran velocidad por ejemplo en el ámbito de la financiación a personas. La explotación de datos de balance tradicional se complementa con nueva información que la tecnología abre en el conocimiento de los diferentes agentes económicos.

La estimación de la volatilidad de las garantías financieras es sin duda un pilar en la valoración de préstamos con garantías reales y la información disponible es cada vez mayor.

## Tabla de Contenidos

Capítulo 1. Introducción: los préstamos con garantía real en la escala del pasivo empresarial.....	1
Vehículos de captación de capital.....	7
Acciones Ordinarias .....	8
Acciones Preferentes .....	9
Vehículos de captación de financiación .....	9
Préstamos.....	13
Préstamos con garantía real .....	14
Préstamos sin garantía real .....	20
Préstamos participativos .....	23
Capítulo 2. Modelos de valoración de tipos de interés .....	25
Enfoque de TIR.....	27
Enfoque de curva cupón cero .....	29
Bootstrapping iterativo .....	29
Métodos Econométricos .....	31
Método de McCulloch.....	36
Método de Vasicek & Fong.....	40
Método de Nelson & Siegel.....	41
Método de Svensson.....	46
Capítulo 3. Modelos de valoración de riesgo de crédito .....	48
Aspectos relevantes en la evaluación del riesgo crediticio.....	48
Estimación de los parámetros de solvencia .....	53
Estimación de probabilidad de default a partir de CDS .....	53
Simulación del tiempo a default de una compañía.....	63
Capítulo 4. Modelos de valoración de préstamos.....	68
Préstamos sin garantía real .....	72
Préstamos con garantía real .....	72
Modelo basado en valores sostenibles en el tiempo.....	73
Propuesta metodológica.....	78
Estudio de las garantías inmobiliarias del mercado español .....	92
Modelo de Vasicek.....	100
Valoración de préstamos non performing .....	101
Solución paramétrica prestamos non performing o Bullet .....	106
Valoración de préstamos performing .....	108
Solución numérica prestamos performing.....	109
Análisis de sensibilidad de parámetros.....	113
Criterios de discriminación positiva.....	118
Optimización del capital en el negocio financiero.....	119
Lista de referencias .....	122
Apéndice 1: volatilidad y velocidad de reversión (GARCH(1,1)) por provincias .....	125
Anexo 1 .....	126

	vii
Activos de renta fija .....	126
Depósitos .....	126
Letras y pagarés .....	127
Bonos con cupón fijo.....	128
Bonos cupón cero o strips.....	128
Bonos flotantes.....	129
Floating Rate Notes.....	129
Reverse Floating Rate Note .....	131
Collared Floating Rate Note .....	132
Bonos Estructurados.....	134
Bonos convertibles .....	135
Vehículos derivados/estructurados de captación de financiación.....	137
Repos .....	137
Titulizaciones.....	138
CLN.....	141
CDO.....	144
Vita: Roberto Knop Muszynski .....	153

## Lista de Ilustraciones

Ilustración 1: prelación de deuda en banca .....	11
Ilustración 2: modelo binomial .....	20
Ilustración 3: curvas de tipos de interés .....	27
Ilustración 4: relación precio -TIR.....	28
Ilustración 5: estados de solvencia.....	55
Ilustración 6: función de solvencia .....	59
Ilustración 7: solvencia en el tiempo.....	61
Ilustración 8: tiempo a default .....	65
Ilustración 9: valor de mercado a futuro .....	76
Ilustración 10: proyección de valores futuros.....	77
Ilustración 11: valor medio futuro .....	78
Ilustración 12: estimación VMF .....	81
Ilustración 13: evolución precios vivienda Madrid .....	82
Ilustración 14: variación precios Madrid .....	83
Ilustración 15: volatilidad precios Madrid .....	83
Ilustración 16: histograma retornos precios Madrid .....	84
Ilustración 17: volatilidad Garch Madrid.....	85
Ilustración 18: tipos hipotecarios y Swaps.....	86
Ilustración 19: proyección valores futuros.....	89
Ilustración 20: volatilidad/reversión media/población.....	98
Ilustración 21: sensibilidad tipos interés y colateral .....	115
Ilustración 22: sensibilidad valor colateral.....	115
Ilustración 23: sensibilidad tipos de interés .....	116
Ilustración 24: sensibilidad volatilidad y plazo .....	116
Ilustración 25: sensibilidad volatilidad .....	117
Ilustración 26: sensibilidad plazo .....	117
Ilustración 27: titulización.....	138
Ilustración 28: CDO .....	146
Ilustración 29: CDO sintético .....	148
Ilustración 30: estructuración tramos CDO.....	149
Ilustración 31: emisión CDO .....	151

**Lista de Tablas**

Tabla 1: modelos de estructura de capital .....	5
Tabla 2: valores de deuda y opciones .....	16
Tabla 3: históricos de precios vivienda Madrid.....	82
Tabla 4: valor de mercado inmobiliario a futuro .....	90
Tabla 5: precios vivienda Madrid .....	94
Tabla 6: análisis volatilidad, velocidad, población.....	97

## **Capítulo 1. Introducción: los préstamos con garantía real en la escala del pasivo empresarial**

El objetivo de esta tesis es abordar uno de los diversos vehículos de financiación empresarial. Dentro de los mecanismos de financiación externa, los préstamos ocupan un lugar de relevancia en la escala de pasivos empresariales y aquellos que cuentan con garantía real, su protagonismo es aún mayor. En este tipo de operaciones de financiación confluyen los tres riesgos financieros más relevantes:

- Riesgo de tipo de interés
- Riesgo de crédito
- Riesgo de la garantía

Los tipos de interés, la situación de crediticia y el valor de la garantía en el futuro están sometidos a incertidumbre, inducida por factores estocásticos impredecibles en el momento de la concesión de la financiación. Su evolución en el tiempo es por tanto fuente de incertidumbre. Quien financia una actividad empresarial que incluye alguna garantía real, se enfrenta a cambios potenciales en las tres variables citadas que hacen incierta la rentabilidad final de la operación. En todo caso, el precio de la financiación debe aspirar a realizar la mejor estimación posible de la evolución de estas variables y del riesgo que conllevan. En cualquier instrumento financiero, su precio debe reflejar necesariamente el coste de la cobertura de sus riesgos con la mejor información disponible, si bien los asociados a un componente aleatorio no podrán ser otra cosa que asumidos y compensados por dicho precio. La eliminación por completo de todos los riesgos, por ejemplo con instrumentos derivados debería situar la rentabilidad de la operación en cero. Obviamente al

rentabilidad, sin riesgo no existe. Por tanto, el pricing de un préstamo debe ser aquel que compense los riesgos potenciales asumidos.

Este trabajo tiene como objetivo fundamental analizar, cuantificar y poner precio al riesgo asociado al valor de las garantías, si bien en los primeros capítulos se analizaran los aspectos fundamentales del riesgo de tipo de interés y crédito, como antesala a la valoración de préstamos con garantía real cuyo foco principal será el análisis de la misma a lo largo del tiempo.

Los activos financieros a través de los que los inversores pueden llevar a cabo sus estrategias tienen origen aparentemente heterogéneo, pero en última instancia la génesis acaba siendo muy común. Los mercados financieros, punto de encuentro de agentes excedentarios y deficitarios de recursos, redirigen las necesidades de los inversores con los agentes demandantes de financiación. La formalidad será mayor o menor pero la esencia es la misma. Familias en primera instancia se financian o invierten en virtud de su capacidad de generación de ingresos, del consumo que realizan y de su capacidad de ahorro. Las empresas, de igual modo interrelacionan las primeras suministran financiación (en el caso de las financieras, especialmente) y obteniendo financiación de todo en entorno. Los pasivos de familias o empresas se constituyen en esencia así, en aquellos activos financieros que toman forma y cuerpo propio a través de vehículos con forma regulada e incluso objeto de negociación. Puede resultar más evidente la estructura de financiación alternativa de las empresas que a través de recursos propios o ajenos emprenden sus actividades. Puede resultar más natural esta perspectiva en la que básicamente la estructura de capital viene determinada por la combinación de los diferentes recursos utilizados por la empresa para financiar sus inversiones. De forma general podemos referirnos a tres grandes fuentes de financiación:

- la emisión de acciones (interna)

- beneficios retenidos (interna)
- el endeudamiento (externa)

Una de las principales funciones y decisiones financieras en las organizaciones está relacionada con la financiación y dentro de esta lo más relevante es la definición de la estructura de financiación de la organización, la estructura es la composición de pasivo y el patrimonio que la organización utiliza para realizar sus operaciones, es entonces la suma de recursos financieros que se utilizan para el desarrollo de las diferentes inversiones.

La estructura financiera es la financiación total provista por varios recursos de fondos, agrupados como capital propio, deuda a corto plazo y deuda a largo plazo (Hall, Hutchinson, & Michaelas, 2000). Modigliani y Miller en 1958 propugnaron que, bajo determinadas hipótesis, la elección de la política financiera era irrelevante para el valor de las empresas, negando así la existencia de una estructura de capital óptima. A partir de ese momento se suceden los trabajos que defienden la existencia de una ratio de endeudamiento óptimo, tratando de explicar cuáles son sus factores determinantes. Posteriormente en 1963 los mismos autores reconocen que su teoría puede ser afectada por la existencia del impuesto sobre los resultados financieros, concluyendo que la rentabilidad de la empresa y de los accionistas crece cuando se aumenta el nivel de endeudamiento.

En 1977 Miller señalaba que no sólo afectan los impuestos en los resultados financieros, sino también por el gravamen a rendimientos percibido por los accionistas concluyendo entonces que al considerar los dos impuestos existe un único nivel óptimo de endeudamiento. (Otero González, Fernandez Lopez, & Vivel Bua, 2007).

A medida que aumenta la financiación externa es decir la deuda, en relación con el patrimonio y en general el capital, aumenta la posibilidad de que la empresa no pueda pagar a sus acreedores.

Así entonces hay un factor positivo y es el ahorro fiscal en la medida que crece la deuda, pero hay un coste oculto que igualmente crece y es el de la insolvencia. Miller y Meckling exponen en los años 1976 y 1977 una teoría con estos argumentos concluyendo que la definición de la deuda puede estar determinada por los costes de la quiebra.

Lo expuesto anteriormente se denomina la teoría del *trade-off* o equilibrio estático, teoría que sugiere que la estructura financiera óptima de las empresas queda determinada por la interacción de fuerzas competitivas que presionan sobre las decisiones de financiamiento. Estas fuerzas son las ventajas impositivas del financiamiento con deuda y los costos de quiebra. Por un lado, como los intereses pagados por el endeudamiento son generalmente deducibles de la base impositiva del impuesto sobre la renta de las empresas, la solución óptima sería contratar el máximo posible de deuda. Sin embargo, por otro lado, cuanto más se endeuda la empresa más se incrementa la probabilidad de enfrentar problemas financieros, de los cuales el más grave es el de la quiebra.

Es importante comentar que la teoría del *trade-off* no tiene un autor específico, ya que esta teoría agrupa a todas aquellas teorías o modelos que sustentan que existe una mezcla de deuda – capital óptima, que maximiza el valor de la empresa, que se produce una vez que se equilibren los beneficios y los costos de la deuda.

La teoría del *trade-off* no puede explicar el por qué empresas con mucha rentabilidad optan por financiarse con fondos propios y no usan su capacidad de deuda, o el por qué en naciones donde se han desgravado los impuestos o se reduce la tasa fiscal por deuda las empresas optan por alto endeudamiento, por lo tanto todavía no existe un modelo que logre determinar el endeudamiento

óptimo para la empresa y por ende a mejorar la rentabilidad financiera desde la óptica de la estructura financiera.

A manera de resumen se anexa un cuadro propuesto por Rivera Godoy en 2008 que expone los modelos teóricos sobre la estructura de capital que llevan a concluir que el valor de la empresa y por consiguiente su rentabilidad se puede elevar al lograr una relación ideal de deuda – capital.

Tabla 1: modelos de estructura de capital

<b>Modelo teórico sobre la estructura de capital</b>	<b>Valor de la empresa endeudada <math>V_i</math></b>
Miller y Modigliani (1963), incluyen los impuestos de sociedades, concluyendo que genera una ventaja fiscal por deuda $tD$	$V_i = V_u + tD$
Deangelo y Masulis (1980), muestran que existen otros ahorros distintos a la deuda por lo que $tD$ se convierte en $tD_n$	$V_i = V_u + tD_n$
Altman (1984) y Kim (1978) consideran los costos de quiebra en función del endeudamiento $Q(D/V)$	$V_i = V_u + tD_n - Q\left(\frac{D}{V}\right)$
Jensen y Meckling (1976) contemplan la relación entre financiación y costes de agencia $A_d + A_s$	$V_i = V_u + \left[ tD_n - Q\left(\frac{D}{V}\right) - (A_d + A_s) \right]$
Ross (1977), Ravig y Sarig (1991) y Meckling (1976) muestran que en escenario de información asimétrica emitir deuda $S_d$ es señal positiva frente a acciones $S_s$ .	$V_i = V_u + \left[ tD_n - Q\left(\frac{D}{V}\right) - (A_d + A_s) + (S_d + S_s) \right]$

t: tasa del impuesto de sociedad, D: valor de la deuda, V: valor de la empresa,  $tD_n$ : ventaja impositiva por la deuda reducida de protecciones fiscales alternas.  $Q(D/V)$  costes financieros asociados a ratio de endeudamiento,  $A_d$ : costes por emisión de deuda,  $A_s$ : costes por emisión de acciones,  $S_d$ : impacto por emisión de deuda,  $S_s$ : impacto por emisión de acciones,

El objetivo de maximizar el valor de mercado de la empresa supone encontrar la combinación de fondos propios y deuda que minimiza el coste de capital de dicha empresa. Los estudios y aportaciones sobre la estructura de capital pueden agruparse entre aquellos cuyo objetivo es maximizar la riqueza de los accionistas y aquellos basados en las teorías directivas y que se plantean en términos de la maximización de la utilidad de los directivos.

La hipótesis de partida es que el objetivo único de los distintos agentes es maximizar el valor de la empresa, el cual dependerá, a su vez, del valor de mercado de la deuda y del valor de mercado de los fondos propios:

$$V = S + D$$

V: Valor de mercado de la empresa

S: Valor de mercado de los fondos propios, distinto de su valor contable

D: Valor de mercado de la deuda que suele coincidir con su valor nominal salvo situaciones de insolvencia

Si la empresa se financiara únicamente con acciones, todos los flujos de tesorería generados por sus activos corresponderían a los accionistas. Sin embargo, si la empresa emite tanto deuda como capital propio entonces se compromete a separar los flujos de caja mencionados en dos corrientes. Una primera corriente relativamente segura que se destina a los titulares de deuda y otra, con mayor riesgo, que corresponde a los accionistas.

$$\bar{X} = E + iD \quad (1)$$

*X: beneficio económico esperado por la empresa*

*E: beneficio disponible para los accionistas*

*iD: intereses pagados a los titulares de deuda*

Para determinar el valor de la empresa en el mercado será necesario actualizar la corriente de beneficios correspondiente a los acreedores y a los accionistas de forma que:

$$D = iD/K_i$$

$$S = E/K_e$$

Donde  $K_i$  y  $K_e$  representan respectivamente, la tasa de descuento que utilizan los acreedores y accionistas para estimar el valor de su corriente de beneficios. Si denominamos  $K_0$  a la tasa de descuento media que los inversores utilizan para estimar el valor global de la empresa y que por lo tanto refleja el riesgo de la corriente total de beneficios, independientemente de quien los recibe, podemos escribir:

$$V = \frac{\bar{X}}{K_0} = \frac{X - iD}{K_c} + \frac{iD}{K_i} \quad (2)$$

### **Vehículos de captación de capital**

Como ya se comentó previamente una empresa posee diversas fuentes de financiación. La propia y la externa, al margen de la proveniente de los beneficios generados en ejercicios anteriores. En definitiva, la aportación de capital y el nivel de endeudamiento son las fuentes básicas además de los resultados. Si bien este trabajo está enfocado en la según vía y especial en la financiación vía préstamos con garantía, no se debe olvidar que debe existir un equilibrio entre estas dos fuentes. La Regla del Equilibrio Financiero Mínimo indica que los capitales utilizados para financiar un

determinado activo o inversión, deben permanecer a disposición de la empresa durante un periodo al menos igual a la duración del bien adquirido con ellos. Es decir, el plazo de reembolso de la deuda debe ser paralelo al periodo de recuperación de la inversión.

La aportación de capital se suele instrumentar fundamentalmente por la compra de acciones de dos tipos.

Acciones comunes u ordinarias:

Acciones preferentes

Las acciones conllevan una serie de derechos políticos y económicos:

Derechos políticos:

1. Derecho de asistencia y voto en las Juntas Generales
2. Derecho de información

Derechos económicos:

1. Derecho al reparto de dividendos
2. Derecho de suscripción preferente
3. Derecho a la cuota de liquidación

### **Acciones Ordinarias**

Esencialmente este tipo de acciones dan derecho al titular a recibir parte de los beneficios en forma de dividendos, recibir la parte proporcional que le corresponda en caso de liquidación de la empresa, la suscripción preferente de nuevas acciones e incluso obligaciones convertibles en acciones, realizar acto de presencia en la Junta General de Accionistas y proceder a su voto sobre los distintos aspectos que afecten a los acuerdos sociales de la misma.

## **Acciones Preferentes**

Las acciones preferentes son instrumentos complejos, donde los dividendos a los que se tiene derecho están predeterminados y, normalmente condicionados a la obtención de resultados positivos. Según el tipo de contrato el dividendo puede ser acumulativo en caso de obtener pérdidas durante el ejercicio.

Una de las ventajas de estas acciones es que en caso de liquidación de la empresa (que desaparezca la empresa y se vendan sus activos para cubrir las deudas contraídas) los poseedores tienen prioridad frente a los ordinarios en el cobro, por delante de los preferentes siempre están los acreedores comunes. El valor de liquidación de las acciones puede estar prefijado o condicionado al valor de las acciones ordinarias.

La desventaja de este instrumento es que no dispone de un mercado secundario organizado (no cotizan en bolsa) donde poner a la venta, por lo que su liquidez es bastante limitada. Además no tienen derecho a voto en las asambleas de la empresa.

## **Vehículos de captación de financiación**

Los agentes demandantes captan financiación a través de diversos activos de renta fija. Se pueden realizar muchas clasificaciones de los activos de renta fija que permiten la captación de deuda. En esta ocasión se propone una clasificación en función de los 3 tipos de agentes habituales de captación de deuda:

- Familias
- Empresas no financieras
- Empresas financieras
- Estados

En muchas ocasiones los vehículos son utilizados por más de un tipo de agente. A continuación se presentan los vehículos y más adelante se realizará la asignación correspondiente.

Podemos establecer distintas clasificaciones de los bonos atendiendo a diferentes criterios.

En base al carácter del emisor, la deuda puede ser:

### **Pública**

- Letras del Tesoro. Deuda de menor plazo, entre 3 y 18 meses.
- Bonos del Estado. Tiene un plazo medio, entre 2 y 5 años.
- Obligaciones del Estado. La de mayor plazo, entre 10 y 15 años.

### **Privada**

La deuda privada se segmenta en función del sector de actividad, resultando distintos tipos de deuda.

- Financiera, deuda de entidades del sector financiero.

La más común es la deuda bancaria, las emitidas por entidades financieras con el fin de captar liquidez a cambio de ofrecer una rentabilidad durante un plazo determinado. Podemos hablar de distintos tipos de bonos en función de su calidad, es decir, de su posición en el orden de prelación, incidiendo en una discriminación por rating y por tanto en costes como se observa en la ilustración

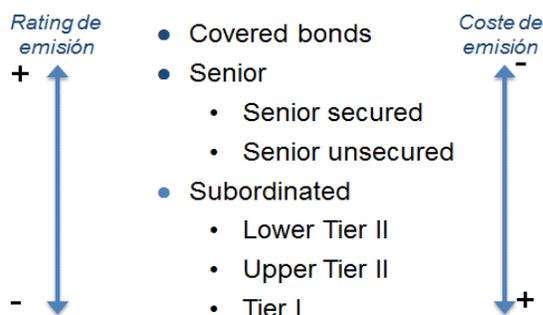


Ilustración 1: prelación de deuda en banca

- Corporate, deuda de empresas del resto de segmentos

Utilities. Eléctricas, gasísticas, transportes, telefónicas,...

Industrials. Compañías de automoción, consumo cíclico, bienes de capital, industria básica, telecomunicaciones, tecnología,....

Dentro de la deuda privada podemos distinguir:

- Según garantía que la respalda:
  - deuda garantizada (secured debt), cuando la deuda tiene como colateral algún activo de la compañía.
  - deuda no garantizada (unsecured debt), el titular de la deuda no tiene derechos sobre los activos de la compañía.
- Según entorno de negociación
  - negociación privada (private debt), contratos privados con una o más entidades de crédito, préstamos, préstamos sindicados, líneas de crédito, ...
  - negociación pública (public debt), contratos de deuda que son negociables libremente en mercados secundarios, bonos, papel comercial, ...

En cuanto a vehículos de captación de financiación podemos distinguir las 4 siguientes categorías sobre las que se desarrollará esta tesis:

- **Activos de renta fija (bonos en sus diversos formatos).**
- **Préstamos con y sin garantía real.**
- **Vehículos derivados estructurados de financiación**

En Anexo 1 se recogen los principales activos de renta fija y sus características más relevantes.

## **Préstamos**

Si la captación de la financiación tiene un carácter bilateral en una relación directa entre ambas partes, se constituye un préstamo con sus condiciones particulares. A diferencia de un activo de renta fija o bono que se concibe en un mercado primario para su lanzamiento al mercado mayorista como plataforma previa al entorno de negociación posterior en el mercado secundario, los préstamos no se conciben con esa perspectiva si bien en última instancia pueden ser canalizados a través de vehículos o carteras a un ámbito de negociación secundaria. Justamente la valoración de préstamos cobra especial trascendencia en este contexto. El proceso de ajuste de capital en la banca ha pasado en los últimos años por evacuar aquellos préstamos que por su estatus en los balances bancarios resultaban costes de mantener.

Las principales características de los préstamos para su clasificación están vinculadas a:

- Términos financieros (tipo de interés, tipo de amortización/posibilidad de disposición, calendario de pagos de intereses)
- Tipología del préstamo (consumo, hipotecario, corporate, líneas de crédito, etc).
- Situación crediticia (performing, morosos, fallidos, etc).

La valoración de préstamos debe tener en consideración varios aspectos que serán abordados en las próximas páginas. Destacan fundamentalmente dos

- Solvencia del acreditado (y posibles avalistas)
- Existencia de garantías reales

## **Préstamos con garantía real**

Activos financieros en los que los pagos del principal e intereses están respaldados en última instancia por garantías reales que serían ejecutadas en caso de incumplimiento en forma o tiempo de dichos pagos. Los aspectos más relevantes son

-Importe

-Plazo.

-Tipo de amortización

-Tipos de interés

-Tipo de interés de demora.

-Carencias.

-Tipos de garantías: hipotecarias sobre bienes inmuebles: residenciales, comerciales y suelo), prendas de efectivo, prendas de derechos de crédito, prenda de valores

A lo largo de la vida del préstamo se añadirán aspectos como

Solvencia patrimonial.

Situación de (im)pago.

Para identificar la naturaleza de una garantía real o colateral, resulta útil partir de un préstamo sin garantía real, asumiendo que además está libre de riesgo. Obviamente este préstamo sería equivalente a un préstamo con riesgo más una garantía

$$\textit{Préstamo libre riesgo} = \textit{Préstamo con riesgo} + \textit{Garantía} \quad (3)$$

En cualquier caso, la propia garantía puede presentar algún tipo de riesgo. Una garantía puede verse como una opción de venta (put). Una put le otorga a quien la tiene el derecho a vender un activo a precio especificado en una fecha determinada. Una garantía es una put sobre los activos de la compañía con un precio de ejercicio o put igual al valor facial de la deuda.

Consideramos  $V$  el valor de una compañía y  $F$  el valor facial de la deuda. Por simplicidad asumamos que no hay pagos de cupón y que la deuda es bullet en una fecha determinada.

También consideramos una compra de put por parte del prestamista sobre activos de la empresa que sean líquidos y/o altamente correlacionados con los activos de la compañía (Babbel 1989) con un precio de ejercicio  $F$ .

Hay dos escenarios posibles; en los que el valor de la compañía puede situarse por debajo o por encima de  $F$

Si  $V$  es mayor que  $F$  cabe esperar el cobro total de la deuda y la put no se ejercerá

Si  $V$  es menor que  $F$ , la put se ejercerá con un valor neto  $F-V$  y el prestamista recibirá  $F$  por unos activos que valen  $V$ . También cuando  $V$  es mayor que  $F$  el valor del bono con riesgo es  $F$ . Pero cuando  $V$  es menor que  $F$ , el valor del bono es  $V$  en la medida en la que los acreedores tienen prioridad sobre los activos. En cualquier caso, si el valor de una empresa es menor que su deuda los inversores de deuda junior tendrán escaso incentivo a hacer un seguimiento de dicha deuda en la medida en la cual el potencial de ganancia es muy limitado por una eventual mejora de la situación de dicha empresa. Al mismo tiempo la deuda senior podría ser pagada y los activos de la sociedad consumidos.

Por definición, el valor de un bono libre de riesgo es  $F$

La diferencia entre un bono con riesgo y otro que lo tiene es el valor de la opción put

Tabla 2: valores de deuda y opciones

	V>F	V<F
Valor de deuda con riesgo	F	V
Valor de la put	0	F-V
Valor deuda sin riesgo	F	F

Por lo que podemos definir:

$$\text{Préstamo con riesgo} = \text{Préstamo sin riesgo} - \text{Put} \quad (4)$$

También sabemos que:

$$\text{Préstamo con riesgo} = \text{Préstamo sin riesgo} - \text{Garantía} \quad (5)$$

De esto se puede inferir que el valor de la garantía se puede obtener estimando el valor de la put. Ciertamente es que aparentemente el valor de la garantía se puede estimar como el valor presente de los flujos provenientes de la garantía. En realidad esto no es posible porque el valor de la garantía cambia en el tiempo en virtud de ciertos parámetros. En ese sentido, el valor de la opción es sensible a tales factores como el tiempo al vencimiento, la volatilidad del subyacente, su propio valor así como las demandas de accionistas o inversores de otros tramos de deuda. Para capturar el efecto que tiene el tiempo y los demás factores en la garantía, un modelo específico debe ser parametrizado. La utilización del método de valor presente tiene sus limitaciones por la incierta tasa de descuento a utilizar para las eventuales reclamaciones contingentes que pudieran surgir.

En este contexto el Modelo de Black Scholes es una alternativa a la solución del problema. La garantía es valiosa para el prestamista porque si el prestatario incumpliese sus obligaciones, dicha garantía sería ejecutada. En la medida en la cual el prestamista tiene el derecho a vender la deuda a un precio preestablecido la garantía es una opción put. Dicha opción puede tener diferentes subyacentes (bonos, acciones, divisas, commodities, etc) y otorga a su poseedor a vender el activo a un precio determinado (llamado precio de ejercicio) durante o en una fecha preestablecida. Será una opción Europea si el ejercicio sólo es posible a vencimiento. Las opciones Americanas son aquellas opciones en las que el ejercicio sólo es posible durante toda la vida de la misma. El comprador no asume una obligación sino un derecho por el cual paga una prima pactada. Por dicha prima, por tanto se obtiene el derecho a cobrar, lo que se conoce como PayOff o resultado de ejercicio de la opción. Para determinar el valor de dicha prima a principios de los 70 Robert Merton, Fischer Black y Myron Scholes desarrollaron un modelo cuya divulgación ha sido trascendental en los mercados financieros para la valoración de opciones sobre activos financieros. El modelo de Black-Scholes replica el valor de la opción a través de una cartera construida sobre la base de acciones en las que está denominada la opción y bonos libres de riesgo que generan una rentabilidad determinada. El modelo tiene su origen en la física, describiendo el comportamiento de partículas “pesadas” en un entorno de otras pequeñas con las que colisiona de forma aleatoria. Estas colisiones van moviendo suavemente a la partícula mayor; la dirección y magnitud son aleatorias e independientes de otras colisiones, pero la naturaleza de esta aleatoriedad no cambia entre las distintas colisiones. Es decir, cada choque es un evento aleatorio independiente e idénticamente distribuido (normalmente).

El modelo tiene una serie de premisas:

1. Los mercados funcionan sin costes de transacción ni impuestos.
2. Los valores que se negocian son infinitamente divisibles y se puede operar continuamente.
3. El tipo de interés libre de riesgo es conocido y constante a lo largo del tiempo.
4. Los inversores pueden prestar y endeudarse al tipo libre de riesgo.
5. No existe limitación para la venta en descubierto. El precio de la acción es una variable aleatoria en tiempo continuo cuya tasa de rendimiento instantánea sigue un proceso de media y varianza constantes que da lugar a una distribución lognormal. Variaciones relativas del precio son igualmente probables sobre la media.  $Ln\left(\frac{S_0}{S_t}\right) \rightarrow N(\mu T, \sigma^2 T)$

De tal modo que el modelo de evolución del subyacente es:

$$Ln\left(\frac{S_0}{S_t}\right) = (r - q)T - \left(\frac{\sigma^2}{2}T\right) + \sigma\sqrt{t}N \quad (6)$$

en donde:

N: normal con media  $\approx (r-q)$  y varianza  $\sigma^2 T$

Bajo estas premisas, el modelo queda definido como:

$$Call = Se^{-qt}N(d_1) - Ke^{-rt}N(d_2) \quad (7)$$

$$Put = -Se^{-qt}N(-d_1) + Ke^{-rt}N(-d_2) \quad (8)$$

Si asumimos que los accionistas tienen una opción de compra sobre los activos empresariales cuyo precio de ejercicio son todos los pagos de la deuda en cada momento, los pasivos empresariales pueden analizarse como opciones reales.

De este modo se tiene:

$$V = C + D - P \quad (9)$$

V: valor de la empresa

C: opción de compra que tienen los accionistas

D: valor de la deuda sin riesgo

P: opción de venta que tienen los accionistas sobre el valor de la empresa con Strike igual a los pagos de deuda en cada momento.

Bajo estas premisas, se asume que los accionistas dos alternativas:

Adquirir la empresa pagando las deudas

Abandonar la empresa, dejándola en manos de acreedores

Esto último ocurrirá cuando la empresa valga menos que la deuda.

Las mayores limitaciones de este modelo están asociados a la necesidad de disponer parámetros de difícil observación:

- Valor empresarial
- Varianzas del rendimiento empresarial

Si la deuda estuviera colateralizada con garantías reales, como pueden ser activos inmobiliarios, el modelo funciona con mayor eficiencia.

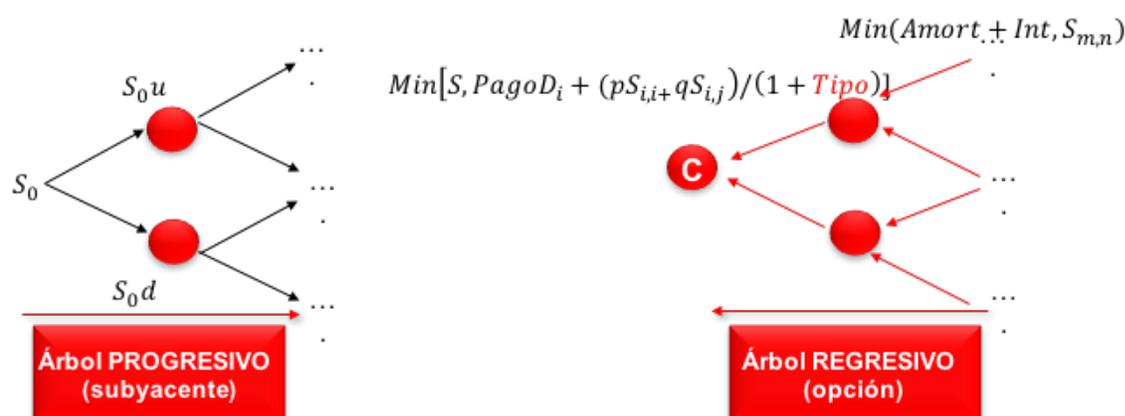


Ilustración 2: modelo binomial

### Préstamos sin garantía real

En los préstamos sin garantía real deberá quedar debidamente acreditada la capacidad de repago de la operación en base a la generación ordinaria de recursos del acreditado, incorporando justificación clara de la misma en dicho informe.

El análisis se debe fundamentar en tres ejes:

#### 1) Ingresos

Para personas físicas por cuenta ajena, se valorará la fuente de ingresos (empresa, desempleo, pensión...), el tipo de contrato, la antigüedad y la fuente de obtención de los datos. Para autónomos existen unas fichas sectoriales como ayuda al análisis en función del sector, donde se incluyen la estructura porcentual de la cuenta de resultados, plan de inversión y plan de financiación estándar, etc.

#### 2) Patrimonio

Hay que valorar el tipo de patrimonio, participación en la propiedad y posibles cargas.

### 3) Compromisos de pago

Hay que considerar: el importe pendiente, la anualidad y el tipo de deuda así como otros compromisos (pensión compensatoria, alquiler, cuotas externas, etc).

En el análisis del perfil del cliente se tienen en cuenta variables cualitativas y variables cuantitativas:

#### 1) Variables cualitativas:

En el caso de personas físicas, hay que valorar aspectos no cuantificables que definen el perfil socioeconómico y laboral del cliente y su historial crediticio en la entidad así como su estabilidad o inestabilidad en su capacidad económica.

En el caso de personas jurídicas, hay que valorar aspectos relativos a la tipología de la empresa, su composición/accionariado y sector de actividad en el que opera así como también su historial crediticio en la entidad.

En cuanto al endeudamiento del cliente, se debe valorar que el endeudamiento está dentro de los porcentajes admisibles por Políticas de Riesgos, valorando la renta disponible del acreditado y su estabilidad económico-laboral (tipo de contrato, antigüedad, desempleo, rentas capital inmobiliario, etc.).

En el caso de autónomos servirá de apoyo en la valoración de los ingresos del titular tanto las proyecciones como las fichas sectoriales disponibles. Las proyecciones y las fichas sectoriales

acreditarán los ingresos potenciales por proyectos, contratos, incremento de la facturación, facilitando la comparativa con el mercado en la actividad desarrollada y las peculiaridades del sector.

## 2) Variables cuantitativas:

En el caso de personas físicas, debe analizarse la relación de bienes e ingresos de los titulares y su capacidad de endeudamiento. En el caso de personas jurídicas, deben analizarse sus principales estados financieros, incluyo el estado de flujos de tesorería.

Se trata de analizar la finalidad de la operación, la modalidad de operación solicitada (préstamo, cuenta de crédito, descuento, tarjetas, avales), el importe solicitado en relación al importe de la inversión, y la cuota/plazo de la operación.

Todo ello analizado en el Marco de las Políticas de Riesgo de la Entidad y observando la información procedente de datos internos y fuentes externas.

Finalmente, el analista adoptará una valoración con los motivos debidamente explicados y justificados y con independencia de cuál sea la resolución del Scoring.

## **Préstamos participativos**

Se tratan de instrumentos de financiación intermedios entre el capital (participación en fondos propios) y el préstamo a largo plazo. Los préstamos participativos son préstamos en los que se estipula que el prestamista-financiador, además de la remuneración ordinaria a través de intereses, obtiene una remuneración dependiente de los beneficios obtenidos por el prestatario obtenidos por el prestatario financiado.

Existen dos tipos de intereses:

Interés fijo, independiente de la actividad de la empresa prestataria

Interés variable, determinado en función del beneficio neto, volumen de negocio o cualquier otro elemento que acuerden las partes.

Suelen ser fuente de financiación a largo plazo, de entre cinco y diez años.

Las partes contratantes pueden acordar una cláusula penalizadora para el caso de amortización anticipada del capital. En cualquier caso, dicha amortización anticipada debe compensarse con fondos propios.

El prestatario sólo podrá amortizar anticipadamente el préstamo participativo si dicha amortización se compensa con una ampliación de igual cuantía de sus fondos propios.

Préstamos subordinados: en orden a la prelación de créditos se situarán después de los acreedores comunes. Se consideran patrimonio contable a los efectos de reducción de capital y liquidación de

sociedades, previstas en la legislación mercantil. De acuerdo con el Real Decreto Legislativo 4/2004, de 5 de marzo, todos los intereses pagados son deducibles del IS. Respecto a un préstamo tradicional se distingue por tener Plazos de amortización y carencia más amplios Respeto más los ciclos económicos de las empresas, acomodando el pago a los resultados de las mismas.

Por su carácter subordinado, es asimilable a los recursos propios de la empresa a la hora de valorar su solvencia financiera. La única garantía exigida es la solvencia del proyecto empresarial y del equipo gestor.

Respecto al capital riesgo no se interfiere en la propiedad de la empresa. El préstamo posibilita la financiación de la empresa sin la participación de terceros en la gestión y control de la misma. Los intereses son fiscalmente deducibles Se eliminan los procesos de valoración y desinversión. Las principales ventajas radican en el hecho de que está diseñado para financiar proyectos empresariales en las diferentes etapas de la vida de las empresas. La cuantificación de los intereses se condiciona a los resultados empresariales. Adecua el pago en función de la evolución de la empresa. Los gastos financieros son fiscalmente deducibles de la base imponible del impuesto de sociedades

Evita la cesión de la propiedad de la empresa, la participación de terceros en la gestión o la posible entrada de socios hostiles

Refuerza la estructura financiera de la empresa considerando su patrimonio neto. El carácter subordinado permite incrementar la capacidad de endeudamiento. Por el contrario, El plazo de amortización y carencia son más elevados

## Capítulo 2. Modelos de valoración de tipos de interés

El precio del dinero representado por los tipos de interés que en una estructura temporal discrimina en virtud de plazos para cada prestatario, aglutina muchas variables en sí misma. El tipo de interés real, la estimación de la inflación y el valor o spread de crédito nutren el tipo de interés a un plazo para un prestatario determinado. Podemos decir por tanto que en el tipo de interés confluyen todas esas variables que deben reflejar adecuadamente el riesgo asumido en la financiación. Obviamente, cualquier elemento real que añadiese garantía adicional debería ser incluida en la determinación del nivel de tipo de interés debiéndose ajustar a la baja.

La valoración de un activo financiero de forma general, no es más que el valor presente de él ó los flujos de caja que genere a lo largo del tiempo. En su determinación son relevantes:

- Ubicación del flujo/s en tiempo
- Magnitud del flujo/s
- Probabilidad de ocurrencia
- Tipo de interés/ descuento para conocer su valor presente

La relación entre la probabilidad de ocurrencia y el tipo de interés es estrecha. La mayor incertidumbre de generación de flujo debe compensarse con mayor tipo de interés que remunere el riesgo. En definitiva, a menor probabilidad de cumplimiento de las obligaciones de pago el tipo de interés a aplicar, obviamente debe ser mayor y viceversa.

Los modelos de valoración de activos financieros deberán disponer de:

A. Curva de tipos de interés (función de descuento) libre de riesgo y las probabilidades de default (PD), Loss Given default (LGD) del activo a valorar, ó alternativamente

B. Curva de tipos de interés (función de descuento) considerando el riesgo propio del activo a valorar

Ambas vías deben llegar al mismo punto. Partiendo de la premisa de que si al tipo de interés libre de riesgo le añadimos la probabilidad de default del emisor del bono, debe ser igual al tipo de interés del activo con su riesgo correspondiente.

En los mercados financieros las curvas de tipos de interés reflejan los riesgos inherentes a cada emisor de un bono. Sectorialmente, y de forma muy esquemática, habitualmente nos encontraremos con estructuras temporales de tipos de interés o curvas de tipos de interés habitualmente positivas <sup>1</sup> y estructuradas como en la Ilustración 3

---

<sup>1</sup> La curva con pendiente positiva es la más habitual, reflejando mayor riesgo/incertidumbre a mayor plazo. Curvas planas o con pendientes negativas son posibles pero su sostenibilidad en el tiempo suele ser más limitada.



Ilustración 3: curvas de tipos de interés

### Enfoque de TIR

La alternativa a la utilización de una curva cupón cero con riesgo de crédito para el descuento de flujos de caja es, la utilización de una única tasa de descuento de todos los flujos de caja de un bono. Evidentemente, la condición que deberá cumplir es que sea aproximadamente la media ponderada de los tipos cupones cero de tal modo que el valor presente calculado resulte el mismo que el obtenido con la curva completa. El primer criterio asume una curva plana para los distintos plazos por la que se genera una función con pendiente negativa y convexa. Aumentos de la TIR provocan una caída de la variable dependiente (P) aunque cada vez menos intensa en magnitud. La variable dependiente aumenta cada vez más para igual caídas de la TIR.

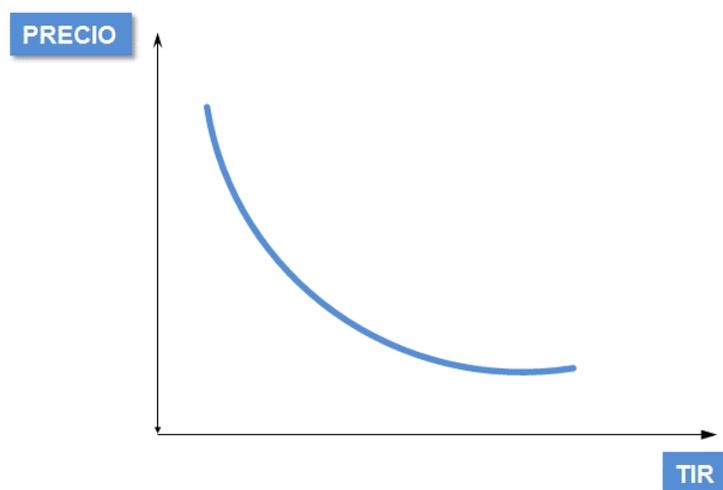


Ilustración 4: relación precio -TIR

El Precio (P) hallado como la suma del valor presente de todos los flujos caja de un bono (cupones y principal) representa el valor de mercado del título considerando los tipos de interés también de mercado. Representa por tanto, la cantidad en porcentaje a pagar por la adquisición del mismo.

Se debe considerar que a pesar de la denominación, la Tasa Interna de Rentabilidad (TIR) considera la reinversión de los cupones y que no es una medida de rentabilidad efectiva a priori. Sólo para bonos sin pagos intermedios de cupón desde el momento de la valoración hasta el vencimiento, se puede asimilar al concepto de rentabilidad una vez que en dichos activos, la rentabilidad es el tipo que satisface la siguiente ecuación:

$$\text{Precio} \times (1 + \text{rentabilidad} \times \text{plazo}) = \text{Principal} + \text{intereses} \quad (10)$$

Las principales ventajas de la TIR son:

1. Criterio financiero
2. Medida única y sencilla

### 3. Comparabilidad de inversiones

Las principales desventajas de la TIR son:

1. Asume reinversión al mismo tipo.
2. Inconsistencia con la estructura real temporal de tipos de interés.
3. Asume mantener la inversión a vencimiento.
4. Modelo estático

#### **Enfoque de curva cupón cero**

Bajo el segundo enfoque, es decir, considerar para el descuento de los flujos de caja la curva de tipos cupones cero que incluyan el riesgo de crédito del emisor calibrado de activos ya existentes en mercado, se pueden utilizar técnicas de bootstrapping o ajuste econométricos

#### **Bootstrapping iterativo**

Esta técnica está basada en:

- a) Información de precios de activos de renta fija
- b) Estimación directa de los tipos cupones cero a partir de los precios de instrumentos con cupones cero.
- c) Estimación recursiva o iterativa para el resto de instrumentos, partiendo de la premisa fundamental por la cual el precio a replicar es siempre el precio al que se cotiza en mercado.

De este modo, para letras o pagarés al descuento tendremos el precio P:

$$P = \frac{100\%}{(1 + z)^{FA}} \quad (11)$$

Obviamente el precio es también factor de descuento, por definición.

Siendo el tipo cupón cero:

$$Z = \left( \frac{100\%}{P} \right)^{\frac{1}{FA}} - 1 \quad (12)$$

Cuando se tengan activos con cupones intermedios, mientras sea posible se actualizarán los mismos interpolando los tipos previamente obtenidos.

En los cupones de vencimiento superior al último tipo cupón cero obtenido de forma directa por la anterior expresión, se actualizarán en una primera iteración con el último tipo disponible.

Una vez que se dispongan de todos los flujos actualizados, excepto el último de la amortización, éste se actualizará aplicando:

$$\text{Precio} = \left[ \sum_{i=1}^{n-1} C_i \times FD_i \right] + (100\% + C_n) \times FD_n \quad (13)$$

$$FD_n = \frac{P - (\sum_{i=1}^{n-1} C_i \times FD_i)}{(100\% + C_n)} \quad (14)$$

*FA= fracción de año*

*FD= factor de descuento*

*P= precio del bono*

*Z= tipo cupón cero*

Obtenido el factor de descuento (consiguientemente el tipo cupón cero) del último flujo del bono, los cupones actualizados al último tipo antes disponible directamente ahora se vuelven a estimar interpolando linealmente entre dicho tipo y el obtenido para el último flujo. La premisa fundamental será replicar exactamente el precio del bono en mercado, actualizando sus flujos a los tipos estimados.

### Métodos Econométricos

Basados fundamentalmente en la creación de una curva ajustada por minimización de errores respecto a una curva de referencia predefinida.

Se denota por  $R_m^t$  al tipo de interés al contado en el momento  $t$  para un pago sin riesgo que se realiza en  $m$

La función de descuento  $d_t(m) = (1 + R_m^t)^{-m} = \frac{1}{(1 + R_m^t)^m}$  es el valor actual (en  $t$ ) de una renta futura

unitaria en  $m$ . En un mundo “coherente” la función de descuento debe ser decreciente con  $d(0)=1$  y  $d(\infty)=0$ .

El tipo forward implícito  $f_{m,j}^t$  es el tipo de interés que se estima en  $t$  que se aplicará entre  $m$  y  $j$ .

Se verifica que

$$(1 + f_{m,j}^t)^{j-m} = \frac{(1 + R_j^t)^j}{(1 + R_m^t)^m} = \frac{d_t(m)}{d_t(j)}$$

De la última expresión se observa que existe una relación entre los tipos de interés de contado, la función de descuento y los tipos forward implícitos. Por tanto, si se determina una estructura, se pueden derivar las otras.

Si se cambia la base de cálculo a continua tenemos

□ Tipos al contado  $r_m^t$

□ Función de descuento  $d_t(m) = \exp(-m \cdot r_m^t) \Leftrightarrow r_m^t = -\frac{\ln(d_t(m))}{m}$

La conversión de los tipos de base continua a compuesta se realiza mediante la relación

$$r_m = \ln(1 + R_m) \Leftrightarrow R_m = \exp(r_m) - 1$$

Se define el tipo forward instantáneo como

$$\varphi_m^t = -\frac{\partial}{\partial m}(\ln d_t(m)) = \frac{\partial}{\partial m}(r_m^t) \quad \varphi_m^t = r_m^t + m \cdot \frac{\partial}{\partial m}(r_m^t)$$

### ***Recordatorio: Valoración de un Bono***

El valor de un bono de cupón anual  $C$  con  $M$  años enteros de vida hasta vencimiento se puede obtener mediante

$$P_t = C \sum_{i=1}^M (1 + R_i^t)^{-i} + 100 \cdot (1 + R_M^t)^{-M}$$

$$P_t = C \sum_{i=1}^M d_t(i) + 100 \cdot d_t(M)$$

- $P_t$  Precio en  $t$  del bono
- $C$  Cupón periódico que paga el bono
- $i$  Plazo entre  $t$  y el pago de cupón
- $M$  Plazo entre  $t$  y el vencimiento del bono
- $R_i^t$  Tipo de interés vigente entre  $t$  y el plazo  $i$
- $d_t(i)$  función de descuento en  $t$  para el plazo  $i$

En un caso más general la expresión es:

$$P_t + cc_t = C \cdot \sum_{i=1}^v (1 + R_{m_i}^t)^{-m_i} + 100 \cdot (1 + R_{m_v}^t)^{-m_v}$$

$$P_t + cc_t = C \cdot \sum_{i=1}^v d_t(m_i) + 100 \cdot d_t(m_v)$$

- $P_t$  precio ex -cupón del bono (cotizado en mercado)
- $Cc$  cupón corrido del bono en  $t$
- $m_i$  tiempo hasta el pago del  $i$ -ésimo cupón
- $v$  número de cupones pendientes de pago

## ***Planteamiento del Problema***

### Solución buscada:

Se debe obtener una estimación para la ETTI que cumpla los siguientes requisitos:

- Amplio conjunto de plazos (si es posible, continuo)
- Suficientemente flexible para poder adoptar las múltiples formas que puede tener la curva.
- Suave, sobretodo en plazos largos.

### Datos Disponibles:

Precios cotizados de un conjunto de  $n$  bonos de deuda pública (se pueden incluir también otros tipos de instrumentos de deuda pública como letras, simultáneas,...)

### Ecuaciones:

Las condiciones que se pueden imponer al modelo son las fórmulas de los precios de los bonos

$$P_k^t + cc_k^t = C_k \cdot \sum_{i=1}^{v_k} d_t(m_{ik}) + 100 \cdot d_t(m_{vk})$$

$$k = 1, \dots, n$$

### Incógnita:

La incógnita del problema es una función  $d_t(m)$ , o en su defecto, un amplio conjunto de valores  $d_t(m_j)$ .

En general el problema tiene muchas más incógnitas que ecuaciones, por tanto no se podrá usar la regresión habitual y raras veces se conseguirá una solución exacta a las ecuaciones.

Alternativa:

Una alternativa para resolver el problema consiste en la modelización de la curva. Se impone una forma funcional a la curva que dependa de un número finito y reducido de parámetros.

Entre estos métodos de modelización destacan:

- Polinómica (Chambers, Carletton, Waldman-1984)
- Splines cúbicos polinómicos (McCulloch-1971, 1975)
- Splines exponenciales (Vasicek, Fong –1982)
- Otras formas funcionales (Nelson,Siegel –1987, Svensson-1994)

El principal inconveniente de estos modelos es que no permiten ajustar exactamente los precios de mercado, por lo que se ajustan mediante la realización de un proceso de minimización de errores.

## Método de McCulloch

### *Introducción al Modelo*

Se dispone de los precios de mercado (cotizados) de  $n$  bonos

$$PM_k, k = 1, \dots, n$$

Se debe hallar una expresión para la función de descuento  $d(m)$  de manera que, a ser posible, se verifiquen las ecuaciones

$$PM_k^t + cc_k^t = C_k \cdot \sum_{i=1}^{v_k} d_t(m_{ik}) + 100 \cdot d_t(m_{vk}), k = 1, \dots, n$$

Esta igualdad no va a ser posible, por lo que se deberá minimizar errores.

Dado un horizonte temporal  $[0, T]$  para el que se quiere una estimación de la curva (debe ser finito), se divide este intervalo en  $M-2$  subintervalos definidos por  $M-1$  puntos o vértices. Una vez dividido el intervalo en partes la función de descuento se expresa como combinación lineal de  $M$  funciones

$$d(m) = a_0 + \sum_{h=1}^M a_h \cdot g_h(m)$$

donde  $g_h(m)$  son funciones polinómicas de orden 3 definidas por intervalos tales que  $d$ ,  $d'$  y  $d''$  sean continuas (splines). Se debe determinar los  $M+1$  coeficientes  $a_0, a_1, \dots, a_M$ . Para esto se impone una definición para las funciones  $g_h$  y se definen los intervalos.

### ***Definición de Intervalos***

Se toma  $M = \sqrt{n}$ , como propone McCulloch en su artículo de 1971. Se debe determinar los  $M-1$  vértices  $x_1, x_2, \dots, x_{M-1}$  que definirán los  $M-2$  intervalos

Se divide el segmento  $[0, T]$  de manera que se tengan las mismas observaciones (vencimientos de bonos) en cada intervalo. Sean  $v_k, k=1, \dots, n$  los vencimientos de los bonos ordenados de manera creciente. Se definen los vértices con la expresión:

$$\begin{aligned}
 x_1 &= 0 \\
 x_h &= v_q + \theta(v_{q+1} - v_q) & h = 2, \dots, M-2 \\
 x_{M-1} &= v_n
 \end{aligned}
 \quad
 \begin{aligned}
 q &= \left[ \frac{(h-1)n}{M-2} \right] & \theta &= \frac{(h-1)n}{M-2} - h
 \end{aligned}$$

De esta definición se deduce que  $T=v_n$  puesto que más allá del vencimiento del último bono no se puede estimar la curva.

### ***Definición de Funciones***

Las funciones que generan la función de descuento deben ser polinomios de grado tres definidos por partes de manera que  $d, d'$  y  $d''$  sean continuas. Se puede deducir que estas condiciones implican que las funciones son

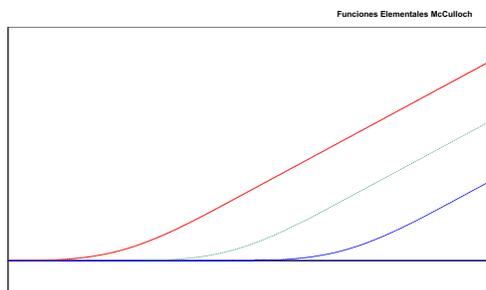
□ Si  $h=1, \dots, M-1^*$

$$\begin{aligned}
 \text{si } m < x_{h-1} & \quad g_h(m) = 0 \\
 \text{si } x_{h-1} \leq m \leq x_h & \quad g_h(m) = \frac{(m - x_{h-1})^3}{6(x_h - x_{h-1})} \\
 \text{si } x_h \leq m \leq x_{h+1} & \quad g_h(m) = \frac{c^2}{6} + \frac{ce}{2} + \frac{e^2}{2} - \frac{e^3}{6(x_{h+1} - x_h)} \\
 & \quad c = x_h - x_{h-1} \\
 & \quad e = m - x_h \\
 \text{si } x_{h+1} \leq m & \quad g_h(m) = (x_{h+1} - x_{h-1}) \left[ \frac{2x_{h+1} - x_h - x_{h-1}}{6} + \frac{m - x_{h+1}}{2} \right]
 \end{aligned}$$

□ Si  $h=M$

$$g_h(m) = m \quad \forall m$$

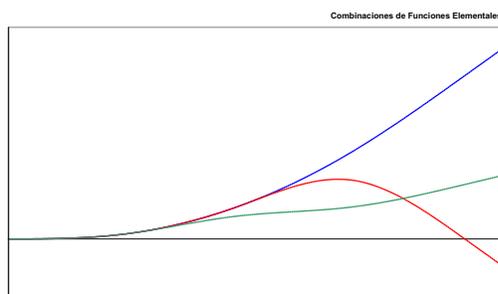
Individualmente estas funciones tienen la forma



Pero las combinamos lineales permiten obtener múltiples formas. Esto dota al modelo de McCulloch de una gran flexibilidad para la curva de tipos de interés.

---

\* si  $h=1 \quad x_{h-1}=0$



### Ajuste de Coeficientes

Si se impone la condición  $d(0)=1$  queda automáticamente determinado el coeficiente  $a_0=1$ . Para hallar los valores de los otros coeficientes se sustituye en las ecuaciones de los precios de los bonos

$$PM_k^t + cc_k^t = C_k \cdot \sum_{i=1}^{v_k} \left( 1 + \sum_{h=1}^M a_h \cdot g_h(m_{ki}) \right) + 100 \left( 1 + \sum_{h=1}^M a_h \cdot g_h(m_{vk}) \right), k = 1, \dots, n$$

Reordenando la expresión

$$PM_k + cc_k = 100 + V_k \cdot C_k + \sum_{h=1}^M a_h \left( 100 \cdot g_h(m_{vk}) + C_k \cdot \sum_{i=1}^{v_k} g_h(m_{ik}) \right)$$

$$k = 1, \dots, n$$

donde  $V_k$  es el número de cupones pendientes de pago del bono  $k$ .

Se definen los parámetros conocidos (o computables)

$$B_k = PM_k + cc_k - 100 - V_k \cdot C_k$$

$$X_{hk} = 100 \cdot g_h(m_{vk}) + C_k \cdot \sum_{i=1}^{v_k} g_h(m_{ik})$$

De esta manera se pueden escribir las ecuaciones como

$$B_k = \sum_{h=1}^M X_{hk} \cdot a_h \quad k = 1, \dots, n$$

o matricialmente:

$$B = X \cdot A \quad \text{con } A = \begin{pmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_M \end{pmatrix}$$

Es un sistema de ecuaciones sobre determinado que se puede resolver por mínimos cuadrados ordinarios (o modelos iterativos).

### **Método de Vasicek & Fong**

El modelo de Vasicek & Fong es una evolución del modelo de McCulloch en que los polinomios cúbicos se transforman en expresiones exponenciales

$$g(m) = a_0 + a_1 e^{-\alpha t} + a_2 e^{-2 \cdot \alpha t} + a_3 e^{-3 \cdot \alpha t}$$

El proceso de ajuste de parámetros es equivalente.

## Método de Nelson & Siegel

### *Introducción al Modelo*

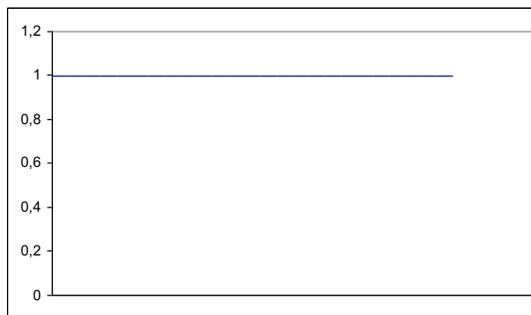
La hipótesis fundamental del modelo de Nelson y Siegel es que los tipos forward implícitos a cualquier plazo son asintóticos a un cierto nivel, en particular los tipos forward para horizontes lejanos deben ser casi idénticos. Imponiendo estas condiciones, el tipo forward implícito instantáneo  $\varphi_m$  es solución de una ecuación diferencial de segundo orden con raíces iguales, que se resuelve obteniendo

$$\varphi_m = \beta_0 + \beta_1 \cdot \exp\left(-\frac{m}{\tau}\right) + \beta_2 \cdot \frac{m}{\tau} \cdot \exp\left(-\frac{m}{\tau}\right)$$

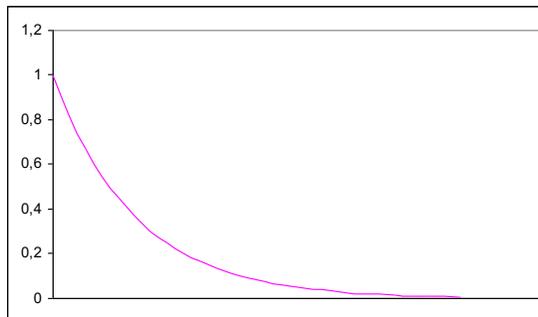
Sólo se deberán estimar los coeficientes  $\beta_0$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $\tau$ .

La expresión es combinación lineal de tres funciones:

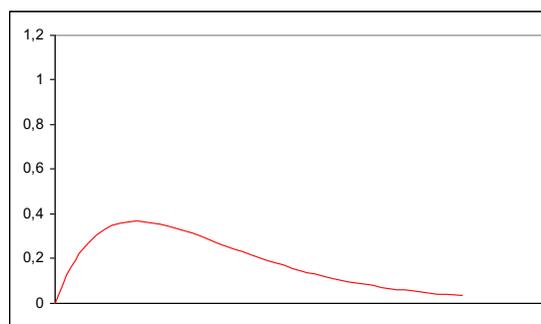
Para el largo plazo:  $f_o(m) = 1$



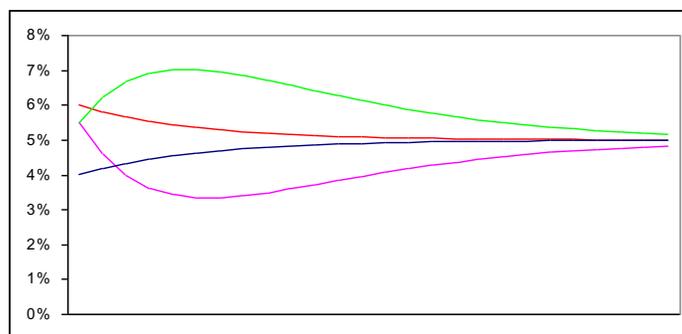
Para el corto plazo:  $f_1(m) = \exp\left(-\frac{m}{\tau}\right)$



Para medio plazo:  $f_2(m) = \frac{m}{\tau} \cdot \exp\left(-\frac{m}{\tau}\right)$



Mediante combinaciones de estas tres funciones se obtienen formas diversas para la curva de forwards instantáneos.



### *Interpretación de los parámetros*

- $\beta_0$             valor asintótico del tipo forward  $\beta_0 = \varphi_\infty = r_\infty$ . Representa el componente tendencial a largo plazo de las expectativas de mercado respecto a los tipos a corto.
- $\beta_1$             es el componente a medio plazo que se atenúa exponencialmente
- $\beta_0 + \beta_1$       tipo forward instantáneo  $\beta_0 + \beta_1 = \varphi_0 = r_0$

- $\beta_2$  existencia de máximo interior  $\beta_2 > 0$ , mínimo interior  $\beta_2 < 0$  o monotonía  $\beta_2 = 0$ . Es un componente a medio plazo.
- $\tau$  indica la “velocidad” a la que  $\varphi_m$  se acerca al nivel asintótico  $\varphi_\infty$ . Para  $\tau$  pequeño, velocidad rápida

### ***Tipo contado y función de descuento***

Integrando la expresión de los forwards instantáneos tenemos la de los tipos continuos

$$r_m = \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2) \frac{\tau}{m} \left( 1 - \exp\left(-\frac{m}{\tau}\right) \right) - \beta_2 \cdot \exp\left(-\frac{m}{\tau}\right)$$

e inmediatamente la función de descuento.

$$d(m) = \exp(-m \cdot r_m) = \exp\left\{-\beta_0 m - (\beta_1 + \beta_2) \tau \left( 1 - \exp\left(-\frac{m}{\tau}\right) \right) + \beta_2 \cdot m \cdot \exp\left(-\frac{m}{\tau}\right)\right\}$$

De esta manera la función de descuento depende del plazo  $m$  y de los parámetros del modelo.

$$d(m) = d(m; \beta_0, \beta_1, \beta_2, \tau)$$

### ***Proceso de estimación de parámetros***

1. Para estimar los parámetros del modelo de Nelson y Siegel se dispone del precio de mercado (cotizado) de  $n$  bonos con las características de cada bono.

$$PM_k, cc_k$$

$$k = 1, 2, \dots, n$$

2. Se calculan los precios teóricos según el modelo de Nelson y Siegel para unos valores cualesquiera de  $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \tau$ .

$$PT_k + cc_k = C_k \cdot \sum_{i=1}^{v_k} d(m_{ki}; \beta_0, \beta_1, \beta_2, \tau) + 100 \cdot d(m_{vk}; \beta_0, \beta_1, \beta_2, \tau)$$

3. Se pueden comparar los precios cotizados con los teóricos definiendo los errores para cada bono

$$\|(PM_k + cc_k) - (PT_k + cc_k)\| = \varepsilon_k$$

4. Se define la función de error  $E$  como la suma de los errores cuadráticos

$$E = E(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \tau) = \sum_{k=1}^n \varepsilon_k^2$$

5. Se debe determinar los valores óptimos de  $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \tau$  tales que minimicen la función de error  $E$ .

6. Si el parámetro  $\tau$  es conocido, el problema se resuelve por Mínimos Cuadrados Ordinarios. En el caso general se usa un método iterativo (Newton, Gradiente Conjugado,...) para obtener los valores óptimos.

Como **alternativa** a la función de error, se puede definir otra estimación comparando las TIRs como sigue:

1. Se dispone de las TIR de mercado de  $n$  bonos  $TM_k$ .
2. Para unos valores cualesquiera de  $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \tau$  se calculan las TIR teóricas de cada bono  $TT_k$ .

Se define la función de error como

$$E = E(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \tau) = \sum_{k=1}^n \varepsilon_k^2 = \sum_{k=1}^n \|TM_k - TT_k\|^2$$

3. Se determinan los valores óptimos de  $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \tau$  minimizando esta nueva función de error.

Este modelo es mucho más costoso en tiempo de cálculo, porque para cada iteración de  $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \tau$  se deben calcular las TIR de  $n$  bonos, que supone  $n$  procesos iterativos.

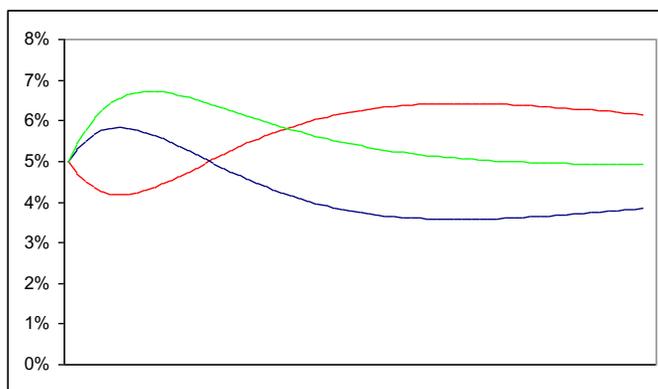
## Método de Svensson

El modelo de Svensson es una modificación del modelo de Nelson y Siegel. De hecho sólo añade un término más a la forma funcional de Nelson y Siegel de los forwards implícitos instantáneos para dotarle de mayor flexibilidad. Así, permite la existencia de dos extremos interiores.

Los forwards implícitos instantáneos (en base continua) se obtienen mediante la función

$$\varphi_m = \beta_0 + \beta_1 \cdot \exp\left(-\frac{m}{\tau}\right) + \beta_2 \cdot \frac{m}{\tau} \cdot \exp\left(-\frac{m}{\tau}\right) + \beta_3 \cdot \frac{m}{\tau_1} \cdot \exp\left(-\frac{m}{\tau_1}\right)$$

Aparecen dos parámetros más que en el modelo de Nelson y Siegel. Ahora se deben determinar seis valores  $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \tau, \beta_3, \tau_1$ . El término adicional tiene el mismo comportamiento que  $f_2$  en Nelson-Siegel, pero con otros parámetros. Así pues, combinando las funciones base del modelo de Svensson se pueden obtener funciones con dos extremos interiores.



La expresión para el tipo al contado continuo que resulta de integrar la del tipo forward es

$$r_m = \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2) \frac{\tau}{m} \left( 1 - \exp\left(-\frac{m}{\tau}\right) \right) - \beta_2 \cdot \exp\left(-\frac{m}{\tau}\right) \\ + \beta_3 \frac{\tau_1}{m} \left( 1 - \exp\left(-\frac{m}{\tau_1}\right) \right) - \beta_3 \cdot \exp\left(-\frac{m}{\tau_1}\right)$$

Y la función de descuento se puede obtener, por definición.

$$d(m) = d(m; \beta_0, \beta_1, \beta_2, \tau, \beta_3, \tau_1) = \exp(-m \cdot r_m)$$

El proceso de estimación de los parámetros es idéntico al de Nelson y Siegel, teniendo en cuenta que ahora se deben determinar seis coeficientes:  $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \tau, \beta_3, \tau_1$ .

### ***Resumen***

- Ninguno de los modelos econométricos descritos ajusta exactamente los precios de los instrumentos usados como referencia. Se calibran por minimización de errores cuadráticos.
- Para ajustar exactamente los precios debe recurrirse a métodos de bootstrapping directo o Iterative BootStrapping
- En el corto plazo, si se dispone de muchas referencias, el método de McCulloch permite mayor flexibilidad a la función, ya que los otros modelos tienen formas funcionales determinadas que pueden no ajustarse bien a alguna situación concreta.

- En el largo plazo el modelo de McCulloch puede presentar inestabilidad. Esta inestabilidad se observa más en los tipos forwards implícitos. Las causas de esta inestabilidad son la propia definición del modelo (polinomios) y la falta de referencias en los tipos a largo plazo. La extrapolación de la función de descuento para vencimientos que se encuentran fuera de la muestra utilizada no da resultados satisfactorios ya que el comportamiento de las funciones cúbicas fuera del rango ajustado es inestable.
- Los modelos de Nelson-Siegel y Svensson presentan mayor estabilidad para los tipos en el largo plazo, tanto los contados como los forwards implícitos. Esto se debe a que se han impuesto condiciones de estabilidad para el largo plazo. Por el contrario, generalmente el error cuadrático obtenido es mayor que el del método de McCulloch.
- El número de coeficientes a determinar según el método de McCulloch depende del número de activos cotizados usados como referencia. Por contra, los otros dos modelos siempre dependen de 4 y 6 parámetros respectivamente, independientemente del número de observaciones que se dispongan. Esto da mayor flexibilidad al modelo de McCulloch, pero también le da inestabilidad.

### **Capítulo 3. Modelos de valoración de riesgo de crédito**

#### **Aspectos relevantes en la evaluación del riesgo crediticio**

El riesgo de crédito es la probabilidad de que, a su vencimiento, una entidad no haga frente, en parte o en su totalidad, a su obligación de devolver una deuda o rendimiento, acordado sobre un instrumento financiero, debido a quiebra, iliquidez o alguna otra razón. La evaluación del riesgo de crédito se basa en la probabilidad de que el prestatario o emisor del bono incumpla con sus obligaciones (ocurra un default). Un factor importante en la ocurrencia del incumplimiento es su relación con los ciclos económicos, ya que este incumplimiento suele reducirse durante los períodos de expansión económica, al mantenerse tasas totales de impagos bajas; mientras que sucede lo contrario en períodos de contracción económica. Así mismo, las circunstancias particulares de una empresa que ha emitido deuda originan el llamado riesgo específico de crédito, y este no se relaciona con los ciclos económicos, sino con los eventos particulares en la actividad comercial o industrial de las empresas, que pudieran afectar la capacidad de pago de sus compromisos adquiridos al fondearse a través de la emisión de bonos u obligaciones.

Una medida usual para calcular el riesgo específico de una empresa es a través de las calificaciones (rating). Esta medida es útil para clasificar compañías según su riesgo de crédito y es calculado por compañías externas y especializadas, como Standard & Poors, Moody's, Fitch, entre otras, analizando los estados financieros de las empresas. No obstante, merece una especial reflexión el papel de estas agencias en las crisis financieras y en determinados acontecimientos que rodearon grandes defaults en la historia financiera

El riesgo de crédito puede analizarse en tres dimensiones básicas:

- **Riesgo de incumplimiento:** es la probabilidad de que se presente el no cumplimiento de una obligación de pago, la ruptura de un acuerdo en el contrato de crédito o el incumplimiento

económico. A este respecto, generalmente las autoridades establecen plazos de gracia antes de poder declarar el incumplimiento de pago.

- **Exposición:** la incertidumbre respecto a las obligaciones futuras en riesgo. El crédito debe amortizarse de acuerdo con fechas establecidas de pago y de esta manera será posible conocer anticipadamente el saldo remanente a una fecha determinada; sin embargo, no todos los créditos cuentan con esta característica de gran importancia para conocer el monto en riesgo. Tal es el caso de los créditos otorgados a través de tarjetas de crédito, líneas de crédito revolventes<sup>2</sup> para capital de trabajo, líneas de crédito por sobregiro, etc., ya que los saldos en estas modalidades de crédito se modifican según las necesidades del cliente, los desembolsos se otorgan sin fecha fija contractual y no se conoce con exactitud el plazo de liquidación; por ello se dificulta la estimación de los importes en riesgo.

- **Recuperación:** se origina por la existencia de un incumplimiento. No se puede predecir, puesto que depende del tipo de garantía que se haya aportado y de su situación en el momento del incumplimiento. La existencia de una garantía reduce el riesgo de crédito siempre y cuando sea de fácil y rápida realización a un valor que cubra el monto adeudado. En el caso de los avales, también existe incertidumbre, ya que no sólo se trata de una transferencia de riesgo en caso del incumplimiento del avalado, sino que podría suceder que el aval incumpliera al mismo tiempo y se tuviera entonces una probabilidad conjunta de incumplimiento.

Los eventos que originan los riesgos de crédito son el incumplimiento y el deterioro de la calidad crediticia del acreditado, con lo cual el crédito migra a una categoría de calificación más baja.

---

<sup>2</sup> Un crédito revolvente es aquel que siempre está vigente disponible, siempre y cuando el deudor cumpla con los términos de pago convenidos

Un sistema de medición de riesgo de crédito tiene por objeto identificar los determinantes del riesgo de crédito, con el propósito de prevenir pérdidas potenciales en las que podría incurrir. Por ello en este tipo de análisis es importante considerar los criterios de calificación de las carteras crediticias de la institución, la estructura y composición de las carteras crediticias, el impacto de las variables macroeconómicas y sectoriales en las carteras y las características históricas de las carteras de crédito de cada institución. Existen múltiples modelos de valoración del riesgo:

#### Modelos tradicionales

- Sistemas expertos
- Sistemas de calificación (Basados en los acuerdos del Comité para Supervisión de Basilea (Ong, 1999, p. 16). Aquí también se aplica el modelo Z score (De la Fuente, 2001, p. 19).)

#### Modelos modernos

- Modelo KMV (Kecholfer, Vasicek, McQuown)
- Modelo de valuación de Merton: explicación completa de este modelo se puede ver en Lando (2004).
- Modelo Credimetrics de J. P. Morgan (1997b)
- Modelo Credit Risk + (Morgan, 1997a)
- Modelo de retorno sobre capital ajustado al riesgo (Falkenstein, 1997)
- Modelo CyRCE Desarrollado por el Banco de México (Ávila, Márquez y Romero, 2002)

Los modelos para estimar la probabilidad de incumplimiento surgieron de manera formal durante la década de los setenta; sin embargo, desde los años treinta ya se habían iniciado estudios basados en el análisis tradicional de razones financieras. Es necesario considerar que para entender el riesgo de crédito se deben visualizar los conceptos de pérdida esperada y pérdida no esperada. El deterioro

que presenta un crédito en el momento del análisis de riesgo se traduce en una pérdida esperada que producirá una minusvalía para la entidad y por lo cual se deberá crear una provisión.

Adicionalmente, la calidad de la cartera es variable en el tiempo, por lo que las pérdidas esperadas también pueden diferir entre dos períodos de análisis. Así surgen las pérdidas resultantes de cambios en la calidad de la cartera de créditos, llamadas comúnmente pérdidas no esperadas. En general, las pérdidas esperadas se determinan según la probabilidad de quiebra del acreditado, estimada, por ejemplo, mediante el modelo de calificaciones. Por lo anterior, las corrientes actuales están diseñando modelos de medición del riesgo de crédito que permitan establecer las pérdidas no esperadas como un indicador de capital económico para hacer frente al riesgo de crédito.

Los componentes esenciales de un modelo son precisamente aquellos que describen el riesgo de crédito per se; sin embargo, el análisis del riesgo de crédito debe considerar dos tipos de riesgo: el individual y el de la cartera.

En los riesgos individuales se tendrán como factores relevantes

- Probabilidad de incumplimiento
- Tasa de recuperación
- Migración del crédito

En los riesgos de la cartera deberán ser considerados

- Incumplimiento y calidad crediticia correlacionada
- Contribución al riesgo y concentración crediticia

El objetivo del análisis del riesgo de crédito de una cartera es identificar la concentración existente en la misma, ya sea por actividad económica o por región geográfica, mediante las correlaciones

entre los acreditados que conforman la cartera. Con esta información las instituciones tratarán de diversificar su cartera, a fin de minimizar el riesgo.

### **Estimación de los parámetros de solvencia**

La *probabilidad de solvencia* de una compañía en una fecha concreta se estima a partir de la cotización que el mercado otorga a instrumentos cuyo plazo es similar al considerado y que cotizan implícita o explícitamente el riesgo de crédito. Dichos instrumentos pueden ser aquellos sujetos a riesgo de crédito, como bonos emitidos por la compañía que se quiere analizar, o bien directamente derivados de crédito, como *credit default swaps (CDS)* emitidos por la compañía en cuestión.

### **Estimación de probabilidad de default a partir de CDS**

A pesar de su denominación, el CDS se asemeja a un contrato de opción más a un swap propiamente dicho, al ser un contrato bilateral por el cual, una de las partes (“comprador de protección”) paga una cantidad periódica a la otra (“vendedor de protección”) a cambio del derecho a recibir de ésta un pago, que sólo se producirá si ocurre un suceso de crédito (por ejemplo, impago, quiebra o entrada en mora, obligación de declaración de quiebra, reestructuración, etc) relativo a la entidad de referencia o al activo de referencia del CDS. Una vez producido y confirmado el Suceso de Crédito, el comprador de protección podrá entregar al vendedor los activos de referencia que hubieran acordado, y a cambio recibirá del vendedor el nominal de los mismos. También se podrá liquidar la operación por diferencias entre el precio de mercado de los activos y su nominal, aunque es menos habitual.

Un CDS se negocia sin intervención del nombre de referencia, aunque tenga el mismo subyacente que otros productos de créditos tradicionales, tales como préstamos, bonos corporativos y asset swaps. La cotización de los CDS se realiza en términos de un tipo de interés o prima anual (con pagos trimestrales más un pago inicial). Por dicha prima se obtiene el compromiso de recibir del vendedor del CDS la diferencia entre el nominal contratado y el valor de recuperación del préstamo en caso de default, de tal modo que todo el potencial deterioro de dicho activo en dichas circunstancias quedaría completamente cubierto con el derivado. Por tanto, a partir de la cotización de CDS es posible obtener la curva de la probabilidad de solvencia (CPS).

Podemos definir la **curva de probabilidad de solvencia**, que se refiere a la curva de un emisor que, para un tiempo  $t$  concreto, asigna la probabilidad de que dicho emisor sea solvente hasta  $t$ .

De forma análoga, podemos definir la curva de probabilidades de default (CPD) que es la que da la probabilidad (acumulada) de default. Nótese que esta curva es complementaria a la CPS.

- Si es un emisor sin riesgo  $\Rightarrow$   $CPS = 1$ , para todo valor de  $t$
- Dado un tiempo  $s < t$ , se tiene que  $CPS(s) \geq CPS(t)$  (es decir, es una curva decreciente)
- Asumimos que la “insolvencia” es un estado absorbente (es decir, si somos insolventes, ya no salimos de ese estado)
- Si discretizamos la curva, tendremos valores para distintos  $\Delta t$
- Definiremos  $p_n = \text{Prob}(\text{solvente tiempo } n\Delta t)$
- Asumimos  $p_0 = 1$

La CPS contiene información forward implícita de las probabilidades de default (esto es, p.ej: probabilidad de default a 1 año dentro de 2)

Denotamos  $\pi_n$  la probabilidad de que un emisor que es solvente en tiempo  $(n - 1)\Delta t$  lo siga siendo hasta el siguiente periodo  $n\Delta t$ . Es, por tanto, una probabilidad condicionada que escribimos:

$$\pi_n = \frac{p_n}{p_{n-1}} = P(\text{Solvente en } n\Delta t | \text{Solvente en } (n - 1)\Delta t) \quad (15)$$

O, de modo gráfico:

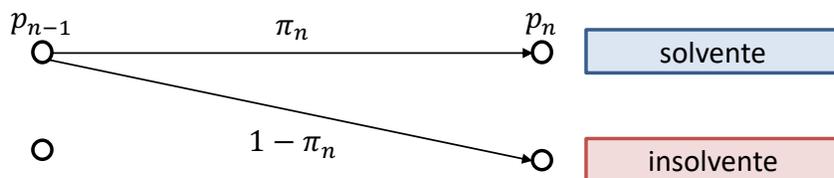


Ilustración 5: estados de solvencia

Se observa por tanto la siguiente relación:

$$p_n = \pi_n \cdot \pi_{n-1} \cdot \dots \cdot \pi_1 \quad (16)$$

### Intensidad de Default

Los  $p_n$  y los  $\pi_n$  actúan de alguna manera como “descuentos”. Se suele utilizar este concepto para explicar las probabilidades forward en términos de las tasas de intensidad de default  $\lambda_n$ .

Formulamos lo siguiente:

$$\pi_n = e^{-\lambda_n \Delta t} \approx 1 - \lambda_n \Delta t \quad (17)$$

O, jugando con los resultados

$$\lambda_n \Delta t \approx 1 - \pi_n \text{ (que es justamente PD)} \quad (18)$$

- Los  $\lambda_n$  son mayores que cero.
- Si  $\lambda_n$  es cercano a cero, entonces significa buena calidad crediticia (baja PD)
- Si no tenemos mucha información de mercado, es habitual asumir un lambda único constante (i.e:  $\pi_n = e^{-\lambda \Delta t}$ )
- Se pueden calibrar una curva con, por ejemplo, 3 lambdas distintos (corto, medio, largo)
- Dada la cotización de n CDS a n plazos, podremos obtener una función de probabilidad de solvencia acumulada, asignando en todo caso una constante a cada uno de los periodos existentes ( $\lambda$ )

Para realizar una calibración de las lambdas que estima el mercado a partir de los precios de CDS, vamos a proceder de forma análoga a lo visto para la fórmula de valoración de CDS.

Definimos dos ramas distintas: **Solvencia** y **Default**:

**Solvencia** (Pagamos spread):

$$\sum_{n=1}^N (Nom \cdot sp \cdot \Delta t) \cdot p_n \cdot FD_{n\Delta t} \quad (19)$$

Donde:

$Nom = Nominal$

$Sp = Spread$

$FD = Factor de descuento$

$p_n = Prob. ser solvente en  $n\Delta t$$

**Default** (Cobramos 1-Rec):

$$Nom \cdot (1 - Rec) \cdot \sum_{n=1}^N (p_{n-1} - p_n) \cdot FD_{n\Delta t} \quad (20)$$

Donde:

$Nom = Nominal$

$Rec = Recuperación$

$FD = Factor de descuento$

$p_n = Prob. ser solvente en  $n\Delta t$$

Podemos ajustar el valor del spread para que ambas ramas valgan igual:

$$sp = \frac{(1 - Rec) \cdot \sum_{n=1}^N (p_{n-1} - p_n) \cdot FD_{n\Delta t}}{\sum_{n=1}^N \Delta t \cdot p_n \cdot FD_{n\Delta t}} \quad (21)$$

Ahora debemos calibrar los Lambdas para que se ajusten los spreads teóricos a los de mercado.

Con esta formulación, tenemos tantas lambdas distintos como plazos distintos de información de mercado:

$$\begin{cases} \lambda_1, & \text{si } t < T_1 \\ \lambda_2, & \text{si } T_1 < t < T_2 \\ \dots & \dots \\ \lambda_n, & \text{si } T_{n-1} < t \end{cases}$$

Y la formulación de los  $p_n$  queda como sigue:

$$p_n = \begin{cases} e^{-\lambda_1 \cdot n\Delta t} & \text{si } n\Delta t < T_1 \\ e^{-\lambda_1 T_1} \cdot e^{-\lambda_2 \cdot (n\Delta t - T_1)} & \text{si } T_1 < n\Delta t < T_2 \\ \dots & \dots \\ e^{-\lambda_1 T_1} \cdot e^{-\lambda_2 \cdot (T_2 - T_1)} \cdot \dots \cdot e^{-\lambda_n \cdot (n\Delta t - T_{n-1})} & \text{si } T_{n-1} < n\Delta t \end{cases}$$

Sin embargo, la probabilidad de solvencia no es un parámetro que se mantenga constante a lo largo del tiempo, al contrario es un parámetro que tiene una cierta estructura temporal. La probabilidad de solvencia de una compañía debe de ser una función decreciente con el tiempo, pues a medida que aumenta el horizonte temporal disminuye la probabilidad de que esa compañía sea solvente

Se impondrá a la probabilidad de solvencia una estructura temporal de tipo exponencial. Así para un emisor concreto, se define la probabilidad de ser solvente en tiempo  $t$  como:

$$P(t) = e^{-\lambda t} = \int_0^t \lambda e^{-\lambda x} dx \quad (22)$$

Donde  $\lambda$  es el factor de decaimiento de la función exponencial llamado también **Hazard Rate**, que se supondrá en principio constante.

## Estructura temporal de la probabilidad de solvencia

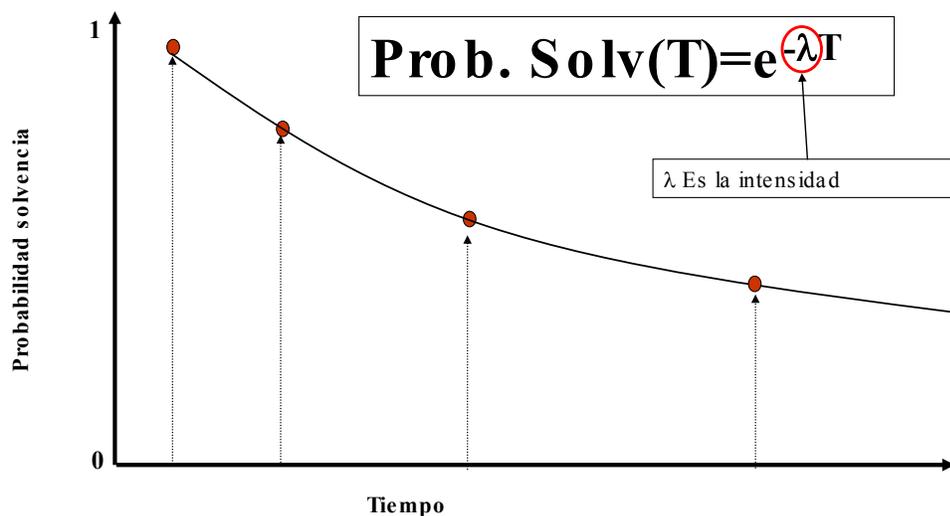


Ilustración 6: función de solvencia

La función de densidad de la probabilidad de solvencia según la estructura impuesta es:

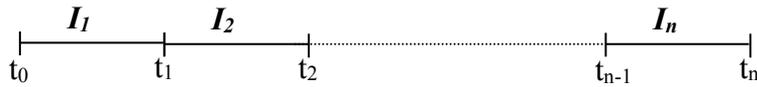
$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \quad (23)$$

Conocida la función de densidad es posible calcular el tiempo medio a default de una compañía en función de su *Hazard Rate*:

$$TiempoMedioDefault = \int_0^{\infty} x \lambda e^{-\lambda x} dx = \frac{1}{\lambda} \quad (24)$$

Hasta ahora se ha considerado constante el parámetro  $\lambda$  por simplicidad. Sin embargo, éste no tiene porqué serlo. Una estructura de Hazard Rate variante en el tiempo en función del intervalo temporal analizado, genera estructuras temporales para la probabilidad de solvencia más flexibles.

Para una partición temporal en  $n$  intervalos  $(I_1, I_2, \dots, I_n)$ :



se define una estructura de Hazard Rate  $(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$ , donde el parámetro  $\lambda_i$  es aplicable al intervalo  $I_i$ .

La probabilidad de solvencia hasta tiempo  $t$ , donde  $t$  se encuentra en el intervalo  $I_j = [t_{j-1}, t_j]$  viene definida por:

$$P_t = e^{-(\lambda_j(t-t_{j-1}) + \sum_{i=1}^{j-1} \lambda_i(t_i - t_{i-1}))} \quad (25)$$

**Ejemplo:**

Supóngase que el factor  $\lambda$  que define la estructura temporal de la probabilidad de solvencia, depende a su vez del tiempo y se define como:

$$\lambda(t) = \begin{cases} \lambda_1 = 1\%, & \text{si } t \leq 10 \text{ años} \\ \lambda_2 = 2\%, & \text{si } 10 < t \leq 50 \\ \lambda_3 = 3\%, & \text{si } 50 \text{ años} < t \end{cases}$$

La estructura temporal de la probabilidad de solvencia se calcula entonces como

$$\lambda(t) = \begin{cases} e^{-\lambda_1 \times t}, & \text{si } t \leq 10 \\ e^{-\lambda_1 \times 10} \times e^{-\lambda_2 \times (t-10)}, & \text{si } 10 < t \leq 50 \\ e^{-\lambda_1 \times 10} \times e^{-\lambda_2 \times (50-10)} \times e^{-\lambda_3 \times (t-50)}, & \text{si } 50 < t \end{cases}$$

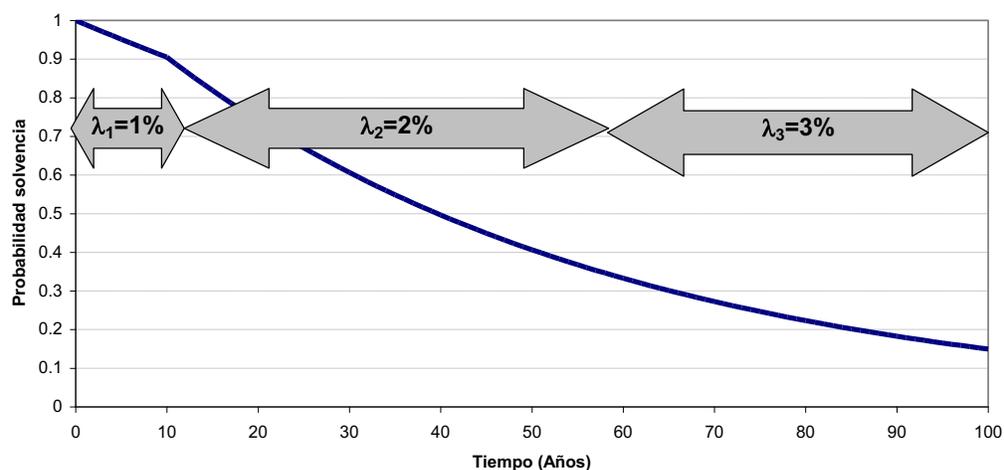


Ilustración 7: solvencia en el tiempo

Calibrar la estructura temporal de probabilidades de solvencia para una compañía es encontrar el parámetro o los parámetros  $\lambda$  mediante los cuales, se consigue minimizar el error cometido al valorar teóricamente los distintos instrumentos sujetos a riesgo de crédito emitidos por esa compañía, frente a su cotización en mercado.

**Ejemplo:**

Supóngase que se decide imponer una estructura temporal a la probabilidad de solvencia en la que únicamente aparece un parámetro  $\lambda$

La probabilidad de solvencia para un año vendrá definida, según la ecuación (22) por

$$P(1) = e^{-\lambda 1}$$

Supóngase que esa probabilidad de solvencia en tiempo 1 es conocida y definida por el valor  $Q$

.El valor del parámetro  $\lambda$  viene definido entonces por la relación:

$$\lambda = Ln \frac{1}{Q}$$

Con lo que queda así calibrada la estructura temporal de probabilidades de solvencia.

Como se ha visto más arriba, la calibración de la probabilidad de solvencia se realiza a partir de instrumentos que cotizan el default de la compañía. Estos pueden ser bonos emitidos por la compañía o bien, CDS's.

Una manera sencilla de calcular la estructura temporal de la probabilidad de solvencia es seleccionar un CDS líquido (por ejemplo el CDS a 5 años), obtener de su cotización la probabilidad de default/solvencia a un año y, a partir de ahí, calcular el valor del Hazard Rate aplicando una estructura temporal de un parámetro.

Sin embargo, la manera completa de calibrar la estructura temporal de la probabilidad de solvencia a partir de cotizaciones de CDS's, es aplicando una estructura temporal con varias Hazard Rates para calibrar la cotización de mercado de toda la curva de CDS. Esto implica la utilización de métodos numéricos.

La estructura temporal de la probabilidad de solvencia, una vez calibrada, permite traducir probabilidades de solvencia en tiempo a default. Presenta por tanto una relación directa entre probabilidades a default (o probabilidades de solvencia) y tiempo a default estimado. Una aplicación interesante de esta relación es la traducción de los diferentes ratings en tiempos estimados a default utilizando las probabilidades de default anuales asociadas a los mismos.

### **Ejemplo:**

A partir de las probabilidades de default anuales asociadas a los diferentes ratings, y publicadas por las agencias de rating a través de la matriz de transición, se deducirá el tiempo a default implícito en dicha cotización:

<b>Rating</b>	<b>Prob default 1 año</b>	<b>Prob solvencia</b>	<b>Lambda</b>	<b>Tiempo a default(años)</b>
<i>Aaa</i>	0,0001%	1-0,0001%=99,9999%	$\text{Ln}(1/(99,9999\%))=0,0001\%$	$1/(000.000\%)=999.999,50$
<i>Aa1</i>	0,0006%	1-0,0006%=99,9994%	$\text{Ln}(1/(99,9994\%))=0,0006\%$	$1/(000.000\%)=166.666,17$
<i>Aa2</i>	0,0014%	1-0,0014%=99,9986%	$\text{Ln}(1/(99,9986\%))=0,0014\%$	$1/(000.000\%)=71.428,07$
<i>Aa3</i>	0,0030%	1-0,0030%=99,9970%	$\text{Ln}(1/(99,9970\%))=0,0030\%$	$1/(000.000\%)=33.332,83$
<i>A1</i>	0,0058%	1-0,0058%=99,9942%	$\text{Ln}(1/(99,9942\%))=0,0058\%$	$1/(000.000\%)=17.240,88$
<i>A2</i>	0,0109%	1-0,0109%=99,9891%	$\text{Ln}(1/(99,9891\%))=0,0109\%$	$1/(000.000\%)=9.173,81$
<i>A3</i>	0,0389%	1-0,0389%=99,9611%	$\text{Ln}(1/(99,9611\%))=0,0389\%$	$1/(000.000\%)=2.570,19$
<i>Baa1</i>	0,0900%	1-0,0900%=99,9100%	$\text{Ln}(1/(99,9100\%))=0,0900\%$	$1/(000.000\%)=1.110,61$
<i>Baa2</i>	0,1700%	1-0,1700%=99,8300%	$\text{Ln}(1/(99,8300\%))=0,1701\%$	$1/(000.000\%)=587,74$
<i>Baa3</i>	0,4200%	1-0,4200%=99,5800%	$\text{Ln}(1/(99,5800\%))=0,4209\%$	$1/(000.000\%)=237,59$
<i>Ba1</i>	0,8700%	1-0,8700%=99,1300%	$\text{Ln}(1/(99,1300\%))=0,8738\%$	$1/(000.001\%)=114,44$
<i>Ba2</i>	1,5600%	1-1,5600%=98,4400%	$\text{Ln}(1/(98,4400\%))=1,5723\%$	$1/(000.002\%)=63,60$
<i>Ba3</i>	2,8100%	1-2,8100%=97,1900%	$\text{Ln}(1/(97,1900\%))=2,8502\%$	$1/(000.003\%)=35,08$
<i>B1</i>	4,6800%	1-4,6800%=95,3200%	$\text{Ln}(1/(95,3200\%))=4,7931\%$	$1/(000.005\%)=20,86$
<i>B2</i>	7,1600%	1-7,1600%=92,8400%	$\text{Ln}(1/(92,8400\%))=7,4293\%$	$1/(000.007\%)=13,46$
<i>B3</i>	11,6200%	1-11,6200%=88,3800%	$\text{Ln}(1/(88,3800\%))=12,3524\%$	$1/(000.012\%)=08,10$
<i>Caa1</i>	17,3816%	1-17,3816%=82,6184%	$\text{Ln}(1/(82,6184\%))=19,0938\%$	$1/(000.019\%)=05,24$
<i>Caa2</i>	26,0000%	1-26,0000%=74,0000%	$\text{Ln}(1/(74,0000\%))=30,1105\%$	$1/(000.030\%)=03,32$
<i>Caa3</i>	50,9902%	1-50,9902%=49,0098%	$\text{Ln}(1/(49,0098\%))=71,3150\%$	$1/(000.071\%)=01,40$

### **Simulación del tiempo a default de una compañía**

Se define como tiempo a default de una referencia concreta el momento en el cual esa referencia hace default.

El tiempo a default se relaciona con la probabilidad de solvencia a través de la estructura temporal impuesta para la misma ya que, la estructura temporal de probabilidades de solvencia es una función que relaciona tiempos a default con probabilidades de solvencia y viceversa. Así, dado un instante temporal determinado es posible, mediante esta relación, calcular la probabilidad de que la compañía sea solvente hasta ese instante temporal concreto. Además, aplicando la relación inversa, es posible calcular el tiempo hasta que la compañía es solvente a partir de una probabilidad dada. El hecho de que esta función sea explícita y pueda calcularse una función inversa permite simular el tiempo a default de una compañía sin más que simular posibles probabilidades de solvencia y traducirlas a tiempos a default por medio de la relación inversa. Obsérvese que la probabilidad de solvencia es un número que siempre se encuentra en el intervalo **[0,1]**. Para simular probabilidades de solvencia se generarán números aleatorios con distribución **Uniforme** en el intervalo **[0,1]**

El proceso para simular el tiempo a default de una compañía concreta es:

1. **Generación de escenarios de probabilidades de solvencia de la compañía:** Se generan números aleatorios con distribución uniforme en el intervalo [0,1]
2. **Generación de escenarios de tiempos a default de la compañía:** Se evalúan dichos números mediante la inversa de la función que define la probabilidad de solvencia

### Simulación de tiempo a default para una compañía

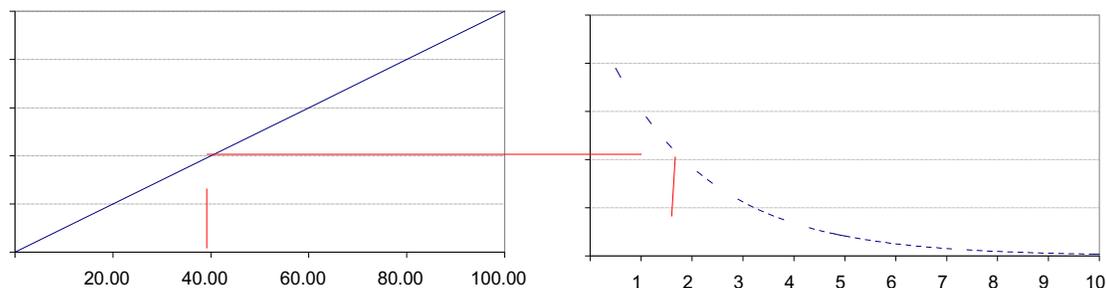


Ilustración 8: tiempo a default

#### Ejemplo:

Supóngase que se utiliza un único *Hazard Rate*  $\lambda$  para determinar la estructura temporal de la probabilidad de solvencia. Ésta será de la forma:

$$P_t = e^{-\lambda t} \quad (26)$$

Dada una probabilidad simulada  $P$ , determinada por un número aleatorio con distribución uniforme en el intervalo  $[0,1]$ , el tiempo a default asociado será:

$$t = \frac{1}{\lambda} \text{Ln}\left(\frac{1}{P}\right) \quad (27)$$

En la tabla siguiente se presenta una simulación de 10 escenarios del tiempo a default para un valor de  $\lambda$  de 3%

$\lambda$ : 3,00%

Escenario	Uniformes[0,1]	Tiempo a Default (años)
1	0,52	$1/(3,00\%)*\text{Ln}[1/(0,52)]=21,66$
2	0,32	$1/(3,00\%)*\text{Ln}[1/(0,32)]=37,86$
3	0,08	$1/(3,00\%)*\text{Ln}[1/(0,08)]=86,32$
4	0,24	$1/(3,00\%)*\text{Ln}[1/(0,24)]=48,07$
5	0,51	$1/(3,00\%)*\text{Ln}[1/(0,51)]=22,61$
6	0,59	$1/(3,00\%)*\text{Ln}[1/(0,59)]=17,75$
7	0,63	$1/(3,00\%)*\text{Ln}[1/(0,63)]=15,31$
8	0,17	$1/(3,00\%)*\text{Ln}[1/(0,17)]=58,71$
9	0,52	$1/(3,00\%)*\text{Ln}[1/(0,52)]=21,56$
10	0,13	$1/(3,00\%)*\text{Ln}[1/(0,13)]=67,19$

#### **Capítulo 4. Modelos de valoración de préstamos.**

El valor de un préstamo, de forma similar a un bono (en última instancia son lo mismo a excepción de la forma del vehículo con el que se capta la financiación) es función de 4 factores fundamentales:

1. Prestatario (solventia)
2. Garantías aportadas si las tuviera y avalistas
3. Plazo
4. Tipo de interés.

Evidentemente, otros factores como son la forma de amortización, condiciones de penalización en casos extraordinarios (retrasos, mora, etc) o penalizaciones si las hubiera por prepago, serán factores a considerar pero con una relevancia algo menor.

La valoración de carteras de préstamos parte de la recopilación de toda la información contractual relevante que permita determinar los flujos de caja de las mismas con una reconciliación contable a nivel individual. Para ello, es necesario perfilar 3 bloques fundamentales de información:

- 1) Estructura de pagos: amortización, intereses
- 2) Formato de intereses: tipo de interés, frecuencia, reprecitaciones, caps, floors, etc.
- 3) Evolución: impagos, prepagos, scoring,

A partir de ese punto, debe perfilarse la segmentación que pueden atender a los siguientes criterios:

- Tipologías por prestatario, destino y garantías (Residencial, Consumo, Corporate)
- Estructura de pagos
- Rating
- Historial

A efectos de la ejecución de la valoración, habrán dos enfoques alternativos:

A) Enfoque de Mercado

B) Enfoque de flujos de caja

<b>Enfoque de mercado</b>	<b>Enfoque de flujos de caja</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Requiere comparables de mercado</li> <li>• No es aplicable a cualquier préstamo</li> <li>• Adecuado para préstamos que coticen en mercados secundarios</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Requiere proyección de flujos de caja</li> <li>• Inputs fundamentales: flujos contractuales, prepagos, estimación de vida, tasa de descuento</li> </ul>

Bajo el enfoque de mercado resulta especialmente relevantes las fuentes de precios. Una jerarquía<sup>3</sup> muy habitual utilizada en banca en la que se establece una “cascada” de fuentes alternativas según disponibilidad de información. Habitualmente como primera alternativa se tendrán los precios obtenidos en mercados secundarios de activos de la misma naturaleza. El mercado de sindicados *non investment grade* se erige como primera referencia. Lo que sucede es que en muchas ocasiones en dicho mercado pueden no confluír los emisores o tipologías de préstamos que pretendemos valorar en cuyo caso debemos recurrir a fuentes alternativas recogidas en la tabla adjunta de fuentes de mercado.

<b>Fuentes de precios de mercado</b>	<b>Relación con activo o acreditado</b>	<b>Uso</b>	<b>Prevalencia en la valoración</b>
--------------------------------------	---	------------	-------------------------------------

<sup>3</sup> Como recogen Tschirhart, Obrien, Moise y Yang en “Bank commercial Loan Fair Value Practices” (2007)

Precios de mercado secundario	-Mismo tipo de deuda -Mismo acreditado o relacionado	Directo para la valoración	Menor por posible inexactitud
Curva CDS de acreditado	-Mismo acreditado -Similar acreditado	Utilizado para estimar las PD	Máxima adecuación
Curva crédito de acreditado	-Entidad altamente correlacionada		Limitada
Curva crédito genérica, valoración por equity			Limitada

En ausencia de precios de mercado adecuados para la valoración de los préstamos en cuestión, la mejor alternativa es la utilización de la curva de CDS para inferir la curva de probabilidad de solvencia tal y como se analizó en el capítulo 3. Evidentemente es alternativa resulta abordable si se cuentan con CDS sobre el mismo acreditado y que cubran préstamos como los que son nuestro objeto de valoración. En caso contrario, la cascada de alternativas daría paso a la utilización de curva de spread de crédito de bonos del mismo o similar acreditado para similares vehículos de financiación.

Finalmente en la parte baja de la “cascada” como última alternativa se plantea la utilización del valor del *equity* para inferir las probabilidades de default. Herramientas como KMV de Moodys son una vía de calibración de esta variable pero su fiabilidad respecto al uso de CDS o curvas de deuda del acreditado resulta menor por lo que será última alternativa a considerar.

En caso de inexistencia de precios de mercado, el enfoque se centrará necesariamente en el cálculo del valor de mercado bajo un determinado ámbito metodológico. En cualquiera, debe considerarse los flujos de caja pactados en la operación, el saldo vivo existente y los periodos de vida remanentes. En cada periodo, considerando que no ha habido default por parte del acreditado, tendrán lugar pagos en concepto de intereses, amortización, comisiones, etc. El acreditado tendrá derechos de prepago o cancelación de saldos en líneas de crédito no utilizadas. Finalmente, en caso de default el modelo deberá considerar o estimar una determinada tasa de recuperación. Bajo estas premisas, la fórmula simplificada del valor de un préstamo puede quedar expresada del siguiente modo:

$$VM = \sum_{i=1}^T E[F_i | Sup_i] \times Prob[Sup_i] \times FD_i + \sum_{i=1}^T E[Rec_i - Disp_i | Def_i] \times PD_i \times FD_i \quad (28)$$

En donde:

VM: valor de mercado

$F_i$ : flujos de caja en momento i

$Sup_i$ : supervivencia en momento i

$FD_i$ : factor de descuento para el momento i

$Rec_i$ : valor de recuperación en momento i

$Disp_i$ : disposiciones hasta momento i

$Def_i$ : default en momento i

$PD_i$ : probabilidad de default para el momento i

Bajo el enfoque de flujos de caja, las condiciones contractuales recogidas en las operaciones se pueden ver frecuentemente alteradas por la existencia de prepagos o incumplimientos de los prestatarios.

Para los prepagos se deben hacer estimaciones en virtud de perfil de acreditados e histórico de la segmentación. Obviamente, cambios en la estructura de flujos por extensión, refinanciaciones afectarán al perfil y por tanto al precio de la cartera. En este sentido, nuevamente el perfil de los préstamos, el loan to value, el histórico de default del segmento y el potencial valor del colateral serán factores determinantes en el proceso de valoración. En última instancia esto podría quedar reflejado en un rating por operación si estuviese disponible.

Una vez estimados los flujos de caja, netos de defaults y costes de servicing, deben descontarse para lo cual deberá aplicarse la tasa más representativa. Debe estar alineada con tasas de mercado para activos similares, considerando las primas de liquidez correspondiente a la situación de mercado en cada momento.

### **Préstamos sin garantía real**

La valoración de préstamos sin garantía real tiene mucho que ver con el importe, la homogeneidad y la solvencia del deudor. En general, muchos préstamos de poco importe y características semejantes pueden valorarse con un enfoque estadístico (semejante al actuarial), mientras que los de mayor importe y características más específicas requieren una modelización propia del préstamo y el deudor (parecida a aquéllos con garantía real).

### **Préstamos con garantía real**

Los préstamos que cuentan con garantía real deben considerar tanto la solvencia del acreditado como los colaterales del mismo. Abordado el tema de la estimación de solvencia, ahora la cuestión

se centra en la estimación del valor de las garantías/colaterales en el tiempo de cara a su potencial ejecución en caso de insolvencia.

### **Modelo basado en valores sostenibles en el tiempo**

La European Bank Association (EBA), en el ámbito de los Requerimientos de Capital Regulatorio (Capital Requirements Regulation artículo 229, párrafo 1) recoge el concepto valor a efectos hipotecarios (mortgage lending value: MLV):

La principal razón de requerir este concepto radica en la necesidad de los bancos de adecuar el consumo de capital en las operaciones con garantías hipotecarias en donde la EBA ha identificado aquellos países de la Unión Europea donde este concepto es utilizado, entre ellos España, Alemania, etc. Hay al menos 3 puntos en los que el valor a efectos hipotecarios afecta a los requerimientos de capital.

- Modelo estandar (artículos 124,125 y 126)
- Mitigación de riesgo de crédito (artículo 229)
- Ámbito de grandes exposiciones (artículo 402).

Adicionalmente, el concepto está vinculado a los requerimientos de capital en relación a las cédulas hipotecarias y titulizaciones (artículo 129).

En este contexto existen varias definiciones que hoy se manejan para el Valor a efectos hipotecarios

**Unión Europea** (European Union Capital Requirements Regulation (CRR) Artículo 4(74)):

“Valor de una propiedad inmobiliaria determinada por una valoración futura de mercado prudente considerando los aspectos sostenibles a largo plazo, las condiciones normales y locales del mercado, el uso actual y alternativo del activo”.

**Alemania:** (sección 16 del Pfandbrief Act que regula los bancos alemanes de negocio hipotecario):

“Valor que no puede exceder una valoración prudente del valor futuro de mercado considerando aspectos sostenibles a largo plazo de la propiedad, las condiciones normales en la región, así como los usos alternativos que el mismo pueda tener. Aspectos especulativos no deben ser tenidos en cuenta. El valor hipotecario no puede exceder el valor de mercado calculado de una forma transparente de acuerdo a un método reconocido de valoración”.

**España:** ‘valor de la propiedad determinada por una prudente valoración del posible valor futuro considerando aspectos relevantes a largo plazo considerando condiciones normales en el Mercado local y potenciales usos alternativos. No se incorporarán aspectos especulativos.

La propuesta de estimación del valor hipotecario, como un valor sostenible en el tiempo, se basa en premisas de equilibrio de los valores futuros del valor de mercado con el coste de financiación de los activos inmobiliarios y las rentas que estos pueden generar. La idea se basa en relaciones de no arbitraje existente en el ámbito financiero a la hora de determinar valores futuros en momento actual partiendo del valor de mercado. Estos principios son los que permiten la determinación de precios de instrumentos derivados negociados en mercados profundos y líquidos sobre acciones, divisas, tipos de interés, materias primas, etc. La estimación de los precios teóricos a futuro a cualquier plazo  $T$ , sólo puede aspirar a la determinación de los valores más probables a dichos plazos, pero la existencia de un componente estocástico en la evolución de los valores de mercado futuro es un elemento que no puede omitirse. Igualmente, los ciclos económicos afectan inexorablemente al valor de los activos inmobiliarios que sirvan de colateral o garantía a operaciones de financiación hipotecaria por lo que este factor puede ser incorporado al modelo.

Con esto no se plantea incorporar aspectos especulativos al valor hipotecario, expresamente excluido de todas las definiciones que se realizan sobre el concepto, sino más bien considerar dinámicas naturales del mercado acorde a la situación económica existente en cada momento.

En virtud de estos planteamientos segregaremos el modelo propuesto en 3 pilares fundamentales agregables

1. Modelo basado en principios de no arbitraje
2. Modelo basado en la existencia de factores estocásticos
3. Modelo basado en el ámbito económico que afecte al valor futuro

El modelo en su integridad, deberá en todo caso, contar con el ingrediente de la prudencia, que será considerado en los percentiles de uso de las distribuciones estocásticas que se perfilen.

Las relaciones de no arbitraje se establecen entre:

- Valor de mercado actual (VMA).
- Tipo de interés de financiación (tipo hipotecario: TH)
- Renta de alquiler de mercado (RM).
- Tiempo en años (T).
- Valor de mercado futuro (VMF).

En primera, instancia partiendo de las relaciones de no arbitraje sería posible obtener a cada momento futuro T un valor de mercado futuro:

$$VMF = f(VMA, TH, RM, T)$$

Así, dado un tipo hipotecario y una yield de renta para cada plazo T se podría construir una “senda teórica” de precios a futuro a cada plazo T.

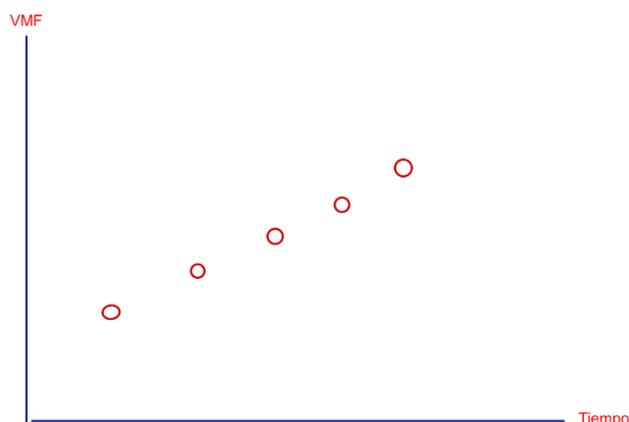


Ilustración 9: valor de mercado a futuro

El precio a futuro hallado en condiciones de no arbitraje no será necesariamente el precio de mercado que se observe realmente en un futuro ya que en dicho precio acabarán afectando variables que a priori se desconocen por tener un componente aleatorio. En cualquier activo financiero o inmobiliario, existe un componente estocástico. La volatilidad a la que el activo esté sometido durante el tiempo, recogerá ese componente aleatorio que situará definitivamente su valor en el futuro. De este modo, el valor de mercado futuro quedaría redefinido:

$$VMF = f(VMA, TH, RM, T, \sigma, \varepsilon)$$

Donde  $\sigma$  y  $\varepsilon$ , son la volatilidad esperada del precio del activo y el componente aleatorio que le afectará, respectivamente. Esta “senda teórica” sería una referencia central más probable sobre la que proyectar valores futuros, pudiendo en cada plazo existir precios superiores o inferiores determinados por dos aspectos: **tipo de distribución y volatilidad estimada sobre dichos valores**

- 1) Tipo de distribución
- 2) Volatilidad estimada sobre dichos valores centrales

Por ejemplo, si se asumiera una distribución Normal de las variaciones de los VMF y se tuviese una estimación de la volatilidad del precio, el esquema de proyección sería:

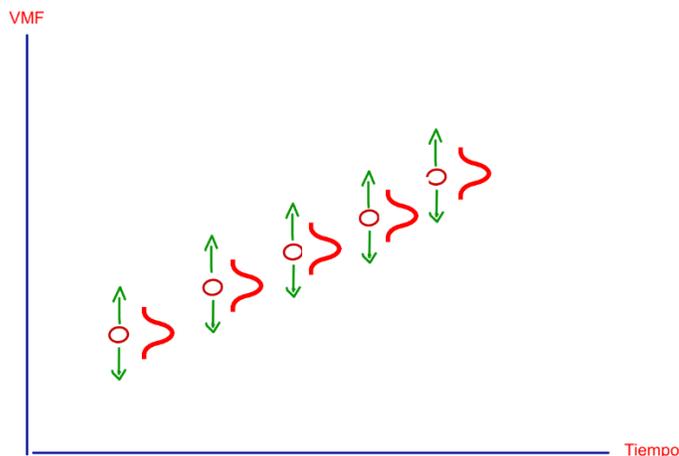


Ilustración 10: proyección de valores futuros

Finalmente, considerando que el valor de los activos inmobiliarios está sometido a la dinámica de los ciclos económicos, el modelo puede incluir una tendencia en virtud del ciclo en el que se encuentre el mercado y los aspectos económicos que lo rodeen.

Si incluimos el factor tendencial (FT) que podría ser añadido a la tasa de financiación, inherente al ciclo económico, finalmente el modelo quedaría definido del siguiente modo:

$$VMF = f(VMA, TH, RM, T, \sigma, \varepsilon, FT)$$

La incorporación de la variable prudencial pasaría por escoger el valor más conservador de las horquillas perfiladas para cada momento  $t$ . Finalmente el valor sostenible resultaría de calcular en el horizonte de proyección, la media de dichos valores prudenciales proyectados.

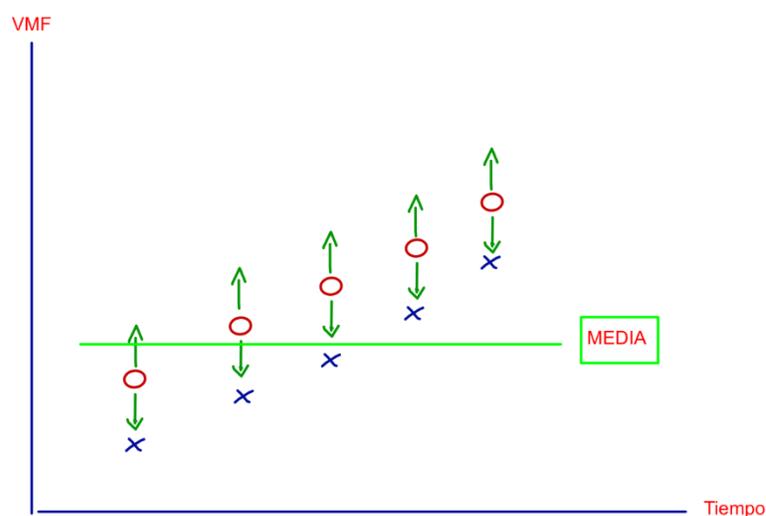


Ilustración 11: valor medio futuro

Resultará relevante determinar los periodos de proyección que debería situarse entre 5-10 años.

Este horizonte podría determinarse en virtud de dos tipos de análisis:

- Horizonte medio de incumplimiento en hipotecas fallidas
- Duración de ciclos económicos que afecten a tendencias del valor del subyacente y/o a las tasas de mora del sector

### Propuesta metodológica

#### *La proyección de valor en condiciones de riesgo neutro*

De forma general el precio a futuro (F) en condiciones de no arbitraje de cualquier activo que genera rentabilidad es:

$$F = S e^{(r-q)T} \quad (29)$$

*S: precio actual del activo al contado*

*F: precio del activo a futuro a un plazo T*

*r: tipo de interés de financiación para la compra del activo*

*q: tasa de rentabilidad que genera la tenencia del activo*

*T: tiempo en años*

En el caso concreto, de activos inmobiliarios residenciales, tendríamos:

$$VMF = VMA e^{(r-q)T} \quad (30)$$

*VMA: valor de mercado del activo inmobiliario según condiciones de mercado.*

*VMF: precio del activo a futuro a un plazo T*

*r: tipo de interés hipotecario de financiación para la compra del activo*

*q: tasa de rentabilidad (yield) por rentas del activo inmobiliario*

*T: tiempo en años*

VMA se ajustaría a la definición de la IVS (International Valuation Standards) 104, párrafo 30.1

*“Market Value is the estimated amount for which an asset or liability should Exchange on the valuation date between a willing buyer and a willing seller in an arm’s length transaction, after proper marketing and where the parties had each acted knowledgeably, prudently and without compulsion”.*

Si consideramos la existencia de una estructura temporal de tipos de interés hipotecarios y una estructura temporal de tasa de rentabilidad por rentas, se obtendría unos VMF a cada plazo.

Así por ejemplo, si consideramos que un tipo de interés hipotecario a 10 años del 5% (capitalización continua) y una yield por rentas del 4% (capitalización continua), y un valor de mercado del activo de 500.000 euros.

$$VMF = VMA e^{(r-q)T} = 500.000 e^{(5\%-4\%)10} = 552.585,46 \quad (31)$$

### *La proyección de valor incorporando el factor estocástico*

En la medida en que en el tiempo existe un componente aleatorio que condicionará la evolución del activo y que dicha evolución sigue un proceso estocástico continuo de Markov (el precio final es independiente de lo que ha hecho el activo durante su vida) también conocido como movimiento Browniano, la expresión anterior queda redefinida como:

$$F = S e^{\left(r-q-\frac{\sigma^2}{2}\right)T + (\sigma\varepsilon\sqrt{T})} \quad (32)$$

*S: precio actual del activo al contado*

*F: precio del activo a futuro a un plazo T*

*r: tipo de interés de financiación para la compra del activo*

*q: tasa de rentabilidad que genera la tenencia del activo*

*T: tiempo en años*

*$\sigma$ : volatilidad del subyacente*

*$\varepsilon$ : aleatorio de una distribución que habrá que definir en función de observación empírica*

En el caso concreto, de activos inmobiliarios residenciales, tendríamos:

$$VMF = VMA e^{\left(r-q-\frac{\sigma^2}{2}\right)T+(\sigma\varepsilon\sqrt{T})} \quad (33)$$

*VMA: valor de mercado del activo inmobiliario según condiciones de mercado.*

*VMF: precio del activo a futuro a un plazo T*

*r: tipo de interés hipotecario de financiación para la compra del activo*

*q: tasa de rentabilidad (yield) por rentas del activo inmobiliario*

*T: tiempo en años*

*$\sigma$ : volatilidad del subyacente*

*$\varepsilon$ : aleatorio de una distribución que habrá que definir en función de observación empírica*

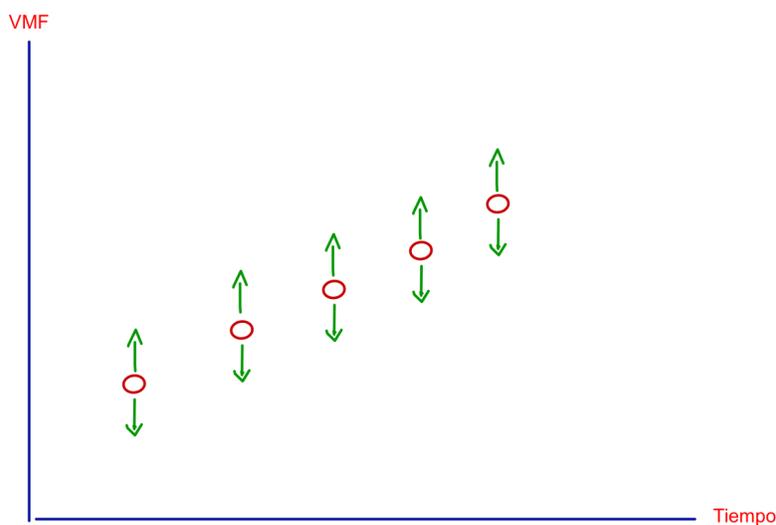


Ilustración 12: estimación VMF

### ***Análisis de la forma de distribución y volatilidad del precio del VMF***

Como se indicaba previamente, sobre el valor central obtenido en los VMF, se deben estimar las horquillas para cada plazo T de cara a determinar los rangos probables de precios en cada uno de

ellos. El valor sostenible en el tiempo a efectos hipotecarios, podrá resultar de aplicar un percentil conservador en cada una de dichas horquillas.

Para ello se ha realizado un estudio estadístico de los precios m2 por provincia según datos de Ministerio de Fomento desde el año 1995 hasta 2T 2017 con frecuencia de observación trimestral. Como muestra se recoge a continuación los resultados de la provincia de Madrid en base a la evolución de los precios de “Vivienda general”

Tabla 3: históricos de precios vivienda Madrid

**Evolución precios vivienda general Madrid (M° Fomento)**

<u>Precios</u> (euros/m2)	Máximo	3,007	4T 2017	
	Mínimo	1,042	2T 1997	
	Media	1,986		
<u>Variaciones:</u> (trimestrales)	Máxima	7.862%	Percentil 20%	-1.504%
	Mínima	-4.339%	Percentil 80%	3.156%
	Media	0.821%		
	Desviación T.	2.587%	5.173%	
		(trimestral)	(anualizada)	

La evolución histórica ha sido:

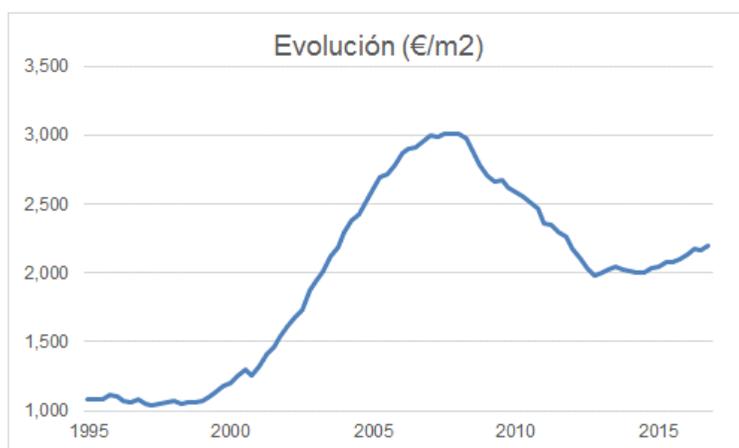


Ilustración 13: evolución precios vivienda Madrid

Con unas tasas de variación que históricamente han sido.

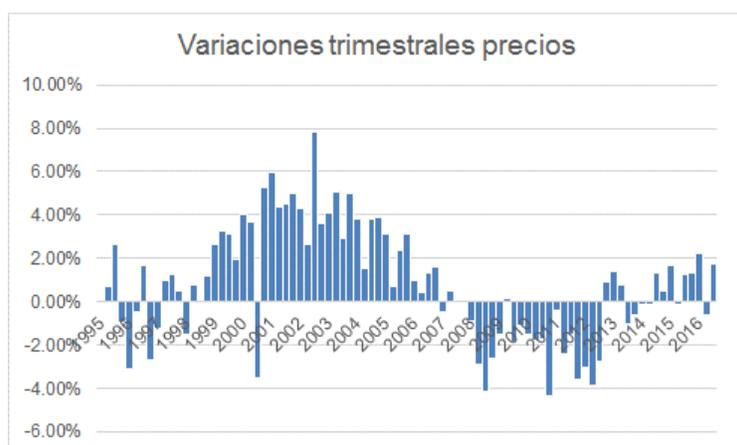


Ilustración 14: variación precios Madrid



Ilustración

precios Madrid

15: volatilidad

El histograma de frecuencias de las variaciones trimestrales exhibe una distribución que virtualmente podría ajustarse a un Normal, aunque con ciertos matices, en gran medida por el número de observaciones. En cualquier caso, aparte de utilizar la propia distribución histórica obtenida, una posibilidad para proyectar una distribución alrededor los VMF, sería una Normal con media 0 y desviación estándar 1.

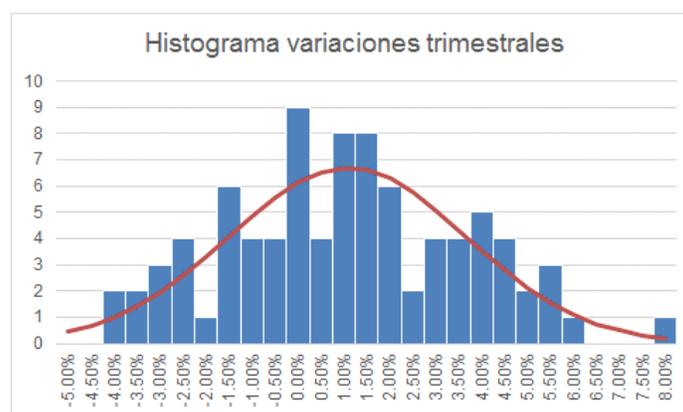


Ilustración 16: histograma retornos precios Madrid

Definida el tipo de distribución, bien histórica o normal, en lo que respecta a la proyección de la volatilidad futura para la estimación de los VMF se ha aplicado un modelo GARCH(1,1). Es un modelo estadístico utilizado para prever la volatilidad donde la variable subyacente puede exhibir una reversión de la media. GARCH es el acrónimo inglés de heteroscedasticidad condicional autoregresiva generalizada. Se caracterizan por asumir:

Autorregresividad: la volatilidad depende de la volatilidad en momento anterior

Contagio: contextos de alta o muy baja volatilidad se rodean de episodios similares

Asimetría: subida son menos volátiles que bajadas de las variables.

Estimaremos la volatilidad para el momento futuro  $i$  dependiente de unos parámetros:

$$\sigma_{i+1} = \omega + \alpha R_i^2 + \beta \sigma_i^2 \quad (34)$$

Se realiza la estimación de máxima verosimilitud para los parámetros  $\omega, \alpha, \beta$

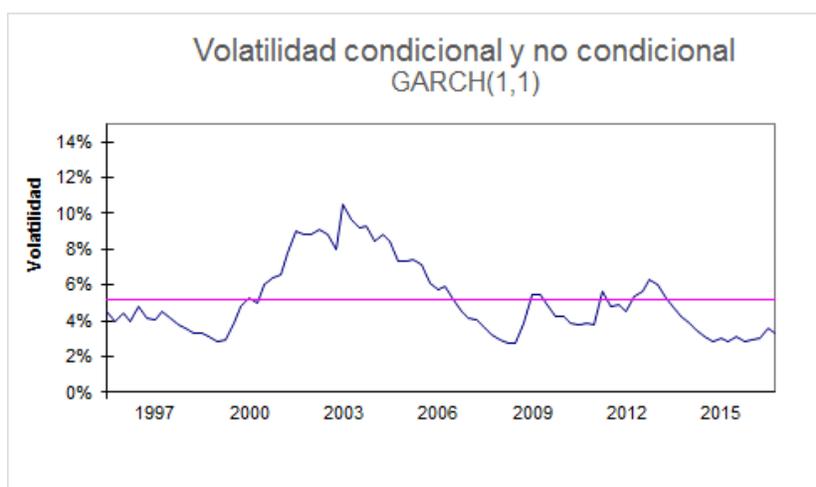


Ilustración 17: volatilidad Garch Madrid

Para el ejemplo de los precios de vivienda en Madrid, el modelo apunta a una volatilidad estructural de reversión en torno al **5,17%** con unos parámetros que determinan aparte de dicho nivel de reversión, la velocidad y el tiempo de reversión. De hecho,  $\omega$  es valor de iniciación en torno al cual se producirán ciertas variaciones. También puede entenderse como el valor medio a largo plazo sobre el que se genera la expectativa inmediata.  $\alpha$  es el factor reactivo y  $\beta$  el factor de persistencia. La suma de ambos factores  $\alpha$  y  $\beta$  representa la velocidad de reversión. Cuanto menor es su valor, menos tarda en revertir.

Evidentemente, este modelo se nutre de información histórica por lo que cualquier cambio de patrón de comportamiento del mercado por factores nuevos no estaría contemplado. Esta circunstancia sería matizable si se complementase la proyección a través de algún proceso de simulación estocástica con la perfilada en la ecuación (33)

Obviamente, el modelo para la estimación de VMF ha de incorporar todas las demás variables básicas: tasas de financiación, tasas de renta, como elementos que acompañen a la tendencia y siempre dentro de una distribución de probabilidades cuyas cotas vendrían dadas por la volatilidad estimada. Para las tasas de financiación, observada la relación histórica de los tipos hipotecarios y los tipos swaps a 5 años, se han inferido los tipos hipotecarios para distintos plazos considerando unos spreads medios de equilibrios sobre los swaps cotizados actualmente a los diferentes plazos.

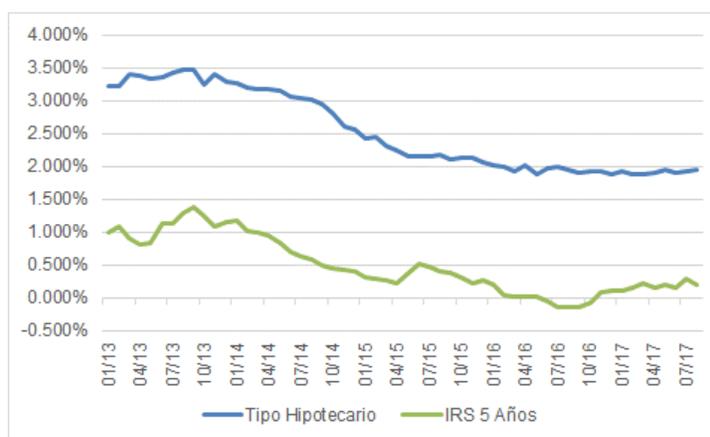


Ilustración 18: tipos hipotecarios y Swaps

Para las tasas de alquiler, se han utilizado yields de mercado con una cierta estructura temporal creciente.

### *Ajuste por tendencia*

Las series temporales llamadas también series cronológicas o series históricas son un conjunto de datos numéricos que se obtienen en períodos regulares y específicos a través del tiempo, los tiempos pueden ser en años, meses, semanas, días o como en nuestro caso precios trimestrales de precios provistos por el Ministerio de Fomento. Matemáticamente, una serie temporal se define por los valores  $Y_1, Y_2, Y_3, \dots$  de una variable  $Y$  (precios mensuales) en tiempos  $t_1, t_3, t_3, \dots$ . Si se reemplaza a  $X$  por la variable tiempo, estas series se definen como distribuciones de pares ordenados  $(X, Y)$  en el plano cartesiano, siendo  $Y$  una función de  $X$ ; esto se denota por:

$$y = f(t) \rightarrow Y = f(X)$$

El principal objetivo de las series temporales es hacer proyecciones o pronósticos sobre una variable futura, suponiendo estables las condiciones y variaciones registradas hasta la fecha. A partir de ahí, con base en esa situación ideal, que supone que los factores que influyeron en la serie en el pasado lo continuarán haciendo en el futuro, se analizan las tendencias pasadas y el comportamiento de las actividades bajo la influencia de ellas.

Es necesario describir la tendencia ascendente o descendente a largo plazo de una serie cronológica por medio de alguna función, y la más adecuada será la que mejor represente los datos y sea útil para desarrollar pronósticos. Para lograr la estimación de la tendencia se utilizan con más frecuencia los siguientes métodos como mínimos cuadrados ordinarios (MCO) o Métodos de SemiPromedios.

El método MCO se basa en que una vez representada la serie, se ajustará por dicho método la línea más conveniente, hallándose también la medida de la bondad o representatividad del ajuste correspondiente. En las series temporales, haremos el siguiente cambio de variable (pues los valores de  $t$  son correlativos):

- Si el número de valores de  $t$  es impar:  $t' = t - O_t$  (donde  $O_t$  es el valor central de la serie de valores de  $t$ ).
- Si el número de valores de  $t$  es par:  $t' = 2(t - \ddot{O}_t)$  (donde  $\ddot{O}_t$  es la media de los dos valores centrales de la serie de valores de  $t$ ).

En ambos casos, los sistemas de ecuaciones normales para ajustar una recta y una parábola, respectivamente, serían:

Recta:

$$y = a + bt' \quad (35)$$

$$\sum y_i = a \cdot N \quad (36)$$

$$\sum t'_i y_i = b \cdot \sum t'^2_i \quad (37)$$

Parábola:

$$y = a + bt' + ct'^2 \quad (38)$$

$$\sum y_i = a \cdot N + c \sum t'^2_i \quad (39)$$

$$\sum t'_i y_i = b \cdot \sum t'^2_i \quad (40)$$

$$\sum t'^2_i y_i = a \sum t'^2_i + c \sum t'^4_i \quad (41)$$

N: número de observaciones.

Si transformamos el impacto tendencial (lineal o parabólico) en una tasa anualizada sumable a los tipos de interés en campo continuo (FT) con lo que quedaría:

$$VMF = VMA e^{\left(r+FT-q-\frac{\sigma^2}{2}\right)T+(\sigma\varepsilon\sqrt{T})} \quad (42)$$

*VMA: valor de mercado del activo inmobiliario según condiciones de mercado.*

*VMF: precio del activo a futuro a un plazo T*

*FT: factor tendencial*

*r: tipo de interés hipotecario de financiación para la compra del activo*

*q: tasa de rentabilidad por rentas del activo inmobiliario*

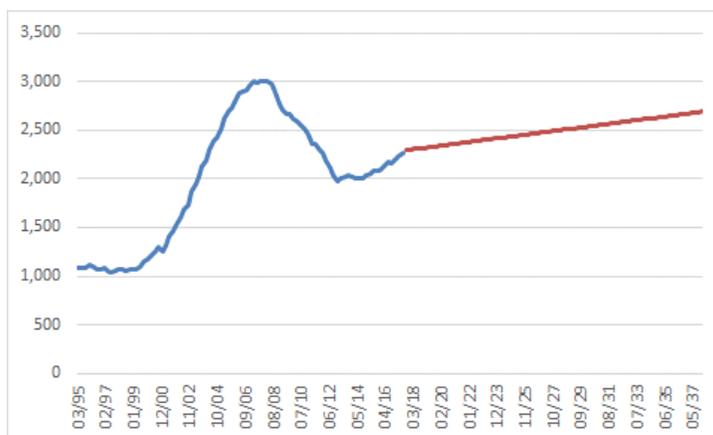
*T: tiempo en años*

*$\sigma$ : volatilidad del subyacente*

*$\varepsilon$ : aleatorio de una distribución que habrá que definir en función de observación empírica*

### ***La proyección de valor incorporando tendencia y ajuste prudencial***

Utilizando una estimación básica de tendencia lineal basada en MCO como se recoge en la ecuación [6], sin considerar todos los demás factores propuesta se tendría una proyección:



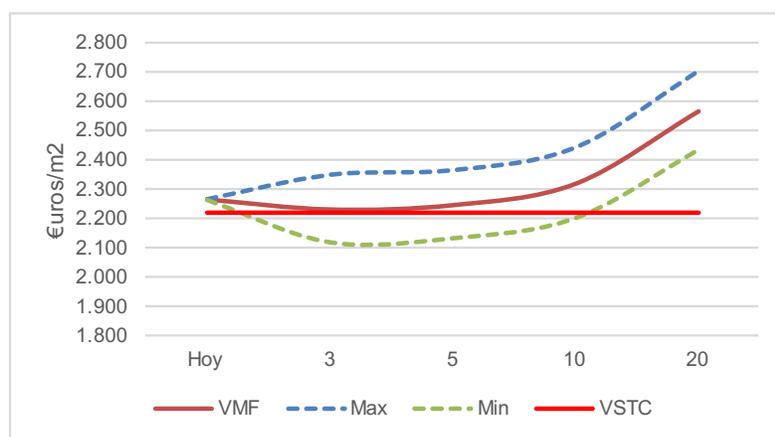
**Ilustración 19: proyección valores futuros**

La idea es utilizar las tasas tendenciales, sólo como variables de ajuste sobre las tasas hipotecarias y las tasas de rentas de mercado antes señaladas. Para distinguir el concepto, incluyéndolos

pasamos del VMF (valor de mercado a futuro) a lo que denominaremos Valor Sostenible Conservador en el Tiempo (VSCT). De este modo, considerando todos los factores incluidos en el modelo, sobre el ejemplo en el que venimos planteando el ejercicio se tendría:

Tabla 4: valor de mercado inmobiliario a futuro

	Hoy	3	5	10	20
Precio	2.264	2.229	2.244	2.318	2.567
Max (1s)	2.264	2.347	2.363	2.441	2.704
Max (-1s)	2.264	2.117	2.131	2.201	2.438
Tipo Swap		-0,10%	0,20%	0,80%	1,40%
Tipo Hipotecario		1,90%	2,30%	3,00%	3,70%
Rent. Yield		3,25%	3,30%	3,55%	3,80%
Ajuste tendencia		0,84%	0,83%	0,79%	0,73%
Volatilidad (GARCH(1,1))		5,17%	5,17%	5,17%	5,17%
VCST	2.222	2.222	2.222	2.222	2.222



De este modo, el Valor Conservador Sostenible en el Tiempo (VCST) que pretende asimilarse al MLV (mortgage lending value) se situaría en 2222 €/m<sup>2</sup>, considerando las variables de ejemplo utilizadas. La volatilidad del 5,17% obtenida del modelo GARCH ha servido para estresar la senda central al alza y a la baja. Para dicha senda central las tasas de interés utilizadas han sido las tasas swap más el spread histórico estable que han recogido los tipos de interés hipotecarios al tiempo que se ha perfilado una curva de tasas de alquiler de mercado a diferentes plazos. Además, se ha considerado el factor tendencial obtenido de MCO. Estos tres factores son absolutamente

modulables y segregables. La senda mínima sirve para la determinación de los valores conservadores que en media definen el VCST obtenido.

Como se comentaba previamente, podría resultar recomendable especifica un horizonte temporal de referencia que muy posiblemente se situaría en el entorno de 5-10 años. Para plazos mayores se debería considerar una segmentación de la curva que discrimine los VCST al menos en 3 tramos:

- Corto plazo
- Medio plazo
- Largo plazo

En este ejercicio no se ha llevado a cabo dicha segmentación pero podría resultar útil a diversos efectos.

### Resumen

El Valor Conservador Sostenible en el Tiempo (VCST) que pretende asimilarse al MLV (mortgage lending value) se define como una función que depende de los siguientes parámetros:

- Valor de mercado actual (VMA).
- Tipo de interés de financiación (tipo hipotecario: TH)
- Renta de alquiler de mercado (tasa de rentas: RM).
- Tiempo en años (T).
- Factor tendencial (FT)
- Volatilidad ( $\sigma$ )
- Distribución ( $\varepsilon$ )

Partiendo del valor actual de mercado, y como recoge el modelo completo en la ecuación (42) los tipos de financiación y la rentabilidad por alquiler del activo, se estimaría el valor de mercado futuro (VMF) en condiciones de riesgo neutro. Por la naturaleza cíclica tendencial de los activos inmobiliarios residenciales, se abre la posibilidad de incorporar un factor tendencial. Con el objetivo de considerar un sesgo conservador, sobre cada VMF central se proyecta una distribución (se propone Normal o aleatoria ajustable a una predefinida) de cara a capturar un percentil conservador de la misma en cada plazo que, determinaría en media el valor conservador sostenible en el tiempo (VCST). La volatilidad es la variable determinante para la definición de dicho percentil. La misma se obtiene a través de método GARCH(1,1) que permite determinar su valor de reversión a largo plazo y parámetros de velocidad.

El plazo máximo al que debe realizarse dicha proyección estaría en torno a 5-10 años a falta de consensuarlo en virtud de aspectos relacionados con ciclos económicos ú horizontes medios de mayor incidencia hipotecaria.

### **Estudio de las garantías inmobiliarias del mercado español**

La sostenibilidad del valor de los activos inmobiliarios en el tiempo resulta de especial relevancia en las operaciones de financiación con garantía real hasta tal punto que los niveles de volatilidad de las garantías podrían ser un factor determinante en la discriminación de financiación en términos de precio. Evidentemente aquellas financiaciones que constasen con garantías más valiosas, menos volátiles y más rápidamente reversibles a una media deberían contar con una discriminación positiva en importe y sobre todo precio desde la perspectiva del financiador. Es por ello que a continuación se realizará un análisis que a nivel provincias españolas pretende identificar estos

factores diferenciales a este nivel de localización. Obviamente la exploración a niveles más bajos daría una capacidad de discriminación mucho más potente pero las premisas de fondo deberían ser las mismas.

Considerando las series históricas de precios trimestrales de vivienda general por provincias españolas desde 1995 se ha realizado un estudio sobre los niveles de volatilidad. Se han utilizado los modelos básicos de estimación de volatilidad histórica y el modelo GARCH(1,1) obteniendo tanto los niveles de reversión de la volatilidad a largo plazo como la velocidad con la que se produce. Estos indicadores permitirían tanto en el modelo ya expuesto como en el modelo que se desarrollará para el mercado español de Vasicek, estimar en que provincias las garantías hipotecarias podrían tener diferentes niveles de riesgo no sólo por el propio valor de las mismas respecto a las financiaciones concedidas sino en cuanto a su potencial de cambio de valor en el tiempo. Justamente una de las claves en la concesión de préstamos con garantía real es la estimación del valor sostenible en el tiempo que a la entidad financiera le puede servir de referencia como potencial valor de ejecución hipotecario en los préstamos fallidos. En muchas ocasiones, especialmente en crisis inmobiliarias severas, el valor de recuperación es inferior al saldo de financiación pendiente lo que potencia el efecto perverso de cierto segmento de acreditados a impagar considerando la relación deuda/valor del activo que garantiza la operación.

Se ha realizado un análisis por provincias en las que se puede realizar una segmentación de 3 grandes grupos en virtud de los niveles de volatilidad de los precios observados en las series históricas. La segmentación se ha concebido según los siguientes criterios:

Volatilidad baja: < 5,65% (percentil 33%)

Volatilidad media: entre 5,65% y 6,35% (percentil 66%)

Volatilidad alta:  $> 6,35\%$

Además de la estimación de volatilidad estándar se han calculado los niveles de reversión así como la velocidad de reversión de cada una de las provincias. Este análisis permite, por tanto:

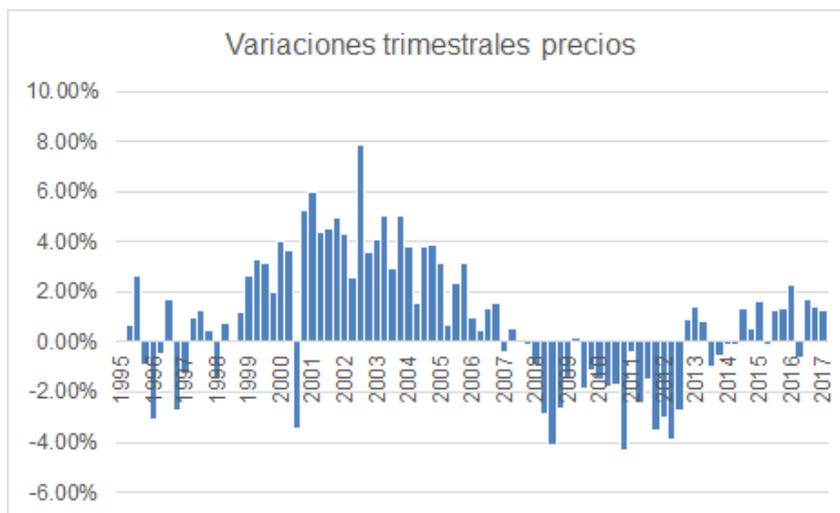
- Cuantificar los niveles de volatilidad de cada provincia
- Cuantificar los niveles de volatilidad de reversión a largo plazo
- Velocidad de reversión

Por ejemplo, para el caso previamente analizado de Madrid, tendríamos

Tabla 5: precios vivienda Madrid

**Evolución precios vivienda general Madrid (M° Fomento)**

<u>Precios</u> (euros/m2)	Máximo	3,007	4T 2017
	Mínimo	1,042	2T 1997
	Media	1,992	
<u>Variaciones:</u> (trimestrales)	Máxima	7.862%	Percentil 20% -1.491%
	Mínima	-4.339%	Percentil 80% 3.154%
	Media	0.833%	
	Desviación T.	2.558%	(trimestral)
		5.116%	(anualizada)
	Velocidad Rev	93.022%	



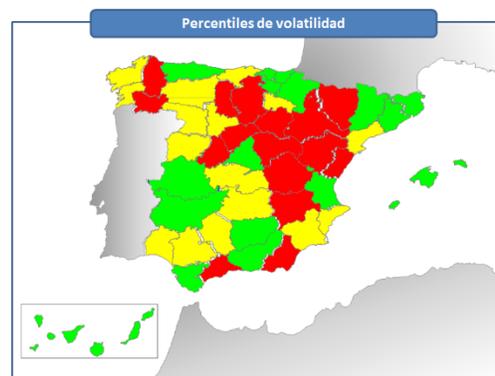
Adicionalmente, se ha analizado el perfil poblacional por provincias. Considerando que se trata de un análisis de los precios de la vivienda residencial, como es lógico aquellas provincias con mayor población, el comportamiento de los precios tiene un patrón común. En concreto, en las poblaciones más relevantes cuantitativamente se percibe unos niveles de volatilidad más bajos. Esto podría ser atribuible por un lado al hecho de que se tratan de mercados más profundos con un mayor número de transacciones en los que además internamente existen micro-mercados de diferente perfil en los que al agregarse a nivel provincial los niveles de volatilidad de cada uno de ellos tiende mitigarse. En poblaciones más reducidas, el menor número de transacciones en mercados menos líquidos y el menor efecto compensador entre segmentos residenciales justificarían en cierta medida unos mayores niveles de volatilidad. Estas circunstancias, condicionarían la representatividad de las series históricas de precios de mercado residencial en aquellas localizaciones geográficas menos líquidas y profundas. Con esos matices, además del análisis de volatilidad por provincias se ha realizado a través de los modelos GARCH una comparativa de las velocidades de reversión de los niveles de volatilidad a largo plazo.

Los resultados se recogen en la Tabla 6: . En términos de volatilidad se observa que provincias de mayor población como como Madrid, Barcelona o Valencia, se encuentran claramente en el segmento de menor volatilidad en niveles del 4%-5%. Alicante y Sevilla son excepciones al situarse en zona intermedia de volatilidad, circunstancia que podría venir inducido por el impacto del peso de segundas residencias en dichas provincias que al igual que en Málaga además del factor poblacional cuantitativo pesaría de forma significativa este factor. En el otro extremo, Teruel, Huesca o Soria, de las provincias en el ranking de las menos pobladas, exhiben unos niveles de volatilidad precio que casi multiplican por dos a las anteriores como es el caso de Teruel que supera

el 8% de volatilidad anual. Las provincias que por ranking de población se encuentran en zona intermedia, también lo están en términos de volatilidad situada entre el 5,50% y el 6% salvo puntuales excepciones ya comentadas.

Tabla 6: análisis volatilidad, velocidad, población

<u>Provincia</u>	<u>Volatilidad</u>	<u>Velocidad</u>	<u>Población</u>	<u>Población</u>
		(ranking)	(% / total)	(ranking)
TERUEL	8.29%	47	0.29%	49
HUESCA	7.98%	31	0.47%	43
SORIA	7.93%	15	0.19%	50
OURENSE	7.91%	19	0.67%	41
LUGO	7.82%	10	0.72%	37
SEGOVIA	7.49%	14	0.33%	48
CUENCA	7.38%	52	0.43%	44
ALBACETE	6.88%	38	0.84%	35
GUADALAJARA	6.85%	46	0.54%	42
MALAGA	6.84%	10	3.50%	6
BURGOS	6.75%	50	0.77%	36
PALENCIA	6.72%	13	0.35%	46
ALMERIA	6.63%	35	1.52%	22
CEUTA	6.58%	17	0.18%	52
CASTELLON	6.56%	43	1.24%	28
MELILLA	6.51%	16	0.18%	51
ZARAGOZA	6.41%	20	2.05%	15
AVILA	6.37%	41	0.35%	47
ZAMORA	6.33%	40	0.38%	45
TOLEDO	6.31%	26	1.47%	23
TARRAGONA	6.29%	30	1.70%	18
SALAMANCA	6.19%	3	0.72%	38
ALAVA	6.17%	34	0.70%	39
CORDOBA	6.15%	32	1.69%	19
HUELVA	6.13%	27	1.11%	30
CORUÑA, A	6.10%	21	2.41%	10
RIOJA, LA	6.03%	3	0.68%	40
LEON	6.02%	12	1.01%	32
VALLADOLID	5.97%	49	1.12%	29
ALICANTE	5.88%	24	3.92%	5
CANTABRIA	5.88%	29	1.25%	27
PONTEVEDRA	5.83%	5	2.02%	16
CIUDAD REAL	5.77%	33	1.08%	31
MURCIA	5.71%	7	3.16%	7
SEVILLA	5.66%	1	4.16%	4
NAVARRA	5.59%	9	1.38%	26
GRANADA	5.54%	36	1.96%	17
CACERES	5.53%	45	0.86%	34
CADIZ	5.48%	28	2.66%	8
LLEIDA	5.48%	8	0.93%	33
GUIPUZCOA	5.46%	48	1.54%	21
JAEN	5.29%	22	1.38%	25
SANTA CRUZ DE TEN	5.26%	2	2.16%	14
BALEARES	5.21%	51	2.40%	11
GIRONA	5.12%	37	1.62%	20
MADRID	5.12%	23	13.97%	1
VIZCAYA	5.08%	18	2.47%	9
PALMAS, LAS	5.00%	6	2.36%	12
VALENCIA	5.00%	25	5.46%	3
ASTURIAS	4.81%	42	2.22%	13
BADAJOZ	4.77%	44	1.46%	24
BARCELONA	4.33%	39	11.97%	2



En mapa adjunto, se han dividido las provincias por niveles de volatilidad, dividiendo 3 percentiles:

**Verde** 0%-33% baja volatilidad  
**Amarillo** 33%-66% media volatilidad  
**Rojo** 66%-100% alta volatilidad

Estimadas las volatilidades de reversión a largo plazo para el mercado residencial en cada una de las provincias españolas, se ha analizado la velocidad con la que las volatilidades revierten a dichos valores a largo plazo. Este indicador refleja la rapidez con la que en las diferentes provincias subidas o bajadas de volatilidad (no de precios) revierten a su nivel de referencia a largo plazo sea cual fuere este. Esa velocidad de reversión en última instancia facilita la estimación de la volatilidad en diferentes escenarios, siendo aquellas provincias más rápidas en las que dicha estimación de volatilidad es más representativa ya que en cualquier escenario se recupera con mayor rapidez.

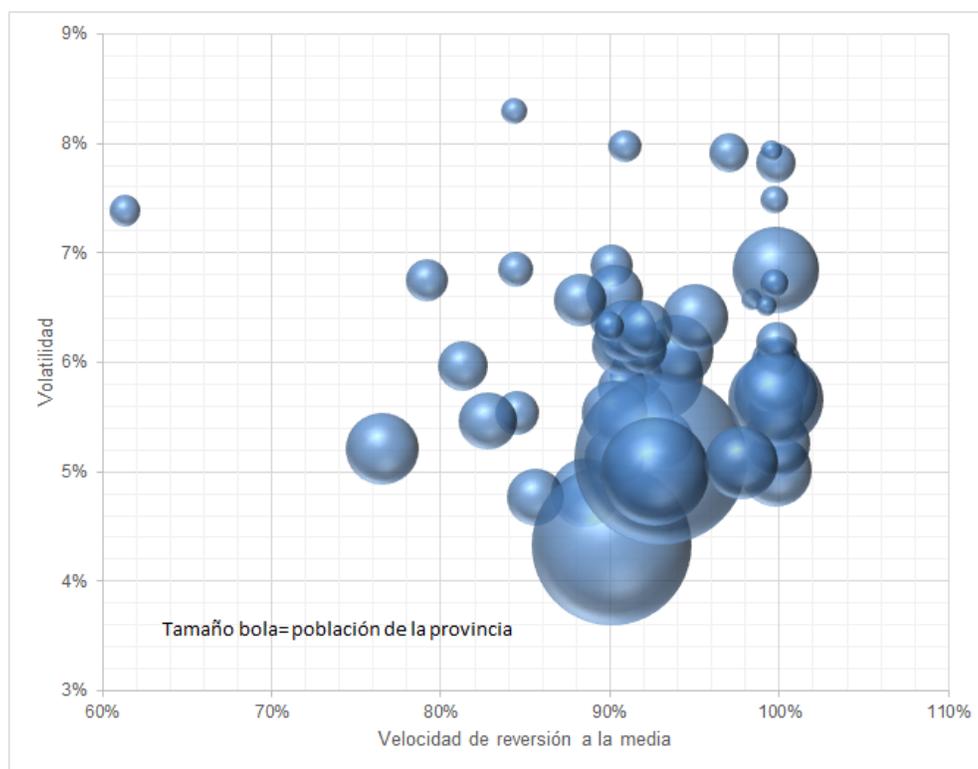


Ilustración 20: volatilidad/reversión media/población

La conjunción de ambos indicadores; la volatilidad y su velocidad de reversión de los precios de los activos inmobiliarios son pues, relevantes a la hora de estimar riesgos de cualquier operación de financiación que cuente con garantías o colaterales de dicha naturaleza. Tal es así, que sería factible realizar una discriminación positiva de aquellas operaciones de financiación que contasen con activos inmobiliarios que gozasen de ciertas particularidades en términos de dichos indicadores ya que en última instancia se podrían reducir precios en virtud de la sostenibilidad de los valores en el tiempo de las garantías inmobiliarias asociadas. A estos efectos será fundamental analizar la sensibilidad que los diferentes modelos de valoración que se propondrán tienen a dichos indicadores.

### **Modelo de Vasicek**

El modelo de Vasicek para la valoración de préstamos, publicado en 1984 y revisado en 1999, está fundamentado en la relación existente entre la diferencia del activo y la suma de las distintas partidas de pasivo de una sociedad y el posible impago de las mismas (pasivo corriente, C; deuda a corto plazo, D; bonos, B, y equity, E), pudiendo considerar los préstamos que el modelo pretende valorar dentro de la categoría de deuda a corto plazo. Estas partidas también podrían considerarse como las distintas prelación de los deudores. El modelo asume un esquema de evolución estocástica lognormal del activo, con una deriva ( $\mu$ ) y una volatilidad ( $\sigma$ ) constantes.

Por tanto, puede tratarse la valoración de préstamos, o de manera equivalente, la valoración del impago sobre el total del valor nominal del préstamo; como la valoración de un derivado con subyacente de evolución estocástica lognormal. La valoración estándar de mercado para productos derivados está conformada por numerosos modelos adaptados a distintos tipos de subyacentes, estructuras de datos de mercado y categorías de payos. El conjunto de modelos se suele llamar marco Black-Scholes en honor al trabajo fundacional de estos autores publicado en 1976. Dentro de esos modelos que conforman el marco Black-Scholes hemos encontrado algunos especialmente aplicables a la valoración de préstamos:

Resolución numérica por Montecarlo de la ecuación Black Scholes: En la línea del método de solución numérico (árbol trinomial) para la ecuación de Black Scholes en un esquema Vasicek propuesto en el paper de Walter de Luna de 2013, es posible seguir flexibilizando la resolución de la ecuación de Black Scholes, calculada analíticamente en los primeros papers para préstamos con características específicas, aplicando el método Montecarlo. Este método permite tener escenarios en cada fecha en que pudiera suceder algún evento en el activo (pagos, opcionalidades, ingresos,

etc) y por tanto en su derivado asociado (préstamo). Esto permite aplicar condiciones de toma de decisión óptima (tipo Longstaff Schwartz) dentro de la valoración. Además, Montecarlo permite una mayor flexibilidad de parámetros dando cabida a una estructura para la deriva (tipo libre de riesgo-dividendos, estimación propia de rentabilidad, etc), para la volatilidad (Modelo Dupire) o para el descuento.

Modelo Longstaff-Schwartz para valoración de Montecarlo con toma de decisiones:

Los modelos de tipo Longstaff-Schwartz (2001) permiten incorporar opcionalidades voluntarias a la valoración de derivados, esto es equivalente al cálculo de una decisión óptima matemática dentro de varias opciones (entrada en mora, con estrategia de concurso o ejecución; cancelación del préstamo a nominal, pagos contractuales, etc) dentro de una valoración.

Modelo de volatilidad local (tipo Dupire): Consideración la evolución estocástica de los activos del modelo de Vasicek, para poder recoger el hecho de que la volatilidad del subyacente no es homogénea durante todo el proceso. Es decir, en los distintos escenarios que genera un Montecarlo podría existir distinta volatilidad en la parte alta que en la parte baja del ciclo o diferente volatilidad para el proceso en los plazos más cortos que en los largos (produciéndose a partir de una fecha determinada una estabilización en la volatilidad acumulada) y fundamentalmente en la transformación de un subyacente inmobiliario en otro (por ejemplo suelo en obra en curso y obra en curso en inmueble).

### **Valoración de préstamos non performing**

Para aquéllos préstamos que no están al corriente de pago se puede reinterpretar el modelo de Vasicek para poder adaptarlo a las características concretas de este tipo de préstamos: Consideramos C, D, B y E como prelación respecto al activo. Consideramos el activo (A) como

la garantía del préstamo. También entendemos que B y E son 0 y C sería solo la cantidad de deuda con los acreedores con mayor prelación que se tiene sobre la garantía (seguridad social, hacienda, etc), su valor estimado al vencimiento del préstamo sería Ct. D es el valor del préstamo que queremos valorar, y Dt sería su valor en el vencimiento. Dado que es un préstamo Non Performing, Dt es el valor vivo del préstamo en el momento inicial más todos los intereses, tanto los naturales como los de demora, que se acumularían a vencimiento. F, considerado como pagos de dividendos y de intereses de bonos, también sería 0 por ser Non Performing. Aplicado esto de forma transparente a la fórmula de Vasicek, solo que con la redefinición de variables del punto anterior. En caso de Ct sea 0, no es exactamente aplicable las soluciones del paper de Vasicek original a la ecuación diferencial, pero quedaría una semejante y algo más sencilla. Todo el esquema anterior es extensible sin demasiadas dificultades metodológicas a los modelos Montecarlo, Volatilidad Local y Longstaff- Schwartz abordados en el epígrafe anterior. Un ejemplo para los esquemas Montecarlo mencionados sería el siguiente: se puede decir que un préstamo bullet (con principal vivo D, interés acumulables a vencimiento I y deuda con acreedores de mayor prelación a vencimiento Ct) es un derivado de su garantía (A), subyacente lognormal ajustado al marco Black-Scholes, con un payoff a vencimiento dado por  $\text{Min}(A-Ct; D+I; 0)$ . Una vez obtenido el valor es necesario actualizarlo con un tipo de descuento. El hecho de estar ante un modelo dentro de un mercado ilíquido y poco profundo (poco *risk neutral*), puede hacer necesario considerar tipos de descuento diferentes al tipo libre de riesgo y que estén basados en costes de financiación o estándares de los operadores del mercado.

### *Solución numérica*

Las ecuaciones estocásticas/diferenciales procedentes del marco de Vasicek para la valoración de préstamos solo permiten soluciones analíticas para préstamos Non Performing y préstamos performing bullets (y con algunas simplificaciones que realiza Vasicek en su paper original y que no son aplicables para algunos casos). La mayor parte de los préstamos performing (especialmente los amortising como bien pueden ser los de cuota constante/franceses o capital constante/alemán) requieren la resolución numérica de las ecuaciones de Vasicek con las condiciones iniciales y de contorno ajustadas a sus características financieras.

Dado que el default/dación en pago o la amortización anticipada son opcionalidades voluntarias que tiene el deudor, es necesario plantear soluciones que permitan contemplar esta opcionalidad voluntaria. Los esquemas más extendidos en el mercado son la valoración por árboles y la aplicación de modelos de regresión por mínimos cuadrados a esquemas tipo Montecarlo (e.g Longstaff Schwartz).

La primera solución es la más eficiente computacionalmente, árboles trinomiales como en el ejemplo del De Luna (2013,) pero si no hay suficiente número de nodos se pierde precisión en la valoración y no permite recoger clausulados del tipo path dependent en el préstamo. Además, no permite de forma inmediata y exacta la obtención de medidas de riesgo tipo Credit VaR o curvas de probabilidad de solvencia o de probabilidad de default/default en cada pago. Esto hace preferible para un enfoque más general, aunque más costoso computacionalmente, para poder valorar cualquier tipo de préstamo/deuda dentro del marco Vasicek. Los enfoques anteriores también permitirían una integración mediante correlación de procesos con otros factores financieros con impacto en el préstamo como tipos de interés o riesgo de crédito del emisor que se

tratan en mercado dentro de un marco Black Scholes (formulación matemática muy semejante pero con algunas diferencias financieras dada la diferencia de profundidad y liquidez de los mercados de derivados y crédito corporate/retail).

### ***Evolución del subyacente y parámetros***

Tanto en el modelo original de Vasicek como en un marco más general que recoja Non Performing Loans (NPL) o préstamos amortising es fundamental la consideración de los parámetros que afectan al subyacente.

En buena parte de estos préstamos la garantía de mayor peso es inmobiliaria por lo que debido a la falta de homogeneidad y la iliquidez del mercado inmobiliario, no existe suficiente información de tipo risk neutral para poder calibrar los parámetros necesarios para la evolución del subyacente. Esto implica una aproximación de medidas *real world* en un modelo con enfoque original *risk neutral*. No obstante, criterios muy semejantes se utilizan en la evolución de subyacentes mucho más líquidos como equity (dividendos estimados por analistas para subyacentes sin dividend swaps o futuros líquidos y/o a medio plazo, correlación de subyacentes en productos tipo cesta, etc) produciendo valoraciones más razonables que las que podrían venir de parámetros risk neutral calibrados con operaciones poco significativas o sesgadas.

Por lo que se ha detallado anteriormente, la deriva y la volatilidad del proceso estocástico están calculados en función de diversas asunciones y modelos expertos. Los modelos expertos sobre garantías inmobiliarias se basan fundamentalmente en el criterio experto de activos inmobiliarios. Este modelo genera cash flows trimestrales del activo que podrían considerarse, en una analogía con el mundo equity, como los dividendos discretos, dividendos que pueden tener signo contrario,

dado que en muchas ocasiones son gastos y no rendimientos en el activo. Siguiendo la analogía con el mundo equity, estos dividendos discretos pueden aproximarse en una tasa continua adicional al tipo libre de riesgo de la deriva. Además, para aquellos casos que no hay disponibilidad de un modelo de generación de cash flows, es aplicable una calibración de deriva a un forward experto basado en datos y costes más globales (tipo de inmueble, ubicación geográfica) e incluso a expectativas macroeconómicas. El forward experto puede estar formado por una cadena de forwards en distintos puntos temporales, por lo que es necesario incorporar resolución numérica para incorporar esta estructura temporal o como en el caso de los cash flows realizar un ajuste a la deriva a vencimiento para que sea equivalente.

Estas características definen completamente la forma de desarrollar un árbol o un Montecarlo que permitan resolver numéricamente las ecuaciones del modelo Vasicek. ***Desglose de parámetros***

**A0:** Valor inicial del activo o activos (fundamentalmente garantías inmobiliarias).

Valor obtenido de datos de mercado, de tasaciones ajustadas al momento de realización o del modelo experto Inmobiliario. En el caso de Vasicek original este valor se ajusta con la suma de intereses y gastos de la misma o prelación superior y los dividendos que pagaría el deudor antes de vencimiento (F) aunque es modelos más sofisticados matemáticamente es mejor incorporarlo como costes para el punto siguiente.

**Deriva ( $\mu$ ):** Deriva del proceso estocástico considerada en el paper original de Vasicek como equivalente al tipo libre de riesgo (enfoque Black Scholes original). No obstante, debido a los flujos vinculados a este tipo de activo (gastos, deterioro del subyacente, pagos de impuesto o demoras en los mismos) es necesario tener un enfoque similar al del mundo equity (dividendos) o commodity (costes de almacenamiento, etc). Estos ajustes vienen dados por los distintos tipos de

criterios expertos indicados anteriormente y en la forma analítica han de transformarse a un tipo continuo.

**Volatilidad ( $\sigma$ ):** Volatilidad del proceso estocástico lognormal. Calibrada mediante datos históricos (en línea con el paper original de Vasicek y el de Black Scholes) o criterios expertos.

### ***Decisiones de ejercicio (opcionalidad americana)***

Las características legales de la mayoría de los préstamos producen diversas posibilidades de acción por parte del prestatario o el deudor. Cada una de estas posibilidades representa unas condiciones matemáticas que habitualmente quedan fuera de las soluciones analíticas (Vasicek original) y requiere de una metodología Montecarlo Backwards (del tipo Longstaff Schwartz) o una valoración en árbol. La valoración comparará las estrategias considerando para la valoración la matemáticamente óptima según los criterios empleados se ha descrito en detalle todas ellas.

### **Solución paramétrica préstamos non performing o Bullet**

En el Modelo de Vasicek para préstamos NPL o Bullet con acreedores con mayor prelación que el prestamista en las garantías, el valor hoy del préstamo se define como

$$PV = e^{-rT} \{ D_T - [D_T - C_T] \phi(d_1) + A e^{(r-q)T} [\phi(d_2) - \phi(d_4)] + C_T \phi(d_3) \} \quad (43)$$

donde A es el valor de las garantías,  $D_T$  derecho crediticio total,  $C_T$  pagos con mayor prelación que el préstamo a vencimiento, r tipo de interés de mercado, q costes vinculados al activo, T tiempo a vencimiento del préstamo,  $\phi$  función de distribución acumulativa de la distribución normal y valor según la ecuación (43) con:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{D_T + C_T}{A}\right) + \left(q - r + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} \quad (44)$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{D_T + C_T}{A}\right) + \left(q - r - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T} \quad (45)$$

$$d_3 = \frac{\ln\left(\frac{C_T}{A}\right) + \left(q - r + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} \quad (46)$$

$$d_4 = \frac{\ln\left(\frac{C_T}{A}\right) + \left(q - r - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_3 - \sigma\sqrt{T} \quad (47)$$

donde  $\sigma$  es la volatilidad fijada en función de datos históricos o un criterio experto, habitualmente basado en modelos inmobiliarios.

En el Modelo de Vasicek para préstamos sin acreedores con mayor prelación que el prestamista, el valor hoy del préstamo se define como:

$$VP = e^{-rT} \{D_T - D_T \phi(d_5) + A e^{(r-q)T} \phi(d_6)\} \quad (48)$$

donde  $A$  es el valor de las garantías,  $D_T$  deuda más pagos de intereses pendientes (derecho crediticio total a vencimiento),  $r$  tipo de interés de descuento,  $q$  costes de acuerdo con criterio experto,  $T$  tiempo a vencimiento del préstamo,  $\phi$  función de distribución acumulativa de la distribución normal y

$$d_5 = \frac{\ln\left(\frac{D_T}{A}\right) + \left(q - r - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} \quad (49)$$

$$d_6 = \frac{\ln\left(\frac{D_T}{A}\right) + \left(q - r - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_5 - \sigma\sqrt{T} \quad (50)$$

donde  $\sigma$  es la volatilidad fijada en función de datos históricos o un criterio experto.

### Valoración de préstamos performing

Habitualmente un préstamo al corriente de pago no permite ninguna acción al prestatario. El deudor a corriente de pago puede dejar de pagar (default) y convertirse en moroso, en buena parte de los préstamos al uso, cancelando la sólo parte de deuda pendiente en efectivo o en otro tipo de préstamos entregando la garantía del préstamo (dación en pago). Las alternativas representan opcionalidades del tipo americano o bermuda y para una valoración adecuada es necesaria la resolución numérica del marco Vasicek.

La opcionalidad de default produce en función de la jurisdicción del préstamo una serie de opciones a favor del prestatario con distintos costes y plazos para cada una de ellas. A continuación se mencionan los más comunes en el mercado de préstamos hipotecarios español.

- Ejecución singular: a un determinado plazo del impago sin regularización el prestatario puede dar por vencido el préstamo y reclamar la posesión de la garantía vinculada al préstamo. Lo anterior implica también costes legales, de mantenimiento e incertidumbre sobre el precio de la garantía durante el proceso de ejecución, esto último equivalente a un plazo mayor en la evolución Vasicek. Además, en muchos de los préstamos Además, en

muchos de los préstamos si el valor de la garantía es menor a la deuda viva puede recurrirse también al patrimonio del deudor/fiadores.

- Ejecución universal: a un determinado plazo del impago sin regularización el prestatario puede dar por vencido el préstamo y reclamar la deuda completa al deudor. Lo anterior implica también costes legales, de mantenimiento e incertidumbre sobre la garantía y el resto de activos del deudor, esto último equivalente a un plazo mayor en la evolución Vasicek.

Dada la variabilidad en los costes y plazos de las opcionalidades para el prestatario es fundamental su asignación ajustada para poder obtener una estrategia de decisión coherente con la realidad económica.

### **Solución numérica prestamos performing**

En la dinámica del modelo de Vasicek se recoge la evolución del subyacente siguiendo un proceso estocástico como el siguiente:

$$\frac{\partial A}{A} = \mu dt + \sigma dW \quad (51)$$

Siendo  $dW$  un browniano geométrico y teniendo en cuenta que  $A$  es el activo del deudor y su pasivo se puede descomponer por prelaciones, siendo  $C$  la de mayor prelación,  $D$  es la inmediatamente inferior y sucesiva y alfabéticamente. Para un ejemplo concreto,  $C$  podría ser deudas de pagos corrientes y administraciones públicas,  $D$  deuda senior con entidades de crédito y  $E$  deuda subordinada y capital. Dado que el activo tiene que ser igual que el pasivo (considerando patrimonio y capital como pasivo), es posible vincular la evolución de  $A$  con  $C$ ,  $D$  y  $E$  (concretamente, su suma).

De hecho, se pueden establecer condiciones de contorno a partir de esta relación a la hora de conocer los valores de cada uno de los tramos de pasivo. En una visión muy general y sin entrar al detalle de la dependencia en el tiempo y el valor de los activos de la estructura de pasivo puede plantearse las siguientes condiciones:

$$C = \text{Max}(\text{Min}(A,C),0) \quad (52)$$

$$D = \text{Max}(\text{Min}(A-C,D),0) \quad (53)$$

$$E = \text{Max}(A-C-D,0) \quad (54)$$

La condición inicial viene dado por el valor del activo en el inicio del tiempo, esto es equivalente a:

$$A(0) = A_0 \quad (55)$$

A partir de estas condiciones y la coherencia temporal de los pagos de pasivo puede ir aplicándose a nivel local las condiciones sobre el pasivo evaluado a valor razonable y conocer la probabilidad de incumplimiento para cada tramo y su valoración.

Considerando una resolución numérica para este problema del tipo Montecarlo LS, son necesarios los siguientes datos de entrada:

- Valor inicial del activo y parámetros necesarios para su evolución (incluye el tipo *risk neutral* del mercado y que también sirve para descontar pasivos).
- Flujos de pago de pasivo contractuales en su correspondiente momento temporal y su prelación en caso de no ser la misma y preferentemente capital pendiente en cada uno de ellos.
- Condiciones legales de los contratos de deuda que delimitan las opcionalidades posibles para el deudor y el prestatario.

- Costes y plazos legales para cada una de las opcionalidades que pueden tomar prestatario y deudor.

A partir de estos inputs se realiza la resolución numérica del Montecarlo para VS y el Longstaff Schwartz.

El modelo asume una evolución estocástica lognormal de los colaterales con una deriva y volatilidad constante en función del tipo de colateral/activo del deudor. Debido a esto y partiendo del valor hoy de los colaterales/activo, se determinará el valor de los mismos en las fechas futuras de ejercicio de opcionalidad a partir simulaciones de MonteCarlo con de tasas continuas de tipos de interés, costes constantes, volatilidad flat, saltos homogéneos entre cada una de las fechas consecutivas de pagos futuros y considerando correlación en el caso de existir varios colaterales/distintas segmentaciones de activo. Se consideran fechas de ejercicio de opcionalidad las fechas de pago del préstamo.

Una vez simulado un valor conjunto de los colaterales para cada una de las fechas de posible opcionalidad y para cada simulación, se determina el valor de los flujos de pago y el capital pendiente asumiendo que se mantiene el préstamo y se realizan los pagos hasta vencimiento de acuerdo a las características del mismo. Para el cálculo en este supuesto tanto de flujos como de capital pendiente se parte de las características del préstamo y de la configuración de los pagos definidas en el contrato del mismo.

Para cada una de las simulaciones y en cada uno de las fechas de ejercicio se determina la estrategia a seguir por parte del deudor. La clave para definir dicha estrategia será determinar el valor esperado condicionado a la continuidad para cada una de las simulaciones. La determinación de dicho valor se realizará partiendo de vencimiento a hoy realizando una regresión polinómica de

los flujos posteriores de forma que se maximice el valor de la opción en cada simulación definiendo la estrategia de paro óptima. De ahí que sea necesario determinar para cada simulación y cada instante de tiempo el valor de los colaterales y de los flujos futuros en caso de no ejercer.

El cálculo del valor esperado condicionado de continuidad se realiza siguiendo un procedimiento recursivo con inicio a vencimiento del préstamo y fin a fecha de valoración.

Caso inicial,  $t=T$

$$VO_T^n = \min[PV_T^n, A_T^n] \quad \forall n \in N \quad (56)$$

Siendo

$VO_T$  = valor óptimo a vencimiento de acuerdo con la ecuación (48)

$PV_T$  = valor flujos a vencimiento

$A_T$  = valor subyacente a vencimiento considerando costes ejecución

$N$  = número de simulaciones

$\forall t \leq T - 1$

El deudor debe decidir su estrategia óptima en  $t$ , para ello es necesario determinar el valor esperado condicionado de continuidad. Dicho cálculo se realiza del siguiente modo:

Sea  $A_T$  el valor del precio del colateral en  $t$  y  $PV_T^n$  el valor descontado de flujos a pagar en  $t+1$  en caso de no ejercer, considerando únicamente aquellas simulaciones en las que el valor óptimo de acuerdo a la ecuación (48). Sea el valor del subyacente en  $t$ ,  $VO_T^n = A_T^n$ , se realiza la regresión de  $PV_T^n$  sobre  $A_T^n$  y  $A_T^{n^2}$ . De forma que el valor esperado condicionado cumple la función:

$$E[PV_T^n | A_T^n] = c_0 + c_1 A_T^n + c_2 A_T^{n^2} \quad (57)$$

Para cada simulación se compara el valor obtenido por la ecuación (57) con el valor de ejercicio, el deudor ejercerá su opción siempre y cuando el valor del colateral en  $t$  sea mayor al valor de continuidad, en ese caso el resto de valores de tiempos posteriores será cero.

$$si \text{Max}(A_t^n, E[PV_T^n | A_T^n]) = A_t^n \rightarrow VO_k^n = 0 \forall k \geq t \quad \forall n \in N \quad (58)$$

Una vez obtenido el valor en cada  $t$  y cada  $N$  se descuenta a valor presente y se obtiene la valoración como la media de todos los valores obtenidos.

### **Análisis de sensibilidad de parámetros**

Considerando los parámetros del modelo a continuación se analizarán la relevancia de los mismos lo que unido al análisis provincial de volatilidades configuraría un ámbito completo útil en la toma de decisiones de financiación de activos con garantía real según su ubicación geográfica.

Como se recoge en la ecuación (43), el valor del préstamo es función de:

- Valor del derecho crediticio
- Valor inicial del activo o activos (fundamentalmente garantías inmobiliarias).
- Deriva del proceso estocástico equivalente al tipo libre de riesgo
- Pagos con mayor prelación que el préstamo
- Gastos, deterioro del subyacente, pagos de impuesto o demoras en los mismos)
- Plazo
- Volatilidad del precio de la garantía

En los préstamos non performing, obviamente el valor de la garantía resulta de gran relevancia en la valoración de dichos activos. De los factores listados, algunos vienen inducidos por las condiciones de mercado por lo que la estimación de su sensibilidad resulta especialmente relevante. Es el caso del valor de la garantía, la volatilidad del precio de la misma o los tipos de

interés. Estas dos últimas variables toman especial relevancia en virtud del plazo de las operaciones.

Veamos un ejemplo de valoración de un préstamo para poder analizar a continuación la sensibilidad que tiene el mismo a variaciones de los diferentes factores.

Sea un préstamo de 100 millones de euros a 2 años con un tipo de interés del 4%, un tipo de interés de demora del 5%. El tipo de interés libre de riesgo es del 3%. El préstamo cuenta con una garantía inmobiliaria de valor 80 millones de euros que ha generado unos ingresos anuales de 800 mil euros.

Se espera que en el futuro la rentabilidad del colateral sea de un 2% anual. Se estima que su valor tendrá una volatilidad del 20% anual.

Bajo estas premisas, el valor del préstamo ascendería a 76,07 millones de euros. La pérdida esperada es de 28,04 millones de euros que resulta de la resta de la deuda más intereses, probabilizados, menos el valor presente de las garantías netas de rentas y también probabilizadas.

La sensibilidad a los principales factores de mercado, evidencia que valor del colateral, volatilidad del mismo y plazo son variables relevantes.

El valor del colateral, como no podía ser de otra manera, resulta especialmente vinculante para el valor de este tipo de préstamos, afectado por otras variables como los tipos de interés o la volatilidad estimada del mismo.

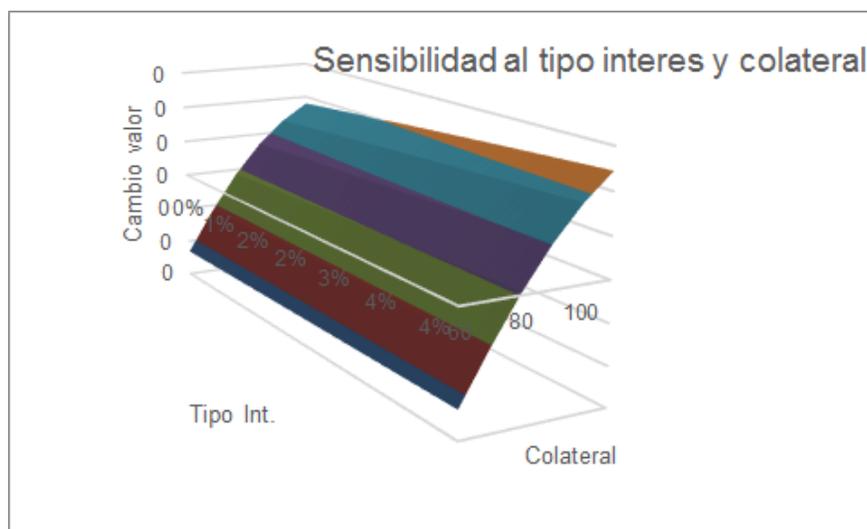


Ilustración 21: sensibilidad tipos interés y colateral

Por cada 1% de variación del precio de la garantía o colateral un préstamo como el analizado se vería afectado en aproximadamente un 0,8% de su valor. Esta magnitud se hace mayor si el plazo de la operación aumenta. Obviamente, factores como tipos de interés y volatilidad del mismo afectan en virtud de la base del valor del préstamo y del propio colateral.

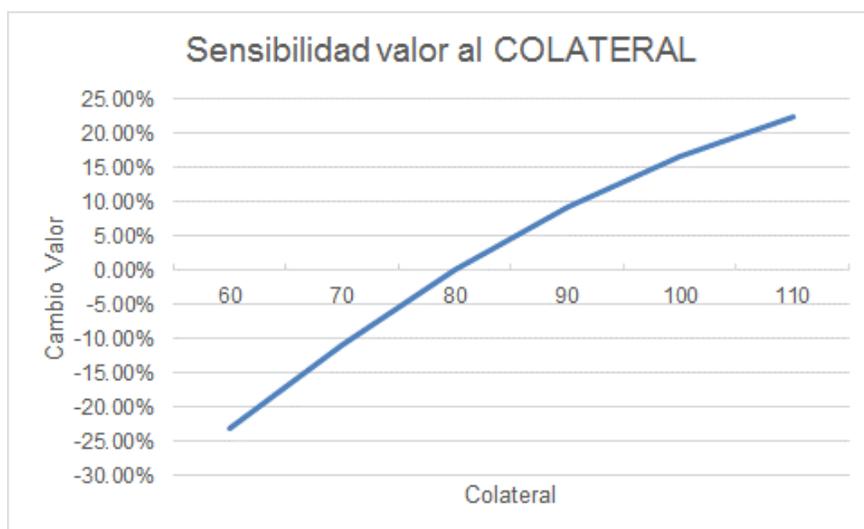


Ilustración 22: sensibilidad valor colateral

La sensibilidad a los tipos de interés es más moderada pero está muy condicionada por el plazo de la operación, como no podría ser de otro modo.

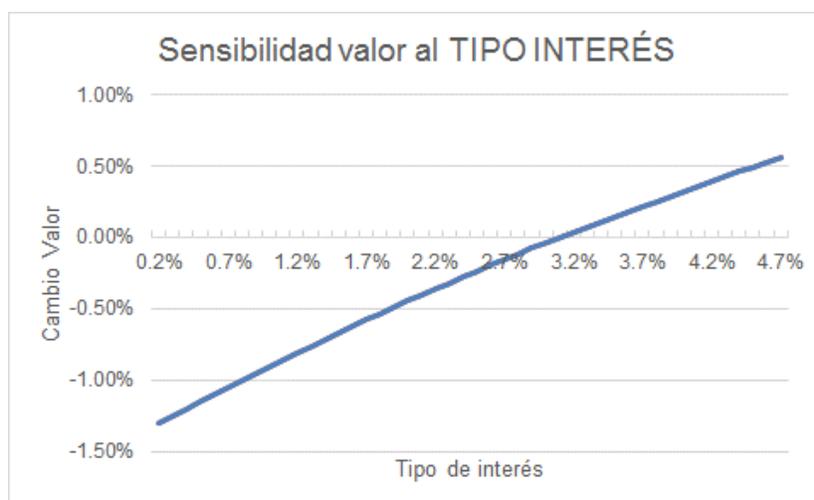


Ilustración 23: sensibilidad tipos de interés

Tras el valor del colateral, el factor volatilidad junto con el tipo de interés es uno de los más relevantes en el valor del préstamo, amplificado por el efecto tiempo. Con carácter general a mayor volatilidad estimada del valor del colateral, menor será el valor del préstamo.

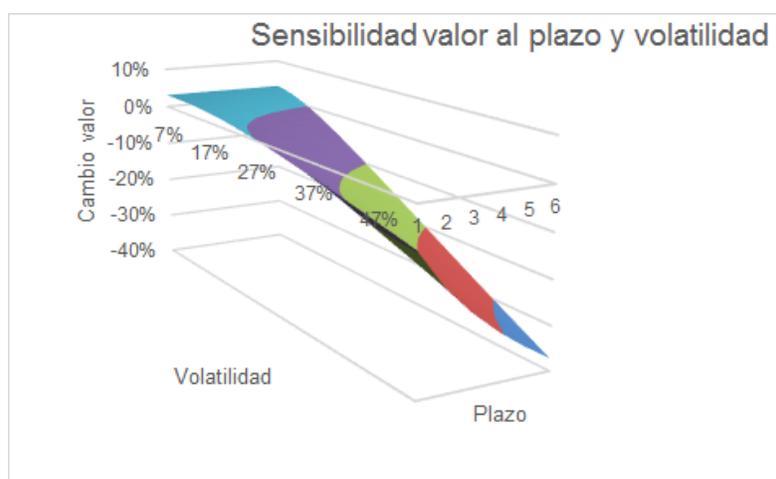


Ilustración 24: sensibilidad volatilidad y plazo

La variable volatilidad, en todo caso, está altamente afectada por el tiempo por lo que como se observa en la figura (45) la relación negativa entre volatilidad y valor se agudiza a mayor plazo de la operación.

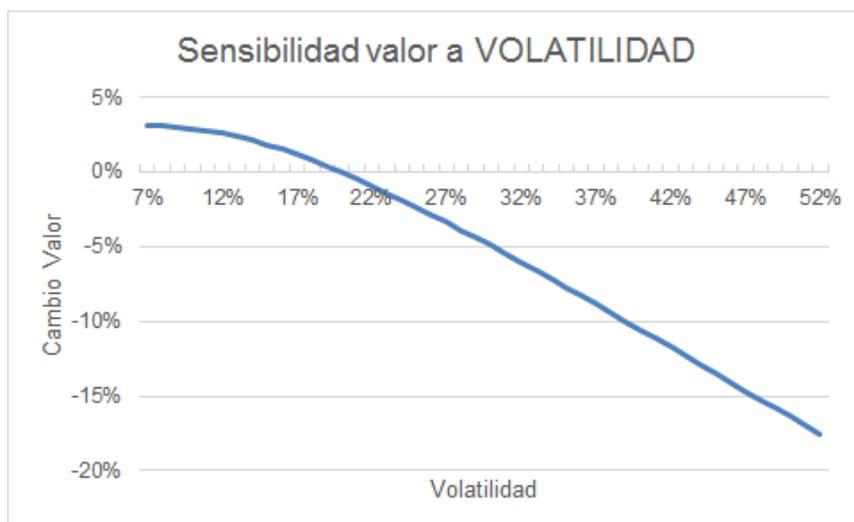


Ilustración 25: sensibilidad volatilidad

El plazo, como se sugería, tiene un gran protagonismo en el valor del préstamo como catalizador tanto de la variable tipo de interés como de la volatilidad.

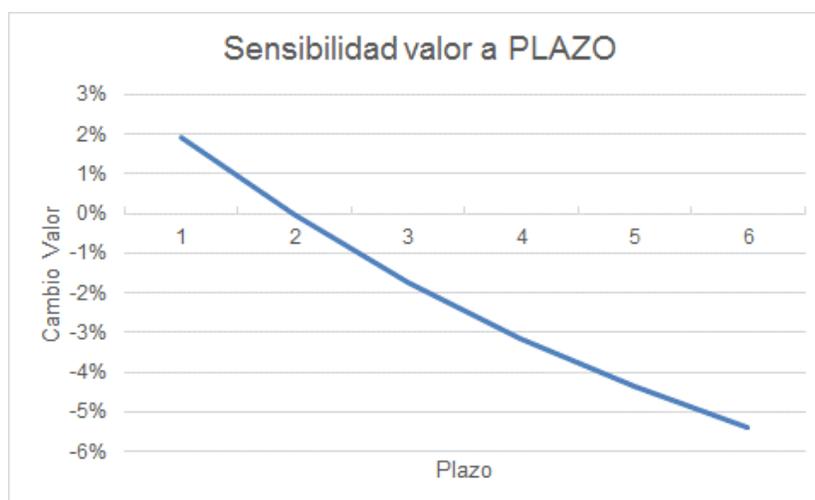


Ilustración 26: sensibilidad plazo

De las variables inducidas por condiciones de mercado, resulta de interés analizar el *tradeoff* entre los tipos de interés y la volatilidad del precio de la garantía. De este modo se podrían optimizar los tipos de interés con una selección favorable para aquellos préstamos con determinados colaterales a la hora tomar decisiones de financiación. Es decir, conociendo la sensibilidad del valor del préstamo tanto a la volatilidad de las garantías como a los tipos de interés, es posible determinar cuánto es posible reducir el tipo de interés de un préstamo como consecuencia de que la volatilidad del colateral sea menor.

Para el caso en cuestión, considerando el plazo del préstamo a 2 años, una variación de un 1% de tipos de interés afecta al valor del préstamo en un 0,40%, mientras que para una variación similar de la volatilidad incidiría en un 0,44%. No obstante el factor tiempo resulta de especial trascendencia. En sí mismo, en este ejemplo, cada año adicional de vida reduce el valor del préstamo un 1,68% en una función no lineal creciente. Adicionalmente, a mayor plazo la sensibilidad a los tipos de interés se hace mayor proporcionalmente a la de la volatilidad. Con todo, considerando las relaciones cruzadas, es posible obtener un mismo valor del préstamo con tipos de interés menores a cambio de reducir los niveles de volatilidad del precio del colateral, siendo está consustancial a varios factores, entre otros a su localización geográfica como se analizó en partes anteriores.

### **Criterios de discriminación positiva**

En virtud de los análisis realizado y contando con un modelo de valoración de préstamos que considere el valor de los colaterales y su volatilidad es posible plantear un modelo de concesión de financiación basado en optimización de riesgos y rentabilidad.

En la medida en la cual en el modelo de Vasicek se puede estimar la pérdida esperada en el ámbito del préstamo. Del propio modelo se puede derivar el valor de la pérdida potencial como:

$$Q = (D_T + C_T)N(d_1) - (A - F)e^{-rT}N(d_2) - C_TN(d_3) + (A - F)e^{-rT}N(d_4) \quad (59)$$

Que además representa la pérdida esperada si el retorno del colateral es igual al tipo de interés libre de riesgo.

A la hora de analizar operaciones de financiación, un criterio adicional para discriminar positivamente sería aplicar menores tasas de interés o mejorar cualquier otra característica de la operación para aquellas que presentasen una menor pérdida potencial por esta vertiente. Se trataría pues de minimizar la propia función determinante de la pérdida potencial recogida en la expresión (59)

### **Optimización del capital en el negocio financiero**

En relación con el punto anterior, la asignación óptima de capital es un factor determinante en la gestión de una cartera de financiación tanto performing como en una non performing. El modelo de valoración que se propone permite la cuantificación de la pérdida esperada y por tanto la estimación de una rentabilidad de equilibrio (equilibrium yield EY) exigible a una operación o cartera de operaciones. Esta quedaría definida como:

$$EY = \frac{-1}{T} \times \ln\left(1 - \frac{P^{\text{aesperada}}}{DT}\right) \quad (60)$$

Definiendo unos umbrales de EY mínimos exigidos a las operaciones es posible optimizar la rentabilidad de una cartera, pudiendo realizar una discriminación positiva tanto en la concesión como en la negociación de compra/venta de activos financieros en una cartera a gestión. La

variable relevante, es sin duda la pérdida esperada que a su vez en función del valor del colateral y de su volatilidad estimada. Contando con una adecuada base informativa y definidos unos criterios de diversificación de los colaterales de la cartera de financiación, es posible optimizar la gestión de la cartera.

Considerando la sensibilidad del modelo analizado, se concluye que la pérdida esperada de préstamos con garantía real se ve reducida ante:

- Colaterales más valiosos
- Colaterales menos volátiles
- Menores plazos de financiación
- Mayores tipos de interés libre de riesgo en mercado respecto al tipo de interés de la operación.
- Mayores rentabilidades de la garantía

De forma práctica, en el caso español el óptimo de las carteras de préstamos colateralizados a financiar debería localizarse en provincias con niveles altos de precios inmobiliarios, baja volatilidad, yields altas de alquiler y de forma idónea en contextos de tipos bajos de financiación respecto a los tipos de interés libres de riesgos. Excepto el último condicionante, el resto se produce en provincias de alta población. En lo que respecta a la baja volatilidad peculiarmente también se produce en provincias de población elevada y geográficamente en zonas no interiores, con la salvedad de Madrid.

Evidentemente, la localización de las garantías inmobiliarias de las operaciones de financiación que gestionan las entidades financieras vienen dadas pero está en la potestad de las mismas realizar discriminación positiva en precios y conseguir ser más competitivos en aquellos casos en los que se dan la circunstancias favorables.

Junto con el análisis de solvencia de los acreditados, el análisis de las garantías inmobiliarias, se erige en una de las palancas de competitividad que la banca puede impulsar para realizar discriminación en precios. El conocimiento de los clientes y de todos los aspectos que rodean a las operaciones financieras sin duda está siendo y será de forma creciente el factor diferencia de la banca del futuro que deberá competir con players que aterrizan de otros sectores de la economía y que amenazan a base de explotación de información con cambiar la forma de hacer banca.

## Lista de referencias

- [1] A. Alfonsi, A. Borzi, G. Turinici, O. Pironneau, and D. Carrieri, “Pricing of corporate loan : Credit risk and Liquidity cost,” Paris, 2013.
- [2] E. Altman, “A Further Empirical Investigation of the Bankruptcy Cost Question,” *J. Finance*, 1984.
- [3] F. Ávila and A. Romero, “Implantación del modelo CyRCE: simplificaciones por estructura y estimación de parámetros,” *Banco de Mexico*, 2002.
- [4] A. Berges and S. Baliña, “Flujos financieros y dinámica de la deuda en España,” *Cuad. Inf. económica*, vol. 240, 2013.
- [5] F. R. Board, J. Tschirhart, J. O. Brien, M. Moise, and E. Yang, “Bank Commercial Loan Fair Value Practices,” 2007.
- [6] K. W. Chau, S. K. Wong, and C. Y. Yiu, “Price discovery function of forward contracts in the real estate market: an empirical test,” *J. Financ. Manag. Prop. Constr.*, 2003.
- [7] M. Culloch, “Measuring the Term Structure of Interest Rates,” *J. Bus.*, vol. 44, p. 13, 1971.
- [8] J. K. Davis and A. K. Gibbs, “Getting It Right Loan Valuation and Credit Markets in Today’s M & A Market,” pp. 1–37, 2015.
- [9] EC-EBA, “REGULATION OF THE EUROPEAN PARLIAMENT AND OF THE COUNCIL amending Regulation (EU) No 575/2013 as regards the leverage ratio, the net stable funding ratio, requirements for own funds and eligible liabilities, counterparty credit risk, market risk, exposure,” vol. 360, no. 648, 2016.
- [10] W. M. Edelberg, “Risk-based Pricing of Interest Rates in Household Loan Markets,” *SSRN Electron. J.*, 2003.
- [11] F. J. Fabozzi, R. J. Shiller, and R. S. Tunaru, “Property derivatives for managing European real-estate risk,” *Eur. Financ. Manag.*, vol. 16, no. 1, pp. 8–26, 2010.
- [12] R. Geske, “The valuation of compound options,” *J. financ. econ.*, vol. 7, no. 1, pp. 63–81, 1979.
- [13] G. Hall, P. Hutchinson, and N. Michaelas, “Industry Effects on the Determinants of Unquoted SMEs’ Capital Structure,” *Int. J. Econ. Bus.*, p. 297\*312, 2000.

- [14] R. Hussain, “Valuation of a Bank Credit-Card Portfolio,” no. 2, pp. 1–8, 2007.
- [15] S. International and D. Status, “RICS professional standards and guidance RICS guidance notes,” 2017.
- [16] M. C. Jensen and W. H. Meckling, “Theory of the Firm: Managerial Behavior, Agency Costs and Ownership Structure,” *J. financ. econ.*, vol. 3, no. 4, pp. 305–360, 1976.
- [17] G. Jiménez, V. Salas, and J. Saurina, “Determinants of collateral,” *J. financ. econ.*, vol. 81, no. 2, pp. 255–281, 2006.
- [18] E. B. Johnston Ross and L. Shibut, “What Drives Loss Given Default? Evidence From Commercial Real Estate Loans at Failed Banks,” 2015.
- [19] R. Knop, “*Manual de Instrumentos financieros de renta fija*”. Ariel, 2013.
- [20] D. Lando, “Credit Risk modelling: theory and applications,” *Princet. Univ.*, 2004.
- [21] F. Longstaff and E. Schwartz, “A simply approach to valuing risky fixed and floating debt,” *J. Finance*, p. 31, 1995.
- [22] F. Modigliani and M. H. Miller, “The Cost of Capital, Corporation Finance and the Theory Of Investment,” *Maerican Econ. Rev.*, vol. 48, no. 3, pp. 261–297, 1958.
- [23] A. Mody and D. Patro, “Methods of Loan Guarantee Valuation and Accounting,” no. November, 1996.
- [24] E. Ontiveros, A. Berges, D. Manzano, and F. Valero, *Mercados financieros internacionales*. Civitas, 1993.
- [25] L. Otero, S. Fernandez, and M. Vivel, “La estructura de capital de la pyme: un análisis empírico,” *Camino al Futuro*, pp. 407–420, 2007.
- [26] PWC, “Fair value measurements Foreign currency,” *PWC*, 2015.
- [27] M. Pykhtin, “Credit risk in asset securitisations : an analytical model,” *Risk*, no. May, pp. 16–20, 2002.
- [28] J. Rivera, “Teoría sobre la estructura de capital,” 2002.
- [29] M. Saavedra, “Modelos para medir el riesgo de crédito de la banca.,” *Cuad Adm Bogota*, pp. 295–320, 2010.

- [30] E. Shapiro, D. Mackmin, and G. Sams, *Modern methods of valuation*, 11th ed. New York: Routledge, 2013.
- [31] O. Vasicek, “Loan portfolio value,” *Risk*, no. DECEMBER 2002, pp. 160–162, 2002.
- [32] M. Voropaev, “An analytical framework for credit portfolio risk measures,” *Risk*, vol. 24, no. May, pp. 72–78, 2011.
- [33] M. Voropaev, “KISS approach to credit portfolio modeling,” no. July, pp. 1–7, 2011.
- [34] M. Voropaev, “Variance-covariance based risk allocation in credit portfolios: analytical approximation,” *Arxiv Prepr. arXiv09050781*, vol. 345, no. May, p. 9, 2009.
- [35] A. Wi, “Volatility Clustering in U.S. HomePrices,” 1997.

### Apéndice 1: volatilidad y velocidad de reversión (GARCH(1,1)) por provincias

<u>Provincia</u>	<u>Volatilidad</u>	<u>Velocidad R.</u>	<u>Población %</u>
ALAVA	6.17%	90.63%	0.70%
ALBACETE	6.88%	90.08%	0.84%
ALICANTE	5.88%	92.79%	3.92%
ALMERIA	6.63%	90.27%	1.52%
ASTURIAS	4.81%	88.53%	2.22%
AVILA	6.37%	89.65%	0.35%
BADAJOS	4.77%	85.60%	1.46%
BALEARES	5.21%	76.53%	2.40%
BARCELONA	4.33%	90.08%	11.97%
BURGOS	6.75%	79.18%	0.77%
CACERES	5.53%	84.51%	0.86%
CADIZ	5.48%	91.51%	2.66%
CANTABRIA	5.88%	91.51%	1.25%
CASTELLON	6.56%	88.23%	1.24%
CEUTA	6.58%	98.37%	0.18%
CIUDAD REAL	5.77%	90.73%	1.08%
CORDOBA	6.15%	90.73%	1.69%
CORUÑA, A	6.10%	93.96%	2.41%
CUENCA	7.38%	61.34%	0.43%
GIRONA	5.12%	90.26%	1.62%
GRANADA	5.54%	90.26%	1.96%
GUADALAJARA	6.85%	84.43%	0.54%
GUIPUZCOA	5.46%	82.74%	1.54%
HUELVA	6.13%	91.84%	1.11%
HUESCA	7.98%	90.87%	0.47%
JAEN	5.29%	93.29%	1.38%
LEON	6.02%	99.79%	1.01%
LLEIDA	5.48%	99.79%	0.93%
LUGO	7.82%	99.79%	0.72%
MADRID	5.12%	93.02%	13.97%
MALAGA	6.84%	99.79%	3.50%
MELILLA	6.51%	99.22%	0.18%
MURCIA	5.71%	99.79%	3.16%
NAVARRA	5.59%	99.79%	1.38%
OURENSE	7.91%	97.02%	0.67%
PALENCIA	6.72%	99.70%	0.35%
PALMAS, LAS	5.00%	99.79%	2.36%
PONTEVEDRA	5.83%	99.79%	2.02%
RIOJA, LA	6.03%	99.82%	0.68%
SALAMANCA	6.19%	99.82%	0.72%
STA CRUZ DE TENERIFE	5.26%	99.82%	2.16%
SEGOVIA	7.49%	99.69%	0.33%
SEVILLA	5.66%	99.82%	4.16%
SORIA	7.93%	99.55%	0.19%
TARRAGONA	6.29%	90.90%	1.70%
TERUEL	8.29%	84.31%	0.29%
TOLEDO	6.31%	91.96%	1.47%
VALENCIA	5.00%	92.65%	5.46%
VALLADOLID	5.97%	81.32%	1.12%
VIZCAYA	5.08%	97.80%	2.47%
ZAMORA	6.33%	89.98%	0.38%
ZARAGOZA	6.41%	95.04%	2.05%

## **Anexo 1**

### **Activos de renta fija.**

En el ámbito de los activos financieros que ofrecen una rentabilidad teóricamente fija para quienes invierten a vencimiento, cabe realizar diversas tipologías de clasificaciones. No obstante, la más sencilla es aquella que atiende al plazo de amortización final de dichos activos. En este sentido, se puede identificar nítidamente activos de renta fija a corto plazo y a largo plazo, al margen de la calidad crediticia del emisor que de los mismos

#### Activos a corto plazo

Son títulos que forman parte habitualmente de los mercados monetarios y se emiten con plazos de vida que no superan los 12 o 18 meses, como máximo. En muchas ocasiones, son títulos emitidos al descuento o si no lo son, suelen igualmente concentrar el pago de interés y la devolución del principal en la fecha de vencimiento o amortización final.

Los mercados monetarios son mercados financieros en los que se canaliza operaciones financieras entre entidades a plazos no superiores a los 12 ó 18 meses a través de un conjunto de instrumentos financieros concretos. A su vez estos instrumentos se pueden clasificar en:

- Activos financieros emitidos en forma de títulos (hoy en día ya como anotaciones en cuenta): letras, pagarés.
- Operaciones ad-hoc de inversión o financiación pactadas de forma espontánea entre dos entidades: depósitos, repos.

### **Depósitos**

Instrumento financiero por el que el tomador de fondos, recibiendo el 100% del nominal de la operación, se compromete a pagar al vencimiento dicho principal más el interés pactado según la siguiente expresión:

$$VF = N \left( 1 + i \frac{d}{Base} \right) \quad (61)$$

donde:

*VF:* valor final

*N:* nominal monetario de la operación

*i:* interés nominal

*d:* días *d* vida de la letra según convención

*Base:* número de días considerados por año según convención

### **Letras y pagarés**

Activo financiero de rendimiento implícito, emitido habitualmente a corto plazo por entidades privadas o públicas. Se tratan de títulos emitidos al descuento cuyo valor en el momento de la emisión viene dado por:

$$P = \frac{100}{\left( 1 + i \frac{d}{Base} \right)} \quad (62)$$

donde:

*P:* precio

*i:* interés nominal

*d:* días *d* vida de la letra según convención

*Base:* número de días considerados por año según convención

El valor final de del título es el nominal de emisión. El comprador de la letra/pagaré, la adquiere por un precio inferior al 100% para acabar recibiendo dicho porcentaje, de tal modo que la rentabilidad queda viene dada por dicha diferencia.

### Activos a largo plazo

Son títulos que forman parte habitualmente de los mercados de deuda y se emiten con plazos de vida que superan los 12 o 18 meses llegando a los 60 años, cuando no se trata de deuda perpetua. En ciertas ocasiones, son títulos emitidos al descuento o si no lo son, suelen igualmente concentrar el pago de interés y la devolución del principal en la fecha de vencimiento o amortización final, bajo de la denominación de strips. Suelen ser el resultado de la escisión de los flujos de caja de bonos con cupones periódicos en los que sus cupones y/o principal se escinden constituyéndose en activos en sí mismos.

### **Bonos con cupón fijo**

Activos de renta fija de rendimiento explícito que devengan flujos de caja periódicos constantes y conocidos hasta su vencimiento, momento en el cual se reintegra el principal del mismo.

El precio de un bono de estas características es el valor presente de sus flujos de caja. Su precio viene dado por:

$$P = \sum_{i=1}^n \frac{F}{(1+i)^{\frac{d}{Base}}} \quad (63)$$

*P:* precio

*F:* flujos de caja

*n:* número de flujos de caja

*i:* tipo de interés de descuento

*d:* días *d* vida de la letra según convención

*Base:* número de días considerados por año según convención

### **Bonos cupón cero o strips**

Bonos de rendimiento implícito emitidos habitualmente al descuento en el que todos los flujos (intereses y principal) se abonan en el vencimiento. Su valor viene dado por

$$P = \frac{100}{(1 + z)^{\frac{d}{360}}} \quad (64)$$

donde

*P*: precio

*Z*: tipo cupón cero

*FA*: vida del bono en años

Este tipo de bonos son emitidos habitualmente incluso por entidades de máxima calidad crediticia o bien son el resultado de la segregación de los flujos de caja (cupones y pago principal al vencimiento) de bonos con rendimiento explícito emitidos por gobiernos. Los cupones cero resultantes de la segregación bonos emitidos por gobiernos reciben el nombre de strips.

### **Bonos flotantes**

Activos con rendimiento explícito vinculado a la evolución de algún índice de referencia habitualmente vinculado a tipos de intereses del mercado monetario, derivados, índices de precios o índices bursátiles. Entre ellos destacan:

FRN

Constant Maturity

Inflation Linked

Equity Linked

### **Floating Rate Notes**

Bonos con cupones variables revisables periódicamente directamente vinculados a un índice del mercado monetario cuya vida habitualmente coincide con la frecuencia con la que se revisan. El riesgo de interés inversor asumido en un FRN es sólo atribuible al cupón ya fijado. Con relación a lo que en origen hubiese sido una inversión alternativa a tipo fijo, el comprador de un FRN pasa a asumir implícitamente un riesgo de bajada de los intereses a lo largo del tiempo.

Suele tener un vencimiento a medio-largo plazo: 5-20 años.

Se suele emitir a la par garantizando el principal y ofreciendo un cupón periódico vinculado al Índice de referencia más un spread según la calidad crediticia del emisor y condiciones de mercado.

Una emisión de un Floating Rate Bond es equivalente a emitir un bono a tipo fijo al tiempo que se vende un interest rate swap estándar para obtener los flujos fijos a pagar a los inversores del bono. A cambio, se deberá pagar un tipo variable en el swap que es lo que sintéticamente replica la posición de emisión del FRN desde la perspectiva del emisor (véase tabla-esquema). Evidentemente, la réplica desde la perspectiva del inversor vendría dada por la compra de un bono a tipo fijo y la compra de un interest rate swap en el cual pagaríamos el tipo fijo que a su vez obtenemos del bono y se recibe el tipo variable que es lo que en última instancia replica la compra del FRN.

La calidad crediticia del emisor será determinante de la valoración y de las condiciones de emisión de este tipo de estructuras. En este sentido conviene destacar que han de existir habitualmente 2 curvas tipos involucradas en este tipo de estructuras:

- Curva de riesgo interbancario para el cálculo de los tipos forwards del índice de referencia (por ejemplo: Euribor 12 meses).

- Curva de riesgo emisor para el descuento de los flujos de caja esperados (incluyendo spread si lo hubiera) del bono una vez que estos hayan sido estimado por la curva de riesgo interbancarios.

Para llevar a cabo la valoración de este tipo de bonos será necesario:

- 1) Calcular la rama flotante de flujos de caja variables vinculados al tipo flotante con la repreciaación correspondiente.
- 2) Descontar los flujos de caja esperados vinculados a los tipos flotantes con la curva de riesgo correspondiente a la calidad crediticia del emisor.
- 3) Descontar el principal final con la curva de riesgo correspondiente a la calidad crediticia del emisor.

El precio de mercado de la estructura es:

$$\left[ \sum_{i=1}^n T_i m_i \times N \times F A_i \times F D_i \right] + [N \times F D_n] \quad (65)$$

*Tim<sub>i</sub>*: tipo de interés implícito a 3 meses  
*N*: nominal  
*FA*: fracción de año en el que se devenga  
*FD*: factor de descuento

### **Reverse Floating Rate Note**

Bonos con cupones variables revisables periódicamente inversamente vinculados a un índice del mercado monetario cuya vida habitualmente coincide con la frecuencia con la que se revisan. El riesgo de interés inversor asumido en un FRN es sólo atribuible al cupón ya fijado. Con relación a lo que en origen hubiese sido una inversión alternativa a tipo fijo, el comprador de un FRN pasa a asumir implícitamente un riesgo de bajada de los intereses a lo largo del tiempo.

Una emisión de un Reverse Floating Rate Bond es equivalente a una emisión de un FRN y un bono a tipo fijo comprado. A la construcción ya señalada del FRN en apartados anteriores, se añaden dos instrumentos financieros derivados; el que permite transformar la flotación en sentido inverso y el que impide que un inversor se enfrente a intereses negativos en caso de que el índice de referencia subiera por encima de un nivel determinado. Así, las operaciones que replican un Reverse FRN emitido son:

- 1) Emisión del bono a tipo fijo con el cupón correspondiente a las condiciones de mercado (según precio) y a su calidad crediticia.
- 2) Vender un IRS. El emisor paga el tipo variable y cobra el tipo fijo. Estos flujos deberán tener la misma frecuencia que la comprometida en el bono ofrecido al inversor.
- 3) Comprar un número  $n$  de IRS. El número ( $n$ ) de IRS vendrá dado por el número que multiplique al tipo de mercado definido como minuendo en el índice de referencia del cupón
- 4) Vender un cap con strike  $n \times$  Tipo fijo a la par de los IRS.

Las operaciones 1) y 2) constituyen el FRN, la 3) permite transformar el signo de flotación y la 4) impide que el inversor “cobre intereses negativos”.

La calidad crediticia del emisor será determinante de la valoración y de las condiciones de emisión de este tipo de estructuras. En este sentido conviene destacar que han de existir habitualmente 2 curvas tipos involucradas en este tipo de estructuras:

- Curva de riesgo interbancario para el cálculo de los tipos forwards del índice de referencia (por ejemplo: Euribor 12 meses).
- Curva de riesgo emisor para el descuento de los flujos de caja esperados (incluyendo spread si lo hubiera) del bono una vez que estos hayan sido estimado por la curva de riesgo interbancarios.

El precio de la estructura es:

$$\left[ \sum_{i=1}^n (TipoFijo - Tim_i) \times N \times FA_i \times FD_i \right] + [N \times FD_n] + Cap(Strike = TipoFijo) \quad (66)$$

*Tim<sub>i</sub>*: tipo de interés implícito a 3 meses

*N*: nominal

*FA*: fracción de año en el que se devenga

*FD*: factor de descuento

### **Collared Floating Rate Note**

Son FRN con límites superior e inferior sobre el índice de referencia. Es decir, se trata de bonos cupones variables revisables periódicamente directamente vinculados a un índice del mercado monetario cuya vida habitualmente coincide con la frecuencia con la que se revisan. El riesgo de interés inversor asumido en un FRN es sólo atribuible al cupón ya fijado. Con relación a lo que en origen hubiese sido una inversión alternativa a tipo fijo, el comprador de un FRN pasa a asumir implícitamente un riesgo de bajada de los intereses a lo largo del tiempo, aunque al existir un límite inferior o floor sobre el índice de referencia este riesgo está acotado. Esta limitación a las bajadas de tipos de interés encarece el precio de la estructura. No obstante, si el inversor entrega una

protección de subida de tipos de interés al emisor de la estructura, en forma de cap de tipos de interés, se puede conseguir neutralizar dicho encarecimiento en la medida que el valor de este derivado sea igual al del floor recibido.

Suele tener un vencimiento a medio-largo plazo: 5-20 años.

Se suele emitir a la par garantizando el principal y ofreciendo un cupón periódico vinculado al Índice de referencia más un spread según la calidad crediticia del emisor y condiciones de mercado.

Una emisión de un Collared Floating Rate Bond es equivalente a emitir un bono a tipo fijo más un interest rate swap estándar vendido para obtener los flujos fijos a pagar a los inversores del bono. A cambio, se deberá pagar un tipo variable en el swap que es lo que sintéticamente replica la posición de emisión del FRN desde la perspectiva del emisor (véase tabla-esquema). Adicionalmente, se tiene cap comprado y un floor entregado por el emisor al inversor. Evidentemente, la réplica desde la perspectiva del inversor vendría dada por la compra de un bono a tipo fijo y la compra de un interest rate swap en el cual pagaríamos el tipo fijo que a su vez obtenemos del bono y se recibe el tipo variable que es lo que en última instancia replica la compra del FRN. A ello se añadiría, desde la perspectiva, del inversor, una posición comprada en el floor y vendida de un cap.

La calidad crediticia del emisor será igualmente determinante de la valoración y de las condiciones de emisión de este tipo de estructuras. En este sentido conviene destacar que han de existir 2 curvas tipos involucradas:

- Curva de riesgo interbancario para el cálculo de los tipos forwards del índice de referencia (por ejemplo: Euribor 12 meses). Así mismo, tanto el cap como el floor involucrado estarán ligados a la curva de riesgo interbancario si bien, el inversor percibirá el cupón con el spread correspondiente. En el caso de que en mercado se alcance el cap o el floor sobre el índice de referencia (por ejemplo, Euribor 12 meses) el inversor percibirá este tipo (strike del cap o del floor) más el spread definido en la emisión.

- Curva de riesgo emisor para el descuento de los flujos de caja esperados (incluyendo spread si lo hubiera) del bono una vez que estos hayan sido estimado por la curva de riesgo interbancarios

Para llevar a cabo la valoración de este tipo de bonos es necesario:

- 1) Calcular la rama flotante de flujos de caja variables vinculados al tipo Euribor 3 meses (riesgo interbancario) con reprecación trimestral hasta el 22/10/08. Es decir, al margen del primer cupón quedará fijado desde un principio, se trata de calcular los tipos forward (implícitos) a 3 meses durante años restantes hasta el vencimiento.
- 2) Descontar los flujos de caja esperados vinculados a los tipos a 3 meses con la curva de riesgo interbancaria.
- 3) Descontar el principal final con la curva de riesgo interbancario.
- 4) Hallar el valor del cap y restárselo a los valores presentes hallados en los pasos anteriores.
- 5) Hallar el valor del floor y sumárselo a los valores presentes hallados en los pasos anteriores.

En función de que exista o no un spread sobre el índice de referencia, la curva de estimación de tipos forwards y la de descuento coincidirán o deberán ser distintas.

El precio de mercado de la estructura es:

$$\left[ \sum_{i=1}^n Tim_i \times N \times FA_i \times FD_i \right] + [N \times FD_n] + Floor(Strike_{floor}) - Cap(Strike_{cap}) \quad (67)$$

*Tim<sub>i</sub>*: tipo de interés implícito a 3 meses

*N*: nominal

*FA*: fracción de año en el que se devenga

*FD*: factor de descuento

## Bonos Estructurados

Instrumento financiero que resulta de la combinación de un activo de renta fija tradicional y algún tipo de derivado, habitualmente una opción o swap con un subyacente que permite vincular el rendimiento del bono a la evolución de alguna o algunas variables financieras. Este tipo de bonos permiten por tanto al inversor, vincular el rendimiento e incluso la recuperación del capital invertido a variables financieras del ámbito de la renta variable, divisas, materias primas, etc.

Constituyen un pasivo de balance para la entidad financiera que lo emite. Se trata de emisiones públicas o privadas registradas ante los reguladores y por tanto negociables en mercados secundarios. Se trata pues de un activo de captación de deuda a través del cual el emisor obtiene financiación. El margen del emisor se computa por periodificación a lo largo de la vida de la estructura para la entidad que lo emite y por imputación directa en el ejercicio en el que se coloca para la entidad que los distribuye, como diferencia entre el precio de compra y el de venta al cliente final.

El inversor tiene unas garantías respaldadas por la calidad crediticia del emisor. La entidad que comercializa un bono estructurado de otro Banco, a priori no garantiza el título ni asume las pérdidas que su compra eventualmente pueda ocasionar al inversor. La posibilidad de hacer líquido este tipo de estructuras viene dada por la profundidad del mercado secundario en el que se negocia y las condiciones de mercado cuando se pretenda su venta.

### **Bonos convertibles**

Instrumento financiero híbrido entre bono y acción. Nace siendo un bono pero con la posibilidad de convertirse en acción en función de la decisión del inversor. Cuando es convertido, el emisor puede pagar con acciones nuevas (caso más habitual) o con acciones ya emitidas en su poder.

Es un título híbrido compuesto por dos activos financieros:

1) Un bono normal:

Se paga en precio de compra (CB), Proporciona unos flujos de caja fijos a través de sus cupones (C) y a vencimiento si no se ha producido la conversión, se devuelve el principal.

2) Una opción o warrant de compra (Call):

Permite frente a un bono normal, adquirir un número determinado de acciones ordinarias (que proporcionarán unos flujos de caja variables, dividendos, incluidas las ganancias de capital esperadas)

Si poseedor del convertible tiene la opción de conversión y esta se produce antes del vencimiento, renuncia a los flujos fijos futuros del bono (cupones y precio de amortización) y a cambio recibir un número determinado (conversion ratio, CR) de acciones del emisor

Esta posibilidad de conversión, hace que estos bonos ofrezcan un tipo de interés inferior al de los bonos ordinarios de la compañía al mismo plazo, pero superior a la rentabilidad por dividendos de la compañía (“Dividend yield”)

En el folleto de la emisión del bono (“Indenture”), se fijarán, entre otros:

El sistema que se utilizará para determinar la relación de conversión (es decir, número de acciones a recibir por cada obligación)

Emitir convertibles permite una financiación más baja que con bonos normales

Esta ventaja se pierde al efectuarse la conversión (el coste de las acciones ordinarias es más caro para la compañía)

¿A quiénes les interesa emitir estos bonos?

Empresas con alto riesgo financiero o de crédito. Deberían pagar un interés más alto del que proporciona realmente la emisión, pero lo compensan con el mayor valor que tendrá la opción de compra de acciones. Empresas con proyectos de inversión o en escenarios de alto riesgo. Muchos emisores son empresas tecnológicas y de telecomunicaciones.

Empresas que no tengan mucha necesidad de desgravaciones fiscales en la medida en la que a menor cupón a pagar, menor es la desgravación fiscal

### **Vehículos derivados/estructurados de captación de financiación**

#### **Repos**

Operación encubierta de financiación que se caracteriza por la transferencia de un colateral o garantía a favor de quien concede la financiación por parte del que la recibe. La entrega de la garantía, habitualmente en forma de activo financiero (bono, letra habitualmente) permite acceder a una financiación a tipos de interés más favorables. Se puede plantear la operación como una compra/venta al contado de un activo con retrocesión a futuro. Dado el precio al contado del activo (PC), el precio a plazo (PP) correspondiente es:

$$PP = (PP + CC) \times \left(1 + i_{repo} \frac{d}{base}\right) \quad (68)$$

donde

*CC*: *cupón corrido*

*irepo*: *tipo de interés pactado en el repo*

*N*: *número de días de la operación*

## Titulizaciones

La titulización es un mecanismo por el cual activos (líquidos/ilíquidos) son transformados en títulos (bonos) con calificaciones crediticias (rating) que les permiten ser negociables en los mercados.

En el proceso de titulización habitualmente se siguen los siguientes pasos:

1. La entidad que desea financiarse (cedente) vende los activos a un fondo de titulización, el cual carece de personalidad jurídica y está administrado por una sociedad gestora.
2. El fondo emite valores que están respaldados por los activos adquiridos. Según los activos adquiridos se tratará de un Fondo de Titulización Hipotecaria o de un Fondo de Titulización de Activos.
3. Los activos quedan fuera del alcance de los acreedores de la cedente. Los valores emitidos están sólo respaldados por los activos y los por la solvencia de la cedente.
4. El fondo puede contratar operaciones financieras para conseguir mejoras crediticias encaminadas a aumentar la seguridad en el pago de valores emitidos, neutralizar las diferencias de tipos de interés entre los créditos agrupados en el fondo y los valores emitidos, y mitigar los desfases temporales de flujos.

### Esquema de titulización



Ilustración 27: titulización

La calificación de estos bonos queda totalmente desligada de la calificación del originador, permitiendo a los cedentes emitir bonos de mejor calidad crediticia. Estos Bonos suelen emitirse por tramos de diferente calificación crediticia, desde AAA a tramos sin rating (captación de inversores). Permite estructurar estos bonos adecuándose a las exigencias del mercado, modificando plazos, spreads, amortizaciones, etc. Permite adicionalmente diversificar las fuentes de financiación, entrando en contacto con nuevos inversores y al mismo tiempo darse a conocer en el mercado.

Los orígenes de la titulización datan de hace siglos pero su versión más desarrollada y reciente corresponde al desarrollo de este mercado en los años setenta y en Estados Unidos. El deseo de promover el mercado inmobiliario norteamericano y facilitar el acceso a la vivienda subyace al renacimiento moderno de la titulización. Desde entonces este instrumento financiero ha crecido hasta convertirse en uno de los segmentos más activos e importantes de los mercados financieros capaz de transferir, cada año, billones de dólares de recursos a los diferentes mercados demandantes de financiación.

Como se ha mencionado hay dos grandes tipos de titulizaciones: las hipotecarias (“mortgage backed securities” o MBS) y las no hipotecarias o de activos (“asset backed securities” o ABS) que cubren el resto de activos susceptibles de ser titulizados.

Dependiendo de los activos que las respaldan, pueden ser:

- ABS: (Asset Backed Securities) titulizaciones que se apoyan sobre activos de la entidad
  - RMBS: (Residential Mortgage Backed Securities) titulización de préstamos hipotecarios residenciales
  - CMBS: (Commercial Mortgage Backed Securities) titulización de préstamos hipotecarios sobre inmuebles comerciales
- CDO: (Collateralized Debt Obligations) titulización respaldada por deuda corporativa
  - CLO: (Collateralized Loan Obligations) titulizaciones de préstamos a empresas
  - CBO: (Collateralized Bond Obligations) titulización de una cartera de bonos corporativos

- CSO: (Collateralized Synthetic Obligations) titulización respaldada por derivados de crédito sobre deuda corporativa.

El mercado de titulización hipotecaria tiene dos segmentos: las titulizaciones de hipotecas residenciales (RMBS por sus siglas en inglés) y las titulizaciones de hipotecas comerciales (CMBS).

El mercado de titulizaciones sobre hipotecas de activos comerciales (no residenciales) ha tenido un notable desarrollo para la financiación de oficinas, hoteles, residenciales multifamiliares y espacios comerciales, entre otros. Su desarrollo se asocia a la crisis de las asociaciones de ahorro americanas (“savings and loans associations”) cuyos activos fueron absorbidos por la “Resolution Trust Corporation” que en 1991 realizó la primera titulización de una cartera de viviendas multifamiliares.

Todo el resto de activos que ha sido objeto de titulización suele englobarse bajo el epígrafe de “asset backed securities” o ABS. Se trata de carteras de préstamos u otros activos que generan flujos de caja y que son usados como colateral y comprados por un vehículo legal (conocido por sus siglas en inglés como SPV o “special purpose vehicle”) que emite distintos tramos de deuda y acciones para financiar la adquisición.

La versión moderna de la titulización tuvo sus orígenes en el mercado hipotecario pero se extendió a otros mercados a mediados de los años. Así nació un mercado que se extendió hasta cubrir un amplio espectro de activos. Las principales clases de activos titulizados han sido:

Equipos productivos (préstamos y leases): incluyendo contratos de leasing de aviones y flotas de coches de alquiler e incluso torres de telefonía celular.

Coches: uno de los segmentos más estables dentro de este mercado ha sido el de préstamos para financiar la compra de coches. Aun a pesar de la crisis, este ha sido de los segmentos que se ha mantenido más activo merced, posiblemente a lo bien entendido y predecible que es este mercado.

Tarjetas de crédito y otros servicios financieros: el crédito concedido por las compañías de tarjetas de crédito a los usuarios de las mismas también ha sido objeto de titulización.

Otros préstamos residenciales: créditos para financiar segundas hipotecas o casa prefabricadas.

Préstamos empresariales: los derechos de cobro por operaciones comerciales también han sido titulizados. Un caso particular, especialmente popular en Europa y en más aun en el Reino Unido es la titulización de un negocio al completo (“whole business securitization”).

Sector público: en algunos casos para reducir el coste de emitir deuda en países con menor rating se han titulizado los pagos generados por algunos servicios públicos.

Préstamos a estudiantes: la provisión de financiación de los estudios está muy desarrollada en EEUU. Hay un largo historial crediticio lo que permite estimar cuales son las características de riesgo y retorno provistas por este mercado y por este motivo este ha sido un segmento del mercado de titulización de notable desarrollo. Además de lo cual, en EEUU han existido organizaciones (Sallie Mae y Brazos) que han provisto de garantías a ciertas emisiones dentro de este mercado, lo que ha hecho las titulizaciones algo más atractivas para los inversores.

Otros ejemplos de titulización más singulares son por ejemplo los asociados de la titulización de royalties que han sido populares en la industria de la música y del cine. Así David Bowie vendió los derechos a royalties de una parte de su discografía. La titulización de royalties también ha sido aplicada al mercado de nuevos fármacos

## **CLN**

Un CLN (*Credit Link Notes*) es un instrumento financiero en el que el inversor paga una cantidad inicial por la que espera recibir unos flujos periódicos en concepto de intereses que pueden ser fijos o variables. Además, al vencimiento de la nota, ésta amortiza el total o una parte del capital

pagado al inicio. Sin embargo, la característica de los CLN es que tanto el cobro de los intereses como el del principal a vencimiento por parte del inversor, está condicionado a la ocurrencia de eventos de crédito en una cartera de títulos de referencia.

Dicha vinculación puede definirse de múltiples formas, pero en todas ellas siempre aparece un componente opcional que tiene como subyacente el número total de eventos de crédito producidos en dicha cartera de referencia. La correlación entre los posibles eventos de crédito resulta una variable relevante en el precio de la nota.

Los ejemplos más comunes de CLN's son los *N'th to default*: instrumentos cuyos flujos de intereses y de principal están condicionados a la ocurrencia de menos de "n" eventos de crédito en la cartera de referencia. De tal forma que en cuanto se produzca el evento de crédito enésimo en la cartera de referencia, el inversor de la nota dejará de recibir tanto el principal como los cupones que resten por pagarse.

Aunque la correlación entre los eventos de crédito de la cartera de referencia es determinante en el valor de los CLN's, no es fácil identificar qué efecto neto tiene. El impacto de la correlación en los CLN's depende de varios factores, como son:

- El tipo de vinculación a los eventos de crédito
- El número medio de defaults dentro de la cartera de referencia
- El número de títulos de la cartera de referencia

Para entender el efecto de la correlación en los CLN supónganse dos emisiones cupón cero diferentes sobre una misma cartera de 3 títulos de referencia:

- **Emisión 1: *First to default***: pagará un nominal de 100 siempre y cuando no se produzca ningún default en la cartera de referencia. En caso contrario pagará cero.

- **Emisión 2: *Second to default*:** pagará un nominal de 100 siempre y cuando el número total de defaults sea a lo sumo 1. En caso contrario pagará cero.

Supóngase por simplificar que la probabilidad de default de las tres compañías de la cartera de referencia es la misma:  $p$ . El número medio de defaults independientemente de la correlación es entonces:

$$\text{NumeroMedioDefaults} = 3 \times p$$

La variable  $Z$  registra el número total de defaults que se produzcan en la cartera.  $Z$  podrá tomar los valores:

$$Z = \begin{cases} 0, & \text{si no se produce ningún default} \\ 1, & \text{si sólo se produce un default} \\ 2, & \text{si se producen dos defaults} \\ 3, & \text{si se producen tres defaults} \end{cases}$$

En función de los valores de  $Z$  las pérdidas de las dos emisiones son

<i>Situación</i>	<i>Valor de Z</i>	<i>Pérdidas Emisión 1</i>	<i>Pérdidas emisión 2</i>
No se produce ningún default	0	0 €	0 €
Se produce un default	1	100 €	0 €
Se producen 2 defaults	2	100 €	100 €
Se producen 3 defaults	3	100 €	100 €

Se estudiará el valor de las dos emisiones bajo dos escenarios de correlación:

<b><i>Escenario 1</i></b>	Los defaults son independientes	La distribución del número defaults de la cartera está definida por la distribución binomial con probabilidad de éxito $p$ y número de repeticiones 3
<b><i>Escenario 2</i></b>	Los defaults están completamente correlacionados	Sólo existen dos estados, el de 0 defaults (con probabilidad $1-p$ ) y el de 3 defaults (con probabilidad $p$ )

Ambos escenarios tienen el mismo número medio de defaults en función de la probabilidad  $p$ . El escenario 1 de independencia reparte las probabilidades según la ley definida por la distribución

binomial. El escenario 2 de dependencia en cambio sólo contempla los casos extremos: 0 defaults y 3 defaults, y, para que el número medio de defaults se mantenga, deberá otorgar una cierta probabilidad al caso de 3 defaults y el resto al caso de 0 defaults. La penalización que se produce a través de las pérdidas de las emisiones en cambio no es simétrica con respecto al número de defaults, lo que generará diferencias de valoración.

## **CDO**

Un **CDO** (*Collateralised Debt Obligations*) es una estructura de titulización que consiste en un conjunto de **CLN's**; emisiones cuyos pagos de intereses y principal están ligados al comportamiento de una cartera de activos subyacentes que actúan como colateral.

El conjunto de activos que actúan como colateral de un **CDO** puede ser cualquier activo de deuda, como préstamos bancarios o bonos emitidos por distintas compañías. Si la cartera de activos está compuesta únicamente por préstamos bancarios, el **CDO** se denomina **CLO** (*Collateralised Loan Obligations*). En caso de estar formada únicamente por bonos corporativos se denomina **CBO** (*Collateralised Bonds Obligations*). Si en cambio es una cartera mixta formada por ambas clases de activos se denomina **CDO**.

En los contratos de **CDO** puede especificarse también la definición de evento de crédito ó *Default* aunque lo más normal es que se sigan las definiciones estándar de **ISDA**<sup>4</sup>.

Además de presentarse en ocasiones como una forma alternativa de financiación, los **CDO** se utilizan principalmente por parte del originador como instrumentos para transferir a los inversores el riesgo de crédito asociado a la cartera de referencia.

---

<sup>4</sup> ISDA: *International Swaps and Derivatives Association*

En función de cómo se estructuren los CDO éstos se clasifican en *CDO Tradicionales* o *Cash Flows CDO* y *CDO Sintéticos*. Ambas estructuras requieren por parte del originador, de la creación de un *SPV* (*Special Purpose Vehicle*); una entidad legal diferente de la generadora cuyos activos son transferidos por esta y cuya función es la de transformar, convertir o generar estructuras de crédito que puedan ser accesibles a un gran abanico de inversores. Los *SPV* no están vinculados legalmente a la compañía originadora, por lo que una quiebra de ésta no tiene ningún impacto en el *SPV* ni en sus emisiones. De esta forma se genera confianza para atraer inversores.

La diferencia básica entre *CDO tradicionales* y *sintéticos* es que en los primeros los activos son literalmente vendidos por el originador al *SPV*, mientras que en el segundo la transferencia del riesgo de crédito se realiza mediante el uso de derivados de crédito.

El originador del CDO, tras crear el *SPV*, vende a éste la cartera de activos que pretende titular. El *SPV* requiere de la emisión de bonos, los cuales serán suscritos por los inversores, para financiar esta adquisición. Los inversores reciben a cambio intereses derivados de estos bonos que están en parte cubiertos por los intereses generados por la cartera de títulos que actúa como colateral. Además, los inversores reciben a vencimiento el principal absorbiendo las posibles pérdidas que se hayan producido en la cartera de títulos de referencia. Las emisiones que vende el *SPV* a los inversores son por tanto notas vinculadas a eventos de crédito llamadas *Credit Link Notes (CLN)*.

El originador transfiere de esta forma el riesgo de crédito de la cartera de referencia al *SPV* en primera instancia, y al inversor en última instancia.

#### Esquema de un CDO tradicional

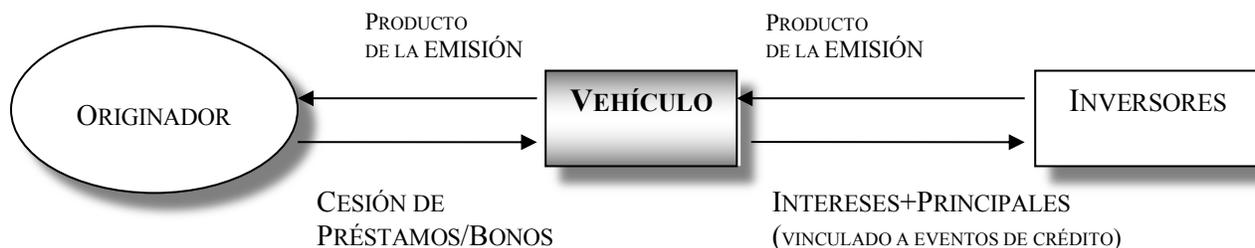


Ilustración 28: CDO

Los CDO tradicionales suelen ser emitidos por sus originadores para diversificar sus instrumentos de financiación. Además, el originador consigue a través del CDO, transferir al inversor el riesgo de crédito de la cartera de activos subyacentes. Por otro lado, resultan atractivos al inversor ya que sus tramos senior ofrecen generalmente rentabilidades superiores otras emisiones de rating similar, además de presentar una oportunidad de adquirir exposición a una cartera diversificada de activos de renta fija.

Este traspaso de títulos o bonos sin embargo, resulta problemático en algunas ocasiones. Ciertas jurisdicciones restringen el derecho de cesión de estos títulos por razones de confidencialidad o regulatorias. En otros casos, aun siendo posible esta cesión, el proceso resulta demasiado lento y engorroso. Los originadores de CDO recurren entonces al uso de *CDO sintéticos*.

En lugar de adquirir activos a cuyo riesgo está directamente expuesto, el vehículo acuerda derivados de crédito como *Credit Default Swaps (CDS)* con el originador, mediante los que asegura las posibles pérdidas que los eventos de crédito pudieran generar. Se consigue con esto la transferencia del riesgo de crédito sin transferir la cartera de activos, la cual permanece en el balance del originador.

Los CDO sintéticos no son instrumentos de financiación para el originador, sino instrumentos mediante los que éste transfiere el riesgo de crédito a los inversores en última instancia.

Como se puede observar en la Ilustración 28, el originador tras crear el SPV firma con éste Credit Default Swap's (CDS) mediante los cuales el SPV asegura las pérdidas por eventos de crédito que se produzcan en la cartera de referencia. El producto de la emisión, por parte del vehículo, de notas vinculadas a eventos de crédito en la cartera de referencia y suscritas por los inversores, se utiliza

para adquirir colateral (normalmente con calidad crediticia Aaa) que cubra las obligaciones contraídas con el originador.

Así, los principales de los bonos que actúan como colateral son utilizados por el *SPV* para abonar al originador las pérdidas que se produzcan en la cartera de referencia o, en su defecto, para devolver el principal de los *CLN's* a los inversores. Los intereses generados por los bonos que actúan como colateral, así como las primas de los *CDS* firmados con el originador son utilizados por el *SPV* para abonar los intereses de las notas emitidas a los inversores.

## Esquema de CDO sintético

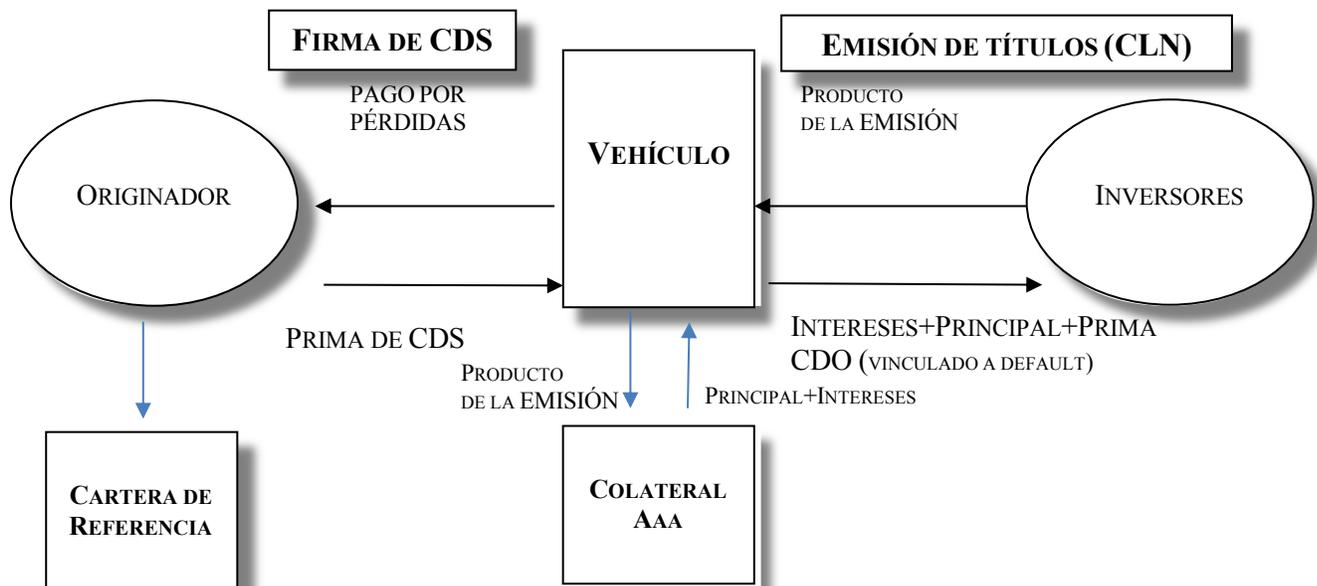


Ilustración 29: CDO sintético

Las notas emitidas por el SPV para la adquisición de colateral se clasifican en *tramos* o *tranches*. Cada tramo está orientado a captar un determinado perfil de inversor, y tiene una calificación crediticia en función de la probabilidad de incurrir en pérdidas. Estos tramos suelen comprender:

- Emisiones Senior, cuyos rating varían desde el AAA hasta el A
- Emisiones junior o Mezzanine cuyos ratings varían desde el BBB hasta el B
- Tramos sin calificación crediticia denominados *Equity*.

Además, cada tramo absorbe las pérdidas producidas en la cartera de referencia hasta su *nivel de subordinación*. Así los tramos de calidad crediticia inferior absorben las primeras pérdidas producidas y, a cambio, los inversores de estos tramos reciben cupones superiores. El primer tramo, el tramo equity, es el tramo que absorbe las primeras pérdidas y su nombre se debe a que su perfil rentabilidad/riesgo es similar al del mercado de renta variable.

En la Ilustración 30 se puede observar un ejemplo de una estructuración de un CDO para una emisión de 1.000 millones de euros. El tramo equity es el primero en el orden de absorción de pérdidas y cubre por tanto los primeros 15 millones de pérdidas en la cartera de referencia. El siguiente tramo, el tramo C, cubre pérdidas producidas en la cartera de referencia por valor de 20 millones de euros: los primeros 20 millones de pérdidas producidas después de que el tramo equity haya agotado toda su cobertura. Es decir, el tramo C cubre las pérdidas producidas entre los 15 millones y los 35 millones; su nivel de subordinación es entonces un 1,5% del total de la emisión (15 millones). Por último, el último tramo, el tramo *senior*, cubre las pérdidas de la cartera producidas por encima de los 100 millones de pérdidas. Su nivel de subordinación es un 10% de la emisión total (100 millones de euros) y su tamaño es el resto de la cartera (900 millones de euros).

#### Ejemplo de estructuración de las emisiones de un CDO

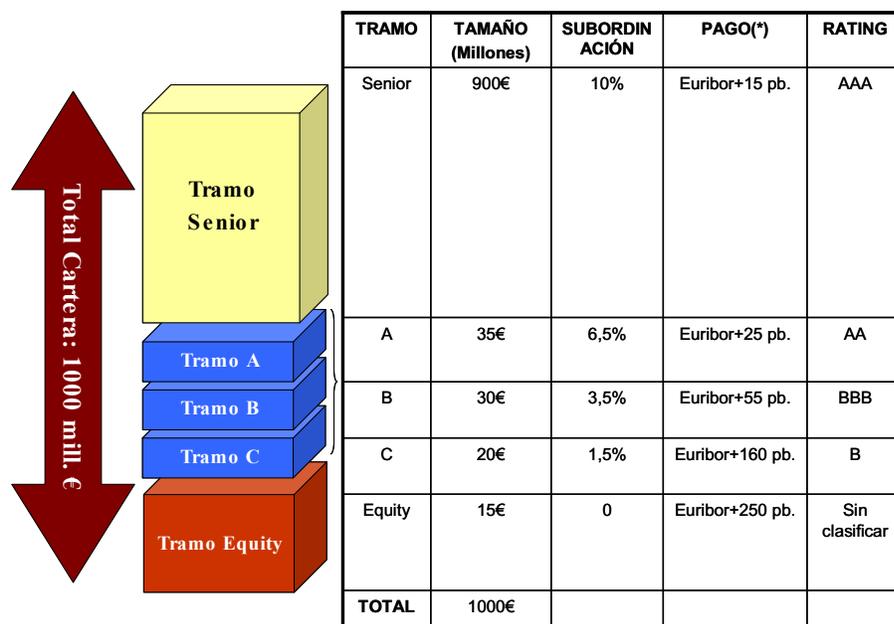


Ilustración 30: estructuración tramos CDO

El riesgo de los inversores en CDO es el riesgo existente en los CLN's que suscriben es decir, el riesgo de disminución del principal como consecuencia de la ocurrencia de eventos de crédito en la cartera de referencia. En función de la probabilidad de incurrir en pérdidas de cada uno de los

tramos, las agencias de rating califican su calidad crediticia. Esta probabilidad depende tanto de la pérdida esperada en la cartera de referencia como de la volatilidad o incertidumbre que sobre esta pérdida esperada exista. La pérdida esperada en la cartera de referencia es función de las probabilidades estimadas de default de cada uno de los títulos, así como de sus tasas de recuperación. La incertidumbre sobre esa pérdida esperada depende en gran parte de la correlación existente entre los diferentes eventos de crédito.

El efecto en el valor de las notas, de las probabilidades de default de los títulos presentes en la cartera de referencia es inverso en todos los tramos del CDO. Una subida de las probabilidades de default implica mayor probabilidad de pérdidas en la cartera de referencia, con el consecuente aumento del riesgo de disminución del principal de todos los tramos y, por tanto, un menor valor de cada uno de ellos.

El efecto que una subida en las tasas de recuperación de los títulos de la cartera de referencia, tiene en el valor de los tramos es en cambio, directo. Una subida en la tasa de recuperación, todo lo demás constante, implica menores pérdidas en caso de default de los emisores de los títulos de la cartera de referencia. El riesgo de disminución de principal es menor ya que, aunque la probabilidad de default es la misma, sin embargo las pérdidas en caso de default son menores. El valor de todos los tramos del CDO aumenta con la tasa de recuperación.

En cambio, el efecto que un aumento de la correlación entre los posibles eventos de crédito produce en los tramos del CDO es diferente en cada uno de ellos y depende de la pérdida esperada y del número medio de defaults. Consideraciones más detalladas al respecto se realizarán en la sección siguiente.

La proliferación de los derivados de crédito en los años anteriores a la crisis financiera que comenzó en el año 2008, permitió un importante crecimiento de estructuras de renta fija asociadas a eventos de crédito. Entre ellas destacaron los CDO (Collateralised Debt Obligations), instrumentos de titulización de carteras de préstamos y/o bonos de entidades financieras utilizados para cubrir los posibles incumplimientos en la cartera de títulos del emisor. A cambio de esta cobertura, los inversores en CDO o compradores de crédito reciben rentabilidades muy superiores a las ofrecidas por el mercado.

La emisión de CDO, en un principio requiere de un “Vehículo” que adquiera la cartera de préstamos/bonos y financie esta adquisición mediante la emisión de bonos suscritos por los inversores. De esta manera, el inversor “tradicional” de CDO adquiere en su balance los títulos sujetos a riesgo de crédito teniendo la posibilidad de gestionarlos.

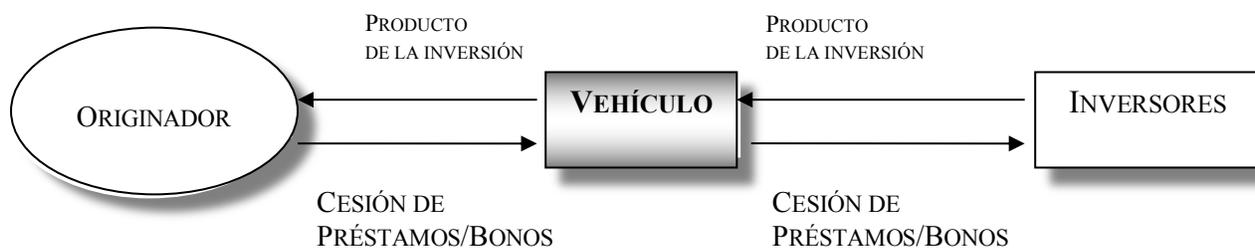


Ilustración 31: emisión CDO

Sin embargo, la cesión de los préstamos o bonos al vehículo puede presentar dificultades ya que en ciertas ocasiones los préstamos no se estructuran para ser transferidos y muchos prestatarios restringen el derecho del prestamista a ceder los préstamos por razones de confidencialidad. Una solución para dar salida a esta situación es generar la exposición de los inversores al crédito de manera sintética: en lugar de adquirir activos a cuyo riesgo está directamente expuesto, el vehículo acuerda un credit default swap con la entidad financiera (el originador). El propósito es el de transferir el riesgo de crédito sin transferir los activos de referencia. Las obligaciones que adquiere dicho vehículo a efectos del credit default swap se cubren mediante la adquisición de activos de calidad crediticia máxima que actúan como colateral y que son financiados mediante la emisión por parte del vehículo, de bonos que subscriben los inversores.

Con el objetivo de poder atender a diferentes perfiles de inversores, la emisión se estructura en tramos o “*Tranches*” en función de la distinta calificación crediticia o Rating. Cada tranche es una nota cuyo pago de principal e intereses está vinculado a los posibles defaults de la cartera de referencia (*CLN*=Credit Link Note) y cubre una parte de las posibles pérdidas de la cartera titulizada. Tienen por tanto una calificación crediticia asociada que, cuanto menor sea, mayor rentabilidad recibirá el inversor de ese tramo.

Sin embargo, el evitar la cesión de títulos en la estructuración de un CDO mediante la estructuración sintética de CDO, permite desvincular al inversor de la gestión de estos títulos y, por tanto, convertir las notas de los CDO en activos puramente especulativos y fáciles de transferir. Este hecho provocó una transferencia de crédito rápida y especulativa entre el emisor del CDO y los distintos inversores, lo que resultó ser una de las causas detonantes de la crisis financiera que se produjo en el año 2008.

**Vita: Roberto Knop Muszynski****TITULACIÓN ACADÉMICA**

Licenciado en Ciencias Económicas y Empresariales por la Universidad Autónoma de Madrid, especialidad de Estructura Económica. (1991)

**ACREDITACIONES**

MFIA: Master en Mercados Financieros e Inversiones Alternativas (2016)

MRICS: Royal Institution of Chartered Surveyors (2017)

**FORMACION COMPLEMENTARIA**

Curso: "Money Markets". Euromoney. 14-20 septiembre de 1992. Reading-UK.

Curso: "Estrategias de cobertura con futuros". LIFFE. 28 Mayo de 1993. Londres-UK.

Curso "Especialización opciones y futuros financieros". Options & Futures Institute. Febrero 1994-Junio de 1994. Madrid.

Curso: "Pricing, Hedging & Trading Exotic Options". International Faculty of Finance. Enero de 1996 Londres-UK.

Curso: "Advanced Mathematics for Derivatives". RISK. Enero de 1998. Londres-UK.

Curso: "Credit Derivatives". Lombard Risk. Noviembre 2000. Londres-UK

Curso: "ALM". Risk. Septiembre 2002. Paris-Francia.

Curso: "Liderazgo". Junio 2016. IESE

**EXPERIENCIA PROFESIONAL**

- 1/2017-Actualidad: **Presidente Jones Lang Lasalle Valoraciones**. Máximo responsable de la sociedad de JLL encargada de las valoraciones ECO (a efectos hipotecarios), RICS y valoraciones automáticas. Sociedad compuesta por 90 profesionales y una red de 350 tasadores con un volumen de valoraciones que supera los 40.000 encargos anuales atendiendo a clientes del sector financiero, fondos de inversión y sociedades inmobiliarias.
- 5/2013-11/2016: Director de Riesgos. **SAREB**. Responsable de la valoración de los activos inmobiliarios procedentes del proceso de traspaso de las entidades financieras objeto del rescate bancario. Responsable de la medición, seguimiento y control de los riesgos financieros de la compañía: balance, tipos de interés, crédito y liquidez.
- 5/2008-4/2013: Director Área de Riesgos de Tesorería. **Banesto**. Responsable de la medición, seguimiento y control de los riesgos de Tesorería del Banco.
- 9/2002-5/2008: Director Área de Riesgos de Mercado y Balance. **Barclays Bank**. Responsable de la medición, seguimiento y control de los riesgos de Balance del Banco.

- 1/1999-9/2002: Director Adjunto del Área de Riesgos de Mercado de **Banco Santander**. Responsable de la Unidad de Análisis Cuantitativo y Metodología de Riesgos de Mercado.
- 1/1997-1/1999: Director Adjunto del Área de Riesgos de Tesorería y Distribución del Banco **Central Hispano**. Responsable de Riesgo de Mercado de la Sala de Tesorería.
- 7/1991-1/1997: **Analistas Financieros Internacionales S.A.**, en su departamento de estudios, dentro del Programa de Asesoramiento Monetario y del Servicio de Asesoramiento de Instrumentos Derivados como responsable del mismo.

- Asesor externo de **COFIDES (Compañía Española de Financiación del Desarrollo)**, en seguimiento y fijación de precios comerciales en operaciones de financiación de empresas españolas en el exterior a través de los diversos mecanismos de la Compañía.
- Miembro del Consejo Académico de la **EFA (Escuela de Finanzas Aplicadas del Grupo Analistas Financieros Internacionales S.A)**.

### Areas de expertise

#### **SECTOR BANCARIO**

Gestión de balance  
 Gestión de derivados  
 Modelización financiera  
 Valoración de derivados  
 Valoración de estructurados  
 Valoración de renta fija  
 Reestructuraciones, refinanciaciones.  
 Riesgos de balance; análisis, seguimiento, estrategia.  
 Riesgos de mercado; admisión, sanción, seguimiento.  
 Riesgos de crédito; admisión, sanción, seguimiento.

#### **SECTOR INMOBILIARIO**

Valoración inmobiliaria  
 Valoración financiera  
 Gestión de activos  
 Gestión de carteras  
 Modelización  
 Riesgos inmobiliarios  
 Valoración inmobiliaria/financiera

### **CURSOS Y CONFERENCIAS IMPARTIDAS**

- Profesor en diversos cursos celebrados durante los últimos veinticinco años (1991-2017) en España, Europa y Latinoamérica.

#### **Temas impartidos:**

- Gestión de riesgos de tipos de interés. Mercados de renta fija: valoración de los principales activos, gestión de carteras de renta fija (duración y convexidad), técnicas de inmunización, gestión de carteras de renta fija internacionales, índices de renta fija.
- Productos derivados: análisis institucional de los mercados de derivados, valoración futuros sobre tipos de interés, IRS, valoración de opciones sobre tipos de interés, estrategias, opciones exóticas, valoración de caps, floors, swaptions, derivados de inflación, arbitraje, especulación y cobertura con derivados, gestión de carteras de renta fija con opciones, etc.
- Productos estructurados: construcción, valoración y análisis. Técnicas de estructuración.
- Riesgo de mercado: metodologías de cálculo de VaR: Riskmetrics, simulación histórica, simulaciones de Montecarlo, etc. Estadística económica y financiera.
- Riesgo de crédito: metodologías de cálculo de exposiciones potenciales, add-ons, técnicas de mitigación de riesgos de crédito.
- Valoración financiera e inmobiliaria.

#### **Países de impartición:**

- Alemania
- Argentina
- Bulgaria
- Colombia
- Chile
- Ecuador
- España
- Venezuela

#### **LIBROS**

- Autor del libro “Finanzas de Diseño. Manual de Productos Estructurados” publicado en Enero de 2001. Editorial Escuela de Finanzas Aplicadas.
- Autor del libro “Structured Products” publicado en Febrero de 2002. Editorial John Wiley & Sons.
- Coautor del libro “Derivados de Crédito” publicado en Septiembre de 2003. Editorial: Pirámide.
- Coautor del libro “Riesgos de Mercado y Crédito en los mercados financieros” publicado en Enero 2004-2013. Editorial Ariel.

- Autor del libro “Manual de instrumentos derivados. Tres décadas de Black Scholes”. Publicado en Noviembre de 2005-2013. Editorial Escuela de Finanzas Aplicadas.
- Coautor del libro “Manual Instrumentos financieros de renta fija” publicado en Junio 2006-2013. Editorial Ariel.
- Coautor del libro. “Manual de Bolsa”. Capítulo Estructurados y Hedge Funds. Publicado en Febrero 2007. Editorial Ariel
- Coautor del libro. “Instrumentos Derivados Para la Empresa”. Publicado en Junio 2008-2013. Editorial McGrawHill-IEB
- Coautor del libro. “Credit Default Swaps”. Publicado en Diciembre 2012. Editorial Delta-IEB



# Factores determinantes en la cotización y valoración de préstamos con garantía real

Doctorando  
ROBERTO KNOP  
Junio 2018

# Índice

---

1. Introducción
2. Modelos de valoración de tipos de interés
3. Modelos de valoración de riesgo de crédito
4. Modelos de valoración de préstamos
5. Resultados y conclusiones

# 1 | Introducción

# Introducción

El objetivo de esta tesis es abordar **el riesgo de garantía** de uno de los diversos vehículos de financiación empresarial; **los préstamos con garantía real**. De forma general podemos referirnos a tres grandes fuentes de financiación:

1. Emisión de acciones (interna)
2. Beneficios retenidos (interna)
3. Endeudamiento (externa)



Préstamos con garantía real

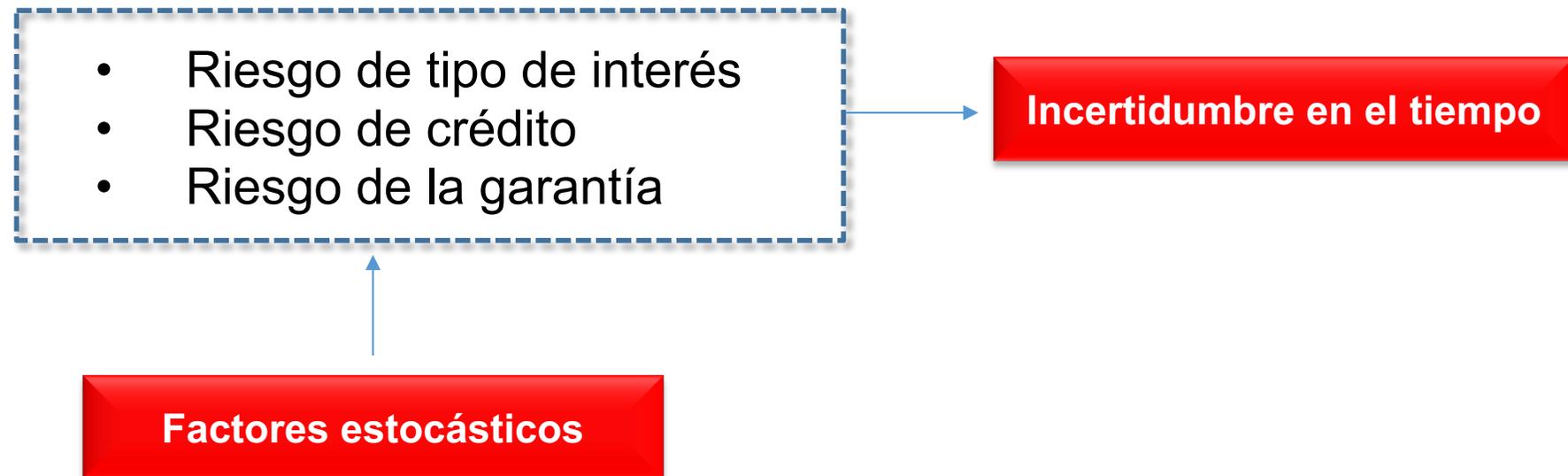
Préstamos sin garantía real

Desde los 60's se debate intensamente sobre la relevancia de la proporcionalidad deuda interna versus externas. Dos posturas:

- Irrelevante para el valor de las empresas (Modigliani Miller)
- Relevante para el valor de las empresa; teoría del *trade-off*.

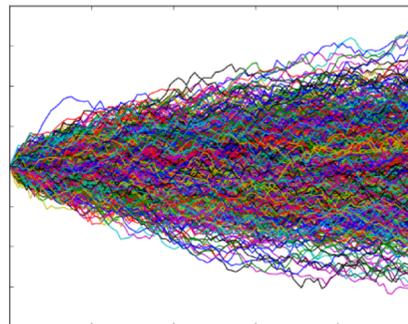
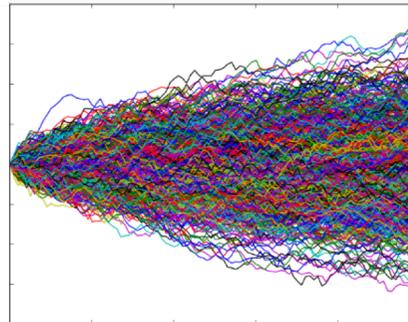
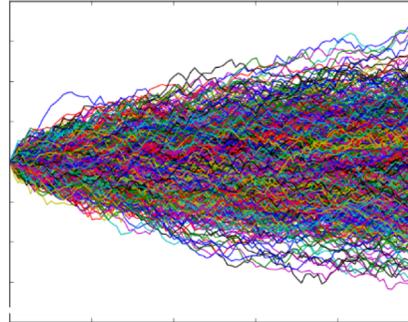
# Introducción

Dentro de los mecanismos de financiación externa, **los préstamos** ocupan un lugar de relevancia en la escala de pasivos empresariales y aquellos que cuentan con garantía real, su protagonismo es aún mayor. En este tipo de operaciones de financiación confluyen los tres riesgos financieros más relevantes:



# Introducción

- Riesgo de tipo de interés
- Riesgo de crédito
- Riesgo de la garantía



# Introducción

Podemos definir:

$$\text{Préstamo con riesgo} = \text{Préstamo sin riesgo} - \text{Put}$$

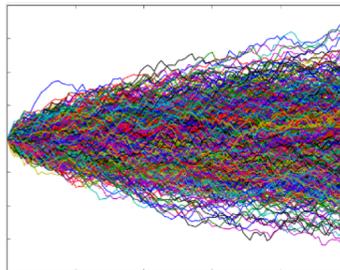
$$\text{Préstamo con riesgo} = \text{Préstamo sin riesgo} - \text{Garantía}$$

Luego:

$$\text{Put} = \text{Garantía}$$

Quien tiene una garantía subyacente en un préstamo, tiene el derecho a vender los activos que actúan como garantía con un precio igual al valor facial de la deuda. De aquí se infiere que valorar el préstamo supone valorar la **garantía**, es decir la put sobre los colaterales que son función de:

$$F(\text{valor actual, tipo de interés, rendimiento, tiempo, volatilidad})$$



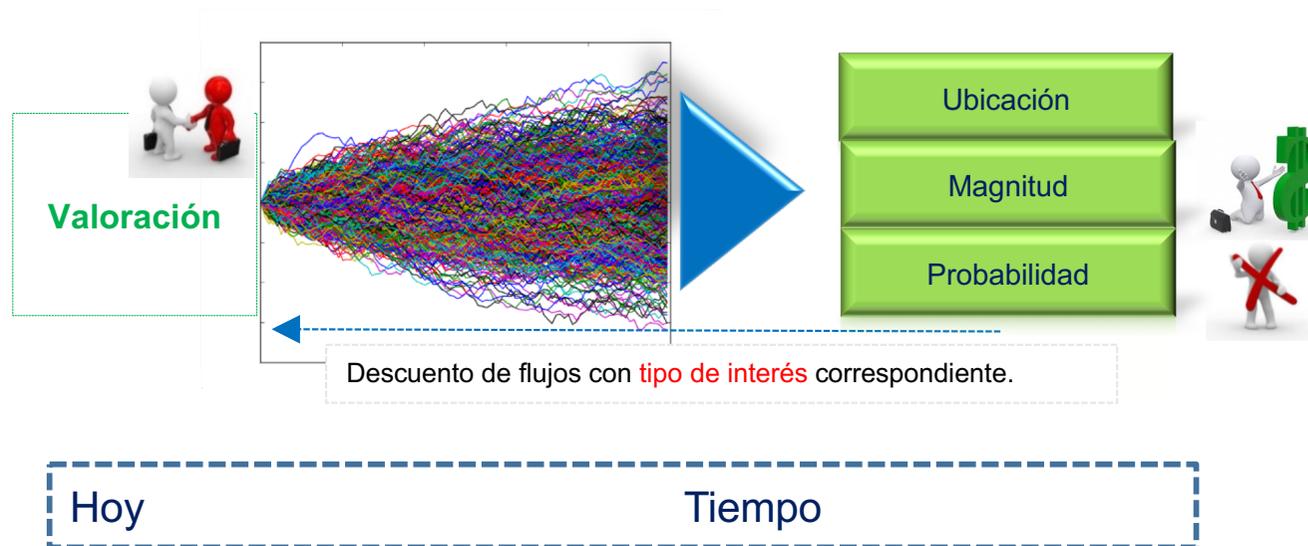
# 2 | Riesgo de tipos de interés

# Riesgo de tipos de interés

La valoración de un activo financiero de forma general, no es más que el valor presente de el o los flujos de caja que genere a lo largo del tiempo. En su determinación son relevantes:

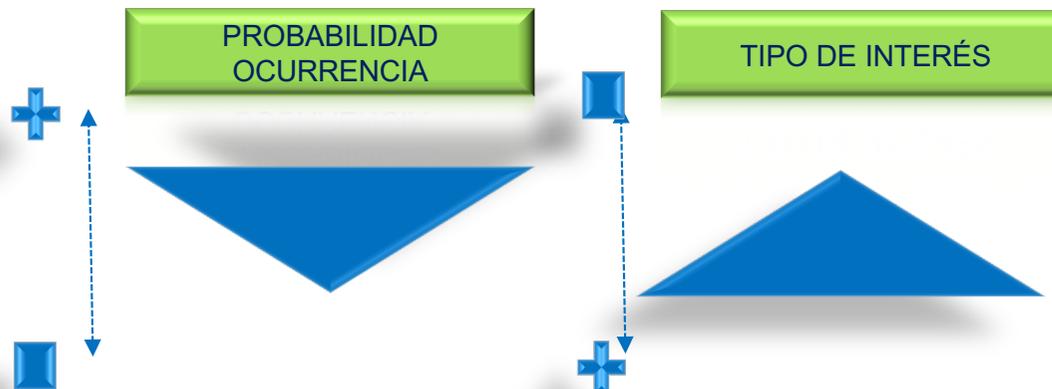
1. Ubicación del flujo/s en tiempo
2. Magnitud del flujo/s
3. Probabilidad de ocurrencia
4. **Tipo de interés/ descuento para conocer su valor presente.**

RELACIÓN ESTRECHA



# Riesgo de tipos de interés

La relación entre la probabilidad de ocurrencia y el tipos de interés es estrecha.



La mayor incertidumbre de generación de flujo debe compensarse con mayor tipo de interés que remunere el riesgo.

# Riesgo de tipos de interés

Curva libre de riesgo y el resto.....

Los modelos de valoración de activos financieros deberán disponer de:

A. Curva de tipos de interés (función de descuento) libre de riesgo & (PD, LGD del activo a valorar)

ó

B. Curva de tipos de interés (función de descuento) con riesgo propio del activo a valorar

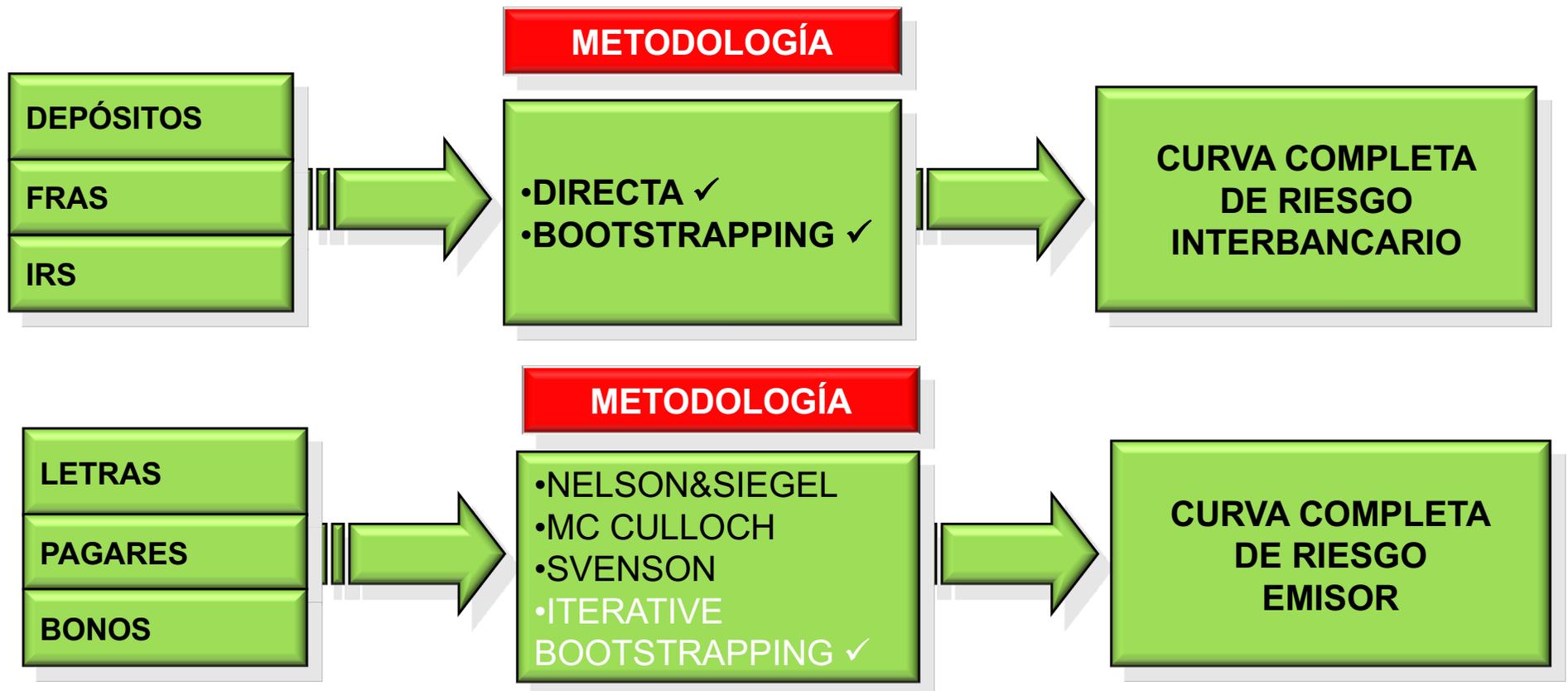
Partiendo de la premisa de que

$$\text{TIPO LIBRE DE RIESGO} \times \text{PD X} = \text{TIPO C/RIESGO X}$$

# Riesgo de tipos de interés

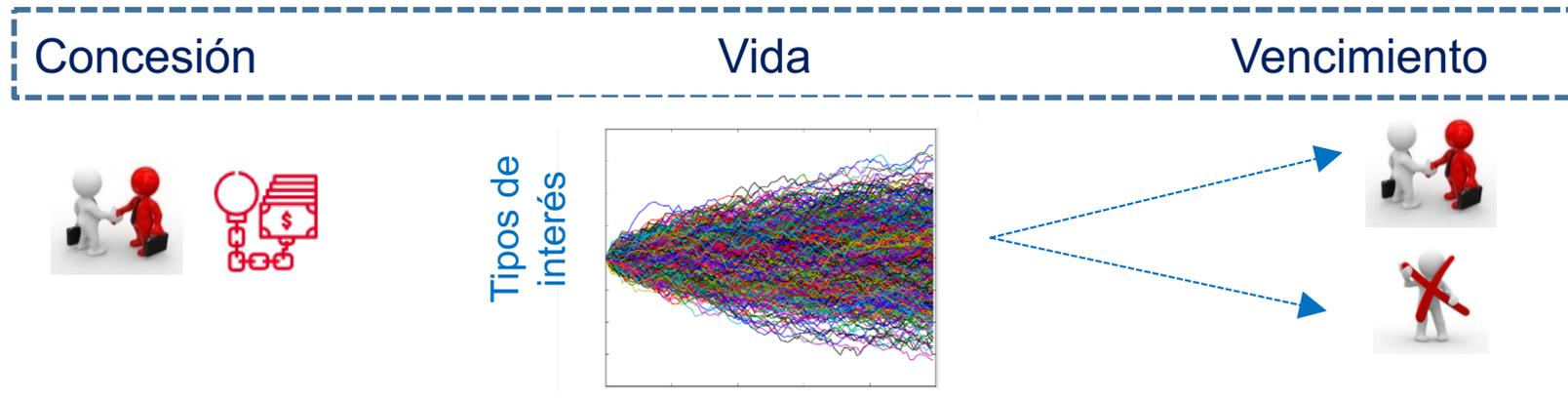
## Esquema general

Según cual sea la información de mercado que se disponga, las técnicas de construcción de curvas cupón cero o más en concreto de factores de descuento, son diversas pero todas ellas deben converger a la determinación exacta o aproximada del valor de los activos financieros.



# Riesgo de tipos de interés

- En los **préstamos a tipo fijo** el riesgo de interés es relevante en términos de su valor de mercado, no por ser determinante en los flujos de caja.
- La correlación de los tipos de interés con otras variables macro como el propio ciclo económico ú otros derechos que el acreditado posea en el activo, como prepagos, etc también lo condicionan.
- En los **préstamos a tipo de interés variable**, los tipos de interés también son determinantes directos en la propia definición de los flujos correspondientes a los intereses y por tanto son fuente determinante de riesgo de los mismos.



# 3 | Riesgo de crédito

## Riesgo de crédito

El riesgo de crédito está asociado a la probabilidad de que a su vencimiento una entidad no haga frente en parte o en su totalidad a su obligación de devolver una deuda o rendimiento, acordado sobre un instrumento financiero debido a incapacidad por sobrevenida, voluntad o alguna otra razón.

Factores:

- Ciclos económicos
- Circunstancias particulares del acreditado

Surgen así dos conceptos fundamentales:

**PD** **Probabilidad de default:** probabilidad de que el nombre de referencia incurra en alguno de los eventos de crédito en un período determinado.

**RR** **Recovery Rate:** tasa de recuperación o porcentaje de recuperación de un capital en caso de default por parte del nombre de referencia. Un concepto asociado inversamente es la LGD (loss given default)=  $100\% - RR$

## El papel de las agencias de rating

Una alternativa para estimar el riesgo específico de una empresa es a través de las calificaciones (rating). Estas pretenden a priori clasificar compañías según su riesgo de crédito y es calculado por agencias “independientes” y especializadas, como Standard & Poors, Moody’s, Fitch, entre otras, analizando los estados financieros de las empresas.

No obstante, merece una especial reflexión el papel de estas agencias en las crisis financieras y en determinados acontecimientos que rodearon grandes defaults en la historia financiera.

En este sentido los mercados han demostrado ser mucho mejor predictores de defaults que las agencias de rating, con mucha mayor antelación y mucho mayor acierto.

# Riesgo de crédito

## El papel de las agencias de rating

Entidad	Rating (40 días antes default)	Investment/ Speculative
Enron	BBB+	I
Bearn Sterns	AA	I
Lehman Brothers	AA	I
AIG	AA	I
Fannie Mae	AAA	I
Freddie Mac	AAA	I

“Los ratings son sólo opiniones”. S&P y Moodys en el Congreso Americano.

**Las cotizaciones de CDS pronosticaron con meses de antelación estos desenlaces.**

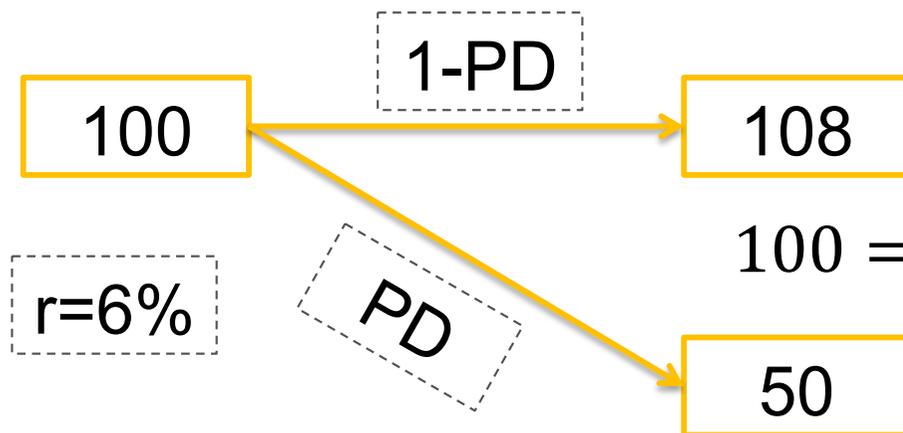
# Riesgo de crédito

## Alternativas de obtención de PD

- Alternativa 1
  - Establecer PD base de referencia por ratings o estatus del deudor
  - Ajustar en el tiempo según tendencias de mercado (bonos, CDS, etc)

Ejemplo Bono.

$$P = \frac{1}{1+r} [f \times (1 - PD) + RR \times PD]$$



$$100 = \frac{1}{1+6\%} [108 \times (1 - PD) + 50 \times PD]$$

$$PD = 3,5\%$$

# Riesgo de crédito

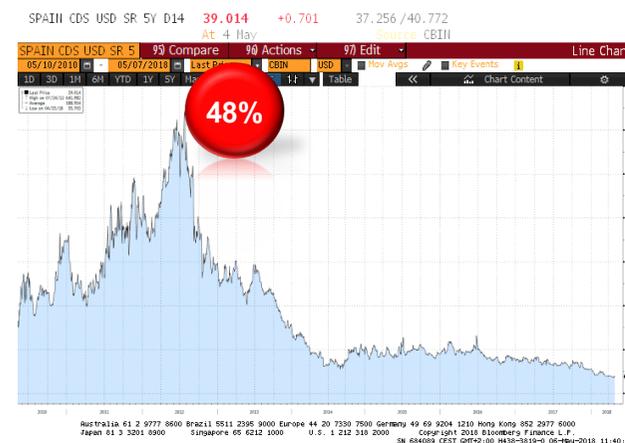
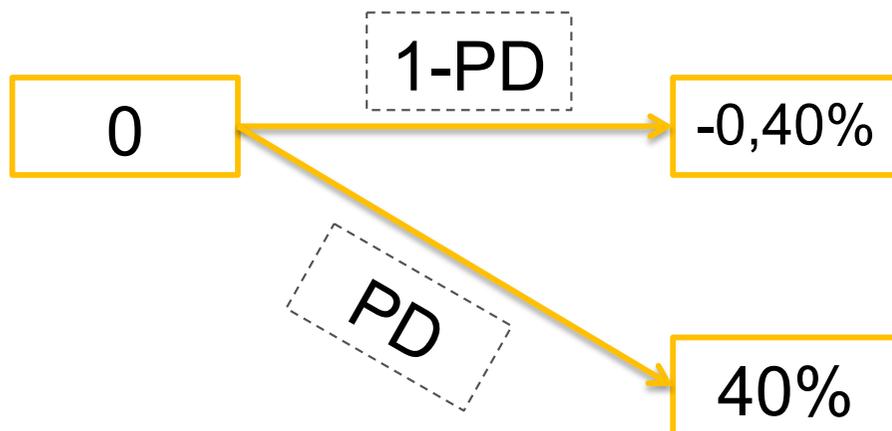
## Alternativas de obtención de PD

- Alternativa 1
  - Establecer PD base de referencia por ratings o estatus del deudor
  - Ajustar en el tiempo según tendencias de mercado (bonos, CDS, etc)

Ejemplo CDS España (cotiza a 5 años 0,40% anual)

$$PD = \frac{CDS}{1-RR} = \frac{0,40\%}{1-40\%} = 0,67\% \text{ anual}$$

$$PD = 3,3\%$$



# Riesgo de crédito

## Alternativas de obtención de PD

- Alternativa 2
  - Obtener PD de mercado de compra-venta de deuda.
  - Ajustar en el tiempo según la operativa de los mercados.
- Alternativa 3
  - Establecer PD base de referencia por modelos tipo Merton
  - Exportar la PD al modelo de cash flows
  - Ajustar en el tiempo según mercado (bonos, CDS, etc)

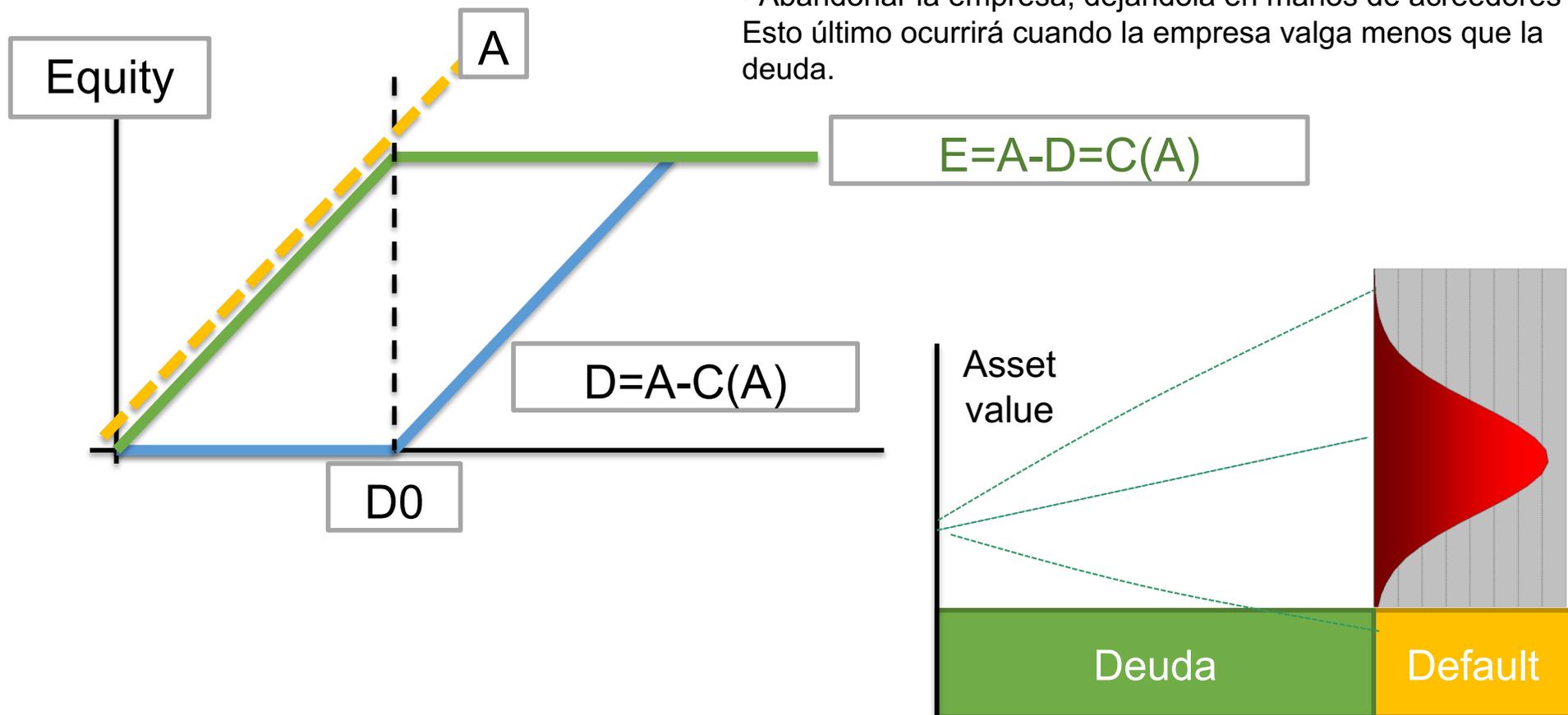
# Riesgo de crédito

## Modelos tipo Merton

Si asumimos que los accionistas tienen una opción de compra sobre los activos empresariales cuyo precio de ejercicio son todos los pagos de la deuda en cada momento, los pasivos empresariales pueden analizarse como opciones reales.

Bajo estas premisas, se asume que los accionistas tienen dos alternativas:

- Adquirir la empresa pagando las deudas
  - Abandonar la empresa, dejándola en manos de acreedores
- Esto último ocurrirá cuando la empresa valga menos que la deuda.



# Riesgo de crédito

- Modelos Merton → Dependen de la volatilidad de los activos
  - Inputs:  $V_E$ ,  $\sigma_E$ .  Las mayores limitaciones de este modelo están asociados a la necesidad de disponer parámetros de difícil observación:
    - Valor empresarial
    - Varianzas del rendimiento empresarial
  - $\delta$ : distancia a Default.
  - L: deuda

$$V_E = V_A \times N(\delta + \sigma_A \sqrt{T}) - e^{rT} \times L \times N(\delta)$$

$$\sigma_E = \frac{V_A}{V_E} \sigma_A \times N(\delta + \sigma_A \sqrt{T})$$

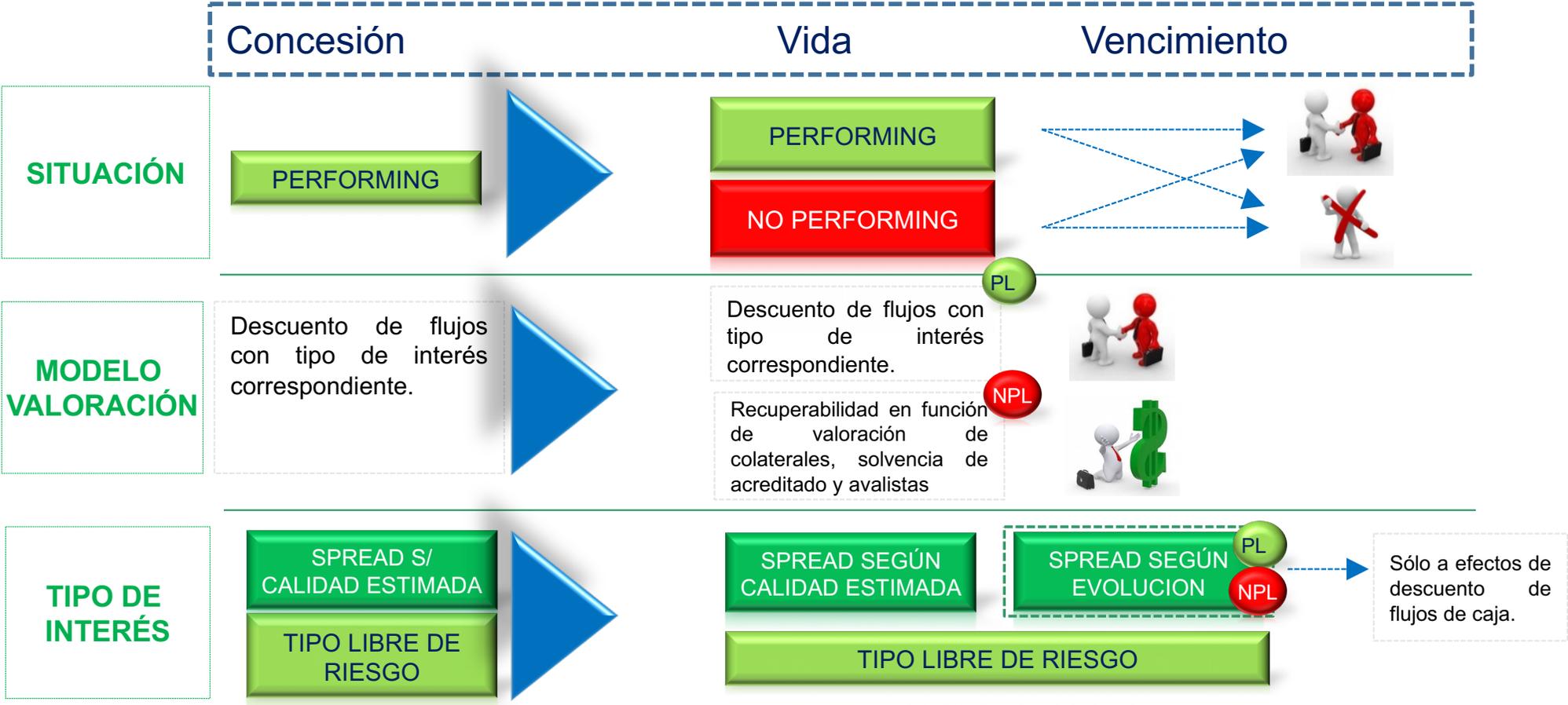
$$\delta = \frac{\ln\left(\frac{V_A}{L}\right) + \left(r - \frac{1}{2}\sigma_A^2\right)T}{\sigma_A \sqrt{T}}$$

# 4 | Valoración de préstamos. Riesgo de garantía.

## Ámbito general

- Los distintos tipos de deudores y la existencia o no de garantías adicionales a los mismos son las principales variables que influyen en la caracterización de un préstamo.
- La valoración de préstamos sin garantía real tienen mucho que ver con el importe, la homogeneidad y la solvencia del deudor.
- En general, muchos préstamos de poco importe y características semejantes pueden valorarse con un **enfoque estadístico** (semejante al actuarial), mientras que los de mayor importe y características más específicas requieren una **modelización propia del préstamo** y el deudor (parecida a aquéllos con garantía real).

# Modelo Genérico



# Modelo Genérico

- La valoración de activos financieros, especialmente de los NPL, está afectada por los costes derivados de su mantenimiento, gestión y procesos legales vinculados a los eventos legales. En este último caso también son muy significativos los plazos de los procesos de recuperación.
- Todos estos gastos y plazos, los flujos contractuales, las tipologías de los préstamos (incluyendo situación crediticia), deudores y garantías unidos a los gastos financieros y estructura de capital del mercado/inversor son los parámetros a imputar en los distintos modelos de valoración para poder obtener precio para un préstamo.

# Modelo Genérico y por Cash Flows

Valor de un préstamo

$$D = VP(D_T - Q)$$

*D: deuda*

*VP: valor presente*

*T: vencimiento de la deuda*

*Q: precio de la pérdida potencial. Si asumimos que el retorno del activo es igual al tipo de interés libre de riesgo, es igual a la **Pérdida Esperada***

Deuda Por cash flows

$$VP(D_T) = \sum_{i=1}^n (CF_i \times FD_i \times FA_i)$$

*CF: cash flows provenientes de principal o intereses (fijos o variables; Euribor según los forwards implícitos en la curva correspondiente)*

*FD: factor de descuento*

*FA: fracción de año de devengo del cash flow en el caso de intereses*

- Los principales problemas son el cálculo de la pérdida potencial (Q) y la incorporación de la valoración ajustada por precio y rentabilidad del valor futuro del colateral que haya en el préstamo.

# Modelo Cash Flows

- El valor de mercado de un préstamo es el valor presente descontado con la tasa libre de riesgo de los flujos de caja esperados multiplicados por la probabilidad de cobro de los mismos.
- A eso se añadirá el valor presente del colateral ajustado en tiempo y precio por la probabilidad de default.

$$VP(D_T) = \sum_{i=1}^n [(CF_i \times FDi \times FA_i) \times (1 - PD_i)] + (CO \times FDL \times AJ) PD_i$$

Variables relevantes a estimar: PD, AJ

*D: deuda*

*VP: valor presente*

*T: vencimiento de la deuda*

*CF: cash flows provenientes de principal o intereses (fijos o variables; Euribor según los forwards implícitos en la curva correspondiente)*

*CO: valor del colateral*

*FDi: factor de descuento correspondiente a los tipos libre de riesgo*

*FDL: factor de descuento a la fecha de liquidación del colateral*

*FA: fracción de año de devengo del cash flow*

*PD: probabilidad de default*

*AJ: factor de ajuste que incorpora rentabilidad del colateral corregido en precio hasta su liquidación*

# Modelo Vasicek

- Está basado en teoría de opciones y asume normalidad en las variaciones de los precios de los activos (colaterales) y pasivos de una compañía..
- Requiere la estimación de la volatilidad de los precios de los activos o colaterales.
- Parte de la premisa el precio de un activo satisface la siguiente ecuación

$$dA = \mu A dt + \sigma A dW$$

$\mu$ : media de los retornos de los activos

$\sigma$ : desviación típica los retornos de los activos

- El valor total de los activos de una compañía es

$$A = C + D + B + S$$

$A$ : activos

$C$ : pasivos con mayor prelación que la deuda

$D$ : valor de la deuda

$B$ : valor de bonos emitidos

$S$ : valor del equity

# Modelo Vasicek

$$D = (D_T - Q) e^{-rT}$$

*D*: deuda

*T*: vencimiento de la deuda

*Q*: precio de la pérdida potencial. Es **Pérdida Esperada** si el retorno colateral = tipo libre de riesgo

*F*: intereses (no pagados a la deuda) y/o dividendos

$$Q = \underbrace{(D_T + C_T)}_{\text{Deuda+ Pasivos en t}} \boxed{N(d_1)} - \underbrace{(A - F)e^{-rT}}_{\text{VP(Activos-divid. ó int.)}} \boxed{N(d_2)} - \underbrace{C_T}_{\text{Pasivos en t}} \boxed{N(d_3)} + \underbrace{(A - F)e^{-rT}}_{\text{VP(Activos- divid. ó int.)}} \boxed{N(d_4)}$$

$$d_1 = \frac{\text{Log}(D_T + C_T) - \text{Log}(A - F) - rT + 0,5\sigma^2T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$N(d_1)$  es la probabilidad de default

$$d_2 = \frac{\text{Log}(D_T + C_T) - \text{Log}(A - F) - rT - 0,5\sigma^2T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$N(d_2)$  es la probabilidad de cobrar recovery

$$d_3 = \frac{\text{Log } C_T - \text{Log}(A - F) - rT + 0,5\sigma^2T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$N(d_3)$  es la probabilidad de cobro de  $C_T$

$$d_4 = \frac{\text{Log } C_T - \text{Log}(A - F) - rT - 0,5\sigma^2T}{\sigma\sqrt{T}}$$

# Modelo Vasicek (parámetros)

- Existen algunos indicadores de mercado útiles para poder realizar los cálculos de una volatilidad histórica en el mercado inmobiliario español:

Columna	Fuente	Frecuencia	Formato	Tipo Inmueble	Fecha Inicio	Año Base	Descripción
Ministerio de Fomento	Web/Bloomberg	Trimestral	Excel/Excel	Vivienda	2004	2005/100	Información obtenida de la asociación de tasadores (ponderado nº transacciones)
Ministerio de Fomento	Web/Bloomberg	Trimestral	Excel/Excel	Suelo	2004	Euro/m2	Información obtenida del Registro
Tinsa	Bloomberg	Mensual	Excel	Vivienda	2001	2001/1000	Información obtenida de las tasaciones de la sociedad (por provincia y nº tasaciones)
INE	Web/Bloomberg	Mensual	Excel/Excel	Vivienda	2007	2007/100	Información obtenida de la asociación de notarios (ponderado nº transacciones, solo personas físicas)
FOTOCASA	Web	Trimestral	PDF	Vivienda	2005	2005/1000	Información obtenida de los precios de oferta de la web (ponderado nº transacciones)
Idealista	Web	Trimestral	PDF	Vivienda	2002	2002/100	Información obtenida de los precios de oferta de la web (índice ponderado por PIB)

- Adicionalmente son necesarias algunas asunciones respecto a los rendimientos (enfoques de criterio experto, tipos implícitos de mercado o análisis macro) de los activos y los plazos de recuperación de los escenarios de default (vinculados a tiempos de ejecución y plazos concursales).

**Objetivo: estimación de valor futuro y ajuste por volatilidad**

# Modelo Vasicek

- Este modelo requiere la estimación de ciertos parámetros inciertos:
  - ▶ Volatilidad del colateral. En ausencia de implícita cotizada, histórica.
  - ▶ Justamente, una de las partes de investigación de esta tesis es el análisis del comportamiento en términos de volatilidad de los activos inmobiliarios residenciales en las provincias españolas.
  - ▶ Para ello se ha realizado un estudio estadístico de los precios m<sup>2</sup> por provincia según datos de Ministerio de Fomento desde el año 1995 hasta 2T 2017 con frecuencia de observación trimestral.

# 5 | Resultados y conclusiones.

## Estimación de valor futuro y ajuste por volatilidad

La estimación de los precios teóricos de activos inmobiliarios a futuro a cualquier plazo  $T$ , sólo puede aspirar a la determinación de los valores más probables a dichos plazos, pero la existencia de un componente estocástico en la evolución de los valores de mercado futuro es un elemento que no puede omitirse

En primera instancia partiendo de las relaciones de no arbitraje sería posible obtener a cada momento futuro  $T$  un valor de mercado futuro:

$$VMF = f(VMA, TH, RM, T)$$

Siendo:

*Valor de mercado actual (VMA).*

*Tipo de interés de financiación (tipo hipotecario: TH)*

*Renta de alquiler de mercado (RM).*

*Tiempo en años (T).*

*Valor de mercado futuro (VMF).*

En el caso concreto, de activos inmobiliarios residenciales, tendríamos:

$$VMF = VMA e^{(r-q)T}$$

*VMA: valor de mercado del activo inmobiliario según condiciones de mercado.*

*VMF: precio del activo a futuro a un plazo  $T$*

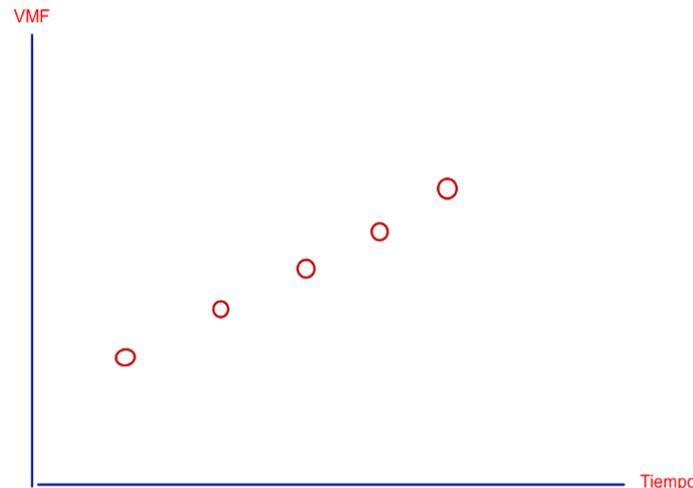
*$r$ : tipo de interés hipotecario de financiación para la compra del activo*

*$q$ : tasa de rentabilidad (yield) por rentas del activo inmobiliario*

*$T$ : tiempo en años*

# Estimación de valor futuro y ajuste por volatilidad

Así, dado un tipo hipotecario y una yield de renta para cada plazo T se podría construir una “senda teórica” de precios a futuro a cada plazo T.



El precio a futuro hallado en condiciones de no arbitraje no será necesariamente el precio de mercado que se observe realmente en un futuro ya que en dicho precio acabarán afectando variables que a priori se desconocen por tener un componente aleatorio. En cualquier activo financiero o inmobiliario, existe un componente estocástico. La volatilidad a la que el activo esté sometido durante el tiempo, recogerá ese componente aleatorio que situará definitivamente su valor en el futuro. De este modo, el valor de mercado futuro quedaría redefinido:

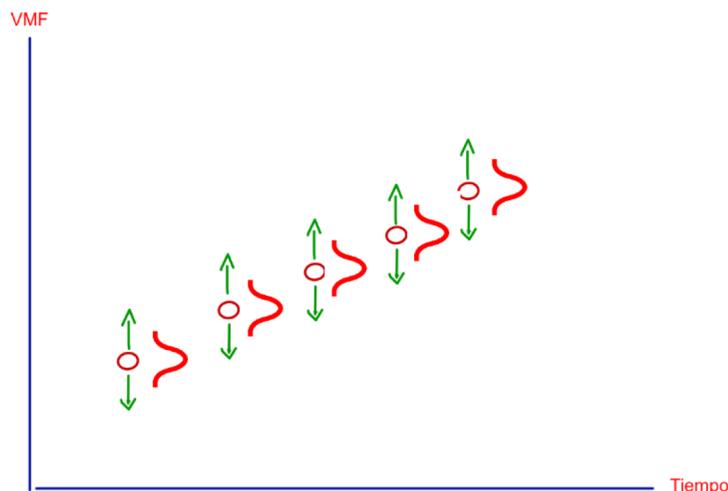
$$VMF = f(VMA, TH, RM, T, \sigma, \varepsilon)$$

# Estimación de valor futuro y ajuste por volatilidad

Donde  $\sigma$  y  $\varepsilon$ , son la volatilidad esperada del precio del activo y el componente aleatorio que le afectará, respectivamente. Esta “senda teórica” sería una referencia central más probable sobre la que proyectar valores futuros, pudiendo en cada plazo existir precios superiores o inferiores determinados por dos aspectos: **tipo de distribución y volatilidad estimada sobre dichos valores**

1. Tipo de distribución
2. Volatilidad estimada sobre dichos valores centrales

Por ejemplo, si se asumiera una distribución Normal de las variaciones de los VMF y se tuviese una estimación de la volatilidad del precio, el esquema de proyección sería:



$$VMF = VMA e^{\left(r-q-\frac{\sigma^2}{2}\right)T+(\sigma\varepsilon\sqrt{T})}$$

*VMA: valor de mercado del activo inmobiliario según condiciones de mercado.*

*VMF: precio del activo a futuro a un plazo  $T$*

*$r$ : tipo de interés hipotecario de financiación para la compra del activo*

*$q$ : tasa de rentabilidad (yield) por rentas del activo inmobiliario*

*$T$ : tiempo en años*

*$\sigma$ : volatilidad del subyacente*

*$\varepsilon$ : aleatorio de una distribución que habrá que definir en función de observación empírica*

# Estudio volatilidad residencial España

En el trabajo se ha aplicado un modelo GARCH(1,1). Es un modelo estadístico utilizado para prever la volatilidad donde la variable subyacente puede exhibir una reversión de la media. GARCH es el acrónimo inglés de heteroscedasticidad condicional autoregresiva generalizada. Se caracterizan por asumir:

- Autorregresividad: la volatilidad depende de la volatilidad en momento anterior
- Contagio: contextos de alta o muy baja volatilidad se rodean de episodios similares
- Asimetría: subida son menos volátiles que bajadas de las variables.

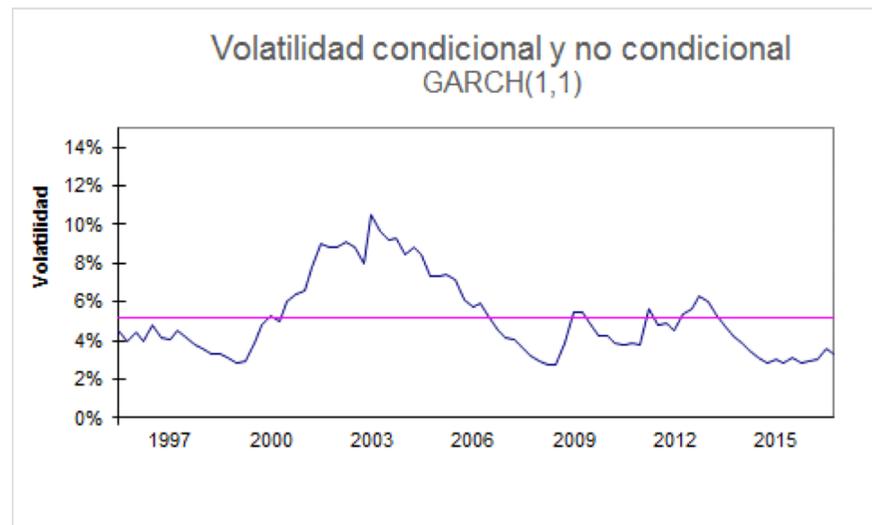
Estimaremos la volatilidad para el momento futuro  $i$  dependiente de unos parámetros:

$$\sigma_{i+1} = \omega + \alpha R_i^2 + \beta \sigma_i^2$$

Se realiza la estimación de máxima verosimilitud para los parámetros  $\omega, \alpha, \beta$

# Estudio volatilidad residencial España

Para el caso de Madrid, se obtiene, el modelo apunta a una volatilidad estructural de reversión en torno **al 5,17%** con unos parámetros que determinan aparte de dicho nivel de reversión, la velocidad y el tiempo de reversión. De hecho,  $\omega$  es valor de iniciación en torno al cual se producirán ciertas variaciones. También puede entenderse como el valor medio a largo plazo sobre el que se genera la expectativa inmediata.  $\alpha$  es el factor reactivo y  $\beta$  el factor de persistencia. La suma de ambos factores  $\alpha$  y  $\beta$  representa la velocidad de reversión. Cuanto menor es su valor, menos tarda en revertir.



# Estudio volatilidad residencial España

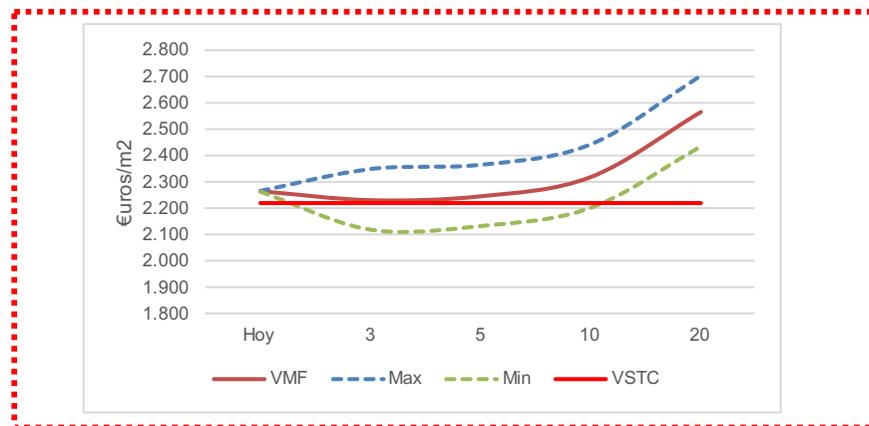
Si transformamos el impacto tendencial (lineal o parabólico) en una tasa anualizada sumable a los tipos de interés en campo continuo (FT) con lo que quedaría:

$$VMF = VMA e^{\left(r+FT-q-\frac{\sigma^2}{2}\right)T+(\sigma\varepsilon\sqrt{T})}$$

Para el caso de Madrid, el valor sostenible en el tiempo considerando el factor tendencial generaría los siguientes escenarios a largo plazo.

	Hoy	3	5	10	20
Precio	2.264	2.229	2.244	2.318	2.567
Max (1s)	2.264	2.347	2.363	2.441	2.704
Max (-1s)	2.264	2.117	2.131	2.201	2.438
Tipo Swap		-0,10%	0,20%	0,80%	1,40%
Tipo Hipotecario		1,90%	2,30%	3,00%	3,70%
Rent. Yield		3,25%	3,30%	3,55%	3,80%
Ajuste tendencia		0,84%	0,83%	0,79%	0,73%
Volatilidad (GARCH(1,1))		5,17%	5,17%	5,17%	5,17%
VCST	2.222	2.222	2.222	2.222	2.222

Valor sostenible en el tiempo del colateral



# Resultados

Considerando la sensibilidad del modelo analizado, se observa que las siguientes variables son relevantes:

- Tipos de interés
- Rendimientos de los colaterales
- Plazos
- Valor del colateral
- Volatilidad del colateral

Se concluye que la pérdida esperada de préstamos con garantía real se ve reducida (su valor maximizando) con:

- Mayores tipos de interés libre de riesgo en mercado respecto al tipo de interés de la operación.
- Mayores rentabilidades de la garantía
- Menores plazos de financiación
- Colaterales más valiosos
- Colaterales menos volátiles

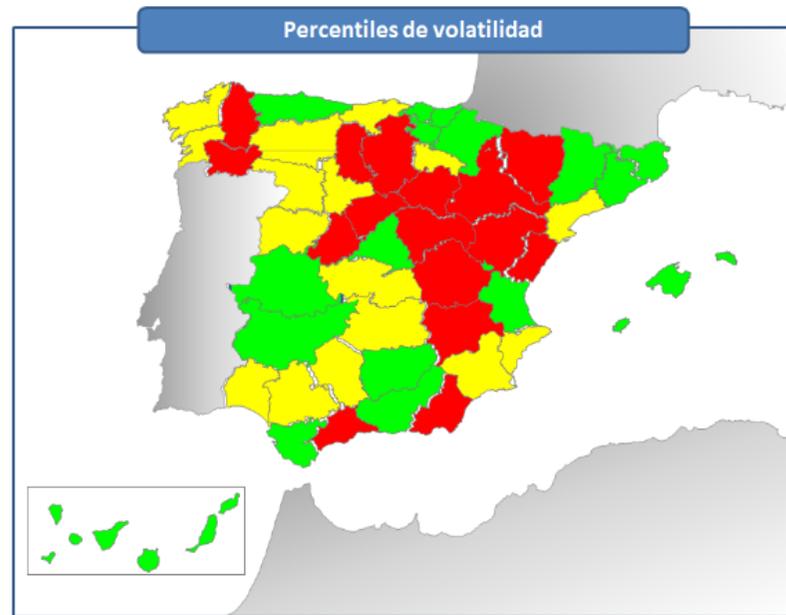
# Resultados

De forma práctica, en el caso español el óptimo de las carteras de préstamos colateralizados a financiar debería localizarse en provincias con:

- **Niveles altos de precios inmobiliarios**
- **Baja volatilidad**
- **Yields altas de alquiler**
- **Niveles de tipos bajos de financiación** respecto a los tipos de interés libre de riesgos.

Excepto el último condicionante, el resto se produce **en provincias de alta población**. En lo que respecta a la baja volatilidad peculiarmente también se produce en provincias de población elevada y geográficamente en zonas litorales, con la salvedad de Madrid.

# Resultados



En mapa adjunto, se han dividido las provincias por niveles de volatilidad, dividiendo 3 percentiles:

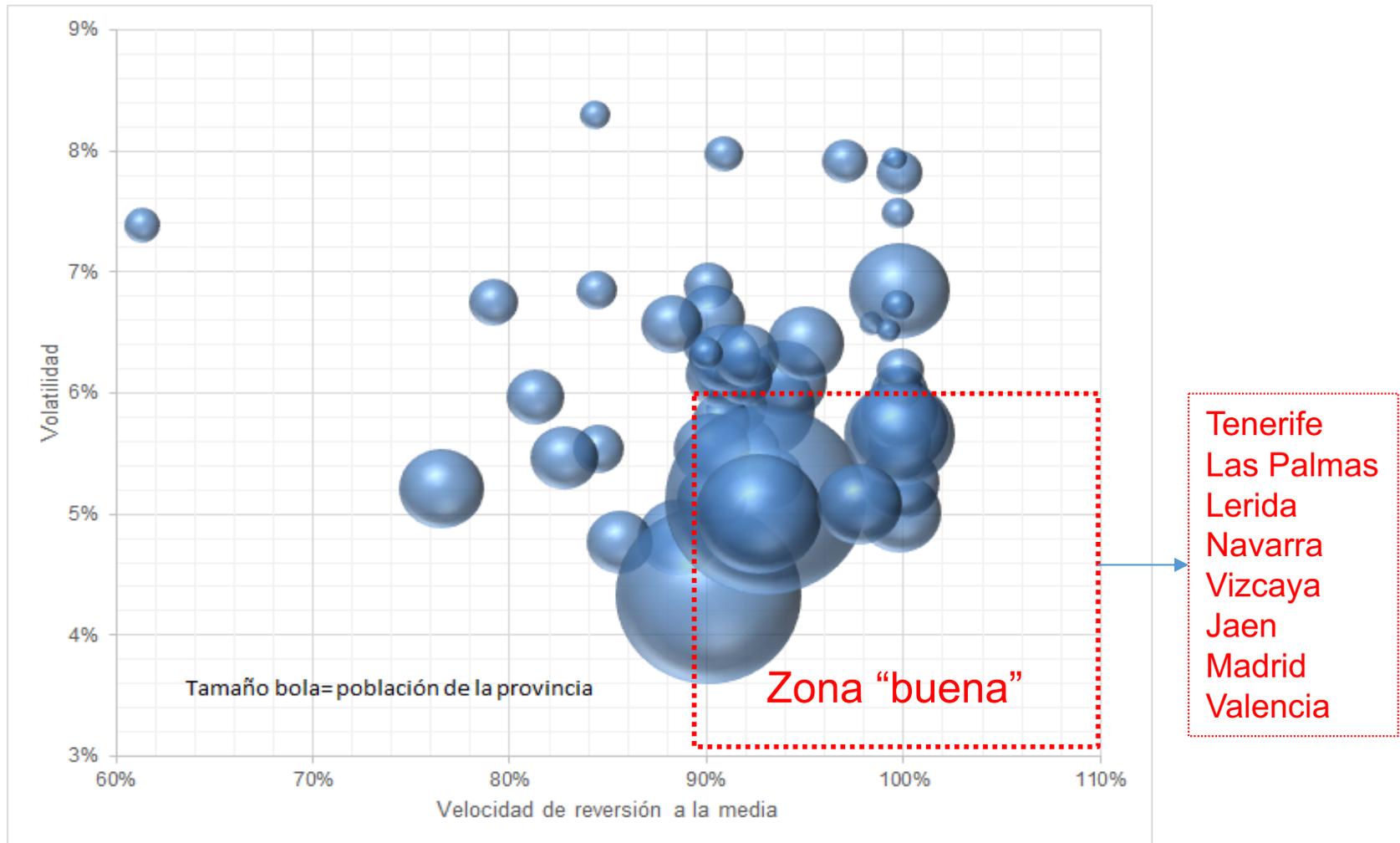
Verde	0%-33%	baja volatilidad
Amarillo	33%-66%	media volatilidad
Rojo	66%-100%	alta volatilidad

Provincia	Volatilidad	Velocidad	Población
			(% / total)
TERUEL	8,29%	84,31%	0,29%
HUESCA	7,98%	90,87%	0,47%
SORIA	7,93%	99,55%	0,19%
OURENSE	7,91%	97,02%	0,67%
LUGO	7,82%	99,79%	0,72%
SEGOVIA	7,49%	99,69%	0,33%
CUENCA	7,38%	61,34%	0,43%
ALBACETE	6,88%	90,08%	0,84%
GUADALAJARA	6,85%	84,43%	0,54%
MALAGA	6,84%	99,79%	3,50%
BURGOS	6,75%	79,18%	0,77%
PALENCIA	6,72%	99,70%	0,35%
ALMERIA	6,63%	90,27%	1,52%
CEUTA	6,58%	98,37%	0,18%
CASTELLON	6,56%	88,23%	1,24%
MELILLA	6,51%	99,22%	0,18%
ZARAGOZA	6,41%	95,04%	2,05%
AVILA	6,37%	89,65%	0,35%

Provincia	Volatilidad	Velocidad	Población
			(% / total)
ZAMORA	6,33%	89,98%	0,38%
TOLEDO	6,31%	91,96%	1,47%
TARRAGONA	6,29%	90,90%	1,70%
SALAMANCA	6,19%	99,82%	0,72%
ALAVA	6,17%	90,63%	0,70%
CORDOBA	6,15%	90,73%	1,69%
HUELVA	6,13%	91,84%	1,11%
CORUÑA, A	6,10%	93,96%	2,41%
RIOJA, LA	6,03%	99,82%	0,68%
LEON	6,02%	99,79%	1,01%
VALLADOLID	5,97%	81,32%	1,12%
ALICANTE	5,88%	92,79%	3,92%
CANTABRIA	5,88%	91,51%	1,25%
PONTEVEDRA	5,83%	99,79%	2,02%
CIUDAD REAL	5,77%	90,73%	1,08%
MURCIA	5,71%	99,79%	3,16%
SEVILLA	5,66%	99,82%	4,16%

Provincia	Volatilidad	Velocidad	Población
			(% / total)
NAVARRA	5,59%	99,79%	1,38%
GRANADA	5,54%	90,26%	1,96%
CACERES	5,53%	84,51%	0,86%
CADIZ	5,48%	91,51%	2,66%
LLEIDA	5,48%	99,79%	0,93%
GUIPUZCOA	5,46%	82,74%	1,54%
JAEN	5,29%	93,29%	1,38%
SANTA CRUZ DE TENE	5,26%	99,82%	2,16%
BALEARES	5,21%	76,53%	2,40%
GIRONA	5,12%	90,26%	1,62%
MADRID	5,12%	93,02%	13,97%
VIZCAYA	5,08%	97,80%	2,47%
PALMAS, LAS	5,00%	99,79%	2,36%
VALENCIA	5,00%	92,65%	5,46%
ASTURIAS	4,81%	88,53%	2,22%
BADAJOS	4,77%	85,60%	1,46%
BARCELONA	4,33%	90,08%	11,97%

# Resultados



# Conclusiones

Evidentemente, **la localización de las garantías inmobiliarias** de las operaciones de financiación que gestionan las entidades financieras vienen dadas pero está en la potestad de las mismas realizar **discriminación positiva** en precios y conseguir ser más competitivos en aquellos casos en los que se dan la circunstancias favorables.

En proceso de evacuación de préstamos con garantía real de los balances bancario en el que el sector se encuentra actualmente inmerso, la optimización de las carteras que las entidades puedan mantener pasa por identificar a aquellas que tengan los colaterales ubicados en el “cuadrante bueno”; menor volatilidad y elevada de reversión a su volatilidad “estructural”.

# Conclusiones

Junto con el análisis de solvencia de los acreditados, **el análisis de las garantías inmobiliarias**, se erige en una de las palancas de competitividad que la banca puede impulsar para **realizar discriminación en precios**.

El conocimiento de los clientes y de todos los aspectos que rodean a las operaciones financieras sin duda está siendo y será de forma creciente el factor diferencial de la banca del futuro. Esa será la forma de competir con los nuevos players que aterrizan de otros sectores de la economía y amenazan apoyados en gran medida en la explotación analítica de la información cambiando la forma de hacer banca.